МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В.П. АСТАФЬЕВА

Кафедра математики и методики обучения математике

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ЧИСЛОВЫЕ СИСТЕМЫ

Направление подготовки:
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

направленность (профиль) образовательной программы
Математика и информатика

Квалификация (степень) выпускника

БАКАЛАВР

Красноярск, 2017

Рабочая программа дисциплины «Числовые системы» составлена к. ф.-м. н, профессором С.В. Лариным

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания
протокол № 9 от 03 мая 2017 г.

Заведующий кафедрой ____________________________ В.Р. Майер

Одобрено научно-методическим советом специальности (направления подготовки) института математики, физики и информатики КГПУ им. В.П. Астафьева
23 мая _ 2017г. Протокол №8

Председатель НМСС (Н)_________________________С.В. Бортновский

1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Программа дисциплины разработана в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (уровень бакалавриата), утвержденным приказом Министерством образования и науки Российской федерации от 9 февраля 2016 г. № 91; Федеральным законом «Об образовании в РФ» от 29.12.2012 № 273-ФЗ; профессиональным стандартом «Педагог», утвержденным приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. № 544н.; нормативно-правовыми документами, регламентирующими образовательный процесс в КГПУ им. В.П. Астафьева по направленности (профилю) образовательной программы Математика и информатика, очной формы обучения на факультете математики и информатики КГПУ им. В.П. Астафьева с присвоением квалификации бакалавр.

Дисциплина относится к вариативной части учебного плана.

1.2. Общая трудоемкость дисциплины - З.Е., в часах и неделях

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов. Дисциплина, согласно графику учебного процесса, реализуется на 5 курсе в 9 семестре. Форма контроля – экзамен.

1.3. Цель и задачи дисциплины «Числовые системы»

Целью изучения дисциплины является формирование у обучающихся общекультурных и профессиональных компетенций в ходе изучения важнейших числовых систем на базе общей теории алгебраических систем.

Задачи:

- сформировать систематизированные знания о числах, исходя из аксиом;
- создать научный фундамент для изучения чисел в школьной математике;
- обучить логическому научному мышлению при решении задач по числовым системам.

1.4. Основные разделы содержания

1.4.1. Технологическая карта обучения дисциплине

ВВЕДЕНИЕ

Место дисциплины в реализации основных задач общей предметной подготовки

Числа изучаются в школе и являются стержневой темой всей школьной математики. Аксиоматическое построение теории числовых систем является важнейшей частью фундамента всей математики. Аксиомы непрерывности системы действительных чисел составляют основу математического анализа. Аксиомы числовых систем важны в связи с изучением оснований геометрии, а также при использовании алгебраических методов в геометрии. Изложение программного материала дисциплины ведется на алгебраическом языке с использованием таких фундаментальных понятий алгебры как бинарная алгебраическая операция, группа, кольцо, поле, упорядоченное поле, алгебра над полем конечного ранга и так далее. Общие требования к аксиоматическим теориям роднят данную дисциплину с математической логикой.

Место дисциплины в обеспечении образовательных интересов личности студента, обучающегося по дисциплине.

Дисциплина Числовые системы формирует у студентов умение правильно рассуждать, выстраивать логические цепочки содержательных выводов из аксиом. Привычные представления об операциях над числами получают строгое обоснование.

Место дисциплины в удовлетворении требований заказчиков к выпускникам университета по данной дисциплине

Понятно, что для учащихся аксиоматическое построение знаний о числах недоступно, поэтому часто школьный учитель вынужден прибегать к различным методическим уловкам, заменяя строгие математические рассуждения. В то же время учитель должен знать, о чем порой умалчивают школьные учебники, говоря о числах. Одновременно знание аксиоматического построения теории числовых систем поможет учителю излагать школьный материал на достаточно высоком научно-методическом уровне.

Знание каких учебных дисциплин должно предшествовать изучению данной дисциплины

Поскольку материал излагается на алгебраическом языке с привлечением основных алгебраических понятий, то необходимы соответствующие знания из курса алгебры.

Для изучения каких дисциплин будет использоваться материал данной дисциплины

Материал дисциплины Числовые системы носит завершающий характер. Вместе с тем, в нем дается необходимое обоснование многим фундаментальным знаниям из других дисциплин. Например, в курсе Числовые системы дается обоснование доказательствам по индукции, строго доказываются привычные свойства чисел, исследуются аксиомы непрерывности, устанавливаются границы расширения числовых систем с сохранением определенных свойств (теорема Фробениуса).

Цели и задачи преподавания дисциплины

Целью преподавания дисциплины является перевод интуитивных знаний о числах на твердую основу выводов, исходя из аксиом.

Технология процесса обучения по дисциплине

При изучении дисциплины Числовые системы основными формами обучения являются лекции и практические занятия. На лекциях систематически излагается материал, предусмотренный программой. На практических занятиях этот материал закрепляется в процессе опроса, решения задач, приведения примеров и контр-примеров, школьного преломления теоретических знаний о числах. Предусмотрена домашняя контрольная работа «30 задач на индукцию» и контрольный тест на знание основных понятий дисциплины. Итоговой проверкой знаний является экзамен.

1.5. Планируемые результаты обучения

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

- ОК-3 способностью использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве;
- ОК-6 способностью к самоорганизации и самообразованию;
- ПК-1 готовность реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов;
- ПК-4 способностью использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов;
- ОПК-1 способностью использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов;

Задачи освоения дисциплины	Планируемые результаты обучения по дисциплине	Код результата обучения
сформировать систематизированные знания о числовых системах на базе аксиом	**Знать:** – аксиоматические определения и свойства основных числовых систем; – какие бывают числа и чему они служат; – основные понятия современной алгебры: групп, колец, полей и векторных пространств.	ОК-3, ОК-6, ПК-1, ПК-4
	Уметь: – логически обосновывать выводы из аксиоматических определений основных числовых систем; – доказывать по индукции.	
	Владеть: – важнейшими современными методами исследования основ математики.	
создать научный фундамент для изучения чисел в школьной математике	**Знать:** – научные основы изучения чисел в школьной математике; – причины создания аксиоматических теорий числовых систем; – о роли и значении научных знаний для методики изучения чисел в школе; – особенности представления научных знаний о числах в школьной математике.	ОК-3, ОК-6, ОПК-1, ПК-4
	Уметь: – популярно и научно обоснованно объяснять числовые закономерности в школьной математике.	
	Владеть: – основами теории числовых систем при изложении школьного материала.	
обучить логическому научному мышлению	**Знать:** – закономерности числовых	ОК-6, ПК-1, ПК-4

при решении задач по числовым системам	систем, используемые при решении теоретических задач; – основные положения при решении прикладных числовых задач; – интерпретацию теоретических знаний числовых систем в практике решения школьных задач.	
	Уметь: – решать и объяснять ход решения типовых задач по числовым системам.	
	Владеть: – различными приемами решения задач по числовым системам.	

1.6. Контроль результатов освоения дисциплины.

В ходе изучения дисциплины используются такие методы текущего контроля успеваемости как устный опрос, решение теоретических задач, контрольное тестирование, выполнение контрольных работ и исследовательских заданий. Форма итогового контроля – зачет.

Оценочные средства результатов освоения дисциплины, критерии оценки выполнения заданий представлены в разделе «Фонды оценочных средств для проведения промежуточной аттестации»: примерные задания на доказательство, примерные тестовые задания, примеры выполнения контрольных работ.

1.7. Перечень образовательных технологий, используемых при освоении дисциплины

Основу составляет традиционное современное обучение. В процессе освоения дисциплины используются разнообразные виды деятельности обучающихся, организационные формы и методы обучения: лекции и семинарские занятия, самостоятельная, индивидуальная и групповая формы организации учебной деятельности. Освоение дисциплины заканчивается экзаменом.

2. Организационно-методические документы

2.1. Технологическая карта обучения дисциплине «Числовые системы»

для обучающихся образовательной программы

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование

Математика и информатика

Квалификация (степень) выпускника

БАКАЛАВР

(направление и уровень подготовки, шифр, профиль)

по заочной форме обучения

(общая трудоемкость 3 з.е.)

Модули. Наименование разделов и тем дисциплины	Всего часов (з.е.)	Контактные часы				Самостоятельная работа	Формы и методы контроля оценочн. средствами
		всего	лекций	практ-х занятий	семинаров		
***Модуль* 1. Натуральные, целые и рациональные числа**	**45**	**12**	**6**	**6**		**33**	Индивидуальная домашняя работа № 1
1.1. Аксиоматическая теория натуральных чисел.	25	8	4	4		17	Индивидуальная домашняя работа № 2 (Реферат)
1.2. Аксиоматическая теория целых чисел.	10	2	1	1		8	
1.3. Аксиоматическая теория рациональных чисел.	10	2	1	1		8	
***Модуль* 2. Аксиоматическая теория действительных чисел**	**36**	**10**	**5**	**5**		**26**	
2.1. Непрерывное упорядоченное поле	10	2	1	1		8	
2.2. Упорядоченное поле десятичных дробей	14	4	2	2		10	
2.3. Различные определения системы действительных чисел и их эквивалентность	12	4	2	2		8	Контрольная работа №3 (тестирование)
***Модуль* 3. Комплексные числа и кватернионы.**	**18**	**6**	**3**	**3**		**12**	
3.1. Система комплексных чисел	10	4	2	2		6	
3.2. Система кватернионов и алгебры с делением конечного ранга над полем действительных чисел	8	2	1	1		6	
ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ	**9**						Экзамен 9
Итого	**108 (3)**	**28**	**14**	**14**		**71**	**9**

2.2. Содержание основных разделов и тем дисциплины

2.2.1. Модуль «Натуральные, целые и рациональные числа

1. АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Аксиоматическое определение натурального ряда (аксиоматика Пеано). Принцип полной математической индукции. Определение и свойства сложения и умножения натуральных чисел. Определение и свойства неравенств для натуральных чисел. Теоремы о существовании наименьшего и наибольшего элементов в подмножествах натуральных чисел. Усиленный принцип полной математической индукции. Категоричность аксиоматической теории натуральных чисел. Независимость аксиом Пеано.

II. АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

Первичные термины и аксиомы. Основные свойства кольца. Свойства целых чисел. Отношение «меньше» для целых чисел, его свойства. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории целых чисел.

III. АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Первичные термины и аксиомы. Основные свойства поля. Свойства рациональных чисел. Плотность поля рациональных чисел. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории рациональных чисел. Представление рационального числа десятичной дробью.

2.2.2. Модуль «Действительные числа»

IV. АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ Первичные термины и аксиомы. Построение модели действительных чисел на базе десятичных дробей. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории действительных чисел. Различные трактовки понятия представимости действительного числа десятичной дробью. Степени и логарифмы. Различные формулировки свойства непрерывности. Понятие о р-адических числах.

2.2.3. Модуль «Комплексные числа и кватернионы. Теорема Фробениуса»

V. АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

Первичные термины и аксиомы. Свойства комплексных чисел. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории комплексных чисел.

VI. АКСИОМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ КВАТЕРНИОНОВ

Первичные термины и аксиомы. Свойства кватернионов. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории кватернионов.

VII. АЛГЕБРЫ С ДЕЛЕНИЕМ КОНЕЧНОГО РАНГА НАД ПОЛЕМ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Линейная алгебра над полем. Базис и ранг линейной алгебры. Алгебры с делением конечного ранга над полем комплексных чисел. Алгебры с делением конечного ранга над полем действительных чисел. Теорема Фробениуса.

1.1. Методические рекомендации по освоению дисциплины «Числовые системы» для обучающихся образовательной программы

Направление подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы Математика и информатика

по очной форме обучения

Работа с теоретическим материалом

Важное место в освоении материала по курсу числовые системы отводится самостоятельной работе студентов во внеаудиторное время с материалом, изложенным в рекомендуемой литературе и интернет-источниках, т.к. без знания теоретического материала невозможно выполнение практических заданий связанных с решением задач.

Написание реферата или научно-исследовательской работы

Реферат необходимо сдать преподавателю в напечатанном виде. Объем реферата не менее 7 страниц машинописного текста включая титульный лист, содержание и список литературы. Текстовый материал оформляется 14 шрифтом через 1,5 интервал, красная строка 1,25, интервал между абзацами «0», отступ: слева 3; справа 2, выравнивание текста по ширине страницы. Структурными элементами являются:

- Титульный лист
- Содержание
- Введение
- Основная часть
- Заключение и выводы
- Библиографический список (не менее 7 источников)

3. Компоненты мониторинга учебных достижений
3.1. Технологическая карта рейтинга дисциплины

Наименование дисциплины	Направление подготовки и уровень образования (бакалавриат, магистратура, аспирантура) Наименование программы/ профиля	Количество зачетных единиц/кредитов
Числовые системы	Направление подготовки 44.04.01 Педагогическое образование. Направленность (профиль) образовательной программы «Математика и информатика» Квалификация (степень): Бакалавр	3 з.е.
Смежные дисциплины по учебному плану		
Предшествующие: школьный курс: алгебра и начала математического анализа, бакалавриат педвуза: курсы алгебры и теории чисел, математического анализа		
Последующие: Методика обучения математике		

Модули № 1, 2			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 35 %	
		min	max
Текущая работа	Индивидуальная домашняя работа №1	**12**	**20**
	Контрольная работа №1	**9**	**15**
Итого		**21**	**35**

Модуль № 3			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 35 %	
		min	max
Текущая работа	Индивидуальная домашняя работа №2	**9**	**15**
Итого		**9**	**15**

Итоговый модуль			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 40 %	
		min	max
Итоговый рейтинг-контроль	экзамен	**30**	**50**
Итого		**30**	**50**
Общее количество баллов по дисциплине (по итогам изучения всех модулей)		min	max
		60	**100**

Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:
50 баллов – допуск к экзамену
60-72 – удовлетворительно
73-86 – хорошо
87-100 – отлично

3.2. Фонд оценочных средств (контрольно-измерительные материалы)

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Красноярский государственный педагогический университет
им. В.П. Астафьева

Институт математики, физики, информатики

Кафедра-разработчик: алгебры, геометрии и методики их преподавания

УТВЕРЖДЕНО	**ОДОБРЕНО**
на заседании кафедры	**на заседании научно-методического совета**
Протокол № 9	**специальности (направления подготовки)**
от «3» мая 2018	**Протокол № ___8____**
Зав. каф. АГиМП	**От 23 мая 2018**
_________________Майер В.Р.	**Председатель НМС ____ С.В. Бортновский**

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
Для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
Обучающихся по дисциплине
«Числовые системы»

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы Математика и информатика

Квалификация (степень): бакалавр
Форма обучения: очная

Составитель: Ларин С.В., профессор кафедры АГиМП

Красноярск 2018

ЭКСПЕРТНОЕ ЗАКЛЮЧЕНИЕ НА ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Представленный фонд оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации соответствует требованиям ФГОС ВО и профессиональным стандартам Педагог (профессиональная деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель), утвержденным приказом Минтруда России от 18.10.2013 N 544н.

Предлагаемые формы и средства аттестации адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование. Направленность (профиль) образовательной программы «Математика и информатика» Квалификация (степень): Бакалавр, форма обучения: очная.

Оценочные средства и критерии оценивания представлены в полном объеме. Формы оценочных средств, включенных в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС, установленных в Положении о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой (государственной итоговой) аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре – в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева», утвержденного приказом ректора № 297 (п) от 28.04.2018.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки по указанной программе.

Эксперт-работодатель,
директор МАОУ гимназия №14
«Экономики, управления и права» Шуляк Н.В.

27.04.2018

1. Назначение фонда оценочных средств

1.1. *Целью* создания фонда оценочных средств дисциплины «Числовые системы» является установление соответствия учебных достижений запланированным результатам обучения и требованиям основной профессиональной образовательной программы, рабочей программы дисциплины.

1.2. Фонд оценочных средств по дисциплине «Числовые системы» решает следующие *задачи*:

– управление процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений, навыков и формирования компетенций, определенных в образовательных стандартах по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, квалификация (степень) Бакалавр;

– управление процессом достижения реализации образовательных программ, определенных в виде набора компетенций выпускников;

– оценка достижений обучающихся в процессе изучения дисциплины «Числовые системы», с определением положительных / отрицательных результатов и планирование предупреждающих / корректирующих мероприятий;

– обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс университета;

– совершенствование самоподготовки и самоконтроля обучающихся.

1.3. Фонд оценочных средств разработан на основании нормативных *документов*:

– федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование, квалификация (степень) Бакалавр.

– образовательной программы высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование, квалификация (степень) Бакалавриат.

– Положения о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам магистратуры в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева» и его филиалах.

2. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе изучения дисциплины

2.1. Перечень компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины «Числовые системы»:

Общекультурные компетенции:

ОК-2. Готовность действовать в нестандартных ситуациях, нести социальную и этическую ответственность за принятые решения.

Общепрофессиональные компетенции:

ОПК-2. Готовность использовать знание современных проблем науки и образования при решении профессиональных задач.

Профессиональные компетенции:

ПК-3. Способность руководить исследовательской работой обучающихся.

Компетенции	**Этап формирования**	**Дисциплины, участвующие в формировании компетенции**	**Тип контроля**	**Оценочное средство/КИМ**	
				номер	**форма**
ОК-2. Готовность действовать в нестандартных ситуациях, нести социальную и этическую ответственность за принятые решения.	ориентировочный	Алгебра	Текущий контроль	3	Инд. Д.р..
	когнитивный	Алгебра	Текущий контроль	2	Контр. раб.
	праксиологический	Алгебра	Текущий контроль	4	Инд. Д.р..
	рефлексивно-оценочный	Алгебра	Промежуточная аттестация	1	Экзамен
ОПК-2. Готовность использовать знание современных проблем науки и образования при решении профессиональных задач.	ориентировочный	Алгебра	Текущий контроль	4	Инд. Д.р..
	когнитивный	Алгебра	Текущий контроль	2	Контр. раб.
	праксиологический	Алгебра	Текущий контроль	3	Инд. Д.р..
	рефлексивно-оценочный	Алгебра	Промежуточная аттестация	1	Экзамен
ПК-3. Способность руководить исследовательской работой обучающихся.	ориентировочный	Алгебра	Текущий контроль	3	Инд. Д.р..
	когнитивный	Алгебра	Текущий контроль	2	Контр. раб.
	праксиологический	Алгебра	Текущий контроль	4	Инд. Д.р..
	рефлексивно-оценочный	Алгебра	Промежуточная аттестация	1	Экзамен

3. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации

3.1. Фонды оценочных средств включают: вопросы к зачету.

3.2. Оценочные средства: вопросы и задания к зачету

Критерии оценивания по оценочному средству 1 – вопросы к экзамену

Формируемые компетенции	Продвинутый уровень сформированности компетенций	Базовый уровень сформированности компетенций	Пороговый уровень сформированности компетенций
	(87 - 100 баллов) отлично/зачтено	(73 - 86 баллов) хорошо/зачтено	(60 - 72 баллов)* удовлетворительно /зачтено
ОК-2. Готовность действовать в нестандартных	Готов на высоком уровне действовать в нестандартных	Готов на среднем уровне действовать в нестандартных	Готов на удовлетворительном уровне действовать

ситуациях, нести социальную и этическую ответственность за принятые решения.	ситуациях, нести социальную и этическую ответственность за принятые решения.	ситуациях, нести социальную и этическую ответственность за принятые решения.	в нестандартных ситуациях, нести социальную и этическую ответственность за принятые решения.
ОПК-2. Готовность использовать знание современных проблем науки и образования при решении профессиональных задач.	Готов на высоком уровне использовать знание современных проблем науки и образования при решении профессиональных задач.	Готов на среднем уровне использовать знание современных проблем науки и образования при решении профессиональных задач	Готов на удовлетворительном уровне использовать знание современных проблем науки и образования при решении профессиональных задач
ПК-3. Способность руководить исследовательской работой обучающихся.	Способен на на высоком уровне руководить исследовательской работой обучающихся.	Способен на среднем уровне руководить исследовательской работой обучающихся.	Способен на удовлетворительном уровне руководить исследовательской работой обучающихся.

*Менее 60 баллов – компетенция не сформирована

4. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости

4.1. Фонды оценочных средств для текущего контроля успеваемости включают в себя: контрольную работу, индивидуальную домашнюю работу.

4.2. Учебно-методическое и информационное обеспечение фондов оценочных средств (литература; методические указания, рекомендации, программное обеспечение и другие материалы, использованные для разработки ФОС).

1. Шалашова М.М. Компетентностный подход к оцениванию качества химического образования. Арзамас: АГПИ, 2011. 384 с. С.244 – 253.

5. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

5.1. Фонды оценочных средств для текущего контроля успеваемости включают в себя: контрольную работу, индивидуальную домашнюю работу.
5.2. Критерии оценивания по оценочным средствам для текущего контроля успеваемости:

5.2.1. Критерии оценивания по оценочному средству <u>2 – контрольной работе №1 на доказательства по индукции</u>

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Выполнены все задания контрольной работы, обучающийся владеет всеми видами доказательств по индукции	5-8
Обосновывает основные положения каждого этапа решения задачи	3-5
Аргументирует результат, проверяет верность решения	2-4
Решение задачи сопровождает (при необходимости) верными и наглядными чертежами	2-3
Максимальный балл (в зависимости от степени сложности заданий)	12-20

5.2.2. Критерии оценивания по оценочному средству 3 – индивидуальной домашней работе №2 по числовым системам (реферат).

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Полнота раскрытия темы реферата	3-6
Соответствие требованиям к оформлению	3-4
Полнота списка литературы	2-3
Связь со школьной математикой	1-2
Максимальный балл (в зависимости от степени сложности заданий)	9-15

5.2.3. Критерии оценивания по оценочному средству 4 – тестирование

Критерии оценивания	**Количество баллов (вклад в рейтинг)**
60–72 % выполненных заданий	15-19
73–86 % выполненных заданий	20-24
87–100 % выполненных заданий	25-30

Оценочное средство №1
Вопросы к экзамену

1. Определение натурального ряда, независимость аксиом Пеано. Доказательство принципа полной математической индукции.
2. Определение сложения натуральных чисел, доказательство существования и единственности сложения.
3. Основные свойства сложения и умножения натуральных чисел. (3 свойства доказать).
4. Вспомогательные свойства, позволяющие ввести отношение «меньше» для натуральных чисел.
5. Определение отношения «меньше» для натуральных чисел, его основные свойства.
6. Определение отношения «меньше» для натуральных чисел, доказательство существования наибольшего числа для ограниченного сверху множества натуральных чисел. Линейно упорядоченное множество натуральных чисел вполне упорядочено.
7. Доказательство существования наименьшего числа для непустого множества натуральных чисел. Усиленный принцип полной математической индукции.
8. Определение системы целых чисел. Основные свойства: свойство нуля, правила знаков, коммутативность умножения целых чисел. Отсутствие делителей нуля.
9. Непротиворечивость теории целых чисел.
10. Определение системы рациональных чисел. Представление рационального числа десятичной дробью.
11. Определение системы действительных чисел. Включение Q в R. Существование и единственность целой части действительного числа.
12. Целая часть действительного числа. Представление действительных чисел десятичными дробями.
13. Линейно упорядоченное множество десятичных дробей. Конечные десятичные дроби. Свойство усиленной плотности.
14. Последовательность стягивающихся отрезков. Определение сложения и умножения десятичных дробей.
15. Свойство слабой монотонности сложения. Доказательство свойств сложения и умножения десятичных дробей.
16. Различные определения системы действительных чисел и их эквивалентность.
17. Определение системы комплексных чисел. Непротиворечивость теории комплексных чисел. Основные свойства поля комплексных чисел.
18. Кватернионы. Группа кватернионов.
19. Теорема Фробениуса.
20. Изоморфизм одноименных числовых систем.

Оценочное средство №2:
Домашняя контрольная работа №1 «30 задач на индукцию»

Подобрать и решить 30 задач на доказательства методом полной математической индукции по следующим темам:

1. Доказательства равенств.
2. Доказательства неравенств.
3. Доказательства делимости.
4. Доказательство формулы общего члена рекуррентной последовательности.
5. Доказательство геометрических утверждений.

Примерный перечень задач

1. Доказательство равенств

1) Докажите, что сумма первых n натуральных чисел равна $\dfrac{n(n+1)}{2}$.

2) Докажите, что сумма квадратов первых n натуральных чисел равна $\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

3) Докажите, что $\dfrac{1}{1\cdot 5}+\dfrac{2}{5\cdot 9}+\ldots+\dfrac{1}{(4n-3)(4n+1)}=\dfrac{n}{4n+1}$.

4) Докажите, что $5+45+325+\ldots+(4n+1)\cdot 5^{n-1}=n\cdot 5^n$.

5) Докажите, что

$(a_1+a_2+\ldots+a_n)^2=a_1^2+a_2^2+\ldots+a_n^2+2a_1a_2+2a_1a_3+\ldots+2a_{n-1}a_n$

6) Докажите тождества

$$\frac{x}{1-x^2}+\frac{x^2}{1-x^4}+\frac{x^4}{1-x^8}+\ldots+\frac{x^{2^{n-1}}}{1-x^{2^n}}=\frac{1}{1-x}\cdot\frac{x-x^{2^n}}{1-x^{2^n}};$$

$$(1+x)(1+x^2)(1+x^4)\ldots(1+x^{2^{n-1}})=1+x^2+x^3+\ldots+x^{2^n-1}.$$

7) Найдите и докажите формулы:

$$\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}^k,\quad \begin{pmatrix}\alpha & 0 & 0 & 0\\ 0 & \alpha & 0 & 0\\ 0 & 0 & \alpha & 0\\ 0 & 0 & 0 & \alpha\end{pmatrix}^k,\quad \begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1 & 1\end{pmatrix}^k,\quad \begin{pmatrix}0 & 1 & 0 & 0 & \ldots & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & \ldots & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & \ldots & 0\\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0\end{pmatrix}^k.$$

2. Доказательство неравенств

Докажите неравенства: 1) $5^n>7n-3$ при любом натуральном n;

2) $2^n-1>n(n+1)$ при любом натуральном $n\ge 7$;

3) $3^n\ge 2^n+n$ при любом натуральном n;

4) $4^n\ge 3^n+n^2$ при любом натуральном n;

5) $4^n>3^n+2^n+n$ при $n\ge 2$; 6) $\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{1}{n+2}+\ldots+\dfrac{1}{3n+1}>1$

7) $\dfrac{(2n)!}{(n!)^2}>\dfrac{4^n}{n+1}$; 8) $|\sin n\alpha|\le n|\sin\alpha|$;

9) $x^n+x^{n-2}+x^{n-4}+\ldots+\dfrac{1}{x^{n-4}}+\dfrac{1}{x^{n-2}}+\dfrac{1}{x^n}\ge n+1$.

10) $\sqrt{n}<1+\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\ldots+\dfrac{1}{\sqrt{n}}<2\sqrt{n}$, $n>1$.

3. Доказательство делимости

Докажите, что для любого натурального числа n:

1) $6^{2n-1}+1\,\vdots\,7$; 2) $7^n+3n-1\,\vdots\,9$; 3) $7^{n+2}+8^{2n+1}\,\vdots\,57$; 4) $4^n+15n-1\,\vdots\,9$;

5) $5^n-3^n+2n\,\vdots\,4$; 6) $6^{2n}+19^n-2^{n+1}$ кратно 17.

4. Доказательство формулы общего члена последовательности, заданной рекуррентно

1) Дано: $a_1 = 4$, $a_{n+1} = 3a_n - 2$. Докажите, что $a_n = 3^n + 1$.

2) Дано: $a_1 = 1$, $a_2 = 9$, $a_{n+2} = 9a_{n+1} - 20a_n$. Докажите, что $a_n = 5^n - 4^n$.

3) Дано: $a_1 = 3$, $a_2 = 15$, $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 4a_n$. Докажите, что $a_n = 4^n - 1$.

4) Дано: $a_1 = 29$, $a_2 = 85$, $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n$. Докажите, что $a_n = 2^n + 3^{n+2}$.

5) Последовательность Фибоначчи задана рекуррентно: $a_0 = 0$, $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_{n-1} + a_n$. Докажите, что: $a)$ $a_1 + a_3 + ... + a_{2n+1} = a_{2n+2}$, $b)$ $1 + a_2 + a_4 + ... + a_{2n} = a_{2n+1}$.

6) Последовательность задана рекуррентно: $a_1 = 5$, $a_2 = 7$, $a_{n+1} - 2a_n + a_{n-1} = 0$. Выразите a_n через n.

7) Последовательность задана рекуррентным соотношением $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 4a_n$ с начальными значениями $a_1 = 3$, $a_2 = 15$. Докажите, что: $a)$ все члены последовательности делятся на 3;
$b)$ все члены последовательности с четными номерами делятся на 5.

5. Доказательства по индукции в геометрии

1) На сколько частей разделят плоскость n прямых плоскости, проходящих через одну точку?
2) На сколько интервалов разделят прямую n ее точек?
3) Докажите, что n плоскостей пространства, из которых каждые три пересекаются и никакие четыре не имеют общей точки, делят пространство на $\frac{(n-1)n(n+1)}{6} + n + 1$ частей.
4) В плоскости проведено n окружностей так, что каждые две из них пересекаются в двух точках и никакие три не имеют общей точки. Докажите, что при этом плоскость разбивается на $n^2 - n + 2$ частей.
5) Докажите, что сторона правильного 2^n-угольника выражается через радиус R описанной окружности выражается формулой: $a_n = R\sqrt{2 - \underbrace{\sqrt{2 + \sqrt{2 + ... + \sqrt{2}}}}_{n}}$.
6) На сколько треугольников n-угольник может быть разбит своими непересекающимися диагоналями?
7) Докажите, что сумма внутренних углов выпуклого n-угольника равна $2d(n-2)$.

Используемые источники:

1. М.Л.Галицкий, М.М.Мошкович, С.И.Шварцбурд, Углубленное изучение курса алгебры и математического анализа. М.: «Просвещение», 1990.
2. Н.Я.Виленкин, Г.С.Сурвилло, Ф.С.Симонов, А.И.Кудрявцев Алгебра 9. М.: «Просвещение», 1998.
3. М.Л.Галицкий, А.М.Гольдман, Л.И.Звавич, Сборник задач по алгебре 8-9. М.: «Просвещение», 1997.
4. И.С.Соминский, Л.И.Головина, И.М.Яглом, О математической индукции. М.: «Наука», 1967.

Оценочное средство №3

ПРИМЕРНЫЕ ТЕМЫ РЕФЕРАТОВ И НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ РАБОТ

I. Какие бывают числа и чему они служат

1. Натуральные числа и счет.
2. Алгебраические причины расширений: натуральные числа, целые, рациональные числа.
3. Числовая прямая и действительные числа.

II. p-адические числа

1. Арифметика десятичных дробей.
2. Арифметика 10-адических чисел.
3. Арифметика p-адических чисел.

III. Геометрия комплексных чисел

1. Геометрическая интерпретация комплексных чисел и действий над ними.
2. Тригонометрическая форма комплексного числа.
3. Геометрическое моделирование действий над комплексными числами.
4. Основная теорема алгебры и ее наглядно-геометрическое доказательство.

IV. Анимационно-геометрические модели числовых систем

1. Анимационно-геометрическая модель русских счет в выбранной системе счисления.
2. Анимационное моделирование целых чисел и многочленов..
3. Сопровождение анимационными рисунками теории делимости чисел и многочленов.

V. Улитки Паскаля

1. Кинематическое определение улитки Паскаля.
2. Образ единичной окружности при действии многочлена на комплексной плоскости.
3. Алгебраическое описание улиток Паскаля.

VI. Изучение натуральных и целых чисел в школьной математике

1. Натуральные числа и счет.

2. Несчетность множества действительных чисел..

3. Делимость целых чисел.

VII. Методика изучения рациональных чисел в школе

1. Доли и обыкновенные дроби.

2. Конечные и периодические десятичные дроби.

3. Представление рационального числа десятичной дробью.

VIII. Методика изучения действительных чисел в школе

1. Иррациональные числа.

2. Числовая прямая.

3. Непрерывность числовой прямой.

IX. Методика изучения комплексных чисел в школе

1. Алгебраический подход к введению комплексных чисел.

2. Геометрическая интерпретация и тригонометрическая форма.

3. Извлечение корней из комплексного числа.

X. Страницы истории чисел

1. Работы Пифагора и Евклида.

2. Труды итальянских математиков в создании теории комплексных чисел.

3. Работы Д.Пеано и Р. Дедекинда.

Оценочное средство №4:
ЗАЧЕТНЫЕ ТЕСТЫ

1. Что такое бинарное отношение на непустом множестве A?
   1.1. Это рефлексивное, симметричное и транзитивное отношение.
   1.2. Это прямое произведение множеств $A \times A$.
   1.3. Это подмножество прямого произведения множеств $A \times A$.
   1.4. Это функция.

2. Что такое бинарная операция на непустом множестве A?
   2.1. Отображение множества A в множество A.
   2.2. Отображение множества A на множество A.
   2.3. Отображение множества A в множество $A \times A$.
   2.4. Отображение множества $A \times A$ в множество A.

3. Что называется натуральным рядом?
   3.1. Система $\langle N, ' \rangle$, удовлетворяющая трем аксиомам Пеано.
   3.2. Система $\langle N, ' \rangle$, удовлетворяющая аксиоме индукции.
   3.3. Система $\langle N, ' \rangle$, удовлетворяющая аксиомам Пеано.

3.4. Множество чисел, которые используются при счете.

4. Как формулируется принцип полной математической индукции?

4.1. $(T(1)-u, (T(n)-u \Rightarrow T(n')-u)) \Rightarrow (\forall n\, T(n)-u)$.

4.2. Из предположения о том, что $T(n)$ истинно следует, что $T(n')$ истинно.

4.3. $T(1)$ истинно и $T(n)$ истинно и $T(n')$ истинно.

4.4. Если $T(1)$ истинно, $T(n)$ истинно и $T(n')$ истинно, то $T(n)$ истинно для любого n.

5. Как определяется сложение натуральных чисел?

5.1. $m+1=m'$, $(n+m')=(n+m)'$ для любых $m,n \in N$.

5.2. $\underbrace{1+1+...+1}_{m}+\underbrace{1+1+...+1}_{n}=\underbrace{1+1+...+1}_{m+n}$.

5.3. $m+n'=(m+n)'$.

5.4. $m+1=m'$, $m+n'=(m+n)'$ для любых $m,n \in N$.

6. Как определяется умножение натуральных чисел?

6.1. $\underbrace{m+m+...+m}_{n}=m \cdot n$.

6.2. $m \cdot 1=m'$, $m \cdot n'=(m \cdot n)'$ для любых $m,n \in N$.

6.3. $m \cdot 1=m'$, $m \cdot n'=m \cdot n+m$ для любых $m,n \in N$.

6.4. $m \cdot 1=m$, $m \cdot n'=m \cdot n+m$ для любых $m,n \in N$.

7. Как доказать, что дважды два — четыре?

7.1. $2 \cdot 2=2+2=4$.

7.2. $2 \cdot 2=2+1'=(2+1)'=3'=4$.

7.3. $2 \cdot 2=2 \cdot 1'=2 \cdot 1+2=2+2=2+1'=(2+1)'=(2')'=3'=4$.

7.4. $2 \cdot 2=2 \cdot 1'=2+1'=(2+1)'=(2')'=3'=4$.

8. Как формулируется усиленный принцип полной математической индукции?

8.1. Утверждение $T(n)$ истинно для любого натурального числа n, если оно истинно для $n=1$ и из предположения о том, что оно истинно для всех натуральных чисел, меньших n, следует истинность его для n.

8.2. $(T(1)-u, (T(m)-u \Rightarrow T(n)-u\ для\, n>m)) \Rightarrow T(n)-u\ для любого\, n \in N$.

8.3. Ели $T(1)$ истинно и $T(n)$ истинно для любого натурального числа, меньшего n, то $T(n)$ истинно для любого натурального числа n.

8.4. Ели $T(1)$ истинно и $T(m)$ истинно для любого натурального числа $m<n$, то $T(n)$ истинно для любого натурального числа n.

9. Что называется системой целых чисел?

9.1. Поле, которое содержит полукольцо натуральных чисел, и всякий элемент которого представим в виде разности натуральных чисел.

9.2. Кольцо, которое содержит полукольцо натуральных чисел, и элементы которого исчерпываются натуральными числами, нулем и числами, противоположными натуральным.

9.3. Коммутативное кольцо, которое содержит полукольцо натуральных чисел, и всякий элемент которого представим в виде разности натуральных чисел.

9.4. Кольцо, которое содержит полукольцо натуральных чисел, и всякий элемент которого представим в виде суммы натуральных чисел.

10. Что называется системой рациональных чисел?

10.1. Кольцо, содержащее кольцо целых чисел, и всякий элемент которого представим в виде отношения двух целых чисел.
10.2. Поле, содержащее кольцо целых чисел, и всякий элемент которого представим в виде разности двух целых чисел.
10.3. Поле, содержащее кольцо целых чисел, и всякий элемент которого представим в виде отношения двух целых чисел.
10.4. Множество всех дробей вида $\frac{a}{b}$, где $a, b \in Z$, $b \neq 0$.

11. Что называется упорядоченным полем?
11.1. Система $\langle P, +, \cdot, < \rangle$, где $\langle P, +, \cdot \rangle$ есть поле, $\langle P, < \rangle$ есть линейно упорядоченное множество, и операции сложения и умножения монотонны.
11.2. Система $\langle P, +, \cdot, < \rangle$, где $\langle P, +, \cdot \rangle$ есть поле, $\langle P, < \rangle$ есть линейно упорядоченное множество, и для любых $a, b, c \in P$, если $a < b$, то $a + c < b + c$ и $a \cdot c < b \cdot c$.
11.3. Система $\langle P, +, \cdot, < \rangle$, где $\langle P, + \rangle$ – коммутативная группа, $\langle P, \cdot \rangle$ – коммутативная группа, для любых $a, b, c \in P$ $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$, система $\langle P, < \rangle$ есть линейно упорядоченное множество и если $a < b$, то $a + c < b + c$, и если $a < b$ и $c > 0$, то $a \cdot c < b \cdot c$.
11.4. Система $\langle P, +, \cdot, < \rangle$, где $\langle P, +, \cdot \rangle$ есть поле, отношение $<$ транзитивно, для любых $a, b \in P$ одно и только одно из трех: либо $a < b$, либо $a = b$, либо $b < a$ и если $a < b$, то $a + c < b + c$ и $a \cdot c < b \cdot c$.

12. Каково наименьшее числовое поле?
12.1. Наименьшего числового поля не существует.
12.2. Поле рациональных чисел.
12.3. Целые числа.
12.4. Поле действительных чисел.
13. Что называется системой действительных чисел?
13.1. Упорядоченное поле, удовлетворяющее аксиоме Архимеда.
13.2. Поле, удовлетворяющее аксиоме Архимеда и аксиоме Кантора.
13.3. Упорядоченное поле, в котором для любого элемента a и любого элемента b существует натуральное число n такое, что $na > b$, и для всякой последовательности вложенных отрезков существует элемент, принадлежащий всем отрезкам последовательности.
13.4. Непрерывное упорядоченное поле.

14. Что такое сечение линейно упорядоченного множества?
14.1. Пара непустых подмножеств, пересечение которых пусто, а объединение есть данное упорядоченное множество.
14.2. Сечением линейно упорядоченного множество $\langle M, < \rangle$ называется упорядоченная пара подмножеств $A, B \subseteq M$ таких, что $A \neq \varnothing$, $B \neq \varnothing$; $A \cap B = \varnothing$: $A \cup B = M$; для любого $a \in A$ и любого $b \in B$ $a < b$.
14.3. Сечением линейно упорядоченного множество $\langle M, < \rangle$ называется пара подмножеств $A, B \subseteq M$ таких, что $A \neq \varnothing$, $B \neq \varnothing$; $A \cap B \neq \varnothing$: $A \cup B = M$; для любого $a \in A$ и любого $b \in B$ $a < b$.
14.4. 14.2. Сечением линейно упорядоченного множество $\langle M, < \rangle$ называется упорядоченная пара подмножеств $A, B \subseteq M$ таких, что $A \neq \varnothing$, $B \neq \varnothing$; $A \cap B = \varnothing$: $A \cup B = M$; для любого $a \in A$ и любого $b \in B$ $a \leq b$.

15. Что такое граничный элемент сечения?

15.1. Граничным элементом сечения (A, B) называется элемент c, расположенный между A и B.

15.2. Граничным элементом сечения (A, B) называется элемент c такой, что для любого $a \in A$ и любого $b \in B$ имеем $a \le c \le b$.

15.3. Граничным элементом сечения (A, B) называется наибольший элемент множества A.

15.4. Элемент c называется граничным элементом сечения (A, B), если он является наибольшим элементом множества A или наименьшим элементом множества B.

16. Как определяется система действительных чисел по Дедекинду?

16.1. Системой действительных чисел называется поле, в котором выполняется аксиома Дедекинда.

16.2. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого сечения существует граничный элемент.

16.3. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого сечения существует не более одного граничного элемента.

16.4. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого сечения существует не менее одного граничного элемента.

17. Как определяется система действительных чисел с помощью понятия точной верхней границы?

17.1. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого непустого ограниченного сверху подмножества существует наибольший элемент.

17.2. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого непустого ограниченного сверху подмножества существует наименьший элемент.

17.3. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого непустого ограниченного сверху подмножества существует точная верхняя граница.

17.4. Системой действительных чисел называется упорядоченной поле, в котором для всякого непустого ограниченного сверху подмножества существует точная нижняя граница.

18. Что означает «действительное число представимо в виде десятичной дроби»?

18.1. Действительное число a представимо в виде десятичной дроби $\alpha = a_0, a_1 a_2 \ldots$, если $a = \dfrac{a}{b}$ и при делении a на b получаем данную десятичную дробь.

18.2. Действительное число a представимо в виде десятичной дроби $\alpha = a_0, a_1 a_2 \ldots$, если для любого номера n имеет место неравенство

$$a_0 + \frac{a_1}{10} + \ldots + \frac{a_n}{10^n} \le a < a_0 + \frac{a_1}{10} + \ldots + \frac{a_n}{10^n} + \frac{1}{10^n}.$$

18.3. Действительное число a представимо в виде десятичной дроби $\alpha = a_0, a_1 a_2 \ldots$, если для любого номера n имеет место неравенство

$$a_0 + \frac{a_1}{10} + \ldots + \frac{a_n}{10^n} \le a \le a_0 + \frac{a_1}{10} + \ldots + \frac{a_n}{10^n} + \frac{1}{10^n}.$$

18.4. Действительное число a представимо в виде десятичной дроби $\alpha = a_0, a_1 a_2 \ldots$, если для любого номера n имеет место неравенство
$$a_0 + \frac{a_1}{10} + \ldots + \frac{a_n}{10^n} < a < a_0 + \frac{a_1}{10} + \ldots + \frac{a_n}{10^n} + \frac{1}{10^n}.$$

19. Какой десятичной дробью представимо рациональное число?
19.1. Конечной десятичной дробью.
19.2. Бесконечной непериодической десятичной дробью.
19.3. Бесконечной периодической десятичной дробью.
19.4. Чисто периодической десятичной дробью.

20. Какой десятичной дробью представимо иррациональное число?
20.1. Непериодической десятичной дробью.
20.2. Периодической десятичной дробью.
20.3. Бесконечной десятичной дробью с 9 в периоде.
20.4. Иррациональной десятичной дробью.

21. Верно ли, что сумма двух непериодических десятичных дробей является непериодической десятичной дробью?
21.1. Нет.
21.2. Верно.
21.3. Иногда верно.
21.4. В некоторых случаях неверно.

22. Верно ли, что произведение двух непериодических десятичных дробей является непериодической десятичной дробью?
22.1. Нет.
22.2. Верно.
22.3. Иногда верно.
22.4. В некоторых случаях неверно.

23. Что называется системой комплексных чисел?
23.1. Упорядоченное поле, состоящее из чисел вида $a+bi$, где $a,b \in R$, i – мнимая единица.
23.2. Упорядоченное поле, содержащее упорядоченное поле действительных чисел, мнимую единицу i такую, что $i^2 = -1$, и всякий элемент которого представим в виде $a+bi$, где $a,b \in R$.
23.3. Поле, содержащее упорядоченное поле действительных чисел, мнимую единицу i такую, что $i^2 = -1$, и всякий элемент которого представим в виде $a+bi$, где $a,b \in R$.
23.4. Поле, содержащее поле действительных чисел, мнимую единицу i такую, что $i^2 = -1$, и всякий элемент которого представим в виде $a+bi$, где $a,b \in R$.

24. Зачем строится модель кольца целых чисел?
24.1. Для аксиоматического построения теории целых чисел.
24.2. Для доказательства независимости аксиом, определяющих систему целых чисел.
24.3. Для доказательства непротиворечивости теории целых чисел.
24.4. Для доказательства того, что множество целых чисел образует кольцо.

25. Как определяется сложение произвольных десятичных дробей?
25.1. По правилу сложения «столбиком».

25.2. Если даны десятичные дроби $\alpha = a_0, a_1 a_2 ...$ и $\beta = b_0, b_1 b_2 ...$, то $\alpha + \beta = \gamma$, где $\gamma = c_0, c_1 c_2 ...$ и $c_0 = a_0 + b_0$, $c_1 = a_1 + b_1$, и так далее.
25.3. Если даны десятичные дроби $\alpha = a_0, a_1 a_2 ...$ и $\beta = b_0, b_1 b_2 ...$, причем $\alpha_n = a_0, a_1 a_2 ... a_n$, $\alpha_n' = \alpha_n + 10^{-n}$ и $\beta_n = b_0, b_1 b_2 .. b_n$, $\beta_n' = \beta_n + 10^{-n}$, то $\alpha + \beta$ есть та единственная десятичная дробь, которая принадлежит всем отрезкам последовательности $([\alpha_n + \beta_n, \alpha_n' + \beta_n'])$.
25.4. Если даны десятичные дроби $\alpha = a_0, a_1 a_2 ...$ и $\beta = b_0, b_1 b_2 ...$, причем $\alpha_n = a_0, a_1 a_2 ... a_n$, $\alpha_n' = \alpha_n + 10^{-n}$ и $\beta_n = b_0, b_1 b_2 .. b_n$, $\beta_n' = \beta_n + 10^{-n}$, то $\alpha + \beta = \gamma$ тогда и только тогда, когда для любого номера n имеем $\alpha_n + \alpha_n' \le \gamma \le \beta_n + \beta_n'$.

26. Как определяется умножение десятичных дробей?
26.1. Если даны десятичные дроби $\alpha = a_0, a_1 a_2 ...$ и $\beta = b_0, b_1 b_2 ...$, причем $\alpha_n = a_0, a_1 a_2 ... a_n$, $\alpha_n' = \alpha_n + 10^{-n}$ и $\beta_n = b_0, b_1 b_2 .. b_n$, $\beta_n' = \beta_n + 10^{-n}$, то $\alpha \cdot \beta$ есть та единственная десятичная дробь, которая принадлежит всем отрезкам последовательности $([\alpha_n \beta_n, \alpha_n' \beta_n'])$.
26.2. Если даны десятичные дроби $\alpha = a_0, a_1 a_2 ...$ и $\beta = b_0, b_1 b_2 ...$, причем $\alpha_n = a_0, a_1 a_2 ... a_n$, $\alpha_n' = \alpha_n + 10^{-n}$ и $\beta_n = b_0, b_1 b_2 .. b_n$, $\beta_n' = \beta_n + 10^{-n}$, то при $\alpha \ge 0$, $\beta \ge 0$ $\alpha \cdot \beta$ есть та единственная десятичная дробь, которая принадлежит всем отрезкам последовательности $([\alpha_n \beta_n, \alpha_n' \beta_n'])$. Если же $\alpha \ge 0$, $\beta < 0$, то $\alpha \cdot \beta$ есть дробь $-(\alpha \cdot (-\beta))$, а если $\alpha < 0$, $\beta \ge 0$, то $\alpha \cdot \beta$ есть дробь $-((-\alpha) \cdot \beta)$, если же $\alpha < 0$, $\beta < 0$, то $\alpha \cdot \beta$ есть дробь $(-\alpha) \cdot (-\beta))$.
26.3. Произведение находится по правилу умножения «столбиком».
26.4. При неотрицательных α и β произведение находится «столбиком», а в остальных случаях используем «правила знаков».

27. Что такое тело?
27.1. Тело – это некоммутативное поле.
27.2. Тело – это кольцо с делением.
27.3. Тело – это кольцо без делителей нуля.
27.4. Тело – это коммутативное кольцо.

28. Что такое тело кватернионов?
28.1. Это множество чисел вида $a + bi + cj + dk$, где $a, b, c, d \in R$, $i^2 = j^2 = k^2 = (ij)^2 = -1$.
28.2. Это множество чисел вида $a + bi + cj + dk$, где $a, b, c, d \in R$, $i^2 = j^2 = k^2 = (ij)^2 = -1$ относительно покомпонентного сложения и умножения.
28.3. Тело кватернионов – это такое тело, которое содержит поле комплексных чисел C , содержит мнимую единицу j , причем всякий элемент тела представим в виде $a + bj$, где $a, b \in C$.
28.4. Тело кватернионов – это такое тело, которое содержит поле комплексных чисел C с мнимой единицей i , содержит новую мнимую единицу j , причем $j^2 = -1$, $(ij)^2 = -1$ и всякий элемент тела представим в виде $a + bj$, где $a, b \in C$.

29. Всякое рациональное число представимо в виде

29.1. конечной десятичной дроби;
29.2. бесконечной десятичной дроби;
29.3. непериодической десятичной дроби;
29.4. периодической десятичной дроби.

30. Укажите пример поля между Q и R.
30.1. $\{a+b\sqrt{2} \mid a,b \in Z\}$;
302. $\{a+b\sqrt{2} \mid a,b \in Q\}$;
30.3. $\{a+b\sqrt{2} \mid a,b \in R\}$;
30.4. $\{a+b\sqrt{2} \mid a \in Q, b \in R\}$.

31. Выполняется ли в упорядоченном поле рациональных чисел аксиома Кантора?
31.1. Да.
31.2. Да, если поле рациональных чисел рассматривать как подполе поля действительных чисел.
31.3. Да, если рациональные числа рассматривать в виде десятичных дробей.
31.4. Нет.
32. Нарисуйте диаграмму, изображающую множества Q, R, C и множество алгебраических чисел A.

33. Нарисуйте диаграмму, изображающую множества N, $2Z$, $Z+Zi$.

34. Нарисуйте диаграмму, изображающую множества $Z+Zi$, R, C.

35. Нарисуйте диаграмму, изображающую множество всех групп G, множество всех колец K, множество всех полей P и множество всех упорядоченных полей U.

36. Изобразите на одной диаграмме множество всех колец, кольцо целых чисел, множество всех полей и поле рациональных чисел.

5.3. Анализ результатов обучения и перечень корректирующих мероприятий по учебной дисциплине

Для проведения анализа усвоения учебных достижений студентов по учебной дисциплине применяются:

1. Формирование фонда задач на доказательства по индукции;
2. опрос по изучению чисел в школьной математике;
3. выступления с сообщениями на практических занятиях и конференциях;
4. индивидуальные домашние работы.

6. УЧЕБНЫЕ РЕСУРСЫ
6.1. КАРТА ЛИТЕРАТУРНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «ЧИСЛОВЫЕ СИСТЕМЫ»
для обучающихся образовательной программы

Направление подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы Математика и информатика

по очной форме обучения

Наименование	Место хранения/ электронный адрес	Кол-во экземпляров/точек доступа
ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА		
Ларин, С. В. Числовые системы [Текст] : учебное пособие для студентов пед. вузов / С. В. Ларин. - М. : Академия, 2001. - 160 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	98
Числовые системы. Учебное пособие для академического бакалавриата. – М. : «Юрайт», 2018, 177 с.	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Индивидуальный неограниченный доступ
Нечаев, Василий Ильич. Числовые системы [Текст] : учебное пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / В. И. Нечаев. - М. : Просвещение, 1975. - 199 с. : ил. - Библиогр.: с. 194.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	21
Смолин, Ю.Н. Числовые системы : учебное пособие / Ю.Н. Смолин. - Москва : Издательство «Флинта», 2009. - 112 с. - ISBN 978-5-9765-0794-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=54576	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Индивидуальный неограниченный доступ
ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА		
Кузнецов, Б.Т. Математика : учебник / Б.Т. Кузнецов. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юнити-Дана, 2015. - 719 с. : ил., табл., граф. - (Высшее профессиональное образование: Экономика и управление). - Библиогр. в кн. - ISBN 5-238-00754-X ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114717	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Индивидуальный неограниченный доступ
Кундышева, Е.С. Математика : учебник / Е.С. Кундышева. - 4-е изд. - Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2015. - 562 с. : табл., граф.,	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Индивидуальный неограниченный

схем., ил. - Библиогр.: с. 552-553. - ISBN 978-5-394-02261-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=452840		доступ
ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ И ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ		
Гарант [Электронный ресурс]: информационно-правовое обеспечение : справочная правовая система. – Москва, 1992– .	Научная библиотека	Локальная сеть вуза
Elibrary.ru [Электронный ресурс] : электронная библиотечная система : база данных содержит сведения об отечественных книгах и периодических изданиях по науке, технологии, медицине и образованию / Рос. информ. портал. – Москва, 2000– . – Режим доступа: http://elibrary.ru.	http://elibrary.ru	Свободный доступ
East View : универсальные базы данных [Электронный ресурс] : периодика России, Украины и стран СНГ . – Электрон.дан. – ООО ИВИС. – 2011 - .	https://dlib.eastview.com/	Индивидуальный неограниченный доступ
Антиплагиат. Вуз [Электронный ресурс]	https://krasspu.antiplagiat.ru/	Индивидуальный доступ
Межвузовская электронная библиотека (МЭБ)	https://icdlib.nspu.ru/	Индивидуальный неограниченный доступ

Согласовано:

Главный библиотекарь / / Фортова А.А.
(должность структурного подразделения) (подпись) (Фамилия И.О.)

6.2. Карта материально-технической базы дисциплины «Числовые системы» для обучающихся образовательной программы

Направление подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), направленность (профиль) образовательной программы Математика и информатика

по очной форме обучения

г. Красноярск, ул. Перенсона 7 (Корпус №4)

Номер аудитории	Количество посадочных мест	Перечень используемого оборудования	Кафедра, за которой закреплена аудитория, с указанием отв. лица
3-12	**30**	**10 компьютеров с выходом в Интернет, Учебная доска**	**Кафедра математики и методики обучения математике, зав. Шкерина Л.В.**