МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»

(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики

Кафедра математики и методики обучения математике

Мухутдинова Евгения Наилевна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Тема: КУРС ПО ВЫБОРУ «ПРИЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ГРАФОВ» В СИСТЕМЕ МАТЕМАТИЧЕКОЙ ПОДГОТОВКИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 9 КЛАССОВ

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование

Направленность (профиль) образовательной программы: «Математика и информатика»

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ КГПУ им. В.П. Астафьева ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ И ИНФОРМАТИКИ

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой:
д-р пед. наук, профессор Л.В. Шкерина
08.05.2019.
(дата, подпись)

Научный руководитель: к. п.н. , доцент Кейв М.А.
, 08.05.2019
(дата, подпись)

Дата защиты
____

Обучающийся:
Мухутдинова Е.Н.
08.05.2019
(дата, подпись)

Оценка ______________________
(прописью)

Красноярск 2019

Оглавление

Введение

Федеральные государственные образовательные стандарты основного и среднего общего образования определили новые требования к результатам освоения основной образовательной программы, среди которых умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач [ФГОС ООО, 2010].

Спецификой теории графов, которая собственно и позволяет ставить вопрос о введении ее элементов в школьный курс математики, является возможность представить граф геометрически – в виде простого, удобного в обращении рисунка. При построении рисунков графов, соответствующих какому-то явлению, мы имеем дело с так называемым знаковым моделированием.

Язык и методы теории графов, проникая во многие сферы человеческой деятельности, становятся неотъемлемой составной частью общей математической культуры. Поиск возможностей включения элементов теории графов, в программу подготовки школьников на сегодня остается одной из актуальных проблем школьного математического образования.

Проблема исследования: поиск возможностей включения элементов теории графов, в программу подготовки школьников.

Гипотеза исследования: если в систему математической подготовки обучающихся 9 класса включить специальный курс по выбору посвященный элементам теории графов, то это будет способствовать развитию умений создавать, применять и преобразовать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач.

Цель исследования: методическая разработка курса по выбору «Приложения теории графов» для обучающихся 9 кл.

Объект исследования: математическая подготовка обучающихся 9 кл.

Предмет исследования: методика обучения курсу по выбору «Приложения теории графов» обучающихся 9 кл.

Задачи исследования:

1) Проанализировать специальную литературу и имеющийся педагогический опыт по теме исследования.
2) Описать роль, место и значение элементов теории графов в математическом образовании школьников.
3) Охарактеризовать основные требования к проектированию и реализации программы курса по выбору в системе математической подготовки школьников.

4) Разработать методическое обеспечение для курса по выбору «Приложения теории графов» для обучающихся 9 кл.

5) Провести педагогический эксперимент, проанализировать и описать его результаты.

Настоящая квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, библиографического списка.

Глава 1. Теоретические основы методики обучения курсу по выбору «Приложения теории графов»

1.1 Элементы теории графов в математическом образовании школьников

Язык и методы теории графов, проникая во многие сферы человеческой деятельности, становятся неотъемлемой составной частью общей математической культуры. Понятие графа ёмко и связано со многими основными понятиями математики, к числу которых относятся и многие понятия школьной математики [Кейв,2015].

Существует три основных подхода к введению понятия граф. Граф состоит из конечного множества вершин и множества ребер, где каждое ребро есть подмножество множества вершин, содержащее два элемента. Несколько иное определение: граф состоит из конечного множества вершин и симметричного антирефлексивного бинарного отношения на этом множестве вершин. И, наконец, граф состоит из конечного множества вершин, конечного множества ребер и отношения инцидентности между вершинами и ребрами, такого, что всякое ребро инцидентно двум вершинам, а любые две вершины инцидентны не более чем одному ребру [Кейв,2009].

Теория графов предлагает модели для всякой системы с бинарными отношениями. Если в изучаемом явлении выделить непустое множество каких-то элементов и множество бинарных отношений, заданных на первом множестве, то как только удастся разумно соотнести вершинам графа интересующие нас объекты, а ребрам – отношения между ними, полученный *граф становится математической моделью изучаемого явления, а свойства графа отражают структурные свойства этого явления* [Кейв,2016].

Если при этом первое множество разбивается на несколько подмножеств, то получаем так называемый граф с «цветными» вершинами. Если второе множество содержит более одного элемента, то получаем граф с «цветными» ребрами. Если для всех элементов первого множества важен порядок элементов в паре, то получаем граф с ориентированными ребрами; в противном случае получим граф смешанный или неориентированный [Кейв,2016].

Именно потому, что в каждом явлении (в каждой структуре) можно и, вообще говоря, не единственным способом выделить непустое множество элементов и множество бинарных отношений, связывающих элементы первого множества, графы применимы для изучения широкого круга явлений из самых разных областей знания [Кейв,2016].

С помощью графов можно описать строение конечных групп и компьютерных программ; рыночные и дружеские отношения; некоторые игры и головоломки; электрические цепи; карты дорог; химические соединения; изготовление печатных схем и многое другое.

Простой язык теории графов позволяет решать многочисленные, разнообразные и довольно нетривиальные задачи математики [Кейв,2009].

Одной из особенностей теории графов, которая, собственно, и позволяет ставить вопрос о введении элементов теории графов в школьный курс математики, является возможность представить граф (как математическую модель или как отвлеченный образ) геометрически – в виде простого, удобного (имеется в виду удобное для человека) в обращении рисунка: вершины отождествляются с точками на плоскости, а ребра с линиями, соединяющими вершины. *Рисунок графа, являясь знаком, чувственно воспринимаемым материальным предметом, служит посредником между реальной действительностью и математической моделью*. При изображении графа определенные свойства изучаемого явления моделируются с помощью простых знаков – точек (одного цвета или несколько цветов) и отрезков (одного цвета или нескольких цветов, направленных или ненаправленных). При построении рисунков графов, соответствующих какому-то явлению, мы имеем дело с так называемым знаковым моделированием. В процессе познания рисунки графов, как чувственные образы, становятся носителями богатого смыслового содержания [Кейв,2016].

Перспективным и естественным является использование изобразительного языка графов в качестве служебных средств при решении различных методических вопросов обучения математике [Кейв,2009]:

- графы как средство наглядности при обучении математике;

- графы как средство углубления и обогащения содержания школьной математики;

- графы как средство усиления взаимосвязей учебных дисциплин, изучаемых в школе;

- графы как средство развития прикладного направления математики.

Знакомство с теорией графов и ее языком прокладывает пути для учащихся, интересующихся математикой, в топологию, комбинаторный анализ и другие области современной математики и ее приложений; облегчает чтение и понимание научно-популярной и научной литературы.

С помощью графов можно аккуратно перебирать варианты в достаточно сложных комбинаторных задачах. Рассмотрим пример такой задачи:

Задача 1. Аркадий, Борис, Владимир, Григорий и Дмитрий при встрече обменялись рукопожатиями. Сколько всего рукопожатий было сделано?

Решение: Пусть каждому из пяти молодых людей соответствует определенная точка на плоскости, а производимому рукопожатию – отрезок, соединяющий конкретные точки. Если подсчитать количество совершенных рукопожатий, то их получится 10. Так же, что бы узнать количество ребер в графе надо сложить степени каждой вершины и разделить пополам. (5*4)/2=10. Ответ: 10 рукопожатий.

Такой перебор дисциплинирует мышление школьников, позволяет не пропустить ни одного варианта и не повторить никакой вариант дважды, что особенно актуально для обучающихся 9 класса, поскольку в содержание итоговой государственной аттестации выпускников 9 класса включены задания комбинаторного типа, требующие нестандартного подхода к решению.

Использование графов помогает обнаружить, продемонстрировать, изоморфизм различных структур математики. А, как известно, формирование понятия изоморфизма и его использование способствует развитию важного качества современного математического мышления – умения обнаружить глубокое структурное сходство внешне различных систем предметов и отношений. Приведем пример таких задач:

Задача 2: Имеются три дома и три колодца. Каждый хозяин пользуется любым из трех колодцев, но не любит встречаться с другими хозяевами. Можно ли проложить непересекающиеся дорожки, соединяющие каждый из домов с каждым колодцем?

Задача 3: Встретились трое друзей – Белов, Черной и Рыжов. Один из них блондин, другой – брюнет, третий – рыжий. Брюнет сказал Белову: «Ни у одного из нас цвет волос не соответствует фамилии». Какой цвет волос у каждого из них, если известно, что брюнет всегда говорит правду?

Использование графов естественно влечет проникновение в школьную математику в различных проявлениях идей оптимальности, очень важных для науки и практики. Это происходит в силу того, что ряд даже основных понятий теории графов связан с идеей оптимальности. Так, например, полным графом является граф с максимальным числом ребер при заданном числе вершин; простой цикл является минимальным связным графом с заданным числом вершин. Дерево, содержащее все вершины графа, с одной стороны, есть максимальный подграф связного графа с заданным числом вершин, который не содержит циклов, а, с другой стороны, - минимальный связный подграф. Развитию и проникновению идеи оптимальности будут способствовать упражнения и задачи, использующие понятия пути, потока и разреза в сети и др. Рассмотрим такие задачи:

Задача 4: В городе составляют схему автобусных маршрутов, которые должны удовлетворять следующим требованиям: на каждом маршруте должно быть по три остановки, каждый маршрут со всяким должен иметь только одну общую остановку. От одной остановки до любой другой остановки можно доехать автобусом одного какого-либо маршрута без обязательной пересадки на автобус другого маршрута. Сколько должно быть в городе автобусных маршрутов и остановок?

Задача 5: На острове есть несколько населенных пунктов. Из каждого пункта выходят две проезжие дороги и три пешеходных тропы. Каждая проезжая дорога и каждая пешеходная тропа приводят к некоторому населенному пункту. Любые два населенных пункта связаны чем-то одним – или дорогой, или тропой. Сколько на острове населенных пунктов, проезжих дорог и пешеходных троп?

Специфика теории графов позволяет вводить основные понятия, методологически связывая их с практикой, показывая пути возникновения этих понятий при помощи формализации и обобщения различных сторон действительности. Графы мы можем наблюдать при изучении химии: анализируя химические превращения, описывая химические реакции; географии, смотря на карты авиалиний и схемы железных дорог и многие другие. При этом в силу широкой применимости теории графов, изучение ее основ и методов может и должно происходить в процессе изучения основного курса математики, в процессе использования языка теории графов при обучении математике. При постепенном его введении, по мере необходимости и целесообразности, он будет «работать» на протяжении всего обучения математике [Кейв, 2008].

1.2 Курсы по выбору в системе математической подготовки школьников.

В концепции профильного обучения на старшей ступени общего образования отмечается, что реализация идеи профилизации обучения на старшей ступени общего образования ставит выпускника перед необходимостью совершения ответственного выбора – предварительного самоопределения в отношении профилирующего направления собственной деятельности [Концепция профильного, 2002].

В связи с этим предпрофильная подготовка представляет собой систему педагогической, психологической, информационной и организационной поддержки учащихся основной школы, содействующих их самоопределению по завершению основного общего образования.

Это решение, безусловно, одно из важнейших в жизни каждого человека, и задача педагогов общеобразовательной школы – помочь учащимся этот выбор сделать осознанно, то есть объективно оценить свои силы и возможности, способности, интересы и склонности.

В предпрофильной подготовке решение этой проблемы идет через *курсы по выбору*, основная функция которых – профориентационная. В профильном обучении на решение этой задачи направлены *курсы по выбору (факультативы)*[Кейв, 2015].

Курсы по выбору (факультативы) – это форма организации учебных занятий во внеурочное время, направленная на расширение, углубление и коррекцию знаний учащихся по учебным предметам в соответствии с их потребностями, запросами, способностями и склонностями [Кейв, 2008].

Согласно ФГОС среднего общего образования изучение дополнительных учебных предметов, курсов по выбору обучающихся должно обеспечить [ФГОС ООО, 2010]:

- удовлетворение индивидуальных запросов обучающихся;
- общеобразовательную, общекультурную составляющую при получении среднего общего образования;

- развитие личности обучающихся, их познавательных интересов, интеллектуальность и ценностно-смысловой сферы;
- развитие навыков самообразования и самопроектирования;
- углубление, расширение и систематизацию знаний в выбранной области научного знания или вида деятельности;
- совершенствование имеющегося и приобретение нового опыта познавательной деятельности, профессионального самоопределения обучающихся.

Результаты изучения дополнительных учебных предметов, курсов по выбору обучающихся должны отражать:

1) развитие личности обучающихся средствами предлагаемого для изучения учебного предмета, курса: развитие общей культуры обучающихся, их мировоззрения, ценностно-смысловых установок, развитие познавательных, регулятивных и коммуникативных способностей, готовности и способности к саморазвитию и профессиональному самоопределению;

2) овладение систематическими знаниями и приобретение опыта осуществления целесообразной и результативной деятельности;

3) развитие способности к непрерывному самообразованию, овладению ключевыми компетентностями, составляющими основу умения: самостоятельному приобретению и интеграции знаний, коммуникации и сотрудничеству, эффективному решению (разрешению) проблем, осознанному использованию информационных и коммуникационных технологий, самоорганизации и саморегуляции;

4) обеспечение академической мобильности и (или) возможности поддерживать избранное направление образования;

5) обеспечение профессиональной ориентации обучающихся [ФГОС ООО, 2010].

Типологию факультативных курсов определяет специфика образовательных задач, на решение которых они направлены (Таблица 1). В связи с этим в практике предпрофильного обучения можно выделить следующие типы курсов по выбору:

- предметно-ориентированные, направленные на формирование у учащихся предметных компетенций;
- межпредметные курсы, направлены на развитие у учащихся основ метапредметных компетенций;
- внепредметные элективные курсы, способствующие развитию у учащихся специфических личностных качеств и удовлетворению их познавательных интересов в различных областях деятельности человека.

Таблица 1

Классификация курсов по выбору

Тип элективного курса	Образовательные задачи	Вид деятельности учащегося
Предметно-ориентированные	Формирование у учащихся предметных компетенций посредством систематизации, обобщения,	Фундаментальное изучение дополнительных разделов, освоение специальных

	углубления и расширения «предметного поля»	способов и методов учебного предмета
Межпредметные	Формирование у учащихся основ метапредметных компетенций	Комплексное применение различных способов, методов и синтеза знаний по ряду предметов в ходе решения разнообразных задач метапредметного характера.
Внепредметные	Становление и развитие у учащихся специальных личностных качеств, восполнение «общекультурного вакуума», удовлетворение естественного любопытства к какой-то области знаний, которая отсутствует в традиционном учебном плане	Знакомство с различными областями деятельности человека. Освоение внепредметных знаний, учений и навыков. Участие в мастер-классах, тренингах личностного роста др.

Как правило, факультативные курсы – это авторские курсы, предлагаемые самой школой, отдельными педагогами.

Программы курсов по выбору обучающихся должны удовлетворять определенным требованиям:

- соответствовать концептуальным положениям профильного обучения и требованиям ФГОС общего образования;
- иметь практическую направленность;
- обладать логикой построения и подачи учебного материала;
- быть хорошо структурированной и связной по содержанию;
- быть реалистичной по времени и затраченным ресурсам;
- предполагать активные метода обучения, дающие учащимся осознанно и объективно сделать выбор для продолжения образования;
- иметь определенную степень новизны;
- обладать некоторой степенью обобщенности содержания, что позволяет развивать общеучебные и предметные умения и навыки.

В соответствии с требованиями ФГОС основного общего образования программы отдельных учебных предметов, курсов должны содержать:

1) пояснительную записку, в которой конкретизируются общие цели среднего (полного) общего образования с учетом специфики учебного предмета;

2) общую характеристику учебного предмета, курса;

3) описание места учебного предмета, курса в учебном плане;

4) личностные, метапредметные и предметные результаты освоения конкретного учебного предмета, курса;

5) содержание учебного предмета, курса;

6) планируемые результаты изучения учебного предмета, курса;

7) тематическое планирование с определением основных видов учебной деятельности обучающихся;

8) описание учебно-методического и материально-технического обеспечения образовательного процесса [ФГОС ООО, 2010].

Примерная структура программы включает в себя несколько компонентов [Кейв, 2010]:

1. Титульный лист.
2. Пояснительная записка (аннотация).
3. Учебно-тематический план.
4. Содержание курса по темам.
5. Учебно-методическое обеспечение.

Название курса должно быть привлекательным. Оно должно, с одной стороны не быть похожим на школьное, а с другой стороны, показывать то, чем ученики, посещение его, будут заниматься. Например: «Комбинаторика или как выиграть в лотерею», «Криптография или как сохранить информацию», «Несложные способы решения сложных задач или как сдать ЕГЭ на 100 баллов» [3].

Пояснительная записка включает в себя: сведения об актуальности курса – роль, место и значение курса в системе предпрофильного обучения; указание типа курса; продолжительность по времени и количество часов в неделю; формулировка целей и задач курса с учетом типа курса и его функций; сведения о методах и формах организации занятий курса (виды деятельности, предлагаемые учащимся); критерии, позволяющие оценить успехи учащихся в изучении данного курса; возможные социальные пробы и ожидаемый результат [Гусев, 1984].

Учебно-тематическое планирование, как правило, оформляется в виде таблицы (таблица 2) с указанием наименований основных модулей, тем и разделов, теоретических и практических часов, ожидаемых образовательных результатов, предполагаемой деятельности учащихся и возможными формами контроля [Гусев, 1984].

Таблица 2

Учебно-тематическое планирование курса по выбору

№ п/п	Наименование модулей, тем, разделов	Кол-во часов	Образовательные цели	Вид деятельности учащегося	Формы контроля

В содержании курса по выбору необходимо указать основные дидактические единицы учебной информации, а также типы задач, которые будут предложены, участникам курса.

При проектировании программы курса необходимо учесть, что содержание курса должно знакомить учащихся со способами деятельности; включать оригинальный материал, не дублировать содержание предметов, обязательных для изучения; помогать учащимся оценить свой потенциал с точки зрения образовательной перспективы.

Выводы по первой главе

Специфика языка теории графов позволяет использовать его в процессе математической подготовки школьников.

Перспективным и естественным является использование изобразительного языка графов в качестве служебных средств при решении различных методических вопросов обучения математике:

- графы как средство наглядности при обучении математике;
- графы как средство углубления и обогащения содержания школьной математики;
- графы как средство усиления взаимосвязей учебных дисциплин, изучаемых в школе;
- графы как средство развития прикладного направления математики

В систему математической подготовки обучающихся 9 класса возможно включение элементов теории графов как в содержание уроков по математике, так и в состав предпрофильной подготовки посредством специального курса по выбору, освещающего популярные вопросы теории графов.

Глава 2. Методическое обеспечение курса по выбору «Приложения теории графов»

2.1 Программа курса по выбору «Приложения теории графов» для обучающихся 9 классов

1. Пояснительная записка

Рабочая программа составлена на основе Федерального Государственного образовательного стандарта основного общего образования, утвержденного приказом №1897 Министерства образования и науки РФ от 17.12.2010 г. и «Примерные программы основного образования. Математика» М.: Просвящение, 2011, учебного плана на текущий учебный год и направлена на обеспечение дополнительной подготовки по математике.

Курс по выбору «Приложения теории графов» входит в состав предпрофильной подготовки, обучающихся 9 класса.

Изучение данного курса актуально в связи с тем, что теория графов все более востребована и находит все новые области применения (химия, физика, экономика, информатика и т.д.)

Теория графов используется при решении различных логических и олимпиадных задач.

Изучение данного курса направлено: на расширение знаний учащихся; повышение уровня математической подготовки; на развитие умений находить выход из различных ситуаций, имеющих практический характер; способствует формированию познавательных универсальных учебных действий, а именно, умений применять язык теории графов в ходе анализа и моделирования различных ситуаций.

Тематика курса привлечет внимание школьников, интересующихся математикой и ее приложениями

Обучение курсу по выбору «Приложения теории графов» направлено на достижение следующих целей:

в направлении личностного развития:

- формирование представлений о математике, как части общечеловеческой культуры, о значимости математики в развитии цивилизации и современного общества;
- развитие логического и критического мышления, культуры речи;

в метапредмотном направлении:

- развитие представлений о математике как форме описания и методе познания действительности;
- формирование общих способов интеллектуальной деятельности, характерных для математики и являющихся основой познавательной культуры, значимой для различных сфер человеческой деятельности;
- развитие умений создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач.

в предметном направлении:

- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми для продолжения образования, изучение смежных дисциплин, применения в повседневной жизни.

2. Общая характеристика курса по выбору

Курс по выбору «Приложения теории графов» ориентирован на обучающихся 9 класса.

Основная цель курса: ознакомление обучающихся с основными понятиями теории графов, методами исследования различных типов объектов и подструктур в графах, а также с рядом классических задач на графах и описанием алгоритмов их решения.

К задачам курса относятся:

- создание условий для расширения общенаучного кругозора и интереса обучающихся к предметной области «Математика»;

- создание условий для ознакомления учащихся с фундаментальными понятиями и алгоритмами теории графов;

- формирование у обучающихся умений и навыков решения задач из теории графов;

- создание условий для вовлечения обучающихся в деятельность связанную с применением языка теории графов в различных ситуациях.

Формы организации обучения: лекция, семинар, практикум, лабораторная работа и др. Современные педагогические технологии: игровые (ролевые игры, игры-соревнования), интерактивные (дискуссии, эвристические беседы), проблемное обучение (метод проектов, кейс-метод).

3. Место курса в учебном плане

В соответствии с учебным планом образовательного учреждения программа рассчитана на 16 часов. Курс по выбору входит в состав предпрофильной подготовки обучающихся 9 класса.

4. Личностные, метапредметные, предметные результаты освоения курса

Освоение курса позволяет достичь следующих результатов ***в личностном направлении:***

1) умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контр примеры;
2) критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;
3) представление о математической науке как сфере человеческой деятельности, об этапах ее развития, о ее значимости для развития цивилизации;
4) креативность мышления, инициатива, находчивость, активность при решении математических задач;
5) умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;
6) способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений;

в метапредметном направлении:

1) первоначальные представления об идеях и о методах матемаитки как об универсальном языке науки и техники, о средстве моделирования явлений и процессов;
2) умение видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в других дисциплинах, в окружающей жизни;
3) умение находить в различных источниках информацию, необходимую для решения математических проблем, и представлять ее в понятной форме; принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации;
4) умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки;
5) умение применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, видеть различные стратегии решения задач;
6) понимание сущности алгоритмических предписаний и умений действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;
7) умение самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем;
8) умение планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера;

в предметном направлении:

1) умение работать с математическим текстом (анализировать, извекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи с применением математической терминологии и символики, использовать различные языки математики, проводить классификации, логические обоснования, доказательства математических утверждений;
2) овладение геометрическим языком, умение использовать его для описания предметов окружающего мира; развитие пространственных представлений и изобразительных умений, приобретение навыков геометрических построений;
3) умение применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин с использованием при необходимости справочных материалов, калькулятора, компьютера.

5. Содержание программы учебного курса

Программа курса состоит из 8 тем и рассчитана на учащихся 9 класса.

Тема 1. Язык теории графов

Введение в теорию графов: экскурс в историю возникновения и развития теории графов. Сведения о приложениях теории графов (примеры). Понятие граф, основные элементы графа такие как, вершина и ребро. Смежность вершин и ребёр графа. Виды графов: простой граф, мультиграф, псевдограф, орграф и др. Пустой и полный граф. Степень вершины графа. Лемма о рукопожатиях и следствие из нее. Решают задачи с использованием различных видов графов.

Тема 2. Маршруты в графах

Определение маршрута, виды маршрутов: замкнутый маршрут; цепь; цикл; простая цепь; простой цикл.

Алгоритмы поиска маршрутов в графе (алгоритм поиска в ширину). Задачи на нахождение цикла, цепи, поиск кратчайшего маршрута.

Тема 3. Связность в графе.

Понятие связанных вершин, какой граф является связным, компоненты связности. Понятие двудольности графа, теорема Кёнига и следствие из нее. Решают задачи по новому материалу.

Тема 4. Эйлеровы и Гамильтоновы графы.

Задача о Кенигсберских мостах. Понятия Эйлеров цикл и Эйлеров граф. Понятия Гамильтонов графи и Гамильтонов цикл.

Игра Гамильтона «Кругосветное путешествие» и ее близость к практическим задачам.

Фигуры, обводимые одним росчерком. Предлагается проведение конкурса на самую красивую графическую или текстовую задачу.

Тема 5. Деревья

Понятие дерево, их свойства. Понятия нагруженного графа, остовного дерева. Вес ребра, минимальное остовное дерево. Задачи на построение дерева вариантов.

Тема 6. Укладка графа на плоскости

Понятие плоские, планарные графы. Задача «о трех домах и трех колодцах». Укладка графа на плоскости.

Тема 7. Приложения теории графов

Задачи, решаемые с помощью теории графов из смежных дисциплин.

Тема 8. Защита проектов

Подведение итогов изучения курса, защита проектов.

6. **Учебно-методические ресурсы**

Примерные темы проектных работ

1. Графы в биологии.
2. Графы в географии.
3. Графи в химии.
4. Графы в экономике.
5. Графы в информатике.
6. Графы в психологии.
7. Графы в головоломках.

Литература для обучающихся:

1. Мельников О. И. Незнайка в стране графов: Пособие для учащихся. Изд. 5-е. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012.
2. Мельников О.И. Занимательные задачи по теории графов, уч.- Метод. Пособие/ Изд-е 2-е, стереотип.- Минск: НТОО «ТетраСистемс», 2001.

Литература для учителя:

1. Альхова З.Н., Макеева А.В Внеклассная работа по математике. – Саратов: «Лицей», 2002.
2. Березина Л.Ю. Графы и их применение. – М. «Просвещение», 1979
3. Гусев В.А, Орлов А.И. Розенталь А.Л. Внеклассная работа по математике в 6-8 классах. – М., «Просвещение», 1984.
4. Емеличев В. А., Мельников О. И., Сарванов В. И., Тышкевич Р. И. Лекции по теории графов // М.: Наука, 1990.
5. Кейв М.А Дискретная математика для будущего учителя: учебное пособие; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2008.
6. Харари Ф. Теория графов // М.: Мир, 1973.

Интернет-ресурсы и цифровые образовательные ресурсы

1. Тест по теме «Теория графов». - Режим доступа: [https://kovriguineda.ucoz.ru/tests/1]

2. ЦОР по теме "Теория графов". Режим доступа: [http://mir-information.blogspot.ru/2013/10/blog-post.html]

7. Планируемые результаты обучения

Личностные результаты:

Обучающийся умеет выбирать желаемый уровень математических результатов*;*

Метапредметные результаты:

Регулятивные универсальные учебные действия

Обучающийся: умеет анализировать условие задачи; умеет действовать в соответствии с предложенным алгоритмом, составлять несложные алгоритмы построений; применять приемы самоконтроля при решении математических задач; умеет оценивать правильность выполнения действия.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Обучающийся: умеет строить речевые конструкции с использованием изученной терминологии и символики; понимает смысл поставленной задачи; осуществляет контроль, коррекцию, оценку действий партнера.

Познавательные универсальные учебные действия

Обучающийся: умеет анализировать и осмысливать тексты задач, моделирует условие с помощью схем, рисунков, реальных предметов, строит логическую цепочку рассуждений; формулирует простейшие свойства изучаемых математических объектов; осуществляет выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий.

Предметные образовательные результат:

Обучающийся: владеет фундаментальными понятиями теории графов для последующего свободного их использования; умеет применять графы к различным областям науки

8. Тематическое планирование с определением основных видов учебной деятельности

№ урока	Тема урока и тип урока	Кол-во часов	Элемент содержания	Предметные результаты обучения	УУД
1	Язык теории графов *Вводная лекция*	2	Основные элементы графа: вершина, ребро. Виды графов: простой граф, мультиграф, псевдограф, ориентированный, полный.	- знать основные элементы графа; - уметь отличать виды графов; - владеть навыками применения теории на практике.	**Регулятивные УУД** Адекватно самостоятельно оценивать правильность выполнения действия и вносить свои коррективы **Познавательные УУД** Осуществлять сравнение, классификацию **Коммуникативные УУД** Аргументировать свою точку зрения.
2	Маршруты в графах *Лекция и практическая часть*	2	Виды маршрутов: замкнутый, цепь, цикл, простая цепь, простой цикл. Поиск маршрута в графе.	- знать определение маршрута; - уметь отличать виды маршрутов; - уметь находить маршрут в графе; - знать определения	**Регулятивные УУД** Уметь реализовать свои знания. **Познавательные УУД** Устанавливать причинно-следственные связи. **Коммуникативные УУД**

				цепи, цикла, простой цепи и простого цикла и чем они отличаются; - владеть навыками применения теории на практике.	Работать в группе, устанавливать рабочие отношения.
3	Связность в графе *Лекция и практическая часть*	2	Понятие связанных вершин, связанный граф, компоненты связности. Двудольный граф.	- знать понятие связных вершин; - знать какой граф называется связным; - уметь находить компоненты связности; - знать определение двудольного графа; - владеть навыками применения теории на практике.	**Регулятивные УУД** Оценивать правильность выполнения действия на уровне адекватной ретроспективной оценки. **Познавательные УУД** Проводить сравнение и классификацию по заданным критериям. **Коммуникативные УУД** Контролировать действия партнера.
4	Эйлеровы графы, Гамильтоновы графы *Лекция и практическая часть*	2	Задача о Кенигсберских мостах, Эйлеров цикл и Эйлеров граф. Нахождение фигур обводимых одним росчерком. Гамильтов цикл, Гамильтов граф, игра «кругосветное путешествие».	- уметь отличать Эйлеров цикл от Эйлерова графа; - уметь обводить фигуру одним росчерком; - уметь отличать Гамильтов цикл от Гамильтонова графа.	**Регулятивные УУД** Навыки самоконтроля. **Познавательные УУД** Осуществлять выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий. **Коммуникативные УУД** Отображать в речи(описание, объяснение) содержание совершаемых действий.
5	Деревья *Лекция и практическая часть*	2	Понятие дерева, свойства деревьев.	- знать понятие дерева; - знать свойства деревьев и уметь их применять.	**Регулятивные УУД** Учитывать правила в планировании и контроле способа решения. **Познавательные УУД** Использовать поиск необходимой информации для выполнения учебных заданий с использование учебной литературы. **Коммуникативные УУД** Учитывать разные мнения и стремиться к координации различных позиций.
6	Укладка графа на плоскости. *Комбинированный урок*	2	Плоские, планарные графы, задача о 3 домах и 3 колодцах.	- знать понятия плоского и планарного графа; - уметь находить решение нестандартных задач.	**Регулятивные УУД** Осуществлять итоговый и пошаговый контроль по результату. **Познавательные УУД** Проводить сравнение, классификацию по заданным критериям. **Коммуникативные УУД** Строить монологическое контекстное решение.
7	Приложения теории графов *Практическая работа*	2	Решение задач из других дисциплин	- уметь решать задачи с использованием полученных знаний теории графов;	**Регулятивные УУД** Планировать пути достижения цели. **Познавательные УУД** Создавать и

					преобразовывать модели и схемы для решения задач. **Коммуникативные УУД** Организовывать и планировать учебное сотрудничество с учителем и сверстниками.
8	Итоговое занятие. *Творческие индивидуальные и групповые работы*	2	Защита проектов.	- уметь применять и представлять полученные знания на практике.	**Регулятивные УУД** Анализировать и сопоставлять свои знания. **Познавательные УУД** Обучать основам реализации исследовательской деятельности. **Коммуникативные УУД** Договориться о совместной деятельности, приходят к общему решению, в том числе в ситуации столкновения интересов.

2.2 Конспекты занятий курса по выбору «Приложения теории графов».

Конспект занятий №1.
Тема: «Язык теории графов» (2ч.)

Основная дидактическая цель: знакомство с базовыми понятиями теории графов: граф, вершина, ребро, простой граф, мультиграф, псевдограф, ориентированный граф, полный граф, лемма о рукопожатиях.

План

1. Организационный момент; (5 мин)
2. Экскурс в историю возникновения теории графов; (15 мин)
3. Введение в теорию графов: основные понятия; (40 мин)
4. Практикум: решение задач; (25 мин)
5. Итог урока; (10 мин)
6. Рефлексия; (5 мин)

Ход занятия

1. Организационный момент

Что вы слышали о «Графе»? Вы даже себе представить не можете, сколько интересного скрывается под этим словом. Граф – замечательный математический объект, с его помощью можно решать много различных, внешне не похожих друг на друга задач. В математике существует целый раздел – теория графов, который изучает графы, их свойства и применение. Графы окружают нас повсюду. Даже если мы сейчас возьмем пример, круговорот воды в природе (рис.1.1). Это тоже граф. Другой пример, исследуя свою родословную, мы строим генеалогическое древо, и это древо тоже граф (рис.1.2).

(Рис.1.1) (Рис.1.2)

2. Экскурс в историю возникновения теории графов

Родоначальником теории графов считается выдающийся математик, член Петербургской академии наук Леонард Эйлер.

В 1736 году в одном из своих писем он формулирует и предлагает решение задачи о семи кёнигсбергских мостах, ставшей впоследствии одной из классических задач теории графов(рис.1.3).

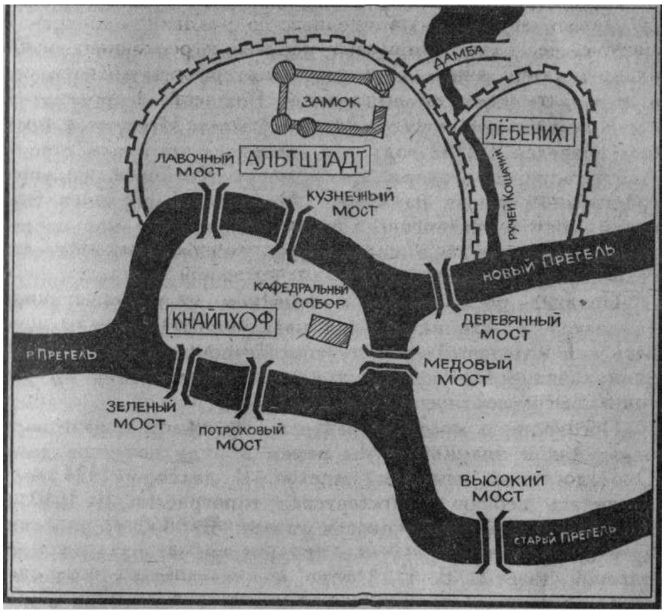


Рис.1.3

Издавна среди жителей Кёнигсберга была распространена такая загадка: как пройти по всем мостам (через реку Преголя), не проходя ни по одному из них дважды. Многие кёнигсбержцы пытались решить эту задачу как теоретически, так и практически, во время прогулок. Впрочем, доказать или опровергнуть возможность существования такого маршрута никто не мог.

Задание: попробуйте ответить на вопрос «Можно ли, выйдя из дома, прогуляться по все мостам по одному разу, и вернуться домой?»

Ученики приходят к выводу, что нельзя пройти по всем мостам один раз и вернуться домой.

3. Введение в теорию графов, основные понятия.

Пусть задано некоторое непустое множество V и множество E пар различных элементов из V. Элементы множества V называются *вершинами графа*, элементы множества E называются *ребрами графа***,** а пара (V, E) т.е. множество вершин и множество ребер, называется *графом*.

Изображен граф G (рис. 1.4), заданный множеством вершин V={1,2,3,4,5} и множество ребер E={(1,2), (2,3), (4,2), (4,3)}.

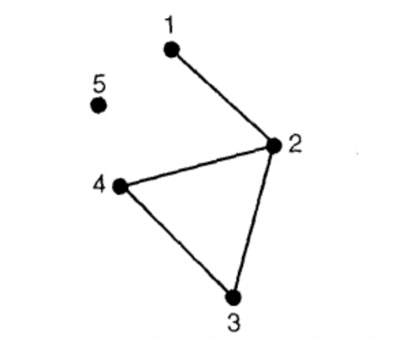


Рис. 1.4

Если две вершины графа соединены ребром, то они называются *смежными*.

Число ребер, выходящих из вершины V, называют *степенью вершины* V и обозначаются d(v).

Задание: Определите степени вершин: d(1), d(2), d(3), d(4), d(5).

Обратим внимание на вершину 5 (рис. 2.1), d(5)=0, такая вершина называется *изолированной*, а вершина степени 1- *висячей* (например, на рис. 2.1 висячей является вершина 1).

Петля- это ребро, которое может «выходить и заходить» в одну и ту же вершину.

Если ребро является петлей, то его степень считают дважды. Рассмотрим это определение на примере (Рис. 1.5).

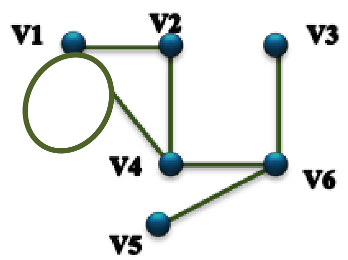


Рис. 1.5

Deg V_n-называют число ребер, соответсвующее этой вершине.

Deg V_1=4
Deg V_2=2
Deg V_3=1
Deg V_4=3
Deg V_5=1
Deg V_6=2

Количество ребер, исходящих из вершины, называются *степенью этой вершины.*

Если ребро *e* соединяет вершины *u* и *v*, то говорят, что

- Вершины *u* и *v* инцидентны ребру *e;*
- Ребро *e* инцидентно вершинам *u* и *v;*
- Вершины *u* и *v* смежны (при условии $u \neq v$) (Рис.1.6)

Если k ребер (k>1) инцидентны одной и той же паре вершин, то эти ребра образуют кратное ребро кратности k. Вершина, не инцидентная никакому ребру, называется изолированной.

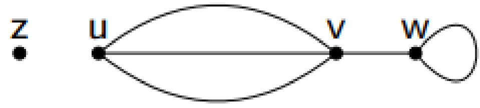


Рис. 1.6

Рассмотрим задачу: «На соревнованиях по теннису участвовало 5 спортсменов. Во время церемонии открытия каждый пожал руку друг другу. Сколько рукопожатий было совершено?»

Решение: Для решения этой задачи изобразим ее условие графически, представив спортсменов - точками, а их рукопожатия- соединяющими точки линиями (Рис. 1.7).

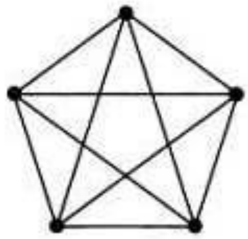


Рис. 1.7

Изобразив условие этой задачи с помощью рисунка, можно легко посчитать линии обозначающие рукопожатия и сказать ответ, но как вы поступите, если количество участников в условии задачи увеличится до 100?

Ученики предлагают свои варианты решения.

Учитель: поскольку в каждом рукопожатии участвуют две руки, то при любом числе рукопожатий общее число пожатых рук (при этом каждая рука учитывается столько раз, во скольких рукопожатиях она участвовала) равно удвоенному числу рукопожатий.

Лемма о рукопожатиях. Сумма степеней всех вершин графа - четное число, равное удвоенному числу ребер.

$$\sum degVi = 2g, \qquad g - \text{число ребер}$$

Следствие из леммы о рукопожатиях.

1. В графе число вершин нечетной степени – четное.
2. Число ребер в полном графе n(n-1)/2 (граф полный – если любые две его вершины смежные).

Если две различные вершины графа соединены более чем одним ребром, то такие ребра называют кратными, а граф *мультиграф*.

Если у графа существуют ребра с совпадающими концами (петли), то этот граф называется *псевдограф*.

Граф без кратных ребер и петель называют *простым* графом. А граф в котором ребра ориентированы, называется *ориентированным*.

4. Практикум, решение задач.

Задача 1. Определите вид графа, представленного на рис.1.8

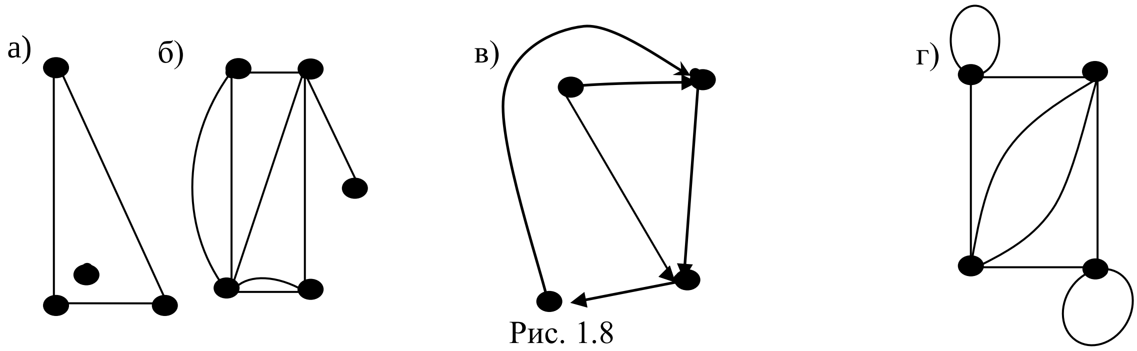


Рис. 1.8

Ответ: а) Простой граф; б) мультиграф; в) ориентированный; г) псевдограф.

Задача 2. В шахматном турнире по круговой системе принимали участие 8 игроков. Сколько партий было сыграно?

Решение: Представим, что вершины игроки в шахматном турнире, а ребра сыгранные встречи. Так как партия АБ и БА одна и та же, а всего в графе 56 ребер (рис. 1.9), раздели пополам и получим, что всего сыграно 28 партий.

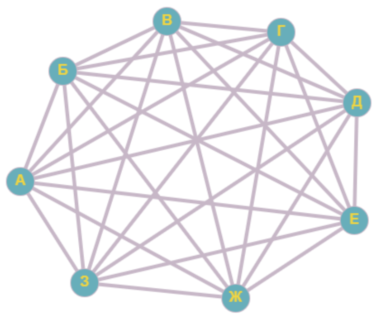


Рис. 1.9

Ответ: 28 партий.

Задача 3. В шахматном турнире по круговой системе участвуют 5 школьников. Известно, что Миша и Саша провели по 4 встречи, Костя и Женя - по 3, Ваня – 2. С кем сыграл Ваня?

Решение: Представим, что вершины это имена мальчиков, а ребра графа это проведенные встречи. Внесем все данные в граф, т.к. Миша и Саша провели по 4 встречи, от этих вершин отходит 4 ребра к другим вершинам, Костя и Женя по 3, и так аналогично. Приходим к выводу, что Ваня сыграл только с Мишей и Сашей (рис. 1.10)

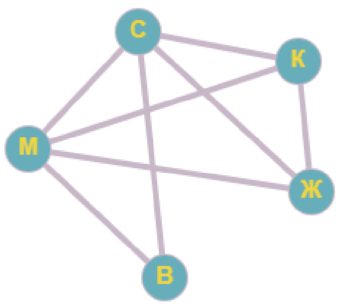


Рис. 1.10

Ответ: Ваня сыграл с Мишей и Сашей.

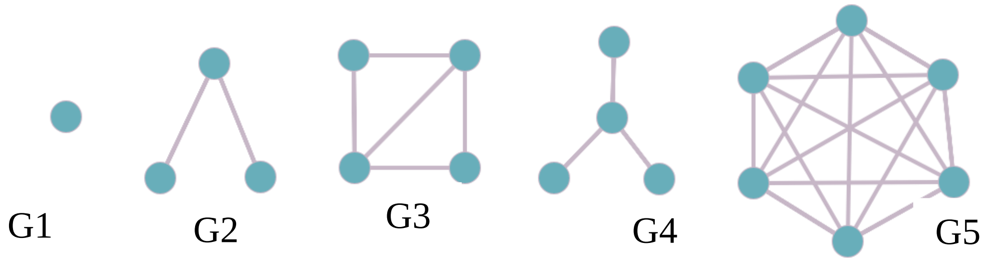
5. **Итог урока.**

Вопросы для подведения итогов занятия:

- Что такое граф?
- Какой граф называется полным?
- Какой граф называется мультиграф?
- Сформулируйте лемму о рукопожатиях?

Домашнее задание:

Задача 1. Определите, какие из приведенных ниже графов полные, а какие нет.



Задача 2. В шахматном турнире по круговой системе участвуют 5 школьников. Известно, что Кеша сыграл 5 партий, Толя – 4, Семен – 2, Вася – 1. Сколько встреч провели?

6. **Рефлексия.**

На столе у вас лежат анкеты (рис. 1.11) для заполнения, подчеркните тот вариант, который вам подходит.

На уроке я работал	активно / пассивно
Своей работой на уроке я	доволен / не доволен
Урок для меня показался	коротким / длинным
За урок я	не устал / устал
Мое настроение	стало лучше / стало хуже
Материал урока мне был	понятен / не понятен
	полезен / бесполезен
	интересен / скучен
Домашнее задание мне кажется	легким / трудным
	интересным / неинтересным

Рис. 1.11

Конспект занятий №2

Тема: «Маршруты в графах» (2ч.)

Основная дидактическая цель: знакомство с понятием «маршрут» и видами маршрутов: замкнутый, цепь, цикл, простая цепь, простой цикл. Поиск маршрута в графе.

План

1. Организационный момент, самостоятельная работа; (10 мин)
2. Виды маршрутов; (40 мин)
3. Поиск маршрута в графе;(10 мин)
4. Практикум: решение задач; (25 мин)
5. Итог урока; (10 мин)
6. Рефлексия; (5 мин)

Ход занятия

1. **Организационный момент, самостоятельная работа.**

Учитель приветствует учеников, и дает задание для проверки усвоения прошлой темы таблица 3 . Ученикам дана таблица с названиями графа, им нужно нарисовать нужный граф.

Таблица 3. Самостоятельная работа «Виды графов»

Простой граф	
Мультиграф	
Псевдограф	
Пустой граф	
Полный граф	
Ориентированный граф	

2. **Виды маршрутов.**

Учитель: На прошлой с Вами встречи мы разобрали такие понятия как: граф, ребра графа, вершины графа, находили степени вершин и др. Познакомились с видами графов, а сегодня мы с вами рассмотрим, какие маршруты встречаются в графах. А вообще что такое маршрут? (Обсуждают, высказывают свои варианты).

Маршрутом называется конечная последовательность вершин и инцидентных им ребер данного графа, в котором конец каждого ребра, кроме последнего, является началом следующего ребра (рис.1.12).

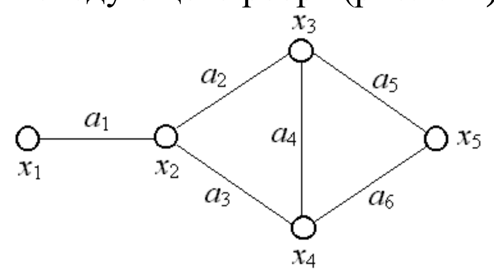


Рис. 1.12

Маршрут 1: X_1-a_1-X_2-a_3-X_4-a_4-X_3

Задание: Составить свой маршрут.

Если концом последнего ребра является первая вершина, то путь называется *замкнутым*.

Число ребер, входящих в данный путь, называется его *длиной.*

Цепью называется такой незамкнутый маршрут, где все ребра различны.

Если различны и вершины, то *цепь* называется *простой*.

Цепь называется *циклом*, когда у нее совпадает первая и последняя вершина.

Если цепь простая, то и цикл простой.

Множество всех вершин графа G, смежных с вершиной X_2, называется *окружением вершины* X_2.

Задание: Из рисунка 4 выпишите: а) Цикл; б) Простой цикл; в) Простую цепь.

3. **Поиск маршрута в графе.**

Сейчас мы с вами запишем алгоритм «поиск в ширину», с помощью которого, можно найти маршрут в графе (рис.1.13).

- Начинаем с произвольной вершины, приписываем ей номер 0.
- Каждой вершине из окружения вершины с номером 0 приписываем 1.
- Рассматриваем поочередно окружение всех вершин с номером 1 и каждой не входящих в это окружение вершин еще не занумерованных, приписываем номер 2.
- Далее рассматриваем окружение всех вершин с номер 2 и проделываем аналогично.

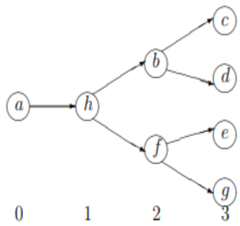


Рис. 1.13

4. **Практикум, решение задач.**

Задача 1. На рисунке 1.14 изображен граф дорог между городами A и B. Определите: 1) число маршрутов между городами A и B; 2) маршруты, содержащие наименьшее число промежуточных пунктов между городами; 3) маршруты, содержащие наибольшее число промежуточных пунктов; 4) маршруты, имеющие наименьшую длину; 5) маршруты, имеющие наибольшую длину.

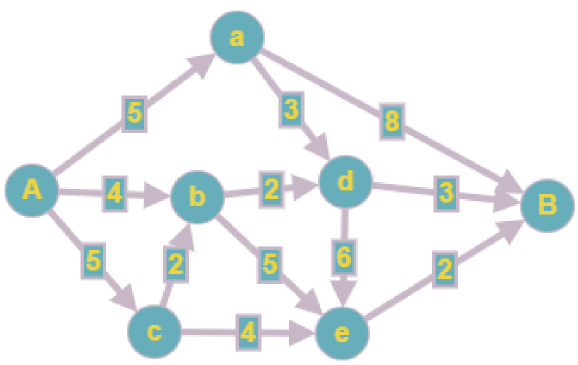
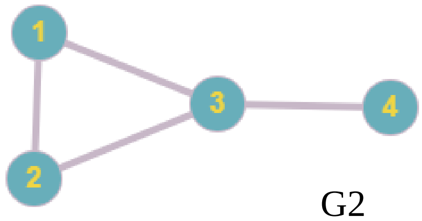


Рис. 1.14

Ответ: между городами А и В 10 маршрутов. Наименьшее число промежуточных пунктов содержит маршрут (А, а, В) – 1. Наибольшее число промежуточных пунктов содержит маршрут (А, c, b, d, e, B) – 4. Наименьшую длину имеет маршрут (А, b, d, В) – 9. Наибольшую для имеет маршрут (А, c, b, d, e, B) – 17.

Задача 2. В нарисованных графах G1 и G2 выпишите все цепи, простые цепи и циклы.

G1



5.

G2

Ответ: G1 – простые цепи длины 1: (1, 2), (2, 3). Простая цепь длины 2: (1, 2, 3). G2 - простые цепи длины 1: ребра графа. Простые цепи длины 2: (1, 2, 3) , (1, 3, 2), (1, 3, 4), (2, 1, 3), (2, 3, 4). Простые цепи длины 3: (1, 2, 3, 1), (1, 2, 3, 4), (2, 1, 3, 4).

Задача 3. Поставьте в соответствие предложенному ниже лабиринту граф и составьте карту его прохождения (рис. 1.15).

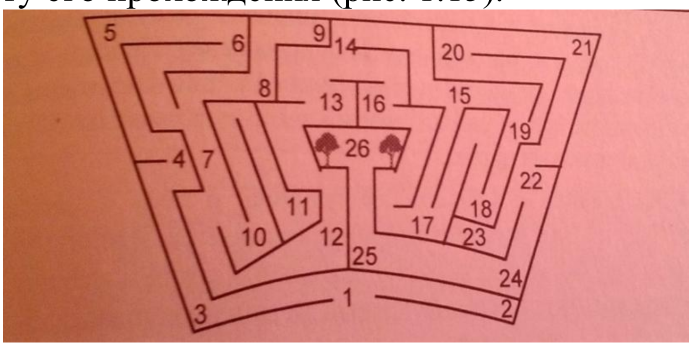


Рис. 1.15

5.Итог урока

Вопросы для подведения итогов занятия:

- Что такое маршрут в графе?
- Какой маршрут называют замкнутый?
- Какой маршрут называют цепью?
- Какой маршрут называют циклом?
- Чем отличается цикл от цепи?

Домашнее задание:

Задача 1: Изобразите в виде графа схему дорог между Вашим домом и школой. Определите самый короткий и самый длинный маршрут.

Задача 2: Выпишите из рисунка 1.16: а) Цикл; б) Простой цикл; в) Простую цепь.

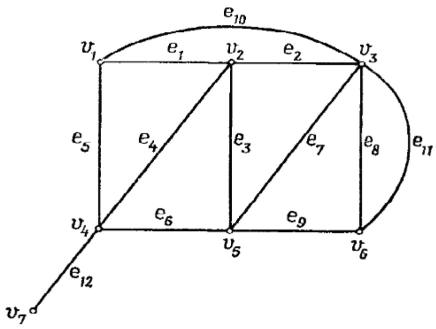


Рис. 1.16

На итоговом занятии, каждый обучающий индивидуально, либо в парах должен защитить проект. Темы проектов лежат у каждого на столе. Темы могут повторяться, или можно выбрать свою тему, связанную с теорией графов и ее приложениями, предварительно согласовать с учителем.

6.Рефлексия.

Учитель: Какой из рассмотренных графов вам запомнился больше всего? Что вызвало затруднение? Есть ли моменты, над которыми стоит еще поработать?

Конспект занятий №3

Тема: «Связность в графе» (2ч.)

Основная дидактическая цель: знакомство с понятием связанных вершин, связанный граф, компоненты связности, двудольный граф.

План

1. Актуализация знаний; (10 мин)
2. Понятие связанных вершин, связанный граф, компоненты связности; (40 мин)
3. Двудольный граф;(15 мин)
4. Практикум: решение задач; (25 мин)
5. Итог урока; (10 мин)
6. Рефлексия; (5 мин)

Ход занятия

1. Актуализация знаний.

Ребята, давайте вспомним, что мы изучали на прошлом уроке. Для этого, пожалуйста, выпишите: маршрут, цепь, простую цепь, простой цикл (рис. 1.17). У каждого будет свой маршрут, цепь и цикл.

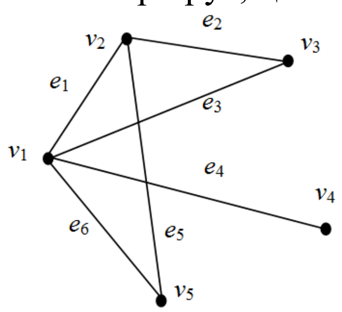


Рис. 1.17

2. Понятие связанных вершин, связанный граф, компоненты связности.

Разберем, что же такое связный граф?

Граф называется *связным*, если от любой его вершины можно по ребрам перейти (существует маршрут) к любой другой. В противном случае, граф называется *несвязным.*

Будем говорить, что две вершины графа принадлежат одной компоненте, если от одной из них до другой можно перейти по ребрам графа.

Каждая компонента является связным графом.

Ребро графа называется *мостом*, если при его удалении число компонент связности увеличивается на единицу.

Задание: Определите, какие из нарисованных ниже графов связные, а какие несвязные? Определите число компонент несвязных графов(рис.1.18).

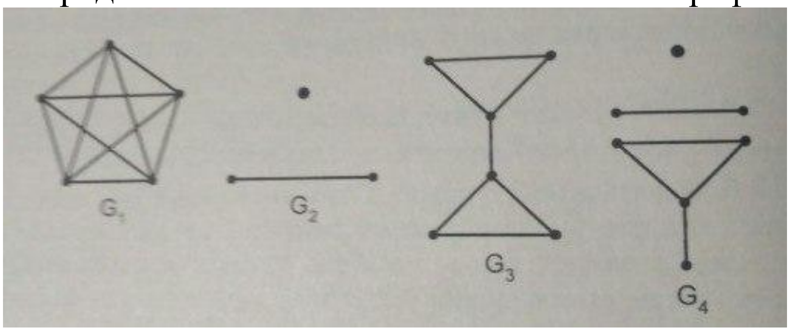


Рис 1.18

Ответ: графы G1и G3 – связанные, имеют по одной компоненте. Графы G2 и G4 несвязные. У графа G2 две компоненты, у графа G4 три компоненты.

3. Двудольный граф.

Граф называется *двудольным*, если существует такое разбиение множества его вершин на две части (доли), что концы каждого ребра принадлежат разным частям. Если при этом любые две вершины, входящие в разные доли, смежны, то граф называется полным двудольным

Теорема Кёнига: Для двудольности графа необходимо и достаточно, чтобы он не содержал циклов нечётной длины.

Следствие: Граф является двудольным тогда и только тогда, когда он не имеет простых циклов нечетной длины.

Существует простой способ распознавания двудольности графа. Этот способ основан на простом приеме, называемом поиском в ширину, которое мы рассматривали ранее.

4. Практикум, решение задач.

Задача 1. Какое наименьшее число ребер нужно добавить к несвязным графам, заданным на рис.1.18 для того, чтобы получить связные графы?
Ответ: граф G2 – одно ребро, граф G4 два ребра.

Задача 2. Определите, какие из нарисованных ниже графов являются двудольными, а какие нет? Есть ли среди них полные двудольные графы(рис.1.19)?

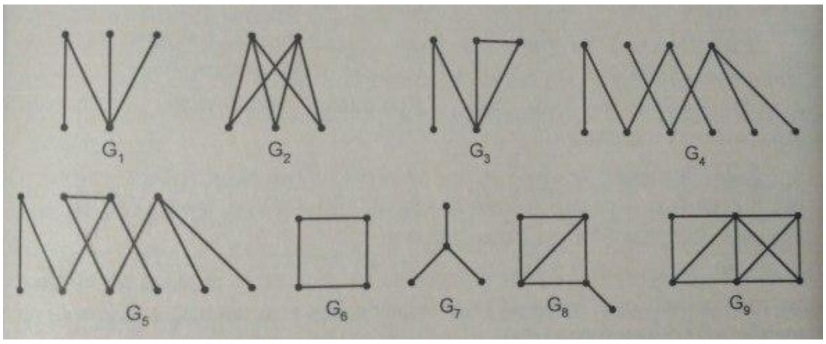


Рис.1.19

Ответ: двудольными не являются графы G3, G8, G9. Остальные графы двудольные. Из них полные двудольные графы G2, G6, G7.

Задача 3. В двух теннисных командах одинаковое число игроков. Каждый игрок одной команды встретился с каждым игроком второй команды. Сколько встреч проведено, если в командах: а) по 3 игрока; б) по 4 игрока; в) по 5 игроков.

Ответ: а) 9; б) 16; в) 25.

5. **Итог урока.**

Вопросы для подведения итогов занятия:

- Какой граф называют связным?
- Как определить компоненты связности?
- Какой граф называется двудольным?
- Каким способом мы можем определить двудольный граф?

Домашнее задание:

Задача 1. В двух теннисных командах одинаковое число игроков. Каждый игрок одной команды встретился с каждым игроком второй команды. Сколько игроков в командах, если проведено: а) 16 встреч; б) 25 встреч; в) 49 встреч.

Решите задачу и определите связный это граф или нет.

Задача 2. «Между девятью планетами Солнечной системы введена космическая связь. Ракеты летают по следующим маршрутам: Земля-Меркурий, Плутон-Венера, Земля-Плутон, Плутон-Меркурий, Меркурий-Венера, Уран-Нептун, Нептун-Сатурн, Сатурн-Юпитер, Юпитер-Марс, Марс-Уран. Можно ли добраться с Земли до Марса?»

6.Рефлексия

Перед вами представлены начало предложений, пожалуйста, выберите два предложения и закончите их.

- сегодня я узнал...
- было трудно…
- я понял, что…
- я научился…

- я смог…
- было интересно узнать, что…
- меня удивило…
- мне захотелось… и т.д.

Конспект занятий №4

Тема: «Эйлеровы и Гамильтоновы графы » (2ч.)

Основная дидактическая цель: знакомство с Эйлеровым циклом и Эйлеровым графом, задача о Кенигсберских мостах, нахождение фигур обводимых одним росчерком.

План

a. Актуализация знаний; (5 мин)
b. Эйлеров цикл и Эйлеров граф, нахождение фигур обводимых одним росчерком;(30мин)
c. Гамильтонов цикл, Гамильтонов граф; (25 мин)
d. Практикум: решение задач; (35 мин)
e. Итог урока; (10 мин)
f. Рефлексия; (5 мин)

Ход занятия

1. **Актуализация знаний.**

На прошлом занятии мы с вами рассмотрели понятия и виды связных графов, какие графы называют двудольными. А сегодня мы с вами рассмотри еще один вид графов Эйлеровы и Гамильтоновы.

2. ***Эйлеров цикл и Эйлеров граф, нахождение фигур обводимых одним росчерком.***

На первом уроке мы с вами уже знакомились с Леонардом Эйлером и задачей «О кёнигсбергских мостах», сегодня мы узнаем, что такое эйлеровы циклы.

Задача: (о Кенигсбергских мостах) Семь мостов Кенигсберга (ныне Калининград) расположены на реке Преголь следующим образом (рис.1.20):

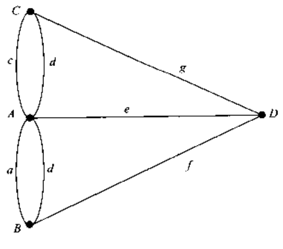


Рис.1.20

Попробуйте пройти по каждому мосту ровно один раз в вернуться обратно.

Цикл, содержащий все ребра графа, называется *Эйлеровым*.

В 1736 году Леонард Эйлер доказал неразрешимость задачи.

Связный граф, имеющий Эйлеров цикл, называется *Эйлеровым графом*. Такой граф можно нарисовать, не отрывая карандаша от бумаги и не повторяя линий (одним росчерком).

Теорема: Связный граф, у которого больше одной вершины, является Эйлеровым тогда и только тогда, когда степени всех вершин четны.

Эйлерова цепь существует только тогда и только тогда, когда выполняется следующие условия:

- Граф связный.
- Степени вершин четные.
- Если А – начало пути, а В – конец пути и А не совпадает с В, то их степени нечетные.
- Если А – начало пути, а В – конец пути и А совпадает с В, то их степени четные.

Задание: Докажите, что данные графы Эйлеровы(рис.1.21)

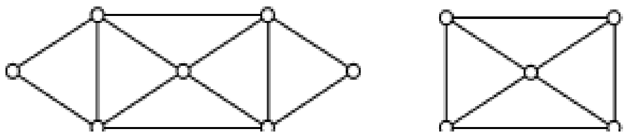


Рис.1.21

3. Гамильтонов цикл, Гамильтонов граф.

Попробуем решить ту же самую задачу о «Кенигсбергских мостах», только немного изменив условие: «Можно ли обойти все части суши и вернуться обратно при этом в каждой части суши, побывав только один раз?» (Ученики решают задачу, и показывают на доске все возможные способы решения.)

Таким образом, решив задачу о «Кенигсбергских мостах» с иным условием, мы можем ввести еще одно новое для нас определение.

Гамильтонов цикл - это простой цикл в графе, содержащий все вершины графа.

В 1859 г. У. Гамильтон придумал такую игру: 20 вершин правильного 12-гранника соответствуют 20 городам. Нужно обойти все города по одному разу и при этом вернуться в тот же город, из которого вышел (Рис 1.22).

Попробуйте решить эту задачу.

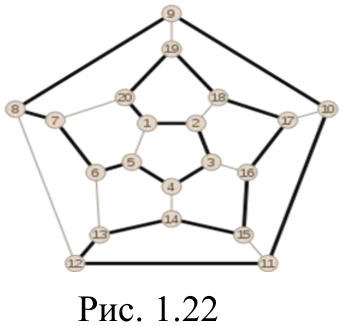


Рис. 1.22

Итак, что бы научиться отличать Гамильтоновы циклы от Эйлеровых, нужно запомнить: «В эйлеровых циклах нужно пройти ровно один раз по всем ребрам графа, а в гамильтоновом нужно пройти один раз по всем вершинам».

4. Практикум, решение задач.

Задача 1. Являются ли нарисованные ниже графы эйлеровыми? Если граф не является эйлеровым, то так проведите в нем наименьшее число ребер, чтобы он стал эйлеровым (рис.1.23).

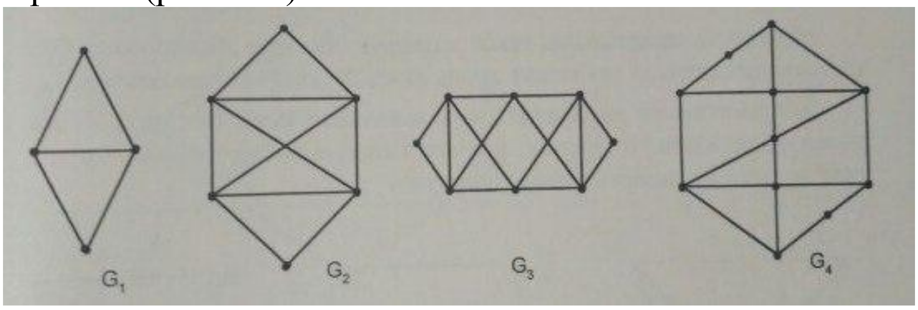


Рис. 1.23

Ответ: графы G2 и G3 эйлеровы. В графе G1 нужно добавить одно ребро, а в графе G4 два ребра, для того, чтобы превратить эти графы в эйлеровы.

Задача 2. Сколько существует способов добавить минимальное число ребер в графе G4 для того, чтобы превратить его в эйлеров (рис.1.24)?

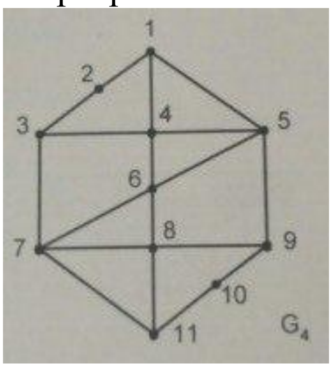


Рис.1.24

Ответ: 3 способа: 1) добавить ребра (1, 3) и (9, 11); 2) добавить ребра (1, 9) и (3, 11); 3) добавить ребра (1, 11) и (3, 9).

Задача 3. Проверьте, являются ли приведенные графы эйлеровыми, и если да, то выделите в них эйлеровы циклы и гамильтоновы (рис. 1.25)?

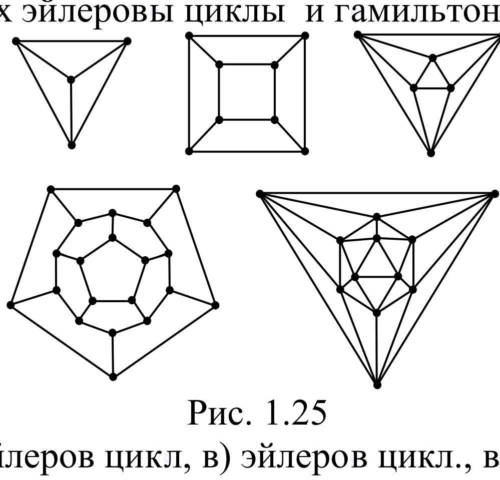


Рис. 1.25

Ответ: а) ,б) , г), д) – не эйлеров цикл, в) эйлеров цикл., все гамильтоновы.

Задача 4. Экспозиция картинной галереи представляет собой систему коридоров, на обеих стенах которых развешаны картины (рис.1.26):

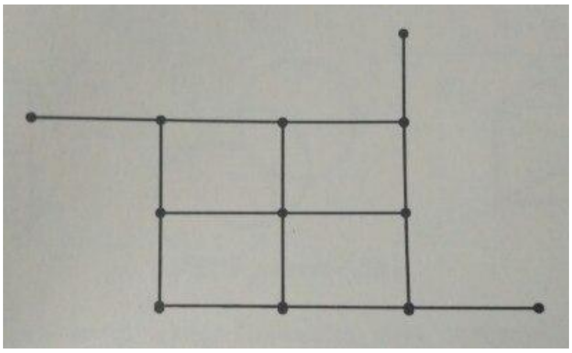
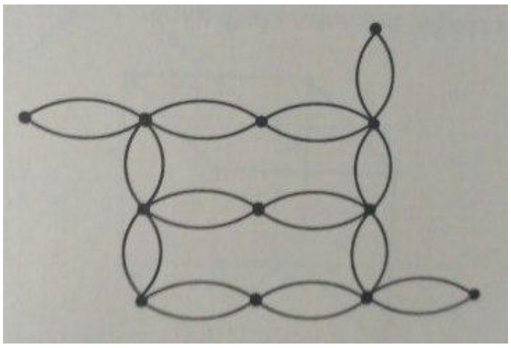


Рис.1.26

Можно ли предложить такой маршрут осмотра экспозиции, при котором посетитель проходит вдоль каждой стены ровно один раз?

Ответ: заменим каждый коридор в схеме двумя ребрами:



При этом степень каждой вершины нового графа становится четной. Поэтому в графе можно построить эйлеров цикл, который и определит нужный маршрут осмотра экспозиции.

Задача 5. Шесть островов на реке в парке «Лотос» соединены мостами. Можно ли, начав прогулку на одном из островов, пройти по каждому из мостиков ровно один раз и вернуться на тот же остров? В случае отрицательного ответа определите, сколько мостиков и между какими островами достаточно построить, чтобы такая прогулка стала возможной (рис.1.27).

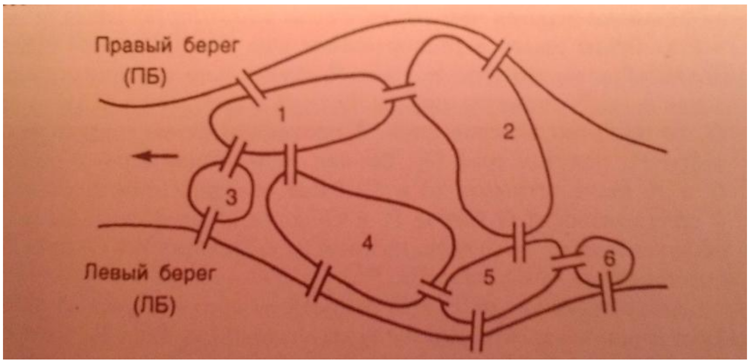


Рис. 1.27

Ответ: Мост между островами 2 и 4.

5. **Итоги урока.**

Вопросы для подведения итогов занятия:

- Какой граф называют эйлеровым, гамильтоновым?

- Какой цикл называют эйлеровым, гамильтоновым?
- Какой граф можно обвести одним росчерком?

Домашнее задание:

Задача 1. Можно ли нарисовать изображенные ниже фигуры, не отрывая карандаша от бумаги, причем каждую точку фигуры карандаш должен проходить, только один раз(рис. 1.28)?

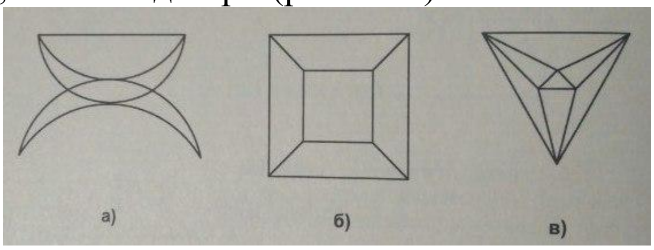


Рис. 1.28

Задача 2. Являются ли нарисованные ниже графы гамильтоновым? Если граф не является гамильтоновым, то так проведите в нем наименьшее число ребер, чтобы он стал гамильтоновым (рис.1.29).

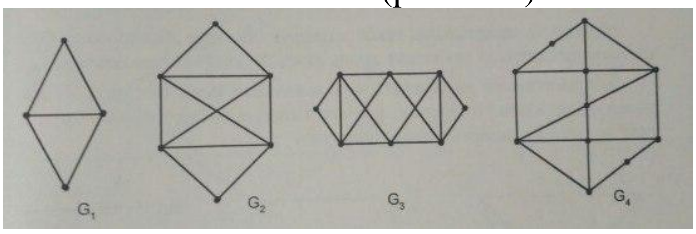


Рис.1.29

6. **Рефлексия.**

У каждого обучающегося на столе лежит мишень, в ней четыре сектора, оцените уровень своей работы, выстрелив в нужный круг.

Конспект занятий №5

Тема: «Деревья» (2ч.)

Основная дидактическая цель: знакомство с понятием дерева, свойства деревьев.

План

1. Актуализация знаний; (10 мин)
2. Понятие дерева, свойство деревьев;(25 мин)
3. Практикум: решение задач; (45 мин)
4. Итог урока; (10 мин)

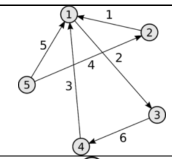
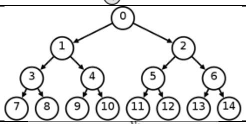
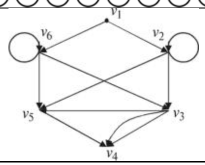
5. Рефлексия; (5 мин)

Ход занятия

1. Актуализация знаний.

Учитель приветствует обучающихся. Соотнесите граф и его модель (Таблица 4).

Таблица 4

	Дерево
	Псевдограф
	Ориентированный граф

Какой новый вид графа вам встретился? Чем отличается от других?

Понятие дерево мы можем встретить в различных областях науки, и в разное время разные ученые выводили все новые определения деревьев. Например, Г. Кирхгоф применил их к исследованию электрических цепей, А. Кэли с помощью деревьев перечислил изомеры насыщенных углеводородов. К. Жордан впервые рассмотрел их как чисто математический объект и многие другие.

2. Понятие дерева, свойство деревьев.

Рассмотрим задачу, разбейтесь на группы и попробуйте составить граф по задаче.

Задача 1. Бабушка печет несладкие и сладкие пирожки. Несладкие пирожки с мясом или капустой, сладкие – с медом или вареньем: клубничным, малиновым или черничным. Изобразите это с помощью графа.

Ответ :

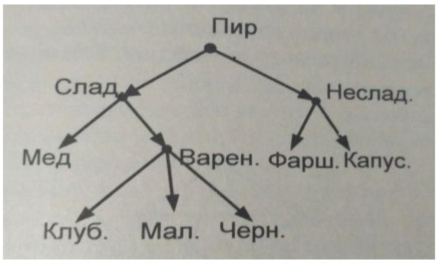


Рис. 1.30

И так решив задачу и сделав описание полученного графа, мы с легкостью сможем вести определение «Дерева» и изобразить его (Рис. 1.30).

Дерево-это связный граф, не содержащий циклов.

Лес, любой граф не содержащий цикл.

Свойство 1. Для каждой пары вершин дерева существует единственный путь, их соединяющий.

Свойство 2. Всякое ребро в дереве является мостом. После удаления любого ребра, дерево распадается на два несвязных графа.

Свойство 3. В дереве число вершин на одну больше числа ребер.

Учитель: Графы мы встречаем каждый день в повседневной жизни, приведите мне примеры графов-деревьев? (С помощью деревьев можно составить свое генеалогическое дерево, графы используются для представления коммуникационные сетей, схемы электрических и электронных приборов, химических молекул, отношение между людьми и многое другое.) Графы помогают наглядно представить автомобильные маршруты, ребра у них являются улица и автодороги, а вершинами - населенные пункты и города. Вершины таких графов имеют наименования, ребрам соответствуют числа, обозначающие расстояние в километрах, в итоге полученный граф является нагруженным или взвешенным.

Нагруженный граф - граф, где каждое ребро имеет вес, некую числовую характеристику.

Вес ребра - значение, поставленное в соответствии данному ребру взвешенного графа.

В любом связном графе существует ***остовное дерево*** - это подграф данного графа, с тем же числом вершин, который является деревом.

Остовное дерево, у которого сумма весов ребер минимальна, называют ***минимальным остовным деревом*** (МОД).

3. Практикум, решение задач.

Задача 1. Монету бросают три раза. Сколько различных последовательностей орлов и решек можно получить? Выпишите их, используя дерево перебора вариантов.

Решение: Процесс подбрасывания монеты можно изобразить следующим коревым деревом (рис.1.31):

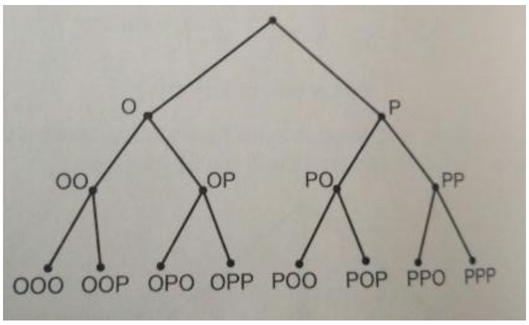


Рис. 1.31

Ответ: 8, возможные последовательности выписаны около листьев деревьев графа.

Задача 2. В баскетбольной команде 5 игроков. Сколько есть вариантов выбрать из них капитана команды и его заместителя?

Решение: Занумеруем игроков команды. Тогда капитана можно выбрать одним из 5 способов (рис.1.32):

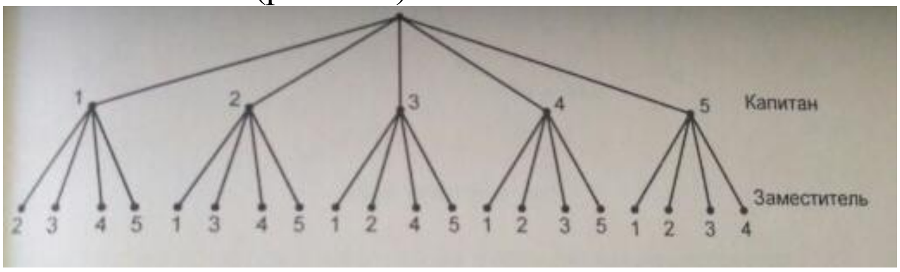


Рис. 1.32

После выбора капитана в каждом из 5 вариантов можно выбрать его заместителя из оставшихся спортсменов одним из четырех способов.

Ответ: 20.

Задача 3. На рис. 1.33 изображен граф дорог между городами A и B. Определите все маршруты и вес каждого из маршрутов.

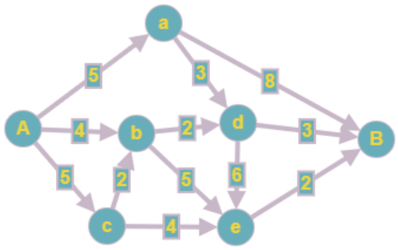
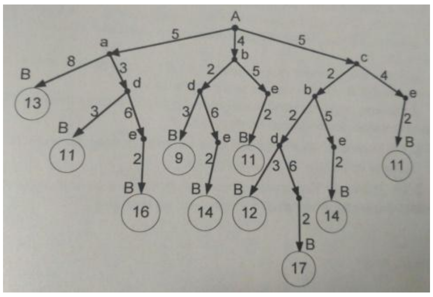


Рис. 1.33

Ответ:



4. **Итоги урока.**

Вопросы для подведения итогов занятия:

- Какой граф называют деревом?
- Какой граф называют остовным ?
- Какой граф называют минимальным остовным деревом?

Домашнее задание:

Задача 1. Для отправки поздравления есть конверты трех видов, на которые клеится одна из двух марок и в которой вкладывается одна из четырех открыток. Сколько существует способов сделать поздравление по почте?

5. **Рефлексия**

Учитель в форме диалога узнает у учеников проблемы, с которыми они столкнулись, изучая новый материал, оценивает эмоциональное состояние класса.

Конспект занятий №6

Тема: «Укладка графа на плоскости» (2ч.)

Основная дидактическая цель: знакомство с понятием плоские, планарные графы, изоморфные графы.

План

1. Актуализация знаний; (10 мин)
2. Понятие плоские, планарные;(25 мин)
3. Практикум: решение задач; (45 мин)
4. Итоги урока;(10 мин)

Ход занятия

1.Актуализация знаний

Ученики проводят в парах взаимоконтроль, задают друг другу не менее трех вопросов по теме «Деревья», оценивают ответ по 5-бальной шкале.

2.Понятие плоские, планарные.

Некоторые графы можно начертить на плоскости так, чтобы их ребра не имели общих точек, кроме вершин, принадлежащих им, но другие виды графов так уже нарисовать не получится.

Попробуем решить одну задачу. Задача называется «О трех домах и тех колодцах» и звучит она так: «В некотором городе на одном участке земли были построены три дома и вырыты три колодца для их обитателей. Природа страны и ее климат таковы, что колодцы часто пересыхают, поэтому важно, что бы у каждого жителя доступ был к каждому колодцу. Через некоторое время жители домов серьезно поссорились и решили проложить пути к колодцам так, чтобы они не пересекались, и им не приходилось встречаться друг с другом» (Рис.1.34)

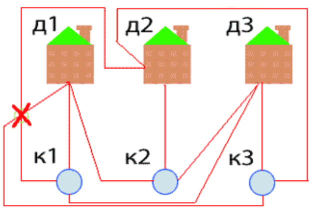


Рис. 1.34

Ученики предлагают свои варианты решения данной задачи. Приходят к выводу, что на плоскости задача решения не имеет.

На рисунке 1.35 (а) изображен граф G; некоторые ребра которого имеют точки пересечения. На рисунке 1.35 (б), изображен этот же граф G, так, что его ребра не пересекаются.

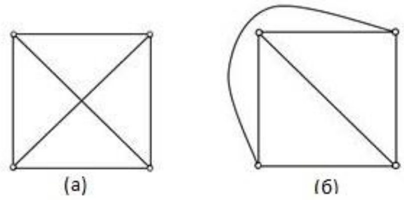


Рис. 1.35

Граф называют *плоским*, если его можно представить на плоскости так, что бы никакие два его ребра не имели других точек пересечения, кроме их общей вершины.

Гранью графа называют множество точек плоскости, которые можно соединить кривой линией так, чтобы она не пересекала ни одного ребра графа.

Задание: Докажите, что данные графы плоские. (Рис. 1.36).

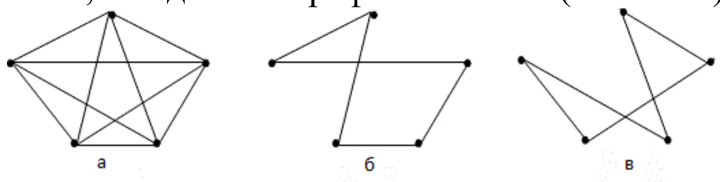


Рис. 1.36

Укладкой графа называется такое его геометрическое изображение, при котором ребра пересекаются только в вершинах. Если существует укладка графа на плоскости, то граф называется *планарным.*

1. **Практикум, решение задач.**

Задача 1. Покажите, что приведенные ниже (рис.1.37) графы будут планарными и нарисуйте их.

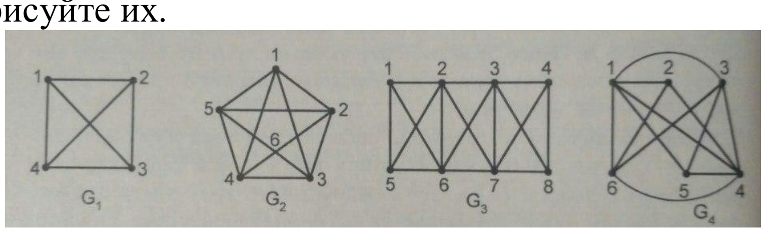
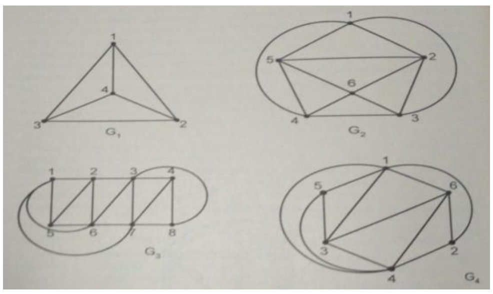


Рис. 1.37

Ответ:



Задача 2. Сколько граней имеют графы, плоские изображения которых построены на рис. 1.37. Ответ: G1 – 4 грани, G2 – 8 граней, G3 – 10 граней, G4 – 8 граней.

Задача 3. Внутри квадрата задано 50 точек, которые соединили отрезками между собой и с вершинами квадрата так, что квадрат разделился на треугольники. Сколько получилось треугольников?

Решение: у полученного графа 54 вершины, q ребер и r граней, причем имеется одна внешняя четырехугольная грань, а остальные грани – треугольные. Так как каждое ребро принадлежит ровно двум граням, то 2q=3(r-1)+4=3r+1. Если это значение для q подставим в формулу Эйлера, то получится: 54- (3r+1)/2+r=2. Отсюда легко найти r=103. Значит, треугольников будет 102.

Ответ:102

2. **Итоги урока.**

Вопросы для подведения итогов занятия:

- Какой граф называют плоским?
- Какой граф называют планарным ?

Домашнее задание:

Задача. Изобразите представленные ниже графы, так чтобы грани, ограниченные ребрами (1, 2), (2, 3) и (3, 1) оказались внешними(рис.1.38).

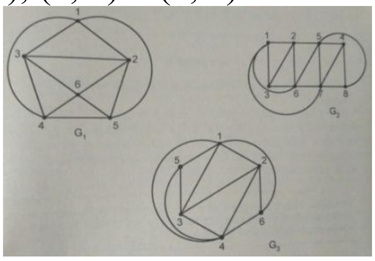


Рис. 1.38

Конспект занятий №7

Тема: «Приложения теории графов» (2ч.)

Основная дидактическая цель: формирование представлений у обучающихся о различных приложениях теории графов.

План

1. Организационный момент; (10 мин)
2. Приложения теории графов;(90 мин)
3. Рефлексия; (5 мин)

Ход занятия

1. **Организационный момент.**

Мы с вами уже говори на прошлых занятиях, что графы нас окружают повсюду, от круговорота воды в природе, до строения молекулы. А сегодня мы посмотрим подробнее в каких сферах жизни человека, мы можем встретить графы.

2. **Приложения теории графов.**

Графы в химии.

Графы используются для составления формул. Химические графы дают возможность прогнозировать химические превращения, пояснять сущность и систематизировать некоторые основные понятия химии: структуру, конфигурацию, статистико-механические взаимодействия молекул, изомерию и др. К химическим графам относятся молекулярные, двудольные и сигнальные графы кинетических уравнений реакций.

Молекулярные графы, применяемые в стереохимии и структурной топологии, химии кластеров, полимеров и др., представляют собой неориентированные графы, отображающие строение молекул (рис. 1.39).

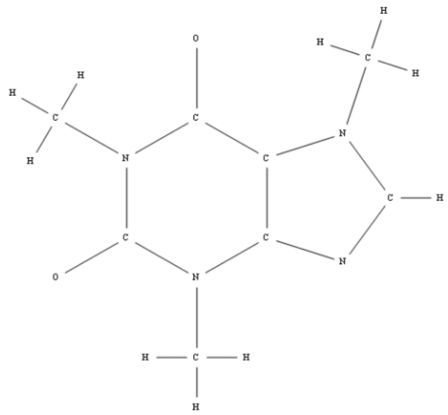


Рис. 1.39

Вершины и ребра этих графов отвечают, соответственно, атомам и химическим связям между ними.

Графы в биологии.

Графы играют большую роль в биологической теории ветвящихся процессов. Для простоты, рассмотрим только одну разновидность ветвящихся процессов – размножение бактерий. Предположим, что через определенный промежуток времени каждая бактерия либо делится на две новые, либо погибает. Тогда для потомства одной бактерии мы получим двоичное дерево. Нас будет интересовать лишь один вопрос: в скольких случаях n-е поколение одной бактерии насчитывает ровно k потомков? Рекуррентное соотношение, обозначающее число необходимых случаев, известно в биологии под названием процесса Гальтона-Ватсона. Его можно рассматривать как частный случай многих общих формул. (рис. 1.40)

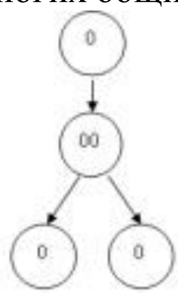


Рис.1.40

С самого детства ребенку рассказывают о животных, что, например, кот из семейства кошачьих. Все животные на нашей земле делятся на типы, классы, отряды и т.д., это можно представить на примере графа. (рис. 1.41).

Рис. 1.41

Задача: На пришкольном участке растут 8 деревьев: яблоня, тополь, береза, рябина, дуб, клен, лиственница и сосна. Рябина выше лиственницы, яблоня выше клена, дуб ниже березы, но выше сосны, сосна выше рябины, береза ниже тополя, а лиственница выше яблони. Расположите деревья от самого низкого к самому высокому.

Решение: Вершины графа - это деревья, обозначенный первой буквой названия дерева. В данной задача два отношения: “быть ниже” и “быть выше”. Рассмотрим отношение “быть ниже” и проведем стрелки от более низкого дерева к более высокому. Если в задаче сказано, что рябина выше лиственницы, то стрелку ставим от лиственницы к рябине и т.д. Получаем граф, на котором видно, что самое низкое дерево – клен, затем идут яблоня, лиственница, рябина, сосна, дуб, береза и тополь (рис. 1.42).

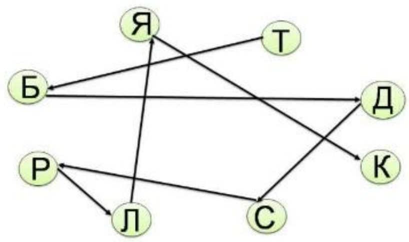


Рис.1.42

Ответ: Рябина выше лиственницы, яблоня выше клена, дуб ниже березы, но выше сосны, сосна выше рябины, береза ниже тополя, а лиственница выше яблони.

Графы в медицине.

Граф мы можем представить в виде схемы переливания крови. На этой схеме различные виды групп крови человека обозначены кругами, а стрелками показано, какую кровь можно переливать человеку с данной группой крови. (рис.1.43)

Глядя, на рис.1.43 ответьте на вопросы:

1. Какой граф представлен?
2. Какую группу крови можно вливать человеку с первой группой крови; второй группой; третьей группой; четвертой?

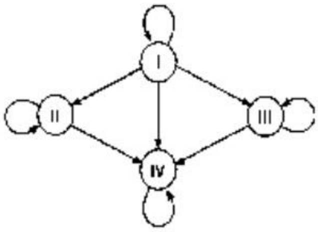


Рис.1.43

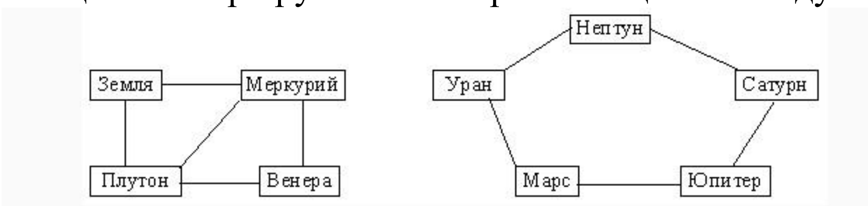
Графы в астрономии.

Тысяча звезд на нашем небе, но всего 9 планет. Вы когда-нибудь слышали про парад планет? Это явление очень редкое, малый парад бывает одни раз в год, а большой парад, когда 6 планет встают в один ряд бывает лишь в 20 лет. Это тоже один из примеров графов. (рис.1.44)

Рис.1.44

Задача: Между девятью планетами Солнечной системы введено космическое сообщение. Ракеты летают по следующим маршрутам: Земля – Меркурий, Плутон – Венера, Земля – Плутон, Плутон – Меркурий, Меркурий – Венера, Уран – Нептун, Нептун – Сатурн, Сатурн – Юпитер, Юпитер – Марс и Марс – Уран. Можно ли добраться с Земли до Марса?

Решение: Нарисуем схему: планетами будут соответствовать точки, а соединяющим их маршрутам – не пересекающиеся между собой линии.



Теперь видно, что долететь от Земли до Марса нельзя. Ответ: нельзя.

3. Рефлексия

Учащимся предлагается назвать три момента, которые у них получились хорошо в процессе урока, и предложить одно действие, которое улучшит их работу на следующем уроке.

Конспект занятий №8

Тема: «Итоговое занятие» (2ч.)

Основная дидактическая цель: защита проектов.

План

1. Организационный момент; (10 мин)
2. Защита проектов;(90 мин)
3. Итог урока; (10 мин)

Ход занятия

1. **Организационный момент**

Учитель приветствует учащихся. Отмечает присутствующих. Сегодня у нас очень важное занятие, к которому вы готовились не один день, желаю всем удачи.

2. **Проектные работы**

Темы проектных работ:

1. Графы в биологии.
2. Графы в географии.
3. Графи в химии.
4. Графы в экономике.
5. Графы в информатике.
6. Графы в психологии.
7. Графы в головоломках.

3. **Подведение итогов**

Учитель предлагает учащимся написать эссе на одну из предложенных тем: «Почему я выбрал этот курс», «Получил ли я пользу от изучения курса», «Общие впечатления от изучения курса».

2.3 Педагогический эксперимент: основные этапы и результаты

Педагогический эксперимент в рамках данного исследования проходил на базе МБОУ Лицей №12 г. Красноярска. Для установления уровня сформированности у обучающихся 9 класса умений решать задачи с использованием языка теории графов, был проведен констатирующий этап эксперимента.

Обучающимся 9 классов был предложен контрольный срез №1 (таблица №1), содержащий задачи, которые необходимо было решить при помощи построения граф - моделей.

Таблица №1

Контрольный срез №1
Решить задачи с помощью графов: 1. (базовый уровень сложности) В шахматном турнире по круговой системе участвуют 5 школьников. Известно, что Миша и Саша провели по 4 встречи, Костя и Женя - по 3, Ваня – 2. С кем сыграл Ваня? 2. (повышенный уровень сложности) Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1,3,5,7, используя в записи числа каждую из них не более одного раза?

3. (повышенный уровень сложности) В баскетбольной команде 5 игроков. Сколько есть вариантов выбрать из них капитана команды и его заместителя?
4. (высокий уровень сложности) В деревне 9 домов. Известно, что у Петра соседи Иван и Антон, Максим сосед Ивану и Сергею, Виктор – Диме и Никите, Евгений – сосед Никиты, а больше соседей в этой деревне нет (соседними считаются дворы, у которых есть общий участок забора). Может ли Петр огородами пробраться к Никите за яблоками.

Критерии оценки уровня сформированности у обучающихся 9 класса умений решать задачи с использованием языка теории графов (таблица 2)

Таблица 2

Уровень сформированности	Показатели (индикаторы) сформированности
Базовый	Умеет решать задачи базового уровня сложности с использованием языка теории графов
Повышенный	Умеет решать задачи повышенного уровня сложности с использованием языка теории графов
Высокий	Умеет решать задачи высокого уровня сложности с использованием языка теории графов

Анализ результатов контрольного среза № 1 показал, что 40% учащихся уровень знаний ниже базового, а 36 % учащихся смогли решить базовый уровень, 20 % повышенный уровень, и только 4 % смогли решить задачу высокого уровня сложности. Результаты контрольного среза представлены на диаграмме (рис.1.45).

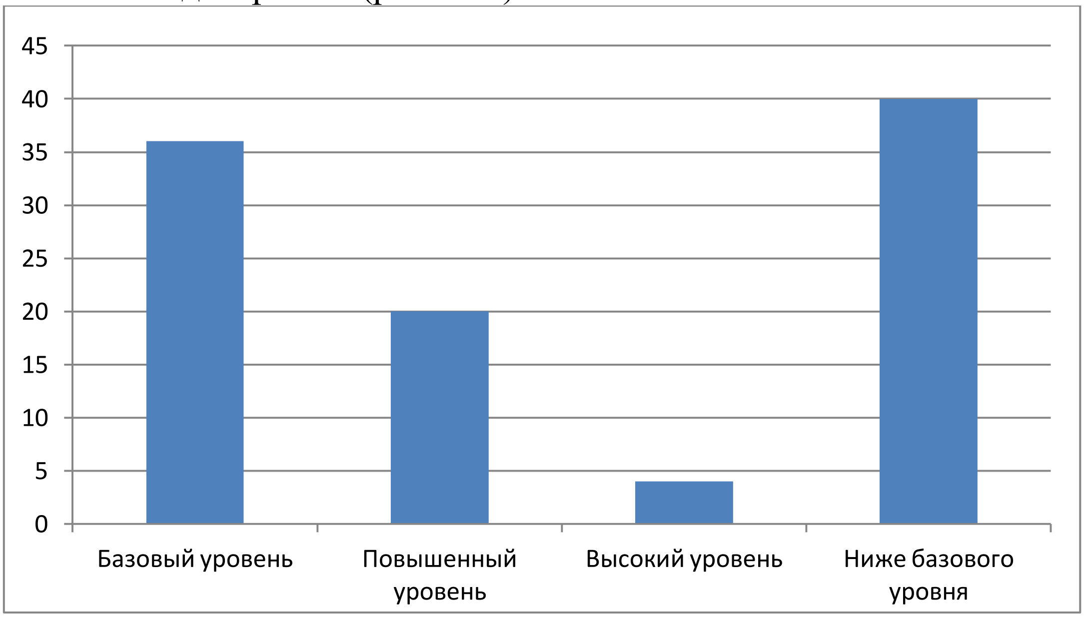


Рис.1.45. Диаграмма результатов контрольного среза №1.(констатирующий этап эксперимента)

По результатам полученных данных, мы пришли к выводу, что большинство учащихся испытывают трудности в решении подобных задач и не умеют применять язык теории графов при их решении.

На формирующем этапе эксперимента, на основе разработанных конспектов, и программы курса по выбору «Приложения теории графов», было организовано и проведено дополнительное обучение учеников 9 класса элементам теории графов. В процессе обучения курсу по выбору «Приложения теории графов» учащиеся изучали базовые понятия теории графов и приобретали опыт в решении разнообразных задач при помощи графов.

В результате наблюдений за процессом обучения курсу по выбору «Приложения теории графов», отметим следующее: обучающиеся проявляли интерес к содержанию курса, активно включались в процесс решения задач при помощи языка теории графов и самостоятельно пришли к выводу о том, что использование графов значительно облегчает процесс решения многих задач.

На заключительном (контрольном) этапе эксперимента, с целью определения готовности учащихся к использованию языка теории графов при решении разнообразных задач и результативности проведенного нами обучения, им был снова предложен контрольный срез № 1.

Анализ результатов контрольного среза показал, что всего 8% обучающихся умеют уровень знаний ниже базового, а 52% обучающихся с легкость справились с базовым уровнем, 28% с повышенным уровнем, 12% решили задачу повышенного уровня сложноси. Результаты контрольного среза представлены на диаграмме (рис.1.46).

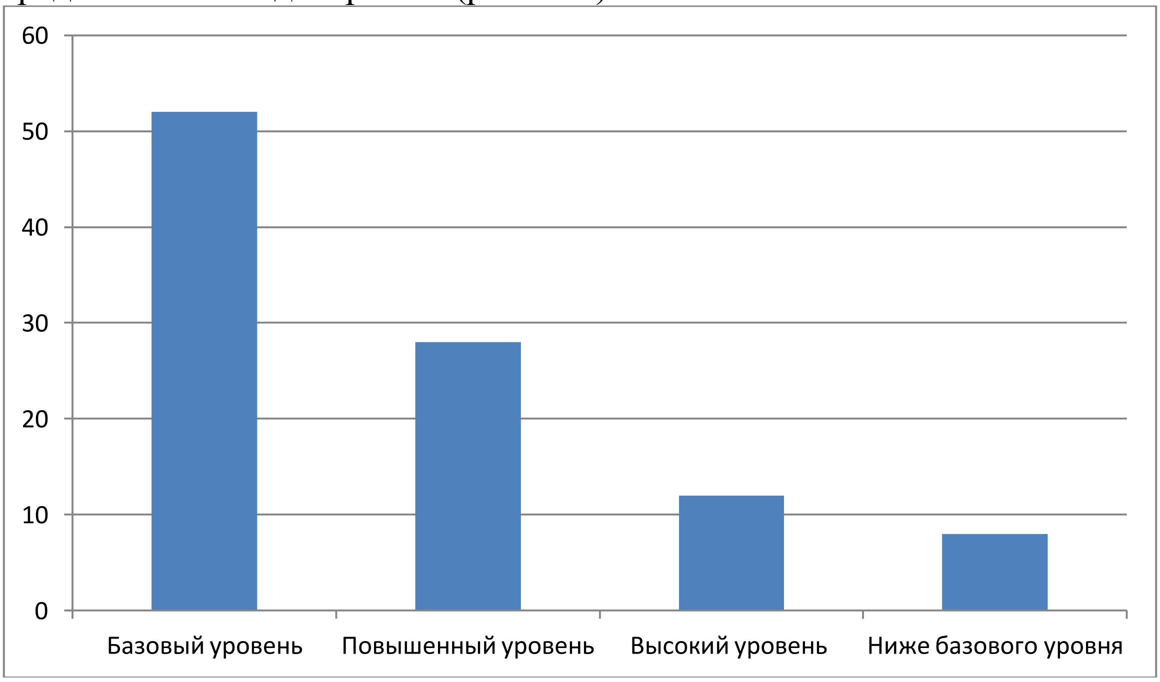


Рис.1.46. Диаграмма результатов контрольного среза №1.(контрольный этап эксперимента)

По результатам полученных данных, мы пришли к выводу, что знакомство обучающихся с языком теории графов в процессе математической подготовки способствует: повышению уровня математической подготовки; развитию умений находить выход из различных ситуаций, имеющих практический характер; формированию познавательных универсальных учебных действий, а именно, умений применять язык теории графов в ходе анализа и моделирования различных ситуаций и др. Можно сделать вывод о результативности и целесообразности введения курса по выбору «Приложения теории графов» в систему математической подготовки школьников.

Выводы по второй главе

В данной главе представлена авторская методика обучения элементам теории графов обучающихся 9 класса в рамках курса по выбору «Приложения теории графов».

Представлена программа курса по выбору «Приложения теории графов», включающая следующие составляющие: пояснительная записка, цели и задачи курса, содержание обучения, учебно-тематическое планирование, требования к результатам обучения и комплекс учебно-методических ресурсов.

Разработано и представлено соответствующее методическое сопровождение – 8 конспектов занятий (16 ч.) курса по выбору «Приложения теории графов».

Описаны и представлены результаты педагогического эксперимента по апробации курса по выбору «Приложения теории графов» в рамках предпрофильной подготовки обучающихся 9 класса.

Заключение

В ходе проведенного исследования мы пришли к выводу, что существуют возможности для включения элементов теории графов как в содержание уроков по математике, так и в состав предпрофильной подготовки посредством специального курса по выбору, освещающего популярные вопросы теории графов.

Одной из особенностей теории графов, которая, собственно, и позволяет ставить вопрос о введении элементов теории графов в систему математической подготовки школьников, является возможность представить граф геометрический – в виде простого, удобного в обращении рисунка: вершины отождествляются с точками на плоскости, а ребра – с линиями, соединяющими вершины. При построении рисунков графов, соответствующих какому-то явлению, мы имеем дело с так называемым знаковым моделированием.

Перспективным и естественным является использование изобразительного языка графов в качестве служебных средств, при решении различных методических вопросов обучения математике.

В рамках данного исследования были охарактеризованы основные дидактические условия для включения элементов теории графов в математическую подготовку школьников.

Разработана примерная программа курса по выбору «Приложения теории» рассчитанная на 16 часов (2 часа в неделю) и, соответствующее методическое сопровождение – 8 конспектов занятий.

Проведен педагогический эксперимент, по результатам которого, мы пришли к выводу о результативности и целесообразности введения курса по выбору «Приложения теории графов» в систему математической подготовки школьников.

Результаты исследования представлены на IV Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников «Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы», Красноярск, 2019г. и опубликованы в материалах конференции.

В ходе проведённого исследования все основные задачи выполнены и цель достигнута.

Библиографический список

1. Абросимов М.Б., Долгов А.А. Практические задания по графам, 2-е издание: Учеб. пособие. – Саратов: Изд-во «Научная книга», 2009. – 76с.
2. Альхова З.Н., Макеева А.В Внеклассная работа по математике. – Саратов: «Лицей», 2002.
3. Балк М.Б. Математический факультатив - вчера, сегодня, завтра // Математика в школе. - 2007. - №3. - с.14.
4. Березина Л.Ю. Графы и их применение. – М. «Просвещение», 1979
5. Буркатовская Ю.Б. Теория графов. Часть 1: учебное пособие / Ю.Б.Буркатовская; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2014. – 200 с.
6. Виленкин Н.Я., Сурвилло Г.С. и др. Алгебра. 9 класс. С углубленным изучением математики. 7-е изд. - М.: 2006. - 368 с.
7. Грес П. В. Математика для гуманитариев. Учебное пособие. – М.: Университетская книга, Логос, 2007. – 160 с.: ил.
8. Гусев В.А, Орлов А.И. Розенталь А.Л. Внеклассная работа по математике в 6-8 классах. – М., «Просвещение», 1984.
9. Дискретная математика для будущего учителя математики (стр.4) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://pandia.ru/text/78/585/96956-4.php (Дата обращения: 1.06.2019).
10. Домнин Л. Н., Элементы теории графов: учеб. пособие / Л.Н. Домнин, - Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2007. – 144 с.: 75 ил., 13 табл., библиогр. 18 назв.
11. Емеличев В. А., Мельников О. И., Сарванов В. И., Тышкевич Р. И. Лекции по теории графов // М.: Наука, 1990.
12. Жуковская Е.П. Дидактические аспекты организации факультативов [Электронный ресурс].- Режим доступа:[http://festival.1september.ru.]
13. Журбенко И.Г. О материалах для факультативных занятий // Математика в школе. - 2009. - №2. - с.53.
14. Кейв М.А. Дискретная математика для будущего учителя: уч. пос.- Красноярск: КГПУ им В.П. Астафьева, 2009.
15. Кейв М.А. Дискретная математика: учебное пособие [электронное издание]. – Красноярск: КГПУ им. В.П. Астафьева, 2016.
16. Кейв М.А., Власова Н.В. Инновационные процессы в профильном образовании: учебное пособие. – Красноярск: КГПУ им. В.П. Астафьева, 2015.
17. Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования. Утверждена приказом Минобразования России от 18 июля 2002 г. №2783.
18. Мельников О. И. Незнайка в стране графов: Пособие для учащихся. Изд. 5-е. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012.
19. Мельников О.И. Занимательные задачи по теории графов, уч.- Метод. Пособие/ Изд-е 2-е, стереотип.- Минск: НТОО «ТетраСистемс», 2001.

20. Мельников О.И. Графы в обучении математике // Математика в школе. - 2003. - №8.
21. Мухутдинова Е.Н. Элементы теории графов в системе математической подготовки обучающихся 9 классов. // Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы: материалы IV Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников. Красноярск, 29 апреля. 2019г. / отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол.; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П.Астафьева. – Красноярск, 2019. – 127-131.
22. Олехник С. Н., Нестеренко Ю. В., Потапов М. К. "Старинные занимательные задачи", М. "Наука", 1988(часть 2, раздел 8; приложение 4).
23. Оре О. Графы и их применение: пер. с англ./ Под ред. И предисл. И.М. Яглома. Изд. 4-е.- М.: Издательство ЛКИ, 2008.
24. Педагогика: Учеб. пособие для студентов пед.ин-тов. Под ред. Ю.К.Бабанского. М.: Просвещение, 1983.
25. Рогачев С.В. Граф на службе у географии // География в школе. - 2005. - №29 (91).
26. Рубчинский А.А. Дискретные математические модели. Начальные понятия и стандартные задачи: учебное пособие / А.А. Рубчинский. – М.: Директ-Медиа 2014. – 269 с.
27. Судоплатов С.В. Элементы дискретной математики: Учебник. - М.: ИНФРА-М, Новосибирск. Изд-во НГТУ, 2002.
28. Харари Ф. Теория графов // М.: Мир, 1973
29. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. 2010.
30. Элективные курсы в системе предпрофильного и профильного обучения [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://xn--i1abbnckbmcl9fb.xn--p1ai/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/416613/ (Дата обращения: 1.06.2019).
31. Энциклопедический словарь юного математика / Сост. А.П.Савин. - М.: Педагогика, 1985.
32. Якунина М.С. Больше внимания факультативам // Математика в школе. - 2010. - №3. - с.51.