МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Кафедра математики и методики обучения математике

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы
Математика

Квалификация (степень) выпускника
БАКАЛАВР

Очная форма обучения

Красноярск 2018

Рабочая программа дисциплины «Алгебраические и геометрические структуры» составлена:
кандидатом физико-математических наук, профессором кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания С.В.Лариным (модуль 1),
доктором педагогических наук, профессором кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания В.Р.Майером (модуль 2)

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания

протокол № 9 от 03 мая 2018 г.

Заведующий кафедрой ____________________________ В.Р. Майер

Одобрена научно-методическим советом специальности (направления подготовки) института математики, физики и информатики

23 мая _ 2018г. Протокол №8
Председатель НМСС (Н)____________________________С.В. Бортновский

Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2018/2019 учебный год:

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:

1. На титульном листе РПД и ФОС изменено название ведомственной принадлежности «Министерство науки и высшего образования РФ» на основании приказа «о внесении изменений в сведения о КГПУ им. В.П. Астафьева» от 15.07.2018 № 457 (п).

2. На титульном листе РПД и ФОС изменено название кафедры разработчика «Кафедра математики и методики обучения математике» на основании решения Ученого совета КГПУ им. В.П. Астафьева «О реорганизации структурных подразделений университета» от 01.06.2018

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры МиМОМ протокол № 01 от «05» сентября 2018 г.

Заведующий кафедрой Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева
«12» сентября 2018 г. Протокол № 1

Председатель С.В. Бортновский

Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2019/2020 учебный год:

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:
1. Обновлена карта литературного обеспечения дисциплины.

2. Обновлена карта материально-технической базы дисциплины

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры математики и методики обучения математике
протокол № 7 от « 08 » мая 2019 г.

Заведующий кафедрой Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева
«16» мая 2019 г. Протокол № 8

Председатель С.В. Бортновский

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
КГПУ им. В.П. Астафьева
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ И ИНФОРМАТИКИ

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1.Место дисциплины в структуре образовательной программы

Рабочая программа по дисциплине «Алгебраические и геометрические структуры» составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (далее ФГОС ВО) по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль «Математика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 04 декабря 2015 г. № 1426 и профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», утвержденного приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 18 октября 2013 г. №544н.; нормативно-правовыми документами, регламентирующими образовательный процесс в КГПУ им. В.П. Астафьева по направленности (профилю) образовательной программы Математика, очной формы обучения в институте математики, физики и информатики КГПУ им. В.П. Астафьева с присвоением квалификации бакалавр. Данная дисциплина Б1.В.ДВ.05.02 «Алгебраические и геометрические структуры» включена в список дисциплин по выбору Вариативной части учебного плана по очной форме обучения в 5-6 семестрах (3 курс).

1.2. Общая трудоемкость дисциплины

Общий объем времени, отводимый на изучение дисциплины – 8 зачётных единицы или 288 часов. На аудиторную (контактную) работу отводится 142 часа, на самостоятельную работу – 110 часов, форма контроля знаний – экзамен (36 часов).

Предусмотрено построение индивидуальных планов, (виды и темы заданий, сроки представления результатов, самостоятельной работы студента в пределах трудоёмкости дисциплины).

Предполагается следующая работа студентов над освоением курса:

- освоение основных теоретических положений дисциплины;
- решение задач прикладной и исследовательской направленности;
- работа с литературой и первоисточниками;
- подготовка докладов и сообщений;
- практика создания GGB и GSP файлов в системах динамической математики GeoGebra и Живая математика;
- разработка компьютерного сопровождения отдельных тем курса;

1.3. Цель и задачи освоения дисциплины.

Главная **цель** освоения дисциплины – формирование у обучающихся общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций в ходе изучения важнейших теоретических положений дисциплины «Алгебраические и геометрические структуры», имеющих приложения к понимаемым в широком смысле школьным курсам алгебры и геометрии.

Основные задачи дисциплины:

- дать современное базовое теоретическое обоснование обязательных разделов курса, необходимых для формирования компетенций обучаемого;

- сформировать навыки активного применения информационных технологий и теоретических основ неевклидовых геометрий к решению математических и прикладных задач, в первую очередь задач школьного курса математики;
- ознакомить с основными концепциями и направлениями развития математики с целью последующей успешной адаптации к возможным изменениям формы и содержания действующих стандартов образования.
- сформировать уровень математической культуры, достаточный для осознанной ориентации в многообразии учебной литературы по школьному курсу математики;
- дать теоретические положения дополнительных разделов математических курсов, входящих в программы классов естественнонаучного профиля, элективных курсов и математических кружков;
- представить научные основы изучения чисел в школьной математике.

Достижение цели и задач изучения дисциплины обеспечивается также решением целого ряда **вспомогательных задач**, таких как:

- установление междисциплинарных связей с курсами информатики, геометрии и алгебры;
- использование современных образовательных технологий;
- формирование системы предметных знаний и умений;
- овладение методикой применения информационных технологий при обучении математике;
- активизация самостоятельной деятельности, включение в исследовательскую работу.

1.4. Основные модули и темы дисциплины

Модуль 1. *Числовые системы.*

Разделы модуля: 1) Системы натуральных, целых и рациональных чисел. 2) Система действительных чисел. 3) Система комплексных чисел. Кватернионы.

Темы модуля 1: Аксиомы Пеано. Доказательства по индукции. Аксиоматическое определение действий и отношения «меньше», свойства. Построение системы целых чисел и ее основные свойства. Построение системы рациональных чисел, свойства. 2. Аксиоматическое определение системы действительных чисел, свойства непрерывности. Представление действительного числа десятичной дробью. Система десятичных дробей. 3. Аксиоматическое определение системы комплексных чисел. Невозможность превращения поля комплексных чисел в упорядоченное поле. Кватернионы и их свойства. Представление числовых систем в виде алгебр с делением конечного ранга над полем действительных чисел.

Модуль 2. *Основания геометрии.*

Разделы модуля: 1) Общие вопросы аксиоматики, «Начала» Евклида. 2) Система аксиом Гильберта; 3) Система аксиом геометрии Лобачевского, непротиворечивость планиметрии Лобачевского.

Темы модуля 2: Аксиоматический метод. «Начала» Евклида. Система аксиом Гильберта евклидовой геометрии. Геометрия Лобачевского, непротиворечивость геометрии Лобачевского. Векторное обоснование евклидовой геометрии. Система аксиом Вейля, основные факты, непротиворечивость. Многомерные пространства в схеме Вейля. Арифметическая модель системы аксиом Вейля.

1.5. Планируемые результаты обучения.

В результате изучения дисциплины «Алгебраические и геометрические структуры» и решения отмеченных выше задач, обучающийся должен:

знать:

- знать аксиоматические определения числовых систем;
- основные свойства каждой числовой системы;
- об изоморфизме одноименных числовых систем.
- постулаты и основные аксиомы системы аксиом Евклида;
- основные аксиомы и группы аксиом Д. Гильберта евклидовой геометрии, простейшие следствия аксиоматики Д. Гильберта;
- требования к системам аксиом;
- аксиоматический метод построения геометрии;
- систему аксиом планиметрии Лобачевского;
- простейшие следствия планиметрии Лобачевского;
- векторное обоснование евклидовой геометрии в схеме Вейля;

уметь:

- доказывать основные свойства числовых систем;
- представлять рациональные и произвольные действительные числа в виде десятичных дробей;
- выполнять действия над конечными десятичными дробями;
- обосновывать непротиворечивость аксиоматической теории;
- обосновывать независимость аксиоматической теории;
- обосновывать полноту аксиоматической теории;
- выводить простейшие следствия системы аксиом Евклида;
- выводить простейшие следствия системы аксиом Лобачевского;
- доказывать непротиворечивость планиметрии Лобачевского;

владеть:

- техникой доказательств по индукции;
- научным обоснованием изучения чисел в школьной математике;
- навыками обоснования утверждений, эквивалентных пятому постулату
- навыками вывода простейших утверждений элементарной геометрии из аксиом, используемых в соответствующем школьном учебнике;
- навыками использования фактов планиметрии Лобачевского при решении задач элементарной геометрии;

Изучение дисциплины «Алгебраические и геометрические структуры» и решение отмеченных выше задач направлено на формирование следующих ***компетенций***:

Общекультурные компетенции:

ОК-3. Способностью использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве.

ОК-6. Способностью к самоорганизации и самообразованию.

Общепрофессиональные компетенции:

ОПК-1. Готовостью сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности

Профессиональные компетенции:

ПК-7. Способностью организовывать сотрудничество обучающихся, поддерживать активность и инициативность, самостоятельность обучающихся, развивать их творческие способности.

1.6. Контроль результатов освоения дисциплины.

- текущий контроль: проводится с целью реализации обратной связи, организации самостоятельной работы и текущей проверки усвоения модуля дисциплины. Методы контроля успеваемости: выполнение практических и лабораторных работ, посещение лекций, написание рефератов. Форма контроля: подготовка проектов, составление конспектов, презентаций, программ компьютерного сопровождения тем курса, их анализ;
- рубежный контроль: проводится между модулями с целью определения уровня освоения изученного материала через разработку и защиту проектов.
- итоговый контроль: зачёт и представление портфолио проводятся с целью оценки уровня овладения компетенциями в соответствии с ФГОС ВО.

Оценочные средства результатов освоения дисциплины, критерии оценки выполнения заданий представлены в разделе «Фонд оценочных средств по дисциплине».

1.7. Перечень образовательных технологий, используемых при освоении дисциплины.

1. Современное традиционное обучение (лекционно-семинарская-зачетная система) с использованием систем динамической математики.
2. Педагогические технологии на основе гуманно-личностной ориентации педагогического процесса:

а) педагогика сотрудничества;
б) гуманно-личностная технология.

3. Педагогические технологии на основе активизации и интенсификации деятельности обучащихся (активные методы обучения):

а) проблемное обучение;
б) технология проектного обучения;
в) интерактивные технологии;
г) информационные технологии.

4. Педагогические технологии на основе эффективности управления и организации учебного процесса:

а) технологии уровневой дифференциации;
б) технология дифференцированного обучения;
в) технологии индивидуализации обучения.

5. Педагогические технологии на основе дидактического усовершенствования и реконструирования материала:
а) технологии модульного обучения;
б) технологии интеграции в образовании.

2. Организационно-методические документы

2.1. Технологическая карта обучения дисциплине
«Алгебраические и геометрические структуры»
для обучающихся образовательной программы
Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование,
Направленность (профиль) образовательной программы Математика

по очной форме обучения
(общая трудоемкость 8 з.е.)

Модули. Разделы. Наименование тем разделов	Всего часов / з.е	Аудиторных часов				Самост. работа	Формы и методы контроля
		всего	лекций	лабор-х работ	практическ		
МОДУЛЬ 1. ЧИСЛОВЫЕ СИСТЕМЫ	**108 / 3 96+12**	**70**	**34**	**36**		**26**	**12**
Раздел №1 Натуральные, целые и рациональные числа	**42**	**28**	**14**	**14**		**14**	
1.1. Аксиоматическая теория натуральных чисел.	24	16	8	8		8	Домашняя контрольная
1.2. Аксиоматическая теория целых чисел.	12	8	4	4		4	
1.3. Аксиоматическая теория рациональных чисел.	6	4	2	2		2	Тестирование
Раздел №2 Аксиоматическая теория действительных чисел	**30**	**24**	**12**	**12**		**6**	
2.1. Непрерывное упорядоченное поле	10	8	4	4		2	
2.2. Упорядоченное поле десятичных дробей	10	8	4	4		2	
2.3. Различные определения системы действительных чисел и их эквивалентность	10	8	4	4		2	Индивидуальная самостоятельная работа
Раздел №3 Комплексные числа и кватернионы	**24**	**18**	**10**	**8**		**6**	
3.1. Система комплексных чисел	14	10	6	4		4	
3.2. Система кватернионов и алгебры с делением конечного ранга над полем действительных чисел	10	8	4	4		2	Итоговое собеседование
ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ							коллоквиум
МОДУЛЬ 2. ОСНОВАНИЯ ГЕОМЕТРИИ	**180 / 5**	**72**	**36**	**36**		**72**	**36 (экзамен)**
Раздел №1. Обоснование евклидовой геометрии	**72 / 2**	**36**	**18**	**18**		**36**	
1.1. О логическом построении геометрии. Требования к системе аксиом: непротиворечивость, независимость, полнота	12	6	2	4		6	Тестирование Самостоятельная работа Контрольная работа Итоговое собеседование
1.2. Попытка аксиоматического построения геометрии в Началах Евклида. Аксиомы и постулаты, простейшие следствия. Проблема пятого постулата.	18	10	6	4		8	Тестирование Самостоятельная работа
1.3. Развитие аксиоматического метода. Система аксиом Гильберта ев-	18	8	4	4		10	

клидовой геометрии. Аксиомы соединения и порядка, следствия.							
1.4. Аксиомы конгруэнтности и непрерывности. Абсолютная геометрия, теоремы о сумме углов треугольника. Аксиома параллельности. Простейшие следствия.	24	12	6	6		12	Контрольная работа Итоговое собеседование
Раздел №2. Геометрия Лобачевского.	**72 / 2**	**36**	**18**	**18**		**36**	
2.1. Планиметрия Лобачевского. Аксиома Лобачевского, первые следствия. Свойства параллельных и сверхпараллельных прямых.	10	6	4	4		8	Самостоятельная работа
2.2. Треугольники и четырехугольники на плоскости Лобачевского. Эквидистанта и орицикл.	12	6	6	6		6	Контрольная работа
2.3. Непротиворечивость системы аксиом Лобачевского. Модель Кэли-Клейна плоскости Лобачевского. Измерение отрезков и углов на модели Кели-Клейна. Угол параллельности.	14	8	4	4		12	Самостоятельная работа
2.4. Система аксиом Вейля аффинного и евклидова пространства, простейшие следствия.			4	4		10	Контрольная работа
ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ							Экзамен
Итого	**288 / 8**	**142**	**70**	**72**		**110**	**36**

2.2. Содержание основных разделов и тем дисциплины «Алгебраические и геометрические структуры»

Алгебра и геометрия являются одними из основных дисциплин школьного курса математики. Особенностью геометрии, например, является уникальное сочетание наглядности и логической последовательности построения математической теории. Никакая другая из изучаемых в школе дисциплин естественнонаучного цикла не обладает такими возможностями и не предъявляет к учащимся столь строгих требований. Этим объясняется значение геометрии в формировании мышления школьников и определяется место настоящего курса в основной образовательной программе подготовки учителя математики.

Курс «Алгебраические и геометрические структуры» в педагогическом университете должен обеспечить развитие у будущего преподавателя достаточно широкого взгляда на геометрию и вооружить его конкретными знаниями, дающими ему возможность преподавать алгебру и геометрию в средней школе и квалифицированно вести элективные курсы по этим дисциплинам. При составлении настоящей программы учитывалось, что достижению этой цели, помимо курса «Алгебраические и геометрические структуры», должны служить дисциплины по выбору, а также курс истории математики.

В структуре изучаемого курса выделены два модуля: модуль 1 – «Числовые системы» с тремя базовыми разделами: раздел №1 «Натуральные, целые и рациональные числа», раздел № 2 «Аксиоматическая теория действительных чисел» и раздел № 3 «Комплексные числа и кватернионы» и модуль 2 – «Основания геометрии» с двумя основными базовыми разделами: раздел №1 Обоснование евклидовой геометрии и раздел № 2 Геометрия Лобачевского.

При изучении первого *модуля* особое внимание уделяется превращению интуитивных знаний о числах в аксиоматическую теорию числовых систем, созданию научных основ школьного изучения чисел.

При изучении второго *модуля* особое внимание уделяется ликвидации пробелов в знаниях студентов по школьному курсу геометрии, в первую очередь в аксиоматическом обосновании школьного курса геометрии. Одна из задач модуля – систематизировать и углубить представления студентов о логическом построении курса, об основных геометрических фактах, изучаемых в школе, пополнить знания будущих учителей математики новыми фактами и методами, которые в школе не рассматриваются.

Раздел 1 посвящён обоснованию евклидовой геометрии на основе системы аксиом Д.Гильберта.

Задачи раздела:

1) сформировать у студентов полное представление об аксиоматическом построении любой теории, в частности геометрии;

2) познакомить студентов с требованиями, которые предъявляются системам аксиом математических теорий вообще и геометрических в частности;

3) на примере системы аксиом Д.Гильберта продемонстрировать проверку требований к системе аксиом.

Раздел 2 посвящен изучению неевклидовой геометрии, к которой относится геометрия Лобачевского, доказательству ее непротиворечивости. Приоритетное внимание уделяется тем его темам и разделам, которые имеют непосредственное отношение к школьному курсу геометрии.

Задачи раздела:

1) сформировать у студентов полное представление о системе аксиом, которые лежат в основе построения планиметрии Лобачевского, непосредственно об аксиоме Лобачевского, об аксиомах абсолютной геометрии;

2) познакомить студентов с простейшими следствиями системы аксиом планиметрии Лобачевского;

3) построить модель Кэли-Клейна плоскости Лобачевского, используя эту модель решить несколько задач элементарной геометрии.

Во всех разделах модуля предполагается активное использование таких системы динамической геометрии (СДГ) как «Живая геометрия» и «Живая математика» (русскоязычные версии американской программной среды «The Geometer's Sketchpad). Причем СДГ применяются не только для обучения основаниям геометрии и формирования у будущего учителя математика общекультурных и профессиональных компетенций, но и используются как средство, позволяющее студенту в будущем формировать у школьников менталитет математика-экспериментатора и математика-исследователя.

Приведем краткое содержание дисциплины «Алгебраические и геометрические структуры» по каждому модулю.

Модуль 1 Числовые системы

Раздел №1 модуля 1: *Натуральные, целые и рациональные числа*.

Аксиомы Пеано, определяющие натуральный ряд. Обоснование принципа полной математической индукции. Независимость аксиом Пеано. Определения и доказательства основных свойств сложения и умножения натуральных чисел. Отношение «меньше» и его свойства. Усиленный принцип полной математической индукции.

Аксиоматическое определение кольца целых чисел, его основные свойства. Построение кольца целых чисел на базе натуральных чисел.

Аксиоматическое определение поля рациональных чисел, его основные свойства. Представление рационального числа в виде периодической десятичной дроби. Построение поля рациональных чисел на базе целых чисел.

Раздел №2 модуля 1: *Аксиоматическая теория действительных чисел.*

Упорядоченные поля. Аксиомы непрерывности. Определение системы действительных чисел как непрерывного упорядоченного поля. Построение системы действительных чисел на базе десятичных дробей. Другие аксиоматические определения системы действительных чисел и их эквивалентность.

Раздел №3 модуля 1: *Комплексные числа и кватернионы.*

Аксиоматическое определение системы комплексных чисел, основные свойства. Построение системы комплексных чисел на базе действительных чисел. Невозможность превращения поля комплексных чисел в упорядоченное поле. Изоморфизм одноименных числовых систем.

Аксиоматическое определение тела кватернионов, его основные свойства. Двойные и дуальные числа. Теорема Фробениуса об алгебрах с делением конечног7о ранга над полем действительных чисел.

Модуль 2 Основания геометрии

Раздел №1. Обоснование евклидовой геометрии.

О логическом построении геометрии. Требования к системе аксиом: непротиворечивость, независимость, полнота.

Попытка аксиоматического построения геометрии в Началах Евклида. Аксиомы и постулаты, простейшие следствия. Проблема пятого постулата.

Развитие аксиоматического метода. Система аксиом Гильберта евклидовой геометрии. Аксиомы соединения и порядка, следствия.

Аксиомы конгруэнтности и непрерывности. Абсолютная геометрия, теоремы о сумме углов треугольника. Аксиома параллельности.

Раздел №2. Геометрия Лобачевского.

Геометрия Лобачевского. Аксиома Лобачевского, первые следствия. Свойства параллельных и сверхпараллельных прямых.

Треугольники и четырехугольники на плоскости Лобачевского. Эквидистанта и орицикл.

Непротиворечивость системы аксиом Лобачевского. Модель Кэли-Клейна плоскости Лобачевского. Измерение отрезков и углов на модели Кели-Клейна. Угол параллельности.

Система аксиом Вейля аффинного и евклидова пространства, простейшие следствия.

2.3. Методические и предметные рекомендации по освоению дисциплины.

Сформулируем основные рекомендации по освоению некоторых тем каждого модуля дисциплины «Алгебраические и геометрические структуры».

Модуль 1. Числовые системы.

Числа изучаются в школе и являются стержневой темой всей школьной математики. Аксиоматическое построение теории числовых систем является важнейшей частью фундамента всей математики. Аксиомы непрерывности системы действительных чисел составляют основу математического анализа. Аксиомы числовых систем важны в связи с изучением оснований геометрии, а также при использовании алгебраических методов в геометрии. Изложение программного материала дисциплины ведется на алгебраическом языке с использованием таких фундаментальных понятий алгебры как бинарная алгебраическая операция, группа, кольцо, поле, упорядоченное поле, алгебра над полем конечного ранга и так далее. Поскольку материал излагается на алгебраическом языке с привлечением основных алгебраических понятий, то необходимы соответствующие знания из курса алгебры. Общие требования к аксиоматическим теориям роднят данную дисциплину с математической логикой.

Модуль «Числовые системы» формирует у студентов умение правильно рассуждать, выстраивать логические цепочки содержательных выводов из аксиом. Привычные представления об операциях над числами получают строгое обоснование.

Учитель должен знать, о чем порой умалчивают школьные учебники, говоря о числах. Одновременно знание аксиоматического построения теории числовых систем поможет учителю излагать школьный материал на достаточно высоком научно-методическом уровне.

Материал модуля «Числовые системы» содержит необходимое обоснование многим фундаментальным знаниям из других дисциплин. Например, в нем дается обоснование доказательствам по индукции, строго доказываются привычные свойства чисел, исследуются аксиомы непрерывности, устанавливаются границы расширения числовых систем с сохранением определенных свойств.

Модуль 2. Основания геометрии.

После названия темы в скобках указаны страницы учебного пособия С.А. Анищенко «Лекции по геометрии», часть 3, где эта тема изложена подробно.

Тема 1: <u>Аксиоматический метод построения теории. Модель системы аксиом. Непротиворечивость. Критерий непротиворечивости</u> (стр. 4-5).

Опр1. Говорят, что теория Т построена на основе *аксиоматического метода*, если: 1) Перечислены (без определения) *основные понятия* теории Т (например, точка, прямая, плоскость, принадлежность и т.д. в случае, когда Т – евклидово пространство). 2) Сформулированы *аксиомы* A_1, A_2, …, A_n, обозначим их $\sum$, в которых сообщены некоторые свойства основных понятий необходимые для построения теории Т. 3) *Все понятия* теории Т, не являющиеся основными, определенны через основные или понятия ранее определенные (например, треугольник, окружность, куб и т.д.). 4) *Все предложения* (утверждения, теоремы), не являющиеся аксиомами, доказаны на основе аксиом и ранее доказанных предложений (например, теорема Пифагора и т.д.).

Опр2. Говорят, что на базе некоторой теории T_0 построена *модель М системы аксиом* $\sum=\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ теории Т, если в теории T_0 удалось придать конкретный смысл основным понятиям теории Т так, что все аксиомы $\sum$ оказались выполненными.

Пример. Связка прямых и плоскостей евклидова пространства является моделью проективной плоскости: точка модели – прямая связки, прямая модели – плоскость связки.

Опр3. Система аксиом $\sum$, состоящая из аксиом $A_1, A_2, \ldots, A_n$, *непротиворечива*, если из этой системы аксиом нельзя вывести два противоречащих друг другу утверждения.

Критерий непротиворечивости. Система аксиом $\sum$ непротиворечива, если существует модель этой системы, построенная на базе некоторой непротиворечивой теории T_0.

Доказательство. Если предположить противное, то в теории T_0, на базе которой построена модель М, можно вывести два противоречащих друг другу утверждения.

Тема 2: Независимость системы аксиом. Критерий независимости, доказательство (стр. 4)**.**

Опр1. Система аксиом называется *независимой,* если ни одну из аксиом этой системы нельзя вывести из остальных аксиом как теорему.

Пример: Аксиомы инцидентности P_1, P_2 и размерности P_3 проективной плоскости.

Критерий независимости. Система аксиом независима, если для любой её аксиомы новая система, полученная заменой в данной системе этой аксиомы на её логическое отрицание, будет непротиворечивой.

Доказательство. Рассмотрим произвольную аксиому A_i. Новую систему аксиом полученную из системы $\sum$ заменой аксиомы A_i на её логическое отрицание $\overline{A_i}$ обозначим через $\Sigma_i = \{A_1, A_2, .., A_{i-1}, \overline{A_i}, A_{i+1},.., A_n\}$. Предположим противное, т.е. пусть A_i выводима из остальных аксиом $\sum$ как теорема. В этом случае из аксиом Σ_i можно вывести как аксиому A_i (ведь аксиомы $\{A_1, A_2, \ldots, A_{i-1}, A_{i+1},.. A_n\}$, из которых по нашему предположению можно вывести A_i, содержатся в Σ_i), так и её отрицание (аксиома $\overline{A_i}$ просто находится в списке аксиом Σ_i). Это противоречит непротиворечивости Σ_i.

Тема 3: Полнота системы аксиом. Критерий полноты, доказательство критерия (стр. 5).

Опр1. Две модели называются *изоморфными*, если между её одноимёнными объектами установлены взаимнооднозначные соответствия, сохраняющие соответствующие отношения.

Опр2. Система аксиом $\sum$ называется *полной*, если к ней нельзя добавить ни одной аксиомы, которая:

в объединении с $\sum$ даёт непротиворечивую систему аксиом;

независима от аксиом $\sum$, т.е. ее нельзя вывести как теорему из аксиом системы $\sum$.

Критерий полноты. Система аксиом $\sum$ полная, если все её модели изоморфны.

Доказательство. Предположим, что все модели системы аксиом $\sum$ изоморфны, но $\sum$ не является полной. Тогда существует аксиома А, для которой выполняются 1) и 2). Из 1) следует, что для $\sum$ в объединении с А существует модель M_1. Из 2) и из критерия независимости аксиомы А от $\sum$ следует, что для системы аксиом, представляющей собой объединение $\sum$ и логического отрицания А, существует модель M_2. Очевидно, что эти две модели являются моделями системы аксиом $\sum$, так как $\sum$ является частью обеих объединённых систем аксиом. Но эти модели очевидно не изоморфны, так как в модели M_1 выполняется аксиома А, а в модели M_2 - логическое отрицание А. Полученное противоречие завершает доказательство критерия.

Тема 4: «Начала» Евклида. Аксиоматический метод в «Началах». Терема о равенстве углов при основании равнобедренного треугольника (стр. 5-12).

Перечислить некоторые определения, с которых начинается каждая из 13 книг (точка, линия, концы линии, прямая, поверхность, концы поверхности, плоская поверхность, плоский угол, прямолинейный угол, прямой угол и т.д.). *Перечислить постулаты и некоторые аксиомы* (постулаты: единственная прямая через две точки, ограниченную прямую можно продолжить непрерывно, можно построить окружность всяким радиусом, все прямые углы равны; если прямая, падающая на две прямые, образует внутренние и по одну сторону углы, меньшие двух прямых, то продолженные эти две прямые неограниченно встретятся с той стороны, где углы меньше двух прямых).

Доказать теорему о равенстве углов при основании равнобедренного треугольника.

Тема 5: Аксиомы соединения (принадлежности) Д. Гильберта. Теорема о том, что каждая плоскость содержит, по крайней мере, три неколлинеарные точки (стр. 13-15).

Сформулировать 8 аксиом соединения системы аксиом Д. Гильберта (1. Для любых двух точек существует прямая, содержащая каждую из них; 2. Для любых двух точек существует не более одной прямой, содержащей их; 3. На любой прямой существуют, по крайней мере, две точки. Существуют, по крайней мере, три неколлинеарные точки; 4. Для любых трёх неколлинеарных точек существует плоскость, содержащая их. Для любой плоскости существует принадлежащая ей точка; 5. Для любых трёх неколлинеарных точек существует не более одной плоскости, содержащей их; 6. Если две точки прямой лежат в плоскости, то и все точки прямой лежат в этой плоскости; 7. Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют по крайней мере ещё одну общую точку; 8. Существуют по крайней мере четыре точки, не лежащие в одной плоскости). Обосновать непротиворечивость группы аксиом соединения.

Доказать теорему о том, что каждой плоскости принадлежит по крайней мере три неколлинеарные точки.

Тема 6:Аксиомы порядка Д. Гильберта. Теорема о том, что прямая не может пересекать три стороны треугольника во внутренних точках сторон (стр. 15-18).

Сформулировать 4 аксиомы порядка (1. Если точка В лежит между точками А и С, то эти точки – три различные точки прямой, причём В лежит между С и А; 2. Для любых двух точек А и В на прямой АВ существует по крайней мере одна точка С такая, что точка В лежит между А и С; 3. Среди любых трёх точек прямой существует не более одной точки, лежащей между двумя другими; 4. Если прямая лежит в плоскости треугольника, не проходит через его вершины и пересекает одну из его сторон, то она пересекает ещё одну его сторону).

Доказать теорему о том, что прямая не может пересекать три стороны треугольника во внутренних точках сторон.

Тема 7: Аксиомы конгруэнтности и непрерывности Д. Гильберта. Доказательство первого признака равенства треугольников. Теоремы Лежандра (формулировки)**.** (стр. 20-27).

*Сформулировать 5 аксиом конгруэнтности (*1. На любом луче от его начала можно отложить отрезок, равный данному; 2. Если два отрезка равны третьему, то первый равен второму; 3. Пусть АВ и ВС – два отрезка одной прямой, не имеющие общих внутренних точек, DE и EF два отрезка одной прямой, также не имеющие общих внутренних точек. Если при этом АВ=DE и ВС=EF, то АС=DF; 4. В заданную полуплоскость относительно прямой, содержащей заданный луч, можно отложить и притом единственный угол равный данному; 5. Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то и вторая пара соответсвенных углов треугольника равны между собой).

*Доказать теорему (*первый признак равенства треугольников, стр. 20).

Сформулировать 2 аксиомы непрерывности (1. Для любых двух отрезков можно столько раз отложить один из них, что получится отрезок, превышающий второй; 2. Если имеется бесконечная последовательность вложенных друг в друга стягивающихся отрезков, то существует точка, лежащая внутри всех отрезков последовательности).

Сформулировать теоремы Лежандра (Первая: сумма внутренних углов любого треугольника не превышает двух прямых углов. Вторая: Если сумма внутренних углов одного треугольника равна двум прямым, то сумма внутренних углов любого другого треугольника равна двум прямым).

Тема 8: Аксиома параллельности системы аксиом Д. Гильберта. Теорема об эквивалентности аксиомы параллельности и пятого постулата**.** (стр. 29-30).

Сформулировать аксиому параллельности (Даны прямая и не принадлежащая ей точка. В плоскости, определяемой этой точкой и прямой, существует не более одной прямой, проходящей через эту точку и параллельной данной прямой).

Доказать лемму о том, что если две параллельные прямые пересечены третьей прямой, то соответствующие углы равны.

Опр.: Два утверждения A и B называются *эквивалентными* относительно некоторой системы аксиом, если из этой системы аксиом и A можно вывести B и, наоборот, из этой системы аксиом и B можно вывести A.

Доказать теорему о том, аксиома параллельности и пятый постулат эквивалентны относительно аксиом абсолютной геометрии. Под *абсолютной геометрией* понимается теория, которая строится на основе первых четырех групп аксиом Гильберта, т.е. всех аксиом за исключением аксиомы параллельности.

Тема 9: Система аксиом плоскости Лобачевского. Параллельность прямых и угол параллельности. Теорема о том, что если прямая параллельна другой прямой в некоторой точке, то она параллельна ей в этом же направлении и в любой другой точке. (стр. 36-39).

Сформулировать аксиому Лобачевского (Существуют прямая и точка, ей не принадлежащая, что через эту точку проходит не менее двух прямых, не пересекающих данную прямую и лежащих с ней в одной плоскости).

Определить параллельные прямые (прямая AB параллельна прямой CD в точке A и в направлении от C к D, если, во-первых, AB и CD не имеют общих точек (критерий непересечения) и, во-вторых, любой луч с началом в точке A и лежащий внутри угла CAB пересекает прямую CD (критерий угла)) *и угол параллельности* (если прямая AB параллельна CD в точке A и в направлении от C к D, причём C – ортогональная проекция A на CD, угол CAB называется углом параллельности прямой AB в точке A). *Доказать теорему* о том, если прямая параллельна другой прямой в некоторой точке в некотором направлении, то она параллельна ей в этом же направлении и в любой другой своей точке (стр. 38-39).

Тема 10: Сумма внутренних углов треугольника и четырехугольника на плоскости Лобачевского. Теорема о равенстве треугольников по трем углам. (стр. 39-40).

Используя теоремы Лежандра (и теорему о том, что если сумма внутренних углов любого треугольника равна 180^{o}, то выполняется аксиома параллельности), обосновать следующие два утверждения:

сумма внутренних углов любого треугольника на плоскости Лобачевского меньше двух прямых углов, и

сумма внутренних углов любого четырёхугольника с непересекающимися противоположными сторонами меньше четырёх прямых углов.

Доказать теорему о том, что треугольники равны по трём углам (четвертый признак равенства треугольников на плоскости Лобачевского).

Тема 11: Параллельные и сверхпараллельные (расходящиеся) прямые на плоскости Лобачевского, свойства. Теорема о сверхпараллельности двух прямых, имеющих равные внутренние накрест лежащие углы при пересечении их третьей прямой. (40-50).

Определить параллельность прямых на плоскости Лобачевского.

Доказать теорему о том, что если прямая a параллельна c в некотором направлении, то и прямая c параллельна a в том же направлении.

Дать определение сверхпараллельных прямых и *доказать теорему* о том, что если при пересечении двух прямых третьей внутренние накрест лежащие (или соответственные) углы равны, то две данные прямые сверхпараллельны (стр 42). *Дать определение* эквидистанты (линия равных расстояний или траектория точки относительно пучка сверхпараллельных прямых) и орицикла (траектория точки относительно пучка параллельных прямых). Сформулировать некоторые свойства этих линий.

Тема 12: Модель Кэли-Клейна плоскости Лобачевского. Проверка аксиом соединения (принадлежности) и аксиомы Лобачевского. Расстояние между точками, величина угла, угол параллельности (51-63).

Построить модель Кэли-Клейна плоскости Лобачевского. Проверить некоторые аксиомы плоскости Лобачевского, например, аксиомы принадлежности и аксиому Лобачевского. *Знать* о том, что угол параллельности α удовлетворяет следующей зависимости

$$e^{-\frac{x}{2}} = \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2},$$ где x – расстояние от точки до прямой

3. Компоненты мониторинга учебных достижений

3.1. Технологическая карта рейтинга дисциплины «Алгебраические и геометрические структуры»

Модуль 1

Наименование модуля	Направление подготовки и уровень образования (бакалавриат, магистратура, аспирантура) Наименование программы/ профиля	Количество зачетных единиц/кредитов
Числовые системы	Направление подготовки: Педагогическое образование Уровень образования: Бакалавриат	3 з.е.
Смежные дисциплины по учебному плану		
Предшествующие: курсы алгебры и геометрии		
Последующие: дополнительные главы математического анализа		

РАЗДЕЛ № 1			
Наименование раздела:	Форма работы	Количество баллов 25 %	
		min	max
	Самостоятельная работа	**5**	**10**
	Контрольная работа	**10**	**15**
Итого		**15**	**25**

РАЗДЕЛ № 2			
Наименование раздела:	Форма работы	Количество баллов 25 %	
		min	max
	Индивидуальные задания	**15**	**25**
Итого		**15**	**25**

ИТОГОВЫЙ РАЗДЕЛ			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 50 %	
		min	max
Итоговый рейтинг-контроль	Коллоквиум	**30**	**50**
Итого		**30**	**50**

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ РАЗДЕЛ			
Раздел/ Тема	Форма работы	Количество баллов	
		min	max
Раздел №1	Разработка GGB-файлов	0	10
Итого		**0**	**10**
Общее количество баллов по модулю (по итогам изучения всех разделов, без учета дополнительного раздела)		min	max
		60	**100**

Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:

50 баллов – допуск к коллоквиуму;

60–72 – удовлетворительно

73–86 – хорошо; 87–100 – отлично

Модуль 2

Наименование модуля	Направление подготовки и уровень образования (бакалавриат, магистратура, аспирантура) Наименование программы/ профиля	Количество зачетных единиц/кредитов
Основания геометрии	Направление подготовки: Педагогическое образование Уровень образования: Бакалавриат	3,5 з.е.
Смежные дисциплины по учебному плану		
Предшествующие: курсы алгебры и геометрии		
Последующие: Дополнительные главы математического анализа		

РАЗДЕЛ № 1			
Наименование раздела: Обоснование евклидовой геометрии	Форма работы	Количество баллов 25 %	
		min	max
Текущая работа	Самостоятельная работа	**3**	**5**
	Контрольная работа	**5**	**8**
	Индивидуальное домашнее задание	**7**	**12**
Итого		**15**	**25**

РАЗДЕЛ № 2			
Наименование раздела: Геометрия Лобачевского	Форма работы	Количество баллов 25 %	
		min	max
Текущая работа	Самостоятельная работа	**3**	**5**
	Контрольная работа	**5**	**8**
	Индивидуальное аудиторное задание	**7**	**12**
Итого		**15**	**25**

Итоговый раздел			
	Форма работы	Количество баллов 50 %	
		min	max
Итоговый рейтинг-контроль	Экзамен	**30**	**50**
Итого		**30**	**50**

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ РАЗДЕЛ			
Базовый раздел/ Тема	Форма работы	Количество баллов	
		min	max
Базовый раздел №3 Тема № 1	Разработка GSP-файла	0	10
Итого		**0**	**10**
Общее количество баллов по модулю (по итогам изучения всех разделов, без учета дополнительного раздела)		min	max
		60	**100**

Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:

50 баллов – допуск к экзамену;

60–72 – удовлетворительно

73–86 – хорошо; 87–100 – отлично

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева

Институт математики, физики, информатики

Кафедра-разработчик: Алгебры, геометрии и методики их преподавания

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
Протокол № 9
от «3» мая 2018
Зав. каф. АГиМП
_________________Майер В.Р.

ОДОБРЕНО
на заседании научно-методического совета специальности (направления подготовки)
Протокол № ___8____
От 23 мая 2018
Председатель НМС С.В. Бортновский

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
Для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине
АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы
Математика
квалификация (степень): Бакалавр
Форма обучения: очная

Составитель Майер В.Р., профессор.

Красноярск 2018

ЭКСПЕРТНОЕ ЗАКЛЮЧЕНИЕ НА ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Представленный фонд оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации соответствует требованиям ФГОС ВО и профессиональным стандартам Педагог (профессиональная деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель), утвержденным приказом Минтруда России от 18.10.2013 N 544н.

Предлагаемые формы и средства аттестации адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование, направленность (профили) образовательной программы Математика и информатика, квалификация (степень): бакалавр, форма обучения: очная.

Оценочные средства и критерии оценивания представлены в полном объеме. Формы оценочных средств, включенных в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС, установленных в Положении о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой (государственной итоговой) аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре – в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева», утвержденного приказом ректора № 297 (п) от 28.04.2018.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки по указанной программе.

Эксперт-работодатель,
директор МАОУ гимназия №14
«Экономики, управления и права» Шуляк Н.В.

27.04.2018

1. Назначение фонда оценочных средств

1.1. **Целью** создания фонда оценочных средств дисциплины «Алгебраические и геометрические структуры» является установление соответствия учебных достижений запланированным результатам обучения и требованиям основной профессиональной образовательной программы, рабочей программы дисциплины.

1.2. Фонд оценочных средств по дисциплине «Алгебраические и геометрические структуры» решает следующие **задачи**:

– управление процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений, навыков и формирования компетенций, определенных в образовательных стандартах по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль Математика;

– управление процессом достижения реализации образовательных программ, определенных в виде набора компетенций выпускников;

– оценка достижений обучающихся в процессе изучения дисциплины «Дополнительные главы алгебры и геометрии», с определением положительных / отрицательных результатов и планирование предупреждающих / корректирующих мероприятий;

– обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс университета;

– совершенствование самоподготовки и самоконтроля обучающихся.

1.3. Фонд оценочных средств разработан на основании нормативных **документов**:

- федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, квалификация (степень) Бакалавр.

-образовательной программы высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, квалификация (степень) Бакалавр.

- Положения о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева» и его филиалах.

2. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе изучения дисциплины

2.1. Перечень компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины «Алгебраические и геометрические структуры»:

Общекультурные компетенции:

ОК-3. Способностью использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве.

ОК-6. Способностью к самоорганизации и самообразованию.

Общепрофессиональные компетенции:

ОПК-1. Готовостью сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности

Профессиональные компетенции:

ПК-7. Способностью организовывать сотрудничество обучающихся, поддерживать активность и инициативность, самостоятельность обучающихся, развивать их творческие способности.

Компетенции	**Дисциплины, участвующие в формировании компетенции**	**Тип контроля**	**Оценочное средство/КИМ**	
			номер	**форма**
ОК-3 «способностью использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве»	Общекультурные основы профессиональной деятельности, информационная культура и технологии в образовании, естественнонаучная картина мира, основы математической обработки информации, физика, информатика, математическая логика, геометрия, алгебра, элементарная математика, теоретические основы информатики, математическая физика, информационные системы и сети, информационные и коммуникационные технологии в образовании, профильное исследование в области математики, элементарная алгебра, элементарная геометрия, информационные технологии в математике, дискретная математика, исследование операций, защита информации, дополнительные главы математического анализа, основания геометрии, история математики, ифференциальная геометрия, числовые системы, основы искусственного интеллекта, практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, в том числе первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности, практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деят, подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена, подготовка к защите и защита выпускной квалификационной работы, педагогическая практика интерна, методика обучения математике, методика обучения информатике.	Текущий контроль Промежуточная аттестация	3, 4 2 1 5 6	Контрольная раб Самостоятельная раб. Индив дом работа коллоквиум
ОК-6 «Способностью к самоорганизации и самообразованию»	Философия, социология, культурология, психология, основы учебной деятельности студента, математика, физика, математический анализ и элементы теории функций, алгебра, элементарная математика, теория функций действительного переменного, профильное исследование в области математики, профильное исследование в области информатики, элементарная алгебра, информационные технологии в математике, основания геометрии, история математики, дифференциальная геометрия, классное руководство, практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности (производственная практика), подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена, подготовка к защите и защита выпускной квалификационной работы, педагогическая практика интерна, социальные основы профилактики экстремизма и зависимых форм поведения в молодёжной среде	Текущий контроль Промежуточная аттестация	5, 4 1, 2 3 6	Самостоятельная раб. Контрольная раб Индив дом работа экзамен
ОПК-1 «готовностью сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности»	Общекультурные основы профессиональной деятельности, Социология, психология, математика, физика, теория вероятностей и математическая статистика, математическая логика, геометрия, математический анализ и элементы теории функций, алгебра, элементарная математика, языки и методы программирования, информационные системы и сети, информационные и коммуникационные технологии в образовании, теория функций действительного переменного, основы теории функций комплексного переменного, архитектура профессионального компьютера и операционные системы, профильное исследование в области математики, элементарная алгебра, элементарная геометрия, информационные технологии в математике, дискретная математика, компьютерное моделирование, исследование операций, защита информации, организация исследовательской деятельности школьников, дифференциальные уравнения, основания геометрии, история математики, дифференциальная геометрия, числовые системы, основы искусственного интеллекта, история информатики, компьютерная графика, открытые программные средства в школьном курсе информатики, инновационные процессы в профильном образовании, профессиональная деятельность	Текущий контроль Промежуточная аттестация	3, 4 2,5 1 3 2	Контрольная раб Самостоятельная раб. Контрольная раб Индив дом работа Коллоквиум

	учителя информатики, классное руководство, практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, в том числе первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности, практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности, преддипломная практика, подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена, подготовка к защите и защита выпускной квалификационной работы, педагогическая практика интерна, методика обучения математике, методика обучения информатике.			
ПК-7 «Способностью организовывать сотрудничество обучающихся, поддерживать активность и инициативность, самостоятельность обучающихся, развивать их творческие способности»	Психология, педагогика, физика, теория вероятностей и математическая статистика, математическая логика, геометрия, элементарная математика, теоретические основы информатики, информационные системы и сети, архитектура профессионального компьютера и операционные системы, элементарная алгебра, информационные технологии в математике, дискретная математика, исследование операций, защита информации, организация исследовательской деятельности школьников, основания геометрии, история математики, дифференциальная геометрия, числовые системы, основы искусственного интеллекта, история информатики, современные средства оценивания результатов обучения, практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, в том числе первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности, практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности, преддипломная практика, подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена, подготовка к защите и защита выпускной квалификационной работы, педагогическая практика интерна, методика обучения математике, методика обучения информатике.	Текущий контроль Промежуточная аттестация	1,2,5 1,2,3 1 1 2	Контрольная раб Самостоятельная раб. Контрольная раб коллоквиум Экзамен

3. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации

3.1. Фонды оценочных средств включают: вопросы к экзамену (коллоквиуму), вопросы к зачету с оценкой.

3.2. Оценочные средства

3.2.1.

Критерии оценивания по оценочному средству <u>1 – вопросы к экзамену (коллоквиуму)</u>

Формируемые компетенции	Продвинутый уровень сформированности компетенций	Базовый уровень сформированности компетенций	Пороговый уровень сформированности компетенций
	(87 - 100 баллов) отлично/зачтено	(73 - 86 баллов) хорошо/зачтено	(60 - 72 баллов)* удовлетворительно /зачтено
ОК-3. Способностью использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	Способен на высоком уровне использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	Способен на среднем уровне использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве.	Способен на удовлетворительном уровне использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве.
ОК-6. Способностью к самоорганизации и самообразованию	Способен на высоком уровне к самоорганизации и самообразованию	Способен на среднем уровне к самоорганизации и самообразованию	Способен на удовлетворительном уровне к самоорганизации и самообразованию
ОПК-1. Готовностью сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности	Готов на высоком уровне сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности	Готов на среднем уровне сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности	Готов на удовлетворительном уровне сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности
ПК-7 Способностью организовывать	Способен на высоком уровне организовывать	Способен на среднем уровне организовывать	Способен на удовлетворительном уровне организовывать

сотрудничество обучающихся, поддерживать активность и инициативность, самостоятельность обучающихся, развивать их творческие способности	сотрудничество обучающихся, поддерживать активность и инициативность, самостоятельность обучающихся, развивать их творческие способности.	сотрудничество обучающихся, поддерживать активность и инициативность, самостоятельность обучающихся, развивать их творческие способности.	низовывать сотрудничество обучающихся, поддерживать активность и инициативность, самостоятельность обучающихся, развивать их творческие способности.

*Менее 60 баллов – компетенция не сформирована

4. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости

4.1. Фонды оценочных средств включают: тексты контрольных (самостоятельных) работ, индивидуальные домашние задания.

4.2. Оценочные средства

4.2.1. Оценочное средство «Контрольная (самостоятельная) работа»,

1. Критерии оценивания по оценочному средству 3 – контрольной (самостоятельной) работе

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Выполнены все задания контрольной работы, обучающийся опирался на теоретические знания и умения решать исследовательские задачи по геометрии с использованием Живой математики.	5-8
Обосновывает основные положения каждого этапа решения задач контрольной работы	3-5
Аргументирует результат, проверяет верность найденного решения задач контрольной работы	2-4
Решение контрольной работы сопровождает (при необходимости) верными и наглядными чертежами	2-3
Максимальный балл (в зависимости от степени сложности заданий)	12-20

2. Критерии оценивания по оценочному средству 4 – индивидуальные домашние задания.

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Выполнены все задачи индивидуального задания, в том числе, связанные с построением динамических чертежей в среде Живая математика	3-6
Динамические чертежи сопровождены текстовыми комментариями, обосновывающими основные этапы решения задачи	3-4
Аргументирует основные выкладки, предлагает иные варианты решения задач индивидуальной домашней работы	2-3
Формулирует задания, аналогичные заданиям индивидуальной домашней работы	1-2
Максимальный балл (в зависимости от степени сложности заданий)	9-15

5. Оценочные средства (контрольно-измерительные материалы)

МОДУЛЬ 1 «Числовые системы»
(контрольно измерительные материалы)

Оценочное средство №1

Вопросы к коллоквиуму

1. Определение натурального ряда, независимость аксиом Пеано. Доказательство принципа полной математической индукции.
2. Определение сложения натуральных чисел, доказательство существования и единственности сложения.
3. Основные свойства сложения и умножения натуральных чисел. (3 свойства доказать).
4. Вспомогательные свойства, позволяющие ввести отношение «меньше» для натуральных чисел.
5. Определение отношения «меньше» для натуральных чисел, его основные свойства.
6. Определение отношения «меньше» для натуральных чисел, доказательство существования наибольшего числа для ограниченного сверху множества натуральных чисел. Линейно упорядоченное множество натуральных чисел вполне упорядочено.
7. Доказательство существования наименьшего числа для непустого множества натуральных чисел. Усиленный принцип полной математической индукции.
8. Определение системы целых чисел. Основные свойства: свойство нуля, правила знаков, коммутативность умножения целых чисел. Отсутствие делителей нуля.
9. Непротиворечивость теории целых чисел.
10. Определение системы рациональных чисел. Представление рационального числа десятичной дробью.
11. Определение системы действительных чисел. Включение Q в R. Существование и единственность целой части действительного числа.
12. Целая часть действительного числа. Представление действительных чисел десятичными дробями.
13. Линейно упорядоченное множество десятичных дробей. Конечные десятичные дроби. Свойство усиленной плотности.
14. Последовательность стягивающихся отрезков. Определение сложения и умножения десятичных дробей.
15. Свойство слабой монотонности сложения. Доказательство свойств сложения и умножения десятичных дробей.
16. Различные определения системы действительных чисел и их эквивалентность.
17. Определение системы комплексных чисел. Непротиворечивость теории комплексных чисел. Основные свойства поля комплексных чисел.
18. Кватернионы. Группа кватернионов.
19. Теорема Фробениуса.
20. Изоморфизм одноименных числовых систем.

Оценочное средство №2:

Домашняя контрольная работа «30 задач на индукцию»

Подобрать и решить 30 задач на доказательства методом полной математической индукции по следующим темам:

1. Доказательства равенств.
2. Доказательства неравенств.
3. Доказательства делимости.
4. Доказательство формулы общего члена рекуррентной последовательности.
5. Доказательство геометрических утверждений.

Примерный перечень задач

1. Доказательство равенств

1) Докажите, что сумма первых n натуральных чисел равна $\dfrac{n(n+1)}{2}$.

2) Докажите, что сумма квадратов первых n натуральных чисел равна $\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

3) Докажите, что $\dfrac{1}{1\cdot 5}+\dfrac{2}{5\cdot 9}+\ldots+\dfrac{1}{(4n-3)(4n+1)}=\dfrac{n}{4n+1}$.

4) Докажите, что $5+45+325+\ldots+(4n+1)\cdot 5^{n-1}=n\cdot 5^n$.

5) Докажите, что

$(a_1+a_2+\ldots+a_n)^2=a_1^2+a_2^2+\ldots+a_n^2+2a_1a_2+2a_1a_3+\ldots+2a_{n-1}a_n$

6) Докажите тождества

$$\frac{x}{1-x^2}+\frac{x^2}{1-x^4}+\frac{x^4}{1-x^8}+\ldots+\frac{x^{2^{n-1}}}{1-x^{2^n}}=\frac{1}{1-x}\cdot\frac{x-x^{2^n}}{1-x^{2^n}};$$

$$(1+x)(1+x^2)(1+x^4)\ldots(1+x^{2^{n-1}})=1+x^2+x^3+\ldots+x^{2^n-1}.$$

7) Найдите и докажите формулы:

$$\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}^k,\quad \begin{pmatrix}\alpha&0&0&0\\0&\alpha&0&0\\0&0&\alpha&0\\0&0&0&\alpha\end{pmatrix}^k,\quad \begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&1&1&1\end{pmatrix}^k,\quad \begin{pmatrix}0&1&0&0&\ldots&0\\0&0&1&0&\ldots&0\\0&0&0&1&\ldots&0\\ \ldots&\ldots&\ldots&\ldots&\ldots&\ldots\\0&0&0&0&\ldots&0\end{pmatrix}^k.$$

2. Доказательство неравенств

Докажите неравенства: 1) $5^n>7n-3$ при любом натуральном n;

2) $2^n-1>n(n+1)$ при любом натуральном $n\ge 7$;

3) $3^n\ge 2^n+n$ при любом натуральном n;

4) $4^n\ge 3^n+n^2$ при любом натуральном n;

5) $4^n>3^n+2^n+n$ при $n\ge 2$; 6) $\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{1}{n+2}+\ldots+\dfrac{1}{3n+1}>1$

7) $\dfrac{(2n)!}{(n!)^2}>\dfrac{4^n}{n+1}$; 8) $|\sin n\alpha|\le n|\sin\alpha|$;

9) $x^n+x^{n-2}+x^{n-4}+\ldots+\dfrac{1}{x^{n-4}}+\dfrac{1}{x^{n-2}}+\dfrac{1}{x^n}\ge n+1$.

10) $\sqrt{n}<1+\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\ldots+\dfrac{1}{\sqrt{n}}<2\sqrt{n}$, $n>1$.

3. Доказательство делимости

Докажите, что для любого натурального числа n:

1) $6^{2n-1}+1\,\vdots\,7$; 2) $7^n+3n-1\,\vdots\,9$; 3) $7^{n+2}+8^{2n+1}\,\vdots\,57$; 4) $4^n+15n-1\,\vdots\,9$; 5) $5^n-3^n+2n\,\vdots\,4$; 6) $6^{2n}+19^n-2^{n+1}$ кратно 17.

4. Доказательство формулы общего члена последовательности, заданной рекуррентно

1) Дано: $a_1=4$, $a_{n+1}=3a_n-2$. Докажите, что $a_n=3^n+1$.

2) Дано: $a_1 = 1$, $a_2 = 9$, $a_{n+2} = 9a_{n+1} - 20a_n$. Докажите, что $a_n = 5^n - 4^n$.

3) Дано: $a_1 = 3$, $a_2 = 15$, $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 4a_n$. Докажите, что $a_n = 4^n - 1$.

4) Дано: $a_1 = 29$, $a_2 = 85$, $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n$. Докажите, что $a_n = 2^n + 3^{n+2}$.

5) Последовательность Фибоначчи задана рекуррентно: $a_0 = 0$, $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_{n-1} + a_n$. Докажите, что: $a)$ $a_1 + a_3 + \ldots + a_{2n+1} = a_{2n+2}$, $b)$ $1 + a_2 + a_4 + \ldots + a_{2n} = a_{2n+1}$.

6) Последовательность задана рекуррентно: $a_1 = 5$, $a_2 = 7$, $a_{n+1} - 2a_n + a_{n-1} = 0$. Выразите a_n через n.

7) Последовательность задана рекуррентным соотношением $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 4a_n$ с начальными значениями $a_1 = 3$, $a_2 = 15$. Докажите, что: $a)$ все члены последовательности делятся на 3;
$b)$ все члены последовательности с четными номерами делятся на 5.

5. Доказательства по индукции в геометрии

1) На сколько частей разделят плоскость n прямых плоскости, проходящих через одну точку?
2) На сколько интервалов разделят прямую n ее точек?
3) Докажите, что n плоскостей пространства, из которых каждые три пересекаются и никакие четыре не имеют общей точки, делят пространство на $\frac{(n-1)n(n+1)}{6} + n + 1$ частей.
4) В плоскости проведено n окружностей так, что каждые две из них пересекаются в двух точках и никакие три не имеют общей точки. Докажите, что при этом плоскость разбивается на $n^2 - n + 2$ частей.
5) Докажите, что сторона правильного 2^n-угольника выражается через радиус R описанной окружности выражается формулой: $a_n = R\sqrt{2 - \underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \ldots + \sqrt{2}}}}_{n}}$.
6) На сколько треугольников n-угольник может быть разбит своими непересекающимися диагоналями?
7) Докажите, что сумма внутренних углов выпуклого n-угольника равна $2d(n-2)$.

Используемые источники:
1. М.Л.Галицкий, М.М.Мошкович, С.И.Шварцбурд, Углубленное изучение курса алгебры и математического анализа. М.: «Просвещение», 1990.
2. Н.Я.Виленкин, Г.С.Сурвилло, Ф.С.Симонов, А.И.Кудрявцев Алгебра 9. М.: «Просвещение», 1998.
3. М.Л.Галицкий, А.М.Гольдман, Л.И.Звавич, Сборник задач по алгебре 8-9. М.: «Просвещение», 1997.
4. И.С.Соминский, Л.И.Головина, И.М.Яглом, О математической индукции. М.: «Наука», 1967.

Оценочное средство №3

ПРИМЕРНЫЕ ТЕМЫ РЕФЕРАТОВ И НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ РАБОТ

I. Какие бывают числа и чему они служат

1. Натуральные числа и счет.
2. Алгебраические причины расширений: натуральные числа, целые, рациональные числа.
3. Числовая прямая и действительные числа.

II. р-адические числа

1. Арифметика десятичных дробей.
2. Арифметика 10-адических чисел.
3. Арифметика р-адических чисел.

III. Геометрия комплексных чисел

1. Геометрическая интерпретация комплексных чисел и действий над ними.
2. Тригонометрическая форма комплексного числа.
3. Геометрическое моделирование действий над комплексными числами.
4. Основная теорема алгебры и ее наглядно-геометрическое доказательство.

IV. Улитки Паскаля

1. Кинематическое определение улитки Паскаля.
2. Образ единичной окружности при действии многочлена на комплексной плоскости.
3. Алгебраическое описание улиток Паскаля.

V. Изучение натуральных и целых чисел в школьной математике

1. Натуральные числа и счет.
2. Несчетность множества действительных чисел..
3. Делимость целых чисел.

VI. Методика изучения рациональных чисел в школе

1. Доли и обыкновенные дроби.
2. Конечные и периодические десятичные дроби.
3. Представление рационального числа десятичной дробью.

VII. Методика изучения действительных чисел в школе

1. Иррациональные числа.
2. Числовая прямая.
3. Непрерывность числовой прямой.

VIII. Методика изучения комплексных чисел в школе

1. Алгебраический подход к введению комплексных чисел.
2. Геометрическая интерпретация и тригонометрическая форма.
3. Извлечение корней из комплексного числа.

IX. Страницы истории чисел

1. Работы Пифагора и Евклида.
2. Труды итальянских математиков в создании теории комплексных чисел.
3. Работы Д.Пеано и Р. Дедекинда.

Оценочное средство №4:
ЗАЧЕТНЫЕ ТЕСТЫ

1. Что такое бинарное отношение на непустом множестве A ?
   1.1. Это рефлексивное, симметричное и транзитивное отношение.
   1.2. Это прямое произведение множеств $A \times A$.
   1.3. Это подмножество прямого произведения множеств $A \times A$.
   1.4. Это функция.

2. Что такое бинарная операция на непустом множестве A ?
   2.1. Отображение множества A в множество A .
   2.2. Отображение множества A на множество A .
   2.3. Отображение множества A в множество $A \times A$.
   2.4. Отображение множества $A \times A$ в множество A .

3. Что называется натуральным рядом?
   3.1. Система $\langle N, ' \rangle$, удовлетворяющая трем аксиомам Пеано.
   3.2. Система $\langle N, ' \rangle$, удовлетворяющая аксиоме индукции.
   3.3. Система $\langle N, ' \rangle$, удовлетворяющая аксиомам Пеано.
   3.4. Множество чисел, которые используются при счете.

4. Как формулируется принцип полной математической индукции?
   4.1. $(T(1) - u, (T(n) - u \Rightarrow T(n') - u)) \Rightarrow (\forall n \, T(n) - u)$.
   4.2. Из предположения о том, что $T(n)$ истинно следует, что $T(n')$ истинно.
   4.3. $T(1)$ истинно и $T(n)$ истинно и $T(n')$ истинно.

4.4. Если $T(1)$ истинно, $T(n)$ истинно и $T(n')$ истинно, то $T(n)$ истинно для любого n.

5. Как определяется сложение натуральных чисел?

5.1. $m+1=m'$, $(n+m')=(n+m)'$ для любых $m,n \in N$.

5.2. $\underbrace{1+1+...+1}_{m}+\underbrace{1+1+...+1}_{n}=\underbrace{1+1+...+1}_{m+n}$.

5.3. $m+n'=(m+n)'$.

5.4. $m+1=m'$, $m+n'=(m+n)'$ для любых $m,n \in N$.

6. Как определяется умножение натуральных чисел?

6.1. $\underbrace{m+m+...+m}_{n}=m \cdot n$.

6.2. $m \cdot 1=m'$, $m \cdot n'=(m \cdot n)'$ для любых $m,n \in N$.

6.3. $m \cdot 1=m'$, $m \cdot n'=m \cdot n+m$ для любых $m,n \in N$.

6.4. $m \cdot 1=m$, $m \cdot n'=m \cdot n+m$ для любых $m,n \in N$.

7. Как доказать, что дважды два — четыре?

7.1. $2 \cdot 2=2+2=4$.

7.2. $2 \cdot 2=2+1'=(2+1)'=3'=4$.

7.3. $2 \cdot 2=2 \cdot 1'=2 \cdot 1+2=2+2=2+1'=(2+1)'=(2')'=3'=4$.

7.4. $2 \cdot 2=2 \cdot 1'=2+1'=(2+1)'=(2')'=3'=4$.

8. Как формулируется усиленный принцип полной математической индукции?

8.1. Утверждение $T(n)$ истинно для любого натурального числа n, если оно истинно для $n=1$ и из предположения о том, что оно истинно для всех натуральных чисел, меньших n, следует истинность его для n.

8.2. $(T(1)-u, (T(m)-u \Rightarrow T(n)-u\ для\, n>m)) \Rightarrow T(n)-u\ для любого\, n \in N$.

8.3. Ели $T(1)$ истинно и $T(n)$ истинно для любого натурального числа, меньшего n, то $T(n)$ истинно для любого натурального числа n.

8.4. Ели $T(1)$ истинно и $T(m)$ истинно для любого натурального числа $m<n$, то $T(n)$ истинно для любого натурального числа n.

9. Что называется системой целых чисел?

9.1. Поле, которое содержит полукольцо натуральных чисел, и всякий элемент которого представим в виде разности натуральных чисел.

9.2. Кольцо, которое содержит полукольцо натуральных чисел, и элементы которого исчерпываются натуральными числами, нулем и числами, противоположными натуральным.

9.3. Коммутативное кольцо, которое содержит полукольцо натуральных чисел, и всякий элемент которого представим в виде разности натуральных чисел.

9.4. Кольцо, которое содержит полукольцо натуральных чисел, и всякий элемент которого представим в виде суммы натуральных чисел.

10. Что называется системой рациональных чисел?

10.1. Кольцо, содержащее кольцо целых чисел, и всякий элемент которого представим в виде отношения двух целых чисел.

10.2. Поле, содержащее кольцо целых чисел, и всякий элемент которого представим в виде разности двух целых чисел.

10.3. Поле, содержащее кольцо целых чисел, и всякий элемент которого представим в виде отношения двух целых чисел.

10.4. Множество всех дробей вида $\frac{a}{b}$, где $a,b \in Z$, $b \neq 0$.

11. Что называется упорядоченным полем?

11.1. Система $\langle P,+,\cdot,<\rangle$, где $\langle P,+,\cdot\rangle$ есть поле, $\langle P,<\rangle$ есть линейно упорядоченное множество, и операции сложения и умножения монотонны.

11.2. Система $\langle P,+,\cdot,<\rangle$, где $\langle P,+,\cdot\rangle$ есть поле, $\langle P,<\rangle$ есть линейно упорядоченное множество, и для любых $a,b,c \in P$, если $a<b$, то $a+c<b+c$ и $a \cdot c<b \cdot c$.

11.3. Система $\langle P, +, \cdot, < \rangle$, где $\langle P, + \rangle$ – коммутативная группа, $\langle P, \cdot \rangle$ – коммутативная группа, для любых $a, b, c \in P$ $(a+b)\cdot c = a\cdot c + b\cdot c$, система $\langle P, < \rangle$ есть линейно упорядоченное множество и если $a < b$, то $a + c < b + c$, и если $a < b$ и $c > 0$, то $a\cdot c < b\cdot c$.

11.4. Система $\langle P, +, \cdot, < \rangle$, где $\langle P, +, \cdot \rangle$ есть поле, отношение $<$ транзитивно, для любых $a, b \in P$ одно и только одно из трех: либо $a < b$, либо $a = b$, либо $b < a$ и если $a < b$, то $a + c < b + c$ и $a\cdot c < b\cdot c$.

12. Каково наименьшее числовое поле?

12.1. Наименьшего числового поля не существует.

12.2. Поле рациональных чисел.

12.3. Целые числа.

12.4. Поле действительных чисел.

13. Что называется системой действительных чисел?

13.1. Упорядоченное поле, удовлетворяющее аксиоме Архимеда.

13.2. Поле, удовлетворяющее аксиоме Архимеда и аксиоме Кантора.

13.3. Упорядоченное поле, в котором для любого элемента a и любого элемента b существует натуральное число n такое, что $na > b$, и для всякой последовательности вложенных отрезков существует элемент, принадлежащий всем отрезкам последовательности.

13.4. Непрерывное упорядоченное поле.

14. Что такое сечение линейно упорядоченного множества?

14.1. Пара непустых подмножеств, пересечение которых пусто, а объединение есть данное упорядоченное множество.

14.2. Сечением линейно упорядоченного множество $\langle M, < \rangle$ называется упорядоченная пара подмножеств $A, B \subseteq M$ таких, что $A \neq \varnothing$, $B \neq \varnothing$; $A \cap B = \varnothing$: $A \cup B = M$; для любого $a \in A$ и любого $b \in B$ $a < b$.

14.3. Сечением линейно упорядоченного множество $\langle M, < \rangle$ называется пара подмножеств $A, B \subseteq M$ таких, что $A \neq \varnothing$, $B \neq \varnothing$; $A \cap B \neq \varnothing$: $A \cup B = M$; для любого $a \in A$ и любого $b \in B$ $a < b$.

14.4. 14.2. Сечением линейно упорядоченного множество $\langle M, < \rangle$ называется упорядоченная пара подмножеств $A, B \subseteq M$ таких, что $A \neq \varnothing$, $B \neq \varnothing$; $A \cap B = \varnothing$: $A \cup B = M$; для любого $a \in A$ и любого $b \in B$ $a \leq b$.

15. Что такое граничный элемент сечения?

15.1. Граничным элементом сечения (A, B) называется элемент c, расположенный между A и B.

15.2. Граничным элементом сечения (A, B) называется элемент c такой, что для любого $a \in A$ и любого $b \in B$ имеем $a \leq c \leq b$.

15.3. Граничным элементом сечения (A, B) называется наибольший элемент множества A.

15.4. Элемент c называется граничным элементом сечения (A, B), если он является наибольшим элементом множества A или наименьшим элементом множества B.

16. Как определяется система действительных чисел по Дедекинду?

16.1. Системой действительных чисел называется поле, в котором выполняется аксиома Дедекинда.

16.2. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого сечения существует граничный элемент.

16.3. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого сечения существует не более одного граничного элемента.

16.4. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого сечения существует не менее одного граничного элемента.

17. Как определяется система действительных чисел с помощью понятия точной верхней границы?

17.1. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого непустого ограниченного сверху подмножества существует наибольший элемент.

17.2. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого непустого ограниченного сверху подмножества существует наименьший элемент.

17.3. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого непустого ограниченного сверху подмножества существует точная верхняя граница.

17.4. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого непустого ограниченного сверху подмножества существует точная нижняя граница.

18. Что означает «действительное число представимо в виде десятичной дроби»?

18.1. Действительное число a представимо в виде десятичной дроби $\alpha = a_0, a_1 a_2 \ldots$, если $a = \dfrac{a}{b}$ и при делении a на b получаем данную десятичную дробь.

18.2. Действительное число a представимо в виде десятичной дроби $\alpha = a_0, a_1 a_2 \ldots$, если для любого номера n имеет место неравенство $a_0 + \dfrac{a_1}{10} + \ldots + \dfrac{a_n}{10^n} \le a < a_0 + \dfrac{a_1}{10} + \ldots + \dfrac{a_n}{10^n} + \dfrac{1}{10^n}$.

18.3. Действительное число a представимо в виде десятичной дроби $\alpha = a_0, a_1 a_2 \ldots$, если для любого номера n имеет место неравенство $a_0 + \dfrac{a_1}{10} + \ldots + \dfrac{a_n}{10^n} \le a \le a_0 + \dfrac{a_1}{10} + \ldots + \dfrac{a_n}{10^n} + \dfrac{1}{10^n}$.

18.4. Действительное число a представимо в виде десятичной дроби $\alpha = a_0, a_1 a_2 \ldots$, если для любого номера n имеет место неравенство $a_0 + \dfrac{a_1}{10} + \ldots + \dfrac{a_n}{10^n} < a < a_0 + \dfrac{a_1}{10} + \ldots + \dfrac{a_n}{10^n} + \dfrac{1}{10^n}$.

19. Какой десятичной дробью представимо рациональное число?

19.1. Конечной десятичной дробью.
19.2. Бесконечной непериодической десятичной дробью.
19.3. Бесконечной периодической десятичной дробью.
19.4. Чисто периодической десятичной дробью.

20. Какой десятичной дробью представимо иррациональное число?

20.1. Непериодической десятичной дробью.
20.2. Периодической десятичной дробью.
20.3. Бесконечной десятичной дробью с 9 в периоде.
20.4. Иррациональной десятичной дробью.

21. Верно ли, что сумма двух непериодических десятичных дробей является непериодической десятичной дробью?

21.1. Нет.
21.2. Верно.
21.3. Иногда верно.
21.4. В некоторых случаях неверно.

22. Верно ли, что произведение двух непериодических десятичных дробей является непериодической десятичной дробью?

22.1. Нет.
22.2. Верно.
22.3. Иногда верно.
22.4. В некоторых случаях неверно.

23. Что называется системой комплексных чисел?

23.1. Упорядоченное поле, состоящее из чисел вида $a + bi$, где $a, b \in R$, i – мнимая единица.

23.2. Упорядоченное поле, содержащее упорядоченное поле действительных чисел, мнимую единицу i такую, что $i^2 = -1$, и всякий элемент которого представим в виде $a + bi$, где $a, b \in R$.

23.3. Поле, содержащее упорядоченное поле действительных чисел, мнимую единицу i такую, что $i^2 = -1$, и всякий элемент которого представим в виде $a + bi$, где $a, b \in R$.

23.4. Поле, содержащее поле действительных чисел, мнимую единицу i такую, что $i^2 = -1$, и всякий элемент которого представим в виде $a + bi$, где $a, b \in R$.

24. Зачем строится модель кольца целых чисел?

24.1. Для аксиоматического построения теории целых чисел.
24.2. Для доказательства независимости аксиом, определяющих систему целых чисел.
24.3. Для доказательства непротиворечивости теории целых чисел.
24.4. Для доказательства того, что множество целых чисел образует кольцо.

25. Как определяется сложение произвольных десятичных дробей?

25.1. По правилу сложения «столбиком».

25.2. Если даны десятичные дроби $\alpha = a_0,a_1a_2...$ и $\beta = b_0,b_1b_2...$, то $\alpha + \beta = \gamma$, где $\gamma = c_0,c_1c_2...$ и $c_0 = a_0 + b_0$, $c_1 = a_1 + b_1$, и так далее.

25.3. Если даны десятичные дроби $\alpha = a_0,a_1a_2...$ и $\beta = b_0,b_1b_2...$, причем $\alpha_n = a_0,a_1a_2...a_n$, $\alpha'_n = \alpha_n + 10^{-n}$ и $\beta_n = b_0,b_1b_2..b_n$, $\beta'_n = \beta_n + 10^{-n}$, то $\alpha + \beta$ есть та единственная десятичная дробь, которая принадлежит всем отрезкам последовательности $([\alpha_n + \beta_n, \alpha'_n + \beta'_n])$.

25.4. Если даны десятичные дроби $\alpha = a_0,a_1a_2...$ и $\beta = b_0,b_1b_2...$, причем $\alpha_n = a_0,a_1a_2...a_n$, $\alpha'_n = \alpha_n + 10^{-n}$ и $\beta_n = b_0,b_1b_2..b_n$, $\beta'_n = \beta_n + 10^{-n}$, то $\alpha + \beta = \gamma$ тогда и только тогда, когда для любого номера n имеем $\alpha_n + \alpha'_n \le \gamma \le \beta_n + \beta'_n$.

26. Как определяется умножение десятичных дробей?

26.1. Если даны десятичные дроби $\alpha = a_0,a_1a_2...$ и $\beta = b_0,b_1b_2...$, причем $\alpha_n = a_0,a_1a_2...a_n$, $\alpha'_n = \alpha_n + 10^{-n}$ и $\beta_n = b_0,b_1b_2..b_n$, $\beta'_n = \beta_n + 10^{-n}$, то $\alpha \cdot \beta$ есть та единственная десятичная дробь, которая принадлежит всем отрезкам последовательности $([\alpha_n\beta_n, \alpha'_n\beta'_n])$.

26.2. Если даны десятичные дроби $\alpha = a_0,a_1a_2...$ и $\beta = b_0,b_1b_2...$, причем $\alpha_n = a_0,a_1a_2...a_n$, $\alpha'_n = \alpha_n + 10^{-n}$ и $\beta_n = b_0,b_1b_2..b_n$, $\beta'_n = \beta_n + 10^{-n}$, то при $\alpha \ge 0$, $\beta \ge 0$ $\alpha \cdot \beta$ есть та единственная десятичная дробь, которая принадлежит всем отрезкам последовательности $([\alpha_n\beta_n, \alpha'_n\beta'_n])$. Если же $\alpha \ge 0$, $\beta < 0$, то $\alpha \cdot \beta$ есть дробь $-(\alpha \cdot (-\beta))$, а если $\alpha < 0$, $\beta \ge 0$, то $\alpha \cdot \beta$ есть дробь $-((-\alpha) \cdot \beta)$, если же $\alpha < 0$, $\beta < 0$, то $\alpha \cdot \beta$ есть дробь $(-\alpha) \cdot (-\beta))$.

26.3. Произведение находится по правилу умножения «столбиком».

26.4. При неотрицательных α и β произведение находится «столбиком», а в остальных случаях используем «правила знаков».

27. Что такое тело?

27.1. Тело – это некоммутативное поле.
27.2. Тело – это кольцо с делением.
27.3. Тело – это кольцо без делителей нуля.
27.4. Тело – это коммутативное кольцо.

28. Что такое тело кватернионов?

28.1. Это множество чисел вида $a + bi + cj + dk$, где $a,b,c,d \in R$, $i^2 = j^2 = k^2 = (ij)^2 = -1$.

28.2. Это множество чисел вида $a + bi + cj + dk$, где $a,b,c,d \in R$, $i^2 = j^2 = k^2 = (ij)^2 = -1$ относительно покомпонентного сложения и умножения.

28.3. Тело кватернионов – это такое тело, которое содержит поле комплексных чисел C , содержит мнимую единицу j , причем всякий элемент тела представим в виде $a + bj$, где $a,b \in C$.

28.4. Тело кватернионов – это такое тело, которое содержит поле комплексных чисел C с мнимой единицей i , содержит новую мнимую единицу j , причем $j^2 = -1$, $(ij)^2 = -1$ и всякий элемент тела представим в виде $a + bj$, где $a,b \in C$.

29. Всякое рациональное число представимо в виде

29.1. конечной десятичной дроби;
29.2. бесконечной десятичной дроби;
29.3. непериодической десятичной дроби;
29.4. периодической десятичной дроби.

30. Укажите пример поля между Q и R .

30.1. $\{a + b\sqrt{2} \mid a,b \in Z\}$;

302. $\{a + b\sqrt{2} \mid a,b \in Q\}$;

30.3. $\{a + b\sqrt{2} \mid a,b \in R\}$;

30.4. $\{a+b\sqrt{2} \mid a \in Q, b \in R\}$.

31. Выполняется ли в упорядоченном поле рациональных чисел аксиома Кантора?
    31.1. Да.
    31.2. Да, если поле рациональных чисел рассматривать как подполе поля действительных чисел.
    31.3. Да, если рациональные числа рассматривать в виде десятичных дробей.
    31.4. Нет.
32. Нарисуйте диаграмму, изображающую множества Q, R, C и множество алгебраических чисел A.

33. Нарисуйте диаграмму, изображающую множества N, $2Z$, $Z+Zi$.

34. Нарисуйте диаграмму, изображающую множества $Z+Zi$, R, C.

35. Нарисуйте диаграмму, изображающую множество всех групп G, множество всех колец K, множество всех полей P и множество всех упорядоченных полей U.

36. Изобразите на одной диаграмме множество всех колец, кольцо целых чисел, множество всех полей и поле рациональных чисел.

Оценочное средство № 5

Анимационные рисунки в среде GeoGebra

1. Тренажеры для выполнения сложение, вычитание и умножение чисел «столбиком».
2. Тренажер для выполнения деления натуральных чисел «уголком».
3. Нахождение НОД с помощью алгоритма Евклида.
4. Нахождение пары натуральных чисел с заданным НОД и заданной последовательностью неполных частных в алгоритме Евклида.
5. Нахождение линейной формы НОД.
6. Геометрическое моделирование операций над действительными числами.
7. Извлечение квадратного корня.
8. Моделирование тождеств сокращенного умножения.
9. Решение геометрических задач на построение алгебраическим методом.
10. Моделирование функциональных зависимостей.
11. Геометрическое моделирование операций над комплексными числами.
12. Модель деления с остатком для целых комплексных чисел.

МОДУЛЬ 2 «Основания геометрии»

(контрольно измерительные материалы)

Раздел № 1 «Обоснование евклидовой геометрии»

Самостоятельная работа

Тема: «Аксиоматика школьных учебников по геометрии»

(примеры индивидуальных заданий)

Индивидуальное задание №1

1. Изучить и сопоставить аксиоматику школьного курса геометрии по каждому из трех учебников:
   1) Л.С. Атанасян и др. Геометрия 7-9, 10-11 (последние издания);
   2) А.Д. Александров и др. Геометрия 7-9, 10-11 (последние издания);
   3) А. В. Погорелов. Геометрия 7-11.
2. Изучить и провести сопоставительный анализ доказательств теорем (по выбору) в каждом из указанных учебников (например: теорема Пифагора, признаки равенства треугольников и т.д.).
3. Итоги сравнительного анализа кратко изложить в заключении (в пределах 1 стр.).

Индивидуальное задание №2

1. Изучить изложение темы «Площадь» по каждому из трех учебников:
   1) Л.С. Атанасян и др. Геометрия 7-9, 10-11 (последние издания);
   2) А.Д. Александров и др. Геометрия 7-9, 10-11 (последние издания);
   3) А. В. Погорелов. Геометрия 7-11.
2. Составить план изучения темы.
3. Изучить и законспектировать доказательство теоремы о площади прямоугольника (квадрата).

Итоги сравнительного анализа кратко изложить в заключении (в пределах 1 стр.).

Контрольная работа
в форме тестов

Тема: Общие вопросы аксиоматики

1. Задание {{ 179 }} ТЗ № 179

Группа аксиом, содержащих основное отношение «принадлежности»:

- ☑ соединения
- ☐ параллельных
- ☐ соответствия
- ☐ непрерывности

2. Задание {{ 180 }} ТЗ № 180

Группа аксиом, содержащих основное отношение «между»:

- ☑ порядка
- ☐ связности
- ☐ сочетания

☐ метрики

3. Задание {{ 181 }} ТЗ № 181

Группа аксиом, содержащих основное понятие «равенство»:

☑ конгруэнтности
☐ принадлежности
☐ измеримости
☐ предшествования

4. Задание {{ 182 }} ТЗ № 182

Аксиома, эквивалентная пятому постулату Евклида:

☐ непрерывности
☑ параллельности
☐ конгруэнтности
☐ принадлежности

5. Задание {{ 183 }} ТЗ № 183

Название четырехугольника ABCD, в котором углы A и D прямые и AB=CD:

☐ Евклида
☐ Бельтрами
☑ Саккери
☐ Пуанкаре

13. Задание {{ 191 }} ТЗ № 191

Утверждение, эквивалентное аксиоме параллельности:

☑ вокруг любого треугольника можно описать окружность
☐ в любой треугольник можно вписать окружность
☐ сумма внутренних углов четырехугольника > 360°
☐ через любую точку вне прямой проходит прямая, параллельная ей

14. Задание {{ 194 }} ТЗ № 194

Доказательством непротиворечивости систем аксиом является существование в ней:

☑ модели заданной системы аксиом
☐ противоречащих друг другу аксиом
☐ эквивалентных предложений
☐ предложений, эквивалентных пятому постулату

15. Задание {{ 195 }} ТЗ № 195

Количество секущих AB равного наклона, проходящих через точку A прямой AA_1 к прямой BB_1:

☐ две
☑ одна
☐ три
☐ четыре

16. Задание {{ 196 }} ТЗ № 196

Метод, лежащий в основе построения математической теории:

☑ аксиоматический
☐ геометрический

☐ эмпирический
☐ аналитический

17. Задание {{ 197 }} ТЗ № 197

Утверждение, эквивалентное аксиоме параллельности:

☐ через три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести плоскость
☑ прямая, пересекающая одну из двух параллельных прямых, пересекает и вторую
☐ не существует общего перпендикуляра для двух параллельных прямых
☐ если углы одного квадрата равны углам другого квадрата, то квадраты равны

18. Задание {{ 198 }} ТЗ № 198

Утверждение, эквивалентное аксиоме параллельности:

☑ теорема Пифагора
☐ сумма углов треугольника > 180°
☐ сумма углов треугольника < 180°
☐ теорема Паскаля

19. Задание {{ 199 }} ТЗ № 199

Утверждение, эквивалентное аксиоме параллельности:

☑ медиана, проведенная к гипотенузе, равна ее половине
☐ в любой треугольник можно вписать окружность
☐ из любой точки можно провести касательную к окружности
☐ внешний угол треугольника больше любого внутреннего

20. Задание {{ 200 }} ТЗ № 200

Критерий, по которому система аксиом является независимой:

☑ ни одну из аксиом нельзя вывести из остальных аксиом системы
☐ в ней не существует противоречащих друг другу аксиом
☐ в ней не существует эквивалентных предложений
☐ ее нельзя пополнить другими эквивалентными аксиомами

21. Задание {{ 201 }} ТЗ № 201

Критерий, по которому система аксиом является полной:

☐ в ней нет исключающих друг друга положений
☐ ни одна из аксиом не является следствием остальных
☐ в ней нет зависимых предложений
☑ к ней нельзя добавить независимую от них аксиому

22 Задание {{ 208 }} ТЗ № 208

Утверждение, эквивалентное пятому постулату Евклида:

☐ первый признак равенства треугольников
☑ аксиома параллельности
☐ аксиома параллельности Лобачевского
☐ сумма углов треугольника < 180°

Индивидуальные домашние задания
Тема: «Утверждения, эквивалентные V постулату»

Варианты заданий для домашней контрольной работы по второму разделу модуля.

1 Утверждение «Любые перпендикуляр и наклонная к некоторой прямой всегда пересекаются» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

2. Утверждение «Через любую внутреннюю точку угла всегда можно провести прямую, пересекающую стороны угла и не проходящую через вершину» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

3. Утверждение «Внешний угол треугольника равен сумме внутренних углов, не смежных с ним» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

4. Утверждение «Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести окружность» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

5. Утверждение «Сторона правильного шестиугольника, вписанного в окружность, равна ее радиусу» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

6. Утверждение «Средняя линия треугольника равна половине его основания» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

7. Утверждение «Угол, вписанный в окружность и опирающийся на ее диаметр, - прямой» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

8. Утверждение «Существуют неравные треугольники такие, что три угла одного из них равны соответственно трем углам другого» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

9. Утверждение «Три точки, одинаково удаленные от некоторой прямой и лежащие по одну сторону от нее, лежат на одной прямой» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

10. Утверждение «Прямая, пересекающая одну из параллельных прямых, пересекает и вторую» эквивалентно пятому постулату Евклида, обосновать, разработать сопровождение в среде динамической математики.

Вопросы к итоговому собеседованию
по разделу 1: «Обоснование евклидовой геометрии»

Примерные вопросы для собеседования.

1. Аксиоматический метод построения теории. Модель системы аксиом. Непротиворечивость системы аксиом, критерий непротиворечивости.

2. Независимость системы аксиом. Критерий независимости, доказательство критерия независимости.

3. Полнота системы аксиом. Критерий полноты, доказательство критерия полноты.

4. «Начала» Евклида. Аксиоматический метод в «Началах». Терема о равенстве углов при основании равнобедренного треугольника.

5. Аксиомы соединения (принадлежности) Д. Гильберта. Теорема о том, что каждая плоскость содержит по крайней мере три неколлинеарные точки.

6. Аксиомы порядка Д. Гильберта. Теорема о том, что прямая не может пересекать три стороны треугольника во внутренних точках сторон.

7. Аксиомы конгруэнтности и непрерывности Д. Гильберта. Доказательство первого признака равенства треугольников. Теоремы Лежандра.

8. Аксиома параллельности системы аксиом Д. Гильберта. Теорема об эквивалентности аксиомы параллельности и пятого постулата.

Раздел № 2 «Геометрия Лобачевского»

(контрольно измерительные материалы)

Самостоятельная работа в форме тестирования

Тема: «Планиметрия Лобачевского»

1. Задание {{ 184 }} ТЗ № 184

Угол параллельности на плоскости Лобачевского:

☑ острый
☐ тупой
☐ прямой
☐ развернутый

2. Задание {{ 185 }} ТЗ № 185

Свойство S - суммы углов треугольника на плоскости Лобачевского:

☑ $S < 2d$
☐ $S > 2d$
☐ $S = 2d$
☐ $S >= 2d$

3. Задание {{ 186 }} ТЗ № 186

Свойство S -суммы углов четырехугольника на плоскости Лобачевского:

☑ $S < 4d$
☐ $S > 4d$
☐ $S = 4d$
☐ $S >= 4d$

4. Задание {{ 187 }} ТЗ № 187

Свойство внешнего угла α и внутренних, не смежных с ним углов β и γ треугольника на плоскости Лобачевского:

☐ $\alpha < \beta + \gamma$

☑ $\alpha > \beta + \gamma$
☐ $\alpha = \beta + \gamma$
☐ $\alpha \geq \beta + \gamma$

5. Задание {{ 188 }} ТЗ № 188

Треугольники плоскости Лобачевского, у которых равны соответственные углы:

☑ равные
☐ подобные
☐ прямоугольные
☐ равнобедренные

6. Задание {{ 189 }} ТЗ № 189

Свойство S - суммы углов четырехугольника Саккери в абсолютной геометрии:

☑ $S \leq 4d$
☐ $S > 4d$
☐ $S = 4d$
☐ $S \geq 4d$

7. Задание {{ 190 }} ТЗ № 190

Углы B и C в четырехугольнике Саккери на плоскости Лобачевского, если углы A и D – прямые:

☑ острые
☐ тупые
☐ прямые
☐ различные

8. Задание {{ 202 }} ТЗ № 202

Модель, которая является доказательством непротиворечивости геометрии Лобачевского:

☑ Кели-Клейна
☐ Евклида
☐ Гильберта
☐ Архимеда

9. Задание {{ 203 }} ТЗ № 203

Взаимное расположение двух прямых на плоскости Лобачевского, перпендикулярных третьей прямой:

☐ параллельны
☑ сверхпараллельны
☐ перпендикулярны
☐ совпадают

10. Задание {{ 204 }} ТЗ № 204

Название общей части геометрии Евклида и Лобачевского:

☐ относительная

☑ абсолютная
☐ собственная
☐ несобственная

11. Задание {{ 205 }} ТЗ № 205

Фигура, которая является множеством точек, удаленных от прямой на данное расстояние и лежащих в одной полуплоскости относительно ее:

☐ парабола
☐ орицикл
☑ эквидистанта
☐ гипербола

12. Задание {{ 206 }} ТЗ № 206

Результаты абсолютной геометрии, справедливые на плоскости Лобачевского:

☑ признаки равенства треугольников
☐ сумма углов треугольника < 2d
☐ сумма углов четырехугольника < 4d
☐ теорема о средней линии треугольника

13. Задание {{ 207 }} ТЗ № 207

Изменение значения угла параллельности на плоскости Лобачевского при увеличении расстояния от точки до прямой:

☑ уменьшается
☐ увеличивается
☐ не изменяется
☐ не существует

14. Задание {{ 192 }} ТЗ № 192

Верное утверждение на плоскости Лобачевского:

☑ через любые две точки проходит прямая
☐ через любые три точки проходит окружность
☐ сумма углов треугольника равна 2d
☐ существуют подобные неравные треугольники

15. Задание {{ 193 }} ТЗ № 193

Свойство основания a и противоположной стороны b в четырехугольнике Саккери на плоскости Лобачевского:

☑ a < b
☐ a > b
☐ a = b
☐ a >= b

Контрольная работа

(по первому и второму разделу)

I. Докажите эквивалентность аксиомы параллельности следующему утверждению.

I.1. Вписанный в окружность угол равен половине центрального угла этой окружности, если они опираются на одну дугу.

I.2. Для любых не пересекающихся прямых, лежащих в одной плоскости, существует общий перпендикуляр.
I.3. Если прямые a и b лежат в одной плоскости и не пересекаются, то для любых точек A и B,где $A \in a$, $B \in b$, середина отрезка AB одинаково удалена от данных прямых.
I.4. Медиана, проведенная из вершины прямого угла треугольника, равна половине гипотенузы.

II. На плоскости Лобачевского.
II.1. В треугольнике внешние углы в разных вершинах равны α, β, γ. Сравните сумму углов $S=\alpha+\beta+\gamma$ с величиной 2π.
В пучке параллельных прямых построено 2 различных орицикла. Могут ли они иметь общие точки?
II.2. Даны ΔABC и $\Delta A_1B_1C_1$. $\angle A=\angle A_1$, $\angle B=\angle B_1$, $AB>A_1B_1$. Сравните $\angle C$ и $\angle C_1$.
Пусть дана эквидистанта a_1 прямой a. Точка $A_1 \in a_1$, $A \in a$, $AA_1 \perp a$. Через середину отрезка AA_1 проведена перпендикулярная к нему прямая b. Имеет ли прямая b общие точки с эквидистантой a_1?
II.3. На сторонах выпуклого четырехугольника $ABCD$ взяты точки A_1, B_1, C_1, D_1. Сравните суммы углов четырехугольников $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$.
Для некоторого пучка параллельных прямых построен орицикл. Определяется ли пучок параллельных прямых этим орициклом?
II.4. На сторонах треугольника ABC взяты точки A_1, B_1, C_1,. Сравните суммы углов треугольников ABC и $A_1B_1C_1$.
Эквидистанта a_1 прямой a совпадает с эквидистантой b прямой b_1. Совпадают ли прямые a и b или могут быть различными?

III. На модели Кели-Клейна плоскости Лобачевского.
III.1. Задать треугольник, провести в нем медианы.
III.2. Задать треугольник и построить его биссектрисы.
III.3. Построить серединный перпендикуляр к данному отрезку.
III.4. Задать две сверхпараллельные прямые и построить их общий перпендикуляр.

Индивидуальные аудиторные задания

(решение задач элементарной геометрии на динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского)

1. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского через данную точку провести прямую параллельную данной прямой.
2. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить прямую параллельную двум параллельным прямым.
3. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить прямую параллельную двум пересекающимся прямым.
4. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить прямую параллельную двум сверхпараллельным прямым.

5. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить параллелограмм.

6. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить прямоугольный треугольник.

7. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить трапецию.

8. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского для заданного отрезка построить серединный перпендикуляр.

9. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить треугольник, симметричный данному относительно прямой, содержащей сторону треугольника.

10. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского удвоить данный отрезок.

11. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского разделить отрезок пополам.

12. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского провести биссектрису данного угла.

13. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского удвоить данный угол.

14. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского через данную точку провести прямую перпендикулярную данной прямой.

15. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить прямую перпендикулярную одной стороне угла и параллельную второй.

16. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить четырехугольник Саккери.

17. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить общий перпендикуляр двух сверхпараллельных прямых.

18. Доказать на динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского, что параллельные прямые не имеют общего перпендикуляра.

19. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского на заданном луче отложить отрезок равный данному отрезку.

20. На динамической модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского построить точку (несколько точек), из которой (которых) данный отрезок «виден» под прямым углом.

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ
Разделы «Обоснование евклидовой геометрии» и «Геометрия Лобачевского»

1. Аксиоматический метод построения теории. Непротиворечивость системы аксиом. Критерий непротиворечивости. Примеры.
2. Независимость системы аксиом. Критерий независимости. Примеры независимых систем аксиом.
3. Полнота системы аксиом. Критерий полноты. Примеры полных и неполных систем аксиом.

4. «Начала» Евклида. Аксиоматический метод в «Началах» Евклида. Первые следствия из системы аксиом Евклида.
5. Группа аксиом соединения (принадлежности) Д. Гильберта, простейшие следствия группы аксиом соединения, непротиворечивость этой группы аксиом.
6. Группа аксиомы порядка Д. Гильберта. Простейшие следствия групп аксиом соединения и порядка.
7. Группы аксиом конгруэнтности и непрерывности Д. Гильберта. Простейшие следствия групп аксиом соединения, порядка, конгруэнтности и непрерывности.
8. Аксиома параллельности, простейшие следствия, эквивалентность аксиомы параллельности пятому постулату.
9. Система аксиом плоскости Лобачевского. Простейшие следствия о треугольниках и четырехугольниках на плоскости Лобачевского.
10. Параллельность прямых на плоскости Лобачевского, определение и простейшие следствия.
11. Свойства параллельных прямых на плоскости Лобачевского. Поведение параллельных прямых на бесконечности.
12. Угол параллельности, существование и единственность прямой перпендикулярной одной и параллельной другой стороне острого угла, свойства угла параллельности.
13. Сверхпараллельные (расходящиеся) прямые, определение, свойства и признаки сверхпараллельных прямых.
14. Пучки прямых на плоскости Лобачевского. Принадлежность одному пучку прямых серединных перпендикуляров к сторонам треугольника. Соответствующие точки пучков.
15. Траектория точки относительно пучка прямых на плоскости Лобачевского. Эквидистанта, некоторые свойства эквидистанты.
16. Траектория точки относительно пучка прямых на плоскости Лобачевского. Орицикл, некоторые свойства орицикла.
17. Непротиворечивость планиметрии Лобачевского. Модель Кэли-Клейна плоскости Лобачевского. Движения на модели Кэли-Клейна. Проверка некоторых аксиом первой, второй, третьей и пятой групп аксиом.
18. Расстояние между точками на модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского, свойства расстояний между точками. Проверка четвертой группы аксиом.
19. Величина угла на модели Кэли-Клейна плоскости Лобачевского, перпендикулярность прямых. Вывод формулы для угла параллельности.
20. Многомерные пространства. Система аксиом Вейля, непротиворечивость.

Учебные ресурсы

Карта литературного обеспечения дисциплины

«Алгебраические и геометрические структуры»

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) образовательной программы Математика

Квалификация: бакалавр, очная форма обучения, (общая трудоемкость 8 з.е.)

Наименование	Место хранения/ электронный адрес	Кол-во экземпляров/точек доступа
ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА		
Анищенко, С. А. Лекции по геометрии [Текст] : учебное пособие. Ч. 3. Основания геометрии / С. А. Анищенко. - 2-е изд., дораб. и доп. - Красноярск : КГПУ им. В. П. Астафьева, 2009. - 121 с. - 83 р.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	133
Анищенко, Сергей Александрович. Лекции по геометрии. Ч. 4. Сферическая геометрия. Инверсия [Текст] : курс лекций / С.А. Анищенко. - 2-е изд., перераб. и доп. - Красноярск : РИО КГПУ, 2003. - 96 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	51
Ларин, С. В. Числовые системы [Текст] : учебное пособие для студентов пед. вузов / С. В. Ларин. - М. : Академия, 2001. - 160 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	98
Ларин, С.В. Числовые системы. Учебное пособие для академического бакалавриата. – М. : «Юрайт», 2018, 177 с.	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Индивидуальный неограниченный доступ
Нечаев, Василий Ильич. Числовые системы [Текст] : учебное пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / В. И. Нечаев. - М. : Просвещение, 1975. - 199 с. : ил. - Библиогр.: с. 194.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	21
Майер, Валерий Робертович. Компьютерная поддержка курса геометрии [Текст] : методическое пособие. Ч. 1. Геометрия на плоскости. - Красноярск : КГПУ им. В. П. Астафьева, 1995. - 72 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	118
Майер, Валерий Робертович. Компьютерная поддержка курса геометрии [Текст] : учебное пособие. Ч. 2. Геометрия в пространстве / В. Р. Майер ; сост. В. Р. Майер ; отв. исполн. Н. Н. Пономарева. - Красноярск : КГПУ, 1996. - 128 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	18
ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА		

Атанасян, Л. С. Сборник задач по геометрии [Текст] : учебное пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Ч. I / Л. С. Атанасян, В. А. Атанасян. - М. : ПРОСВЕЩЕНИЕ, 1973. - 256 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	145
Атанасян, Л. С. Аналитическая геометрия [Текст] : учебник. Ч. 1. Аналитическая геометрия на плоскости / Л. С. Атанасян. - М. : ПРОСВЕЩЕНИЕ, 1967. - 298 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	167
Атанасян, Л. С. Аналитическая геометрия [Текст] : учебник. Ч. 2. Аналитическая геометрия в пространстве / Л. С. Атанасян. - М. : ПРОСВЕЩЕНИЕ, 1970. - 368 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	99
Майер, Валерий Робертович. Информационные технологии в обучении геометрии бакалавров – будущих учителей математики: монография /В.Р. Майер, Е.А. Сёмина. Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2014. – 516 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	17
Смолин, Ю.Н. Числовые системы : учебное пособие / Ю.Н. Смолин. - Москва : Издательство «Флинта», 2009. - 112 с. - ISBN 978-5-9765-0794-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=54576	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Индивидуальный неограниченный доступ
УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ		
Сборник олимпиадных задач по геометрии для учащихся 8-11 классов [Текст] : методическое пособие / сост. В. В. Абдулкин, В.Р. Майер [и др.]. - Красноярск : КГПУ им. В. П. Астафьева, 2011. - 204 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	30
Новые педагогические и информационные технологии в системе образования [Текст] : учеб. пособие для студ. пед. вузов и системы повыш. квалиф. пед. кадров / ред. Е. С. Полат. - М. : Академия, 2003. - 272 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 268.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	12
ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ И ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ		
Гарант [Электронный ресурс]: информационно-правовое обеспечение : справочная правовая система. – Москва, 1992– .	Научная библиотека	локальная сеть вуза
Elibrary.ru [Электронный ресурс] : электронная библиотечная система : база данных содержит сведения об отечественных книгах и периодических изданиях по науке, технологии, медицине и образованию / Рос. информ. портал. – Москва, 2000– . – Режим доступа: http://elibrary.ru.	http://elibrary.ru	Свободный доступ
East View : универсальные базы данных [Электронный ресурс] : периодика Рос-	https://dlib.eastview.com/	Индивидуальный не-

сии, Украины и стран СНГ . – Электрон.дан. – ООО ИВИС. – 2011 - .		ограниченный доступ
Антиплагиат. Вуз [Электронный ресурс]	https://krasspu.antiplagiat.ru/	Индивидуальный доступ
Межвузовская электронная библиотека (МЭБ)	https://icdlib.nspu.ru/	Индивидуальный неограниченный доступ

Согласовано:

Главный библиотекарь / / Фортова А.А.

(должность структурного подразделения) (подпись) (Фамилия И.О.)

Карта материально-технической базы дисциплины
«Алгебраические и геометрические структуры»
Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы
«Математика»
Квалификация: бакалавр
по очной форме обучения
(общая трудоемкость 8 з.е.)

Аудитория	Оборудование
для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-15	Проектор-1шт., компьютер-12шт., маркерная доска-1шт., интерактивная доска-1шт.
для самостоятельной работы	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-02 Читальный зал	Компьютер-10шт., принтер-1шт.

Аудитория	Лицензионное программное обеспечение
для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-15	Microsoft® Windows® 8.1 Professional (OEM лицензия, контракт № 20А/2015 от 05.10.2015); Kaspersky Endpoint Security – Лиц сертификат №1B08-190415-050007-883-951; 7-Zip - (Свободная лицензия GPL); Adobe Acrobat Reader – (Свободная лицензия); Google Chrome – (Свободная лицензия); Mozilla Firefox – (Свободная лицензия); LibreOffice – (Свободная лицензия GPL); XnView – (Свободная лицензия); Java – (Свободная лицензия); VLC – (Свободная лицензия); Живая математика 5.0 (Контракт НКС-ДБ-294/15 от 21.09.2015, лицензия № 201515111); GeoGebra (Свободно распространяемая в некоммерческих (учебных) целях лицензия)
для самостоятельной работы	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-02 Читальный зал	Альт Образование 8 (лицензия № ААО.0006.00, договор № ДС 14-2017 от 27.12.2017