МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В.П.АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В. П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики

Кафедра алгебры, геометрии и методики их преподавания

Направление: 44.03.01 «Педагогическое образование» профиль «Математика»

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ
Зав. кафедрой алгебры, геометрии и
методики их преподавания,
руководитель ________ В.Р. Майер
«10» 06 2015 г.

Выпускная квалификационная работа

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ СРЕДЫ «ЖИВАЯ ГЕОМЕТРИЯ» ПРИ РЕШЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПОСКОСТИ»

Выполнил студент группы 42
Е. В. Хайрулина 10.06.15 (подпись, дата)
Форма обучения: заочная

Научный руководитель
старший преподаватель кафедры алгебры,
геометрии и методики их преподавания

Е. А. Аёшина 10.06.15 (подпись, дата)

Рецензент
д. п. н., профессор, профессор кафедры
алгебры, геометрии и методики их
преподавания
В. Р. Майер 10.06.15 (подпись, дата)

Дата защиты 23.06.15г.

Оценка отлично

Красноярск
2015

Содержание

Введение

Происходящее в настоящее время изменение образовательной парадигмы, направленное на обеспечение развития и саморазвития личности учащегося и связанное с переходом от узкопредметных знаний к межпредметным, влечет не только появление новых предметов изучения, но и изменение подходов к изучению традиционных дисциплин. Целью обучения в таком случае становится как передача и усвоение знаний, так и выработка умений и навыков исследования информации, обмена ею и использования для получения новых знаний и создания образа окружающего мира.

Основным техническим средством передачи и переработки информации в настоящее время является компьютер, выступающий в качестве инструмента построения знания, который поддерживает, направляет и расширяет мыслительную деятельность своих пользователей.

Возможность использования компьютера как средства обучения была предметом исследования многих педагогов, психологов, специалистов по вычислительной технике (Ершов А.П., Далингер М.А., Гершунский Б.С., Извозчиков В.А., Машбиц Е.И., Монахов В.М., Тихомиров О.К. и др.). В результате применения компьютеров в процессе обучения происходит совершенствование преподавания различных школьных дисциплин, в частности математики, и формирование у школьника представления о работе в профессионально-ориентированных компьютерных средах. Развитие компьютерных технологий обучения создает предпосылки для повышения эффективности обучения и качественного его изменения.

Исследования компьютерного обучения с точки зрения дидактики показали, что в условиях компьютерного обучения традиционные дидактические принципы должны быть пересмотрены и наполнены новым содержанием с позиции деятельностного подхода.

Проблема использования компьютера в обучении геометрии привлекла внимание многих педагогов и методистов (Асылбеков Ш.Ж., Баранова Е.В., Гузеев В.В., Далингер В.А., Розов Н.В., Поздняков С.Н., Савин А.М., Титоренко С.А., Шарыгин И.Ф., и др.). Отмечается, что компьютерное обучение геометрии эффективно там, где его дидактические возможности оказываются выше в сравнении с традиционным обучением, в частности в продуктивном обучении, ориентированном на активные методы (Далингер В.А., Козлова Г.А., Машбиц Е.И., Монахов В.М., Поздняков С.Н., Уваров А.Ю. и др.). Такие возможности компьютера как сочетание наглядно-образной информации с символьно-знаковой способствуют формированию направленного восприятия, расширяют методические возможности и роль графических представлений при изучении понятий, опирающихся на наглядные образы. Применение компьютера как средства наглядного представления информации оказывает влияние на формирование и развитие гибкого геометрического мышления.

В настоящее время существует достаточно много различных программных средств обучения геометрии. В частности, программа «Живая геометрия», осуществляющая построение и динамическое преобразование геометрических фигур, изучаемых в курсе планиметрии средней школы. Однако в большинстве случаев подобные программы так и остаются невостребованными из-за неразработанности содержания компьютерного обучения и отсутствия соответствующего методического сопровождения.

Использование компьютера в процессе обучения традиционным дисциплинам школьного курса резко усложняет решение проблемы создания методик, ориентированных на применение программного обеспечения в учебно-воспитательном процессе, что связано как с необходимостью использования деятельностного подхода к обучению, так и с дополнительными требованиями, предъявляемыми к учителям-предметникам. Поэтому эффективное применение компьютера в процессе обучения требует от учителей новых подходов к методике совершенствования учебно-воспитательного процесса на основе достижений современной педагогики, психологии и методики обучения. Учитель, играющий ключевую роль во внедрении компьютерных технологий в школьное обучение, для эффективной реализации компьютерного обучения должен обладать соответствующей специальной подготовкой.

Одним из эффективных методов познания считают моделирование, изучение математики посредством компьютерного моделирования представляется очень результативным, позволяет повышать интерес учащихся к предмету, развивать творческое, абстрактное и логическое мышление, формировать исследовательские умения и целостное отношение к математике. С использованием возможностей компьютерного моделирования увеличивается темп усвоения знаний, так как учитываются индивидуальные особенности обучаемого.

Изучение темы «Геометрические преобразования плоскости» в школьном курсе математики вызывает ряд трудностей, связанных с наглядным представлением преобразований учащимися, многообразием получаемых образов, недостаточностью времени для выполнения точных построений циркулем и линейкой. Посредством компьютерного моделирования возможно решение обозначенных проблем.

Исходя из вышесказанного, определен **объект исследования**: процесс обучения геометрическим преобразованиям в школьном курсе математики. **Предметом исследования** является: компьютерное моделирование как средство динамической визуализации изучения геометрических преобразований плоскости в основной школе.

Цель исследования: разработать компьютерные модели основных геометрических преобразований плоскости в динамической среде «Живая геометрия» и выявить особенности методики их использования в образовательном процессе.

Цель была обусловлена следующими **задачами**:

1. Проанализировать содержание школьных учебников, программ и государственного образовательного стандарта по теме исследования.
2. Проанализировать учебную и методическую литературу по теме «Геометрические преобразование плоскости».
3. Обобщить и систематизировать материал по теме «Геометрические преобразования плоскости».
4. Разработать модели геометрических преобразований в программе «Живая геометрия».
5. Выявить методические особенности организации уроков с использованием информационных технологий.
6. Привести примеры уроков по теме «Геометрические преобразования плоскости» с использованием программы «Живая геометрия».

Глава 1. Геометрические преобразования плоскости как одна из ключевых тем школьного курса геометрии

1.1. Понятие геометрического преобразования как ключевого понятия школьного курса геометрии

На основе анализа государственного образовательного стандарта и учебной программы были выделены следующие дидактические единицы содержания линии геометрических преобразований: Примеры движений фигур. Симметрия фигур. Осевая симметрия и параллельный перенос. Поворот и центральная симметрия. Понятие о гомотетии. Подобие фигур.

Геометрические преобразования используются не только в курсе геометрии, но и в школьных курсах алгебры (построение графиков функций), физики (механика, оптика), химии (кристаллические тела), черчения (построение изображений в различных проекциях) и др., то есть позволяет укрепить межпредметные связи геометрии с другими дисциплинами.

Отметим некоторые особенности распределения линии геометрических преобразований в школьной программе по учебникам «Математика, 6» И.И. Зубаревой, А.Г. Мордковича (пропедевтический этап); «Геометрия, 7-9» Л.С. Атанасяна и др., «Геометрия, 7-9» А.В. Погорелова (основной этап, курс планиметрии) и «Геометрия, 7-9» И.Ф. Шарыгина.

На пропедевтическом этапе (учебник «Математика, 6» И.И. Зубаревой, А.Г. Мордковича) учащиеся знакомятся с такими геометрическими преобразованиями как поворот, центральная и осевая симметрии.

Термин «геометрические преобразования» не используется. На наглядно-интуитивном уровне вводятся понятия: поворот; центр поворота; симметричные точки; центр симметрии; центрально-симметричные точки; центрально-симметричные фигуры; центр симметрии фигуры; точки, симметричные относительно прямой; ось симметрии; фигуры, симметричные относительно некоторой оси.

Типы математических задач при изучении перечисленных преобразований:

- распознавание фигур, имеющих центр или ось симметрии;
- построение фигур (отрезок, луч, прямая, треугольник), симметричных данным, относительно некоторого центра или оси;
- определение угла поворота, центра или оси симметрии в различных изображенных фигурах, его обоснование (доказательство);
- на вычисление координат точек, при перемещении.

В учебниках «Математика» для 5, 6 классов Н.Я. Виленкина и др. знакомство с геометрическими преобразованиями не предусмотрено.

На основном этапе систематического изучения курса геометрии (курс планиметрии) порядок изучения и изложение материала линии геометрических преобразований существенно отличается в зависимости от учебника.

Рассмотрим это на примере учебников «Геометрия, 7-9» Л.С. Атанасяна и др. (2009 г.), «Геометрия, 7-9» А.В. Погорелова (2004 г.), «Геометрия, 7-9» И.Ф. Шарыгина.

В учебнике Л.С. Атанасяна в 7 классе учащиеся знакомятся с осевой и центральной симметрией как свойствами геометрических фигур.

В 8 классе после изучения подобных треугольников понятие «подобие» распространяется и на произвольные фигуры. Вводятся понятия: подобные фигуры, центрально-подобные фигуры и формулируются их определения. Свойства подобия не рассматриваются.

Однако особое внимание авторы уделяют рассмотрению применения метода подобия к доказательству теорем и решению задач с использованием определения и признаков подобия треугольников (Гл. 7, § 3). В этом же параграфе рассматриваются практические приложения подобия треугольников.

В 9 классе в главе «Движения» предполагается знакомство с понятиями: «отображение плоскости на себя», «движение плоскости» (как отображение плоскости на себя, сохраняющее расстояния). Обобщаются знания учащихся об осевой и центральной симметриях как видов движения. Рассматриваются такие виды движений как параллельный перенос и поворот. Исследуется вопрос о связи понятий наложения и движения. Свойства движения отдельно в пункте учебника не выделены. Они представлены в задачном материале.

В учебнике Л.С. Атанасяна и др. не вводится понятие «геометрические преобразования» и не рассматривается преобразование подобия - гомотетия. Вместо этого понятия («гомотетия») введено понятие центрально-подобные фигуры. Однако задачи на применение этого понятия не приводятся.

«Геометрия, 7-9» А.В. Погорелова. В 8 классе вводится понятие «движение» как преобразование одной фигуры в другую, сохраняющее расстояние между точками. Рассматриваются с доказательством свойства движения: точки, лежащие на прямой, при движении переходят в точки, лежащие на прямой, и сохраняется порядок их взаимного расположения; при движении сохраняются углы между полупрямыми. Математические факты о том, что преобразования симметрии относительно точки или прямой, параллельный перенос являются движением, формулируются в виде теорем и доказываются. Формулируется и доказывается теорема о существовании и единственности параллельного переноса.

На основе понятия «движение» формулируется определение равенства фигур. В частности, этим обосновывается необходимость изучения понятия движения.

В отличие от учебника Л.С. Атанасяна преобразование подобия вводится для произвольных фигур. Рассматривается преобразование подобия - гомотетия (формулируется и доказывается соответствующая теорема).

Формулируются свойства подобия: преобразование подобия переводит прямые в прямые, полупрямые в полупрямые, отрезки в отрезки. Свойство о сохранении углов между полупрямыми при преобразовании подобия доказывается.

Далее, исходя из свойств подобия, выделяются свойства подобных треугольников (о равенстве соответствующих углов и пропорциональности сходственных сторон). Свойства подобных треугольников многократно применяются в дальнейших главах курса. Усвоение учащимися признаков подобия треугольников и отработка навыков их применения являются одной из основных задач этого параграфа.

Особая роль в параграфе отводится преобразованию подобия - гомотетии. Этой теме посвящено большое количество задачного материала.

В учебнике «Геометрия, 7-9» И.Ф. Шарыгина глава «Преобразования плоскости» изучается в 9 классе и завершает теоретическую часть курса планиметрии. В данном учебнике такие виды движения, как симметрия относительно точки и относительно прямой, служат для доказательства теорем, а такие виды движения, как поворот и параллельный перенос являются объектом изучения.

В учебнике дается четкое определение понятия движение. Рассматриваются теоремы «основное свойство движения», «основной способ задания движения», «о возможности представления любого движения через осевые симметрии» с доказательством. Формулируются виды движения: тождественное преобразование, параллельный перенос, поворот, а так же рассматривается скользящая симметрия. В учебнике не вводится понятие центральной симметрии, но вводится пояснение, что «центральная симметрия – это поворот на 180° » [47].

А так же для каждого вида формулируются теоремы с доказательством. Для параллельного переноса о взаимосвязи нескольких осевых симметрий «о предоставлении параллельно переноса в виде двух симметрий». Четкого определения преобразования нет, есть лишь способ задания через композицию осевых симметрий. Аналогично для поворота, формулируется теорема «о предоставлении поворота в виде двух симметрий». Определение вытекает из данной теоремы. Так же рассматривается случай композиции трех осевых симметрий. Доказывается теорема. В отличие от параллельного переноса и поворота для скользящей симметрии есть четкое определение. Так же отдельным пунктом рассматривается гомотетия с четким определением и свойствами с доказательством.

Каждый вид рассматривается отдельным пунктом. В конце каждого представлен задачный материал на доказательство, построение, вычисления, а так же теоретические вопросы.

Для более полного представления ниже приведена сравнительная таблица содержания школьных учебников авторов Л.С. Атанасяна, А.В. Погорелова и И.Ф. Шарыгина (табл. 1).

Таблица 1

Анализ содержания темы "Геометрические преобразования" в школьных учебниках

Дидактические единицы	***Учебники***		
	Л.С. Атанасян	А.В. Погорелов	И.Ф. Шарыгин
Определение			
Движение	+ (поясняющее описание)	+	+
Центральная симметрия	+ (поясняющее описание)	-	-
Осевая симметрия	+ (поясняющее описание)	+	-
Поворот	+ (поясняющее описание)	+	+ (через последовательное выполнение двух осевых

			симметрий с параллельными осями)
Параллельный перенос	+ (поясняющее описание)	+	+ (через последовательное выполнение двух осевых симметрий с пересекающими осями)
Тождественное преобразование	-	-	+
Гомотетия	-	-	+
Свойства			
Движение	+ (через теоремы)	+ (через теоремы)	+ (через теоремы с доказательством)
Центральная симметрия	+	-	+
Осевая симметрия	+ (через теоремы)	-	+
Поворот	+ (через задачи)	+ (через свойства прямоугольника)	+
Параллельный перенос	+	+	-
Тождественное преобразование	-	-	-
Гомотетия	-	-	+ (через теоремы)
Способ построения			
Движение	+ (через определение)	+ (через определение)	+
Центральная симметрия	+	-	-
Осевая симметрия	+ (через определение)	-	-
Поворот	+ (через определение)	+ (через определение)	+ (через определение)

Параллельный перенос	+ (через определение)	+ (через определение)	+ (через определение)
Тождественное преобразование	-	-	+
Гомотетия	-	-	+ (через определение)

Итак, в учебниках геометрии Л.С. Атанасяна, А.В. Погорелова, И.Ф. Шарыгина преобразования движения и подобия не лежат в основе построения курса планиметрии и являются объектами изучения.

Понятие движения рассматривается в курсе планиметрии потому, что на его основе вводится понятие равенства геометрических фигур. Преобразование подобия, позволяет расширить класс задач, для решения которых, в частности, используются признаки и свойства подобных треугольников.

Анализируя учебники авторов Л.С. Атанасян, А.В. Погорелов, И.Ф. Шарыгина, можно сделать вывод о том, что более полно тема геометрических преобразований представлена в учебнике А. В. Погорелова, так как данный учебник предполагает изучение каждого геометрического преобразование отдельным пунктом. В данном учебнике раскрыты все определения кроме определений гомотетии и тождественного преобразования. Свойства геометрических преобразований вводятся через теоремы (с доказательством) или задачи (поворот). Просматривается способ построения каждого геометрического преобразования. Так же учебник содержит большой объем задачного материала и чертежей.

Как было отмечено выше, понятие геометрического преобразования рассматриваю многие авторы (Л.С. Атанасян, А.В. Погорелов, И.Ф. Шарыгин, И. В. Виноградов, С. А Анищенко). Остановимся более подробно на каждом виде, рассмотрим определение, свойства, обозначение и способ задания.

Определение 1. Преобразование - отображение некоторого множества М на себя. Образ элемента a принадлежит M при преобразовании и обозначается u(a) или ua, или au.

Обозначение: обозначают точки прообразы A, B, C, ..., а их образы A', B', C', ...

Определение 2. Если при отображении разным точкам фигуры соответствуют разные образы, то такое отображение называется взаимно однозначным.

Определение 3. Геометрические преобразования - это взаимно однозначные отображения прямой, плоскости или пространства на себя. Обычно рассматривают такие совокупности геометрических преобразований, что каждую конечную последовательность преобразований совокупности можно заменить одним преобразованием этой совокупности, а преобразование, обратное любому из рассматриваемых, также принадлежит данной совокупности. Такие совокупности геометрических преобразований, образуют так называемую группу преобразований.

Способы задания преобразований:

- геометрически, т.е. указывая определяющие элементы и свойства геометрических преобразований;
- аналитически, т. е. формулами для вычисления координат образа (x';y') для прообраза (x;y).

Если на множестве P задано два преобразования α и β, то можно определить новое преобразование следующим образом: пусть в преобразовании α точка M отображается на точку M_1, которая в преобразовании β отображается на M_2.

Определение 4. Отображение, при котором точка M отображается на M_2 при всех M P, есть преобразование множества P.

Обозначим его через γ. Преобразование γ будет называться композицией или произведением преобразований α и β. При этом используется запись: $\gamma = \alpha\cdot\beta$. Говорят также, что γ есть результат последовательного выполнения преобразований α и β.

Определение 5. Если одним отображением фигура F переводится в фигуру F', а затем фигура F' переводится в фигуру F'', то отображение, переводящее F в F'' называется композицией двух отображений.

На множестве преобразований существует нейтральный элемент - тождественное преобразование ε, отображающий любую точку на себя. При этом для любого преобразования α

$\alpha \cdot \varepsilon = \varepsilon \cdot \alpha = \alpha$.

Понятие движения сформировалось путем абстракции реальных перемещений твёрдых тел в евклидовом пространстве.

Определение 6. Движение евклидова пространства - преобразование пространства, сохраняющее расстояние между точками. Движение называется собственным (или несобственным) в зависимости от того, сохраняет оно (или не сохраняет) ориентацию пространства.

Определение 7. Движением называется отображение плоскости на себя, при котором сохраняются все расстояния между точками.

Способы задания движения:

1. На плоскости собственные движения выражаются аналитически в прямоугольной системе координат (x, y) при помощи следующих формул:

$$\begin{cases} x' = x\cos\varphi - y\sin\varphi + \alpha, \\ y' = \sin\phi + y\cos\varphi + \beta. \end{cases}$$

показывающих, что совокупность всех собственных движений на плоскости зависит от трёх параметров α, β, φ первые два параметра характеризуют параллельный перенос плоскости на вектор (a,b), а параметр φ - угол вращение (поворота) плоскости вокруг начала координат. Собственное движение представляет собой произведение (композицию) вращения вокруг начала на угол φ и параллельного переноса на вектор (a,b), если само не является одним из этих преобразований.

2. Несобственное движение выражается при помощи формул

$$\begin{cases} x' = x\cos\varphi + y\sin\varphi + \alpha, \\ y' = \sin\phi - y\cos\varphi + \beta. \end{cases},$$

показывающих, что несобственное движение есть произведения собственного движения на преобразование симметрии относительно некоторой прямой. Всякое несобственное движение представляет собой произведение параллельного переноса вдоль некоторого вектора и симметрии относительно прямой параллельной вектору (такая композиция называется скользящей симметрией).

Теорема 1. Множество всех движений плоскости (пространства) является группой.

Доказательство.

Пусть δ_1, и δ_2 движения. Каждое из них сохраняет расстояние между точками, значит, в результате их композиций расстояние между точками не изменяется. Итак, композиция движений есть движение.

Тождественное преобразование также является движением, так как при этом все точки являются неподвижными, поэтому расстояние между ними не изменяется.

Преобразование δ^{-1} тоже является движением.

Действительно, если A', B' - две точки плоскости (пространства), A и B их прообразы при движении δ, то AB = A' B'. Отношение равенства отрезков симметрично, значит преобразование δ^{-1} сохраняет расстояние между точками и поэтому является движением.

Композиция любых преобразований ассоциативна, следовательно, ассоциативна композиция движений $(\delta_1 \cdot \delta_2)\cdot \delta_3 = \delta_1 \cdot(\delta_2 \cdot\delta_3)=\delta_1 \cdot \delta_2 \cdot \delta_3$.

Из справедливости указанных выше свойств, следует, что все движения плоскости (пространства), образуют группу. *Утверждение доказано*.

В XIX в. французский геометр Мишель Шаль доказал, что всякое движение плоскости является либо осевой симметрией, либо поворотом, либо параллельным переносом, либо скользящей симметрией.

Основные *свойства движения*:

1. Прямолинейность точек, т. е. если $M \in (AB) \Rightarrow M' \in (A'B')$.

2. Движение отрезок, луч, прямую отображает соответственно на отрезок, луч, прямую.

3. Сохраняется равенство отрезков: $AB = DC \Leftrightarrow A'B' = C'D'$.

4. Сохраняется равенство углов: $\angle\alpha = \angle\beta \Leftrightarrow \angle\alpha' = \angle\beta'$.

5. Сохраняется величина углов, т. е. $\angle\alpha = \angle\alpha'$.

6. Сохраняется параллельность прямых, т. е. если $a \| b \Leftrightarrow a' \| b'$.

7. Выполняются следующие векторные свойства:

- $\bar{b} = \alpha\bar{a} \Leftrightarrow \overline{b'} = \alpha\overline{a'}$;
- $\bar{c} = \alpha\bar{a} + \beta\bar{b} \Leftrightarrow \overline{c'} = \alpha\overline{a'} + \beta\overline{b'}$.

Рассмотрим подробно каждое геометрическое преобразование, а именно: параллельный перенос, симметрия относительно прямой, центральная симметрия, поворот.

Параллельный перенос

Определение 8. И.М. Виноградов, определяет параллельный перенос как «частный случай движения, при котором все точки пространства перемещаются в одном и том же направлении на одно и тоже расстояние (рис. 1) [1]. Иначе, если М - первичное, а М' - смещенное положение точки, то вектор ММ' один и тот же для всех пар точек, соответствующих друг другу в данном преобразовании».

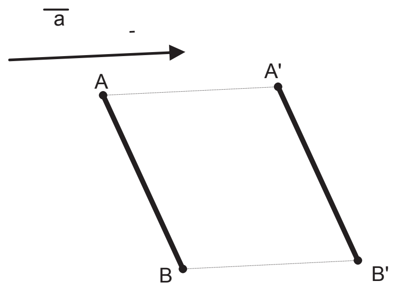


рис.1

Обозначение: параллельный перенос на вектор а обозначают $T_{a.}$

При решение задач используется следующее определение:

Определение 9. Параллельный перенос - геометрическое преобразование плоскости, при котором фиксируется вектор $\vec{a}$, а любая $M \to M'|, MM' = \vec{a}$.

Из первого определения, в отличие от второго, не видно какой элемент остается неизменным, т. е. чем задается параллельный перенос. В первом определение параллельный перенос определяется как движение, т. е. уже ясно, что сохраняется расстояние между точками. Во втором же определении T_a определяется более обобщенно, а именно как геометрическое преобразование. Также из второго определения виден способ построения точек образа, чего нельзя увидеть из первого определения.

План построения образа точки А (рис. 2):

1. Задать произвольный вектор - $\vec{a}$;
2. От точки А отложить вектор равный вектору $\bar{a}$;
3. Точка A' – искомая.

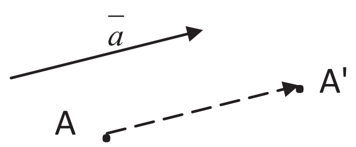


рис.2

Способы задания:

1. На плоскости параллельный перенос выражается аналитически в прямоугольной системе координат (x, y) при помощи формул:

$$\begin{cases} x' = x + a, \\ y' = y + b. \end{cases}$$

где вектор $\bar{a} = \overline{MM'} = (a, b)$.

2. Геометрически Та можно задавать с помощью:

- вектора, тогда $\forall M \to M'|, \overrightarrow{MM'} = \vec{a}$
- пары соответствующих точек М и М' (прообраза и образа), тогда

эти точки определяют вектор $\overrightarrow{MM'} = \vec{a}$

Свойства параллельного переноса:

Отличительным свойством параллельного переноса является следующее: прямые переходят либо в себя, либо в параллельные им прямые.

Симметрия относительно прямой

Погорелов А.В. дает такое определение симметрии относительно прямой.

Определение 10. Пусть а - фиксированная прямая (рис. 3). Возьмем произвольную точку X и опустим перпендикуляр AX на прямую 1. На продолжении перпендикуляра за точку A отложим отрезок AX', равный отрезку AX. Точка X' называется симметричной точке X относительно прямой 1. Если точка X лежит на прямой 1, то симметричная ей точка есть сама точка X. Очевидно, что точка, симметричная точке X', есть точка X.

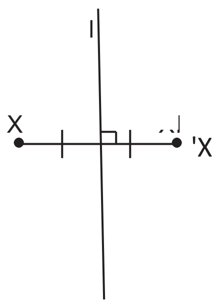


рис.3

Определение 11. Движение фигуры F в фигуру F', при котором каждая ее точка X переходит в точку X', симметричную относительно данной прямой 1, называется преобразованием симметрии относительно прямой 1. При этом фигуры F и F' называются симметричными относительно прямой 1. Если преобразование симметрии относительно прямой 1 переводит фигуру F в себя, то эта фигура называется симметричной относительно прямой 1, а прямая 1 называется осью симметрии фигуры [8].

Обозначение: осевую симметрию относительно прямой l обозначают S_1.

Составим определение S_1 через геометрическое преобразование.

Определение 12. Осевая симметрия относительно прямой - геометрическое преобразование плоскости, при котором остается неподвижной прямая l, а любая

$$M \to M' \big| , MM' \perp l \text{ и } |OM'| = |OM|, \text{ где } O = l \cap MM'.$$

Способы задания.

Осевая симметрия относительно прямой, заданной уравнением $ax + by + c = 0$ выражается аналитически в прямоугольной системе координат (x,y) при помощи формул:

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x(b^2 - a^2) - 2ab - 2ac}{b^2 + a^2}; \\ y' = \dfrac{-2abx + y(b^2 - a^2) - 2cb}{b^2 + a^2}. \end{cases}$$

Геометрически осевая симметрия может задаваться:

1. осью симметрии l,

2. парой соответствующих точек M и M'.

Рассмотрим каждый из способов.

1. Осью симметрии l, тогда для того, чтобы построить M' = S_1 (M) нужно (рис. 4):
    - построить $m \big| , m \perp l$ и $M \in m$;
    - $OM' = OM$, где $O = l \cap m$.

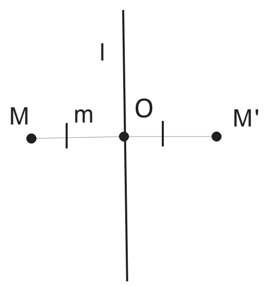


рис. 4

2. парой соответствующих точек M и M' (прообразом и образом), тогда, чтобы построить образ N' для любой точки N нужно (рис. 5):
    - построить l такую что, l является серединным перпендикуляром к

MM'

- построить $N'=S_l(N)$

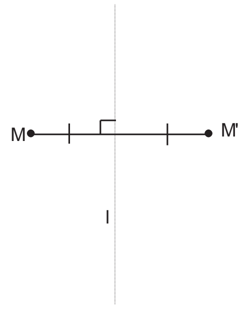


рис. 5

Определение 13. Фигура называется симметричной относительно прямой l, если фигура симметрична сама себе, то есть $F=S_l(F)$.

Еще одним из видов движения является скользящая симметрия. Это преобразование является композицией S_l и T_b.

Отличительным свойством осевой симметрии является следующее:

сохраняется отношение отрезков лежащих на параллельных прямых (на одной прямой), т. е. AB:CD= A'B':C'D'.

Центральная симметрия

Определение 14. Центральная симметрия с центром в точке O это такое движение, при котором любой точке X сопоставляется такая точка X', что точка O является серединой отрезка XX' (рис. 6). Точка O называется центром симметрии. Точка O считается симметричной сама себе.

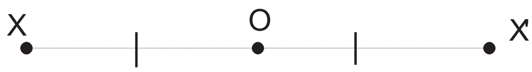


рис.6

Обозначение: центральную симметрию с центром симметрии в точке O обозначают Zo.

Для решения задач удобнее использовать следующее определение Zo.

Определение 15. Центральная симметрия - геометрическое преобразование плоскости, при котором остается неподвижной точка O, а любая $M \to M'|, O \in [MM']$ и $|OM'| = |OM|$.

Из второго определения в отличие от первого, сразу можно выявить основные свойства центральной симметрии. Во втором определении дается неподвижная точка, откуда сразу можно выявить элемент, которым задается центральная симметрия. Также в первом определении центральная симметрия определяется как движение, а во втором указывается, что центральная симметрия является геометрическим преобразованием.

Способы задания:

Аналитически в декартовой системе координат (x; y) центральная симметрия выражается при помощи формул:

$$\begin{cases} x' = 2a - x; \\ y' = 2b - y. \end{cases}$$

где центр симметрии имеет координаты (a; b).

Геометрически Zo может задаваться:

1. Центром симметрии, тогда, чтобы построить образ M' для любой точки M нужно (рис. 7):

- Построить (OM);
- найти $M'|, M' \in (OM)$ и $[OM'] = [OM]$.

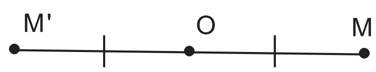


рис.7

2. Парой соответствующих точек (прообразом M и образом M'), тогда, чтобы построить образ N' для любой точки N нужно (рис. 8):

- найти $O|, O \in [MM']$ и $|OM'| = |OM|$;
- построить $N' = Z_o(N)$.

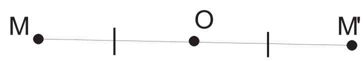


рис. 8

Можно заметить, что центральная симметрия является частным случаем поворота, а именно, поворота на 180^0 вокруг точки О.

Центральная симметрия является движением, изменяющим направления векторов на противоположные. То есть если при Zo относительно точки О точкам Х и У соответствуют точки Х' и У' и $\overrightarrow{XY} = -\overrightarrow{X'Y'}$. В качестве примера рассмотрим симметрию некоторых фигур, что может помочь при решении задач:

1. Отрезок имеет две оси симметрии (серединный перпендикуляр и прямая, содержащая этот отрезок) и центр симметрии (середина отрезка).

2. Треугольник общего вида не имеет осей или центров симметрии, он несимметричен. Равнобедренный (но не равносторонний) треугольник имеет одну ось симметрии: серединный перпендикуляр к основанию.

3. Равносторонний треугольник имеет три оси симметрии (серединные перпендикуляры к сторонам) и поворотную симметрию относительно центроида с углом поворота 120^0.

4. У любого правильного n-угольника есть п осей симметрии, все они проходят через его центр. Он также имеет поворотную симметрию относительно центра с углом поворота равным 360^0/п.

При четном п одни оси симметрии проходят через противоположные вершины, другие через середины противоположных сторон многогранника.

При нечетном п симметрии каждая ось проходит через вершину и середину противоположной стороны многогранника.

Центр правильного многоугольника с четным числом сторон является его центром симметрии. У правильного многоугольника с нечетным числом сторон центра симметрии нет.

5. Любая прямая, проходящая через центр окружности является ее осью симметрии, окружность также обладает поворотной симметрией, причем угол поворота может быть любым.

Поворот

Определение 16. «Поворотом плоскости около данной точки называется такое движение, при котором каждый луч, исходящий из точки, поворачивается на один и тот же угол в одном и том же направлении» [14]. При вращении неподвижная точка называется центром вращения (рис. 9).

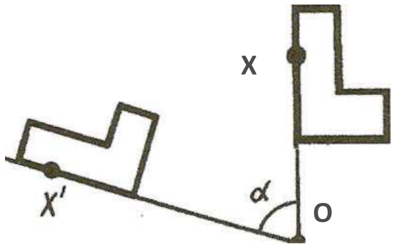


рис.9

Обозначение: Поворот с центром вращения в точке О на угол а обозначают: R^{a}_{o}.

Для решения задач удобнее использовать следующее определение.

Определение 17. Поворот вокруг точки на угол α - это геометрическое преобразование плоскости, при котором остаются неподвижными точка О и углом а, а любая $M \to M'|, \angle M'OM = \angle\alpha, |OM'| = |OM|$ (рис. 10).

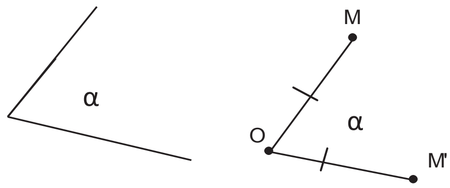


рис. 10

Из второго определения, в отличие от первого, сразу виден способ построения $\angle M'OM = \angle\alpha, |OM'| = |OM|$ образов (взаимосвязь точек образа и прообраза), также видны основные свойства поворота. Также в первом определении ничего не сказано о расстоянии от центра поворота до точек образа, это может привести к представлению о том, что ими могут быть любые точки' полученного луча.

Вращение евклидова пространства называется собственным (или несобственным) в зависимости от того, сохраняет оно (или не сохраняет) ориентацию точек пространства.

На плоскости собственное вращение выражается аналитически в декартовых прямоугольных координатах (x, y) при помощи формул (центр вращения в начале координат):

$$\begin{cases} x' = x\cos\varphi - y\sin\varphi, \\ y' = x\sin\varphi + y\cos\varphi. \end{cases}$$

где φ - угол поворота. Собственное вращение может быть представлено как произведение двух осевых симметрий с осями, пересекающимися под углом φ/2. Несобственное вращение на плоскости выражается аналитически в декартовых прямоугольных координатах (x, y) при помощи формул (начало координат в центре вращения):

$$\begin{cases} x' = x\cos\varphi + y\sin\varphi, \\ y' = xin\varphi - y\cos\varphi. \end{cases}$$

где φ - угол поворота. Несобственное вращение на плоскости может быть представлено как произведение собственного вращения на осевую симметрию, относительно оси ОУ.

Способы задания поворота:

Углом и центром поворота. Тогда, чтобы построить образ M' для любой точки M нужно (рис. 11):

- (MO],
- $\angle MOK = \angle\alpha$,
- $M'|, M \in (OK], OM = OM'$.

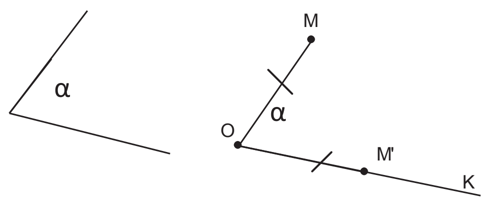


рис. 11

Центром поворота и парой соответствующих точек М и М' (прообразом и образом), тогда, чтобы построить образ N' для любой точки N нужно:

- построить $\angle MOM' = \alpha$;
- построить $N' = R_o^{\alpha}(N)$;

Парой соответствующих точек М и М' (прообразом и образом) и углом поворота.

Подобия плоскости

Определение 18. Подобие - геометрическое понятие, характеризующее наличие одинаковой формы у геометрических фигур, независимо от их размеров.

Определение 19. Преобразование фигуры F называется преобразованием подобия, если при этом преобразовании расстояния между точками изменяются в одно и то же число раз, т.е. для любых точек Х и У фигуры F и точек Х', У' фигуры F', в которые он переходят, Х'У' =k·XY .

Обозначение: подобие с коэффициентом k будем обозначать $П^k$.

Для решения задач лучше использовать следующее определение.

Определение 20. Подобие – геометрическое преобразование плоскости, при котором фиксируется некоторое число k>0, а любая $A,B \rightarrow A_1B_1|$, $к \cdot |AB| = |A_1B_1|$.

Во втором определении в отличие от первого указано, какие значения может принимать коэффициент. В первом определение подобие дается не в общем случае, а рассматривается как подобие фигур, на примере свойств которые изменятся при совершении подобия у фигуры. Во втором определении рассматривается подобие в общем случае.

Две фигуры F и F' называются подобными, если между их точками можно установить взаимно однозначное соответствие, при котором отношение расстояний между любыми парами соответствующих точек фигур F и F' равно одной и той же постоянной k. Постоянная k - положительное число, называемое коэффициентом $П^k$ (рис.12).

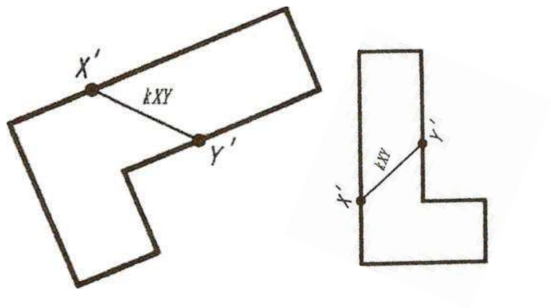


рис.12

Аналитически $П^k$ 1 рода можно задать с помощью равенств:

$$\begin{cases} x' = kx\cos\alpha - ky\sin\alpha + \alpha; \\ y' = kx\sin\alpha + ky\cos\alpha + b. \end{cases}$$

$П^k$ 2 рода можно задать с помощью следующих формул:

$$\begin{cases} x' = kx\cos\alpha + ky\sin\alpha + \alpha; \\ y' = kx\sin\alpha - ky\cos\alpha + b. \end{cases}$$

Способы задания:

Геометрически $П^k$ можно задать:

1. Коэффициентом k, в этом случае, чтобы построить образы M' и N' для любых точек M и N, нужно построить [M'N']=k[MN].

2. Двумя парами соответствующих точек M, N и M', N' (прообразами и образами), в этом случае, чтобы построить образ для любой точки K нужно построить $K'|, M'K' = \frac{M'N'}{MN} \cdot MK$ и $N'K' = \frac{M'N'}{MN} \cdot NK.$

Свойства $П^k$:

1. Сохраняется порядок точек на прямой, т. е. если точка B лежит между точками A, C и B', A', C' - соответствующие их образы при некотором подобии, то B' также лежит между точками A' и C';

2. Треугольник переходит в треугольник. Соответственные стороны этих треугольников пропорциональны, а соответственные углы равны.

3. Отношение площадей соответствующих фигур равно k^2.

Среди подобий выделяют частный вид – гомотетия.

Определение 21. Гомотетия - преобразование подобия относительно некоторой точки О, ставящее каждой точке М точку М', лежащую на прямой ОМ, ОМ' = kОМ, где k постоянное, отличное от нуля число, называемое коэффициентом гомотетии. Точка О называется центром гомотетии. При k>О точка М и М' лежат на одном луче, при k<О - по разные стороны от центра. Точке О соответствует сама эта точка.

Обозначение: гомотетию с центром в точке О и коэффициентом k обозначают H_o^k.

Для решения задач лучше использовать следующее определение:

Определение 22. Гомотетия - геометрическое преобразование плоскости, при котором фиксируется точка О и некоторое число k, а любая М→М'|,$\overrightarrow{OM'} = k \cdot \overrightarrow{OM}$.

Во втором определение в отличие от первого говорится, что фиксируется неподвижная точка (центр гомотетии) и некоторое число k, т. е. указаны элементы задающие H^k_o. В первом определении об основных свойствах сказано, что образ М' лежит на прямой соединяющие прообраз М и центр О, а также, что ОМ' = k·ОМ, во втором определение эти свойства представлены в виде векторного равенства ОМ'=k·ОМ, из которого видно, что и М' принадлежит (ОМ), и видно как зависит расположение точек образа и прообраза от коэффициента.

Способы задания:

Аналитически H^k_o можно задать с помощью следующих формул:

$$\begin{cases} x' = kx - \alpha(1-k); \\ y' = ky + b(1-k). \end{cases}$$

Геометрически H^k_o задается с помощью:

1. Центра О и коэффициента k, в этом случае, чтобы построить прообраз М' для любой точки М нужно:

- провести (ОМ);
- если k>О (рис.13), то на [ОМ) отложить М' |, |ОМ'|=k|ОМ|, если

k<0 (рис.14), то на дополняющем луче луча [OM) отложить M'|, |OM'| = |kOM|.

2. Центром O и двумя парами соответствующих точек (прообразом M и образом M'), тогда чтобы построить образ N' для любой точки N нужно:

- провести (ON);
- если $M' \in [OM]$,то на луче [ON) отложить $N'|, |ON'| = \frac{|OM'|}{|OM|} \cdot |ON|$, если

же $M' \notin [OM]$, то на луче дополняющем [ON) отложить $N'|, |ON'| = \frac{|OM'|}{|OM|} \cdot |ON|$;

k=-1/2

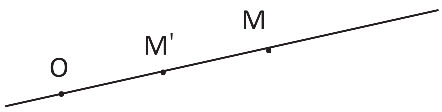


рис.13

k=2

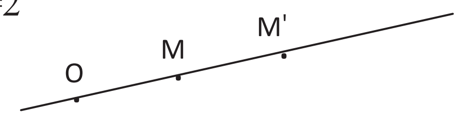


рис.14

3. Коэффициентом k и парой соответствующих точек (прообразом M и образом M'), тогда чтобы построить образ N' для любой точки N нужно:
   - построить (MM');
   - если k>0, то построить O|, $O \in (MM')$, но $O \notin [MM']$ и $|OM'| = k \cdot |OM|$,

   если $k < 0$, то построить $O|, O \in [MM']$ и $|OM'| = |k| \cdot |OM|$;
   - Построить N'= H^k_o(N).

Отметим некоторые свойства H^k_o:

Прямая, проходящая через центр H^k_o, переходит в себя, прямая, не проходящая через центр - в прямую, ей параллельную.

1.2. Основные возможности динамической среды «Живая геометрия» в моделировании преобразований плоскости

Издавна человек применяет модели. Это полезно при изучении сложных процессов или систем, конструировании новых устройств или сооружений. Обычно модель более доступна для исследования, чем реальный объект (а есть такие объекты, экспериментировать с которыми невозможно или недопустимо). Модель - это некоторый материальный или идеальный (мысленно представляемый) объект, замещающий объект-оригинал, сохраняя его характеристики, важные для данной задачи [19].

Процесс построения модели называют моделированием. Все способы моделирования можно разделить на две большие группы. В одном случае моделью является предмет, воспроизводящий те или иные геометрические, физические и тому прочие характеристики оригинала. Это - материальное (физическое) моделирование. Исследование таких моделей - реальные эксперименты с ними.

По-иному происходит работа с информационными (идеальными) моделями, являющимися описаниями объектов-оригиналов с помощью схем, графиков, формул, чертежей и тому прочие. Одним из важнейших видов информационного моделирования является математическое - когда описания формулируются на языке математики. Соответственно, и исследование таких моделей ведется с использованием математических методов. Именно математическим моделированием мы пользуемся при решении количественных задач на уроках физики и химии.

Математические модели, используемые при решении современных практических задач, настолько сложны, что исследовать их вручную практически невозможно. Приходится прибегать к помощи компьютера.

Математическое моделирование обладает более широкими возможностями. Под этим видом моделирования понимают способ исследования различных процессов путем изучения явлений, имеющих различное физическое содержание, но описываемых одинаковыми математическими моделями. Например, колебания и волны различной природы (колебания маятника и колебания в электрической цепи аналогичны).

К математическим моделям можно отнести алгоритмы и программы, составленные для вычислительных машин. Эти программы в условных знаках отражают (моделируют) определенные процессы, описанные дифференциальными уравнениями, положенными в основу алгоритмов.

Математическое моделирование имеет огромное преимущество. Поскольку при этом способе моделирования нет необходимости сохранять размеры сооружений, нагрузки на элементы конструкции, имеется возможность получить существенный выигрыш во времени и стоимости исследования.

Таким образом, моделирование превращается в один из универсальных методов познания, применяемых во всех современных науках, как естественных, так и общественных, как теоретических, так и экспериментальных, технических.

В общем случае процесс моделирования состоит из следующих этапов:

1. Постановка задачи и определение свойств оригинала, подлежащих исследованию.

2. Констатация затруднительности или невозможности исследования оригинала в натуре.

3. Выбор модели, достаточно хорошо фиксирующей существенные свойства оригинала и легко поддающейся исследованию.

4. Исследование модели в соответствии с поставленной задачей.

5. Перенос результатов исследования модели на оригинал.

6. Проверка этих результатов.

Основными задачами являются: во-первых, выбор моделей и, во-вторых, перенос результатов исследования моделей на оригинал.

Современные мультимедийные технологии позволяют представить материал ярко, наглядно, дают возможность активизировать познавательную деятельность учащихся. Мультимедиа технологии - способ подготовки электронных документов, включающих визуальные и аудиоэффекты, мультипрограммирование различных ситуаций [36]. Применение мультимедиа технологий открывает перспективное направление развития современных компьютерных технологий обучения.

В настоящее время с помощью мультимедийного проектора представляется возможным использовать компьютер даже для фронтальной работы, например, при организации устного счета, или при проверке самостоятельной работы.

На сегодня разработано достаточное количество программных продуктов в поддержку изучения курса математики. Хорошо себя зарекомендовали такие как: электронный учебник-справочник «Планиметрия», программа «Живая Геометрия», среда «Построение на плоскости и в пространстве», программа «Свободная плоскость. СвоП 2.0», программа «ПланиМир», программа «s 3D SecBuilder».

Использование этих программ позволяет:

- выполнять учащимся творческие исследовательские работы,
- выполнять чертежи в динамике,
- приобретать необходимый опыт манипуляции математическими объектами,
- строить аккуратные чертежи, трансформировать уже готовый чертёж,
- решать задачи на разных стадиях исследования,

- использовать различные заготовки, которые можно увеличивать или уменьшать, поворачивать, включить режим анимации и наблюдать чертеж в динамике.

Средства информационных технологий предоставляют широкие возможности в организации процесса обучения математике, актуальным становится вопрос методики эффективного их использования. Благодаря новым информационным технологиям, стало возможным использовать компьютерные программы как иллюстративный материал, проводить тестирования и контрольные работы, решать творческие задачи, участвовать в дистанционных уроках, сочетать традиционные домашние задания с заданиями, для выполнения которых используются компьютеры, также позволяют взглянуть ученику на предмет с другой стороны и проявить себя в новой деятельности.

При работе с информационными технологиями учащиеся с самого начала вовлечены в активную познавательную деятельность, так как потоки данных превращаются в изображения, благодаря которым у исследователя могут неожиданно возникать новые решения. Не всегда есть возможность провести эксперимент с реальными объектами или даже с их моделями. Тогда встает необходимость оперировать с образами, то есть проводить мысленный эксперимент, который характеризуется логической корректностью и активностью воображения. Графические средства не только отражают этапы мысленного экспериментирования, но и существенно облегчают процесс его протекания, так как создаются особые условия для формирования образов. Так, например, понятие геометрического преобразования может быть дано учащимся не в готовом виде, они должны получить его сами, взаимодействуя с относящимися к нему известными понятиями, а так же помощи учителя. Следовательно, компьютерная графика служит средством поддержки и развития мысленного экспериментирования.

В ходе анализа методической литературы нами выделены следующие особенности использования информационных технологий в организации изучения темы «Геометрические преобразования»:

1. Возможность варьирования чертежа (позволяет демонстрировать все многообразие образов фигур при преобразовании, исследование свойств преобразований);

2. Наблюдение хода преобразования через демонстрацию построения образа точки (фигуры);

3. Возвращение к особенностям решения ключевых задач при решении более сложных;

4. Активизация учебной деятельности учащихся, увлеченных компьютером, на уроках математики.

Применение компьютерной техники позволяет сделать занятие привлекательным и по-настоящему современным, осуществлять индивидуализацию обучения, объективно и своевременно проводить контроль и подведение итогов.

Можно сделать вывод: применение компьютера в вопросе моделирования возможно и необходимо, оно способствует повышению интереса к обучению, его эффективности, развивает ребенка всесторонне. Компьютерные программы вовлекают детей в развивающую деятельность, формируют культурно значимые знания и умения. Развивающий эффект зависит от дизайна программы, доступности ее для ребенка, соответствия его уровню развития и интересу. Компьютерные технологии позволяют ставить перед ребенком и помогать ему решать познавательные и творческие задачи с опорой на наглядность (опосредованность). Сегодня компьютерные технологии можно считать тем новым способом передачи знаний, который соответствует качественно новому содержанию обучения и развития ребенка. Этот способ позволяет ребенку с интересом учиться, находить источники информации, воспитывает самостоятельность и ответственность при получении новых знаний, развивает дисциплину интеллектуальной деятельности.

Для проведения уроков геометрии по теме «Геометрические преобразования плоскости» также целесообразно применение компьютерного моделирования. А именно использование программы «Живая геометрия», которая предоставляет возможность: через демонстрацию «живых» моделей преобразований подводить учащихся к самостоятельному формулированию определений; подмечать свойства преобразований; демонстрировать многообразие образов фигур при различном задании одного и того же преобразования; экономить время на выполнение построений. Все это облегчает понимание и восприятие изучаемого материала.

Глава 2. Изучение геометрических преобразований плоскости в школьном курсе геометрии средствами компьютерного моделирования

2.1. Моделирование преобразований средствами «Живой геометрии»

В последнее десятилетие все большее значение приобретает компьютер, как средство коммуникации, а овладение им хотя бы на уровне пользователя, становится одним из условий эффективного участия в социальной жизни.

Особенно необходим компьютер для обучения учащихся и должен занять в данном процессе достойное место.

Для активизации учебного процесса, повышения интереса к предмету, наглядности на уроке целесообразно использовать компьютерную программу «Живая геометрия». Использование данной программы позволяет сделать процесс обучения интересным и наглядным, развивает творческую деятельность учащихся, их абстрактное и логическое мышление.

Среда «Живая геометрия» представляет собой электронный аналог готовальни, разумеется, с дополнительными возможностями, например, таким как создание своеобразных геометрических «мультфильмов». Следует отметить, что сама среда не является обучающей и «сама ничего не делает», - все чертежи в ней создаются пользователем, а программа лишь предоставляет для этого необходимые средства, так же как и возможности для усовершенствования чертежей и их исследования.

Для создания чертежей используются стандартные геометрические операции такие, как проведение прямой (луча, отрезка) через две точки, построение окружности по заданному центру и точке на окружности (или по заданным центру и радиусу), биссектрисы угла, середины отрезка, проведение перпендикулярных и параллельных прямых, фиксация пересечения прямых, окружностей, прямой и окружности.

Имеется хорошо развитая система измерений длин, углов, площадей, периметров, отношений с достаточно большой точностью, которая легко регулируется. Имеющаяся система преобразований позволяет производить над объектами такие операции как отражение, растяжение, сдвиги, повороты. А главное, во время работы с «Живой геометрией» можно мышкой взять точку на созданном чертеже и перемещать ее по предписанной траектории. При этом изменяется длина, форма линий, то есть первоначальное изображение принимает совсем иные формы. Пакет «Живая геометрия» позволяет не только изучать основные геометрические объекты и их свойства, но и создавать интерактивные чертежи, а также выполнять различные измерения. Кроме того, она лучше развивает понимание при формулировании теорем и последующего их доказательства.

Таким образом, одно из главных достоинств «Живой геометрии» - возможность непрерывно менять объекты, что создает предпосылки для развития компьютерного эксперимента.

Школьные учителя, применяющие программу «Живая геометрия» в процессе обучения, отмечают, что:

- данная программа способствует развитию навыков самостоятельного мышления;
- повышается самооценка учащихся, самокритичность;
- у учащихся появляется заинтересованность и потребность в получении дополнительных знаний;
- раскрывается интерес к научной деятельности, что является существенным достижением в период значительного спада интереса к математике.

Интерфейс живой геометрии (рис. 15):

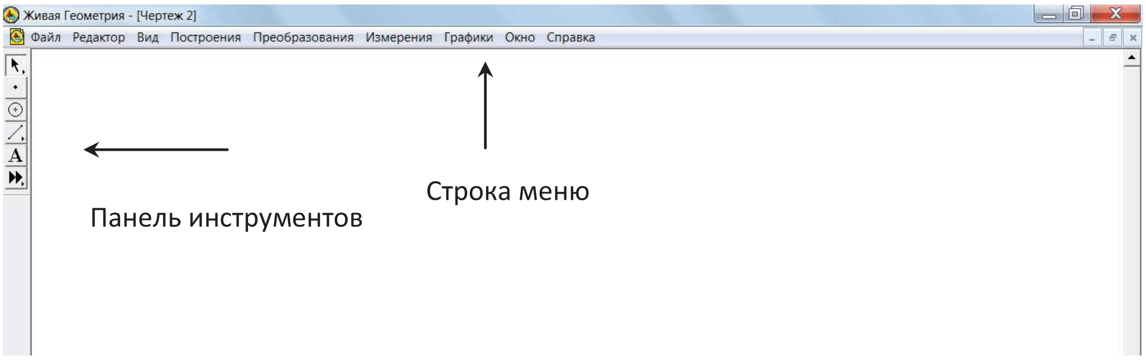


рис. 15

Среда предоставляет инструменты для выполнения следующих действий:

Панель инструментов содержит команды:

- выделение объекта - стрелка,
- построение точки - точка,
- построение окружности (произвольной) – циркуль,
- создание надписи - текст,
- построение прямой, луча, отрезка – линейка.

В строке меню, с помощью пункта «Построение», можно выполнять следующие действия:

- Построение окружности по центру и радиусу – с помощью, инструмента «линейка» начертить отрезок, выделить точку начало отрезка, с помощью инструмента «стрелка», заходим в пункт построение, выбираем «окружность по центру и радиусу»;
- Построение параллельных прямых – с помощью, инструмента «линейка» начертить прямую. Поставить произвольно точку (не принадлежащую данной прямой) с помощью инструмента «точка». Выделяем данную прямую и точку, с помощью инструмента «стрелка», заходим в пункт построение, выбираем «параллельная».
- Построение перпендикулярных прямых - с помощью, инструмента «линейка» начертить прямую. Ставим произвольно точку (не принадлежащую данной прямой) с помощью инструмента «точка». Выделяем данную прямую

и точку, с помощью инструмента «стрелка», заходим в пункт построение, выбираем «перпендикуляр».

- Построение, прямой, луча, отрезка - с помощью инструмента «точка» ставим две точки. Выделяем их, заходим в пункт построение, выбираем «прямая», «луч», «отрезок».
- Построение середины отрезка – чертим отрезок, выделяем его, заходим в пункт «построение», выбираем «середина».
- Построение точек пересечения - чертим необходимые фигуры, выделяем их, заходим в пункт «построение», выбираем «точка на пересечении».
- Построение биссектрисы угла - чертим угол, выделяем его, заходим в пункт «построение», выбираем «Биссектриса угла».

В строке меню, с помощью пункта «Вид» среда содержит команды, позволяющие изменить цвет и тип линии, точки. Благодаря этому вы можете создавать красочные чертежи, что позволит привлечь внимание учеников и вовлечь их в изучение геометрических преобразований.

В строке меню, с помощью пункта «Преобразования», можно выполнять следующие действия:

- Отметить центр,
- Отметить ось отражения,
- Отметить угол,
- Отметить отношение,
- Отметить вектор,
- Отметить расстояние,
- Перенести, повернуть, отразить, гомотетия.

Выполним построение моделей всех перечисленных ранее преобразований.

Построение модели преобразования «Параллельный перенос» (рис.16).

План построения:

1. Задать вектор:
   - Линейка → отрезок,
2. Построить Δ ABC:
   - построить три произвольные точки (выделить их (стрелка) →построение → отрезки);
   - дать название вершинам треугольника (текст));
3. Построить образ точки B:
   - выделить точку B и вектор $\vec{a}$, построить прямую параллельную вектору $\vec{a}$ (построение → параллельная линия), задать окружность с центром в точке B и радиусом $\vec{a}$ (выделить объекты (стрелка) → построение → окружность по центру и радиусу), найти точку пересечения прямой, параллельной вектору и окружности (выделяем объекты (стрелка→построения→точки пересечения)). Находим образ точки B.

   Аналогично выполнить построение образов точек A и C;

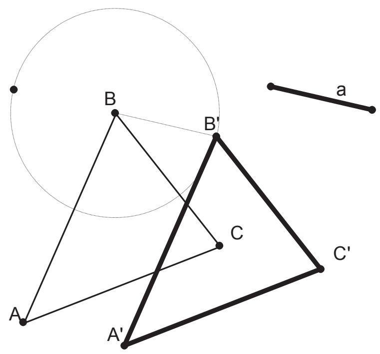


рис.16

4. Δ A'B'C' - искомый.

Построение модели преобразования «Центральная симметрия» (рис.17).

План построения:

1. Задать центр симметрии:

(поставить произвольную точку (точка) → дать название точке (текст));

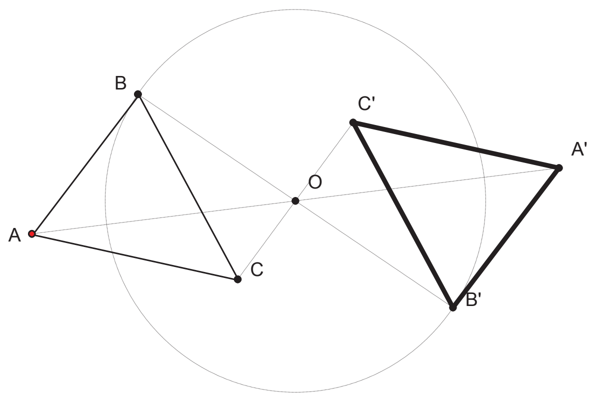


рис.17

2. Построить Δ ABC:

- построить три произвольный точки (точка→ выделить эти точки (стрелка) → построения→ отрезки)
- дать название вершинам треугольника (Текст));

3. Построить образ точки B:

- выделить точки B и O(стрелка) → построения→ прямая;
- выделить точки B и O→ построения→ отрезок;
- выделить точку O и [OB] → построения→ окружность по центру и радиусу;
- выделить прямую и окружность (стрелка) → построения→ точки пересечения → полученная точка – искомая B';

Аналогично получаем остальные точки;

4. Δ A'B'C' - искомый.

Построение модели преобразования «Осевая симметрия» (рис. 18).

План построения:

1. Задаем ось симметрии (m):

- (Построения→прямая→ даем название оси (текст));

2. Построить Δ ABC:

- построить три произвольный точки (точка→ выделить эти точки (стрелка) → построения→ отрезок);
- дать название вершинам треугольника (текст));

3. Построение образа точки A:

- Выделить точку A и прямую m (стрелка);
- Построить прямую n, проходящую через точку A,

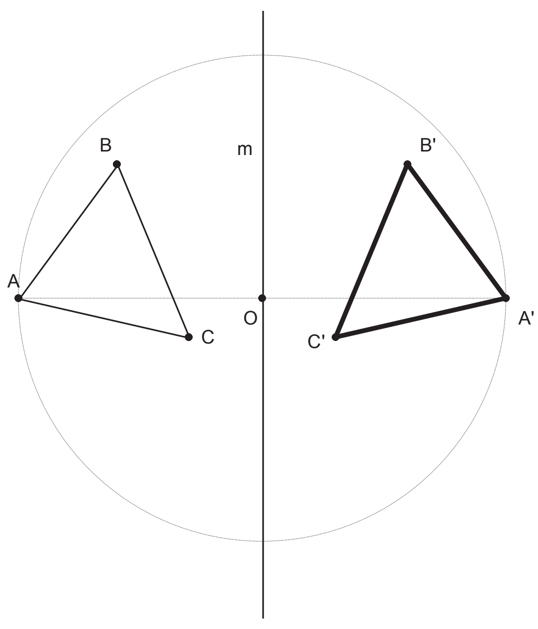


рис.18

перпендикулярно m (выделить объекты → построения→перпендикулярная прямая);

- Зафиксировать точку пересечения прямых m и n (Построения→ точки пересечения → выделить точки O и A→ построения→ отрезок);
- построить окружность с центром в точке O и радиусом AO (выделить точку O и отрезок AO(стрелка) →построения→окружность по центру и радиусу) → зафиксировать пересечение прямой n с окружностью (выделить прямую и окружность(стрелка) → построения→ точки пересечения);
- полученная точка A'- искомая;
- Аналогично получаем точки B' и C';
- Δ A'B'C' - искомый.

Построение модели преобразования «Поворот вокруг точки на угол α» (рис. 19).

План построения:

1. Построить угол поворота (α);
2. Задать центр поворота (O);
3. Построить Δ ABC:
   - (построить три произвольный точки (точка) → выделить эти точки (стрелка) → построения→ отрезок)
   - (дать название вершинам треугольника (текст));
2. Построить образ точки A, при повороте на угол α вокруг точки O:
   - построить луч OA: (построения→луч);

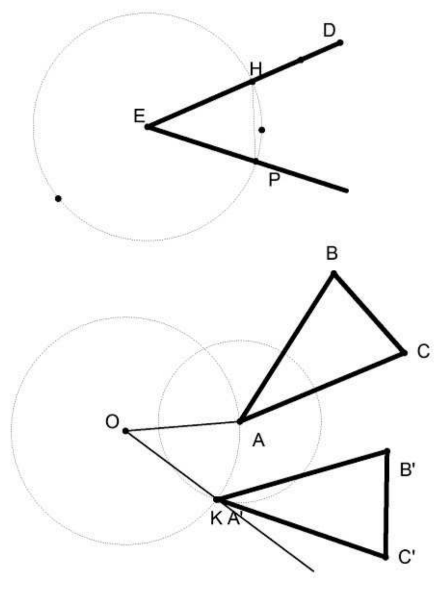


рис.19

- построить окружность с центром в точке А и радиусом ЕН, принадлежащим углу α: (построить окружность с центром в точке Е (окружность по центру и точке)→ зафиксировать точку пересечения сторон угла с окружностью (построения→ пересечения) →зафиксировать отрезок НР (выделить точки Н и Р→ построения→отрезок);

- построить окружность с центром в точке О и радиусом ЕН:

(выделить точку О и отрезок ЕН→ построения→ окружность по центру и точке);

- зафиксировать точку пересечения окружности и ОА(К):

(выделить окружность и луч ОА→ построения→ пересечения);

- построить окружность с центром в точке А и радиусом НР:

(выделить окружность и отрезок НР→ построения→ окружность по центру и точке);

- зафиксировать точку пересечения ω(О,ЕН) и ω(А,НР):

(выделить окружности→ построения→ пересечения);

- построить ω(О,ОА):

(выделить точку О и отрезок ОА→ построения→ окружность по центру и точке);

- зафиксировать точку пересечения ω(О,ОА) и ω(А,НР):

(выделить (О,ОА) и ω(А,НР) → построения→ пересечения);

- Полученная точка – искомая точка А';

Аналогично получаем точки В' и С';

3. A'B'C' - искомый.

Построение модели преобразования «Скользящая симметрия» (рис. 20) (композиция параллельного переноса и осевой симметрии).

(Для построения см. построение параллельного переноса и осевой симметрии).

План построения:

1. Задать вектор и ось симметрии;
2. Построить $\Delta\ A_1B_1C_1$ при параллельном переносе не вектор а;
3. Построить $\Delta\ A_2B_2C_2$ при осевой симметрии с осью l;
4. $\Delta\ A_2B_2C_2$ – искомый.

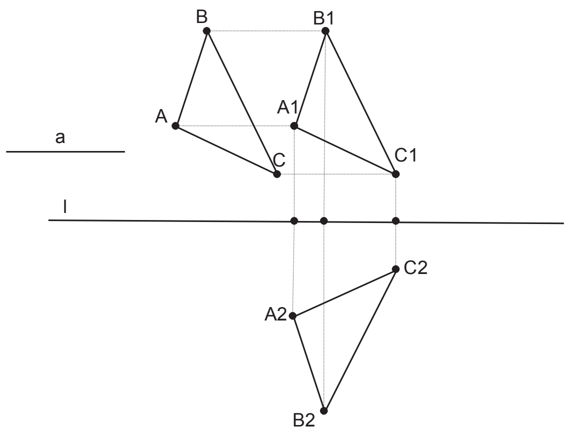


рис. 20

Построение модели преобразования «Композиция параллельного переноса и поворота» (рис. 21).

(Для построения см. построение параллельного переноса и поворота).

План построения:

1. Задать вектор и угол поворота;
2. Построить Δ A'B'C' при параллельном переносе на вектор а;
3. Построить Δ A''B''C'' при повороте на угол α;
4. Δ A''B''C'' – искомый.

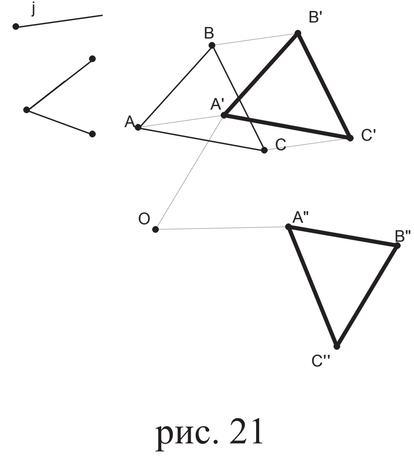


рис. 21

Построение модели преобразования «Композиция осевой симметрии и центральной симметрии» (рис. 22).

(Для построения см. построение осевой симметрии и центральной симметрии)

План построения:

1. Задать ось симметрии и центр симметрии;
2. Построить Δ A'B'C' при осевой симметрии относительно прямой l;
3. Построить Δ A''B''C'' при центральной симметрии с центром в точке O;
4. Δ A''B''C'' – искомый.

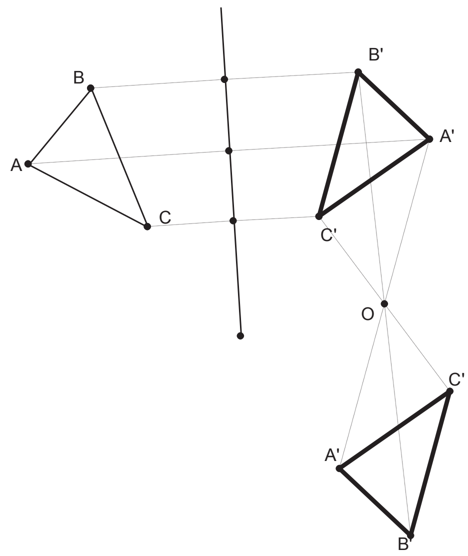


рис.22

Построение модели преобразования «Композиция параллельного переноса, поворота и центральной симметрии» (рис. 23).

(Для построения см. построение параллельного переноса, поворота и центральной симметрии).

План построения:

1. Задать вектор, угол поворота и центр симметрии;
2. Построить Δ A'B'C' при параллельном переносе на вектор a;
3. Построить Δ A''B''C'' при повороте на угол α;
4. Построить Δ A'''B'''C''' при центральной симметрии с центром в точке O;

5. Δ A'''B'''C''' – искомый.

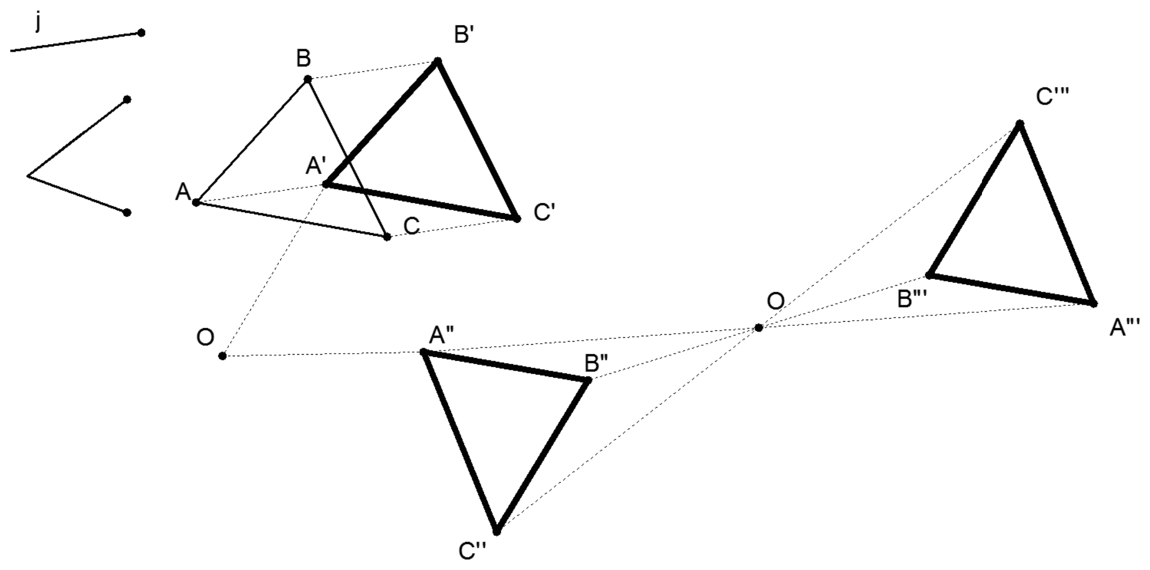


рис. 23

2.3. Уроки по теме «Геометрические преобразования плоскости» с использованием динамической среды «Живая геометрия»

Приведем примеры уроков различного типа: введения нового материала, закрепления, обобщающего повторения по теме «Геометрические преобразования плоскости» с использованием программы «Живая геометрия».

Урок №1

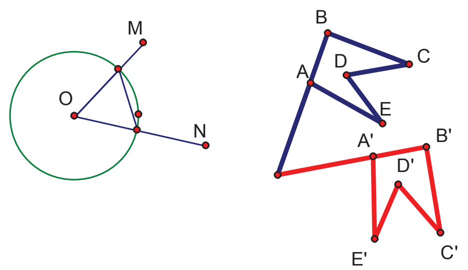
Тема: "Поворот"

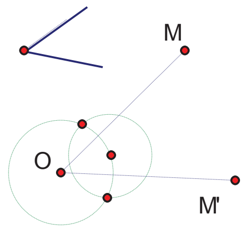
Образовательная цель: ввести понятие поворота вокруг точки, доказать, что поворот – есть движение, научить учащихся строить образы точек при повороте.

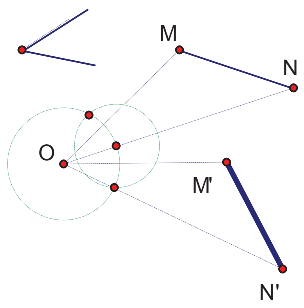
Развивающая цель: развитие внимания, наблюдательности, памяти, развитие представления и воображения, развитие речи; интереса к предмету.

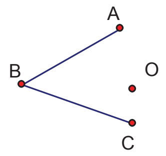
Воспитательная цель: развитие познавательного интереса, дисциплинированность.

Тип урока: введение нового материала.

Этапы	Содержание	Методика
1. Организационный момент	Здравствуйте ребята, присаживайтесь.	
2. Целеполагание	Сегодня на уроке мы с вами познакомимся подробно с одними из видов движений: поворот. Научимся строить образ фигуры при повороте.	Беседа
3.Изучение нового материала	Обратите внимание на экран. На слайде представлен рисунок: Что изображено? (точка О и угол α). 	Программа «Живая геометрия» используется в качестве демонстрации
3.1.Введение определения	1. Что вы видите на рисунке? (2 флажка и угол) 2. Что происходит, если угол изменить? 3. Что происходит с каждой точкой флажков? 4. Что произойдет, если изменить угол на 180 градусов? 5. Что особенного произойдет, если изменить угол на 0 градусов? 6. Такое преобразование называется Поворот. Чем задается поворот?	

3.2.Первичное закрепление 3.3 Введение свойств	 (Необходимо скрыть все элементы, оставить только образ и прообраз одой точки). (привести модель в динамику) 1. Если изменить угол, что происходит с точкой M’, 2. Скажите, что вы можете сказать, про $\angle \alpha$ и $\angle$MOM’, 3. Каким образом получена точка M’? Определение: Поворотом плоскости вокруг точки О на угол α , называют отображение плоскости на себя, при котором каждая точка М отображается в такую М1, что ОМ=О М1, угол МОМ1= α . 1) Построить образ отрезка АВ при повороте вокруг точки О на 60 градусов. Ход построения: 1.Построить угол AOA_1=60 градусов, $OA=OA_1$. 2.Построить угол BOB_1=60 градусов, $OB=OB_1$, A_1B_1 - образ АВ при повороте на 60 градусов вокруг точки О. 2) Построить образ треугольника АВС при повороте вокруг точки А на 45 градусов по часовой стрелке. Ход построения: . Построить угол BAB_1 =45 градусов,	Учитель построения выполняет в «Живой геометрии». Ученики в тетради.

	$AB=AB_1$. . Построить угол OAC_1=45 градусов, $AC=$ $=AC_1$. . Построить треугольник AB_1C_1. Как вы думаете, является ли поворот движением? В каком случае поворот будет является движением? (Будет сохранятся расстояние между точками).  Доказательство: Возьмем точки M и N осуществим поворот их на угол α . Получим точки M_1 и N_1. Рассмотрим $\Delta OMN= \Delta OM_1N_1$ (СУС). $OM=OM_1$ (по определению поворота); $ON=ON_1$ (по определению поворота); $\angle MON= \angle MOM_1 - \angle NOM_1=\angle \alpha - \angle NOM_1$, $\angle MON_1= \angle NON_1 - \angle NOM_1= \angle \alpha - \angle NOM_1$, следовательно $\Delta OMN= \Delta OM_1N_1$, значит $MN=M_1N_1$, то есть при повороте сохраняется расстояние между точками.	Беседа
3.4 Вторичное закрепление	Построить образ угла ABC при повороте вокруг точки O на 120 градусов против часовой стрелки.	Если возможно, рассадить учащихся за компьютеры для самостоятельной

4.Итог урока 5.Домашнее задание	 Что на уроке мы сегодня изучили? Что называется поворотом вокруг точки? Как построить образ точки при повороте? Как построить образ треугольника при повороте? Является ли поворот движением? №1166 (б), № 1167, № 1170.	работы, если нет, то фронтальная работа. Беседа (если есть возможность работать индивидуально, то подготовить ресурс необходимый для исследования).

Урок №2

Тема: осевая симметрия.

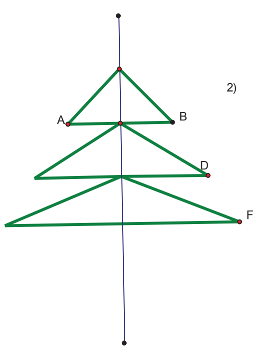
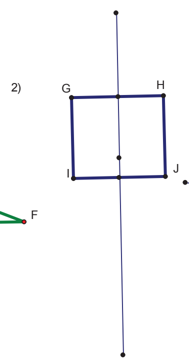
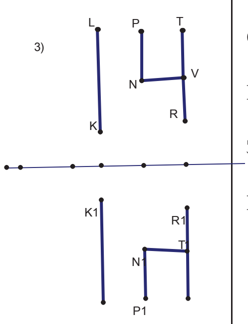
Образовательная цель: ввести понятие осевой симметрии, научить учащихся строить образы точек при осевой симметрии, формировать представления о симметричных фигурах.

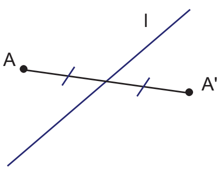
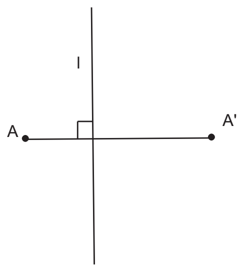
Развивающая цель: развитие внимания, наблюдательности, памяти; развитие представления и воображения; развитие речи; интереса к предмету.

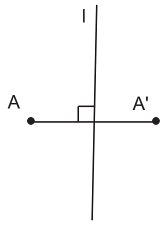
Воспитательная цель: развитие познавательного интереса; восприятие прекрасного, общей культуры.

Тип урока: введение нового материала.

Этапы	Содержание	Методика
1. Организационный момент 2. Целеполагание	Здравствуйте ребята, присаживайтесь. Сегодня на уроке на уроке мы с вами познакомимся подробно с одним из видов движений: Осевая симметрия Мы живем в очень красивом и гармоничном мире. Нас окружают предметы, которые радуют глаз. Например, бабочка, кленовый	Беседа

3. Изложение нового материала	лист, снежинка. Посмотрите, как они прекрасны. Вы обращали на них внимание? Сегодня мы с вами прикоснемся к этому прекрасному математическому явлению – симметрии. Познакомимся с понятием осевой и центральной симметрий. Будем учиться строить и определять симметричные относительно оси и центра фигуры. Слово «симметрия» в переводе с греческого звучит как «гармония», означая красоту, соразмерность, пропорциональность, одинаковость в расположении частей. Издавна человек использовал симметрию в архитектуре. Древним храмам, башням средневековых замков, современным зданиям она придает гармоничность, законченность. Приведите примеры симметричных предметов из окружающей вас обстановки дома и на улице? Обратите внимание на экран. На слайде представлены рисунки: (рис.1, рис.2, рис.3)    рис.1 рис.2 рис.3	В программе скрыть ненужные элементы, оставить только ось симметрии и точки E и F. (выделить элементы с помощью мыши)

	Посмотрите, пожалуйста, на рисунки скажите, какие точки являются симметричными? Давайте сделаем вывод, что значит, точки симметричны? Что вы можете сказать о расстоянии между точками E и F? Что можете сказать о взаимном расположении отрезка EF и прямой l?	
3.1. Введение определения	Осевая симметрия – это движение, при котором X переходит в X', XO=OX' и 1 перпендикулярно XX'. Из определения, что дано?	
3.2. Усвоение определения	1. Точка X и ось симметрии l, 2. Провести прямую XO перпендикулярно прямой l (зафиксировать O точку пересечения), 3. Отложить OX'=XO.	Компактный метод (разбиение определения на части) В программе последовательно выполняем действия.
3.3. Введение способа построения.	Способ построения: 1) Провести прямую XO перпендикулярную прямой l, 2) Отметить на OX, OX' такую, что XO=OX'.	
3.4. Закрепление определения	 1.  2.	Построить рисунки в программе, приводя в движение, фигуры выявить

	 3. На каком из рис. Представлена осевая симметрия, почему?	правильность построения симметрии
3.5. Вторичное закрепление	1. Построить Δ A'B'C' симметричный Δ ABC с осью симметрией l. 2. Построить квадрат A'B'C'D' симметричный квадрату ABCD.	Построить в программе с подробным объяснением
4. Итог урока	1. С каким видом геометрического преобразования мы познакомились сегодня на уроке? 2. Что называется осевой симметрией? Назовите способ построение?	

Урок №3

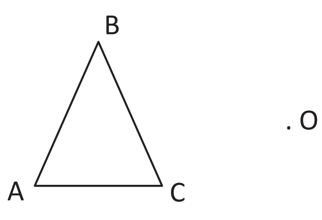
*Тема: с*войства движения.

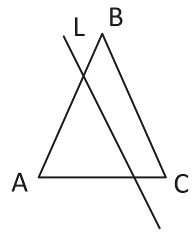
Образовательная цель: рассмотреть свойства движения, научить учащихся применять свойства движения при решении задач.

Воспитательная цель: воспитывать активность учащихся при изучении нового материала, умение слушать окружающих.

Развивающая цель: развивать память, внимание, грамотную математическую речь.

Тип урока: изучение нового материала.

Этапы	Содержание	Методика
1. Организационный момент 2. Целеполагание	Здравствуйте, ребята. Присаживайтесь. Сегодня на уроке мы с вами изучим свойства движения.	Беседа
3. Актуализация знаний	1. Сформулируйте определение отображения плоскости на себя. 2. Приведите примеры отображения плоскости на себя. 3. Докажите, что осевая (центральная) симметрия является отображением плоскости на себя. 4. Что такое движение? 5. Является ли осевая симметрия и центральная симметрия движением?	Фронтальная работа. Устный опрос.
	○ Какое отображение плоскости называется осевой симметрией? Докажите, что осевая симметрия есть движение. ○ Какое отображение плоскости называется центральной симметрией? Докажите, что центральная симметрия, есть движение. Хорошо, молодцы! Сейчас каждый займите место за компьютером.	Индивидуальная работа у доски (два ученика готовят ответы на вопросы, в то время, когда идет теоретический опрос, их ответы оцениваются)
Цель: проверить умение строить образ фигуры	Открываем программу «Живая геометрия» и выполняем задание. Первый уровень (карточка 1) 1. Построить фигуру симметричную данной относительно точки О. 	Индивидуальная работа в программе Живая геометрия. (3 уровня заданий) Перед тем, как ребята займут места за компьютером. Необходимо повторить команды

	2. Постройте фигуру, симметричную данной относительно точки А  Второй уровень (карточка 2) 1. Постройте тупоугольный треугольник и его образ при симметрии относительно прямой, содержащей биссектрису внешнего угла, смежного с его тупым углом. 2. Постройте произвольный треугольник и его образ при симметрии относительно точки пересечения медиан. Третий уровень (карточка 3) 1. Постройте тупоугольный треугольник и его образ при симметрии относительно точки пересечения его высот. 2. Постройте ось симметрии равнобедренной трапеции. Давайте вспомним, что называется движением. Перечислим те свойства, которые вам уже известны (при движении сохраняется расстояние между точками). Сейчас каждый из вас выполнит построение. Скажите, в какую фигуру переходит отрезок при движении? (в отрезок) Я вам предлагаю открыть документ в программе.	используемые при построении. ребята остаются за компьютерами (Задание учащимся, 2-3 минуты для обдумывания)

4. Изучение нового материала.	Живая геометрия (файл → открыть→ свойство1) Предлагаю вам подвигать точки и сделать вывод о том в какую фигуру переходит отрезок. Теорема: При движении отрезок отображается на отрезок. Дано: MN – отрезок, при движении точка M отображается в точку M_1, а N в N_1. Доказать: отрезок MN отображается в M_1N_1. Доказательство: Пусть P – произвольная точка отрезка MN, которая при движении отображается в P_1. Так как P принадлежит MN, то MP+PN= =MN. При движении сохраняется расстояние между точками, поэтому M_1N_1= MN, M_1P_1=MP, N_1P_1=NP, отсюда $M_1P_1+N_1P_1$=MP+NP= MN= =M_1N_1, то есть $M_1P_1+N_1P_1$= =M_1N_1, а это значит, что P_1 принадлежит M_1N_1. Итак, точки отрезка [MN] отображаются в точки отрезка [M_1N_1]. Теорема доказана.	
	(С помощью программы) Выявить в какую фигуру при движении переходит треугольник?	Самостоятельная работа
4.1 Закрепление изученного материала	№1152 (б) Докажите, что при движении трапеция отображается в трапецию. Решение: При движении отрезок отображается на отрезок, треугольник – на равный ему треугольник, угол – на равный ему угол.	

	Используя свойства движения имеем: Треугольник ABC → треугольник $A_1B_1C_1$, треугольник BCD → треугольник $B_1C_1D_1$ следовательно ABCD → $A_1B_1C_1D_1$, причем ABCD= $A_1B_1C_1D_1$, так как треугольник ABC= треугольнику $A_1B_1C_1$, треугольник BCD= $B_1C_1D_1$.	
5. Итог урока	1.Что называется движением? 2.Назовите виды движения? 3.Назовите свойства движения?	
6. Домашнее задание	№1152(в), № 1158. Выучить свойства.	

Урок №4

Тема: движение.

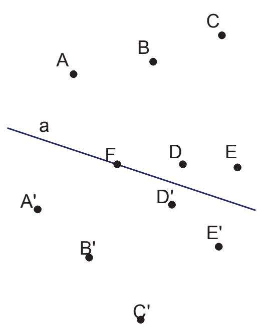
Образовательная цель: подготовить учащихся к контрольной работе по теме «Движение».

Развивающая цель: развитие внимания, наблюдательности, памяти; развитие представления и воображения; развитие речи; интереса к предмету.

Воспитательная цель: развитие познавательного интереса; восприятие активность, дисциплинированность.

Тип урока: обобщающее повторение.

Этапы	Содержание	Методика
1.Организационный момент	Здравствуйте, ребята. Присаживайтесь. Сегодня на уроке мы с вами повторяем пройденный материал. «Нарешиваем» задания. Готовимся к контрольной работе. Какой треугольник имеет вид:	Фронтальная работа. Устное решение

2. Актуализация знаний	А) одну ось симметрии; Б) 3 оси симметрии. Назовите четырехугольники, образующие А) Осевой симметрии; Б) центральной симметрии. Докажите, что биссектриса угла является его осью симметрии. При симметрии относительно прямой а точки А и В перешли соответственно А' и В', где по отношению к прямой а лежит точка пересечения прямых АВ и А'В' при условии, что прямые АВ и а не параллельны? На плоскости 3001 точка. При симметрии относительно некоторой прямой каждая из этих точек переходит какую-то из отмеченных точек. Докажите, что прямая а проходит хотя бы через одну из отмеченных точек?  В результате поворота на 90 градусов против часовой стрелки около начала координат треугольник АВС отобразился на треугольник $A_1B_1C_1$. Найдите координаты точек A_1,B,C если известно, что А (3;2), B_1(-5;0), C_1 (-6;5). При параллельном переносе на вектор $\vec{a}${-2;5} график функции $y=\|x\|$ пересекает в	задач

3. Решение задач, подготовительного варианта контрольной работе	некоторую линю. Найдите уравнение полученной линии. Ответы и указания: а) равнобедренный, б) равносторонний. а) квадрат, ромб, прямоугольник, равнобедренная трапеция, б)параллелограмм, квадрат, ромб, прямоугольник. Указание: каждая точка биссектрисы равноудалена от его сторон. На прямой а. Указание: Если бы ни одна из отмеченных точек не лежала на прямой а, то их количество было бы четное. A_1(-2;3), B(0;5), C(5;6). $y=\|x+2\|+5.$ (Учащихся необходимо распределить на группы по 3-4 человека). Ребята, сейчас весь класс распределен на группы вам будут даны карточки с заданиями. Первое задание, вы выполняете в программе Живая геометрия. Второе задание, на доказательство. В конце урока вы сохраняете задание в папке Живая геометрия и тетради мне сдаете на проверку. **1 уровень** Начертите трапецию ABCD так, чтобы все ее стороны были разными по длине. Постройте ее образ: При симметрии относительно точки А; При параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{DO}$, где О – точка пересечения диагоналей;	Работа в группах

	При повороте вокруг точки D на 90 градусов по часовой стрелке. Дано: OA=OC, AB=CD. Доказать: Используя осевую симметрию, докажите, что OK – биссектриса угла BOD. **2 уровень** Начертите параллелограмм ABCD. Постройте его образ: При симметрии относительно прямой AK, где К – середина стороны CD; При симметрии относительно точки О где О – центр вписанной окружности в треугольник АВС; При параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{DO}$, где О – точка пересечениядиагоналей; При повороте вокруг точки D на 120 градусов против часовой стрелке. Составьте уравнение образа окружности $x^2+y^2-10x+12y+76=0$ при: Осевой симметрии относительно оси Ох; Центральной симметрии относительно начала координат; При параллельном переносе на вектор $\vec{a}\{3;-4\}$; При повороте на 270 градусов по часовой стрелке относительно начало координат. уровень Начертите произвольный четырехугольник ABCD. Постройте его образ: При симметрии относительно прямой CK, являющейся биссектрисой угла BCD; При симметрии относительно точки О где О – центр описанной окружности около	

4. Домашнее задание	треугольник ABD; При параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{DO}$, где D – точка пересечения медиан треугольника ABC, O – точка пересечения биссектрис треугольника ACD. При повороте вокруг точки пересечения диагоналей на 105 градусов против часовой стрелке. 2. При параллельном переносе прямая x+y-1=0 перешла в прямую 2x+2y-1=0, а прямая x-2y+1=0 – в прямую x-2y+4=0. Найдите вектор параллельного переноса и координаты вершин образа треугольника ABC при этом же параллельном переносе, если известно, что A(4;5), B(7;0), C(-1;-4). Повторить: определения преобразований, свойства движения, способ построения каждого геометрического преобразования, способы заданий геометрических преобразований. Повторить определения, свойства преобразований плоскости	

Урок №5

Тема: движение.

Образовательная цель: проверить знания по теме «Движение».

Воспитательная цель: воспитывать дисциплинированность, умение доводить начатое до конца.

Развивающая цель: развивать память, мышление, ответственность.

Тип урока: Контроль знаний.

Ход урока.

Этапы	Содержание	Методика
1. Организационный момент. 2. Целеполагание. 3. Выполнение контрольной работы.	Здравствуйте, ребята. Присаживайтесь. Сегодня вы пишите контрольную работу на тему: Движение. Контрольная работа состоит из трех заданий: первое задание вы выполняете в программе Живая Геометрия, второе и третье в тетради в конце урока сдаете тетради. 1 уровень Вариант 1. 1) Начертите ромб ABCD. Постройте образ этого ромба: a) При симметрии относительно точки C; b) При симметрии относительно прямой AB; c) При параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{AC}$ d) Поворот вокруг точки D на 60 градусов по часовой стрелке. 2) Докажите, что прямая , содержащая середины двух параллельных хорд окружности, проходит через ее центр. 3) Начертите два параллельных отрезка, длины которых равны. Начертите точку, являющуюся центром симметрии, при котором один отрезок отображается на другой. Вариант 2. 1) Начертите параллелограмм ABCD. Постройте образ этого параллелограмма: a) При симметрии относительно точки D; b) При симметрии относительно прямой CD; c) При параллельном переносе на вектор	Фронтальная работа. Беседа

	$\overrightarrow{CD}$; d) Поворот вокруг точки A на 45 градусов против часовой стрелке. e) Докажите, что прямая, содержащая середины противоположных сторон параллелограмма, проходит через точку пересечения его диагоналей. 2. Начертите два параллельных отрезка, длины которых равны. Постройте центр поворота, при котором один отрезок отображается на другой. 2 уровень Вариант 1. 1) Начертите треугольник ABC. Постройте его образ: e) При симметрии относительно точки D, являющейся серединой стороны AB; f) При симметрии относительно точки D, являющейся серединой стороны AB; g) При параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{AM}$, где M – точка пересечения медиан треугольника; h) При повороте вокруг вершины C на 45 градусов против часовой стрелке. 2) Составьте уравнение образа окружности $x^2+y^2-6x+8y-11=0$ при повороте на 90 градусов против часовой стрелке относительно начала координат. 3) Начертите два непараллельных отрезка AB и CD, длины которых равны. Постройте центр поворота, отображающего отрезок AB на CD(A $\rightarrow$ C, B $\rightarrow$ D)	

4. Домашнее задание	Вариант 2. 1) Начертите треугольник АВС. Постройте его образ: i) При симметрии относительно биссектрисы угла В. j) При симметрии относительно точки Н, если АН – высота треугольника. k) При параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{AM}$, где М – центр описанной около треугольника окружности. l) При повороте вокруг вершины В на 60 градусов по часовой стрелке. 2) Составьте уравнение образа окружности $x^2 + y^2 + 4x - 10y - 20 = 0$ при повороте на 180 градусов по часовой стрелке относительно начала координат. 3) Дан Δ АВС и параллельные прямые a и b. Постройте треугольник, равный данному, так, чтобы основание его принадлежало прямой a, а вершина – прямой b. Дать индивидуальное задание нескольким учащимся: используя дополнительную литературу подготовить сообщения по предложенным темам: а) развитие геометрии до нашей эры, б) Геометрия Лобачевского, в) Декарт и его вклад в развитие геометрии.	

Заключение

Выпускная квалификационная работа посвящена теме «Геометрические преобразования плоскости», которая играет важную роль в школьном курсе геометрии. Освоение учащимися этой темы позволяет формировать умения анализировать, обобщать и исследовать.

В теоретической части рассмотрены различные подходы к определению основных геометрических преобразований плоскости; систематизированы разнообразные способы их задания, включая аналитический; выделены основные свойства каждого из геометрических преобразований; представлен план построения точек-образов.

В ходе исследования было проанализировано содержание темы «Геометрические преобразования» в государственном образовательном стандарте средней общеобразовательной школы и школьных учебниках. Результаты анализа учебников обобщены в таблицу, из которой можно сделать вывод о том, что более полно тема геометрических преобразований представлена в учебнике А.В. Погорелова, так как данный учебник предполагает изучение каждого геометрического преобразование отдельным пунктом. В данном учебнике раскрыты все определения кроме определений гомотетии и тождественного преобразования. Свойства геометрических преобразований вводятся через теоремы (с доказательством) или задачи (поворот). Просматривается способ построения каждого геометрического преобразования. Так же учебник содержит большой объем задачного материала и чертежей.

На основе анализа методической литературы раскрыто понятие математического моделирования, определены возможности современных информационных технологий в процессе моделирования, обозначена роль моделирования средствами информационных технологий при изучении темы «Геометрические преобразования плоскости».

На сегодняшний день разработано уже достаточное количество программных продуктов в поддержку изучения курса математики, в том числе, программа динамической геометрии «Живая геометрия». В работе представлено описание интерфейса программы, ее основных возможностей в построении «живых» чертежей и целесообразности ее использования при изучении темы «Геометрические преобразования плоскости» как средства моделирования преобразований.

В приложении на диске представлены модели основных геометрических преобразований плоскости, разработанных в программе Живая геометрия: параллельный перенос, центральная симметрия, осевая симметрия, поворот вокруг точки, а так же композиций преобразований: скользящая симметрия, параллельного переноса и поворота, осевой симметрии и центральной симметрии; параллельного переноса, поворота и центральной симметрии. В самой работе описан план построения этих моделей в указанной компьютерной среде.

Использование программы «Живая геометрия» как средства моделирования при обучении геометрическим преобразованиям, предоставляет возможность сделать изучение материала более наглядным. Работая с готовой моделью учащимся несложно убедиться в свойствах преобразований; понять, как построить образ фигуры; увидеть их частные случаи.

В работе приведены примеры уроков различного типа: введения нового материала, закрепления, обобщающего повторения по теме «Геометрические преобразования плоскости» с использованием программы «Живая геометрия».

Таким образом, можно сделать вывод, что поставленная цель была достигнута.

В дальнейшем предполагается продолжение работы по расширению библиотеки "живых" моделей, дополняя ее моделями аффинных и проективных преобразований, а также описанием их с точки зрения геометрии.

Данную работу можно использовать как дополнительное пособие школьному учителю для подготовки к урокам геометрии с использованием информационных технологий, а так же студентам математического факультета педагогического университета при изучении темы «Геометрические преобразования».

Библиографический список

1. Агапова Н. В. Перспективы развития новых технологий обучения. – М.: ТК Велби, 2005 – 247 с.
2. Азевич А. И. Несколько компьютерных программ. // Математика в школе, 2002, № 10.
3. Аксенова М. Д., геометрия и группа преобразований // Энциклопедия для детей, Аванта +, 2000, Т. 11, С. 437.
4. Аксенова М. Д., движение // Энциклопедия для детей, под ред., М, Аванта +,2000, Т. 11, С. 513.
5. Александров, А.Д. О геометрии / А.Д. Александров // Математика в школе. - 1990. - N3. - с.56-62.
6. Анищенко С. А., Лекции по геометрии, Красноярск, КГПУ, Ч. 2, 1999, С.174.
7. Виноградова И. М., параллельный перенос // Математическая энциклопедия, М., Советская энциклопедия, 2004, Т. 4, С. 1152.
8. Виноградова И. М., гомотетия // Математическая энциклопедия, под ред., М., Советская энциклопедия, 2004, Т. 1, С. 1062.
9. Виноградова И. М., симметрия // Математическая энциклопедия, Советская энциклопедия, 2004, Т. 4, с. 1152.
10. Виноградова И. М., преобразование // Математическая энциклопедия Советская энциклопедия, М.: 2004,Т. 4, С. 1152.
11. Виноградова И. М., подобие // Математическая энциклопедия, Советская энциклопедия, М.: 2004, Т. 4, С. 1004.
12. Виноградова И. М., движение // Математическая энциклопедия, М., Советская энциклопедия, М.: 2004, Т. 2, С. 1062.
13. Виноградова И. М., геометрические преобразования // Математическая энциклопедия, Советская энциклопедия М.:, , 2004, Т. 1, с. 1062. 5.

14. Глейзер Г.Д., развитие пространственных представлений школьников при обучении геометрии. – М.: Педагогика, 1997. – 319 с.

15. Гусев В.А., преподавание геометрии в 6-8 классах. Сб. статей.: Просвещение, 1999. – 281 с.: ил. – (Б-ка учителя математики).

16. Гурьев С.В. Использование компьютера как инструмента образовательного процесса, 2005 г.

17. Геометрические преобразования // Энциклопедический словарь юного математика, М., Педагогика, 2000, С. 351.

18. Еженедельное учебно-методическое приложение к газете «Первое сентября». Математика №6; 2006 г., стр. 32.

19. Желдаков М. И. Внедрение информационных технологий в учебный процесс. – Мн. Новое знание, 2003. - 152 с.

20. Крамор В.С., повторяем и систематизируем школьный курс геометрии. М., Просвещение, 1992, С. 318.

21. Карпушина Н.М., динамические задачи в обучении геометрии// Математика в школе. – 2006. - №3. – С.48-54

22. Краснова, Г.А. Технологии создания электронных обучающих средств Г.А. Краснова, М.И. Соловов, М.И. Беляев.- М., МГИУ, 2001, 224 с.

23. Колягина Ю.М., роль и место задач в обучении математике: Сб.науч.тр./ НИИ школ, 2003. – 121 с.

24. Лещинер В., Матвейкина Н. Использование интегрированных пакетов. ИНФО, 1992, № 6.

25. Мишин В.И., практикум по методике преподавания математики в средней школе: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов/ Т.В.Автономова, С.Б.Верченко, В.А.Гусев и др.; М.: Просвещение, 2001. – 192 с.: ил.

26. Никифорова М. А. Преподавание математики и новые информационные технологии. // Математика в школе, 2005, № 6.

27. Никифорова М. А. Преподавание математики и новые информационные технологии. // Математика в школе, 2005, № 7.

28. Научно - теоретический и методический журнал «Математика в школе», №5; 2006г, стр.57.

29. Обухова, Л.Ф. Возрастная психология: Учеб. пособие / Л.Ф. Обухова. – М.: Пед. общество России, 2000. – 448с.

30. Погорелов, А.В. Геометрия учеб. для 7–9 кл. общеобразоват. учреждений. / А.В. Погорелов. – 4 изд. – М., Просвещение, АО «Московские учебники», 2003. – 224 с.: ил.

31. Пидкасистый П. И., Педагогика – М., 1998.

32. Подласый И.П., Педагогика– М., 1999.

33. Погорелов А. В., геометрия, учебник для 7-11 классов средней школы, М., Просвещение, 2006

34. Прасолов В.В., задачи по планиметрии: (в 2 ч.) – М.: Наука, 2004

35. Прасолов В.В., Шарыгин И.Ф., задачи по стереометрии. – М.: Наука, 2000 – 286 с.

36. Полат Е.С. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования. - М: Омега-Л, 2004. - 215 с.

37. Рыжик В.И., 25000 уроков математики: Кн.для учителя. – М.: Просвещение, 1993. – 238 с.

38. Роберт И.В. О понятийном аппарате информатизации образования. // Информатика и образование,2002, № 12.

39. Сабинин Л. В., гомотетия / / Математика в понятиях, определениях и терминах, М., Просвещение, 1993, Ч. 1, С. 320.

40. Саранцев Г. И., сборник задач на геометрические преобразования, М., Просвещение, 2001.

41. Столяр А. А., педагогика математики, Минск, Вышейшая школа, 1996, С.346.

42. Советов Б. Я. Информационные технологии в образование и общество XXI века. // Информатика и информационные технологии в образовании, 2004, № 5.

43. Самарский А.А. Содержание курса «математика и информатика». // Информатика и информационные технологии в образовании, 2005, № 8.

44. Старовикова И.В. Компьютеризация школы и математическое образование. - М.: Изд-во "Прометей" МПГУ, 1996. 276 с.

45. Уемов А.И., логические основы метода моделирования

46. Шлыкова, О.В. Культура мультимедиа Учебное пособие для студентов/ МГУКИ – М., ФАИР-ПРЕСС, 2004.

47. Шарыгин и. Ф., геометрия. 7-9 кл., учеб. для общеобразоват. учеб. завед., М., Дрофа, 2000.

48. Штоф В.А., моделирование и философия М.

49. Шлыкова, О.В. Культура мультимедиа [Текст]: Учебное пособие для студентов/ МГУКИ – М., ФАИР-ПРЕСС, 2004.

50. Юрченко О.И., методы мотивации и стимулирования деятельности учащихся//Математика. – 2005. – С.9-14.