

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«Красноярский государственный педагогический университет  
им. В.П. Астафьева»**  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

*Кафедра математического анализа и методики обучения математике в вузе*

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ПЕРЕМЕННОГО**

Направление подготовки: **44.03.05 Педагогическое образование**

Направленность (профиль) образовательной программы  
**«Математика», «Информатика»**

Квалификация: бакалавр


*(очная форма обучения)*

Красноярск 2016

Рабочая программа дисциплины «Теория функций действительного переменного» составлена кандидатом физико-математических наук, доцентом А.В. Багачук

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры математического анализа и методики обучения математике в вузе протокол № 9 от «18» мая 2016 г.

Заведующий кафедрой



Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева «20» мая 2016 г. Протокол № 9

Председатель научно-методическим советом  
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева



С.В. Бортновский

Рабочая программа дисциплины «Теория функций действительного переменного» составлена кандидатом физико-математических наук, доцентом А.В. Багачук

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры математического анализа и методики обучения математике в вузе

«24» мая 2017, протокол № 10

Заведующий кафедрой  Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева  
"26" мая 2017, протокол № 10

Председатель научно-методическим советом  
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева



С.В. Бортновский

Рабочая программа дисциплины «Теория функций действительного переменного» составлена кандидатом физико-математических наук, доцентом А.В. Багачук

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры математического анализа и методики обучения математике в вузе

«21» мая 2018, протокол № 8

Заведующий кафедрой  Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева  
"08" июня 2018, протокол №9

Председатель научно-методическим советом  
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева  С.В. Бортновский

### Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2016/2017 учебный год:

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:

1. Список литературы обновлен учебными и учебно-методическими изданиями, электронными образовательными ресурсами. Обновлен перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем.

2. Обновлен перечень лицензионного программного обеспечения.

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры математического анализа и методики обучения математике в протокол № 9 от «18» мая 2016 г.

Заведующий кафедрой



Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева «20» мая 2016 г. Протокол № 9

Председатель научно-методическим советом  
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева



С.В. Бортновский

### Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2017/2018 учебный год:

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:

1. Список литературы обновлен учебными и учебно-методическими изданиями, электронными образовательными ресурсами. Обновлен перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем.

2. Обновлен перечень лицензионного программного обеспечения.

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры математического анализа и методики обучения математике в протокол № 10 от «24» мая 2017 г.

Заведующий кафедрой



Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева «26» мая 2017 г. Протокол № 10

Председатель научно-методическим советом  
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева



С.В. Бортновский

## Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2018/2019 учебный год:

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:

1. Список литературы обновлен учебными и учебно-методическими изданиями, электронными образовательными ресурсами. Обновлен перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем.

2. Обновлен перечень лицензионного программного обеспечения.

3. В фонд оценочных средств внесены изменения в соответствии с приказом «Об утверждении Положения о фонде оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой (государственной итоговой) аттестации» от 28.04.2018 №297(п)

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры математики и методики обучения математике протокол № 8 от «21» мая 2018 г.

Заведующий кафедрой



Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева «08» июня 2018 г. Протокол № 9

Председатель научно-методическим советом  
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева



С.В. Бортновский

### 3. Пояснительная записка.

1. Рабочая программа дисциплины разработана на основе ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование и Профессионального стандарта педагога.

Дисциплина «Теория функций действительного переменного» (индекс – Б1.В.17) представлена в вариативной части учебного плана в 7 семестре.

2. Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 з.е. (72 ч.), в том числе, 20 ч. лекций, 14 ч. практических занятий, 38 ч. самостоятельной работы, зачет.

3. Цели освоения дисциплины: овладение базовыми предметными знаниями, основными методами доказательства и методами решения базовых задач курса; формирование готовности решать межпредметные и практико-ориентированные задачи на основе использования известных базовых предметных знаний и методов; овладение основными способами освоения математических знаний и способности обучить им учащихся.

4. Планируемые результаты обучения.

*В результате освоения курса студенты должны знать:*

- характеристические признаки метрического пространства, полного метрического пространства, компактного множества;
- классификацию точек метрического пространства;
- взаимосвязь между понятиями меры открытого и замкнутого ограниченного множеств и меры Лебега ограниченного множества;
- основные свойства измеримых множеств;
- характеристические признаки измеримой по Лебегу функции;
- способ конструирования интеграла Лебега;
- основных свойства интеграла Лебега;
- связь между интегралами Римана и Лебега.

*уметь:*

- устанавливать взаимосвязь между сходимостью по различным метрикам;
- конструировать геометрические образы при различных отображениях метрических пространств;
- использовать принцип сжимающих отображений при решении алгебраических и функциональных уравнений;
- конструировать измеримые по Лебегу множества;
- доказывать различные свойства измеримых функций, используя определение измеримой по Лебегу функции;
- устанавливать сходимость по мере последовательности измеримых функций;
- вычислять интеграл Лебега.

Требования к результатам освоения курса выражаются в формировании и развитии следующих компетенций:



- способность к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-4);
- способность работать в команде, толерантно воспринимать социальные, культурные и личностные различия (ОК-5);
- готовность сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности (ОПК-1);
- способность использовать современные методы и технологии обучения и диагностики (ПК-2).

Таблица

Планируемые результаты обучения

Задачи освоения дисциплины	Планируемые результаты обучения по дисциплине (дескрипторы)	Код результата обучения (компетенция)
Задача: расширение и углубление понятий, используемых в анализе (функция, мера, интеграл).	Знать: характеристические признаки метрического пространства, полного метрического пространства, компактного множества; классификацию точек метрического пространства; основных свойства интеграла Лебега; связь между интегралами Римана и Лебега.	ОК-4 ОК-5 ОПК-1
	Уметь: конструировать геометрические образы при различных отображениях метрических пространств; использовать принцип сжимающих отображений при решении алгебраических и функциональных уравнений; вычислять интеграл Лебега.	
Задача: формирование способности студентов к решению задач логическим путём, исходя из набора аксиом	Знать: основные свойства измеримых множеств; характеристические признаки измеримой по Лебегу функции; способ конструирования интеграла Лебега.	ОК-4 ОПК-1 ПК-2
	Уметь: устанавливать сходимость по мере последовательности измеримых функций.	
	Владеть навыками доказательства различных свойств измеримых функций, используя определение измеримой по Лебегу функции.	
Задача: приобретение студентами опыта по применению теории функций действительного переменного в функциональном анализе.	Знать: взаимосвязь между понятиями меры открытого и замкнутого ограниченного множеств и меры Лебега ограниченного множества.	ОК-5 ОПК-1 ПК-2
	Уметь: устанавливать взаимосвязь между сходимостью по различным	

	метрикам; конструировать измеримые по Лебегу множества.	
--	---	--

## **5. Контроль результатов освоения дисциплины.**

*Методы текущего контроля:* контрольные работы, коллоквиум, выполнение и защита проектных заданий, посещение лекций и семинарских занятий, выступление на семинарах.

*Методы промежуточного контроля.* Входное тестирование.

*Итоговый контроль.* Зачет.

Оценочные средства результатов освоения дисциплины, критерии оценки выполнения задания представлены в разделе «Фонды и оценивающие средства для проведения промежуточной аттестации».

## **6. Перечень образовательных технологий, используемых при освоении дисциплины.**

- 1) Лекции и семинары контекстного типа;
- 2) Педагогические технологии, на основе активизации и интенсификации учебной деятельности обучающихся:
  - технологии проблемного обучения;
  - технологии проектного обучения (метод проектных заданий, кейс-метод);
  - интерактивные технологии (мозговой штурм, конференция);
- 3) Педагогические технологии на основе эффективности управления и организации учебного процесса:
  - коллективный способ обучения (работа в группах);
- 4) Педагогические технологии на основе дидактического усовершенствования и реконструирования учебного материала:
  - модульно-рейтинговое обучение;
  - имитационное обучение.

### **3.1. Организационно-методические документы**

#### **3.1.1. Технологическая карта обучения дисциплине (Приложение 4).**

#### **3.1.2. Содержание основных разделов и тем дисциплины**

Введение. Данная дисциплина относится к вариативной части подготовки аспиранта по направлению 44.03.05 Педагогическое образование. Основной целью ее изучения является овладение базовыми предметными знаниями, основными методами доказательства и методами решения базовых задач курса; формирование готовности решать межпредметные и практико-ориентированные задачи на основе использования известных базовых предметных знаний и методов; овладение основными способами освоения математических знаний и способности обучить им учащихся. Удельный вес

занятий, проводимых в интерактивных формах, составляет не менее 40% аудиторных занятий.

Дисциплина изучается на четвертом курсе.

Потенциал дисциплины в удовлетворении требований заказчиков к выпускникам профиля в современных условиях заключается в том, что современной школе нужен учитель, способный показать каким большим гуманитарным потенциалом обладает математика как учебный предмет, и готовый продемонстрировать учащимся роль и место математики в современном мире и научить их основам математического моделирования прикладных задач.

Изучению этой дисциплины предшествует дисциплины «Математика», «Математический анализ и элементы теории функций». Знания из предметной области данной дисциплины будут востребованы при изучении дисциплин «Теория функций комплексного переменного» и «Дифференциальные уравнения». В процессе изучения дисциплины «Теория функций действительного переменного» должны быть реализованы межпредметные связи с дисциплинами профиля «Информатика».

Содержание теоретического курса

**Раздел1. Метрические пространства.** Понятие метрического пространства. Примеры ( $\mathbb{R}^n$ ,  $C_{[a,b]}$ ,  $l_2$ ,  $L_1$ ,  $L_2$ ). Окрестности точек в метрическом пространстве. Открытые и замкнутые множества в метрическом пространстве. Замкнутые и открытые множества на прямой, их свойства. Совершенные множества. Строение открытых и замкнутых множеств. Канторово совершенное множество. Линейное нормированное пространство, как пример метрического пространства. Предел последовательности точек метрического пространства. Сходимость по метрике и по норме. Отображения метрических пространств. Непрерывность отображений. Компакты, их замкнутость и ограниченность. Непрерывные отображения компактных множеств. Теорема Вейерштрасса о непрерывном отображении компакта в  $\mathbb{R}^n$ . Полные метрические пространства. Полнота пространств  $\mathbb{R}^n$ ,  $L_1$ ,  $L_2$ . Принцип сжимающих отображений и его применения. Понятие гильбертова пространства. Ортогональные системы векторов в гильбертовом пространстве. Критерий полноты ортогональной системы.

**Раздел2. Мера Лебега.** Мера открытых и замкнутых множеств на прямой. Множества, измеримые по Лебегу. Теоремы об измеримых множествах. Функции, измеримые по Лебегу, их свойства. Последовательности измеримых функций. Теорема Егорова.

**Раздел3. Интеграл Лебега.** Интеграл Лебега от ограниченной функции и его основные свойства. Предельный переход под знаком интеграла Лебега. Сравнение интегралов Римана и Лебега. Критерий интегрируемости по Риману ограниченной функции.

*Требования к результатам освоения курса выражаются в формировании и развитии следующих компетенций:*

- способность к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-4);
- способность работать в команде, толерантно воспринимать социальные, культурные и личностные различия (ОК-5);
- готовность сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности (ОПК-1);
- владение основами профессиональной этики и речевой культуры (ОПК-5);
- способность использовать современные методы и технологии обучения и диагностики (ПК-2).

Формирование этих компетенций происходит в процессе осуществления следующих видов учебной, внеучебной и проектно-исследовательской деятельности: изучение теоретических основ дисциплины; решение практико-ориентированных задач с межпредметным содержанием, поиск и обработка новой информации; выполнение проектных заданий, представление их решения и защита.

### **3.1.3. Методические рекомендации по освоению дисциплины**

Данные методические рекомендации предназначены для студентов в помощь к подготовке к зачету и оформлению проектного задания, направленного на углубленное изучение отдельных разделов дисциплины «Теория функций действительного переменного».

Целью зачета по данной дисциплине является контроль уровня общей математической культуры студентов и проверка их подготовленности по соответствующим разделам дисциплины.

Студенты должны: владеть основными понятиями теории множеств, функционального анализа, меры и интеграла Лебега; уметь охарактеризовать связь каждого из них с некоторыми понятиями математического анализа.

В соответствии с поставленными целями и требованиями к знаниям и умениям выпускников на зачет по «Теории функций действительного переменного» вынесено 28 вопросов. Отвечая на предложенный вопрос, необходимо раскрыть содержание вводимых понятий, проиллюстрировать их примерами и контрпримерами, показать применение теорем, в доказываемых теоремах – раскрыть значение тех или иных условий теоремы, по возможности – дать их геометрическое и физическое истолкование, возможность (или невозможность) обращения теоремы.

Разумеется, можно расширить предлагаемый план дополнительными математическими и историческими фактами, относящимися к данному вопросу.

Содержание четырех вопросов, отмеченных звездочками в списке вопросов к зачету, необходимо уметь излагать на уровне определения понятий и формулировки основных предложений.

Что касается оформления проектного задания, то следует отметить, что он выполняется на стандартной бумаге формата А4. Основные правила оформления текста. Параметры страницы: верхнее, нижнее поля – 2 см; правое поле – 1,5 см; левое поле – 2,5 см. Номера страниц проставляются вверху, в центре (на первой странице номера нет, вторая страница – содержание, третья – введение). Текст должен быть выровнен по ширине, абзацный отступ – 1,27 см. Заголовки – по центру, без точек в конце предложения. Шрифт – высота 14 пт. Межстрочный интервал – 1,3-1,5. Образец оформления титульного листа приведен ниже.

Общий объем должен составлять 20-25 страниц (без приложений). Во введении обосновывается актуальность темы, ее практическая значимость. Содержание должно быть представлено в развернутом виде. Представленные в тексте таблицы должны иметь сквозную нумерацию. Номер таблицы проставляется вверху справа. Заголовок таблицы помещается с выравниванием по центру. На каждую таблицу и рисунок необходимы ссылки в тексте "в соответствии с рисунком 5 (таблицей 3)". В заключении реферата излагаются краткие выводы по результатам работы, характеризующие степень решения задач, поставленных во введении. Следует уточнить, в какой степени удалось реализовать цель реферирования, обозначить проблемы, которые не удалось решить в ходе написания реферата.

Данные о найденных источниках следует заносить в библиографический список. Источники в списке располагаются в алфавитном порядке по фамилии первого автора (названию). Существуют регламентированные правила оформления библиографических источников ГОСТ 7.05-2008. Перечень используемой литературы должен содержать минимум 15 наименований.

## Образец оформления титульного листа

Министерство образования и науки РФ  
ФГБОУ ВО «Красноярский государственный педагогический  
университет им. В.П. Астафьева»  
Институт математики, физики и информатики  
Кафедра математического анализа и методики обучения математике в вузе

### ПРОЕКТНОЕ ЗАДАНИЕ

НАЗВАНИЕ ТЕМЫ

Выполнила:

студентка \_\_\_ группы

Смолина Е.А.

Проверила:

доцент каф. матем. анализа

и МОМ в вузе,

канд. физ.-мат. наук

Багачук А.В.

Красноярск 2016

### 3.2. Компоненты мониторинга учебных достижений обучающихся

#### 3.2.1. Технологическая карта рейтинга дисциплины.

#### Приложение 5

#### ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА РЕЙТИНГА

Наименование дисциплины/курса	Уровень/ступень образования (бакалавриат, магистратура)	Статус дисциплины в рабочем учебном плане (Б.1-Б.6)	Количество зачетных единиц/кредитов
Теория функций действительного переменного	Бакалавр	Б.1 (вариативная часть)	2 кредита (ЗЕТ)
Смежные дисциплины по учебному плану			
Предшествующие: математический анализ и элементы теории функций			
Сопутствующие: все дисциплины профессионального цикла Б.1			
Последующие: теория функций комплексного переменного, дифференциальные уравнения			

ВХОДНОЙ РАЗДЕЛ			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 10 %	
		min	Max
Входной контроль	Тестирование	6	10
Итого		<b>6</b>	<b>10</b>

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 1			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 30 %	
		Min	max
Текущий контроль	Коллоквиум	12	20
Промежуточный рейтинг-контроль	Контрольная работа №1	6	10
Итого		<b>18</b>	<b>30</b>

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 2		
Содержание	Форма работы	Количество баллов 20 %

		min	max
Текущий контроль	Проектные задания	12	20
Итого		<b>12</b>	<b>20</b>

БАЗОВЫЙ РАЗДЕЛ № 3			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 20 %	
		min	max
Текущий контроль	Контрольная работа №2	12	20
Итого		<b>12</b>	<b>20</b>

Итоговый модуль			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 20 %	
		min	max
Итоговый контроль	Зачет	<b>12</b>	<b>20</b>
Итого		<b>12</b>	<b>20</b>
Общее количество баллов по дисциплине (по итогам изучения всех модулей, без учета дополнительного модуля)		min	max
		<b>60</b>	<b>100</b>



**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

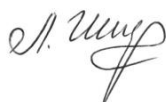
**Красноярский государственный педагогический университет  
им. В.П. Астафьева»**

Институт математики, физики и информатики

Кафедра математики и методики обучения математике

УТВЕРЖДЕНО  
на заседании кафедры  
протокол № 8  
от «21» мая 2018 г.

Зав. кафедрой



Л.В. Шкерина

ОДОБРЕНО  
на заседании  
научно-  
методического  
совета ИМФИ  
протокол № 9  
от «08» июня  
2018г.

Директор



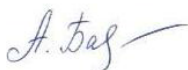
А.С. Чиганов



**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации  
обучающихся по дисциплине  
«ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ПЕРЕМЕННОГО»  
Направление подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование» (с  
двумя профилями подготовки)  
Направленность (профиль) образовательной программы  
«Математика и информатика»  
(очная форма обучения)**

Составители:



Багачук А.В., доцент кафедры  
математики и МОМ в вузе

**Красноярск 2016**

## ЭКСПЕРТНОЕ ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленный фонд оценочных средств (ФОС) для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине "Теория функций действительного переменного" соответствует требованиям ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование, Профессиональным стандартом «Педагог (педагогическая деятельность в дошкольном, начальном общем, основном общем, среднем общем образовании) (воспитатель, учитель)», Положением о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева» и его филиалах.

В экспертируемом ФОС представлены цели и задачи, соответствующие целям и задачам реализации основной образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование», направленность (профиль) образовательной программы Математика, информатика. Представлен перечень и этапы формирования компетенций, соответствующих ФГОС ВО. Представлено достаточное количество заданий, соответствующих технологической карте рейтинга, позволяющих установить уровень сформированности компетенций студентов. Предложенные контрольные средства разработаны в соответствии с планируемыми результатами, отличаются инновационным, компетентностно ориентированным содержанием. В соответствии с этим позволяют осуществить объективный и достоверный промежуточный и текущий контроль результатов студентов.

ФОС представлен адекватными формами и методами оценивания, содержит обоснованные показатели, критерии и уровни сформированности компетенций, которые позволяют провести контрольно-измерительные процедуры объективно. Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки бакалавров по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование», направленность (профиль) образовательной программы Математика, Информатика.

Рецензент:

кандидат педагогических наук,  
доцент кафедры высшей математики и информатики  
СибГУ им. М.Ф. Решетнева

Н.А. Лозовая

*Лозовая Н.А.*  
*Лозовая Н.А.*  
*Лозовая Н.А.*



## **1. Назначение фонда оценочных средств.**

1.1. **Целью** создания ФОС дисциплины «Теория функций действительного переменного» является установление соответствия учебных достижений запланированным результатам обучения и требованиям основной профессиональной образовательной программы, рабочей программы дисциплины.

1.2. ФОС по дисциплине «Теория функций действительного переменного» **задачи:**

- оценка уровня сформированности компетенций, характеризующих способность выпускника к выполнению видов профессиональной деятельности по квалификации бакалавр, освоенных в процессе изучения данной дисциплины.

**1.3. ФОС разработан на основании нормативных документов:**

- федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (уровень магистратуры);

- основной профессиональной образовательной программы высшего образования;

- Положения о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в студентуре в федеральном государственном бюджетном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева и его филиалах.

**2. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе изучения дисциплины «Теория функций действительного переменного»**

**2.1. Перечень компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины:**

- способность к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-4);

- способность работать в команде, толерантно воспринимать социальные, культурные и личностные различия (ОК-5);
- готовность сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности (ОПК-1);
- способность использовать современные методы и технологии обучения и диагностики (ПК-2).

### 3.2.2. Фонд оценочных средств (контрольно-измерительные материалы)

1.0. Примерный вариант теста (входной контроль).

1.1. Вопросы к коллоквиуму по модулю 1.

1.2. Контрольная работа №1 по модулю 1.

1.3. Проектное задание по модулю 2.

1.4. Контрольная работа №2 по модулю 3.

1.5. Вопросы к зачету.

#### 2. 2. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе изучения дисциплины

#### 3. Этапы формирования и оценивания компетенций

Компетенции	Дисциплины, практики, участвующие в формировании компетенции	Тип контроля	Оценочное средство/ КИМы	
			номер	форма
ОК-4 «способен к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия»	Общекультурные основы профессиональной деятельности Иностранный язык Элементарная математика (алгебра) Математическая логика Дискретная математика Прикладные задачи школьного курса математики Олимпиадные задачи по математике История математики История математического образования Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена Подготовка к защите и защита выпускной квалификационной работы Педагогическая практика интерна Методика обучения и воспитания по профилю математика	Текущий контроль	4.2.2	Коллоквиум
			3.2.1	Зачет
ОК-5 «способностью работать в команде, толерантно воспринимать социальные, культурные и личностные различия»	Философия Социология Культурология Модуль "Теоретические основы профессиональной деятельности" Психология Модуль "Научные основы учебно-профессиональной деятельности" Основы учебной деятельности студента Математика Физика Математический анализ и элементы теории функций Алгебра Элементарная математика Теория функций действительного переменного Основы теории функций комплексного переменного Профильное исследование в области математики профильное исследование в области информатики Элементарная алгебра	Текущий контроль	4.2.4	Контрольная работа

		<p>Элементы алгебры  Информационные технологии в математике  Компьютерная алгебра  Основания геометрии  Дополнительные главы геометрии  История математики  История математического образования в России  Дифференциальная геометрия  Линии и поверхности в евклидовом пространстве  Классное руководство  Основы классного руководства  Производственная практика  Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности  Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена  Подготовка к защите и защита выпускной квалификационной работы  Педагогическая практика интерна  Модуль "Профилактика экстремизма"  Социальные основы профилактики экстремизма и зависимых форм поведения в молодежной среде</p>			
ОПК-1	«готов осознать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности»	<p>Общекультурные основы профессиональной деятельности  Социология  Раздел "Теоретические основы профессиональной деятельности"  Психология  Педагогика  Элементарная математика (алгебра)  Элементарная математика (геометрия)  Математическая логика  Информационные технологии в математике  Дискретная математика  Теория вероятностей и математическая статистика  Физика  Прикладные задачи школьного курса математики  Олимпиадные задачи по математике  Поликонтекстный Раздел- математика  Поликонтекстный Раздел- математическое образование  Дополнительные главы алгебры и геометрии  Алгебраические и геометрические структуры  История математики  История математического образования  Практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, в том числе первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности  Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности  Преддипломная практика  Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена  Подготовка к защите и защита выпускной квалификационной работы  Педагогическая практика интерна  Методика обучения и воспитания по профилю математика</p>	Текущий контроль	4.2.3	Проектное задание
ПК-2	«способен использовать современные методы обучения и диагностики»	<p>Психология  Педагогика  Основы научной деятельности студента  Современные технологии инклюзивного образования  Дифференциальные уравнения  Геометрия  Математический анализ и элементы теории функций  Физика  Элективная дисциплина по общей физической подготовке  Элективная дисциплина по подвижным и спортивным играм  Элективная дисциплина по физической культуре</p>	текущий	4.2.4	Проектное задание
			Промежуточная аттестация	3.2.1	зачет

	для обучающихся с ОВЗ и инвалидов Прикладные задачи школьного курса математики Олимпиадные задачи по математике Поликонтекстный Раздел- математика Поликонтекстный Раздел- математическое образование Практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, в том числе первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности Практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности Преддипломная практика Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена Подготовка к защите и защита выпускной квалификационной работы Педагогическая практика интерна Методика обучения и воспитания по профилю математика			
--	--	--	--	--

### 3. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации

3.1. Фонды оценочных средств включают: зачет, экзамен, проектное задание.

3.2. Оценочные средства

3.2.1. Оценочное средство «Вопросы к зачету». Разработчики к.ф.-м.н., доцент кафедры математики и МОМ в вузе А.В. Багачук

Критерии оценивания по оценочному средству «Вопросы к зачету»

Формируемы компетенции	Высокий уровень сформированности компетенций	Продвинутый уровень сформированности компетенций	Базовый уровень сформированности компетенций
	(87 – 100 баллов) Отлично/ зачтено	(73 – 86 баллов) Хорошо/ зачтено	(60 – 72 баллов) Удовлетворительно/ зачтено
ОК-4	Способен грамотно, аргументировано излагать свою точку зрения при ответе. Способен логически выстроить ответ не используя модельный образец, проявляя креативный подход.	Способен излагать свою точку зрения при ответе. Способен выстроить ответ используя модельный образец, но проявляя креативный подход.	Способен дать ответ используя только модельный образец, своевременно реагируя на замечания.
ОК-5	Ответы соответствуют вопросу, обоснованы, в них четко прослеживается системное знание в области методики обучения математике в соответствии с потребностями работодателя Владеет соответствующей терминологией	Ответы соответствуют вопросу, обоснованы, в большинстве случаев в них четко прослеживается системное знание в области методики обучения математике в соответствии с потребностями работодателя Владеет соответствующей терминологией	Ответы соответствуют вопросу, обоснованы, в основном в них четко прослеживается системное знание в области методики обучения математике с потребностями работодателя Владеет соответствующей терминологией
ПК-2	Ответы соответствуют	Ответы соответствуют	Ответы соответствуют

	вопросу, обоснованы, в них четко прослеживается знание основополагающих положений для отбора технологий, методов и средств обучения	вопросу, обоснованы, в них четко прослеживается знание большинства основополагающих положений для отбора технологий, методов и средств обучения	вопросу, обоснованы, в них в основном прослеживается знание основополагающих положений для отбора технологий, методов и средств обучения
--	---	---	--

#### 4. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости

##### 4.1. Фонды оценочных средств включают:

- Коллоквиум по модулю 1, 2;
- Контрольная работа 1, 2;
- Проектное задание.

##### 4.2.1 Критерии оценивания см. в технологической карте рейтинга в рабочей программе дисциплины

##### 4.2.2. Критерии оценивания оценочного средства «Коллоквиум»

<b>Критерии оценивания</b>	<b>Количество баллов (вклад в рейтинг)</b>
Четко, лаконично сформулирована проблема	4
Представлен анализ различных точек зрения	4
Изложена собственная точка зрения, аргументы в ее пользу	4
Представлены выводы	8
Максимальный балл	20

##### 4.2.3. Критерии оценивания оценочного средства «Проектное задание»

<b>Критерии оценивания</b>	<b>Количество баллов (вклад в рейтинг)</b>
Аргументированность	4
Выполнение заданий	4
Представлены методические разработки	4
Самостоятельность	8
Максимальный балл	20

##### 4.2.4. Критерии оценивания оценочного средства «Контрольная работа»

<b>Критерии оценивания</b>	<b>Количество баллов (вклад в рейтинг)</b>
Выполнены все задания	5
Правильность выполнения заданий	5
Максимальный балл	10

## 6.0. Тест (входной контроль)

1. Формула  $f(x) = \begin{cases} x, & \text{если } x \leq -3, \\ 9 - x^2, & \text{если } -3 \leq x \leq 3, \\ -x, & \text{если } x \geq 3 \end{cases}$

а) задает функцию на  $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$ ;

б) не задает функцию на

$(-\infty; +\infty)$ ;

в) задает функцию на  $(-\infty; +\infty)$ ;

г) задает функцию на  $[-3; 3]$ .

2. Функция  $f(x) = \frac{\sin 10x - 2 \cos 3x}{6 + \operatorname{ctg}^2 x}$

а) ограничена сверху, но не ограничена снизу;

б) ограничена;

в) не ограничена ни сверху, ни снизу;

г) ограничена снизу, но не ограничена сверху.

3. Если последовательность  $(y_n)$  – бесконечно большая и  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = d$ ,  $d \neq 0$ , то

а) последовательность  $(x_n \cdot y_n)$  – бесконечно большая;

б)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n \cdot y_n) = d$ ;

в) последовательность  $(x_n \cdot y_n)$  – ограничена;

г) ничего определенного о последовательности  $(x_n \cdot y_n)$  сказать нельзя.

4. Если  $(x_n)$  и  $(y_n)$  – бесконечно большие последовательности, то  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n}$

равен:

а)  $\infty$ ;

б) 0;

в) некоторому числу  $a \neq 0$ ;

г) ничего определенного об этом пределе сказать нельзя.



5. Число  $A$  называется пределом функции  $f$  при  $x \rightarrow \infty$ , если:

- а) для любого  $\varepsilon > 0$  существует такое  $c > 0$ , что для всех  $x$ , удовлетворяющих неравенству  $|x| > c$ , выполняется неравенство  $|f(x) - A| < \varepsilon$ ;
- б) для любого  $\varepsilon > 0$  существует такое  $c > 0$ , что для всех  $x$ , удовлетворяющих неравенству  $|x| < c$ , выполняется неравенство  $|f(x) - A| < \varepsilon$ ;
- в) для любого  $\varepsilon > 0$  существуют  $c > 0$  и  $x$ , такие, что как только  $|x| > c$ , так  $|f(x) - A| < \varepsilon$ ;
- г) для  $\varepsilon > \frac{1}{2}$  существует такое  $c > 0$ , что для всех  $x$ , удовлетворяющих неравенству  $|x| > c$ , выполняется неравенство  $|f(x) - A| < \varepsilon$ .

6. Функция  $f$ , заданная в точке  $x_0$  и некоторой ее окрестности, называется непрерывной в этой точке, если:

а)  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)) = \Delta y$ ;

б)  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} f(x_0 + \Delta x) = 0$ ;

в)  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)) = 0$ ;

г)  $\lim_{\Delta x \rightarrow x_0} (f(x_0 + \Delta x) + f(x_0)) = 0$ .

7. Функция  $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & \text{если } x < 0, \\ x^2 + 1, & \text{если } x > 0 \end{cases}$  в точке  $x_0 = 0$

- а) непрерывна только слева;
- б) непрерывна только справа;
- в) разрывна;
- г) непрерывна.

8. Не вычисляя интегралов, а исходя из условий интегрируемости, убеждаемся, что будет корректно поставить вопрос о вычислении интеграла

$\int_{-3}^3 f(x)dx$  для функции

а)  $f(x) = \frac{1}{x}$ ;

б)  $f(x) = \operatorname{tg} x$ ;

в)  $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ ;

г)  $f(x) = \begin{cases} -1, & \text{если } -1 \leq x \leq 0, \\ \ln x, & \text{если } 0 < x \leq 3. \end{cases}$

**9.** Число  $I$  называется определенным интегралом от функции  $f$  по отрезку  $[a; b]$ , если

- а)  $\forall \varepsilon > 0, \forall \delta > 0$  и при любом разбиении отрезка  $[a; b]$  на части, лишь бы  $\lambda < \delta$ , и произвольном выборе точек  $\xi_k$  выполняется неравенство  $|\sigma - I| < \varepsilon$ ;
- б)  $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$  такое, что при любом разбиении отрезка  $[a; b]$  на части, лишь бы  $\lambda \geq \delta$ , и произвольном выборе точек  $\xi_k$  выполняется неравенство  $|\sigma - I| < \varepsilon$ ;
- в)  $\forall \varepsilon > 0$  и при любом разбиении отрезка  $[a; b]$  на части и произвольном выборе точек  $\xi_k$  выполняется неравенство  $|\sigma - I| < \varepsilon$ ;
- г)  $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$  такое, что при любом разбиении отрезка  $[a; b]$  на части, лишь бы  $\lambda < \delta$ , и произвольном выборе точек  $\xi_k$  выполняется неравенство  $|\sigma - I| < \varepsilon$ .

**10.** Основываясь на геометрическом смысле определенного интеграла, убеж-

даемся, что интеграл  $\int_{-5}^0 \sqrt{25 - x^2} dx$  равен

а)  $\frac{25}{2} \pi$ ;

б)  $\frac{25}{4} \pi$ ;

в)  $10\pi$ ;

г) 5π.

11. Выберите условия, являющиеся существенными в определении определенного интеграла:

- а) произвольность выбора точек  $\xi_k$ ;
- б) непрерывность подынтегральной функции;
- в) произвольность разбиения отрезка интегрирования на части;
- г) ограниченность подынтегральной функции.

12. Среднее значение функции  $y = -3x^2 + 4x$  на отрезке  $[0; 3]$  равно

- а) -3;
- б) -9;
- в) 3;
- г) 9.

13. Сравните:  $\int_a^b h dx$  и  $\int_a^b dx \int_0^h dy$

- а) >;
- б) <;
- в) =;
- г) зависит от значений  $a, b, h$ .

14. Если функции  $f(x, y, z)$  интегрируема в области  $D$ , то она в  $D$ :

- а) непрерывна;
- б) ограничена;
- в) имеет непрерывные частные производные ;
- г) дифференцируема.

Проверяемые знания, умения, компетенции. Знание основных понятий математического анализа; умение их использовать при решении практических задач. ОК-4, ОПК-1.

### **6.1. Вопросы к коллоквиуму**

#### **(Раздел1)**

1. Понятие метрического пространства. Примеры ( $\mathbb{R}^n$ ,  $C_{[a,b]}$ ).
2. Окрестность точки в метрическом пространстве. Предел последовательности точек в метрическом пространстве. Основные свойства предела последовательности.
3. Открытые множества в метрическом пространстве, их основные свойства.
4. Замкнутые множества в метрическом пространстве, их основные свойства.
5. Образования метрических пространств. Непрерывность отображений.
6. Линейные нормированные пространства. Примеры. Метризуемость линейного нормированного пространства. Норма и метрика.
7. Компактные множества, их основные свойства.
8. Непрерывные отображения компактных множеств.
9. Полные метрические пространства. Примеры.
10. Принцип сжимающих отображений и его применения.

Проверяемые знания, умения, компетенции. Знание характеристических признаков метрического пространства, полного метрического пространства, компактного множества, классификации точек метрического пространства; умение устанавливать взаимосвязь между сходимостью по различным метрикам. ОК-5, ОПК-5.

## **6.2. Контрольная работа № 1**

### **(Раздел 1)**

#### *Вариант № 1*

1. Докажите, что при непрерывном отображении прообраз открытого множества является открытым множеством.
2. Является ли фундаментальной последовательность  $y_n(x) = x^n$  в пространстве

$$C_{\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]}?$$

- Докажите, что уравнение  $x - \varepsilon \sin x = m$  при любом  $m$  и  $0 < \varepsilon < 1$  имеет единственное решение и его можно найти методом последовательных приближений.
- Приведите пример замкнутого множества в  $R^2$ .

### *Вариант № 2*

- Докажите, что расстояние  $\rho(x; y)$  есть непрерывная функция от переменных  $x$  и  $y$ .
- Является ли полным пространство натуральных чисел с метрикой  $\rho(m; n) = \frac{|m - n|}{mn}$ ?
- Является ли отображение  $f(x) = \sin x$  числовой прямой в себя сжимающим?
- Приведите пример замкнутого множества в  $C_{[a; b]}$ .

Проверяемые знания, умения, компетенции. Знание характеристических признаков метрического пространства; умение конструировать геометрические образы при различных отображениях метрических пространств, использовать принцип сжимающих отображений при решении алгебраических и функциональных уравнений. ОК-4, ОПК-5.

## **6.3. Проектное задание**

### **(Раздел 2)**

#### ***Тема 1. Монотонные функции***

*Цель:* изучив свойства монотонной функции, описать их доказательства и показать применение свойства монотонности функции при решении некоторых математических задач.

*Примерное содержание.* Свойства монотонной функции: множество точек разрыва, интегрируемость, дифференцируемость, интегрируемость производной (и другие, которые студент может выбрать самостоятельно).

#### *Литература*

- Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. М.; 1974.
- Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.1. М.; 1970.
- Макаров И.П. Дополнительные главы математического анализа. М.; 1968.

## **Тема 2. Функции с конечным изменением**

*Цель:* изучив основные свойства функции с конечным изменением, описать их доказательства.

*Примерное содержание.* Связь с ограниченностью, арифметические операции над функциями с конечным изменением, свойства вариации функции с конечным изменением, связь с монотонными функциями, множество точек разрыва, множество точек дифференцируемости, непрерывные функции с конечными изменениями.

Геометрическое приложение класса функций с ограниченным изменением – спрямляемость непрерывной кривой  $y = f(x)$ ,  $x \in [a, b]$ .

### *Литература*

1. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. М.; 1974.
2. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.; 1972.

## **Тема 3. Абстрактная мера Лебега**

*Цель:* построить и описать лебегову меру как продолжение меры по схеме Лебега.

*Примерное содержание.* Доказательство всех теорем на пути построения меры  $m: \sigma \rightarrow \mathbb{R}_+$ ;  $m$  -  $\sigma$  - аддитивная мера на полукольце  $\sigma$  с единицей:

- 1) продолжить  $m$  ( $m^1$ ) на  $\mathbb{R}(\sigma)$  – минимальное кольцо над полукольцом  $\sigma$ . Доказать единственность продолжения. Доказать  $\sigma$ -аддитивность продолжения  $m^1$ ;
- 2) продолжить  $m^1$  (с  $\mathbb{R}(\sigma)$  на булеан единицы полукольца) до внешней меры  $\mu^*$ ;
- 3) построить лебегову меру  $\mu$  как сужение  $\mu^*$  на класс измеримых множеств.

### *Литература*

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.; 1972.
2. Толстов Г.П. Мера и интеграл. М.; 1974.

## **Тема 4. Функции, суммируемые с квадратом**

*Цель:* описать пространство суммируемых с квадратом функций.

*Примерное содержание.*  $L_2$  – гильбертово пространство. Последовательное доказательство того, что  $L_2$  – линейное пространство,  $L_2$  – евклидово пространство (т.е. пространство со скалярным произведением),  $L_2$  – полное

пространство,  $L_2$  – сепарабельное пространство. Доказательство существования счетного базиса и построение ряда Фурье для  $f \in L_2$  по этому базису с применением общей теории гильбертовых пространств.

### *Литература*

1. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. М.; 1974.
2. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.; 1972.

Проверяемые знания, умения, компетенции. Знание свойств измеримых множеств, измеримой по Лебегу функции; умение конструировать измеримые по Лебегу множества, доказывать различные свойства измеримых функций. ОК-4, ОПК-1, ОПК-5.

## **6.4. Контрольная работа №2**

### **(Раздел3)**

#### *Вариант № 1*

1. Покажите, что если функция  $y = f(x)$  измерима на множестве  $E$ , то и функция  $y = k f(x)$  также измерима на этом множестве.
2. Докажите, что следующие функции интегрируемы по Лебегу на отрезке  $[0,1]$  и вычислите интегралы: а)  $f(x) = \begin{cases} -x, & x \in J, \\ 2, & x \in Q \end{cases}$ ; б)  $f(x) = \begin{cases} 1, & x \in K, \\ 2, & x \in CK \end{cases}$ , где  $K$  - канторово множество, а  $CK$  - его дополнение до всего отрезка  $[0,1]$

#### *Вариант № 2*

1. Покажите, что если функции  $y = f(x)$  и  $y = g(x)$  измеримы на множестве  $E$ , то и функция  $y = f(x) \pm g(x)$  также измерима на этом множестве.
2. Докажите, что следующие функции интегрируемы по Лебегу на отрезке  $[0,1]$  и вычислите интегралы: а)  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \in Q, \\ -x^2, & x \in J \end{cases}$ ; б)

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \in A, \\ \sin \pi x, & x \in [0,1] \cap CA \end{cases}, \text{ где } A \text{ множество алгебраических чисел, а}$$

$$CA = R^1 \setminus A.$$

Проверяемые знания, умения, компетенции. Знание способа конструирования интеграла Лебега, его основных свойств, связи между интегралами Римана и Лебега; умение вычислять интеграл Лебега. ОК-5, ОПК-1, ОПК-5, ПК-2.

## 6.5. ПРИМЕРНЫЕ ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

1. Докажите, что если  $A$  измеримое множество положительной меры, то в нем существуют хотя бы две точки, расстояние между которыми рационально.
2. Множества  $A$  и  $B$  измеримы по Лебегу, причем  $A \cap B = \emptyset$ . Докажите, что для любого множества  $E$  верно равенство
$$m^*(E \cap (A \cup B)) = m^*(E \cap A) + m^*(E \cap B).$$
3. Множества  $A$  и  $B$  измеримы по Лебегу, причем  $A \cap B = \emptyset$ . Докажите, что для любого множества  $E$  верно равенство
$$m_*(E \cap (A \cup B)) = m_*(E \cap A) + m_*(E \cap B).$$
4. Докажите, что для любых измеримых по Лебегу множеств  $F$  и  $G$  справедливо соотношение  $m(F \cup G) = m(F) + m(G) - m(F \cap G)$ .
5. Является ли измеримой функцией сумма сходящегося на отрезке  $[a, b]$  ряда измеримых функций?
6. Пусть  $x = \varphi(t)$  - измеримая на множестве  $E$  функция,  $E_1 = \varphi(E)$  - множество ее значений, а  $y = f(x)$  - функция, непрерывная на  $E_1$ . Выясните, является ли измеримой на множестве  $E$  сложная функция  $y = f(\varphi(t))$ .
7. Пусть  $y = f(x)$  измерима на множестве  $E$ ,  $E_0$  - измеримое подмножество множества  $E$ . Обязательно ли множество  $f(E_0)$  быть измеримым? Если нет, то приведите соответствующий пример.
8. Пусть  $x = \varphi(t)$  - функция, непрерывная на отрезке  $E = [\alpha, \beta]$ ,  $E_1 = \varphi(E)$  - множество ее значений, а  $y = f(x)$  - функция, измеримая на  $E_1$ . Обязана ли быть измеримой на множестве  $E$  сложная функция  $y = f(\varphi(t))$ ?
9. Покажите, что если  $\int_0^1 f(x) dx = 1$ ,  $f(x) \geq 0$  на отрезке  $[0, 1]$ , то  $f(x) = 1$  почти всюду.



**3.2.3. Анализ результатов обучения и перечень корректирующих мероприятий по учебной дисциплине.** Изучение, в соответствии с учебным планом, предполагается начать в 2016/17 уч.г.

**3.3. Учебные ресурсы.**

**3.3.1. Карта литературного обеспечения дисциплины (Приложение 6).**

**3.3.2. Карта материально-технической базы дисциплины (Приложение 7).**

3.1.1. Технологическая карта обучения дисциплине

**«ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ПЕРЕМЕННОГО»**

для обучающихся образовательной программы

Направление подготовки: **44.03.05 Педагогическое образование**

Профили подготовки «Математика», «Информатика»

Квалификация: бакалавр

(общая трудоемкость 2 з.е.)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего часов	Аудиторных часов				Внеаудиторных часов	Формы и методы контроля
		всего	лекций	практических занятий	лаборат. работ		
<b>Раздел 1. Метрические пространства.</b>	38	28	10	8	-	10	Коллоквиум, контрольная работа №1
1.1. Понятие метрического пространства. Примеры ( $\mathbb{R}^n$ , $C_{[a; b]}$ ; $l_2$ и др.).	8	6	2	2	-	2	
1.2. Окрестности точек в метрическом пространстве. Открытые, замкнутые совершенные множества в метрическом пространстве и их свойства. Строение открытых, замкнутых совершенных множеств на числовой прямой.	10	8	4	2	-	2	
1.3. Линейное нормированное пространство как пример метрического пространства. Предел последовательности точек метрического пространства. Сходимость по метрике и по норме. Отображения метрических пространств. Непрерывность отображений	4	4	2	2	-	-	
1.4. Компакты. Их замкнутость и ограниченность. Непрерывные отображения компактных множеств. Теорема Вейерштрасса о	4	4	2	2	-	-	

непрерывном отображении компакта в $\mathbb{R}^n$ . Полные метрические пространства. Примеры. Принцип сжимающих отображений и его применения.							
1.5. Понятие гильбертова пространства. Ортогональные системы векторов в гильбертовом пространстве. Критерий полноты ортогональной системы.	12	6	-	-	-	6	
<b>Раздел2. Мера Лебега.</b>	36	24	6	4	-	12	
2.1. Мера открытых и замкнутых ограниченных множеств на числовой прямой. Внешняя и внутренняя меры ограниченного множества. Мера Лебега ограниченного множества на числовой прямой. Свойства измеримых множеств.	10	8	2	2	-	2	Оформление и защита проектных заданий
2.2. Определение функции одной действительной переменной, измеримой по Лебегу. Основные свойства измеримых функций.	12	8	2	2	-	4	
2.3.Последовательность измеримых функций. Сходимость по мере. Теорема Егорова.	14	8	2			6	
<b>Раздел3. Интеграл Лебега.</b>	40	24	4	2	-	16	
3.1. Понятие интеграла Лебега от ограниченной функции и его основные свойства. Теорема Лебега о предельном переходе под знаком интеграла. Восстановление первообразной функции.	20	12	2	-	-	8	Контрольная работа №2
3.2. Сравнение интегралов Римана и Лебега. Критерий интегрируемости по Риману ограниченной функции.	20	12	2	2	-	8	
<b>ИТОГО</b>		<b>72</b>	<b>20</b>	<b>14</b>	<b>-</b>	<b>38</b>	

**3.3.1. КАРТА ЛИТЕРАТУРНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ  
«ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ПЕРЕМЕННОГО»**

для обучающихся образовательной программы

Направление подготовки: **44.03.05 Педагогическое образование**

Профили подготовки «**Математика**», «**Информатика**»

Квалификация: бакалавр


(общая трудоемкость 2 з.е.)

Наименование	Место хранения/ электронный адрес	Кол-во экземпляров/точек доступа
<b>ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА</b>		
<i>Колмогоров А.Н., Фомин С.В.</i> Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 2004. 624с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	154
<i>Багачук А.В., Шатохина М.П., Якименко М.Ш.</i> Теория функций действительного переменного: Теоретические и практические задания. Красноярск, 2005. 100с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	121
<i>Натансон И.П.</i> Теория функций вещественной переменной. 5-е изд., стер. СПб.; М.: Лань, 2008. - 560с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	40
<b>ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА</b>		
<i>Виленкин Н.Я., Петров В.А.</i> Математический анализ. Мощность. Метрика. Интеграл. М.: Просвещение, 1980. 143с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	202
<i>Стинрод Н., Чинн У.</i> Первые понятия топологии. М.: Мир, 1967.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	1
<i>Болтянский В.Г., Ефремович В.А.</i> Наглядная топология. М.: Наука, 1982.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	1
<i>Франсис Дж.</i> Книжка с картинками по топологии. М.: Наука, 1991.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	3

<b>УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ</b>		
<i>Теляковский С.А.</i> Сборник задач по теории функций действительного переменного. М.: Наука, 1980. 123с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	18
<i>Очан Ю.С.</i> Сборник задач по математическому анализу. М.: Просвещение, 1981. 271с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	47
<i>Соболев В.И.</i> Лекции по дополнительным главам математического анализа. М.: Наука, 1968. 288с	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	3
<b>РЕСУРСЫ СЕТИ ИНТЕРНЕТ</b>		
Дидактор [Электронный ресурс]: электронная система методических материалов	Didaktor.ru	Свободный доступ
единая коллекция цифровых образовательных ресурсов	<a href="http://www.school-collection.edu.ru">http://www.school-collection.edu.ru</a>	Свободный доступ
Российское образование [Электронный ресурс]: Федеральный портал.	<a href="http://www.edu.ru/">http://www.edu.ru/</a>	Свободный доступ
Сайт Сибирского отделения Российской академии наук «Математика на страницах WWW» [Электронный ресурс]: электронная библиотечная система	<a href="http://www.nsc.ru">www.nsc.ru</a>	Индивидуальный неограниченный доступ
<b>ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ И ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ</b>		
Межвузовская электронная библиотека (МЭБ)	<a href="https://icdlib.nspu.ru/">https://icdlib.nspu.ru/</a>	Индивидуальный неограниченный доступ
Elibrary.ru [Электронный ресурс]: электронная библиотечная система	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	Индивидуальный неограниченный доступ

East View: универсальные базы данных [Электронный ресурс]	<a href="https://dlib.eastview.com/">https://dlib.eastview.com/</a>	Индивидуальный неограниченный доступ
Университетская библиотека [Электронный ресурс]: электронная библиотечная система	<a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red">http://biblioclub.ru/index.php?page=main_ub_red</a>	Индивидуальный неограниченный доступ

Согласовано:

главный библиотекарь /  / Фортова А.А. / 17.10.2018  
 (должность структурного подразделения) (подпись) (Фамилия И.О.) (дата)

### 3.3.2. Карта материально-технической базы дисциплины «ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ПЕРЕМЕННОГО»

для обучающихся образовательной программы

Направление подготовки: **44.03.05 Педагогическое образование**

Профили подготовки «Математика», «Информатика»

Квалификация: бакалавр

(общая трудоемкость 2 з.е.)

Аудитория	Оборудование
<b>для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации</b>	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-10	Проектор-1шт., учебная доска-2шт., компьютер -1шт Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-11а	Маркерная доска-1шт., компьютер-7шт., доска учебная-1шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 2-06	Компьютер с выходом в интернет – 9шт., проектор – 1шт., наглядные пособия (стенды), маркерная доска – 1шт. с устройством для интерактивной доски, доска маркерная – 1шт Альт Образование 8 (лицензия № ААО.0006.00, договор № ДС 14-2017 от 27.12.2017
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 2-11	Учебная доска-1шт., проектор-1шт., компьютер- 1шт., маркерная доска-1шт., демонстрационный стол-1шт Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 2-19	Маркерная доска-2шт., интерактивная доска-1шт., проектор-1шт., ноутбук-10шт., телевизор- 1шт., компьютер- 2шт., МФУ-1шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-02	Компьютер- 1шт., интерактивная доска - 1 шт., система видеоконференцсвязи Policom – 1 шт. (без сети), учебная доска-1шт Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-11	Учебная доска-1шт., экран-1шт., проектор-1шт., компьютер-1шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-12	Компьютер с выходом в интернет-10шт, учебная доска-1 шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-13, 3-14	Компьютер-15шт., принтер-1шт., маркерная доска- 1шт., проектор-1шт., интерактивная доска-1шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-15	Проектор-1шт., компьютер-12шт., маркерная доска- 1шт., интерактивная доска-1шт. Microsoft® Windows® 8.1 Professional (OEM)

	лицензия, контракт № 20А/2015 от 05.10.2015); Kaspersky Endpoint Security – Лиц сертификат №1В08-190415-050007-883-951; 7-Zip - (Свободная лицензия GPL); Adobe Acrobat Reader – (Свободная лицензия); Google Chrome – (Свободная лицензия); Mozilla Firefox – (Свободная лицензия); LibreOffice – (Свободная лицензия GPL); XnView – (Свободная лицензия); Java – (Свободная лицензия); VLC – (Свободная лицензия); Живая математика 5.0 (Контракт НКС-ДБ-294/15 от 21.09.2015, лицензия № 201515111); GeoGebra (Свободно распространяемая в некоммерческих (учебных) целях лицензия)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 4-01	Учебная доска-1шт., библиотека
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 4-02	Компьютер -1шт., проектор-1шт., интерактивная доска-1шт., маркерная доска-1шт., учебная доска-1шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 4-11	Учебная доска-1шт.
<b>для самостоятельной работы</b>	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд.1-01 Отраслевая библиотека	Копир-1шт
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-02 Читальный зал	Компьютер-10шт., принтер-1шт Альт Образование 8 (лицензия № ААО.0006.00, договор № ДС 14-2017 от 27.12.2017