МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им.В.П.АСТАФЬЕВА
(КГПУ им.В.П.Астафьева)

Институт/факультет Математики, физики и информатики
(полное наименование института/факультета/филиала)

Выпускающая(ие)кафедра(ы) алгебры, геометрии и методики их преподавания
(полное наименование кафедры)

Лавровская Анна Владимировна

Шрейдер Анастасия Петровна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
Тема Элементы теории чисел в системе математической подготовки школьников

Направлениеподготовки 44.03.05 Педагогическое образование
(код направления подготовки)
Направленность (профиль) «Математика» и «Информатика»

(наименование профиля для бакалавриата)
образовательной программы

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ
Заведующий кафедрой
д.п.н., профессор В.Р. Майер
(ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы)

____
(дата, подпись)
Руководитель
к.п.н., доцент Кейв М.А.
(ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы)

Датазащиты_______________________

Обучающийся Лавровская А. В., Шрейдер А. П.
(фамилия,инициалы)

____
(дата, подпись)
Оценка_______________________
(прописью)

Красноярск2018

Оглавление

Введение

Содержательно-методическая линия чисел является одной из основных составляющих школьного курса математики. В содержание итоговой государственной аттестации по математике регулярно входят задачи на оценку и измерение уровня сформированности у школьников предметных знаний в области теории чисел. Это не случайно, поскольку данный раздел математики обладает большим потенциалом в формировании и развитии у обучающихся основ математической компетентности. Поиск наиболее результативных методик обучения элементам теории чисел на сегодня остается одной из актуальных проблем школьного математического образования.

Гипотеза исследования: если в систему математической подготовки обучающихся включить курс по выбору «Удивительный мир чисел», то это будет способствовать повышению уровня предметных знаний, обучающихся в области теории чисел.

Объект исследования: система математической подготовки обучающихся 5-11 классов

Предмет исследования: дидактические условия обучения школьников элементам теории чисел.

Цель исследования: методическая разработка курса по выбору «Удивительный мир чисел» для математической подготовки обучающихся 5-11 классов.

Задачи исследования:

1. Проанализировать специальную литературу и имеющийся педагогический опыт по теме исследования
2. Охарактеризовать числовую линию школьного курса математики в содержательно-методическом аспекте
3. Выделить основные требования к разработке и проектированию программ курсов по выбору в системе математической подготовки обучающихся
4. Разработать модульную программу и содержание занятий курса по выбору «Удивительный мир чисел» для обучающихся различных ступеней обучения
5. Разработать методику проведения занятий курса по выбору

«Удивительный мир чисел»

6. Провести диагностику уровня сформированности предметных знаний обучающихся в области теории чисел

Для решения поставленных задач использовались следующие *методы исследования:* анализ специальной литературы, учебных программ, нормативных документов, учебников и учебных пособий; изучение и обобщение опыта учителей; наблюдение; экспериментальное обучение; количественная и качественная обработка результатов эксперимента.

Дипломная работа состоитиз введения, двух глав, заключения, библиографического списка и приложений.

Глава 1. Теоретические аспекты обучения школьников элементам теории чисел

1.1.Содержательно-методическая линия чисел в школьном курсе математики

Понятие «число» является одним из основных понятий школьного курса математики.

Однако ответить на вопрос «Что такое число?» невозможно. Если обратится к различным энциклопедиям, то нигде не сформулировано общее определение – что есть число. Есть определение натуральных чисел, целых, рациональных и других, а общего определения числа нет. Это обусловлено тем, что понятие «число» является неопределяемым и исторически развивающимся понятием, под которым в разные периоды времени понимали разные вещи, и, в настоящее время это понятие продолжает развиваться – появляются новые числа.

В ходе изучения чисел возникает ряд вопросов:

1. Что первично в наших знаниях о числах? Поиск первичных истин. Знания о числах выстраиваются из аксиом.
2. Как геометрически представить числа? Геометрическое представление чисел помогает их ощущать, осязать, предвидеть свойства этих чисел.
3. Как записать числа? Для вычислений нужны записи. Знаковые символы.
4. Зачем нужны числа? Где они могут быть использованы? Практическая значимость чисел – для счета, измерений, ориентации и т.д. Например, натуральные числа используются для счета; целые числа – с геометрической точки зрения – для ориентации, а с алгебраической – обеспечить вычитание.

Учение о числе является фундаментом, на котором строится изучение других содержательных линий. Содержанием числовой линии являются числовые системы.

Числовая система – это числовое множество и некоторая совокупность операций и отношений, определенных на этом множестве. [Ларин С.В., 2018]

Существуют различные числовые множества, которые образуются из предыдущих путем их расширения.

При этом научный принцип расширения множества A до множества B реализуется, если выполняются условия: 1) A есть подмножество B; 2) все операции и отношения в A сохраняют свои свойства и во множестве B; 3) во множестве B выполнима новая операция; 4) множество B является минимальным из всех возможных расширений. Если все эти условия имеют место, то множество B называют расширением множества A (аксиоматическое определение расширения). [Ларин С.В., 2018]

Каждое из таких расширений в истории развития учения о числе происходило по двум направлениям: а) из внутренних потребностей математики; б) практическая потребность.

Сначала люди работали только с натуральными числами, научились их записывать, выполнять некоторые действия с ними. Дальнейшее развитие учения о числе состоит в последовательном расширении множества натуральных чисел по следующей логической схеме (рис.1): множество натуральных чисел (*N)* множество целых чисел (Z)множество рациональных чисел (Q)множество действительных чисел (R)множество комплексных чисел (*C)*.

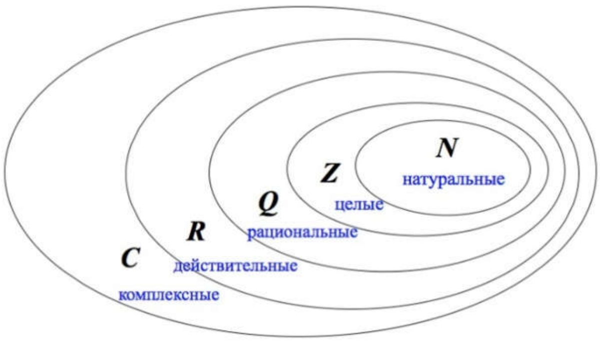


Рис. 1. Схема расширения числовых множеств

В теории и методике обучения математике в школе изучение числовых множеств и их свойств оформлено в виде содержательно-методической линии – числовой линии, изучение которой происходит на протяжении всего школьного курса математики [Кейв М.А., и др.2017].

Учение о числе является важнейшей частью школьной алгебры, геометрии и начал анализа. Числовая линия чередуется, переплетается и взаимодействует с другими содержательно-методическими линиями на протяжении всех лет обучения математике [Покровский В. П., 2015].

В школьном курсе математики сохраняется исторически сложившаяся последовательность развития понятия числа – этапыизученияфисловой линии (традиционный подход):

1) 1 – 5 классы: $N+0$ и переход к Q_+;
2) 6 класс: Q_+, Q_-, Q;
3) 8 класс: множество иррациональных чисел (I), переход к R;
4) 10-11 кл.: R, C (в классах с углубленным уровнем изучения математики).

В таблицах 1 и 2 модульно представлено основное содержание числовой линии школьного курса математики.

Таблица 1

Содержание числовой линии основного курса математики (5-9 классы)

[Математика, 5 класс, Г.В. Дорофеев, и др., 2011], [Математика, 5 класс, С.М. Никольский, и др., 2015], [Математика, 6 класс, Г.В. Дорофеев, и др., 2010], [Математика, 6 класс, С.М. Никольский, и др., 2015], [Алгебра, 7 класс, Г.В. Дорофеев, и др., 2014], [Алгебра, 7 класс, С.М. Никольский, и др., 2013], [Алгебра, 8 класс, Г.В. Дорофеев, и др., 2016], [Алгебра, 8 класс, Никольский, и др., 2014], [Алгебра, 9 класс, Г.В. Дорофеев, и др., 2016], [Алгебра, 9 класс, С.М. Никольский, и др., 2014]

Модуль	Основное содержание по темам
«Натуральные числа»	Натуральный ряд. Десятичная система счисления. Арифметические действия с натуральными числами. Свойства арифметических действий. Степень с натуральным показателем. Числовые выражения, значение числового выражения. Порядок действий в числовых выражениях, использование скобок. Решение текстовых задач арифметическими способами. Делители и кратные. Свойства и признаки делимости. Простые и составные числа. Разложение натурального числа на простые множители. Деление с остатком.
«Дроби»	Обыкновенные дроби. Основное свойство дроби. Сравнение обыкновенных дробей. Арифметические действия с обыкновенными дробями. Нахождение числа от целого и целого по его части. Десятичные дроби. Сравнение десятичных дробей. Арифметические действия с десятичными дробями. Представление десятичной дроби в виде обыкновенной дроби и обыкновенной в виде десятичной. Проценты; нахождение процентов от величины и величины по ее процентам. Отношение; выражение отношения в процентах. Пропорция; основное свойство пропорции. Решение текстовых задач арифметическими способами.
«Рациональные числа»	Положительные и отрицательные числа, модуль числа. Множество целых чисел. Множество рациональных чисел; рациональное число как отношение *m/n;* где *m* – целое число, а *n* – натуральное.

	Сравнение рациональных чисел. Арифметические действия с рациональными числами. Свойства арифметических действий. Степень с целым показателем.
«Действительные числа»	Квадратный корень из числа. Корень третей степени. Запись корней с помощью степени с дробным показателем. Понятие об иррациональном числе. Иррациональные числа √2 и несоизмеримость стороны и диагонали квадрата. Десятичные приближения иррациональных чисел. Множество действительных чисел ; представление действительных чисел бесконечными десятичными дробями. Сравнение действительных чисел. Координатная прямая. Изображение чисел точками координатной прямой. Числовые промежутки. – *Эта тема является также темой линии аналитической геометрии.*
«Измерения, приближения, оценки»	Единицы измерения *длины, площади, объема, массы, времени, скорости.* Размеры объектов окружающего мира (от элементарных частиц до Вселенной), длительность процессов в окружающем мире. Выделение множителя *n* степени десяти в записи числа. Приближенное значение величины, точность приближения. Округление натуральных чисел и десятичных дробей. Прикидка и оценка результатов вычислений.
«Числовые последовательности»	Понятие числовой последовательности. Задание последовательности рекуррентной формулой и формулой *n*-го члена. Арифметическая и геометрическая прогрессия. Формулы *n*-го члена арифметической и геометрической прогрессии, суммы первых *n*-х членов. Изображение членов арифметической и геометрической прогрессии точками координатной плоскости. Линейный и экспоненциальный рост. Сложные проценты.

Таблица 2

Содержание числовой линии в курсе математики (10-11 классы)

[Алгебра и начала математического анализа, 10 кл., С.М. Никольский, и др., 2009],[Алгебра и начала математического анализа, 10-11 кл., Алимов А.Ш., и др., 2016], [Алгебра и начала математического анализа, 11 кл., С.М. Никольский, и др., 2009]

Модуль	Основное содержание по темам
«Действительные числа»	Действительные числа. Бесконечные десятичные дроби. Рациональные и иррациональные числа. Периодические и непериодические десятичные дроби. Координаты. Изображение чисел точками координатной прямой. Модуль числа. Декартова система координат на плоскости.- *Эта тема является также темой линии аналитической геометрии.*
«Комплексные числа»	Комплексные числа и их геометрическая интерпретация. Основная теорема алгебры (без доказательства).

В настоящее время обязательный минимум содержания основных образовательных программ и требования к уровню подготовки выпускников школы регламентируются Федеральным государственным образовательным стандартом (ФГОС) (начального общего, основного общего, среднего (полного) общего образования). Согласно ФГОС основного общего образования, в результате изучения числовой линии, обучающийся должен:

- иметь представления о числе и числовых системах от натуральных до действительных чисел;
- овладеть навыками устных, письменных, инструментальных вычислений;
- знать как потребности практической жизни привели к необходимости расширения понятия числа[ФГОС ООО].

Поэтому в процессе расширения понятия о числе в школьном обучении математике необходимо *раскрыть идею этого расширения,* разъяснить основную его цель. При этом нельзя ограничиваться чисто формальным обоснованием необходимости введения новых чисел для обеспечения выполнимости операций. Так как, в этом случае, расширение числового множества выглядит для обучающихся чисто теоретическим увлечением, не вызванным потребностями практики. Поэтому, перед введением новых чисел, целесообразно привести ряд примеров практических задач, не всегда разрешимых в известном множестве чисел, то есть,необходимо показать обучающимся недостаточность известного числового множества, а, следовательно, и необходимость его расширения. Так, например:

1) для введения обыкновенных дробей можно предложить задачу, связанную с делением целого на части.
2) для введения отрицательных чисел можно опираться на жизненный опыт обучающихся и рассмотреть различные изменения величин (температура, долг, направление);
3) для введения иррациональных чисел, можно рассмотреть задачу на нахождение длины стороны квадрата, площадь которого равна 2.

В таблице 3 представлены этапы изучения числовой линии в школьном курсе математики, где отражены требования к предметным результатам обучения в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования и среднего полного образования.

Таблица 3

Этапы изучения числовой линии в школьном курсе математики и основные требования к предметным результатам обучения

Этап	Класс	Наименование тем числовой линии ШКМ	Требования к предметным результатам обучения
Основная школа (курс арифметики 5-6 класс)	5	Натуральные числа. Сложение и вычитание натуральных чисел. Решение текстовых задач. Умножение и деление натуральных чисел. Решение задач арифметическим способом. Дробные числа. Сложение и вычитание десятичных дробей. Решение текстовых задач. Умножение и деление десятичных дробей. Проценты. Нахождение процентов. Начальные сведения о вычислениях на калькуляторе. Решение текстовых задач.	**Ученик научится:** 1) понимать особенности десятичной системы счисления; 2) владеть понятиями, связанными с делимостью натуральных чисел; 3) выражать числа в эквивалентных формах, выбирая наиболее подходящую в зависимости от конкретной ситуации; 4) сравнивать и упорядочивать рациональные числа; 5) выполнять вычисления с рациональными числами, сочетая устные и письменные приёмы вычислений, применение калькулятора; 6) использовать понятия и умения, связанные с пропорциональностью величин, процентами в ходе решения математических задач и задач из смежных предметов, выполнять несложные практические расчёты; 7) использовать начальные представления о множестве действительных чисел; 8) использовать в ходе решения задач элементарные представления, связанные с приближёнными значениями величин. **Ученик получит возможность:** 1) познакомиться с позиционными системами счисления с основаниями, отличными от 10; 2) углубить и развить представления о натуральных числах и свойствах делимости; 3) научиться использовать приёмы, рационализирующие вычисления, приобрести привычку контролировать вычисления, выбирая подходящий для ситуации способ; 4) развить представление о числе и числовых системах от натуральных до действительных чисел; о роли вычислений в человеческой практике; 5) развить и углубить знания о десятичной записи действительных чисел (периодические и непериодические дроби); 6) понять, что числовые данные, которые используются для характеристики объектов окружающего мира, являются преимущественно приближёнными, что по записи приближённых значений, содержащихся в информационных источниках, можно судить о погрешности приближения;
	6	Делимость натуральных чисел. Общие свойства обыкновенных дробей. Сложение и вычитание. Преобразование дробей. Умножение обыкновенных дробей. Деление обыкновенных дробей. Пропорции. Проценты. Решение задач на пропорции и проценты. Положительные и отрицательные числа. Понятие о рациональном числе. Действия с рациональными числами. Законы действий	

			7) понять, что погрешность результата вычислений должна быть соизмерима с погрешностью исходных данных.
Завершающий (курс алгебры и начала анализа 7 – 11 классов)	7	Степень с натуральным показателем. Абсолютная и относительная погрешность.	**Ученик научится:** 1)сравнивать и упорядочивать рациональные числа; 2) выполнять вычисления с рациональными числами, сочетая устные и письменные приёмы вычислений, применение калькулятора; 3) решать арифметические задачи, связанные с пропорциональностью величин, отношениями, процентами; выполнять несложные практические расчёты; 4) использовать начальные представления о множестве действительных чисел; 5) применять понятие квадратного корня; находить квадратные и кубические корни, используя при необходимости калькулятор; 6) использовать в ходе решения задач элементарные представления, вязанные с приближёнными значениями величин; 7) понимать, что числовые данные, которые используются для характеристики объектов окружающего мира, являются преимущественно приближёнными, что по записи приближённых значений, содержащихся в информационных источниках, можно судить о погрешности приближения; 8) понимать смысл терминов «выражение», «тождество», «тождественное преобразование»; выполнять стандартные процедуры, связанные с этими терминами; 9)решать задачи, содержащие буквенные данные; 10) выполнять элементарную работу с формулами; 11) выполнять преобразования выражений, содержащих степени с целым показателем и квадратные корни; 12) выполнять тождественные преобразования рациональных выражений на основе правил действий над многочленами и алгебраическими дробями; 13)выполнять разложение многочленов на множители; 14) применять преобразования выражений для решения различных задач из математики, смежных предметов, реальной практики. **Ученик получит возможность:** 1)научиться использовать приёмы, рационализирующие вычисления, приобрести привычку контролировать вычисления, выбирая подходящий
	8	Квадратные корни. Понятие об иррациональном числе, общие сведения о действительных числах.	
	9	Числовые неравенства и их свойства.	

			для ситуации способ; 2)развить представление о числе и числовых системах от натуральных до действительных чисел, о роли вычислений в реальной жизни; 3)углубить и развить знания о десятичной записи действительных чисел (периодические и непериодические дроби). 4)овладеть широким набором способов и приёмов преобразования выражений; применять тождественные преобразования для решения задач из различных разделов курса (например, для нахождения наибольшего/наименьшего значения выражения).
	10	Степень с целым показателем. Стандартный вид числа. Действия над приближенными значениями, их запись.	**Ученик научится:** 1) Оперировать понятиями: конечное множество, бесконечное множество, числовые множества на координатной прямой, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, отрезок, интервал, *промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости*; 2) находить пересечение и объединение двух, *нескольких* множеств, представленных графически на числовой прямой, *на координатной плоскости;* *3)* строить на числовой прямой подмножество числового множества, заданное простейшими условиями; 5)использовать числовые множества на координатной прямой и *на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений*; 6)проводить логические, *доказательные* рассуждения в ситуациях повседневной жизни, *при решении задач из других предметов.* 7)Оперировать понятиями: натуральное и целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, иррациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, масштаб; 8) оперировать понятиями: логарифм числа; 9)выполнять арифметические действия с целыми и рациональными числами, сочетая устные и письменные приёмы, применяя при необходимости вычислительные устройства; 10)сравнивать рациональные числа между собой; сравнивать с рациональными числами значения целых степеней чисел, корней натуральной степени из чисел, логарифмов чисел в простых случаях;
	11	Показательная, логарифмическая, степенная функции. Корень n- степени, степень с рациональным показателем. Понятие о степени с иррациональным показателем. Логарифм числа.	

			11)выполнять несложные преобразования числовых выражений, содержащих степени чисел, корни из чисел, логарифмы чисел; *находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительныеустройства;* 12)пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчётах; 13)изображать точками на координатной прямой целые и рациональные числа; целые степени чисел, корни натуральной степени из чисел, логарифмы чисел в простых случаях; 14)выполнять несложные преобразования целых и дробно-рациональных буквенных выражений; 15)выражать в простейших случаях из равенства одну переменную через другие; 16)вычислять в простых случаях значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; 17)выполнять действия с числовыми данными при решении задач практического характера и *задач из различных областей знаний,* используя при необходимости справочные материалы и вычислительные устройства; 18)соотносить реальные величины, характеристики объектов окружающего мира с их конкретными числовыми значениями; 19)использовать методы округления и прикидки при решении практических задач повседневной жизни; **Ученик получит возможность:** 1) проверять принадлежность элемента множеству, заданному описанием; 2) проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности Утверждений; 3) проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, корни, логарифмы и тригонометрические формулы; 4)находить значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; 5) выполнять перевод величины угла из радианной меры в градусную и обратно; 6) оценивать, сравнивать и использовать при решении практических задач числовые значения реальных величин, конкретные числовые характеристики объектов окружающего мира;

			7) решать несложные рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и их системы, простейшие иррациональные уравнения и неравенства; 8)использовать методы решения уравнений: приведение к виду «произведение равно нулю» или «частное равно нулю», замена переменных;

[Математика. 5 класс. Г.В. Дорофеев, и др. 2011],[Математика. 5 класс. С.М. Никольский, и др. 2015],[Математика. 6 класс. Г.В. Дорофеев, и др. 2010],[Математика. 6 класс. С.М. Никольский, и др. 2015],[Алгебра. 7 класс. Г.В. Дорофеев, и др. 2014],[Алгебра. 7 класс. С.М. Никольский, и др.2013],[Алгебра. 8 класс. Г.В. Дорофеев, и др. 2016],[Алгебра. 8 класс. Никольский, и др.2014],[Алгебра. 9 класс. Г.В. Дорофеев, и др. 2016],[Алгебра. 9 класс. С.М. Никольский, и др.2014],[Алгебра и начала математического анализа. 10 класс, С.М. Никольский, и др. 2009],[Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. Алимов А.Ш., и др. 2016], [Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. С.М. Никольский, и др. 2009],[Алгебра.Сборник рабочих программ. 7—9 классы. Т. А. Бурмистрова. 2014], [Алгебра и начала математического анализа. Сборник рабочих программ. 10—11 классы. Т. А. Бурмистрова. 2018].

В таблице 4 (Приложение 1) представлен логико-дидактический анализ школьных учебников по математике в рамках изучения числовой линии. Для проведения анализа были рассмотрены учебники, включенные в федеральный список Министерством образования и науки Российской Федерации и рекомендованные для использования в процессе обучения школьников математике: (1) Математика, 5 класс, Никольский С.М., и др. Математика, 6 класс, Никольский С.М., и др; (2) Математика, 5 класс , Г.В. Дорофеев и др. Математика, 6 класс, Г.В. Дорофеев и др; (3) Алгебра, 7 класс, Никольский С.М., и др. Алгебра, 8 класс, Никольский С.М., и др. Алгебра, 9 класс, Никольский С.М., и др; (4) Алгебра, 7 класс, Г.В. Дорофеев и др. Алгебра, 8 класс, Г.В. Дорофеев и др. Алгебра, 9 класс, Г.В. Дорофеев и др; (5) Алгебра и начала математического анализа, 10 класс, Никольский С.М., и др. Алгебра и начала математического анализа, 11 класс, Никольский С.М., и др; (6) Алгебра и начала математического анализа, 10-11 классы, А.Ш. Алимов, Ю.М. Колягин, и др.

На основании проведенного анализа школьных учебников, можно сделать вывод о том, что теоретический и практический материал, представленный в рассмотренных учебниках (1) – (6) почти идентичен, но наилучшим способом, на наш взгляд, материал изложен в учебниках С. М. Никольского и др., в которых ведущей линией является числовая. С опорой на неё реализуются все остальные содержательно-методические линии.

Требования федерального государственного образовательного стандарта общего образования к изучению вопросов числовой линии находят своё отражение в заданиях государственной итоговой аттестации по математике (ОГЭ и ЕГЭ).

Например, в демонстрационном варианте КИМ ЕГЭ (базовый уровень) 2018 года, содержатся задания следующего содержания:

Задание № 19. *Найдите трёхзначное число, сумма цифр которого равна 20,а сумма квадратов цифр делится на 3, но не делится на 9. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.*

Задание № 20. *В обменном пункте можно совершить одну из двух операций:*

• за 2 золотых монеты получить 3 серебряных и одну медную;

• за 5 серебряных монет получить 3 золотых и одну медную.

У Николая были только серебряные монеты. После нескольких посещений обменного пункта серебряных монет у него стало меньше, золотых не появилось, зато появилось 50 медных. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Николая?

ИЛИ

Прямоугольник разбит на четыре меньших прямоугольника двумя прямолинейными разрезами. Периметры трёх из них, начиная с левого верхнего и далее по часовой стрелке, равны 24, 28 и 16. Найдите периметр четвёртого прямоугольника.

24	28
?	16

В аналитических и методических материалах, подготовленных Федеральным институтом педагогических измерений на основе анализа типичных ошибок по математике участников ЕГЭ 2017 года (базовый уровень), отмечено, что средний процент выполнения заданий 19 и 20 в 2017 году составил 54,9% и 28,9% соответственно [Ященко И.В., и др. 2017]. Вследствие этого можно сделать вывод, что большинство обучающихся испытывают трудности при решении задач на теорию делимости чисел. Это, возможно, обусловлено тем, что в школьном курсе математики тема «Делимость чисел» изучается в 5-6 классах и практически не рассматривается в школьном курсе алгебры 7-11 кл.

Задания на делимость целых чисел в Едином государственном экзамене по математике (базовый уровень) – это задания, опирающиеся на широкие и глубокие знания теории чисел и требующие нестандартного подхода к их решению. Для того чтобы продвинуться в решение таких задач необходимо проявить определенный уровень логического мышления и опыт решения подобных задач.

Поэтому в систему математической подготовки школьников необходимо включать дополнительные сведения из раздела теории чисел и проводить специальное обучение решению задач на делимость. Позитивную роль, в решении обозначенной выше проблемы, могут сыграть специальные курсы по выбору, освещающие популярные вопросы теории чисел.

1.2. Дидактические условия, способствующие формированию у обучающихся предметных знаний в области теории чисел

Под дидактическими условиями, вслед за С.В. Волковым, мы подразумеваем специальные обстоятельства обучения, которые являются результатом отбора, конструирования и применения элементов содержания, форм и средств обучения, способствующих эффективному решению поставленных дидактических задач [Волков, 2002].

Под содержанием обучения мы будем понимать не только некоторый объем теоретического учебного материала, но и комплекс задач, заданий и упражнений, а так же сведений о ценности предметных знаний и способах их применения при решении разнообразных задач [Кейв, Власова, 2015].

Поэтому для формирования предметных знаний в области теории чисел необходим специальный комплекс заданий и задач. Особое место в комплексе задач необходимо уделить старинным историческим задачам из теории чисел. В качестве примера приведем некоторые из них [Олехник С.Н., и др. 2005]:

Задача (Как разделить орехи?). Говорит дед внукам: «Вот вам 130 орехов. Разделите их на две части так, чтобы меньшая часть, увеличенная в четыре раза, равнялась бы большей части, уменьшенной в три раза». *Как внукам разделить орехи?*

Задача (Сколько яиц в лукошке?). Пришел крестьянин на базар и принес лукошко яиц. Торговцы его спросили. «Много ли у тебя в том лукошке яиц?» Крестьянин молвил им так: «Я всего не помню на перечень, сколько в том лукошке яиц. Только помню: перекладывал я те яйца в лукошко по 2 яйца, то одно яйцо лишнее осталось на земле; и я клал в лукошко по 3 яйца, то одно же яйцо осталось; и я клал по 4 яйца, то одно же яйцо осталось; и я их клал по 6 яиц, то одно же яйцо осталось; и я клал их по 7 яиц, то ни одного не осталось. Сочти мне, *сколько в том лукошке яиц было*» [Олехник С.Н., и др. 2005].

Поскольку методологической основой ФГОС школьного образования является системно-деятельностный подход, то с позиций данного подхода необходимо подходить к организации учебного процесса в школе; к содержанию обучения математике и к критериям оценки конечного результата обучения.

Как писал Л.С. Выготский: «Развитие ребенка происходит только в процессе деятельности: чем активнее деятельность, тем успешнее развитие»

[Лысогорова Л.В., 2017]. Следовательно, формирование предметных знаний и опыта математической деятельности не может развиваться вне активной деятельности самого школьника и без его собственных усилий. Это означает, что важнейшее условие развития основ математической компетентности школьников – вовлечение их в активную учебно-познавательную деятельность, посредством активных методов и форм обучения.

Активные методы обучения (АМО) – это методы, характеризующиеся высокой степенью включенности обучающихся в учебный процесс, активизирующие их познавательную и творческую деятельность при решении поставленных задач [Зарукина Е. В., Логинова Н. А., Новик М. М., 2010].

Примеры активных методов обучения: кейс–метод, «мозговой штурм», метод проектов, деловая игра и др.

Под формами организации обучения мы понимаем внешнее выражение согласованной деятельности учителя и учащихся, осуществляемой в определенном порядке и режиме: урок, экскурсии, домашняя учебная работа, консультации, семинар, факультативы, практикумы, дополнительные занятия [Коджаспирова Г.М., Коджаспиров А.Ю., 2003].

Для формирования основ математической компетентности, на этапе предпрофильной подготовки школьников, наиболее продуктивными формами обучения, на наш взгляд, являются следующие: дидактические игры; интеллектуальные разминки; практикумы по решению задач; проблемные семинары; деловые игры. В ходе таких форм организации обучения происходит постоянная смена деятельности – ученики слушают, думают, отвечают на вопросы, анализируют, делают выводы и др.

На этапе предпрофильной и профильной подготовки школьников особое место занимают курсы по выбору (факультативы).

Курсы по выбору (факультативы) – это форма организации учебных занятий во внеурочное время, направленная на расширение, углубление и коррекцию знаний учащихся по учебным предметам в соответствии с их потребностями, запросами, способностями и склонностями, а также на активизацию познавательной деятельности [Жуковская Е.П.].

Классификация факультативов:

– факультативы по отдельным предметам, входящим в учебный план, на которых углубленно изучается содержание учебного предмета, систематизируются и обобщаются полученные знания;

– прикладные факультативы проводятся с целью знакомства с важнейшими путями и методами применения знаний на практике;

– межпредметные факультативы проводятся с целью интеграции знаний учащихся по различным учебным дисциплинам [Платонова Е.Н., Буслова Н.С., 2014].

Функции факультативных занятий:

1) *Предметно-повышающая:* повышение уровня изучения отдельных предметов, подготовка к предметным олимпиадам и конкурсам;
2) *Мотивирующая:* за счет удовлетворения потребностей в поиске, познании, творчестве у многих учащихся формируется устойчивая познавательная мотивация к предмету изучения;
3) *Общеобразовательная:* создаются условия для общего развития учащихся, становления их познавательных и социальных компетенций;
4) *Профориентационная:* факультативные занятия могут предоставить учащимся большие возможности для «профессиональных проб», что способствует их познавательному и профессиональному самоопределению [Тойбекова Б.А., Торыбаева Ж.З., 2016].

На факультативный курс, как правило, отводится не менее 35 часов в год. Занятия проводятся по одному часу в неделю в течение учебного года или по два часа на протяжении полугодия, до или после уроков.

Обучающиеся выбирают факультативные курсы соответственно своим интересам, поэтому деятельность на занятиях характеризуется высокой активностью и интенсивностью.

При выборе методов и приёмов обучения на факультативных занятиях необходимо учитывать содержание факультативного курса, уровень развития и подготовленности учащихся, их интерес к тем или иным разделам программы. Одним из важнейших требований к методам обучения является активизация мышления учащихся, развитие самостоятельности в различных формах её проявления.

На факультативных занятиях могут использоваться разнообразные *формы проведения занятий*: лекции; практические задания; обсуждение заданий по дополнительной литературе; доклады учеников; составление рефератов; реализация самостоятельных проектов; экскурсии и др. [Голунова А.А., 2014].

Особое внимание учитель должен уделить названию факультативного курса. Название курса должно привлечь учащихся, вызывать интерес и желание изучить. Название может иметь вид цитаты, крылатой фразы, сформулировано как вопрос или проблема. Например, «Где родился, там и пригодился», «Нефть. Какая она на вкус?», «Чем я хуже Эйнштейна?» и т. п. [Предпрофильная подготовка учащихся: Разработка и экспертиза курсов по выбору., 2006].

Что касается структуры курса по выбору, в него должны входить следующие компоненты:

1. Аннотация (название, основное содержание, для кого предназначен курс), которая должна быть краткой и в тоже время давать весьма полное представление о курсе: в чем привлекательность курса для учащегося, учителей, родителей, школьного сообщества в целом.

2. Пояснительная записка, включающая обоснование актуальности курса по выбору; описание его цели и задач, логики структуры программы и особенностей организации учебного процесса, методов и форм обучения, ожидаемых результатов; характеристику системы оценки достижений учащихся, уровней усвоения учебного материала («иметь представление о …», «знать…», «уметь…», «владеть…» и т. п.) и др.

3. Учебно-тематический план, отражающий основное содержание всех разделов (тем) курса с указанием времени на их изучение. Отдельно выделяются практические и лабораторные работы, экскурсии, учебные проекты и т. д. Учебно-тематический план может иметь вид таблицы.

4. Программа, раскрывающая краткое содержание теоретической и практической частей каждой темы, которое излагается в научно-учебном жанре.

5. Списки литературы для учителя и учащихся.

6. Контролирующие материалы с обозначением формы проведения контроля (зачет, собеседование, тест и т. п.).

7. Некоторые приложения: основные понятия курса, списки тем рефератов, ориентировочный перечень индивидуальных творческих проектов, курсовых работ, примеры заданий для самостоятельной работы учащихся и т. п. [Предпрофильная подготовка учащихся: Разработка и экспертиза курсов по выбору., 2006.].

Согласно ФГОС ООО, программы отдельных учебных предметов, курсов разрабатываются на основе требований к результатам освоения основной образовательной программы с учётом основных направлений программ, включённых в структуру основной образовательной программы.

Программы отдельных учебных предметов, курсов должны содержать:

1) пояснительную записку, в которой конкретизируются общие цели основного общего образования с учётом специфики учебного предмета;

2) общую характеристику учебного предмета, курса;

3) описание места учебного предмета, курса в учебном плане;

4) личностные, метапредметные и предметные результаты освоения конкретного учебного предмета, курса;

5) содержание учебного предмета, курса;

6) тематическое планирование с определением основных видов учебной деятельности;

7) описание учебно-методического и материально-технического обеспечения образовательного процесса;

8) планируемые результаты изучения учебного предмета, курса [ФГОС ООО].

Таким образом, для целенаправленного формирования предметных знаний в области теории чисел, мы выделяем дидактические условия, среди которых:

- специальное содержание обучения, представленное специальным комплексом сведений из истории возникновения и развития чисел и комплексом специальных задач и заданий;
- активные методы обучения (элементы проблемного обучения, метод проектов, дидактические игры и др.);
- специальные модульные курсы по выбору, направленные на изучение элементов теории чисел.

Глава 2. Методическое обеспечение курса по выбору «Удивительный мир чисел»

2.1.Модульная программа курса по выбору «Удивительный мир чисел»

Пояснительная записка

Курс по выбору «Удивительный мир чисел» предназначен для обучающихся 5-11 классов, интересующихся вопросами в области теории чисел.

В ходе изучения данного курса обучающийся получит представление о числе как об исторически развивающемся понятии; узнает о существовании разнообразных чисел, которые не изучаются в школьном курсе математики; систематизирует основные свойства и признаки делимости целых чисел; познакомится с основами теории сравнений; получит опыт решения разнообразных задач из теории чисел.

Цель курса по выбору: формирование у обучающихся предметных знаний в области теории чисел.

Задачи курса по выбору:

1) знакомство обучающихся с историей развития понятия «число»;
2) формирование системных знаний в области теории чисел;
3) развитие умений и навыков решения задач в области теории чисел;
4) подготовка обучающихся к итоговой государственной аттестации по вопросам из теории чисел;
5) развитие и активизация учебно-познавательной деятельности обучающихся;
6) формирование ценностного отношения к математическим знаниям.

Теоретический материал курса по выбору «Удивительный мир чисел» включает ряд популярных и интересных сведений из теории чисел и является дополнительным к школьному курсу математики.

Практический материал курса по выбору «Удивительный мир чисел» включает комплекс задач, заданий и упражнений на применение знаний теории чисел, в частности, задачи из контрольно-измерительных материалов ОГЭ и

ЕГЭ по математике, а также комплекс проектно-ориентированных заданий в области теории чисел.

Программа курса по выбору имеет модульную структуру и включает четыре модуля:

- 5-6 классы: *Модуль 1.* «Что такое число? Какие числа мы знаем?».
- 7-8 классы: *Модуль 2.* «Делимость целых чисел».
- 9 класс*: Модуль 3.* «Теория остатков»
- 10-11 классы*: Модуль 4.* «Арифметические приложения теории сравнений».

Общая трудоемкость – 32 часа (1 ч. в неделю). На изучение каждого модуля отводится 8 часов.

Форма занятий: комбинированные уроки, на которых предполагается изучение теоретического материала и практикум по решению задач с элементами проектной и игровой деятельности.

Ожидаемые результаты:

В результате изучения программы элективного курса «Удивительный мир чисел» обучающиеся должны:

Знать:

- историю развития понятия «число»;
- определения и виды числовых множеств;
- основные понятия и теоретические сведения из теории чисел;
- арифметические приложения теории чисел.

Уметь:

- правильно употреблять основную терминологию теории чисел;
- доказывать и обосновывать основные факты теории чисел;
- применять теоретические сведения из теории чисел в ходе решения задач;
- уметь решать задачи итоговой государственной аттестации по математике в области теории чисел.

Владеть:

- основными понятиями в области теории чисел, их свойствами и признаками;

– приёмами быстрого устного счета;

– навыками решения задач в области теории чисел.

Понимать:

– идею расширения числового множества;

– важность изучения элементов теории чисел и их арифметические приложения.

Учебно-тематическое планирование курса

Этапы изучения		Наименование темы	Кол-во часов
Модуль 1. «Что такое число? Какие числа мы знаем?»			
5-6 классы		Из истории возникновения чисел. Системы счисления	2
		Виды чисел	2
		Числовые ребусы, магические квадраты	2
		Приёмы быстрого устного счета	2
Модуль 2. «Делимость целых чисел»			
7-8 классы		Делимость целых чисел. Основные свойства.	2
		Признаки делимости чисел	2
		НОД и НОК	2
		Задачи на делимость	2
Модуль 3. «Теория остатков»			
9 класс		Деление с остатком и алгоритм Евклида	2
		Простые и взаимно-простые числа	2
		Диофантовы уравнения в целых числах	2
		Задачи ОГЭ по математике	2
Модуль 4.«Арифметические приложения теории сравнений»			
10-11 классы		Числовые сравнения и их свойства	2
		Арифметические приложения теории сравнений	2
		Задачи в целых числах	2
		Задачи ЕГЭ по математике	2
		Всего:	32

Содержание курса.

Модуль 1. «Что такое число? Какие числа мы знаем?»(5-6 класс)

Тема 1.«Из истории возникновения чисел»

История возникновения числа, запись чисел в различных системах счисления, двоичная система счисления, десятичная система счисления.

Тема 2.«Виды чисел»

Арифметика пифагорейцев, фигурные числа, совершенные и дружественные числа.

Тема 3.«Числовые ребусы, магические квадраты»

Примеры числовых ребусов, правило букв, правило звездочек ,магический квадрат, квадратная таблица из целых чисел, задачи с числовыми ребусами и магическими квадратами.

Тема 4. «Приёмы быстрого устного счета»

Счет «на автомате» (вычитание 7,8,9; умножение на 2; деление на 2; деление и умножение на 4 и 8; умножение и деление на 5; умножение на 1,5; умножение на однозначные числа), умножение на 11,умножение на число 111, 1111 и т. д., зная правила умножения двузначного числа на число 11, умножение двузначного числа на 101, умножение трехзначного числа на 101, умножение двухзначных чисел, близких к 100, удивительное умножение (умножение на 9, 99, 999, 9999, 99999), опорное число, умножение на пальцах, таблица Оконешникова, русско-крестьянский способ умножения, способ умножения «метод решетки», китайский способ умножения.

Модуль 2.«Делимость целых чисел» (7-8 класс)

Тема 5. «Делимость целых чисел. Основные свойства»

Определение понятия «делимость». Свойства делимости целых чисел. Решение задач на делимость.

Тема 6. «Признаки делимости чисел»

Признаки делимости на 2, на 3, на 4, на 5, на 6 и т.д. Решение задач с использованием признаков делимости.

Тема 7. «НОД и НОК»

Определение понятий «наибольший общий делитель» и «наименьшее общее кратное». Свойства и связь НОД и НОК. Решение задач с использованием понятий НОД и НОК.

Тема.8. «Задачи на делимость»

Решение задач практического содержания по теме «Делимость целых чисел»

Модуль 3. «Теория остатков» (9класс)

Тема 9. «Деление с остатком и алгоритм Евклида»

Теорема о делении с остатком, основные свойства остатков, особенности деления с остатком, нахождение наибольшего общего делителя двух натуральных чисел, возможности упрощения вычислений наибольшего общего делителя в алгоритме Евклида.

Тема 10. «Простые и взаимно-простые числа»

Определения составного числа и взаимно простого, доказательства теорем, применение теорем при решении практических заданий.

Тема 11. «Диофантовы уравнения в целых числах»

Понятие диофантова уравнения, диофантовы уравнения с двумя неизвестными, текстовые задачи, описывающие реальные (практические) ситуации.

Тема 12. «Задачи ОГЭ по математике»

Понятие арифметической и геометрической прогрессии. Рациональные выражения и неравенства. Применение определений при решении заданий и текстовых задач.

Модуль 4.«Арифметические приложения теории сравнений» (10-11 класс)

Тема 13. «Числовые сравнения и их свойства»

Определение сравнения по данному модулю, свойства сравнений, периодичность остатков при возведении в степень, решение задач с числовыми сравнениями.

Тема 14. «Арифметические приложения теории сравнений»

Применение теории сравнений, признаки делимости, доказательства признаков делимости, способы получения признаков делимости на 11и на 7.

Тема 15. «Задачи в целых числах»

Определение понятия сравнимости чисел. Решение задач, сводящееся к линейному уравнению с двумя неизвестными переменными.

Тема 16. «Задачи ЕГЭ по математике»

Повторение материала: правила округления чисел, геометрическая и арифметическая прогрессия, НОК и НОД, признаки делимости.

Список рекомендуемой литературы для учителей и учащихся:

1. Бармина Т.В. Числовые ребусы. [Электронный ресурс]: //URL:http://zaochschool.club-impuls.edusite.ru/DswMedia/chislovyierebusyi.pdf(Дата обращения 18.02.2018);
2. Базовые задачи по теме «Решение задач в целых числах». [Электронный ресурс]: //URL:http://nenuda.ru/решение-задач-в-целых-числах.html (Дата обращения 18. 05.2018);
3. Виленкин Н. Я- и др. За страницами учебника математики: Арифметика. Алгебра. Геометрия: Кн. для учащихся 10— 11 кл. общеобразоват. учреждений / Н Я Виленкин, Л. П Шибасов, Ф. Шибасова.— М.: Просвещение: АО ≪Учеб. лит.≫, 1996.— 320 с.: ил. 15BЫ 5-09-006575-6;
4. Виленкин, Н. Я. За страницами учебника математики : учеб. Пособие для учащихся средней школы / Н. Я. Виленкин, И. Я. Депман. – Москва : Просвещение, 1996. – 320 с.
5. Галкин Е. В. Нестандартные задачи по математике. Задачи с целыми числами: Учеб. пособие для учащихся 7 – 11 кл. – Челябинск; Взгляд, 2005. – 271с.
6. Журнала "Информатика" издательский дом "Первое сентября". [Электронный ресурс]: //URL:http://информатика.1сентября.рф/article.php?ID=200700510(Дата обращения 18.02.2018);
7. Заесенок В.П. Диофантовы уровнения. [Электронный ресурс]: //URL:http://www.zaesenok.ru/matematicheskij-kruzhok/7-klass/99-zanyatie-5-diofantovy-uravneniya(Дата обращения 18.02.2018);
8. Занятие факультативного курса по математике на тему "Магический квадрат. Логические задачи" (5 класс). [Электронный ресурс]: //URL:https://infourok.ru/zanyatie-fakultativnogo-kursa-po-matematike-na-temu-magicheskiy-kvadrat-logicheskie-zadachi-klass-799900.html(Дата обращения 18.02.2018);
9. История арифметики. Пособие для учителей. Депман И.Я.2-е изд., испр. - М.: Просвещение, 1965. — 416с.
10. История математики. [Электронный ресурс]:

//URL:http://school-collection.iv-edu.ru/dlrstore/3f694401-bf99-389d-eb5e-839722ce94fe/00155481978574512.htm(Дата обращения 18.02.2018);

11. История математики. [Электронный ресурс]: //URL:http://school-collection.iv-edu.ru/dlrstore/b72f2cc7-40cb-4bc0-605b-631266fe88a1/00145619581330983.htm(Дата обращения 18.02.2018);

12. Конспект внеклассного урока «Системы счисления», 5 класс. [Электронный ресурс]: //URL: https://infourok.ru/kursy/coursePP?doc_dwn=723383(Дата обращения 18.02.2018);

13. Конспект внеклассного урока «Системы счисления», 5 класс. [Электронный ресурс]: //URL: https://infourok.ru/kursy/coursePP?doc_dwn=723383(Дата обращения 18.02.2018);

14. Методическое обеспечение по реализации проектной деятельности формы обучения для учащихся 10- 11 классов по образовательному модулю «Математика». – Москва: ФГАОУ ВПО «Национальный исследовательский технологический университет», 2015. [Электронный ресурс]: //URL:https://remote.misis.ru/courses/6/files/107/download?wrap=1(Дата обращения 18.02.2018);

15. Методическое пособие " Нестандартные приемы устного счета". . [Электронный ресурс]: //URL:https://infourok.ru/metodicheskoe-posobie-nestandartnie-priemi-ustnogo-scheta-2249768.html(Дата обращения 18.02.2018);

16. Педагогическая мастерская. Открытый урок 1 сентября. [Электронный ресурс]: //URL:http://открытыйурок.рф/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/649379/(Дата обращения 18.02.2018)

17. Пичурин Л. Ф. За страницами учебника алгебры: Кн. для учащихся 7-9 кл. сред. шк.- М.: Просвещение, 1990.- 224 с: ил.

18. Сгибнев А.И. Делимость и простые числа.— 3-е изд., испр.— М.: МЦНМО, 2015.— 112 с.: ил. ISBN 978-5-4439-0340-8 [Электронный ресурс]: //URL: http://маткнига.рф/wp-content/uploads/2017/02/978-5-4439-0340-8-Sgibnev-Delimost-i-prostye-chisla.pdf (Дата обращения 18.02.2018)

19. Сикорский К.П. Дополнительные главы по курсу математики. Учебное пособие по факультативному курсу для учащихся 7 -8 классов. Сост. К.П. Сикорский. Изд. 2-е, доп. М., «Просвещение», 1974.- 367с.

20. Справочные материалы ОГЭ по математике 2018г. [Электронный ресурс]: //URL: http://4ege.ru/gia-matematika/50858-spravochnye-materialy-k-oge-po-matematike.html

21. Факультативный курс «За страницами учебника математики» 7 класс: учебно-метод. пособие. / авт.-сост.: М.А. Мичасова, И.Г. Малышев, М.В. Котельникова. – Н. Новгород: Нижегородский гуманитарный центр, 2014. – 80 с.

22. Факультативный курс математики 8–9 классов (Предпрофильная под-готовка учащихся) : учебное пособие / авт.-сост.: И. Г. Малышев, М. А. Мичасова. – Н. Новгород : Нижегородский институт развития образования, 2010. – 86 с. IBSN 978-5-7565-0434-7

23. ФИПИ. [Электронный ресурс]: //URL:http://fipi.ru (Дата обращения 14.05.2018)

24. Энциклопедия "Кругосвет". [Электронный ресурс]: //URL:http://school-collection.iv-edu.ru/dlrstore/dc5416a6-25f4-0317-e67b-62335e323a80/1001543A.htm(Дата обращения 18.02.2018).

25. Ященко И.В., Шестаков С.А. Я сдам ЕГЭ. Математика. Баз.ур. Практикум, 2017. – 304 с.

2.2. Методическая разработка занятий курса по выбору «Удивительный мир чисел»

Модуль 1. «Что такое число? Какие числа мы знаем?»(5 класс)

Конспект занятия 1 по теме:

«Из истории возникновения чисел. Системы счисления»

Основная цель: введение в теорию понятия числа — знакомство с историей возникновения чисел и с различными системами счисления, двоичная система счисления.

Планируемые результаты:

предметные: формирование представлений о математике как о методе познания действительности, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления; развитие представлений о числе и числовых системах;

метапредметные: умение планировать и организовывать учебную деятельность; способность к анализу новой информации; проявление критичности мышления и навыков самоконтроля; умение аргументировать свои умозаключения.

личностные: умение проявлять учебно-познавательный интерес к новому материалу, стремление к личностному развитию и самообразованию.

Этапы занятия:

1. Организационный момент (4 мин)
2. Введение. (40 мин)
3. Практикум по разбору задач с различными системами счисления. (40мин)
4. Постановка домашнего задания. (3 мин)
5. Подведение итогов (3 мин)

Ход занятия

1. Организационный момент.

Здравствуйте, ребята! Сегодня мы начинаем изучение курса «Удивительный мир чисел». Сегодня мы совершим экскурсию в историю возникновения чисел, а также познакомимся с различными системами счисления и применения их в настоящее время.

2. Введение.

1) Экскурс в историю: рассказ о том, как производился счет.

(Слайд 3-4, Приложение 2)

2) Многолетняя практика каждого народа выработала основные понятия счёта и измерения.

Показать на примерах, как считали разные народы древнего мира и как они записывали числа (с помощью палочек, камней, узелков на веревке и др.) (Слайд 5-10, Приложение 2)

3) В дальнейшее тысячелетие практический опыт применения этих понятий, дополняя первоначальный запас сведений о способах счёта и измерения, привёл к новым абстракциям, к усовершенствованию приёмов арифметики и геометрии. Возникают новые, более совершенные возможности познания количественных отношений предметов и явлений окружающего мира и вместе с тем возможность использования этого познания в трудовой деятельности. Как мы знаем, математика есть наука о количественных отношений и пространственных формах действительного мира. Основным средством при установлении и изучении количественных отношений действительного мира является число. Оно нужно человеку для количественного сравнения между собой двух множеств или совокупностей предметов.

4) Дискуссия и обсуждение вопросов:

1.Как вы считаете, можно ли представить жизнь без чисел?

2.Что такое «число»?

3.Для чего нужны числа?

4.Какие виды чисел знают?

При подсчете многих объектов удобно группировать их по несколько штук. Такая группировка облегчает счет. Поскольку удобно считать на пальцах, предметы часто группируют по 5 или по 10 (впрочем, иногда и по 12 – вспомните слово «дюжина»; иногда и по 7 – в неделе 7 дней).

5) Формулировка определения «Система счисления» (Слайд 11, Приложение 2)

6) В римской системе счисления есть особые знаки: для единицы – I, пяти – V, десяти – X, пятидесяти – L, ста – C, пятисот – D, тысячи – M. Примеры записи чисел в римской системе приведены в таблице (Слайд 12-13, Приложение 2)

7) Основные правила записи чисел в римской системе (Слайд 14-15, Приложение 2). Римская система более или менее пригодна для выполнения операций сложения и вычитания, но совсем не удобна для умножения и

деления.

Обсудить вопрос: Как и где употребляется римская система счисления сегодня?

8) Рассказ о десятичной и двоичной системах счисления. Правило перевода из двоичной системы счисления в десятичную. (Слайд 16-18, Приложение 2)

Еще в XVII веке немецкий математик Лейбниц предложил перейти на двоичную систему счисления, но этому помешала не только традиция, но и то, что в двоичной системе счисления запись чисел слишком длинна. Например, $106=1101010_2$

В двоичной системе счисления таблицы сложения и умножения удивительно просты:

0+0=0 0*0=0

0+1=1 0*1=0

1+1=10 1*1=1

Пользуясь этими таблицами, легко складывать и вычитать:

10 + 11 = 101, 101 + 11 = 10,

110110011 + 10111 = 111001010.

Эти примеры в десятичной системе выглядят следующим образом:

2 + 3 = 5, 7 + 5 = 12, 5 – 3 = 2, 435 + 23 = 458.

Умножаем в двоичной системе:

11101*101=10010001, 10111011*1100101=100100111000111,

11011*1101=101011111.

В десятичной системе эти примеры выглядят так:

29*5=145, 187*101=18887, 27*13=351

Пример: Число 11101000_2 перевести в десятичную систему счисления:

$$11101000_2= 1\cdot2^7 + 1\cdot2^6 + 1\cdot2^5 +0\cdot2^4 + 1\cdot2^3+0\cdot2^2+0\cdot2^1+0\cdot2^0=232_{10}$$

9) Перевод из десятичной системы счисления в двоичную. Показать на примере. (Слайд 19-20, Приложение 2)

3. Практикум по разбору задач с различными системами счисления.

1. Перевести из десятичной системы счисления в римскую: 18, 31,46,695,749,1909,1999,1984 (Ответ: XVIII, XXXI, XLVI, DCXCV, DCCIL, MCMIX, MIM, MCMLXXXIV);

2. Может ли существовать следующие числа в двоичной системе счисления: 1111,20011,10000001. Переведите их в десятичную систему счисления. (Ответ: 15,128);

3. Запишите арабскими цифрами числа: XXII, XXXIV, DXIV, MDCLXVI DMIX (Ответы: 22, 34, 514, 1666, 500009);

4. Запишите римскими цифрами числа: 24, 48, 1937, 444, 3527 (Ответы: XXIV, XLVIII, MCMXXXVII, CDXLIV, MMMDXXVII).

5. В одной книге указан такой год издания MDCCXLIX. Когда издана книга? (Ответ:1749г.);

6. Выполните сложение в двоичной системе счисления и переведите результат в десятичную систему счисления:

а) 0010001+1011101 (ответ: 110)

б) 11111111+11111111 (ответ: 510)

в) 11011101+10101110 (ответ: 395)

г) 01101111+1100011 (ответ:210).

4. Постановка домашнего задания:

Выполнить задание

а) перевести из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления числа:

1)327_{10}; 2)513_{10}; 3)600_{10}; 4)1000_{10}; 5)2304_{10}; 6)5001_{10}; 7)7000_{10}

б) *«Странная семья».* У меня 100 братьев, младшему 1000 лет, а старшему 1111 лет. Старший учится в 1001 классе. Что это за семья? (Ответ: Допустим, что все эти числа представлены в двоичной СС. Переведем их в десятичную :100-число 4; 1000-число 8; 1111-число 15; 1001-число 9. Тогда получается, что у меня 4 брата, младшему 8лет, а старшему 15. Старший учится в 9 классе)

5. Подведение итогов.

Как вы думаете, что же такое число? Точного определения понятия «число» нет. Это исторически развивающееся понятие, под которым в разные периоды времени понимали разные вещи. Это понятие до сих пор продолжает развиваться и появляются новые числа. Например: кватернионы, сюрреальные числа и др.)

Конспект занятия 2 по теме:
«Виды чисел»

Основная цель: Обогащение знаний, установление связей теории с практикой; расширение знаний о числах; познакомить учащихся с историей возникновения и видами чисел: фигурные, совершенные и дружественные.

Планируемые результаты:

предметные: углубить и развить представления о натуральных числах; использовать приёмы, рационализирующие вычисления, приобрести привычку контролировать вычисления, выбирая подходящий для ситуации способ.

метапредметные: умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы;

личностные: формирование ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию.

Этапы занятия:

1. Организационный момент (4 мин)
2. Теоретическая часть (40 мин)
3. Решение практических заданий (40 мин)
4. Подведение итогов (5 мин)

Ход занятия

1. Организационный момент

Здравствуйте, ребята! Сдайте тетради с домашним заданием.
Сегодня мы продолжим знакомиться с понятием числа. Узнаем, какие бывают виды чисел.

2. Теоретическая часть

Интерес к изучению чисел возник у людей в глубокой древности. И вызван он был не только практической необходимостью. Привлекала необычная, магическая сила Числа, которым можно выразить количество любых предметов. Неожиданные и в то же время естественные свойства натуральных чисел, обнаруженные древними математиками, удивляли их своей замечательной красотой и вдохновляли на новые исследования.

1) Повторение понятий «Натуральное число», «Четные числа», «Нечетные числа». (Слайд 3-4, Приложение 3)

2) Рассказ о арифметики пифагорейцев. (Слайд 5-10, Приложение 3)

Такое представление наглядно демонстрирует важные свойства чисел той или иной формы. Например, разность идущих друг за другом квадратных чисел (то есть полных квадратов) равна нечетному числу:

$4 - 1 = 3$,

$9 - 4 = 5$,

$16 - 9 = 7$,

$25 - 16 = 9$ и так далее.

Пифагорейцам была присуща и особая числовая мистика. Так, 4 – первый квадрат, или первое число вида $n \times n$ (после 1), – по их мнению, было число справедливости, так как справедливость состоит в воздаянии равным за равное (n за n). Особенно почиталось у пифагорейцев число $10 = 1 + 2 + 3 + 4$: 1 – единица, «матерь всех чисел», 2 выражает линию, 3 – треугольник, а 4 – пирамиду: фактически, на минимальном из отрезков, изображающем линию, должно быть две точки, минимальное число точек, которые нужны для изображения плоской фигуры, – три, а минимальное число точек, которые нужны для изображения пространственной фигуры, – четыре.

Пифагор провозгласил, что числа правят миром. История совершенных и дружественных чисел восходит к глубокой древности. Ими интересовались пифагорейцы, которые стремились выразить на языке чисел всё на свете, включая понятия справедливости, совершенства и дружбы.

3) Формулировка определений «Совершенное число», «Дружественное число». Примеры. (Слайд 11-13, Приложение 3)

Попробуйте проверить, что числа 220 и 284 действительно дружественные.

Многие теперь занятия Пифагора кажутся ненужными забавами. Но нельзя забывать, что с этих забав началось серьёзное знакомство людей с числами. Числа стали не только применять, но и изучать. Так возник раздел математики «Теория чисел».

3. Решение практических заданий

Задача №1: Шары укладываются в одинаковые треугольники. В пятнадцатом треугольнике 120 шаров. Сколько шаров в шестнадцатом треугольнике? В четырнадцатом?

Решение:120/15=8 шаров в каждом треугольнике, в шестнадцатом 16*8=128 шаров, в 14-м 14*8=112 шаров.

Задание №2: Проверьте являются ли числа 8, 10, 12, 14 совершенными?

Решение: 8(1+2+4=7)-не является; 10(1+2+5=8)-не является; 12(1+2+3+4+6=16)-не является; 14(1+2+7=10)-не является.

Задание №3: Изобразить четвертое треугольное число.

Задание №4: Изобразить третье квадратное число.

Задание №5: Изобразить второе пятиугольное число.

4. Подведение итогов

С какими числами мы познакомились? Какое число вам больше всего понравилось? Почему? Что вы узнали нового о числах?

Конспект занятия 3 по теме:

«Числовые ребусы, магические квадраты»

Основная цель: побуждение и развитие устойчивого интереса учащихся к предмету; научиться решать числовые ребусы и составлять магические квадраты.

Планируемые результаты:

предметные: углубить и развить представления о натуральных числах; использовать приёмы, рационализирующие вычисления, приобрести привычку контролировать вычисления, выбирая подходящий для ситуации способ.

метапредметные: умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности ее решения; умений и навыков логико-математической подготовки, изобретательности и сообразительности ученика.

личностные: формирование товарищеского доброжелательного отношения к членам команды и соперникам, ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию; выработать настойчивость, сообразительность.

Этапы занятия:

1. Организационный момент (2 мин)
2. Теоретическая часть с решением практических заданий (40 мин)
3. Групповая работа (15 мин)
4. Самостоятельная работа (20 мин)
5. Подведение итогов. (5 мин)

Ход занятия

1. Организационный момент

Здравствуйте, ребята! На прошлом занятии мы познакомились с различными видами чисел. Сегодня мы научимся решать числовые ребусы и составлять магические квадраты.

2. Теоретическая часть с решением практических заданий

Миллионы людей во всех частях света любят решать кроссворды и ребусы. И это неудивительно — гимнастика ума полезна в любом возрасте. Ведь эти головоломки тренируют память, обостряют сообразительность, вырабатывают настойчивость, способность логически мыслить, анализировать и сопоставлять.

Еще в Древней Греции без игр не мыслилось гармоническое развитие личности. И игры древних не были только спортивными. Наши предки знали шахматы и шашки. С древних времен известны головоломки Пифагора (Слайд 3, Приложение 4) и Архимеда (Слайд 4, Приложение 4), а позднее — русского флотоводца С.О. Макарова и американца С. Лойда. На огромную познавательную и воспитательную ценность интеллектуальных игр неоднократно указывали выдающиеся педагоги К.Д. Ушинский и А.С. Макаренко. Среди тех, кто увлекался ими, были и «отец космонавтики» К.Э. Циолковский, и театральный режиссер К.С. Станиславский, и писатель И.Г. Эренбург и многие другие выдающиеся люди.

1) Формулировка понятия «Ребус». Принцип создания числового ребуса. Примеры числовых ребусов. (Слайд 5-7, Приложение 4)

(среди этих “животных” есть “менее крупные”: 56 350 + 56 350 + 56 350 = 169 050 и “более крупные”: 57 350 + 57 350 + 57 350 = 172 050).

Как же решаются числовые ребусы? Как правило — используя логику и математику.

2) Методика решения одного из числовых ребусов на примере логических размышлений двух известных литературных героев — мистера Холмса и доктора Ватсона. (Слайд 8-12, Приложение 4)

3) Правила решения числовых ребусов. (Слайд 9-16, Приложение 4)

Задача № 3 (она посложнее). Решите ребус: А + А + Б = БА

Подсказка. Чему может равняться цифра Б, если БА – сумма трех цифр?

Решение. Сумма трех цифр не может быть больше 27 (потому что 9 – самая большая цифра, а 9 + 9 + 9 = 27), поэтому Б = 1 или Б = 2.

Если Б = 2, то получается А + А + 2 = 2А = 20 + А, а значит А может быть равна только 9 (чтобы сумма была больше 20). Но 9 + 9 + 2 = 20, а не 29, значит такого быть не может.

Если Б = 1, то получается А + А + 1 = 1А = 10 + А. А больше 4 (ведь 4 + 4 + 1 = 9, а это даже меньше двузначного числа). Значит, А может быть равно 5, 6, 7, 8 и 9. Можно перебрать все эти варианты и убедиться, что подходит нам только один:

$5 + 5 + 1 \neq 15$

$6 + 6 + 1 \neq 16$

$7 + 7 + 1 \neq 17$

$8 + 8 + 1 \neq 18$

$9 + 9 + 1 = 19$

Ответ: 9 + 9 + 1 = 19

4) Формулировка понятия «Магический квадрат». История происхождения магического квадрата. Правила построения магического квадрата. (Слайд 17-28, Приложение 4)

3. Групповая работа

Клетки квадрата 4×4 пронумеровали так, что клетка в правом нижнем углу получила номер 1, а все остальные получили разные номера от 2 до 16. Оказалось, что суммы номеров клеток каждой строки, каждого столбца, а также каждой из двух диагоналей квадрата одинаковы («магический» квадрат). Клетки квадрата заполнили буквами некоторого сообщения так, что его первая буква попала в клетку с номером 1, вторая - в клетку с номером 2 и т. д. В результате построчного выписывания букв заполненного квадрата (слева направо и сверху вниз) получилась последовательность букв

Ы Р Е У С Т Е В Ь Т А Б Е В К П. Восстановите магический квадрат и исходное сообщение.

Решение:

Сначала восстановим магический квадрат. Сумма чисел во всех клетках квадрата равна

$$1 + 2 + ... + 16 = 16 \cdot 17 / 2 = 136,$$

значит, в каждом столбце (а также в строке, на диагонали) сумма чисел составляет 136:4=34. Попытаемся построить магические квадраты с суммой на линии, равной 34, и единицей в правом нижнем углу. Имеется несколько таких квадратов.

12	2	5	15
7	13	10	4
9	3	8	14
6	16	11	1

4	10	7	13
5	15	2	12
9	3	14	8
16	6	11	1

10	5	11	8
6	9	7	12
3	4	14	13
15	16	2	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Расставляя буквы в соответствии с условием, только в одном случае, отвечающем четвертому квадрату, получаем читаемый текст: ПЕРЕСТАВЬТЕ БУКВЫ.

4. Самостоятельная работа.

Задача 1.

Впиши в пустые прямоугольники недостающие числа от 1 до 16 так, чтобы в сумме по всем столбикам и строкам и обеим диагоналям получилось число 34.

			5
	13	3	
		6	9
	1		

Ответ

11	8	10	5
2	13	3	16
7	12	6	9
14	1	15	4

Задача 2.

В свободные клетки квадрата впишите числа 23, 41, 47, 65 и 71 так, чтобы по всем строкам, и двум диагоналям в сумме получалось одно и то же число.

35		17

		59
	11	

Ответ:

35	71	17
23	41	59
65	11	47

*Задача 3.*Ребус на сложение

Б + Б Е Е Е = М У У У

Решение: Так как при сложении данных чисел цифра Е в разряде десятков поменялась на цифру У, то суммой однозначных чисел Б и Е является двузначное число, начинающееся с единицы. Так как помимо увеличения на единицу цифры в разряде десятков также изменилась и цифра в разряде сотен, то Е = 9, Б = 1, У = 0.

Ответ: 1 + 1999 = 2000.

Задача 4. Решите ребус.

КОШКА
\+ КОШКА
КОШКА
СОБАКА

Решение: Обратив внимание на то, что последние две буквы (цифры) слагаемых и суммы одинаковы, постараемся их расшифровать. Понятно, что одна из этих букв (или А, или К) означает 0, а другая-5. Может ли А = 5, чтобы К = 0? Остальные буквы, рассматриваемые справа налево, расшифровываются в зависимости от этих двух.

Сумма трёх А оканчивается на А, поэтому А= 0 или а = 5. Но, если А = 5, тогда (К + К + К + 1) не может оканчиваться на К. Следовательно А = 0, К = 5. Так как (Ш + Ш + Ш + 1) оканчивается на А = 0, то Ш = 3. Так как К + К + К = 15, то С = 1. Имеем

5*350	56350		57350
+ 5*350	+ 56350		+ 57350
5*350	56350	или	57350
1**050	169050		172050

5. Подведение итогов.

Что мы сегодня с вами изучали? Вам было интересно? Расскажите, что вам больше всего понравилось?

Конспект занятия 4 по теме:
«Приёмы быстрого устного счета»

Основная цель: побуждение и развитие устойчивого интереса учащихся к предмету; выработать у учащихся навыки самостоятельного получения знаний; научиться нестандартным способам умножения.

Планируемые результаты:

предметные: научится приёмам быстрого и устного счета; использовать приёмы, рационализирующие вычисления, приобрести привычку контролировать вычисления, выбирая подходящий для ситуации способ.

метапредметные: развитие познавательного интереса к предмету, любознательности, смекалки, расширение кругозора; умение ориентироваться в потоке различной информации; умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности ее решения; умений и навыков логико-математической подготовки, изобретательности и сообразительности ученика.

личностные: формирование важного качества, как осознание собственных действий, самоконтроль, возможность дать отчет в выполняемых шагах при решении задач любой трудности.

Этапы занятия:

1.Организационный момент (2 мин)

2. Теоретическая часть с решением практических заданий (25 мин)

3. Самостоятельная работа (соревнование) (10 мин)

4. Проектная деятельность (40 мин)

5. Подведение итогов. (5 мин)

Ход занятия

1. Организационный момент

Здравствуйте, ребята! Сегодня мы с вами познакомимся с увлекательной темой: «Нестандартные способы умножения».

2. Теоретическая часть с решением практических заданий

1) Экскурс в историю с приведением примера

(Слайд 3-4, Приложение 5)

2) **Счет «на автомате»** (Рассмотрение алгоритмов: вычитание 7,8,9; Умножение на 2; Деление на 2; Деление и умножение на 4 и 8; Умножение и деление на 5; Умножение на 25; Умножение на 1.5; Умножение на однозначные числа; Определение диапазонов; Деление 1000 на 2,4,8,16; Умножение на 11; Умножение на число 111, 1111 и т. д., зная правила умножения двузначного числа на число 11) (Слайд 5-19, Приложение 5)

Вот основные алгоритмы, которые нужно знать, помнить и применять мгновенно, автоматически:

Примечание. Эти закономерности являются ключевыми для счета в уме. Если какая-то из них вызывает у вас трудность – потренируйтесь, так как дальнейшие алгоритмы потребуют быстрого совершения описанных выше арифметических операций.

3. Самостоятельная работа (соревнование)

Соревнования на скорость вычислений с помощью рассмотренных приёмов. (Карточки, Приложение 6)

4.Проектная деятельность

Выступление обучающихся с докладами по темам:

Умножение на пальцах

Умножение на 9

Таблица Оконешникова

Русско-крестьянский способ умножения

Способ умножения «Метод решетки»

Китайский способ умножения

5.Подведение итогов.

Молодцы! Выступления были отличные. Что нового вы узнали? Теперь вы сможете устно считать, пользуясь приемами, которые мы изучили?

Модуль 2.«Делимость целых чисел» (7-8 класс)

Конспект занятия 5 по теме:

«Делимость целых чисел. Основные свойства»

*Основная цель:*расширить математические представления обучающихся о свойствах целых чисел – представление о понятии «делимость»; основные свойства и признаки делимости целых чисел; формирование у обучающихся опыта решения задач на делимость.

Планируемые результаты:

Предметные: знание определения делимости чисел, основных свойств и признаков делимости целых чисел; умение решать задачи на делимость.

Метапредметные: умение анализировать и обобщать изучаемые факты; умение строить логические рассуждения и делать обоснованные выводы и умозаключения.

Личностные: способность к самооценке на основе критерия успешности учебной деятельности, мотивация учебной деятельности.

Этапы занятия:

1. Организационный момент. (5 мин.)
2. Актуализация опорных знаний и постановка цели занятия.(15 мин.)
3. Теоретическая часть с практическими заданиями.(30 мин.)
4. Самостоятельная работа.(30 мин.)
5. Подведение итогов занятия.(10 мин.)

Ход занятия

1.Организационный момент (подготовка к групповой работе)

Приветствие. Сообщение темы и примерного плана занятия. Организация групповой работы обучающихся: с помощью жеребьевки делятся на 3 группы.

2. Актуализация опорных знаний и постановка цели занятия

Разгадаем кроссворд (Приложение 7. Слайд 1)

1. Число, которое делят на данное число (делимое).
2. Произведение одинаковых множителей. (степень)
3. Представление числа в виде произведения простых множителей. (разложение)
4. Правило, позволяющее определить, делится ли число без остатка на другое, не выполняя самого деления. (признак)
5. Натуральное число, на которое делится данное число без остатка.(делитель)
6. Число, не относящееся ни к простым, ни к составным. (единица)
7. Натуральное число, имеющее только два делителя: единицу и само это число.(простое)
8. Наименьшее простое число. (два)
9. Результат деления.(частное)
10. Число, нацело делящееся на любое другое число.(ноль)
11. Натуральное число, которое делится на данное число без остатка.

(кратное)

12. Что остается от деления одного числа на другое, если оно не делится на это число? (остаток)

13. Натуральное число, имеющее более двух делителей. (составное)

С каким действием связано большинство понятий в кроссворде? Как вы думаете, в какой области мы будем сегодня расширять свои знания?

Сегодня мы рассмотрим понятие «делимость», основные свойства делимости и применим эти знания при решении задач.

3. Теоретическая часть с практическими заданиями

1) Рассмотрим определение понятия «делимость». (Приложение 7. Слайд 2)

2) Рассмотрим основные свойства делимости:

а) 1 свойство – делимость произведения. Разберём задачу (Приложение 7. Слайд 3):делится ли число 555 на 37?

т.к. 37 * 15 = 555 (по определению «делимости»), тогда

369 * 555 = 369 *(15 * 37) = (369 * 15) *37,

т.е. число 369 * 555 делится на 37

Попробуйте сформулировать первое свойство. Обсуждаем по группам в течение двух минут, выбираем выступающего, выслушиваем по одной формулировке от каждой группы. Сверяем высказывания с эталоном. (Приложение 7.Слайд 4)

б) Рассмотрим 2 свойство (Приложение 7.Слайд 5). На его основе выполним упражнение. Каждая группа получила карточки №1 (Приложение 8), на которых записаны произведения, не выполняя вычислений, выберите из них те, которые делятся на 5. Объясните, почему выбранные вами произведения будут делиться на 5? (по очереди каждая группа). Свойство 2 позволяет сделать два вывода (Приложение 7.Слайд 6): 1) Если число a делится на число b, то число a делится на каждый делитель числа b; 2) Если число a не делится хотя бы на один делитель числа b, то число a не делится на число b. Используя эти выводы, каждая группа должна закончить следующие высказывания на карточках №2 (Приложение 8):

1) Если число 612 делится на 12, то оно

……………………………………………

(делится на каждый делитель этого числа: 1; 2; 3; 4; 6; 12).

2) Если число 725 не делится на 3, то оно …………………………………….

(не будет делиться ни на одно число, кратное 3: 6; 9; 12; 15; 18; 21 и т.д.)

3) Если число 832 делится на 16, то оно……………………………………….

(делится на каждый из делителей этого числа: 1, 2, 4, 8, 16)

в) На вопрос, как разделить произведение на число, отвечает следующее правило – правило деления произведения на число. (Приложение 7.Слайд 7). Рассмотрим примеры (Приложение 7.Слайд 7) и выполним упражнение по группам на карточках № 3 с последующим объяснением у доски. Каждая группа объясняет по 2 случая (Приложение 8).

г) Следующее свойство – делимость суммы и разности нескольких чисел. Рассмотрим задачи (Приложение 7.Слайд 8). Приведенные решения позволяют сделать несколько выводов (Приложение 7.Слайд 9-11):

СВОЙСТВО I (признак делимости суммы). Если каждое слагаемое суммы делится на заданное число, то и вся сумма делится на это число.

СВОЙСТВО II (признак делимости разности). Если и уменьшаемое, и вычитаемое делятся на заданное число, то и разность делится на это число.

ПРАВИЛО ДЕЛЕНИЯ СУММЫ НА ЧИСЛО**.** Чтобы сумму двух или нескольких слагаемых разделить на заданное число, можно разделить на это число каждое слагаемое и полученные результаты сложить.

ПРАВИЛО ДЕЛЕНИЯ РАЗНОСТИ НА ЧИСЛО. Чтобы разность разделить на заданное число, нужно на это число разделить и уменьшаемое, и вычитаемое и из первого произведения вычесть второе.

ЗАМЕЧАНИЕ.Если более одного слагаемого суммы не делятся на заданное число, то сумма может делиться и не делиться на это число.

Выполним упражнения на карточках № 4 по группам с последующим объяснением (Приложение 8).

4.Самостоятельная работа

Задание 1. Используя свойства делимости и данные о делимости на число ***к***каждого слагаемого, определите, делится ли на ***к*** сумма или произведение. Рассмотрите таблицу и заполните 4 и 5 столбцы таблицы, где «д» - число делится на ***к***, «н» - число не делитсяна ***к***. Придумай по два примера на каждое свойство делимости.

Решение.

1 число	2 число	3 число	Сумма	Произведение	Примеры
д	д	д	д	д	
н	д	д	н	д	
д	н	д	н	д	
д	д	н	н	д	
н	н	д	Может делиться, может не делиться	д	
н	д	н	Может делиться, может не делиться	д	
д	н	н	Может делиться, может не делиться	д	
н	н	н	Может делиться, может не делиться	н	

Задание 2. Укажите, какие из следующих утверждений ложные.

А) Если слагаемые не делятся на какое-то число, то и сумма не делится на это число.

Б) Если произведение двух чисел делится на какое-либо число, то хотя бы один из множителей делится на это число.

В) Если множители не делятся на какое-нибудь число, то и произведение не делится на это число.

Г) Если разность делится на какое-нибудь число, то и уменьшаемое, и вычитаемое делится на это число.

Решение.

А) Ложное. Пример: 7+3 = 10; 7 и 3 не делятся на 5, а 10 делится на 5.

Б) Ложное. Пример: 6 · 10 = 60; 60 делится на 15, а ни 6, ни 10 не делятся.

В) Ложное. Пример: 6 · 10 = 60; ни 6, ни 10 не делятся на 15, а 60 делится на 15.

Г) Ложное. Пример: 23 - 21 = 2. Разность 2 делится на 2, а 23 и 21 на 2 не делятся.

5.Подведение итогов занятия. Рефлексия.

Что нового вы узнали на занятии?

Какие знания, полученные на уроке, считаете полезными для себя?

Где вы можете применить полученные знания?

За что бы вы себя похвалили?

Конспект занятия 6 по теме:
«Признаки делимости чисел»

Основная цель: Систематизация, обобщение и проверка знаний по теме «Признаки делимости чисел».

Планируемые результаты:

Предметные: вспомнить признаки делимости на 2, 5, 10, 3, 9. Рассмотреть признаки делимости на 4, 6, 7, уметь применять признаки для решения задач;

Метапредметные: умение анализировать и обобщать изучаемые факты; умение строить логические рассуждения и делать обоснованные выводы и умозаключения.

Личностные: способность к самооценке, мотивация учебной деятельности.

Этапы занятия:

1. Организационный момент. (5 мин.)
2. Постановка цели занятия. (15 мин.)
3. Актуализация опорных знаний. (20 мин.)
4. Теоретический материал. (20 мин.)
5. Самостоятельная работа. (25 мин.)
6. Подведение итогов занятия. (5 мин.)

Ход занятия

1.Организационный момент.

Приветствие. Разделение обучающихся на 3 группы, для того чтобы ученики взаимодействовали между собой для систематизации знаний по темам.

2. Постановка цели занятия.

Занятие я хочу начать с одной восточной притчи. (Приложение 9. Слайд 1-2)

Скажите, зачем мудрец дал братьям ещё одного верблюда? (чтобы они могли их разделить пополам, на 4 и на 5. 20:2=10, 20:4=5, 20:5=4). Как вы думаете, какое математическое знание помогло мудрецу решить эту жизненную задачу? Какая тема будет нашего занятия? (признаки делимости) Да, тема нашего занятия это – признаки делимости.

Ещё ему помогло умение логически мыслить и рассуждать. Изучая математику, мы тоже учимся мыслить и рассуждать, проводить доказательства, осуществлять цепочки логических выводов. Достигать это можно путём систематизированного использования арифметических упражнений и сегодня мы рассмотрим задания из ОГЭ, связанные с признаками делимости на 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9.

3.Актуализация опорных знаний.

Как, не выполняя деление, определить, делится ли данное число на 10? На2? на 5? В каждом случае приведите примеры чисел, делящихся и не делящихся на указанное число?

Что общего в признаках делимости на 2, на 5?

Чем отличаются числа, делящиеся на 2 от чисел, делящихся на 5? (Приложение 9. Слайд 3)

Выполните задания (Приложение 9. Слайд 4):

Как по записи натурального числа узнать, делится ли оно на 3 (на 9) или нет? (Приложение9. Слайд 5):

Выполните задания (Приложение9. Слайд 6)

Какими способами можно выяснить делимость числа *a* на число*b* ? (разделить число а на число b; вспомнить признак делимости).

4.**Теоретическая часть**

Для выяснения делимости, прямое деление числа а на число b достаточно долгий способ, поэтому есть более экономные способы выяснения делимости – признаки делимости.

Французский математик Блез Паскаль вывел общий признак делимости: натуральное число *a* разделится на другое натуральное число *b* только в том случае, если сумма произведений цифр числа *a* на соответствующие остатки, получаемые при делении разрядных единиц на число *b*, делится на это число. Рассмотрим признак подробнее (Приложение 9. Слайд 7)

Пусть abcd есть натуральное число записываемое в десятичной системе счисления, где d— единицы, c — десятки и т. д.

Пусть n — произвольное натуральное число, на которое мы хотим делить и выводить признак делимости на него. abcd : n

Находим ряд остатков по следующей схеме:

k — остаток от деления 10 на n

r — остаток от деления $10 \cdot k$ на n

s — остаток от деления $10 \cdot r$ на n и так далее.

Так как остатков конечное число, то этот процесс зациклится (не позже, чем через n шагов) и дальше можно его не продолжать. Тогда заданное число имеет тот же остаток от деления на n , что и число $d+k \cdot c+d \cdot r+a \cdot s+\ldots$

Теперь рассмотрим на конкретном примере Делится ли число 849756 на 7? (Приложение 9. Слайд 8 – 9)

Используя принцип Паскаля, выполните задания по группам на карточке 1. (Приложение 10**)** После выполнения определите выступающих от каждой группы.

Рассмотрим уже существующие признаки делимости на 4, 6, 7.

Число делится на 4, когда две последние цифры нули или составляют число, делящееся на 4 (Приложение 9. Слайд 10).

Например, 14676 — последние цифры 76, и число 76 делится на 4: 76:4=19.

Двузначное число делится на 4 тогда и только тогда, когда удвоенная цифра в разряде десятков, сложенная с цифрой в разряде единиц, делится на 4. Например, число 42 не делится на 4, так как $4 \times 2+2=10$, 10 не делится на 4.

Ещё используем тот факт, что $4 = 2 \times 2$, т.е. разделить на 4 - то же самое, что два раза подряд разделить на 2. Поэтому, во-первых, двузначное число должно быть четным, а, во-вторых, его легко разделить на 2 и посмотреть является ли результат также четным числом. Рассмотрим пример (Приложение 9. Слайд 11)

Признак делимости на 6 обычно не формулируется как теорема. Так как $6=2 \times 3$, то используются последовательно признаки делимости на 2 и на 3. Таким образом, на 6 делятся чётные числа, сумма цифр которых делится на 3. Например: 629 - не делится на 6, нечётное.
692 - не делится на 6, чётное, но 6+9+2=17 не делится на 3.
792 - делится на 6, чётное и 7+9+2=18 делится на 3. (Приложение 6. Слайд 12)

Признаки делимости на 7 (Приложение 9. Слайд 13).

Берём последнюю цифру числа, удваиваем её и вычитаем из числа, которое осталось без этой последней цифры. Если разность делится на 7, значит, всё число делится на 7. Это действие можно продолжать сколь угодно много раз до того момента, пока не станет понятно: делится или нет число на 7.

Например: 2919.

1-й шаг. Берём 9, умножаем её на 2 и производим вычитание: 291-18=273.

2-й шаг. 273. Берём 3, умножаем её на 2 и производим вычитание: 27-6 = 21. Делится на 7. Значит, всё число 2919 делится на 7.

5. Самостоятельная работа. (Приложение 11)

Задача № 1.

Решение. 3543+500= 4043, но 4043 не делится на 3.

Задача № 2.

Решение:

а) нет, число должно оканчиваться на "0"

б) да, четвёрка на конце

в) нет, так как кратность пяти требует пятёрки или нуля на конце

г) да, с 3 на конце

Задача № 3

Нетрудно сообразить, что все друзья могли встретиться только через такое число дней и на 2, и на 3, и на 4, и на 5, и на 6, и на 7. Наименьшее из таких чисел – 420. Следовательно, друзья оказывались вместе раз в 420 дней.

Ответ: 1 раз в 420 дней.

Задача № 4

Пусть число имеет вид x, y, z . Тогда условие записывается так: $\begin{cases} 0 \leq x, y, z \leq 9, \\ x + y + z = x \cdot y \cdot z. \end{cases}$. Можно заметить, что если $x, y, z \geq 2$, то равенство никогда не выполняется. Когда есть хотя бы две единицы, оно так же не выполняется. Значит, среди данных чисел может быть лишь одна единица. Тогда другие две цифры — 2 и 3. Из этого набора можно составить только два числа, которые делятся на 4: 132 и 312.

Ответ: 132

Задача № 5

Пусть наше число имеет вид $3yz$. Если $z < 7$, тогда, прибавляя 3, получим, что в новом числе сумма цифр изменится на 3 по сравнению с суммой цифр в исходном числе, и тогда эти оба числа не смогут делиться на 6. Значит, $z \geq 7$. Рассмотрим два случая.

1) $y = 9$: $39z$ перейдёт в $40(z - 7)$, сумма цифр изменится на 15.

2) $y < 9$: $3yz$ перейдёт в $3(y + 1)(z - 7)$, сумма цифр изменится на 6.

Во втором случае сумма цифр будет отличаться на 6, то есть также будет делиться на 6. Таким образом, искомые числа: 369, 378, 387.

Ответ: 369

5.Подведение итогов занятия. Рефлексия. (Приложение 9. Слайд 14)

Что вам было непонятно сегодня на занятии?

Какие знания, полученные на уроке, понадобятся тебе в будущем?

Где ты применишь полученные знания?

За что бы ты себя похвалил на уроке?

Конспект занятия 7 по теме: «НОД и НОК»

Основная цель: систематизировать знания об НОК и НОД, отработать навыки нахождения наименьшего общего кратного, наибольшего общего делителя.

Планируемые результаты:

Предметные: знание определения наименьшего общего кратного, наибольшего общего делителя, их основных свойств; умение решать задачи на их нахождение.

Метапредметные: умение анализировать и обобщать изучаемые факты.

Личностные: способность к самооценке, мотивация к учебной деятельности.

Этапы занятия:

1. Организационный момент.(2 мин.)
2. Актуализация опорных знаний и постановка цели занятия.(25 мин.)
3. Теоретическая часть с решением заданий (35 мин.)
4. Решение задач. (20 мин.)
5. Подведение итогов занятия.(8 мин.)

Ход занятия.

1.Организационный момент. Приветствие. Сообщение темы и примерного плана занятия. (Приложение 12. Слайд 1)

2.Актуализация опорных знаний и постановка цели занятия.

Сегодня мы с вами обобщим полученные знания по этим темам. Выделим основные свойства и применим полученные знания при решении задач.

Давайте вспомним, что же называется наибольшим общим делителем? (Наибольшим общим делителем целых чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$ называется такой их общий натуральный делитель, который делится на любой их общих делитель) Помимо этого определения, существует и второе. Как обозначается НОД? (Приложение 12. Слайд 2) Приведем пример:

(16, 30, 12)=2; (21, 15, 48)=3

Сформулируем правило: НОД двух целых положительных чисел a и bравен произведению всех общих простых множителей, находящихся в разложениях чисел a и b на простые множители.

Какие свойства наибольшего общего делителя вы помните?

1. Если a⋮b, то (a, b) = $|b|$
2. НОД двух чисел линейно выражается через эти числа. То есть если (a, b) = d, то существуют u, v ϵ Z, что d=au+bv

Решим пример:a=1173, b=323; a= $3 \cdot b+r_1$, $r_1=204$; $b=1 \cdot r_1+r_2$, $r_2=119$; $r_1=r_2+r_3$, $r_3=85$; $r_2=r_3+r_4$, $r_4=34$; $r_3=2 \cdot r_4+r_5$, $r_5=17$; $r_4=2 \cdot r_5$. Итак, (a, b)=d=17. Выразим его линейно через a и b. Из первого равенства $r_1=a-3b$. Подставив в равенство для b, находим $r_2=b-r_1=-a+4b$. Далее: $r_3=r_1-r_2=2a-7b$; $r_4=r_2-r_3=-3a+11b$; $d=r_5=r_3-2r_4=8a-29b$

Существуют ещё несколько свойств. (Приложение 12. Слайд 3-5)

С НОД разобрались, а что называется наименьшим общим кратным (НОК)? (Наименьшим общим кратным целых чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$ называется такое их общее натуральное кратное m, которое делит любое их общее кратное) Как обозначается наименьшее общее кратное? Приведем пример: [16, 30, 12]=16·5·3=240; [21, 15, 48]=48·5·7

Какие свойства НОК можно выделить? (Приложение 12. Слайд 6 – 7)

3.Теоретическая часть с решением заданий. Предлагаю рассмотреть несколько алгоритмов вычисления НОД и НОК.

а) Описание алгоритма нахождения НОД вычитанием: Из большего числа вычитаем меньшее. Если получается 0, то значит, что числа равны друг другу и являются НОД (следует выйти из цикла). Если результат вычитания не равен 0, то большее число заменяем на результат вычитания. Переходим к пункту 1.

Пример: Найти НОД для 30 и 18.30 -18 = 1218 -12 = 612 -6 = 66 –6 = 0 Конец: НОД –это уменьшаемое или вычитаемое. НОД (30, 18) = 6

б) Описание алгоритма нахождения НОД делением: Большее число делим на меньшее. Если делится без остатка, то меньшее число и есть НОД (следует выйти из цикла). Если есть остаток, то большее число заменяем на остаток от деления. Переходим к пункту 1.

Пример. Пусть требуется найти НОД(102;84). Разделим одно число на другое и определим остаток.102=84*1+18 0 <18<84

Теперь проделаем такую же операцию для чисел 84 и 18:84=18*4+ 12 0 <12<18Следующий шаг-для 18 и 12:18=12*1+6 0 <6<12

Теперь - для 12 и 6:12=6*2+0 0-остаток. Процесс закончился. (Приложение 7. Слайд 8 – 9) Данный алгоритм достаточно легок в вычислении.

в) Алгоритм нахождения НОК путем разложения на простые множители.

Вычислить НОК(75;60)

Первый способ: Разложить числа на простые множители

75	3	60	2
25	5	30	2
5	5	15	3
1		5	5
		1	

Выписать множители, входящие в разложение одного из чисел:75=3·5·5, 60=2·2·3·5.Добавить к ним недостающие множители из разложения другого числа; НОК(75;60)=2·2·3·5·5 = 60·5 Найти произведение получившихся множителей. НОК(75;60)=300

Второй способ: Найти все общие множители в обоих разложениях, затем вычеркнуть их в одном из разложений. 75=~~3·5~~·5, 60=2·2·3·5

Перемножить все не зачеркнутые числа из обоих разложений. НОК(75;60)= 5·2·2·3·5=300

Если в разложении чисел нет одинаковых множителей, то их НОК будет равен их произведению (вычеркивать на шаге No2 будет нечего).Если числа равны, то их НОК будет равен им самим. (Приложение 12. Слайд 10)

Сравнивая два способа нахождения НОК можно сделать вывод, что выгоднее применять способ разложения на множители, т.к. можно сразу выявить дополнительные множители.

4.Решение задач. Рассмотрим задачу 1: Валя и Вера покупают одинаковые почтовые наборы. Каждый набор состоит из открытки с конвертом. Валя уплатит за наборы 65 руб., а Вера -на 26 руб. больше. Сколько стоит один набор? Сколько наборов купила Валя? А Вера?

Решение: Найдем сколько потратила Вера 65+26=91 (руб.) Найдем сколько стоит один набор, для этого вычислим НОД (65, 91)

Начальные данные: 65 и 91 $\qquad$ $91= 65\cdot1+26$

65 и 26 $\qquad$ $65=26\cdot2+13$

13 и 26 $\qquad$ $26= 13\cdot2+0$

НОД (65, 91) =13, следовательно стоимость одного набора равна 13 рублей и Валя смогла купить 5 наборов, а Вера –7 наборов.

Ответ: 13 наборов, 5шт.,7шт.. (Приложение 12. Слайд 11)

Задача 2. Олины родители работают водителями трамваев: мама на 2-м маршруте, папа на 5-м. Один рейс 2-го маршрута длится 48 мин, а 5-го 72 мин. У этих маршрутов есть общая конечная станция. Вскоре после начала работы папин и мамин вагоны подошли к ней одновременно. Через какое время они снова встретятся на этой станции?

*Решение:*Найдем через сколько минут вагоны окажутся на конечной станции, для этого вычислим НОК (48, 72)

$$\begin{array}{r|l} 48 & \underline{2} \\ 24 & \underline{2} \\ 12 & \underline{2} \\ 6 & 2 \\ 3 & \underline{3} \\ 1 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 72 & \underline{2} \\ 36 & \underline{2} \\ 18 & \underline{2} \\ 9 & 3 \\ 3 & \underline{3} \\ 1 & \end{array}$$

НОК (48,72) = $72\cdot2=144$, следовательно через 144 минуты, т.е. через 2 часа 24 минуты.

Ответ: 2 часа 24 минуты. (Приложение 12. Слайд 12)

5.Подведение итогов занятия. Подведем итог, что называется НОД и НОК? Какие алгоритмы нахождения НОД и НОК мы знаем? Какой способ их нахождения вам больше понравился?

Конспект занятия 8 по теме:

«Задачи на делимость»

Основная цель: рассмотреть решение задач практического содержания по теме «Делимость целых чисел»; научить решать задачи практического содержания по данной теме.

Планируемые результаты:

предметные: применение практических знаний в решении нестандартных задач на элементы теории делимости чисел.

метапредметные: развивать познавательный интерес к нестандартным задачам, содержание которых выходит за пределы учебника; формирование умений формулировать для себя новые задачи в учёбе и познавательной деятельности, соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результатов.

личностные: формирование представления о математической науке как о сфере математической деятельности; ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию; выработать настойчивость, сообразительность, критичность мышления, инициативу, находчивость, активность при решении математических задач.

Этапы занятия:

1. Организационный момент (2 мин)
2. Практикум по разбору задач на делимость чисел. (30 мин)
3. Задачи для самостоятельного решения. (30 мин)
4. Подведение итогов. (5 мин)

Ход занятия

1. Организационный момент.

Здравствуйте, ребята! Сегодня на уроке мы будем решать задачи с практическим содержанием по теме «Делимость целых чисел».

Определение. Говорят, что число a делится на число b (или a кратно b), если найдётся такое целое число q,что $a = b \cdot q$. Обозначение: $a \vdots b$.

Наглядная интрепретация: если а монет можно разложить на b одинаковых стопок, то а кратно b. Другая интерпретация: если а монет можно разложить на несколько кучек по b монет в каждой, то а кратно b. Из нее следует, что на пары разбивается только чётное число.

Заметим, что если $a \vdots b$, то $a \vdots (-b)$ (докажите!). Поэтому, если не оговорено противное, мы будем искать только *положительные делители* чисел.

2. Практикум по разбору задач на делимость чисел

Рассмотрение задач на делимость чисел (Слайд 3-12, Приложение 13)

3. Задачи для самостоятельного решения

Задача 1.7. В каком случае два числа a и b таковы, что a делится на b и b делится на a? (Ответ: При условии, что a = b, при чем a ≠0; b≠0.)

Задача 1.8. а) Верно ли, что если $a \vdots m$ и $b \vdots n$, то $ab \vdots mn$? б) Верно ли, что если $a \vdots b$ и $b \vdots c$, то $a \vdots c$? (Ответ: а) Верно: так как a = lm, a b = kn, то ab = = (kl)(mn), то есть по определению делится на mn. б) Верно: так как a = kb, b = lc, то a = (kl)c, то есть по определению a делится на c.)

Задача 1.9. В Тройном королевстве имеют хождение только монеты по 9 и по 15 золотых. Докажите, что такими монетами нельзя набрать сумму в 50 золотых. (Ответ: Заметим, что 9 и 15 делятся на 3, поэтому любая сумма, набранная такими монетами, также делится на 3. Однако 50 не делится на 3)

Задача 1.10. а) Маша показывает такой фокус: ей называют любое трёхзначное число, она приписывает к нему такое же, а потом в уме за секунду делит получившееся шестизначное число на 1001. Как она это делает? б) Саша заметила, что все шестизначные числа Маши делятся на 7. Почему? На какие ещё числа они делятся? (Ответ: а) Заметим, что abcabc = 1001abc. Поэтому частное просто равно исходному числу. б) 1001 = abcabc, поэтому числа вида abcabc делятся на 7, на 11, на 13 и на их попарные произведения.)

Задача 1.11. В некотором государстве была тюрьма, в каждой из ста камер которой сидело по одному заключённому. Камеры были пронумерованы числами от 1 до100, а замки в них были устроены так, что при одном повороте ключа дверь открывалась, при следующем повороте — закрывалась и т. д. Царь в то время воевал с соседним государством, и в какой-то момент ему показалось, что он побеждает. На радостях царь послал гонца с указанием отпереть все камеры, но затем ход военных действий изменился, и царь послал другого гонца вдогонку первому, наказав ему повернуть ключ в замке в каждой второй камере; затем был послан следующий гонец, чтобы повернуть ключ в замке у каждой третьей камеры, и т. д. Таким образом 100 гонцов прибывали в тюрьму один за другим и последовательно поворачивали замки в камерах. Сколько узников в итоге вышло на свободу и из каких камер? (Ответ: Заметим, что на свободу вышли узники из тех и только тех камер, в которых ключ повернули нечётное количество раз, то есть номера которых имеют нечётное количество делителей. По задаче 1.5 это квадраты, то есть искомые номера: 1, 4, 9, 16,..., 100. Всего их десять.)

4. Подведение итогов

Что нового вы узнали на уроке? Проведем рефлексию (Слайд 13, Приложение 13)

Модуль 3. «Теория остатков» (9класс)
Конспект занятия 9 по теме:
«Деление с остатком и алгоритм Евклида»

Основная цель: побуждение и развитие устойчивого интереса учащихся к предмету; изучить особенности деления с остатком, нахождение наибольшего общего делителя двух натуральных чисел, возможности упрощения вычислений наибольшего общего делителя в алгоритме Евклида;

закрепить навыки выполнения деления с остатком; закрепить понятие о связи между компонентами действия деления с остатком; стимулировать учащихся к получению новых знаний.

Планируемые результаты:

предметные: углубить и закрепить навыки выполнения деления с остатком; изучить особенности деления с остатком, нахождение наибольшего общего делителя двух натуральных чисел, возможности упрощения вычислений наибольшего общего делителя в алгоритме Евклида;закрепить навыки выполнения деления с остатком; использовать приёмы, рационализирующие вычисления; приобрести привычку контролировать вычисления, выбирая подходящий для ситуации способ.

метапредметные: формирование умений формулировать для себя новые задачи в учёбе и познавательной деятельности, соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результатов.

личностные: формирование представления о математической науке как о сфере математической деятельности; ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию; выработать настойчивость, сообразительность, критичность мышления, инициативу, находчивость, активность при решении математических задач.

Этапы занятия:

1.Постановка цели занятия.

2. Теоретическая часть с решением практических заданий

3. Проект «Исследуем последнюю цифру степени».

4. Самостоятельная работа

5. Подведение итогов.

Ход занятий

1. Постановка цели занятия.

Основную роль во всей арифметике целых чисел играет теорема о делении с остатком. В предлагаемом курсе мы с вами рассмотрим особенности деления с остатком, нахождение наибольшего общего делителя двух натуральных чисел, возможности упрощения вычислений наибольшего общего делителя в алгоритме Евклида.

2. Теоретическая часть с решением практических заданий

Проведем небольшой опрос (вспомним материал, который изучался ранее):

- Дайте определение НОД и НОК.
- Перечислите правила нахождения НОД и НОК.
- Приведите примеры на нахождения НОД и НОК.

1) Формулировка определения «Деление с остатком», показать на конкретных примерах (Слайд 3-6, Приложение 14)

Деление с остатком — арифметическая операция, играющая большую роль в арифметике, теории чисел и алгебре. Чаще всего эта операция определяется для целых или натуральных чисел.

2) Рассмотреть основные свойства остатков, привести примеры (Слайд7 - 10, Приложение14)

Рассмотрим пары целых чисел m и n. Над этими парами разрешается выполнять следующие три операции:

1 операция – из пары (m,n) делает пару $(m+n,n)$.

2 операция – из пары (m,n) делает пару $(m-n,n)$.

3 операция – из пары (m,n) делает пару (n,m).

Вопрос: можно ли указанными операциями из пары (19,98) получить пару (5,11)?

После небольших проб вы, конечно, найдете решение. Например, предлагается правило, по которому с помощью этих действий из одной пары

$$(19,98)\xrightarrow{3}(98,19)\xrightarrow{2}(79,19)\xrightarrow{2}(60,19)\xrightarrow{2}(41,19)\xrightarrow{2}(22,19)\xrightarrow{2}$$

$$\xrightarrow{2}(3,19)\xrightarrow{3}(19,3)\xrightarrow{2}(16,3)\xrightarrow{2}(13,3)\xrightarrow{2}(10,3)\xrightarrow{2}(7,3)\xrightarrow{2}(4,3)$$

$$\xrightarrow{2}(1,3)\xrightarrow{3}(3,1)\xrightarrow{1}(4,1)\xrightarrow{1}(5,1)\xrightarrow{3}(1,5)\xrightarrow{1}(6,5)\xrightarrow{1}(11,5)\xrightarrow{3}(5,11)$$

целых чисел можно получить другую. А на самом деле он касается одной из фундаментальных проблем арифметики, ведущих свое начало от Евклида.

3) Алгоритм Евклида, показать на примере (Слайд 11-13,Приложение 14)

4) Экскурс в историю (Слайд 14-16, Приложение 14)

5) Решение заданий (Слайд 17-19, Приложение 14)

3. Проект «Исследуем последнюю цифру степени».

1) Правило умножения двух целых чисел, для нахождения последней цифры произведения, примеры (Слайд 20-23, Приложение 14)

4. Задания для самостоятельной работы

1.Можно ли выписать в строчку натуральные числа от 1 до 100 так, чтобы разность каждых двух соседних (из большего вычитают меньшее) была не меньше 50?

2.Найти наибольший общий делитель чисел 16484 и 42282 с помощью алгоритма Евклида.

3.Сколько целых точек лежит на отрезке, соединяющем точки (0; 0) и (–56; 72)?

4.Какой остаток (при каждом натуральном n) дает $n^2 + 1$ при делении на 4.

5.На столе лежат книги, которые надо упаковать. Если их связывать по 4, или по 5 или по 6 книг в пачку, то каждый раз остается одна лишняя книга, а если их связывать по7 книг в пачку, то лишних книг не останется. Какое самое меньшее количество книг может быть на столе?

5.Подведение итогов.

Прием рефлексии «Выбор» (Слайд 24, Приложение 14)

Конспект занятия 10 по теме: «Простые и взаимно-простые числа»

Основная цель: побуждение и развитие устойчивого интереса учащихся к предмету; закрепить понятие о простых и взаимно простых числах; стимулировать учащихся к получению новых знаний.

Планируемые результаты:

предметные: углубить и закрепить знания о простых и взаимно простых числах;использовать приёмы, рационализирующие вычисления; приобрести привычку контролировать вычисления, выбирая подходящий для ситуации способ.

метапредметные: формирование умений формулировать для себя новые задачи в учёбе и познавательной деятельности, соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результатов.

личностные: формирование представления о математической науке как о сфере математической деятельности; ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию; выработать настойчивость, сообразительность, критичность мышления, инициативу, находчивость, активность при решении математических задач.

Этапы занятия:

1.Постановка цели занятия. (4 мин)

2. Теоретическая часть с решением практических заданий (30мин)

3. Практическая работа «Исследуйте число 3599»(10 мин)

4. Упражнения для закрепления изученного материала.(40 мин)

5. Подведение итогов. (5 мин)

Ход занятия

1. Постановка цели занятия

Здравствуйте, ребята! Вы уже знаете о существование простых чисел, то есть чисел, делящихся только на единицу и на самого себя. Сегодня мы с вами вспомним определения составного числа и взаимно простого. Рассмотрим теоремы и их доказательства. А также научимся применять теоремы при решении практических заданий.

2. Теоретическая часть с решением практических заданий

Вспомнить определения «Простое» и «Составное» число; Показать на примере. (Слайд 3-9, Приложение 15)

Для небольшого натурального числа нетрудно определить, простое оно или составное. Но если взять число побольше (скажем 101 или 377), то с первого взгляда уже нелегко определить простое оно или составное. Возьмем для примера число 101.

Здесь число 2 подчеркнуто (мы производили пробу: не делится ли 101 на 2), а остальные четные числа вычеркнуты.

Первым оставшимся число является 11, затем 13,17 и ряд других чисел. Но испытывать, делится ли число 101 на 11,13,17 и т.д, не следует, эти пробы были бы лишними. И без того мы уже можем сказать, что число 101 является простым. В самом деле, если бы 101 делилось на 11, то результат деления обязательно был бы меньше, чем 11: ведь $11 \cdot 11$ – это уже 121.

1)Ввести теорему, лемму; Рассмотреть доказательство (Слайд 10-14, Приложение 15)

Прежде чем провести доказательство этой теоремы в общем случае, мы рассмотрим следующую лемму.

Рассмотрим доказательство.

3. **Практическая работа «Исследуйте число 3599»**

Задание: Исследуйте число 3599 и сделайте выводы.

1) Формулировка определения «Взаимно простые числа» (Слайд 15-16,Приложение 15)

2) Свойства взаимно простых чисел, рассмотрение примеров (Слайд 17-21, Приложение 15)

4. **Упражнения для закрепления изученного материала.**

- Определите, является ли число 353 простым.
- Какие числа, заключенных между 2320 и 2350 являются простыми.
- Какие остатки при делении на 6 может иметь простое число, большее, чем 3?
- Докажите, что если $a > 1$, то число $a^4 + 4$ составное.
- Докажите, что числа n и $n + 1$ взаимно просты.
- Докажите, что при любом нечетном n число $n^3 – n$ делится на 24.
- Докажите, что при любом целом а число $a^3(a^6 – 1)$ делится на 504.
- Найдите наименьшее натуральное число, делящееся на 7 и дающее в остатке 1 при делении на 2,3,4,5,6.
- Докажите, что если число $a^2 + b^2$ делится на 21, то оно делится и на 441.

5. **Подведение итогов (**Слайд 22**,** Приложение 15)

Конспект занятия 11 по теме:
«Диофантовы уравнения в целых числах»

Основная цель: побуждение и развитие устойчивого интереса учащихся к предмету; научить решать диофантовы уравнения с двумя неизвестными; научить решать текстовые задачи, описывающие реальные (практические) ситуации, математической моделью которых являются диофантовы уравнения или их системы; стимулировать учащихся к получению новых знаний.

Планируемые результаты:

предметные: научатся решать диофантовы уравнения с двумя неизвестными; научить решать текстовые задачи, описывающие реальные (практические) ситуации, математической моделью которых являются диофантовы уравнения или их системы; приобрести привычку контролировать вычисления, выбирая подходящий для ситуации способ.

метапредметные: развивать познавательный интерес к нестандартным и усложненным задачам, содержание которых выходит за пределы учебника; формирование умений формулировать для себя новые задачи в учёбе и познавательной деятельности, соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результатов.

личностные: формирование представления о математической науке как о сфере математической деятельности; ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию; выработать настойчивость, сообразительность, критичность мышления, инициативу, находчивость, активность при решении математических задач.

Этапы занятия:

1.Постановка цели занятия. (5 мин)

2. Теоретическая часть с решением практических заданий (15мин)

3. Решение задач (20 мин)

4. Самостоятельная работа (30 мин)

5. Подведение итогов. (5 мин)

Ход занятия

1. Постановка цели занятия

Задачи "диофантовой" арифметики решаются с помощью уравнений, а проблемы решения уравнений относятся скорее к алгебре, чем арифметике. Для чего мы изучаем эти уравнения? Дело в том, что задачи эти имеют специфические особенности. Но прежде чем говорить о них, рассмотрим вполне современную простенькую задачу.

2. Теоретическая часть с решением практических заданий

1) Рассмотрение примера (Слайд 3-4, Приложение 16)

2) Особенности диофантовых задач (Слайд 5, Приложение 16)

3) Несколько задач из «Арифметики» Диофанта (Слайд 6, Приложение 16)

Кстати сказать, сам Диофант находит рациональные решения своих задач. Вот несколько задач из его «Арифметики».

4) Немного истории о диофантовых задачах (Слайд 7,Приложение 16)

Наиболее изучены диофантовы уравнения первой и второй степени. Рассмотрим уравнения первой степени. Так как решение линейного уравнения с одним неизвестным не представляет интереса, то обратимся к уравнениям с двумя неизвестными.

3. Решение задач

1) Вспомнить материал: линейная форма НОД двух чисел; свойство взаимно простых чисел.

2) Разбор задачи методом решения с использованием алгоритма Евклида (Слайд 8-10, Приложение 16)

Разберем метод решения с использованием алгоритма Евклида.

3) Разбор задачи методом поиска частного решения и общей формулы решений (Слайд 11-17, Приложение 16)

Ответ сошелся. Если бы, мы решали абстрактное уравнение, то можно было бы на этом остановиться. Однако мы решаем задачу, а поскольку Тумба не мог заплести отрицательное число косичек, нам необходимо продолжать решение.

4. Самостоятельная работа

Карточки (Приложение 17)

5. Подведение итогов.

Понравились вам наши задачки? Проведем с вами рефлексию (Слайд 18, Приложение 16)

Конспект занятия 12 по теме: «Задачи ОГЭ по математике»

Основная цель: формирование у обучающихся опыта решения алгебраических задач ОГЭ по математике.

Планируемые результаты:

Предметные: представление об арифметической и геометрической прогрессии, об арифметических выражениях и неравенствах, текстовых задачах.

Метапредметные: умение анализировать и обобщать изучаемые факты; умение строить логические рассуждения и делать обоснованные выводы и умозаключения.

Личностные: способность к самооценке на основе критерия успешности учебной деятельности, мотивация учебной деятельности.

Этапы занятия:

6. Организационный момент. (10 мин)
7. Постановка цели занятия. (5 мин)
8. Актуализация опорных знаний. (30 мин)
9. Игра «Кто быстрее». (35 мин)
10. Подведение итогов занятия. (10 мин)

Ход занятия.

1.Организациооный момент. Приветствие. Разделение обучающихся на 3 группы, для того чтобы ученики взаимодействовали между собой для систематизации знаний по темам.

Сегодня мы с вами проведем урок в виде игры. Каждый из вас будет играть сам за себя, как и на предстоящем экзамене. Сейчас мы проведем опрос, за каждый правильный ответ получаете 1 балл.

- Какое количество времени отводиться на проведение экзамена? (245мин.)

- Сколько всего заданий в ОГЭ? (26)

- Из каких модулей состоит экзамен? (Алгебра, Геометрия, Реальная математика)

-Сколько баллов можно получить при правильном выполнении задания 1 части? (1балл)

-Какое количество баллов можно получить, выполнив правильно задание из 2 части? (2 балла)

- Назовите систему оценивания? (8б-14б –«3»; 15б- 21б – «4»; 22-32-«5») (Приложение 18. Слайды 1 - 2)

2. Постановка цели занятия. Итак, сегодня мы рассмотрим задания из ОГЭ 11. Арифметические и геометрические прогрессии.

21. Алгебраические выражения, уравнения, неравенства и их системы.

22. Текстовые задачи.

3.Актуализация опорных знаний. Для того чтобы продолжить работу нам нужно вспомнить определенные сведения. За каждый верный ответ вам так же присваивается по 1 баллу. Итак, что называется арифметической прогрессией, напишите формулу на доске? Что показывает число d ? Формулу $n -$ го члена? Значит, как находиться сумма первых членов арифметической прогрессии?

Что такое геометрическая прогрессия? Напишите формулу? Кто хочет вывести формулу $n -$ го члена прогрессии? Следовательно, формула суммы первых n членов прогрессии равна…?

Для того чтобы выполнить 21 задание 2 части, нам нужно знать как производить простейшие вычисления с десятичными дробями. Нужно вспомнить 5 класс. Что нужно сделать, чтобы перемножить дроби (запишите в буквенном виде)? Запишите в буквенном виде деление дробей?Вспомним основные правила действий с многочленами.Запишите распределительный закон, переместительный закон? А теперь вспомним, что называется рациональным неравенством? Как определяется модуль числа? Каков его геометрический смысл? Модуль произведения частного и степени? (Приложение 18. Слайды 3 – 6)

4.Игра «Кто быстрее». Каждой команде предоставляются карточки с 3 категориями : 11 задание оценивается в 1 балл, 21 задание и 22 задание в 2 балла. (Приложение 19). Командам нужно быстро и правильно выполнить задания с дальнейшим представлением всем обучающимся своих решений с комментированием. Производится проверка по эталону. (Приложение 18. Слайды 7 – 9)

5.Подведение итогов занятия. Рефлексия. Проводится самооценка работы на уроке каждой группы.

20 – 26 баллов – «5»

12 – 19 баллов –« 4»

6 – 11 баллов – «3»

Что вам было непонятно сегодня на занятии?

Какие знания, полученные на уроке, понадобятся тебе в будущем?

Где ты применишь полученные знания?

За что бы ты себя похвалил на уроке?

Модуль 4. «Арифметические приложения теории сравнений» (10–11 класс)

Конспект занятия 13 по теме «Числовые сравнения и их свойства»

Основная цель: побуждение и развитие устойчивого интереса учащихся к предмету; познакомить учащихся с теорией сравнений и их свойствами, с периодичностью остатков при возведении в степень; стимулировать учащихся к получению новых знаний.

Планируемые результаты:

предметные: расширить у учащихся представление о числе, изучить понятие (числового) сравнения по модулю, эквивалентность различных определений, основные свойства сравнений; приобрести привычку контролировать вычисления, выбирая подходящий для ситуации способ.

метапредметные: развивать познавательный интерес к нестандартным и усложненным задачам, содержание которых выходит за пределы учебника; формирование умений формулировать для себя новые задачи в учёбе и познавательной деятельности, соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результатов.

личностные: формирование представления о математической науке как о сфере математической деятельности; ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию; выработать настойчивость, сообразительность, критичность мышления, инициативу, находчивость, активность при решении математических задач.

Этапы занятия:

1.Постановка цели занятия. (5 мин)

2. Теоретическая часть с решением практических заданий (25 мин)

3. Решение задач (10 мин)

4. Теоретическая часть с решением практических заданий (25 мин)

5. Решение задач (15 мин)

6. Подведение итогов (5 мин)

Ход занятия

1. Постановка цели занятия.

Сегодня мы начинаем курс «Арифметические приложения теории сравнения». Знания теории сравнений открывают много возможностей, например, определять делимость чисел, а эти знания необходимы для решения задач повышенной сложности на ЕГЭ. Изучение данного курса начнем с определения сравнения по данному модулю.

2. Теоретическая часть с решением практических заданий

1) Формулировка определения «Сравнение по данному модулю» (Слайд 3-4, Приложение 20)

2) Теоремы о сравнениях с доказательством (Слайд 5-12, Приложение 20).Докажем несколько теорем о сравнениях.

3)Следствия из теорем (Слайд 13-14, Приложение 20)

4) Рассмотрение примеров (Слайд 15-18, Приложение 20)

3. Решение задач

1. Число aдает остатокr_1 при делении на m, а число b дает остаток r_2при делении на m. Можно ли утверждать, что число $a + b$дает остаток $r_1 + r_2$при делении на m, а число abдает остаток $r_1 \cdot r_2$ при делении на m? Как изменить формулировку, чтобы получилось верное утверждение?

2. Докажите, что ни при каком натуральном n число $3n - 1$ не является точным квадратом.

4. Теоретическая часть с решением практических заданий

1) Периодичность остатков при возведении в степень (Слайд 19-26, Приложение 20)

2) Рассмотрение примеров (Слайд 27-28, Приложение 20)

Доказанные утверждения находят применение при решении ряда задач.

5.Решение задач

Упражнения (Приложение 21)

6. Подведение итогов.

Сегодня мы с вами начали изучать новый модуль. Была ли сложной тема нашего урока? Проведем рефлексию (Слайд 29, Приложение 20)

Конспект занятия 14 по теме

«Арифметические приложения теории сравнений»

Основная цель: побуждение и развитие устойчивого интереса учащихся к предмету; изучить доказательства признаков делимости на 3, на 9, на 11 и на 7; стимулировать учащихся к получению новых знаний.

Планируемые результаты:

предметные: расширить у учащихся представление о числе; формировать представление о доказательствах признаков делимости на 3, на 9, на 11 и на 7; приобрести привычку контролировать вычисления, выбирая подходящий для ситуации способ.

метапредметные: развивать познавательный интерес к нестандартным и усложненным задачам, содержание которых выходит за пределы учебника; формирование умений формулировать для себя новые задачи в учёбе и познавательной деятельности, соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результатов.

личностные: формирование представления о математической науке как о сфере математической деятельности; ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию; выработать настойчивость, сообразительность, критичность мышления, инициативу, находчивость, активность при решении математических задач.

Этапы занятия:

1. Организационный момент (5 мин)
2. Теоретическая часть с решением практических заданий (30 мин)
3. Решение задач (35 мин)
4. Подведение итогов. (5 мин)

Ход занятия

1. Организационный момент

Сегодня на уроке вы познакомитесь с очень интересной областью применения теории сравнений. Прежде чем перейти к изучению нового материала вспомни (Слайд 3, Приложение 22)

2. Теоретическая часть с решением практических заданий

1) Вспомним признаки делимости (Слайд 4-7, Приложение 22)

2) Способ записи чисел (Слайд 8-9, Приложение 22)

3) Докажем сформулированный ранее признак делимости на 3 (Слайд 10-11, Приложение 22)

4) Нахождение признака делимости на 11, выше изученным способом (Слайд 12, Приложение 22)

А теперь попытаемся таким же способом получить признак делимости на 11.

5) Формулировка признака делимости на 11 (Слайд 13-15, Приложение 22)

Мы доказали, что натуральное число имеет тот же остаток от деления на 11, что и разность между суммой цифр этого числа, стоящих на нечетных местах (считая справа), и суммой цифр, стоящих на четных местах. Отсюда вытекает признак делимости на 11:

6) Формулировка правила, примеры (Слайд 16-18, Приложение 22)

Этим способом можно найти признак делимости на любое число m. Надо только найти, какие коэффициенты следует подписывать под цифрами взятого числа. (Слайд 19, Приложение 22).

Заметим еще, что иногда признак делимости можно получить проще. (Слайд 20-21, Приложение 22).

Таким же способом можно получить признаки делимости на 18, 45 и другие числа.

3. Решение задач

Упражнения (Приложение 23).

4. Подведение итогов.

Молодцы! Поработали с вами очень хорошо. Проведем рефлексию (Слайд 22, Приложение 22)

Карточки для рефлексии (Приложение 24)

Конспект занятия 15 по теме:

«Задачи в целых числах»

Основная цель: формирование умения решать уравнения целых числах; развитие умения анализировать, обобщать, систематизировать.

Планируемые результаты:

Предметные: применение определения сравнимости чисел в решении задач в целых числах.

Метапредметные: развить познавательный интерес к задачам, осуществлять контроль своей деятельности.

Личностные: целеустремленность и увлеченность при решении математических задач.

Этапы занятия:

1. Актуализация знаний. (20 мин.)
2. Изучение нового материала. (20 мин.)
3. Первичное закрепление. (25 мин.)
4. Решение задачи. (15 мин.)
5. Информация о домашнем задании. Рефлексия. (10 мин.)

Ход занятия.

1.Актуализация знаний. Предлагаю вспомнить, в чем заключается метод остатков. Вот пример из жизни: вы пришли покупать обои в магазин, какие признаки будет играть большую роль?Предположим, вы будете опираться на цвет, качество, производителя и т.д. Тогда если обои вас н удовлетворяют по цвету, то вы их точно не купите. Примерно то же самое и с остатками: если вы видите, что части уравнения не удовлетворяют равенству остатков при делении на какое-то число, например, остаток от деления на 3 в левой части не совпадает с остатком от деления на 3 в правой части, то такое равенство невозможно.(Приложение 25.Слайд 1)

Вспомним определение деления с остатком. (Приложение 25. Слайд 2) Значит, определение о сравнимости чисел звучит следующим образом. (Приложение 25. Слайд 3) .Определение сравнимости обладает следующими свойствами. (Приложение 25. Слайд 4)

Рассмотрим пример : Всего было 82 кг картофеля, засыпанных в мешки по 7 кг и по 3 кг соответственно. Сколько мешков с картошкой было 7-ми кг и сколько 3-ёх кг? Решить задачу, используя две неизвестные переменные.

Решение (способ 1): Решим задачу так, как мы решали в 7 классе. Составим линейное уравнение с двумя переменными $7x + 3y = 82,\ \ x, y \in Z.$

$$3y = 82 - 7x$$

$$y = \frac{82 - 7x}{3} = \frac{81 + 1 - 6x - x}{3} = 27 - 2x + \frac{1 - x}{3}$$

Пусть $\frac{1-x}{3} = t, t \in Z. 1 - x = 3t,\ x = 1 - 3t$

$$y = 27 - 2 \cdot (1 - 3t) + t = 27 - 2 + 6t + t = 25 + 7t$$

Ответ: $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 25 + 7t \end{cases}$, t$\in Z.\ t = 0,\ x = 1,\ y = 25$

Пара чисел называется решением, если при их замене получаем истинное равенство. Действительно, если подставить значения переменных получается верное равенство $7 \cdot 1 + 3 \cdot 25 = 82,\ 82 = 82.$

2.Изучение нового материала. Рассмотренную задачу можно решить и вторым способом, для того чтобы это сделать нужно знать следующее: приведем уравнение к общему виду

$$ax + by = c, \qquad a, b, c \ \in Z$$

Найти $x, y \ \in Z$.

1) если $(a, b) = d$ и $c \vdots d$, то решений нет.

2) если $c \vdots d$, то $ax + by = c \Big| \vdots d$

3) если (a, b)=1, тогда

$$ax + by = c$$

$$ax \equiv c \ (mod\ b) \qquad by \equiv c \ (mod\ a)$$

И выбираем наименьшее из $mod\ a$ или $mod\ b$.

Вернёмся к решению задачи.

Решение (способ 2): $7x + 3y = 82,\ \ x, y \in Z$. Выбираем наименьший из mod, это 3.$7x \equiv 82\ (mod\ 3)$

$7x - 6x \equiv 82\ (mod\ 3)$, $\quad x \equiv 82\ (mod\ 3)$, $\quad x \equiv 1\ (mod\ 3)$, $\quad x = 3q + 1$, $7(3q + 1) + 3y = 82$

$3y = 75 - 21q$, $\quad y = 25 - 7q$

<u>Ответ:</u> $\begin{cases} x = 3q + 1 \\ y = 25 - 7q \end{cases}$ $q \in Z.\ q = 0, x = 1, y = 25$

Сравним полученные ответы, получились одинаковые ответы.

3. Первичное закрепление. Для того чтобы закрепить навыки решения уравнений вторым способом. Рассмотрим несколько примеров.

<u>*Пример 1*</u>.Допустим, в аквариуме живут осьминоги и морские звёзды. У осьминогов по 8 ног, а у морских звёзд – по 5. Всего конечностей насчитывается 39. Сколько в аквариуме животных?

Решение: Пусть x - количество морских звёзд, y – количество осьминогов. Тогда у всех осьминогов по 8y ног, а у всех звёзд 5x ног. Составим уравнение: $5x\ +\ 8y\ =\ 39$, $\ x, y \in Z$. Выбираем наименьший из mod, это 5.$8y \equiv 39\ (mod\ 5)$

$8y - 5y \equiv 39\ (mod\ 5)$, $3y \equiv 39\ (mod\ 5)$, $y \equiv 13\ (mod\ 5)$, $y \equiv 3\ (mod\ 5)$, $y = 5q + 3$

$$5x + 8(5q + 3) = 39$$

$5x = 15 - 40q$, $\ x = 3 - 8q$

<u>Ответ:</u> $\begin{cases} y = 5q + 3 \\ x = 3 - 8q \end{cases}$ $q \in Z.$ $q = 0, x = 3, y = 3.$ Проверим: $5 \cdot 3 + 8 \cdot 3 = 39, \quad 39 = 39.$

<u>Пример 2.</u> Как имея монеты в 5 копеек и в 3 копейки заплатить кассиру в магазине 13 копеек?

Решение:Пусть x – количество монет в 5 копеек, y – количество монет в 3 копейки.По условию задачи можно составить следующее уравнение:

$5x + 3y = 13, y \in Z.$ Выбираем наименьший из mod, это 3.

$5x \equiv 13\ (mod\ 3), \quad 5x - 6x \equiv 13\ (mod\ 3), \quad -x \equiv 13\ (mod\ 3)$
$x \equiv -13\ (mod\ 3), \quad x = 3q - 13$

$$5(3q - 13) + 3y = 13$$

$3y = 78 - 15q, \quad y = 26 - 5q$

<u>Ответ:</u> $\begin{cases} y = 26 - 5q \\ x = 3q - 13 \end{cases}$ $q \in Z.$ $q = 0, x = -13, y = 26.$ Произведем проверку: $5 \cdot (-13) + 3 \cdot 26 = 13,\ 13 = 13.$

3.Решение задачи. Рассмотрим задачу, решение которой сводится к уравнению с неизвестными величинами. (Приложение 25.Слайд 5)

Пусть x – возможное наименьшее число солдат у генерала. Тогда, на основе условия задачи, составим следующую систему уравнений: $\begin{cases} x = 4k + 1 \\ x = 5q + 1 \\ x = 6t + 1 \\ x = 7p \end{cases}, k, q, t, p \in Z; \Rightarrow \text{НОК}(4,5,6) = 2^2 \cdot 5 \cdot 3 = 60 \Rightarrow \begin{cases} x = 60n + 1 \\ x = 7p \end{cases};$

Из последней системы уравнений, получим уравнение с двумя переменными: $7p = 60n + 1; p, n \in Z.$

Применим теорию сравнений для решения полученного уравнения.

Тогда от уравнения $7p - 60n = 1$, перейдем к решению сравнения: $-60n \equiv 1(mod\ 7), 63n - 60n \equiv 1(mod\ 7), 3n \equiv 1 + 14(mod\ 7), n \equiv 5(mod\ 7).$

Получаем $n = 7l + 5, l \in Z$, тогда $x = 60(7l + 5) + 1 = 420l + 301.$

Наименьшее возможное число солдат, при $l = 0,\ x = 301.$

Ответ: 301 солдат.

4.Информация о домашнем задании. Рефлексия.

Посмотрите на слайд запишите домашнее задание. Вам нужно решить данную задачу вторым способом. (Приложение 25. Слайд 6)

Итак, что мы сегодня делали?

Посмотрите на слайд, вам пришло сообщение, ответьте на него, продолжив фразу. (Приложение 25.Слайд 7)

Конспект занятия 16 по теме:

«Задачи ЕГЭ по математике»

*Основная цель:*Итоговое обобщающее повторение и систематизация знаний по основным темам учебного модуля; решение алгебраических задач ЕГЭ по математике.

Планируемые результаты:

Предметные: представление о числах и их свойствах, текстовых задачах.

Метапредметные: умение анализировать и обобщать изучаемые факты; умение строить логические рассуждения и делать обоснованные выводы и умозаключения.

Личностные: способность к самооценке, мотивация учебной деятельности.

Этапы занятия:

1. Организационный момент. Проверка домашнего задания. (3 мин.)
2. Постановка цели занятия. (15 мин.)
3. Актуализация опорных знаний. (20 мин.)
4. Решение задач. (35 мин.)
5. Самостоятельная работа. (10 мин.)
6. Рефлексия. (7 мин.)

1.Организационный момент.Проверка домашнего задания.

Приветствие учащихся. Проверка готовности к уроку. Открываем тетради с домашним заданием и проводим самопроверку. На слайде условие, правильное решение и ответ. (Приложение 26. Слайд 1) Поднимите руку те, у кого не получилось решить. В чем была проблема?

Тема нашего занятия задачи ЕГЭ. А сейчас небольшой опрос.

- Какое количество времени отводиться на проведение экзамена? (180мин.)

- Сколько всего заданий в ЕГЭ? (20)

-Сколько баллов можно получить при правильном выполнении 1 задания? (1балл)

-Что является кратким ответом при записи ответа? (Целое число, или конечная десятичная дробь, или последовательность цифр)

- Назовите систему оценивания? (7б-11б –«3»; 12б- 16б – «4»; 17б – 20б – «5») (Приложение 26. Слайд 2 – 3)

2. Постановка цели занятия. Итак, сегодня мы рассмотрим задания из ЕГЭ 6. Текстовые задачи.

18. Анализ утверждений.

19.Цифровая запись числа.

3.Актуализация опорных знаний. Для того чтобы мы могли с вами решать задания по этим темам, нужно выявить остаточные знания и если нужно дополнить информацию.

Сформулируйте правило округления десятичной дроби? Что такое процент? И что нужно сделать для того чтобы перевести дробь в проценты? (Приложение 26. Слайд 4)

Для того чтобы выполнить задание на логику, должен быть определенный алгоритм, как думаете из каких этапов он будет состоять? (Приложение 26**.** Слайд 5)

Напишите на доске свойства сложения и вычитания натуральных чисел? Что такое НОК и НОД? Что такое среднее арифметическое? Что называется арифметической прогрессией? Напишите формулу её вычисления. Что называется геометрической прогрессией? Напишите формулу её вычисления, формулу суммы n-первых членов геометрической прогрессии. Какие признаки делимости чисел вы помните? (Приложение 26. Слайд 6 – 8)

4. Решение задач. После того как мы вспомнили всю необходимую информацию, можем перейти к решению заданий.

Задание 1. По тарифному плану «Просто как день» компания сотовой связи каждый вечер снимает со счёта абонента 16 руб. Если на счету осталось меньше 16 руб., то на следующее утро номер блокируют до пополнения счёта. Сегодня утром у Лизы на счету было 300 руб. Сколько дней (включая сегодняшний) она сможет пользоваться телефоном, не пополняя счёт?

Решение.$\frac{300}{16}$= 18,75 , но так как 75% от 16 рублей (т. е. 12 рублей) не хватит, чтобы оплатить день общения - делаем вывод, что Лизе этих денег хватит на 18 дней.

Ответ: 18

Задание 2. В среднем за день во время конференции расходуется 60 пакетиков чая. Конференция длится 6 дней. В пачке чая 50 пакетиков. Какого наименьшего количества пачек чая хватит на все дни конференции?

Решение. Для начала получим, сколько пакетиков чая потратится за 6 дней конференции, для этого умножим среднее число пакетиков в день на число дней, которые идет конференция: $60 \cdot 6 = 360$

Теперь поделим полученное число пакетиков на количество пакетиков в пачке, чтобы получить число пачек на все дни конференции: $\frac{360}{50} = 7{,}2$ Результат получился дробным. Поскольку 7 пачек не хватит на всю конференцию, округляем полученное число в большую сторону. Итого получаем 8 пачек чая.

Ответ: 8

*Задание 3.*Двадцать выпускников одного из одиннадцатых классов сдавали ЕГЭ по русскому языку. Самый низкий балл, полученный в этом классе, был равен 28, а самый высокий — 83. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

1) Среди этих выпускников есть человек, который получил 83 балла за ЕГЭ по русскому языку.

2) Среди этих выпускников есть двадцать человек с равными баллами за ЕГЭ по русскому языку.

3) Среди этих выпускников есть человек, получивший 100 баллов за ЕГЭ по русскому языку.

4) Баллы за ЕГЭ по русскому языку любого из этих двадцати человек не ниже 27.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

*Решение.*1) Это утверждение следует из условия.

2) Об этом в условии ничего не сказано, следовательно, это утверждение неверно.

3) Это утверждение не следует из условия, поскольку самый высокий балл — 83.

4) Это утверждение следует из условия, поскольку баллы всех учащихся лежат диапазоне [28;83], а все числа, входящие в данный отрезок не ниже 27.

Ответ: 14

*Задание 4.*Приведите пример трёхзначного числа, сумма цифр которого равна 20, а сумма квадратов цифр делится на 3, но не делится на 9.

*Решение.*Разложим число 20 на слагаемые различными способами:

$$20 = 9 + 9 + 2 = 9 + 8 + 3 = 9 + 7 + 4 = 9 + 6 + 5 = 8 + 8 + 4 = 8 + 7 + 5 = 8 + 6 + 6 = 7 + 7 + 6.$$

При разложении способами 1−4, 7 и 8 суммы квадратов чисел не кратны трём. При разложении пятым способом сумма квадратов кратна девяти. Разложение шестым способом удовлетворяет условиям задачи. Таким образом, условию задачи удовлетворяет любое число, записанное цифрами 5, 7 и 8, например, число 578.

Ответ: 578

*Задание 5.*Найдите трёхзначное натуральное число, которое при делении на 4 и 15 даёт равные ненулевые остатки и средняя цифра которого является средним арифметическим крайних цифр. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

*Решение.*Число имеет одинаковые остатки при делении на 4 и на 15, следовательно, число имеет тот же остаток при делении на 60, причём этот остаток не равен нулю и меньше 4. Таким образом, искомое число может иметь вид: $60n + 1, 60n + 2, 60n + 3$.

При $n = 1$. Ни одно из чисел не трехзначное

При $n = 2$: 121, 122, 123. Число 123 удовлетворяет всем условиям задачи

При $n = 3$: 181, 182, 183. Средняя цифра не является средним арифметическим крайних цифр

При $n = 9$: 541, 542, 543. Число 543 удовлетворяет всем условиям задачи

При $n = 16$: 961, 962, 963. Число 963 удовлетворяет всем условиям задачи

*Ответ:*123, 543, 963

*Задание 6.*В обменном пункте можно совершить одну из двух операций:• за 2 золотых монеты получить 3 серебряных и одну медную;

• за 5 серебряных монет получить 3 золотых и одну медную.

У Николая были только серебряные монеты. После нескольких посещений обменного пункта серебряных монет у него стало меньше, золотых не появилось, зато появилось 100 медных. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Николая?

Решение. Пусть Николай сначала сделает x операций второго типа, а затем y операций первого типа. Тогда имеем

$$\begin{cases} 3x - 2y = 0, \text{кол} - \text{во золотых монет не изменилось,} \\ x + y = 100, \text{медных стало на 100 больше.} \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} 3x = 200 - 2x \\ y = 100 - x \end{cases} \leftrightarrow$$

$\begin{cases} x = 40, \\ y = 60. \end{cases}$ Тогда серебряных монет стало на

$$3y - 5x = 180 - 200 = -20 \text{ больше, то есть на 20 меньше.}$$

*Ответ:*20

5.Самостоятельная работа. Перед обучающимися, на слайде, высвечиваются 3 задания для самостоятельного решения на 10 минут. После их выполнения они обмениваются тетрадями с соседом по парте для взаимопроверки. Решение, ответ и система оценивания на слайде.

3 задания выполнены верно – «5»

2 задания выполнены верно – «4»

1 задание выполнены верно – «3»

(Приложение 26. Слайд 9 – 11)

6.Рефлексия.

Что вам было непонятно сегодня на занятии?

Какие знания, полученные на уроке, понадобятся тебе в будущем?

Где ты применишь полученные знания?

За что бы ты себя похвалил на уроке? (Приложение 26. Слайд 12)

2.3.Педагогический эксперимент: основные этапы и результаты

Педагогический эксперимент проходил на базе образовательных учреждений: МБОУ СШ №150 и МАОУ СШ №149 г. Красноярска в период педагогической практики, в 2016-2017 и 2017-2018 учебных годах.

С целью диагностики формирования основ математической компетентности в области теории чисел, обучающихся 5 класса и 10 класса, были предложены анкеты и тестовые задания.

Обучающимся 5 класса были предложены анкеты (Приложение 27). Анализ результатов показал (рис.2), что на вопрос: «Хотели бы вы узнать о существовании чисел, которые не изучаются в школе на уроках математики?» положительно ответили 55% 5 класса. На вопрос: «Известны ли вам следующие числа: фигурные, числа близнецы, дружественные, совершенные числа, гармонические числа?» ответили «нет» 59% обучающихся 5 класса. Это говорит о том, что большинство детей не знают о существовании таких чисел, как: фигурные, дружественные, числа близнецы, совершенные, гармонические и др.

На вопрос «Хотели бы вы посещать факультативные занятия, на которых можно узнать больше об удивительном мире чисел?» положительно ответили 59% опрошенных 5 класса.

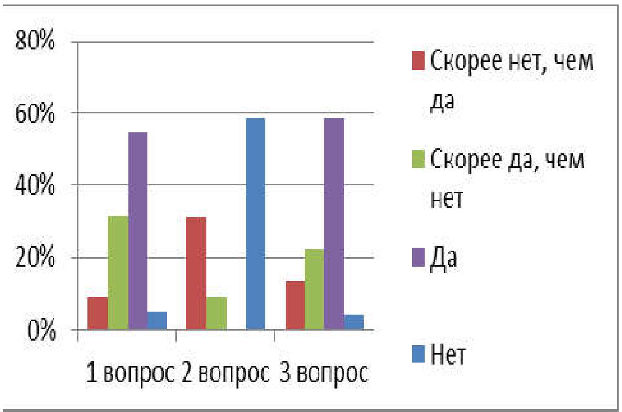


Рис. 2. Анализ результатов анкетирования обучающихся 5 класса

Обучающимся 10 класса был предложен тест (Приложение 28), в который вошли вопросы не только теоретического характера, но и вопросы анкетного типа, а также задачи на делимость целых чисел базового уровня сложности.

Анализ результатов тестирования (рис.3), показал, что 88% обучающихся, в ходе выполнения теста, испытывали трудности. Все предложенные задания теста верно выполнило 18% тестируемых, что свидетельствует о недостаточно высоком уровне сформированности у обучающихся основ математической компетентности в области теории чисел. На вопрос: «Хотели бы вы посещать факультативные занятия, на которых можно узнать больше об удивительном мире чисел и научиться решать задачи, подобные задачам 4-6?» ответили «да» 100% обучающихся.

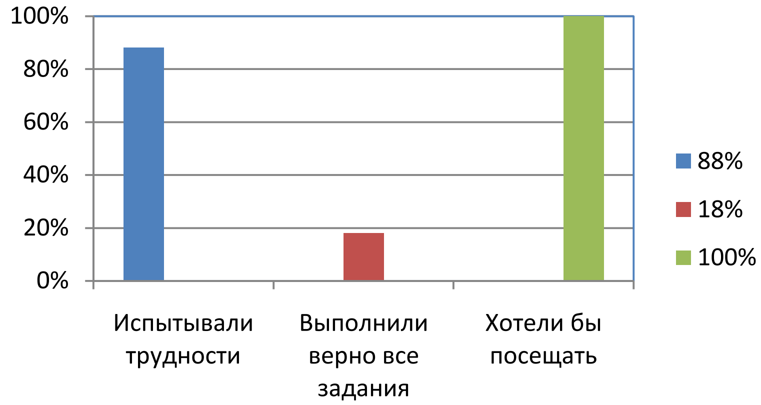


Рис. 3. Анализ результатов тестирования обучающихся 10 класса

В рамках педагогического эксперимента нами было организовано обучение учащихся 5 классов по модулю «Что такое число? Какие числа мы знаем?» курса по выбору «Удивительный мир чисел».

В ходе наблюдений и промежуточного контроля учебных достижений обучающихся, отметим следующие результаты:

- Сформировались предметные знания в области теории чисел;
- Повысился познавательный интерес обучающихся к разделу теории чисел;
- Приобрели опыт решения задач по теории чисел.

Результаты педагогического эксперимента подтверждают необходимость включения курса по выбору «Удивительный мир чисел» в систему математической подготовки обучающихся.

Результаты педагогических экспериментов были представлены на международных ежегодных конференциях – «Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы» и «Актуальные проблемы качества математической подготовки школьников и студентов: методологический, теоретический и технологический аспекты» соответственно в 2017 г.

Заключение

Содержательно-методическая линия чисел одна из основных составляющих школьного курса математики. Вопросы из теории чисел входят в содержание итоговой государственной аттестации. Обучение элементам теории чисел является одной из актуальных проблем школьного математического образования.

Цель данной работы заключалась в методической разработке курса по выбору «Удивительный мир чисел» для математической подготовки обучающихся 5-11 классов.

В первой главе «Теоретические аспекты обучения школьников элементам теории чисел» представлен теоретический материал по следующим вопросам:

1. Содержательно-методическая линия чисел в школьном курсе математики.
2. Дидактические условия, способствующие формированию у обучающихся предметных знаний в области теории чисел.

В первой главе рассмотрено содержание числовой линии в курсе математики с 5 по 11 класс. Так же продемонстрированы этапы изучения числовой линии в ШКМ и основные требования к предметным результатам обучения.

Вторая глава носит практический характер, в которой представлена модульная программа и методика проведения занятий курса по выбору «Удивительный мир чисел». Для каждого занятия разработаны презентации; банк заданий для самостоятельной работы.

Некоторые методические разработки занятий курса по выбору были апробированы на практике в рамках педагогического эксперимента.

Результаты анкетирования и тестирования обучающихся подтверждают гипотезу исследования: если в систему математической подготовки обучающихся включить курс по выбору «Удивительный мир чисел», то это будет способствовать повышению уровня предметных знаний, обучающихся в области теории чисел.

Результаты данной работы могут быть применены учителями математики при проведении курса по выбору для обучающихся 5-11 классов.

Все задачи исследования выполнены, цель достигнута.

Библиографический список

1. Алгебра и начала математического анализа. Методические рекомендации. 10-11 классы : учеб. пособие для общеобразоват. организаций / Н.Е. Фёдорова, М.В. Ткачёва. — 3-е изд., перераб.- М. : Просвещение, 2017. — 172 с. : ил. — ISBN 978-5-09-044439-2;
2. Алгебра и теория чисел. Группы, кольца и поля : учеб. пособие для академического бакалавриата / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 160 с. — (Серия : Бакалавр. Акаде- мический курс).
3. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений : базовый и профил. уровни / [С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин]. – 8-е изд.- М. : Просвещение, 2009.- 430 с. : ил. – (МГУ- школе). - ISBN 978-5-09-021132-1;
4. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. (базовый и углубленный уровень) Алимов А.Ш., Колягин Ю.М. и др.- 3-е изд. – М. : Просвещение, 2016.- 464с. [Электронный ресурс]: //URL: https://drive.google.com/file/d/0BwulwquUtZ1KNWxocWt4TzNoS1k/view (Дата обращения 01.12.2017);
5. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений : базовый и профил. уровни / [С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин]. – 8-е изд.- М. : Просвещение, 2009.- 464 с. : ил. – (МГУ- школе). - ISBN 978-5-09-021970-9;
6. Алгебра и начала математического анализа. Книга для учителей. 11 класс : базовый и профил. уровни / М.К. Потапов, А.В. Шевкин, - М. : Просвещение, 2009. – 256 с. : ил. - ISBN 978-5-09-018756-5;
7. Алгебра и начала математического анализа. Сборник рабочих программ. 10—11 классы : учеб. пособие для общеобразоват. организаций : базовый и углубл. уровни / [сост. Т. А. Бурмистрова]. —2-е изд., перераб. — М. : Просвещение, 2018. — 143 с. — ISBN 978-5-09-053869-5;
8. Алгебра. 7 класс : учеб. для общеобразоват. организаций / [Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович и др.]- 2-е изд. – М. : Просвещение, 2014.- 287 с. : ил. - ISBN 978-5-09-032509-7;
9. Алгебра. 7 класс : учеб. для общеобразоват. организаций / [С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин]. – М. :

Просвещение, 2013.- 287 с. : ил. – (МГУ- школе). - ISBN 978-5-09-027739-6;
10. Алгебра. 8 класс : учеб. для общеобразоват. организаций / [Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович и др.]- 3-е изд. – М. : Просвещение, 2016.- 320 с. : ил. - ISBN 978-5-09-038197-0;
11. Алгебра. 8 класс : учеб. для общеобразоват. организаций / [С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин]. – М. : Просвещение, 2014.- 301 с. : ил. – (МГУ- школе). - ISBN 978-5-09-027740-2;
12. Алгебра. 9 класс : учеб. для общеобразоват. организаций / [Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович и др.]- 3-е изд. – М. : Просвещение, 2016.- 336 с. : ил. - ISBN 978-5-09-038460-5;
13. Алгебра. 9 класс : учеб. для общеобразоват. организаций / [С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин]. – М. : Просвещение, 2014.- 335 с. : ил. – (МГУ- школе). - ISBN 978-5-09-032436-6;
14. Алгебра. Методические рекомендации. 7 класс : учеб. пособие для общеобразоват. организаций / М. К. Потапов, А. В. Шевкин. — М. : Просвещение, 2017. — 143 с. : ил. — (МГУ — школе.) — ISBN 978-5-09-042974-0;
15. Алгебра.Методические рекомендации. 7 класс: учебное пособие для общеобразоват. организаций / [С. Б. Суворова, Е. А. Бунимович, Л. В. Кузнецова и др.]. — М. : Просвещение, 2015. — 187 с. : ил. — ISBN 978-5-09-035910-8;
16. Алгебра. Методические рекомендации. 8 класс : учеб. пособие для общеобразоват. организаций / М. К. Потапов, А. В. Шевкин. — М. : Просвещение, 2017. — 160 с. : ил. — (МГУ — школе.) — ISBN 978-5-09-042973-3;
17. Алгебра.Методические рекомендации. 8 класс: учебное пособие для общеобразоват. организаций / [С. Б. Суворова, Е. А. Бунимович, Л. В. Кузнецова и др.]. — М. : Просвещение, 2015. — 246 с.: ил. —ISBN 978-5-09-027783-9;
18. Алгебра. Методические рекомендации. 9 класс : пособие для учителей общеобразоват. организаций / М. К. Потапов, А. В. Шевкин. — М. : Просвещение, 2015. — 191 с. : ил. — (МГУ—школе). — ISBN 978-5-09-028094-5;
19. Алгебра.Методические рекомендации. 9 класс: учеб. пособие для

общеобразоват. организаций / [С. Б. Суворова, Е. А. Бунимович, Л. В. Кузнецова и др.]. — 2-е изд., дораб.- М. : Просвещение, 2017. — 214 с.: ил. —ISBN 978-5-09-043097-5;
20. Алгебра.Сборник рабочих программ. 7—9 классы : пособие для учителей общеобразоват. организаций / [составитель Т. А. Бурмистрова]. — 2-е изд., доп. — М. : Просвещение, 2014. — 96 с. — ISBN 978-5-09-030653-9;
21. Виноградова Н.Ф. Материалы курса «Современный взгляд на дидактику общеобразовательной школы в условиях введения новых ФГОС»: курс на 36 часов. – М.: Педагогический университет «Первое сентября», 2013. – 72 с.;
22. Волкова С.В. Дидактические условия реализации учащимися личностных смыслов в процессе обучения. - Автореф. дисс. к.п.н. - Петрозаводск, 2002.;
23. Голунова А.А. Обучение математике в профильных классах: учеб. - метод. Пособие – 2-е изд., стер. – М .: ФЛИНТА, 2014. – 204 с.;
24. Громова В.И., Сторожева Т.Ю. ФГОС. Настольная книга учителя: Учебно-методическое пособие. – Саратов, 2013. – 120 с.;
25. Демоверсия, спецификация, кодификатор ОГЭ и ГВЭ 2017. [Электронный ресурс]: // URL: http://www.fipi.ru/oge-i-gve-9/demoversii-specifikacii-kodifikatory (Дата обращения 04.10.2017);
26. Демоверсия, спецификация, кодификатор ЕГЭ и ГВЭ 2017. [Электронный ресурс]: // URL: http://www.fipi.ru/ege-i-gve-11/demoversii-specifikacii-kodifikatory(Дата обращения 04.10.2017);
27. Демоверсия, спецификация, кодификатор ЕГЭ и ГВЭ 2018. [Электронный ресурс]: // URL: http://www.fipi.ru/ege-i-gve-11/demOversii-sPeciFikacii-kOdiFikatOry(Дата обращения 04.10.2017);
28. Егорина В.С. Формирование логического мышления младших школьников в процессе обучения. - Автореф. дисс. к.п.н. - Брянск, 2001.;
29. Зарукина Е. В., Логинова Н. А., Новик М. М. Активные методы обучения: рекомендации по разработке и применению: учеб.-метод. пособие / СПб.: СПбГИЭУ, 2010. – 59 с.;
30. Жуковская Е.П. Дидактические аспекты организации факультативов [Электронный ресурс].- Режим доступа: http://festival.1september.ru. – (Дата обращения: 4.02.17).;

31. Кейв М.А., Лавровская А.В., Шрейдер А.П. Актуальные проблемы качества математической подготовки школьников и студентов: методологический, теоретический и технологический аспекты: материалы V Всероссийской с международным участием научно-методической конференции. Красноярск, 16–17 ноября 2017 г. / отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол.; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2017. – 308 с. ISBN 978-5-00102-145-2;
32. Коджаспирова Г.М., Коджаспиров А.Ю. Педагогический словарь: Для студ. высш. и сред. пед. учеб. заведений. — М.: Издательский центр «Академия», 2003. — 176 с.;
33. Ложакова Е.А. Педагогические условия и принципы обеспечения эффективности процесса формирования информационной компетентности студентов музыкальных специальностей в ходе обучения информатики // Вестник РУДН. - 2011. - № 3. - С. 3-6.;
34. Лысогорова Л.В. Педагогические условия развития математических способностей младших школьников// Сибирский педагогический журнал. - 2007.-№9. –с. 228-223.;
35. Математика. 5 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений / Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин, С.Б. Суворова и др; Рос. акад. наук, Рос. акад. образования, изд-во «Просвещение».- 12-е изд. – М. : Просвещение, 2011.- 303 с. : ил.- (Академический школьный учебник).- ISBN 978-5-09-022498-7;
36. Математика. 5 класс: учеб. для обеобразоват. организаций/ [Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин А.В.].- 14-е изд.- М: Просвещение, 2015.-272с.:ил.- (МГУ-школе).- ISBN 978-5-09-033036-7;
37. Математика. 6 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений / Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин, С.Б. Суворова и др; Рос. акад. наук, Рос. акад. образования, изд-во «Просвещение».- 11-е изд. – М. : Просвещение, 2010.- 303 с. : ил.- (Академический школьный учебник).- ISBN 978-5-09-022756-8;
38. Математика. 6 класс: учеб. для обеобразоват. организаций/ [Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин А.В.].- 14-е изд.- М: Просвещение, 2015.-256 с.:ил.- (МГУ-школе).- ISBN 978-5-09-033716-8;
39. Математика. Методические рекомендации. 5 класс : пособие для учителей общеобразоват. учреждений / М. К. Потапов, А. В. Шевкин. — М.: Просвещение, 2012. — 160с.: ил. — (МГУ—школе.) — ISBN 978-5-09-

026885-1;
40. Математика. Методические рекомендации. 6 класс: пособие для учителей общеобразоват. организаций / [С. Б. Суворова, Л. В. Кузнецова, С. С. Минаева, Л. О. Рослова]. — М. : Просвещение, 2013. — 157 с. : ил. — ISBN 978-5-09-027737-2;
41. Математика. Методические рекомендации.5 класс: пособие для учителей общеобразоват. учреждений/ [С. Б.Суворова, Л.В. Кузнецова, С.С. Минаева, Л.О. Рослова.] — М. : Просвещение, 2013. – 200 с. : ил. – ISBN 978-5-09-026887-5;
42. Математика. Методические рекомендации.6 класс :пособие для учителей общеобразоват. учреждений/М.К. Потапов, А. В. Шевкин. – М. : Просвещение, 2012. – 147 с. : ил. – (МГУ- школе) - ISBN 978-5-09-027735-8;
43. Математика.Сборник рабочих программ. 5—6 классы : пособие для учителей общеобразоват. организаций / [сост. Т. А. Бурмистрова]. — 3-е изд. — М. : Просвещение, 2014. — 80 с. — ISBN 978-5-09-033082-4;
44. Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В., Потапов М.К., Старинные занимательные задачи, 2005.;
45. Пешкова В.Е. Педагогика. Часть 4. Теория обучения (Дидактика). Курс лекций. Учебное пособие- Майкоп: АГУ, 2010.;
46. Платонова Е.Н., Буслова Н.С. Организация факультативного курса «путешествие в историю информатики» для учащихся школы: материалы VI Международной студенческой электронной научной конференции "Студенческий научный форум 2014": Тобольская гос. соц.-пед. ак. им. Д.И.Менделеева.- Тобольск, 2014.;
47. Покровский В. П. Методика обучения математике: числовая содержательно-методическая линия : учеб.-метод. пособие / Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир : Изд-во ВлГУ, 2015. – 111 с. [Электронный ресурс]. URL: http://e.lib.vlsu.ru/bitstream/123456789/4349/1/01456.pdf(Дата обращения 04.10.2017);
48. Предпрофильная подготовка учащихся: Разработка и экспертиза курсов по выбору. Структура и содержание портфолио (методические рекомендации). – Вологда: Издательский центр ВИРО, 2006. – 84 с.;
49. Тойбекова Б.А., Торыбаева Ж.З. Особенности организации

факультативных занятий в контексте приобщения учащихся к полиязычию: материалы международной научно-практической конференции «Гуманитарные и естественные науки в стратегическом развитии современного образовательного учреждения»: Институт мировой экономики и финансов.- Астрахань, 2016.;
50. Фаттахова С.В. Проектирование современного урока в соответствии с требованиями ФГОС ООО: методическое пособие – Казань: ИРО РТ, 2015. – 89 с.;
51. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс]: // Министерство образования и науки Российской Федерации. URL: http://минобрнауки.рф/документы/543 (Дата обращения 04.10.2017);
52. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс]: // Министерство образования и науки Российской Федерации. URL: http://минобрнауки.рф/документы/543 (Дата обращения 04.10.2017);
53. Хакимова Н.Г. Методические рекомендации по подготовке занятий в интерактивной форме [Электронный ресурс] URL: http://tatngpi.ru/files/documents/metod_doc/metod_rekom_3.pdf (Дата обращения 12.12.2017);
54. Электронный ресурс. Примерные требования к программам элективных курсовURL: wiki.vladimir.i-edu.ru›images…d9/Elekniv_kurs.doc (Дата обращения: 12.12.2017)
55. Ященко И.В., Семенов А.В., Высоцкий И.Р. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2017 года по математике. URL: http://www.fipi.ru/sites/default/files/document/1509023556/matematika_2017_.pdf(Дата обращения 04.10.2017);

Приложения.

Приложение 1

Таблица 4

Логико-дидактический анализ школьных учебников по математике в рамках изучения числовой линии

Класс	*Учебники 1, С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин «Математика, 5», «Математика, 6»*	*Учебники 2, Г. В. Дорофеев, И. Ф. Шарыгин, С. Б. Суворова, Е. А. Бунимович, Л. В. Кузнецова, С. С. Минаева, Л. О. Рослова «Математика, 5», «Математика, 6»*
5	**Глава 1. Натуральные числа и нуль** В этой главе проводится систематизация сведений о натуральных числах, полученных в начальной школе. В ней содержится не просто повторение изученного ранее материала, а его развитие, нацеленное на осознанное овладение способами выполнения арифметических действий. Учащиеся приучаются к определенному порядку изучения чисел: запись чисел, их сравнение, арифметические действия с ними, законы арифметических действий, применение этих законов, степень числа с натуральным показателем, изображение чисел на координатной прямой. **<u>1.1. Ряд натуральных чисел</u>** **<u>1.2. Десятичная система записи натуральных чисел</u>** **<u>1.3. Сравнение натуральных чисел</u>** В пункте 1.1 вводятся основные понятия: натуральные числа, ряд натуральных чисел. Говорится, что в ряду натуральных чисел есть первое, но нет последнего числа. В пункте 1.2 определяются основные понятия: цифра, однозначные и многозначные натуральные числа, разряды и классы, отрабатывается чтение и запись многозначных натуральных чисел. В пункте 1.3 говорится о том, что натуральные числа можно сравнивать как при помощи натурального ряда, так и по их десятичной записи. Здесь вводятся знаки сравнения =, > и <, понятие положительного и неотрицательного чисел. В этом пункте впервые используются буквы латинского алфавита для обозначения натуральных чисел. **<u>1.4. Сложение. Законы сложения</u>** В данном пункте с помощью числового ряда на небольших числах показывается, как можно сложить два натуральных числа. На примерах подтверждается, что верны переместительный и сочетательный законы сложения для неотрицательных чисел- $a + b = b + a$. **<u>1.5. Вычитание</u>** В данном пункте вводится понятие разности двух чисел-	**Глава 2. Натуральные числа** В этой главе изложение материала начинается с сопоставления римской нумерации и десятичной системы счисления. В этой главе положено начало изучению двух новых для учащихся разделов курса математики. Прежде всего это раздел «Приближения и оценки». Рассматривается вопрос об округлении натуральных чисел, вводятся такие термины, как «приближение с недостатком» и «приближение с избытком», оборот речи «приближение с точностью до…». **<u>2.1. Как записывают и читают натуральные числа</u>** Содержание пункта носит идейный характер (оно направлено на осознание учащимися особенностей десятичной нумерации), важнейшей задачей при его изучении является формирование прочных навыков чтения и записи натуральных чисел, в том числе с использованием сокращений тыс., млн, млрд. **<u>2.2. Натуральный ряд. Сравнение натуральных чисел</u>** Здесь продолжается изучение натуральных чисел. По сравнению с Начальной школой этот этап можно охарактеризовать словом «осознание». Обращается внимание на распространённую ошибку – употребление вместо слов «натуральный ряд» оборота речи «натуральный ряд чисел». «Натуральный ряд» - это имя собственное, название последовательности чисел 1, 2, 3, … . Что касается понятий чётного и нечётного числа, то работа с ними в этом месте курса основана на определении (это числа, которые соответственно делятся и не делятся на 2). *Если число – чётное, то его соседи в натуральном ряду — числа нечётные (и наоборот).* Вторая часть пункта посвящена вопросу о сравнении натуральных чисел, а основная цель тоже состоит в развитии и осознании знаний и умений, заложенных в начальной школе. **<u>2.3.Числа и точки на прямой</u>** В содержании этого пункта можно выделить два вопроса: это, во-первых,

	для неотрицательных чисел a и b вычитание выполнимо лишь в случае $a \geq b$ **1.6. Решение текстовых задач с помощью сложения и вычитания** В этом пункте начинается обучение решению текстовых задач арифметическими способами. На первом этапе задачи решаются с вопросами: перед каждым действием формулируется вопрос, затем выполняется действие, дающее ответ на поставленный вопрос. **1.7. Умножение. Законы умножения** **1.8. Распределительный закон** В пункте 1.7 вводится понятие произведения двух чисел на примере произведения чисел 3 и 4. Обратим внимание, что это произведение есть сумма трёх слагаемых, каждое из которых равно 4, т. Е. $3 \cdot 4 = 4 + 4 + 4$. Это необходимо, чтобы в дальнейшем под $3 \cdot a$ понимать сумму $a + a + a$. Для любого числа a считается верным равенство $1 \cdot a = a$. В пункте 1.8 распределительный закон разъясняется при подсчёте числа квадратов, показывается применение распределительного закона для раскрытия скобок и вынесения общего множителя за скобки. **1.9. Сложение и вычитание чисел столбиком** **1.10. Умножение чисел столбиком** Назначение данных пунктов заключается в демонстрации учащимся того, как законы сложения и умножения, распределительный закон используются при сложении, вычитании и умножении многозначных чисел столбиком. **1.11. Степень с натуральным показателем** В данном пункте вводится понятие степени с натуральным показателем для случаев $n > 1$ и $n = 1$. Учащиеся должны овладеть терминологией: степень, основание степени (число, которое возводим в степень), показатель степени (показывает, в какую степень возводим основание степени), квадрат числа, куб числа, а также научиться вычислять степени. **1.12. Деление нацело** В данном пункте вводится понятие деления нацело и соответствующая терминология, объясняется, почему нельзя делить на нуль любое натуральное число или нуль. **1.13. Решение текстовых задач с помощью умножения и деления** В данном пункте продолжается начатая ранее работа по приучению школьников к решению задач арифметическими способами. **1.14. Задачи «на части»** В первых задачах речь о частях идет в явном виде. При их решении создаётся основа для решения задач 225–229на нахождение двух чисел по их отношению и сумме (разности). Учащиеся должны научиться	координатная прямая, изображение чисел точками на прямой, а во-вторых, геометрическая трактовка отношений «больше» и «меньше» между числами и сравнение чисел с опорой на координатную прямую. **2.4.Округление натуральных чисел** Основной целью данного этапа является создание первоначальных представлений, необходимых для формирования оценочных умений, выполнения заданий на прикидку и оценку результата. Термин «округление» отождествляется с заменой первоначального числа круглым, т. Е. числом с нулями на конце. Округление вначале осуществляется на содержательном уровне, по смыслу: из двух круглых чисел, между которыми заключено данное число, выбирается то, к которому оно ближе. Например, $560 < 564 < 570$, и число 564 ближе к 560, чем к 570. **2.5.Решение комбинаторных задач** В этом пункте представлены комбинаторные задачи на размещения, сочетания, перестановки с повторением и без повторения элементов. Цель пункта состоит в том, чтобы в процессе решения системы задач учащиеся встретились с необходимостью перебора различных по своей сути и составу комбинаций. При решении каждой задачи ставится один и тот же вопрос: как организовать перебор вариантов, чтобы не пропустить ни один из них и в то же время избежать повтора? **Глава 3. Действия с натуральными числами** Особенностью изложения материала в этой главе являетсясовместное рассмотрение прямых и обратных операций над числами:сложения и вычитания, умножения и деления. Принципиально новым материалом для учащихся являются приёмы прикидки и оценки результата вычислений (например, определение высшего разряда результата, оценка результата снизу или сверху), а также некоторые приёмы проверки правильности выполнения арифметических действий (например, определение цифры, которой должен оканчиваться результат). **3.1. Сложение и вычитание** Основная цель первых упражнений — восстановление знаний и умений учащихся, связанных с действиями сложения и вычитания натуральных чисел. Это знание таблицы сложения однозначных чисел, названий компонентов сложения и вычитания, свойств нуля при сложении и вычитании, умение складывать и вычитать трёх-четырёхзначные числа, решать текстовые задачи, требующие понимания отношений «больше (меньше) на», смысла слов «всего», «вместе», «осталось». При отработке вычислительных навыков в системе упражнений предусматриваются различные случаи перехода из разряда в разряд: сложение чисел с переходом через десяток (315 + 426), через сотню (664 + 274), через десяток и сотню (548 + 277); вычитание чисел с раздроблением десятка (375 – 158), сотни (462 – 181), десятка и сотни (622 –

	принимать подходящую величину за 1 часть, определять, сколько таких частей приходится на другую величину, на их сумму (разность). **1.15. Деление с остатком** В данном пункте объясняется правило деления натуральных чисел нацело и с остатком, вводится понятие неполного частного и остатка. **1.16. Числовые выражения** В данном пункте рассматриваются числовые выражения и правила порядка действий, применяемые при нахождении значения числового выражения. **1.17. Задачи на нахождение двух чисел по их сумме и разности** В данном пункте продолжается обучение школьников решению задач арифметическим способом. Первые задачи предполагают мысленные эксперименты с величинами. Например: «Уменьшим число тетрадей в первой пачке на 20, тогда в обеих пачках тетрадей станет поровну…», или «Если 5 мальчиков выйдут из класса, то девочек и мальчиков в классе станет поровну…». **Дополнения к главе 1** 2. **Вычисления с помощью калькулятора** В данном пункте учебника приведено описание применения калькулятора к вычислениям с натуральными числами. 2. **Исторические сведения** Этот раздел способствует общему развитию учащихся. Они должны понять, что существуют разные системы счисления и, возможно, с некоторыми из них (например, с двоичной) им придется иметь дело в дальнейшем. 2. **Занимательные задачи** Этот раздел содержит в основном задачи о записях чисел, текстовые задачи и т. П. **Глава 2. Измерение величин** В этой главе повторяются и систематизируются изученные ранее элементы геометрии. Здесь же рассматривается измерение отрезков и представление натуральных чисел на координатном луче. У учащихся должны быть сформированы первые понятия о числе как о длине отрезка и об изображении чисел на координатном луче, т. Е. понятие о числе как о координате точки на координатной оси. **Глава 3. Делимость натуральных чисел** В данной главе изучаются делимость натуральных чисел, признаки делимости, вводятся понятия простого числа, составного числа, разложения числа на простые множители. Этой главой завершается изучение натуральных чисел и закладываются основы вычислений с	333). Важнейшей целью изучения материала этого пункта является уяснение взаимосвязи между сложением и вычитанием, которое достигается путём выполнения упражнений из учебника типа 162—165. **3.2. Умножение и деление** Логика этого пункта аналогична логике предыдущего пункта. Первые упражнения направлены на восстановление основных знаний и умений учащихся, связанных с умножением делением натуральных чисел. Это знание таблицы умножения однозначных чисел, названий компонентов умножения и деления, свойств нуля и единицы при умножении и делении, умения выполнять умножение трёхзначных чисел, деление трёх-четырёхзначных чисел на одно-двузначное, решать несложные задачи, требующие понимания отношений «больше (меньше) в…», выражений «поровну», «во сколько раз». При отработке навыков в системе упражнений предусмотрены упражнения на умножение многозначного числа на однозначное (53 400 · 7), случаи умножения на 10, на 100 и т. Д., умножение трёхзначного числа на двузначное (873 · 16), на трёхзначное (295 · 136), в том числе и случаи, усложняющие умножение, когда у множителя имеются нули на конце и в середине (2450 · 600, 1623 · 204). **3.3. Порядок действий в вычислениях** В этом пункте нет принципиально новых идей по сравнению с тем, что изучалось в начальной школе. Среди заданий данного пункта основной акцент делается на выражения, содержащие действия разных ступеней. Эти упражнения довольно трудоёмки, и поэтому выработка умения установить порядок выполнения действий может «потеряться» в большом объёме технической работы. **3.4. Степень числа** Это место курса –первый проход в изучении степеней. Здесь учащиесядолжны научиться понимать смысл таких записей, как 2^5, 3^{10}, уметь читатьих, представлять степень в виде произведения равных множителей инаоборот, понимать и уметь употреблять термины «степень», «показательстепени», «основание степени». Буквенная запись пока не используется,определение степени в явном виде не формулируется и случай, когдапоказатель степени равен единице, не рассматривается.Что касается вычислительных умений, то они относятся в основном лишьк нахождению квадратов и кубов чисел. Обращается внимание на порядок действий при вычислении значений выражений, содержащих степени. **Глава 4. Использование свойств действий привычислениях** Основное содержание главы связано с рассмотрениемпереместительного и сочетательного свойств сложения и умножения, а такжераспределительного свойства умножения относительно сложения.Переместительное и сочетательное свойства известны учащимся изначальной школы. Новым на

	обыкновенными дробями. **<u>3.1. Свойства делимости</u>** В данном пункте учебника вводятся четыре свойства делимости, доказательство которых проводится на конкретных числовых примерах. **<u>3.2. Признаки делимости</u>** В данном пункте учебника на конкретных числовых примерах доказываются признаки делимости на 10, на 5, на 2, на 9 и на 3. В формулировках признаков используется оборот «число оканчивается цифрой …», заменяющий более сложный оборот «десятичная запись числа заканчивается цифрой …» (речь идёт о цифре разряда единиц в десятичной записи числа). **<u>3.3. Простые и составные числа</u>** В данном пункте учебника вводятся понятия простого и составного чисел, подчёркивается, что число 1 не относится ни к простым, ни к составным числам. Утверждение «Каждое натуральное число p делится на 1 и само на себя: $p : 1 = p$, $p : p = 1$» сформулировано для любого натурального числа p, большего 1 (если $p = 1$, то равенства повторяют друг друга). **<u>3.4. Делители натурального числа</u>** В данном пункте учебника вводятся понятия делителя натурального числа, простого делителя, разложения составного числа на простые множители. *Каждое отличное от 1 натуральное число можно разложить на простые множители, и такое разложение единственно.* **<u>3.5. Наибольший общий делитель</u>** В данном пункте учебника вводятся понятия общего делителя двух натуральных чисел, наибольшего общего делителя двух натуральных чисел, взаимно простых чисел. В учебнике утверждается, что два различных простых числа, а также два соседних натуральных числа взаимно простые. *У любых двух простых чисел имеется только один общий делитель — число 1. Поэтому эти числа взаимно простые.Разность двух соседних натуральных чисел равна 1. Если предположить, что эти числа имеют общий делитель, отличный от 1, то на него должно делиться число 1. Но 1 не делится ни на одно натуральное число, отличное от 1. Поэтому два соседних натуральных числа взаимно простые.Если из двух натуральных чисел одно простое, а другое на него не делится, то у этих чисел есть только один общий делитель — число 1. Поэтому эти числа взаимно простые.* **<u>3.6. Наименьшее общее кратное</u>** В данном пункте учебника вводятся понятия общего кратного двух натуральных чисел, наименьшего общего кратного двух натуральных чисел.	этом этапе является введение обобщённыхсвойств, которые сформулированы в виде правил преобразования суммы ипроизведения. С распределительным свойством учащиеся встречаютсявпервые. Показывается его применение для преобразования произведения всумму и наоборот. Мотивировкой для преобразования выражений на основевсвойств действий служит возможность рационализации вычислений. Крометого, в главу включены фрагменты, посвящённые знакомству с новымитипами текстовых задач (задачи на части и задачи на уравнивание). **<u>4.1. Свойства сложения и умножения</u>** В данном пункте даются следствия из переместительного и сочетательного свойств — обобщённые правила, согласно которым компоненты суммы и произведения можно произвольным образом переставлять и объединять в группы. **<u>4.2. Распределительное свойство</u>** В данном пункте учебника изучается преобразования числовых выражений на основе распределительного свойства. Учащимся сообщается, что обычно распределительное свойство читается как правило умножения суммы на число и что оно справедливо для суммы любого числа слагаемых. Следующий шаг в изучении данного вопроса – это применение распределительного свойства для преобразования суммы в произведение. В результате – к преобразованию суммы в произведение, которое называется вынесением общего множителя за скобки. **<u>4.3. Задачи на части</u>** Задачи на части, а в следующем пункте и задачи на уравниваниепродолжают линию решения текстовых задач арифметическим способом. **<u>4.4. Задачи на уравнивание</u>** Здесь рассматриваются задачи указанного вида, в которых известны сумма двух величин и их разность. **Глава 6. Делимость чисел** Эта глава — завершающий этап в изучении натуральных чисел. Здесь рассматриваются элементарные понятия теориицелимости. От предыдущих глав этот материал отличается тем, что онсодержит значительный объём теоретических сведений, их освоениепредставляет для учащихся определённые трудности. В то же время уучащихся появляется хорошая возможность приобрести опыт проведениянесложных доказательных рассуждений. Нельзя также упускать из виду тообстоятельство, что учение о целых числах — неисчерпаемое поле дляматематических исследований, которые веками привлекали больших учёных.Здесь естественным образом возникают задачи, которые по своемусодержанию, по постановке вопроса понятны даже младшим школьникам.Некоторые из них, естественно, в

	Если натуральные числа a и b взаимно простые, то НОК (a; b) = ab; если натуральное число a делится на b, то НОК (a; b) = a. **Дополнения к главе 3** 2. **Использование чётности при решении задач** В данном пункте учебника рассмотрены решения задач, в которых используется идея чётности чисел. Здесь рассмотрена задача о рисовании так называемых уникурсальных фигур (которые рисуются без отрыва карандаша от бумаги). 2. **Исторические сведения** В данном пункте учебника приведены сведения о простых числах, о решете Эратосфена, «формула» простых чисел Л. Эйлера, сформулированы некоторые решённые и нерешённые задачи, связанные с простыми числами. 2. **Занимательные задачи** **Глава 4. Обыкновенные дроби** В этой главе изучаются в полном объёме обыкновенные дроби. **4.1. Понятие дроби** В данном пункте учебника вводятся понятия обыкновенной дроби (коротко: дроби), её числителя и знаменателя, рационального числа. Отмечается, что любое натуральное число считается дробью со знаменателем 1. Первый пункт нацелен на формирование понятия дроби и подготовки учащихся к изучению сравнения дробей и арифметических действий с ними. Здесь решаются простейшие задачи на дроби. **4.2. Равенство дробей** В данном пункте учебника вводится понятие равенства дробей, на конкретных примерах разъясняется, почему, например, ½=2/4 . Вводятся понятия сокращения дроби и несократимой дроби. Не доказывают основное свойство дроби, а только иллюстрируют его. Тот факт, что дробь есть частное её числителя и знаменателя, устанавливается пока для того случая, когда числитель дроби делится нацело на знаменатель. **4.3. Задачи на дроби** По способам действия задачи, решаемые в данном пункте учебника, знакомы учащимся. Они уже решали такие задачи, знакомясь с понятием дроби. Но в данном пункте они воспринимаются учащимися уже как объект изучения. Для однотипных задач (найти часть целого… , найти целое по его части…) рассматриваются общие способы решения, формулируются правила их решения. **4.4. Приведение дробей к общему знаменателю** В данном пункте учебника вводятся понятия: общий знаменатель, приведение к общему знаменателю, дополнительный множитель. Умение	адаптированном виде представлены впрактической части данной главы. **6.1. Делители и кратные** Пункт начинается с определения операции деления. Это определение известно учащимся с начальной школы, они возвращались к нему и в курсе 5 класса. Теперь это определение выступает как основа, стержень теоретической части главы «Делимость чисел». Оно даётся в формулировке, разъясняющей смысл оборота речи «число *a* делится на число *b*». На базе этого определения вводятся два взаимосвязанных понятия — «делитель» и «кратное». Далее в ходе рассмотрения примеров вводится ещё ряд новых терминов: общий делитель, наибольший общий делитель, общее кратное, наименьшее общее кратное. Они появляются естественным образом, как слова русского языка, без каких-либо специальных определений. **6.2. Простые и составные числа** В этом пункте изучаются простые и составные числа, а также дается представление о простых числах (наименьшее простое число — это 2, простых чисел бесконечно много, существуют специальные таблицы простых чисел). Разложение составного число на простые множители. Простые числа в пределах нескольких первых десятков. В содержании пункта предусмотрен небольшой исторический экскурс — знакомство с «решетом Эратосфена». **6.3.Свойства делимости** В пункте рассматриваются свойства делимости произведения и суммы. Их обоснование проводится путём рассмотрения доказательных примеров, которые, однако, носят общий характер. Идея доказательства знакома учащимся. Упражнения к пункту подобраны таким образом, что учащимся для обоснования всегда достаточно сослаться на соответствующее свойство. В пункте сделан определённый шаг на пути повышения логической культуры учащихся. Речь идёт о введении термина «контрпример», о разъяснении способа опровержения общего утверждения с помощью контрпримера. **6.4. Признаки делимости** В пункте рассматриваются две группы признаков. Это признаки делимости на 2, на 5 и на 10 (в них делимость устанавливается по последней цифре числа) и признаки делимости на 3 и на 9 (в них вопрос о делимости решается по сумме цифр числа). **6.5. Деление с остатком** В этом пункте рассматривается вопрос о количестве остатков при делении на натуральное число *n*. При этом деление нацело рассматривается как частный случай деления с остатком, когда остаток равен 0. Обсуждается классификация натуральных чисел (разбиение на классы, на виды) по остаткам от деления: при делении на натуральное число *n* все натуральные числа разбиваются на *n* видов (дающие при делении на *n* остаток, равный 0, равный 1, …, равный *n* – 1). В системе упражнений основное внимание

	приводить дроби к общему знаменателю лежит в основе сравнения, сложения и вычитания дробей с разными знаменателями. **<u>4.5. Сравнение дробей</u>** В данном пункте учебника вводится правило сравнения дробей. Это определение, с помощью которого сравнивают дроби с общим знаменателем. В данном пункте в общем виде (на буквах) доказывается, что если первая дробь меньше второй, а вторая дробь меньше третьей, то первая дробь меньше третьей (транзитивность неравенств). Далее введены понятия правильной и неправильной дробей. **<u>4.6. Сложение дробей</u>** В данном пункте учебника вводятся правила сложения для дробей с общим знаменателем и дробей с разными знаменателями. **<u>4.7. Законы сложения</u>** В данном пункте учебника вводятся переместительный и сочетательный законы сложения для дробей. Эти законы доказываются для конкретных дробей (с одинаковыми знаменателями), но так, что если вместо чисел в числителях и знаменателях поставить буквы, то получится их полное доказательство со ссылкой на соответствующие законы для натуральных чисел. **<u>4.8. Вычитание дробей</u>** В данном пункте учебника вычитание дробей определяется как операция, обратная сложению. При вычитании равных дробей получается нуль, но из меньшей дроби нельзя вычесть большую и получить положительную дробь. **<u>4.9. Умножение дробей</u>** В данном пункте учебника вводятся операции умножения дробей, умножения натурального числа на дробь, понятия обратной дроби и взаимно обратных дробей. **<u>4.10. Законы умножения. Распределительный закон</u>** В данном пункте учебника вводятся переместительный и сочетательный законы умножения и распределительный закон для дробей. Два первых закона доказываются для конкретных дробей, но так, что если вместо чисел в числителях и знаменателях поставить буквы, то получится их полное доказательство со ссылкой на соответствующие законы для натуральных чисел и правило (определение) умножения дробей. Распределительный закон доказан в общем виде для дробей, приведённых к общему знаменателю. **<u>4.11. Деление дробей</u>** В данном пункте учебника деление дробей определяется как операция, обратная умножению. Здесь формулируется и доказывается на конкретном примере утверждение:	уделено сюжетным задачам, для решения которых необходимо выполнить деление с остатком и дать содержательную интерпретацию полученного результата. **Глава 8. Дроби** В предлагаемом курсе обыкновенные дроби целиком изучаются до десятичных. И в дальнейшем изложение десятичных дробей строится на естественной математической базе с опорой на знания об обыкновенных дробях. Основной акцент в данной главе делается на создание содержательных представлений о дробях. Одновременно здесь закладываются умения решать основные задачи на дроби, сокращать дроби и приводить их к новому знаменателю, сравнивать дроби. **<u>8.1. Доли</u>** Основное назначение этого пункта — создание содержательной основы для введения понятия дроби. Дробь — это математический способ выражения долей. С понятием доли учащиеся знакомы с начальной школы. В упражнениях к пункту закладываются основы для восприятия некоторых важных идей, которые получают развитие в дальнейшем, — это основное свойство дроби (упражнение 605), нахождение части от целого и целого по его части (упражнения 606—608, 610 и др.). **<u>8.2. Что такое дробь</u>** В содержании пункта выделено несколько фрагментов. Первые два из них — понятийные. Они включают в себя само понятие «дробь», раскрытиееео содержательного смысла, а также понятия «правильная дробь» и «неправильная дробь». Следующий фрагмент — изображение дробей точками координатной прямой. Заметим, что приём изображения дроби точкой на координатной прямой не сформулирован в учебнике в виде общего правила, а разъяснён на примере конкретной дроби. Последний фрагмент — решение задач на дроби (нахождение части от целого и целого по его части). Этот материал представлен в системе упражнений учебника (упражнения 635—642 и 647—650). **<u>8.3. Основное свойство дроби</u>** В пункте рассматривается два вида преобразования дробей с помощью основного свойства: приведение дроби к новому знаменателю и сокращение дроби. Здесь соответствующие умения только начинают формироваться; их развитие будет происходить на протяжении изучения всей темы «Дроби» в 5 классе, а также в 6 классе. **<u>8.4. Приведение дробей к общему знаменателю</u>** В примерах 1—2 учебника показаны приёмы определения общегознаменателя двух дробей. В результате их рассмотрения учащиеся понимают,что дроби можно привести к любому общему знаменателю и в качествеобщего знаменателя всегда можно взять произведение знаменателей данныхдробей.

	Частное любых двух натуральных чисел равно дроби, числитель которой равен делимому, а знаменатель — делителю. **4.12. Нахождение части целого и целого по его части** В данном пункте учебника вводится новый способ решения задач на дроби, связанный с умножением (делением) на дробь. А) Уменьшите 900 р. На 1/3 этой суммы. Б) Увеличьте 150 р. На 2/5 этой суммы. **4.13. Задачи на совместную работу** В данном пункте учебника вводится новый тип текстовых задач, традиционных для курса арифметики. В этих задачах зависимость между известными величинами и неизвестной величиной выражается формулой 1/a+ 1/b =1/c . Умение их решать необходимо в старших классах при формировании умения решения задач на совместную работу с помощью уравнения с неизвестным в знаменателе. **4.14. Понятие смешанной дроби** В данном пункте учебника вводятся понятия смешанной дроби, целой части и дробной части смешанной дроби. При изучении данного пункта учащиеся должны научиться записывать неправильную дробь, числитель которой не делится нацело на знаменатель, в виде смешанной дроби и выполнять обратное преобразование. **4.15. Сложение смешанных дробей** В данном пункте учебника рассматривается операция сложения смешанных дробей, сводящаяся к отдельному сложению целых и дробных частей. При этом подразумевается, что результат сложения должен быть записан в виде смешанной дроби или целого числа. **4.16. Вычитание смешанных дробей** В данном пункте учебника рассматривается операция вычитания смешанных дробей, сводящаяся к отдельному вычитанию целых и дробных частей. **4.17. Умножение и деление смешанных дробей** В данном пункте учебника вводятся операции умножения и деления смешанных дробей, выполняемые с помощью записи каждой смешанной дроби в виде неправильной дроби (основной прием вычисления). Вместе с тем в учебнике рассмотрены примеры упрощения вычислений с помощью распределительного закона в особых случаях. Для всех таких случаев в учебнике проведены подробная и краткая записи вычислений. **4.18. Представление дробей на координатном луче** В данном пункте учебника вводятся понятия точки координатного луча с координатой p/d, положительных рациональных чисел, положительных рациональных точек, среднего арифметического нескольких чисел, определяется расстояние между точками, координата середины отрезка,	**8.5. Сравнение дробей** Обучение приёмам сравнения дробей основано на чувственном опыте детей, полученном ими на предыдущих уроках в ходе практическойдеятельности с различными моделями. Запоминание каких-либоспециальных правил не предполагается.. **8.5. Натуральные числа и дроби** При изучении материала этого пункта хорошо бы вместе с учащимисяпрочитать текст учебника, проанализировав его содержание: с помощьюдроби можно записать результат деления любых двух натуральных чисел; любое натуральное число можно разными способами записать в виде дроби,в том числе в виде дроби со знаменателем, равным 1. Дальний прицел здесь- понятие рационального числа, о котором, естественно, на этом этапе неупоминается. **Глава 9. Действия с дробями** В этой главе вводится понятие смешанной дроби и показываются приёмы обращения смешанной дроби в неправильную и выделения целой части из неправильной дроби, способы выполнения арифметических действий со смешанными дробями. В систему упражнений главы включены задания на вычисление значений выражений, требующих выполнения нескольких действий с дробными числами. Как и в натуральных числах, внимание уделяется формированию умений выполнять оценку и прикидку результатов арифметических действий с дробными числами. В качестве специального вопроса рассматриваются приёмы решения задач на нахождение части целого и целого по его части. Учащиеся уже решали такие задачи, опираясь на смысл понятия дроби. Здесь же показываются формальные приёмы решения этих задач путём умножения или деления на дробь. **9.1. Сложение и вычитание дробей** В этом пункте учебника рассматриваются операции сложения и вычитания дробей. Формулируются правила сложения и вычитания дробей с одинаковыми знаменателями. **9.2. Смешанные дроби** Вводится понятие смешанной дроби и на примерах разъясняются приёмывыделения целой части из неправильной дроби и обращения смешаннойдроби в неправильную. **9.3. Сложение и вычитание смешанных дробей** При сложении смешанных дробей учитывается тот факт, что каждое из них представляет сумму целого числа и дроби. В этом же пункте рассматриваются примеры на нахождение разности двух чисел, когда одно из них или оба выражаются смешанными дробями. **9.4. Умножение дробей** В учебнике не рассматривается специальное правило умножения дробина

	показано, что между любыми двумя рациональными точками находится ещё хотя бы одна точка.	натуральное число. **<u>9.5. Деление дробей</u>** В этом пункте учебника предусматривается, что учащиеся должны усвоить понятия дроби, обратной данной, взаимно обратных дробей, научиться делить обыкновенные дроби, включая случаи деления с натуральными числами и смешанными дробями, освоить решение несложных задач, приводящих к делению обыкновенных дробей. **<u>9.6. Нахождение части целого и целого по его части</u>** В этом пункте учебника рассматриваются два способарешения таких задач – на основе смысла понятия дроби и с помощьюформальных правил (умножение и деление на дробь).
6	**Глава 1. Отношения, пропорции, проценты** В этой главе вводятся важные понятия, используемые не только в математике и смежных дисциплинах, но и в обиходе: отношения, масштаб, пропорции, проценты, круговые диаграммы. На конкретном задачном материале изучаются прямая и обратная пропорциональности. Задачи на проценты решаются на уровне содержательного понимания процента- как задачи на нахождения части числа и числа по его части. 2.2. **<u>Отношения чисел и величин</u>** В данном пункте вводится понятие отношения двух неравных нулю чисел a и b, отношения величин и соответствующая терминология: члены отношения, однородные величины. Подчеркнём, что отношением двух неравных нулю чисел a и b называют как выражение a:b,так и его значение. Показывается, что некоторые известные величины являются отношениями других величин (скорость, плотность вещества, цена). 2.2. **<u>Масштаб</u>** В данном пункте вводятся понятия масштаба, численного масштаба, приводятся примеры применения этих понятий к решению задач практического характера. При изучении данного материала учащиеся должны научиться решать три основные задачи: определять масштаб по заданному расстоянию на местности и расстоянию на карте (плане); при заданном масштабе и расстоянии на местности определять расстояние на карте (плане); при заданном масштабе и расстоянии на карте (плане) определять расстояние на местности. 2.2. **<u>Деление числа в данном отношении</u>** В данном пункте разъясняется способ решения задач делением числа в данном отношении. **<u>1.4. Пропорции</u>** В данном пункте вводится понятие пропорции и соответствующая терминология: крайние и средние члены пропорции, формулируется	**Глава 1. Дроби и проценты** В изложении материала выделяются три блока: обыкновенные дроби, проценты и диаграммы. Первые уроки отводятся систематизации и развитию сведений об обыкновенных дробях. Новым здесь является рассмотрение «многоэтажных» дробей. Продолжается решение трёх основных задач на дроби. Учащиеся могут пользоваться двумя приёмами — содержательным на основе смысла дроби и формальным на основе соответствующего правила. Следующий блок в данной главе — проценты. Методика изложенияданного вопроса в учебнике и система упражнений нацелены наформирование ряда важных с практической точки зрения умений, связанныхс «ощущением» понятия процента. Последний блок в данной теме — столбчатые и круговые диаграммы. Продвижение по сравнению с 5 классом заключается в том, что здесь рассматриваются более сложные и разнообразные жизненные ситуации, в которых используются таблицы и диаграммы. Новым элементом является работа с круговыми диаграммами. **<u>1.1.Что мы знаем о дробях</u>** Материал пункта направлен на восстановление и обогащение основных знаний о дробях, полученных учащимися в 5 классе: знаменатель и числитель дроби, основное свойство дроби, сокращение дробей и приведение их к новому знаменателю, различные способы сравнения дробей. Основной приём, принятый в учебнике, — нахождение общего знаменателя путём перебора чисел, кратных одному из знаменателей, преимущественно большему. Этот приём в объяснительном тексте учебника рассматривается в примере 3 в связи с решением задачи на сравнение дробей. 2.2. **<u>Вычисления с дробями</u>** Материал пункта предназначен для восстановления и развития умений выполнять действия с дробями. Системой упражнений предусмотрены все основные моменты, на которые надо обратить внимание в ходе повторения. 2.2. **<u>«Многоэтажные» дроби</u>** При изучении материала этого пункта учащиеся приобретают важный для

	основное свойство пропорции. Показывается два способа решения пропорций. При этом главным для них должен стать способ решения, опирающийся на основное свойство пропорции. **1.5. Прямая и обратная пропорциональность** В данном пункте вводятся понятия прямо пропорциональных и обратно пропорциональных величин, показываются способы решения задачна прямую и обратную пропорциональность. **1.6. Понятие о проценте** В данном пункте вводится понятие процента, рассмотрены способы решения основных задач на проценты, работа с которыми будет продолжена при изучении следующего пункта учебника. Обратим внимание на важность освоения нового понятия каждым школьником. Все задачи данного пункта решаются на основе содержательного понимания процента как сотой части числа, т. Е. как задачи на дроби. При нахождении нескольких процентов числа или числа по его процентам первый шаг заключается в нахождении одного процента. **1.7. Задачи на проценты** Данный пункт учебника посвящён трём основным задачам на проценты: • найти несколько процентов числа; • найти число по нескольким его процентам; • найти, сколько процентов составляет одно число от другого. **Дополнения к главе 1** 2. **Задачи на перебор всех возможных вариантов** Идея решения задачи с помощью перебора всех возможных вариантов показывается в данном пункте на конкретных примерах. Учащиеся должны понимать, что перебор всех возможных вариантов или подсчёт их числа надо осуществлять по определённому плану. Иначе можно потерять часть вариантов. Похожие задачи уже встречались в 5 классе, теперь их разбор требуется для подготовки к решению задач на вычисление вероятностей случайных событий. 2. **Исторические сведения** В данном пункте учебника приведены сведения из истории использования пропорций и процентов и происхождения принятых теперь способов записи пропорций и обозначения процентов. Имеется информация об учёных, внёсших вклад в становление теории вероятностей. **4. Занимательные задачи** В данном пункте учебника приведены занимательные задачи, связанные с пропорциями и процентами. Здесь же есть задачи, связанные с площадями фигур.	дальнейшего обучения опыт записи частного с помощью дробной черты. **1.4. Основные задачи на дроби** В этом пункте повторяются известные учащимся из 5 класса методы решения основных задач на дроби. Их два: опора на смысл понятия дроби и умножение или деление на дробь. **1.5. Что такое процент** При изучении материала данного пункта можно выделить два блока:первый блок имеет цель сформировать понимание процента какспециального способа выражения доли величины (упражнения 84—102 изучебника), создать представление уучащихся о целом как 100% величины (упражнения 88—90 из учебника); второй блок — научить находитьнесколько процентов величины (упражнения 103—108, 112—114 изучебника). В ходе решения задачучащиеся встречаются с практическими ситуациями, связанными сиспользованием понятия «процент». **1.6. Столбчатые и круговые диаграммы** Продолжается формирование умения работать с диаграммами. С этойцелью рассматриваются более сложные по конструкции столбчатыедиаграммы. Кроме того, учащиеся знакомятся с новым видом диаграмм —круговыми. Они получают представление о том, что на круговых диаграммахудобно изображать информацию, характеризующую соотношение междучастями целого, которая обычно выражена в процентах.В данном пункте рассматриваются столбчатые диаграммы нового вида,которые позволяют наглядно представить развитие некоторого явления илипроцесса. Затем на основе рассмотрения типичной для нашей жизниситуации вводятся круговые диаграммы. **Глава 3. Десятичные дроби** Данная глава является вводной в крупную темукурса «Десятичные дроби». В ней излагаются основные теоретическиесведения. При изучении этой главы формируются основополагающиебазовые умения. Учащиеся знакомятся с десятичными дробями как соспециальным способом записи обыкновенных дробей со знаменателем вида$10n$, распространяющим на дробные числа идею десятичной нумерации. Характерной особенностью этой главы (как, впрочем, и следующей)является изложение материала с постоянной опорой на знание учащихся обобыкновенных дробях. Акцентируется внимание на том, что десятичныедроби — это специальный способ записи обыкновенных дробейопределённого вида, следовательно, в силе остаются все известные факты обобыкновенных дробях, но знакомые алгоритмы (например, алгоритмсравнения дробей) видоизменяются и упрощаются. **3.1. Десятичная запись дробей** Материал пункта содержит несколько смысловых фрагментов. Сначала учащиеся знакомятся с идеей десятичной записи дробных чисел и узнают

	Глава 2. Целые числа В этой главе происходит расширение множества натуральных чисел до множества целых чисел. Вводятся отрицательные целые числа, изучаются сравнение целых чисел, арифметические действия с ними, затем законы сложения и умножения, правила раскрытия скобок, заключения в скобки и действия с суммами нескольких слагаемых. Лишь после этого рассматривается представление целых чисел на координатной оси. Введение отрицательных чисел и правил действий с ними первоначально происходит на множестве целых чисел. Схема изучения целых чисел такая же, как и при изучении натуральных чисел. В этой главе продолжается применение доказательных рассуждений. Доказательство законов сложения и умножения для целых чисел проводится на характерных числовых примерах с опорой на соответствующие законы для натуральных чисел. **2.1.Отрицательные целые числа** **2.2. Противоположные числа. Модуль числа** Изучение нового материала начинается с вводных уроков с использованием раздела «Подготовка к изучению целых чисел». Рассматривается достаточное число примеров на подсчет выигрышных и проигрышных очков, ряда целых чисел которое приводит к тому, что учащиеся оказываются подготовленными к введению операций над целыми числами. В пункте 2.1 вводятся понятия целых отрицательных чисел, ряда целых чисел. В пункте 2.2 вводятся понятия противоположных чисел и модуля целого числа. **2.3. Сравнение целых чисел** В данном пункте учебника вводится правило сравнения целых чисел с помощью ряда целых чисел. Из этого правила естественно вытекают правила сравнения целых чисел с нулём и правило сравнения отрицательных чисел. **2.4. Сложение целых чисел** **2.5. Законы сложения целых чисел** В пункте 2.4 учебника правила сложения целых чисел иллюстрируются с помощью ряда целых чисел. В пункте 2.5 учебника формулируются переместительный и сочетательный законы сложения для целых чисел, показывается применение этих законов для вычисления суммы нескольких слагаемых. **2.6. Разность целых чисел** В данном пункте учебника определена разность целых чисел, показано,	названия новых разрядов. Завершается первый фрагмент разъяснением правила чтения десятичных дробей. В следующем фрагменте рассматриваются приёмы перехода от десятичной дроби к соответствующей обыкновенной и записи обыкновенной дроби со знаменателем 10, 100, 1000 и т. Д. в виде десятичной. Эти приёмы разъясняются на примерах. В последнем фрагменте рассматривается вопрос об изображении десятичных дробей точками на координатной прямой. Этот материал содержательно нацелен не столько на выработку навыка, сколько на более глубокое осознание и понимание поразрядного состава десятичной дроби. **3.2. Десятичные дроби и метрическая система мер** Основное назначение этого пункта — сформировать умениеиспользовать десятичные дроби для выражения значений величин вметрической системе мер, для перехода от одних единиц измерения к56другим, кратным им единицам. **3.3. Перевод обыкновенной дроби в десятичную** Основная мысль этого пункта такова: в виде десятичной дроби можнозаписать не только обыкновенную дробь, имеющую в знаменателе степеньчисла 10, но и любую другую, которая может быть приведена к знаменателютакого вида. В результате изучения пункта учащиеся должны научиться в несложныхслучаях обращать обыкновенные дроби в десятичные. **3.4. Сравнение десятичных дробей** Теоретическая часть пункта разбита на три фрагмента. В первом из нихрассматривается вопрос о возможности различных представлений одного итого же числа в виде десятичной дроби. Сформулированное в учебнике правило учащиеся должны запомнить и уметь иллюстрировать егопримерами. Это правило — основа практического умения, которое постояннотребуется при выполнении действий с десятичными дробями. Приёмы сравнения десятичных дробей разбираются наконкретных примерах. В последнем фрагменте развивается идея совместных операций собыкновенными и десятичными дробями, которая была уже затронута впредыдущем пункте. Подчёркивается, что вобыкновенных дробях задание на сравнение обыкновенной и десятичнойдроби можно выполнить всегда, а в десятичных нет. **Глава 4. Действия с десятичными дробями** Алгоритмы действий с десятичными дробями вводятся на основе соответствующих алгоритмов действий с обыкновенными дробями. Формируемые в данной теме навыки округления десятичных дробей находят применение при вычислении приближённых десятичных значений обыкновенных дробей. **4.1. Сложение и вычитание десятичных дробей** Правило сложения десятичных дробей фактически выводится путём

	что разность $a - b$ целых чисел a и b равна сумме $a + (-b)$ — числа a и числа, противоположного числу b. **<u>2.7. Произведение целых чисел</u>** В данном пункте учебника определены произведение целых чисел, степень целого числа с натуральным показателем, сформулированы переместительный и сочетательный законы умножения для целых чисел. **<u>2.8. Частное целых чисел</u>** В данном пункте учебника определено частное целых чисел a и b, таких, что $\|a\|$ делится на $\|b\|$ нацело. Теперь изучены все арифметическиедействия над целыми числами. **<u>2.9. Распределительный закон</u>** В данном пункте учебника сформулирован распределительный закон для целых чисел. Отмечено, что его доказательство сводится к распределительному закону для натуральных чисел, доказательство приведено для конкретных чисел. Основное применение распределительного закона — раскрытие скобок и вынесение общего множителя за скобки. **<u>2.10. Раскрытие скобок и заключение в скобки</u>** **<u>2.11. Действия с суммами нескольких слагаемых</u>** В пункте 2.10 учебника вводится понятие суммы нескольких слагаемых для выражений вида –3 + 6 – 1, сформулированы правила раскрытия скобок, перед которыми стоит знак «+» или знак «–», правила заключения в скобки. Обратим внимание на то, что в пункте 2.10 речь идёт о знаке «+» (или «–»), стоящем перед числом, а в пункте 2.11 показано, что если знак «+» (или «–») является знаком действия, то можно применять те же правила раскрытия скобок и заключения в скобки. **<u>2.12. Представление целых чисел на координатной оси</u>** В данном пункте развивается идея изображения чисел точками координатной оси: вводится понятие положительной (отрицательной) полуоси, определяется расстояние между точками с целыми координатами m и n для случая, когда известно, какое из чисел больше. **Глава 3. Рациональные числа** В этой главе происходит следующий этап расширения множества чисел до множества всех рациональных чисел. Вводятся рациональные числа, их сравнение, изучаются арифметические действия с ними, законы сложения и умножения, смешанные дроби произвольного знака, изображение рациональных чисел на координатной оси. Основное внимание при изучении данной темы уделяется действиям с рациональными числами. На втором этапе изучения отрицательных чисел соединяются сформированные ранее умения: определять знак	дедуктивного рассуждения; рассуждения, приведённые на частном примере, носят общий характер (с. 72). В упражнениях встречаются задания, в которых промежуточные действия могут быть выполнены устно (упражнения **263** и **265** из учебника). **<u>4.3. Умножение десятичных дробей</u>** Основное внимание уделяется алгоритмической стороне вопроса умножения десятичных дробей. В учебнике формулируется одно правило, применимое как в случае умножения двух десятичных дробей, так и в случае, когда один из множителей — натуральное число. Система упражнений включает умножение двух чисел, умножение нескольких чисел, использование переместительного и сочетательного свойств умножения, комбинированные примеры на сложение, вычитание и умножение со скобками и без скобок, решение текстовых задач, требующее применения умножения десятичных дробей. Среди текстовых задач специально выделяются задачи на нахождение части, выраженной десятичной дробью, от данной величины (упражнения 305—307, 312). Продолжается решение заданий на прикидку и оценку результатов вычислений (упражнение 301). **<u>4.4. Деление десятичных дробей</u>** В теоретической части данного пункта выделяются два блока: деление десятичной дроби на натуральное число и деление десятичной дроби на десятичную дробь. **<u>4.5. Деление десятичных дробей (продолжение)</u>** В учебнике на конкретном примере показано, как разрешить проблему деления двух десятичных дробей, когда при делении уголком процесс оказывается бесконечным. Рассматриваются два приёма. В первом используют замену десятичных дробей обыкновенными, во втором — другое обозначение действия деления (дробную черту) и преобразование полученной записи с опорой на основное свойство дроби. **<u>4.6. Округление десятичных дробей</u>** Предварительно надо повторить разряды десятичной дроби и изображение десятичной дроби на координатной прямой. Термин «округление» знаком учащимся. Уже в начале 5 класса округление отождествлялось с заменой первоначального числа круглым, т. Е. числом с нулями на конце. **<u>Глава 6. Отношения и проценты</u>** Понятие отношения вводится в ходе рассмотрения некоторых жизненных ситуаций. Продолжается развитие представлений учащихся о процентах. Теперь проценты рассматриваются в связи с десятичными дробями. Большое место среди задач учебника продолжают занимать задачи на прикидку, на выработку «ощущения» процента как определённой доли величины, на применение знаний в практических ситуациях.

	результата и действовать с дробями. Отметим, что в конце главы рассматриваются уравнения и решение задач с помощью уравнений. **3.1. Отрицательные дроби** В данном пункте учебника вводятся отрицательные дроби. Знакомые по целым числам понятия противоположных чисел и модуля числа переносятся на новое множество чисел. Здесь же отмечается, что знак «–», стоящий перед дробью, можно записать в числителе или знаменателе. **3.2. Рациональные числа** В данном пункте учебника вводится понятие рационального числа, рассматривается основное свойство дроби. При этом уточняется, что любое натуральное число является рациональным, а любое рациональное число можно записать в виде дроби, числитель которой целое, а знаменатель — натуральное число. **3.3. Сравнение рациональных чисел** Данный пункт учебника посвящён сравнению рациональных чисел. Правила сравнения формулируются для дробей с общим положительным знаменателем. В предыдущем пункте установлено, что любое рациональное число можно записать в виде дроби, числитель которой целое, а знаменатель — натуральное число. Такая запись помогает при сравнении рациональных чисел с общим положительным знаменателем: сравнение сводится к сравнению целых чисел — числителей дробей. **3.4. Сложение и вычитание рациональных чисел** В данном пункте учебника вводятся операции сложения и вычитания дробей любого знака. Важно подчеркнуть, что эти действия производятся по тем же правилам, как для обыкновенных дробей. Обратим внимание на то, что сложение и вычитание дробей с общим знаменателем сводится к сложению и вычитанию целых чисел (в числителе). **3.5. Умножение и деление рациональных чисел** В данном пункте учебника вводятся операции умножения и деления дробей любого знака. Важно подчеркнуть, что эти действия выполняются по тем же правилам, что и для обыкновенных дробей. Обратим внимание на то, что умножение и деление дробей сводится к умножению целых чисел (в числителе и знаменателе. **3.6. Законы сложения и умножения** В данном пункте учебника рассмотрены пять законов сложения и умножения. Здесь подчёркнуто, что доказательство любого из этих законов можно провести, опираясь на соответствующие законы для целых чисел. В качестве примера приведено доказательство в общем виде распределительного закона. Это доказательство выделено в учебнике как не обязательное для всех учащихся.	**6.1. Что такое отношение** Введению термина «отношение» предшествует обсуждение важного практического вопроса о различных способах сравнения чисел и величин. Пример 1 (учебник, с. 122) служит иллюстрацией сравнения величин путём нахождения их отношений. В ходе упражнений учащиеся от термина «частное» переходят к термину «отношение», учатся составлять отношения, объяснять смысл каждого из составленных отношений. Заметим, что в этом пункте рассматриваются отношения как одноимённых, так и разноимённых величин. **6.2. Деление в данном отношении** Умение решать задачи на деление в данном отношении базируется на умении решать задачи на части. **6.3. «Главная» задача на проценты** Изучение темы является продолжением работы, начатой в начале учебного года, когда было введено понятие «процент» и учащиеся познакомились с широким спектром задач, в которых оно встречалось. **6.4. Выражение отношения в процентах** В центре изучения материала данного пункта находится задача: определить, сколько процентов одна величина составляет от другой. Принят подход, в соответствии с которым сначала находим, какую часть одна величина составляет от другой, а затем эту часть выражаем в процентах. **Глава 8. Выражения, формулы, уравнения** Глава включает материал, относящийся к алгебраическому блоку содержания курса математики 5—6 классов. Он группируется вокруг трёх фундаментальных алгебраических понятий: выражение, формула, уравнение. Изложение материала ведётся на основе знакомства с математическим языком, перевода с естественного языка на математический, использования математического языка для описания реальной действительности. Вначале обсуждается вопрос об использовании букв для обозначения чисел, вводится понятие буквенного выражения и такие связанные с ним понятия, как «числовая подстановка», «значение буквенного выражения», «допустимые значения букв». На элементарном уровне отрабатываются соответствующие практические умения. Завершается глава обсуждением вопроса об уравнениях. **8.1. О математическом языке** Упражнения в пункте направлены на формирование навыков чтения и записи буквенных выражений и буквенных равенств. Вся работа осуществляется как деятельность по переводу с естественного языка на математический и наоборот. **8.2. Буквенные выражения и числовые подстановки**

	3.7. Смешанные дроби произвольного знака В данном пункте учебника вводятся смешанные дроби произвольного знака. Это другая форма записи рациональных чисел, использование которой упрощает сложение и вычитание (но не умножение и деление) дробей. **3.8. Изображение рациональных чисел на координатной оси** В данном пункте изучается важный материал — изображение рациональных чисел на координатной оси. Здесь определяется расстояние между точками a и b (точками с координатами a и b), а также вычисляется координата середины отрезка по координатам его концов; вводится понятие среднего арифметического нескольких чисел. **3.9. Уравнения** В данном пункте вводятся понятия уравнения, корня уравнения, на конкретном примере объясняется правило переноса члена уравнения в другую часть с противоположным знаком. **Глава 4. Десятичные дроби** В этой главе изучаются сначала положительные, потом и отрицательные десятичные дроби. Подчёркивается, что десятичные дроби — это другая форма записи рациональных чисел. Схема изучения десятичных дробей та же, что и ранее, но справедливость законов арифметических действий уже не надо доказывать, так как это частный случай доказанных ранее законов. **4.1. Понятие положительной десятичной дроби** В данном пункте учебника вводятся понятия положительной десятичной дроби, её разрядов. Основная цель этого пункта — освоение учащимися нового способа записи положительных рациональных чисел, знаменатель которых является степенью числа 10, обучение учащихся чтению и записи десятичных дробей, использованию десятичных дробей для перехода от крупных единиц измерения к мелким и от мелких к крупным. **4.2. Сравнение положительных десятичных дробей** В данном пункте учебника рассматривается сравнение десятичных дробей. Сначала объясняется (с помощью перехода к обыкновенным дробям), почему в записи десятичной дроби можно после запятой приписать (или отбросить) нули справа. **4.3. Сложение и вычитание положительных десятичных дробей** В данном пункте учебника вводятся операции сложения и вычитания десятичных дробей. Сначала объясняется (с помощью перехода к обыкновенным дробям), что складывают (и вычитают) десятичные дроби по разрядам, дописывая в случае необходимости нули справа после запятой.	В данном пункте появляются основные термины, которые должны войти в активный словарь учащихся, и на примере разъясняется приём вычисления значения буквенного выражения. Формирование умения правильно выполнить числовую подстановку и вычислить соответствующее значение буквенного выражения — главная практическая цель данного пункта. **8.5. Что такое уравнение** Материал этого пункта — это своего рода введение в один из основных разделов курса алгебры «Уравнения». Его основная цель — знакомство с понятием уравнения, которое вводится в контексте перевода некоторого сюжета на математический язык. **Глава 9. Целые числа** В данной главе выделено, что в начале изучения положительных и отрицательных чисел специального блока «Целые числа» позволяет на простом материале познакомить учащихся практически со всеми основными понятиями. В результате последующее изучение рациональных чисел является уже «вторым проходом» всех принципиальных вопросов, что облегчает восприятие материала и способствует прочности приобретаемых навыков. **9.1. Какие числа называют целыми** Подходы к изучению данного материала существенно отличаются от принятых в школьных учебниках математики. Прежде всего вводится подготовительный этап, в ходе которого с помощью игровых упражнений учащиеся получают наглядно-интуитивные представления о положительных и отрицательных числах, включая сложение целых чисел с одинаковыми и разными знаками. **9.2. Сравнение целых чисел** К моменту изучения темы учащиеся должны правильно понимать и употреблять в речи термины: положительное число, отрицательное число, целые числа, противоположное число; замечать, что два данных числа (не равные нулю) либо числа одного знака, либо числа разных знаков. Вопрос о сравнении целых чисел связывается с их расположением в ряду целых чисел, который предполагается изобразить на рисунке (схематично), а впоследствии можно представлять мысленно. **9.3. Сложение целых чисел** В данном пункте учебника внимание уделяется сложению с использованием переместительного и сочетательного законов сложения. Далее в вычислениях с целыми и рациональными числами привлекается внимание к числовым подстановкам в буквенное выражение. **9.4. Вычитание целых чисел** В данном пункте показано возможность замены действия вычитания

	4.4. Перенос запятой в положительной десятичной дроби В данном пункте учебника на конкретных примерах показано, как изменяется десятичная дробь при переносе в её десятичной записи запятой вправо или влево. Учащиеся должны усвоить, что для увеличения (уменьшения) десятичные дроби в 10, 100, 1000, … раз надо в её записи перенести запятую вправо (влево) на 1, 2, 3, … цифры. **4.5. Умножение положительных десятичных дробей** В данном пункте учебника на конкретных примерах показано, как умножают десятичные дроби. Для обоснования вычисления применяется перенос запятой в десятичной дроби вправо и влево, а также переход к умножению обыкновенных дробей. **4.6. Деление положительных десятичных дробей** В данном пункте учебника на конкретных примерах показано, что деление двух положительных десятичных дробей всегда выполнимо — частное может быть записано в виде обыкновенной дроби. Так как не любая обыкновенная дробь может быть записана в виде десятичной, то в этом пункте рассмотрены лишь случаи, когда частное двух десятичных дробей есть натуральное число или десятичная дробь. Изучением деления десятичных дробей заканчивается изучение четырёх арифметических действий с десятичными дробями. **4.7. Десятичные дроби и проценты** В данном пункте учебника на конкретных примерах показано применение десятичных дробей для решения задач на проценты. Ранее эти задачи решались при изучении первой главы — сначала нахождением одного процента, а затем нескольких процентов числа или числа по нескольким его процентам. Первые задачи такого рода решались по действиям. Затем было показано применение умножения и деления на дробь. Теперь этот последний способ решения видоизменяется применением десятичных дробей. **4.8. Сложные задачи на проценты** В данном пункте учебника на конкретных примерах показано применение так называемых простых и сложных процентов, имеющее большое практическое значение. **4.9. Десятичные дроби произвольного знака** В данном пункте учебника вводятся отрицательные десятичные дроби. Все действия с десятичными дробями произвольного знака выполняются по тем же правилам, что и с целыми числами. **4.10. Приближение десятичных дробей** **4.11. Приближение суммы, разности, произведения и частного двух чисел** В пункте 4.10 учебника вводятся понятия приближения числа,	действием сложения. **9.5. Умножение и деление целых чисел** В данном пункте учебника важнейшим моментом при рассмотрении умножения являются так называемые правила знаков. Их мотивировка естественна в случаях умножения на положительное число и требует некоторой догадки и домысливания при умножении на отрицательное число. Поэтому в учебнике приводится мотивировка (с. 202—203) целесообразности принятого правила. **Глава 10. Множества. Комбинаторика** Глава начинается со знакомства с простейшими базовыми понятиями теории множеств (множество, элемент множества, конечное множество, бесконечное множество, пустое множество, подмножество, объединение множеств, пересечение множеств). Изложение материала строится с привлечением разнообразных математических и нематематических примеров. В соответствии с общей линией, принятой в учебниках, в этой главе продолжается решение задач арифметическим способом. Здесь рассматривается некоторый тип задач, для решений которых удобно использовать круги Эйлера. Завершается глава пунктом, посвящённым решению комбинаторных задач. Как и в 5 классе, они решаются перебором всех возможных вариантов. **10.1. Понятие множества** В пункте прежде всего разъясняется, что в математике обозначают словом «множество», рассматриваются способы задания конечных и бесконечных множеств, вводится понятие подмножества. **10.2. Операции над множествами** В этом пункте выделены два фрагмента. В первом из них рассматриваются две операции над множествами — объединение множеств и пересечение множеств. Во втором фрагменте рассматривается понятие классификации. Смысл рассмотрения этого вопроса состоит в том, чтобы подчеркнуть возможность применения математического аппарата в самых разных областях человеческого знания. **10.3. Решение задач с помощью кругов Эйлера** В пункте рассматривается некоторый класс арифметических задач, для решения которых оказывается очень удобным проведение рассуждений с опорой на схемы — круги Эйлера. С помощью последовательного заполнения числовыми данными областей на схеме запутанное условие становится ясным и наглядным. Объяснение метода решения проводится на примере разбора типичной задачи. К пониманию проводимых рассуждений, анализу схемы учащиеся хорошо подготовлены содержанием и упражнениями предыдущего пункта.

	приближённого равенства, приближения числа с недостатком, с избытком, с округлением, понятие значащей цифры числа. В пункте 4.11 на конкретных примерах показано, как правильно округлять числа при выполнении действий с приближениями чисел. Для сложения и вычитания, а также для умножения и деления сформулированы отдельно правила округления чисел при этих вычислениях. **Дополнения к главе 4** **<u>1. Вычисления с помощью калькулятора</u>** **<u>2. Процентные расчёты с помощью калькулятора</u>** В пункте 1 на конкретных примерах показано, как выполнять вычисления с десятичными дробями с помощью калькулятора, как пользоваться памятью калькулятора для сохранения результатов промежуточных вычислений. Объясняется, в каких случаях результаты вычислений с помощью калькулятора получаются точными, а в каких — приближёнными. В пункте 2 на конкретных примерах показано, как выполнять процентные расчёты с помощью калькулятора: нахождение нескольких процентов числа, увеличение (уменьшение) числа на несколько процентов, нахождение числа по его процентам и др. **Глава 5. Обыкновенные и десятичные дроби** При изучении заключительной темы курса математики 5–6 классов устанавливается связь между обыкновенными и десятичными дробями. Показывается, что несократимые дроби, знаменатель которых не содержит простых делителей, кроме 2 и 5, и только они, записываются в виде конечных десятичных дробей, остальные — в виде бесконечных периодических десятичных дробей. Делается вывод, что любое рациональное число можно записать в виде периодической десятичной дроби. Затем приводятся примеры бесконечных непериодических десятичных дробей, которые и называют иррациональными числами. Рациональные и иррациональные числа — это действительные числа. Введение бесконечных десятичных дробей (необязательно периодических) позволяет ввести понятие длины произвольного отрезка. Здесь показывается, что длина отрезка как раз и есть бесконечная десятичная дробь, что каждой точке координатной оси соответствует действительное число. В качестве примера иррационального числа рассмотрено число π и показано, как с его помощью вычисляют длину окружности и площадь круга. Вводятся декартова система координат на плоскости, столбчатые диаграммы и графики. **<u>5.1. Разложение положительной обыкновенной дроби в конечную десятичную дробь</u>**	**Глава 11. Рациональные числа** В данной главе основное внимание при изучении рациональных чисел уделяется обобщению и развитию знаний, полученных учащимися в ходе изучения целых чисел. При этом уровень сложности вычислительных заданий ограничен: он не выходит за рамки необходимого для последующего применения. Здесь же продолжается линия решения текстовых задач. Для более отчётливого понимания собственно идеи координат в учебнике рассматриваются примеры различных систем координат. **<u>11.1. Какие числа называют рациональными</u>** В ходе изучения пункта целесообразно стремиться к тому, чтобы учащиеся научились правильно употреблять и понимать все известные им термины, связанные с числами: натуральное, дробное, положительное, отрицательное, рациональное число. **<u>11.2. Сравнение рациональных чисел. Модуль числа</u>** В материале пункта присутствуют два подхода: содержательно-интуитивный — сравнение чисел с опорой на расположение чисел на координатной прямой; формализованный — сравнение чисел на основе сформулированных правил, в том числе с использованием понятия «модуль числа». Первому подходу соответствует выполнение заданий в объяснительном тексте, которые основываются на факте: из двух чисел больше то, которое на координатной прямой расположено правее, и меньше то, которое на координатной прямой расположено левее. Определение модуля числа и его геометрическая интерпретация приводятся в учебнике (с. 234). **<u>11.3. Действия с рациональными числами</u>** Объяснительный текст пункта подразделяется на три блока: сложение и вычитание рациональных чисел, умножение и деление рациональных чисел, равенство и его применение при вычислениях. Соответствующие блоки есть и в упражнениях к пункту, кроме того, в них добавляется ещё и четвёртый блок — совместные действия с рациональными числами.

	В данном пункте учебника выделено множество обыкновенных дробей, которые можно записать в виде конечных десятичных дробей. Показано, что любая конечная десятичная дробь записывается в виде обыкновенной, знаменатель которой не содержит простых делителей, кроме 2 и 5, и что несократимые дроби, знаменатели которых не содержат простых делителей, кроме 2 и 5, записываются в виде десятичных дробей. Отмечается, что есть два способа превращения обыкновенной дроби в десятичную: 1) умножение числителя и знаменателя обыкновенной дроби на степени 2 и 5 так, чтобы в знаменателе получилась степень 10; 2) деление числителя на знаменатель обыкновенной дроби уголком. **5.2. Бесконечные периодические десятичные дроби** **5.3*. Периодичность десятичного разложения обыкновенной дроби** В пункте 5.2 учебника вводится понятие бесконечной периодической десятичной дроби. Обратим внимание на естественность появления в этом месте таких дробей: если разделить числитель несократимой обыкновенной дроби на е` знаменатель, имеющий любой простой множитель, отличный от 2 и 5, то возникает бесконечная периодическая десятичная дробь. Также естественно выглядит превращение любого целого числа или конечной десятичной дроби в бесконечную периодическую десятичную дробь с периодом 0. Важно подвести итог изучения п. 5.2 выводом о том, что любое рациональное число имеет две формы записи: в виде обыкновенной дроби и в виде бесконечной периодической десятичной дроби. В пункте 5.3 приводится обоснование этого вывода, показывается, как любую периодическую десятичную дробь записать в виде обыкновенной дроби. В учебнике этот перевод демонстрируется на характерных примерах. **5.4. Непериодические бесконечные десятичные дроби** **5.5*. Действительные числа** В пункте 5.4 учебника вводятся понятия бесконечной непериодической десятичной дроби, иррационального числа, действительного числа. В пункте 5.5 учебника вводятся понятия целой и дробной частей положительной бесконечной дроби, модуля действительного числа, устанавливаются правила сравнения действительных чисел, сообщается, что на практике бесконечные десятичные дроби складывают, вычитают, умножают и делят приближённо, сформулированы основные свойства действительных чисел.	
Класс	*Учебники 3, С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин «Алгебра, 7», «Алгебра, 8», «Алгебра, 9»*	*Учебники 4, Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович и др., составитель Т.А. Бурмистрова «Алгебра, 7», «Алгебра, 8», «Алгебра, 9»*
7	**Глава 1. Действительные числа**	**Глава 1. Дроби и проценты**

	В этой главе изучается представление о действительном числе: всякое действительное число можно записать в виде десятичной дроби (вообще говоря, бесконечной) и к пониманию того, что длина любого отрезка — действительное число. **§ 1. Натуральные числа** В § 1 систематизируются изученные ранее сведения о натуральных числах. *2.2.* **Натуральные числа и действия с ними** В данном пункте вводится понятие делимости нацело для натуральных чисел. При этом слово «нацело» обычно опускают. *2.2.* **Степень числа** В данном пункте вводится определение степени с натуральным показателем, приводятся свойства степеней. *2.2.* **Простые и составные числа** В данном пункте вводятся важные понятия: простые и составные числа. Отмечается, что число 1 не относят ни к простым, ни к составным числам. **1.4. Разложение натуральных чисел на множители** В данном пункте вводятся понятия простого делителя и разложения натурального числа на простые множители, напоминается приём разложения натуральных чисел на простые множители, известный из 5 класса. **§ 2. Рациональные числа** В § 2 повторяется материал, изученный в 5—6 классах. **2.1. Обыкновенные дроби. Конечные десятичные дроби** **2.2. Разложение обыкновенной дроби в конечную десятичную дробь** В пунктах 2.1 и 2.2 вводятся понятия положительного рационального числа, обыкновенной положительной дроби, десятичного разложения обыкновенной дроби и др., рассматривается основное свойство дроби, выясняется возможность записи обыкновенной дроби, знаменатель которой не имеет других простых делителей, кроме 2 и 5, в виде конечной десятичной дроби, а также любой десятичной дроби в виде обыкновенной. **2.3. Периодические дроби** В данном пункте вводятся понятия бесконечной периодической десятичной дроби, периода дроби для положительных чисел, сформулированы два утверждения: *2)* любое положительное рациональное число	Курс 7 класса начинается с блока арифметических вопросов, своего рода «мостика» между 6 и 7 классами. Здесь ещё раз, но уже на новом уровне, уделяется внимание взаимосвязи обыкновенных и десятичных дробей, такому важному элементу вычислительной подготовки школьников, как умение сравнивать дроби, совершенствованию навыков выполнения действий с дробными числами. Формирование вычислительных умений продолжается при изучении пункта «Степень с натуральным показателем». 1.1. **Сравнение дробей** Основная цель этого пункта – развитие представлений учащихся о дробях и, прежде всего умений сравнивать дроби, которые формировались при изучении курса математики 5—6 классов (акцент здесь сделан на сравнение двух обыкновенных дробей, а также обыкновенной и десятичной дроби). *2.2.* **Вычисления с рациональными числами** Назначение данного пункта — восстановление и развитие умений выполнять действия с дробными числами, в том числе и с отрицательными дробями. *2.2.* **Степень с натуральным показателем** Изучение степени с натуральным показателем в 7 классе осуществляется в два этапа. Основная цель данного пункта — накопление знаний о степенях на основе практического опыта, создание своего рода основы для последующей формализации (см. гл. 6 «Свойства степени с натуральным показателем»). **1.4. Задачи на проценты** Первое знакомство с процентами при работе по данной системе учебников происходит в 6 классе. Там проценты рассматривались дважды: сначала в процессе второго «прохода» обыкновенных дробей, а затем при изучении десятичных дробей. Материал 7 класса позволяет вспомнить известные сведения о процентах и продвинуться в решении задач. **1.5. Статистические характеристики** В этом пункте продолжается знакомство учащихся с описательной статистикой, начатое в 5 и 6 классах, где рассматривались наглядные способы представления информации — таблицы и диаграммы. Основная цель данного пункта — формирование первоначальных представлений о статистическом анализе ряда данных. Учащиеся знакомятся с такими простейшими статистическими характеристиками, как среднее арифметическое, мода и размах. **1.6. Последняя цифра степени** **(*Для тех, кому интересно*)** В этом пункте представлен материал, который может оказаться вполне посильным и интересным многим учащимся. Интерес может вызвать уже то, что, оказывается, совсем нетрудно узнать, какой цифрой оканчивается такое

	*p/d*разлагается в периодическую дробь; 2) любая периодическая дробь есть десятичное разложение некоторого положительного рационального числа *p/d* **<u>§ 3. Действительные числа</u>** **3.1. Иррациональные числа** **3.2. Понятие действительного числа** **3.3. Сравнение действительных чисел** В пунктах 3.1 и 3.2 вводятся понятия бесконечной непериодической десятичной дроби, иррационального числа и действительного числа, а также понятия целой части и модуля числа для действительных чисел, понятие противоположных чисел. В пункте 3.3 вводятся правила сравнения действительных чисел. **3.4. Основные свойства действительных чисел** В данном пункте приведены 5 свойств, связанных со сравнениями действительных чисел, и 13 равенств, выражающих свойства действительных чисел. **3.5. Приближения числа** В данном пункте вводятся понятия приближения числа, приближения с недостатком, приближения с избытком, приближения с округлением значащей цифры, приведены правила приближённых вычислений при сложении или вычитании и при умножении или делении, показаны примеры их применения. **3.6. Длина отрезка** **3.7. Координатная ось** В пункте 3.6 на конкретных примерах описан процесс измерения отрезка с точностью до 1, до 0,1, до 0,01, … . В пункте 3.7 вводятся понятия направления на прямой, начальной точки, единичного отрезка, координатной оси, координаты точки, начала координат оси *Ox*, положительной координатной полуоси и отрицательной координатной полуоси. **Дополнения к главе 1** 2. **<u>Делимость чисел</u>** В данном пункте сначала доказана теорема о делимости суммы и разности двух чисел на число, на которое делится каждое из этих чисел. В отличие от доказательства этого факта в 5 классе на конкретном числовом примере, здесь приведено общее доказательство (на буквах). 2. **Исторические сведения** В данном пункте приведена информация о развитии знаний человечества о числе и вкладе российских учёных в науку о числе. **Глава 2. Алгебраические выражения** Изучение главы 2 должно привести учащихся к пониманию того, что	огромное число, как, например, 2^{100}. **Глава 2. Прямая и обратная пропорциональность** В содержательном отношении данная глава может расцениваться как вводный фрагмент в функциональную линию курса алгебры. Начинается она с рассмотрения примеров зависимостей между величинами и описания их формулами. Далее рассматривается центральный вопрос темы — прямо пропорциональная и обратно пропорциональная зависимости. Далее вводится понятие пропорции, и тем самым расширяется «технический арсенал» школьников. Завершается глава вопросом о пропорциональном делении, что может рассматриваться как обобщение знакомого учащимся из курса 6 класса приёма деления величины в заданном отношении. **<u>2.1. Зависимости и формулы</u>** Этот пункт является своего рода преамбулой к изучению центрального вопроса главы — прямой и обратной пропорциональностей. В объяснительном тексте вводится новое понятие — *переменная*. Система упражнений к пункту достаточно богата и разнообразна с точки зрения предъявляемых сюжетов и видов формул, с которыми учащимся придётся иметь дело. Через неё реализуется одна из основных идей курса —прикладная и практическая ориентация обучения математике, связь с жизнью, с другими учебными предметами (геометрией, физикой). **<u>2.2. Прямая пропорциональность. Обратная пропорциональность</u>** Изучение прямой и обратной пропорциональностей строится по одному и тому же плану: рассматривается вводный пример, даётся определение и показывается использование нового термина в речи; затем рассматривается алгебраический способ описания зависимости — с помощью формулы определённого вида; наконец формулируется свойство зависимости данного вида. **<u>2.3. Пропорции. Решение задач с помощью пропорций</u>** Прежде всего, нужно убедиться, что учащиеся помнят, что называют отношением (с этим понятием они познакомились в 6 классе). Для этого можно предложить такие вопросы: 1.Вычислите отношение: а) 4 : 12; б) 100 : 75; в) 1,5 : 3,5. 2.Запишите несколько отношений, равных: а) 3; б)1/2 После этого можно ввести понятие *пропорции*. В этом же пункте рассматривается решение задач на прямую и обратную пропорциональности новым способом — с помощью пропорций. **<u>2.4. Пропорциональное деление</u>** Учащиеся имеют хорошую базу для изучения материала этого пункта. Во-первых, начиная с 5 класса, они решают задачи на части, а именно, к подобной задаче сводится решение задачи на пропорциональное деление.

	наряду с числами есть другие объекты — алгебраические выражения — и с этими объектами можно проводить преобразования по вполне определённым правилам, похожим на аналогичные правила для чисел. **<u>§ 4. Одночлены</u>** В § 4 вводится понятие одночлена, формулируются правила преобразования одночленов, приведения их к стандартному виду и приведения подобных одночленов. **4.1. Числовые выражения** В п. 4.1 рассматриваются понятия числового выражения и его значения, подчёркивается, что числовое выражение может не иметь смысла, так как именно этот факт будет нужен при рассмотрении алгебраических выражений. **4.2. Буквенные выражения** В данном пункте вводится основное понятие главы 2 —алгебраическое выражение. Это понятие относится к основным понятиям алгебры и поэтому не определяется. В учебнике приводится лишь описание этого понятия: последовательно вводятся объекты, каждый из которых в дальнейшем будет называться алгебраическим выражением. **4.3. Понятие одночлена** В данном пункте вводится понятие одночлена. Оно, так же как и понятие алгебраического выражения, вводится последовательно. **4.4. Произведение одночленов** В данном пункте вводятся понятия произведения одночленов, k-й степени буквы, приводятся три свойства степени буквы. **4.6. Подобные одночлены** В данном пункте вводятся понятия подобных одночленов, суммы и разности подобных одночленов и приведения подобных членов. **<u>§ 5. Многочлены</u>** В § 5 вводится понятие многочлена, формулируются правила преобразования многочленов, приведения их к стандартному виду и определяются сумма, разность и произведение многочленов. **5.1. Понятие многочлена** В данном пункте вводятся понятия многочлена и члена многочлена. Сначала многочленом называют сумму нескольких одночленов. Затем добавляют к этим объектам одночлены, а значит, и числа, их также называют многочленами. Число нуль называют нулевым многочленом. **5.2. Свойства многочленов** В данном пункте сформулированы свойства многочленов: 1) члены многочлена можно менять местами; 2) прибавление к многочлену нуля (нулевого многочлена) не изменяет его;	Далее, в курсе 6 класса в связи с введением понятия отношения рассматривался вопрос о делении величины в данном отношении. Теперь, по сути, мы возвращаемся к этому же вопросу, но в более широкой его постановке. В качестве вводного примера в пункте рассматривается задача о делении пропорционально вложенным средствам прибыли, полученной фирмами. **<u>2.5. Задачи на «сложные» пропорции</u>** **(*Для тех, кому интересно*)** Все предлагаемые задачи — на пропорциональную зависимость величин. Их можно решать по действиям, каждый раз получая конкретный числовой результат. **Глава 3. Введение в алгебру** В этой главе учащиеся приступают к изучению алгебры, начало которого согласно общей концепции курса отнесено к 7 классу. Остановимся на идейной стороне принятого в учебнике подхода к введению в алгебру. Кратко её можно выразить так: «от чисел к буквам». **<u>3.1. Буквенная запись свойств действий над числами</u>** Этот пункт имеет прежде всего теоретическое значение; он подготавливает учащихся к осознанному восприятию такого фундаментального понятия, как *преобразование буквенного выражения*. **<u>3.2. Преобразование буквенных выражений</u>** При изучении этого пункта учащиеся приступают к овладению основами буквенного исчисления. Материал пункта разбивается на два основных логических фрагмента, связанных с преобразованием сумм и произведений. В каждом из них вводятся новые понятия и термины, разъясняются приёмы преобразований и принятые способы записи выражений (т. Е. некоторые правила математического синтаксиса). Обобщённые законы преобразования сумм и произведений, размещённые на страницах учебника на цветном фоне, знакомы ученикам с 5 класса. Теперь при выполнении упражнений их следует многократно проговаривать. **<u>3.3. Раскрытие скобок</u>** Для осознанного восприятия содержания пункта важно связать его с предыдущим материалом. **<u>3.4. Приведение подобных слагаемых</u>** Основная цель, которая должна быть достигнута при изучении материала этого пункта, — научить учащихся выполнять приведение подобных слагаемых с помощью сформулированного в учебнике правила. Назначение развёрнутого решения со ссылкой на распределительное свойство (пример 1 учебника) состоит в том, чтобы осознанно прийти к указанному правилу. Часть упражнений к пункту сочетают два важнейших умения: раскрытие скобок и приведение подобных слагаемых (упражнения 301—303).

	3) в многочлене можно приводить подобные члены. **5.4. Сумма и разность многочленов** В данном пункте определяется сумма и разность двух многочленов, формулируются правила раскрытия скобок (заключения в скобки), перед которыми стоит знак «+» («–»). **5.5. Произведение одночлена и многочлена** В данном пункте определяется произведение одночлена и многочлена и преобразование многочлена — вынесение за скобки общего множителя. Вводится понятие противоположных многочленов, объясняется, что при умножении многочлена на 1 получается тот же самый многочлен. **5.6. Произведение многочленов** В данном пункте определяется произведение двух многочленов. Рассматривается преобразование многочлена — разложение на множители. **5.7. Целые выражения** В этом пункте вводится понятие целого выражения. Это алгебраическое выражение, в котором многочлены соединены знаками сложения, вычитания и умножения. **5.8. Числовое значение целого выражения** В данном пункте вводится понятие числового значения целого выражения при заданных значениях входящих в него букв. **5.9. Тождественное равенство целых выражений** В учебнике на примерах разобраны некоторые приёмы доказательства тождеств. **<u>§ 6. Формулы сокращённого умножения</u>** В § 6 доказываются формулы сокращённого умножения многочленов и приводятся примеры их применения при упрощении выражений, а также при разложении многочленов на множители. **6.1. Квадрат суммы** В данном пункте доказывается формула квадрата суммы. **6.2. Квадрат разности** В данном пункте доказывается формула квадрата разности. Для положительных чисел a и b ($a > b$) полезно дать наглядную иллюстрацию приведённому доказательству (задание 355). **6.3. Выделение полного квадрата** В данном пункте на конкретных примерах показан приём выделения полного квадрата из многочлена второй степени и применение этого приёма для разложения многочлена на множители. **6.4. Разность квадратов** В данном пункте доказывается формула разности квадратов. Для	**<u>3.5. Ещё раз о законах алгебры</u>** **(*Для тех, кому интересно*)** Здесь даны два самостоятельных фрагмента. В первом предлагаются различные содержательные интерпретации буквенных равенств; таким образом, он является продолжением и развитием идей, изложенных в п. 3.1. **Глава 4. Уравнения** Содержание главы направлено на достижение двух взаимосвязанных учебных целей — освоение учащимися приёмов решения линейных уравнений с одной переменной, а также осознание ими сущности алгебраического метода решения текстовых задач и формирование начальных навыков решения задач с помощью уравнений. Завершается глава решением задач алгебраическим методом. При этом в ряде заданий предлагается сопоставить арифметический и алгебраический методы решения, что позволяет понять особенность каждого из них; преимущества, которые предоставляет алгебраический метод. **<u>4.1. Алгебраический способ решения задач</u>** Назначение пункта — разъяснить сущность алгебраического метода решения задач. Для понятия «уравнение» не даётся определения, которое нужно было бы запомнить; этим словом в учебнике называется равенство, являющееся переводом условия задачи на язык алгебры. В качестве объяснительного примера в тексте разобрана интересная, но нелёгкая задача о суммарном возрасте двух пар близнецов. **<u>4.2. Корни уравнения</u>** В результате изучения пункта учащиеся должны уметь отвечать на вопросы: *что называется корнем уравнения* и *что значит «решить уравнение»*. Эти определения составляют основу оперативных умений; их знание необходимо для успешного усвоения материала. **<u>4.3. Решение уравнений</u>** В пункте рассматриваются общие правила преобразования уравнений, позволяющие заменять одно уравнение другим, имеющим те же корни. Термин *равносильные уравнения* здесь не используется. **<u>4.4. Решение задач с помощью уравнений</u>** В данном пункте рассматривается введение алгебраического метода решения задач, но учебнике встречаются задания, а которых предлагается решить задачу и арифметическим, и алгебраическим способом 384—387, 407, 408. **Глава 6. Свойства степени с натуральным** Содержание главы составляют два самостоятельных блока — степень с натуральным показателем и комбинаторные задачи. О степени как краткой записи произведения одинаковых множителей, учащиеся впервые узнали в 5 классе. Второй раз к этому вопросу они вернулись уже в 7 классе (см. п. 1. 3). Понятие степени было распространено

	положительных чисел *a* и *b* (*a* >*b*) полезно дать наглядную иллюстрацию приведённому доказательству (задание 383). **6.5. Сумма кубов** **6.6. Разность кубов** В пунктах 6.5 и 6.6 доказываются формулы суммы и разности кубов, вводятся понятия неполного квадрата разности и суммы. Основное назначение этих формул заключается в их применении для разложения на множители многочленов. **6.9. Применение формул сокращённого умножения** В данном пункте приводятся все изученные формулы сокращённого умножения и напоминается, что все они являются тождествами. Далее рассматриваются примеры применения этих формул для упрощения выражений. **6.10. Разложение многочленов на множители** В данном пункте приводится несколько способов разложения многочлена на множители: 1) вынесение за скобки общего множителя многочленов; 2) применение формул сокращённого умножения; 3) выделение полного квадрата; 4) группировки членов многочлена; 5) применение нескольких способов. **§ 7. Алгебраические дроби** В § 7 вводится понятие алгебраической дроби, формулируются свойства алгебраических дробей, правила действий с ними. **7.1. Алгебраические дроби и их свойства** В данном пункте рассматривается понятие алгебраической дроби — это частное двух многочленов, второй из которых не является нулевым многочленом. **7.2. Приведение алгебраических дробей к общему знаменателю** В данном пункте показан приём приведения дробей к общему знаменателю, который должны освоить все учащиеся, так как на его основе они будут в дальнейшем складывать и вычитать дроби с разными знаменателями. **7.3. Арифметические действия с алгебраическими дробями** В данном пункте вводятся определения суммы и разности алгебраических дробей с общим знаменателем. **7.4. Рациональные выражения** В данном пункте вводится понятие рационального выражения. Отметим, что алгебраическая дробь также является рациональным выражением. Здесь впервые появляются рациональные выражения — дроби,	на случай, когда её показатель равен 1. Двух последних пунктах главы продолжается обучение решению комбинаторных задач. В явном виде формулируется комбинаторное правило умножения. Даётся специальное название одному из видов комбинаций – перестановки, и рассматривается формула для вычисления числа перестановок. Это первая комбинаторная формула, с которой знакомятся учащиеся. **6.1. Произведение и частное степеней** По содержанию этот пункт в значительной степени является обобщением и систематизацией сведений, о которых у учащихся уже есть некоторые представления. Здесь формулируется определение степени с натуральным показателем и рассматриваются свойства произведения и частного степеней. **6.2. Степень степени, произведения и дроби** В этом пункте продолжается изучение свойств степени. В системе упражнений, как и ранее, уделяется внимание действиям с одночленами (задания 575, 576). **6.3. Решение комбинаторных задач** С решением комбинаторных задач учащиеся встречались и в 5, и в 6 классах, при этом основным методом решения был перебор всех возможных вариантов; иногда варианты перебирались с помощью специальной схемы — дерева возможных вариантов. В рассматриваемом пункте основная учебная цель — введение на базе полученного учащимися опыта комбинаторного правила умножения и применение его к решению комбинаторных задач. Это правило формулируется в явном виде, демонстрируются разнообразные ситуации, в которых оно применимо. **6.4. Перестановки** В пункте даётся специальное название одному из видов комбинаций — *перестановки*. Выводится также формула для вычисления числа перестановок. **Глава 7. Многочлены** Изучение данный темы опирается на знания, полученные при изучении темы «Введение в алгебру». Используется свойство алгебраических сумм, связанное с перестановкой и группировкой слагаемых, правило раскрытия скобок и правило приведения подобных слагаемых. Терминами «одночлен» и «многочлен» называются такие алгебраические выражения, с которыми учащиеся, по сути, уже имели дело. Ставится новая задача — приведение многочлена (одночлена) к стандартному виду. Основное внимание уделяется рассмотрению алгоритмов выполнения действий над многочленами — сложения, вычитания, умножения. **7.1. Одночлены и многочлены**

	числители и знаменатели которых являются алгебраическими дробями. Разбираются примеры на выполнение нескольких действий с рациональными выражениями. **7.5. Числовое значение рационального выражения** В данном пункте вводится понятие числового значения рационального выражения при заданных значениях букв, здесь же рассматривается вопрос о значениях букв, при которых рациональное выражение определено (имеет смысл). **7.6. Тождественное равенство рациональных выражений** В данном пункте вводится понятие тождества, или тождественного равенства, для рациональных выражений, решаются задачи на доказательство тождеств. Отметим три способа доказательства тождества $A = B$, где A и B — рациональные выражения. **§ 8. Степень с целым показателем** В § 8 рассматриваются понятие степени с целым показателем, свойства степени с целым показателем, стандартный вид числа. **8.1. Понятие степени с целым показателем** В данном пункте напоминается определение степени с натуральным показателем для показателя $n > 1$ и показателем $n = 1$ и некоторые свойства степени, мотивируется введение определений степени с отрицательным показателем и степени с нулевым показателем, даются эти определения. **8.2. Свойства степени с целым показателем** В данном пункте сформулированы пять свойств степени с целым показателем. Это те же свойства, которые ранее имели место для степеней с натуральным показателем, но теперь они справедливы и для целых показателей. **8.3. Стандартный вид числа** В данном пункте вводятся понятия стандартного вида числа, порядка числа, приведены примеры выполнения арифметических действий с числами, записанными в стандартном виде. **Дополнения к главе 2** 2. **Делимость многочленов** В классах с углублённым изучением математики можно завершить тему «Многочлены» изучением материала пункта 1 Дополнений к главе 2 (заметим, что это можно сделать и после изучения § 6). Здесь по аналогии с целыми числами рассматривается деление многочлена на многочлен — нацело и с остатком. **Глава 3. Линейные уравнения** Изучение главы 3 должно привести учащихся к пониманию того, как решать уравнения первой степени с одним неизвестным, линейные	Содержание пункта существенно опирается на знания, полученные учениками при изучении главы 3 «Введение в алгебру». Новыми являются, по сути, только термины: *одночлен, многочлен, одночлен стандартного вида,многочлен стандартного вида.* Это новые названия алгебраических выражений, с которыми они уже имели дело. Знакомые задачи типа «упростите произведение», «упростите сумму» теперь предлагаются в иной формулировке, например «представьте многочлен в стандартном виде». **7.2. Сложение и вычитание многочленов** Содержание пункта опирается на умения, сформированные при изучении главы «Введение в алгебру», а именно — на умение менять местами слагаемые в алгебраической сумме, раскрывать скобки, перед которыми стоит знак «+» или знак «–», приводить подобные слагаемые. Все эти действия выполняются теперь с использованием новой терминологии. **7.3. Умножение одночлена на многочлен** В этом пункте рассматривается, что многочлен, полученный в результате умножения одночлена на многочлен, содержит столько же членов, сколько и данный многочлен. **7.4. Умножение многочлена на многочлен** Алгоритм умножения многочлена на многочлен рассматривается на примере умножения двух двучленов. При этом используется уже знакомый учащимся приём замены. Целесообразность подстановки $a + b = x$ учащимся должна быть понятна: в результате удается заменить произведение многочленов произведением одночленов и многочлена. **7.5. Формулы квадрата суммы и квадрата разности** Обращаем внимание на то, что в учебнике формулы сокращённого умножения не выделены в отдельную главу. Они распределены между главами «Многочлены» и «Разложение многочленов на множители». Кроме того, важно иметь в виду, что формулы $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ в этом пункте применяются в обе стороны — и для возведения в квадрат, и для сворачивания трёхчлена в квадрат двучлена. **7.6. Решение задач с помощью уравнений** Полученные учащимися навыки преобразования выражений и применения их к решению уравнений позволяют решать несколько более сложные в техническом отношении задачи. Одновременно важный аспект этого пункта — продвижение в обучении стратегиям решения текстовых задач. Здесь явным образом делается акцент на такой важный приём, как моделирование условий задач с помощью рисунков, чертежей, схем. **7.7. Деление с остатком (*Для тех, кому интересно*)** О делении с остатком учащиеся знают уже с начальной школы, ещё раз они возвращались к этому вопросу при изучении темы «Делимость» в курсе 5 класса. Поэтому теоретические сведения, изложенные в объяснительном

	уравнения, системы линейных уравнений, как применять эти умения к решению текстовых задач. **<u>§ 9. Линейные уравнения с одним неизвестным</u>** В § 9 вводятся понятия уравнения первой степени с одним неизвестным, линейного уравнения с одним неизвестным, корня уравнения, показывается применение уравнений к решению текстовых задач. **9.1. Уравнения первой степени с одним неизвестным** **9.2. Линейные уравнения с одним неизвестным** В пункте 9.1 даётся определение уравнения первой степени с неизвестным x и корня уравнения, объясняется, что значит решить уравнение, показывается, что каждое уравнение вида $kx + b = 0$, где k и b — данные числа, $k \neq 0$, имеет корень $x0 =$, описывается алгоритм решения любого уравнения первой степени с одним неизвестным. **9.3. Решение линейных уравнений с одним неизвестным** В данном пункте разобраны пять примеров решения линейных уравнений. Три первых из них содержат три случая, встречающиеся при решении линейных уравнений (единственный корень, нет корней и бесконечно много корней — любое число является корнем уравнения). **9.4. Решение задач с помощью линейных уравнений** В данном пункте приведены решения двух задач с помощью линейных уравнений. **<u>§ 10. Системы линейных уравнений</u>** В § 10 вводятся понятия линейного уравнения с двумя неизвестными, системы уравнений первой степени с двумя неизвестными, изучаются способы решения систем и их применение к решению текстовых задач. **10.1. Уравнения первой степени с двумя неизвестными** В данном пункте вводятся понятия уравнения первой степени с двумя неизвестными и его решения, объясняется, что значит выразить одно неизвестное через другое, разбирается пример, в котором решено уравнение первой степени с двумя неизвестными, т. Е. получена запись всех пар чисел $(x; y)$, в которых y — любое действительное число, а x выражен через y. **10.2. Системы двух уравнений первой степени с двумя неизвестными** **10.3. Способ подстановки** В пункте 10.2 вводятся понятия системы двух уравнений первой степени с двумя неизвестными, решения системы, объясняется, какие коэффициенты при неизвестных называют пропорциональными. В пункте 10.3 показывается первый способ решения	тексте, не несут принципиально новой информации: они обобщают, приводят в систему то, о чём учащиеся уже имеют представление. **Глава 8. Разложение многочленов на множители** В учебнике вопрос о разложении многочленов на множители выделен в отдельную главу. Сюда же отнесено знакомство с формулами разности квадратов, а также разности и суммы кубов. В ходе изучения темы учащиеся знакомятся с двумя приёмами преобразования многочленов, позволяющими в ряде случаев разложить многочлен на множители. Это разбиение одного из членов многочлена на два или более слагаемых, а также приём, который может быть условно назван «прибавить — вычесть». **<u>8.1. Вынесение общего множителя за скобки</u>** В этом пункте рассматривается разложение многочленов на множители вынесением общего множителя за скобки. **<u>8.2. Способ группировки</u>** В этом пункте рассматривается разложение на множители способом группировки. **<u>8.3. Формула разности квадратов</u>** Особенность пункта состоит в том, что здесь формула $a^2– b^2– (a – b)(a + b)$ сразу же работает в двух направлениях: и как формула для разложения на множители разности квадратов, и как формула сокращённого умножения суммы двух выражений на их разность. Для разложения двучлена $a^2– b^2$на множители использован приём «прибавить — вычесть». **<u>8.4. Формулы разности и суммы кубов</u>** Материал этого пункта не входит в содержание образования по математике. Поэтому среди обязательных результатов обучения (раздел «*Чему вынаучились*») нет заданий на применение формулы разности и суммы кубов. **<u>8.5. Разложение на множители с применением нескольких способов</u>** Материал пункта сложен уже тем, что из многообразия изученных приёмов в каждом конкретном случае требуется выбрать подходящий; кроме того, в ходе преобразования выражения воспользоваться не одним, а двумя-тремя способами разложения на множители. **<u>8.6. Решение уравнений с помощью разложения на множители</u>** В этом пункте изученные алгоритмы применяются для решения уравнений. Это первое знакомство с решением уравнений с помощью разложения на множители.

	систем двух уравнений первой степени с двумя неизвестными с отличными от нуля и непропорциональными коэффициентами при неизвестных. **10.4. Способ уравнивания коэффициентов** В данном пункте подробно с помощью рассуждений с числовыми значениями обосновывается способ решения систем, называемый способом уравнивания коэффициентов. Приводится алгоритм решения систем двух уравнений первой степени этим способом для случая непропорциональных коэффициентов при неизвестных и разбираются ещё два примера решения систем. **10.5. Равносильность уравнений и систем уравнений** В данном пункте вводятся понятия линейного уравнения с двумя неизвестными, равносильных уравнений, рассматриваются три преобразования, приводящие данное уравнение к уравнению, ему равносильному. **10.6. Решение систем двух линейных уравнений с двумя неизвестными** В данном пункте на характерных примерах рассматривается решение систем, приводящихся после равносильных преобразований уравнений к системам, в которых некоторые из коэффициентов при неизвестных равны 0. **<u>Дополнения к главе 3</u>** 2. **Линейные диофантовы уравнения** В данном пункте вводится понятие линейного диофантового уравнения, приводятся примеры решения таких уравнений. Здесь же показывается применение линейных диофантовых уравнений для решения текстовых задач, предлагавшихся изучающим математику со времён монаха Алькуина — одного из первых известных нам европейских составителей текстовых задач. 2. **Метод Гаусса** В данном пункте разбирается способ решения систем методом Гаусса, суть которого заключается в приведении системы к «треугольному» виду.	

8	**Глава 1. Простейшие функции. Квадратные корни** Первая глава начинается с повторения и расширения сведений о числовых неравенствах, числовых множествах, координатной оси и системе координат на плоскости. Далее вводятся понятия функции и её графика, рассматриваются свойства простейших функций $y = x$, $y = x^2$, $y=1/x$. Затем вводится понятие квадратного корня и изучаются его свойства. **<u>§ 1. Функции и графики</u>** Основная цель первого параграфа — повторить свойства числовых неравенств, ввести обозначения для числовых промежутков, напомнить о том, что между точками координатной оси и всеми действительными числами, а также между точками координатной плоскости и упорядоченными парами чисел имеется взаимно однозначное соответствие. 2.2. **Числовые неравенства** В данном пункте формулируются пять правил, которым подчинены действительные числа. По сути, это аксиомы действительного числа, но такая терминология в учебнике не используется. Далее доказываются семь свойств — следствий этих пяти правил. Сообщается, что для нестрогих неравенств справедливы правила 3—5 и свойства 1—7. 2.2. **Координатная ось. Модуль числа** В данном пункте вводятся понятия координатной оси, координаты точки, модуля действительного числа, рассматриваются примеры решения уравнений с модулями, сводящиеся к линейным уравнениям, разбираются свойства модуля числа. 2.2. **Множества чисел** В данном пункте даны определения некоторых числовых множеств: отрезка, интервала, полуинтервала — и приведены примеры изображения таких множеств на координатной оси. **1.4. Декартова система координат на плоскости** В данном пункте вводятся понятия системы координат, оси абсцисс, оси ординат, абсциссы и ординаты точки. **1.5. Понятие функции** В данном пункте на примерах объясняется понятие функции. Затем даётся определение функции по Лобачевскому и Дирихле, объясняется, что такое аргумент, функция, область определения функции. Приводятся примеры функций, заданных формулой и таблицей, упоминается, что функцию можно задать графиком (это материал следующего пункта). **1.6. Понятие графика функции**	**Глава 2. Квадратные корни** Понятие квадратного корня возникает в курсе при обсуждении двух задач — геометрической (о нахождении стороны квадрата по его площади) и алгебраической (о числе корней уравнения вида $x^2 = a$, где a — произвольное число). В содержание главы включён нетрадиционный для алгебры вопрос — теорема Пифагора. Это сделано с целью демонстрации естественного применения квадратных корней для нахождения длин отрезков, построения отрезков с иррациональными длинами, точек с иррациональными координатами. **<u>2.1. Задача о нахождении стороны квадрата</u>** Для введения понятия квадратного корня используется характерный для данного курса содержательный подход, выдвигающий на первый план мотивационный и смысловой аспекты. **<u>2.2. Иррациональные числа</u>** В этом пункте можно выделить два аспекта: идейный и практический. Идейный заключается в первом знакомстве с иррациональными числами, практический — в формировании умения оценивать неизвлекающиеся корни, находить их приближённые значения как с помощью оценки, так и с помощью калькулятора. **<u>2.3. Теорема Пифагора</u>** Как уже говорилось во введении, целью включения в данную главу этого нетрадиционного для алгебры вопроса является демонстрация применения квадратных корней для решения ряда практических задач, а именно вычислительных задач на нахождение длин отрезков, выражаемых иррациональными числами, и задач на построение отрезков с иррациональными длинами. **<u>2.4. Квадратный корень (алгебраический подход)</u>** Этот пункт можно считать центральным с точки зрения сообщения теоретических сведений по данной теме. Изложение материала сроится на основе знаний, приобретённых при изучении предыдущих пунктов. В сущности, здесь происходит уточнение и расширение полученных ранее представлений о квадратных корнях. **2.6. Свойства квадратных корней** В пункте рассматриваются свойства корней (точнее, арифметических квадратных корней), на основе которых выполняются преобразования выражений с радикалами. **<u>2.7. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни</u>** Основное назначение данного пункта — применение знаний о квадратных корнях в ходе выполнения различных преобразований. **<u>2.8. Кубический корень</u>** Рассмотрение вопроса о корне третьей степени, кроме самостоятельной

	В данном пункте вводится понятие графика функции, объясняется, что такое приращение аргумента и приращение функции, какую функцию называют непрерывной на промежутке. Приводится пример функции, имеющей разрыв. **<u>§ 3. Квадратные корни</u>** Основная цель третьего параграфа — ввести понятие квадратного корня из неотрицательного числа, разобрать свойства квадратных корней, которые будут широко использоваться при дальнейшем изучении математики и смежных предметов. **3.1. Понятие квадратного корня** В данном пункте доказывается, что квадрат любого действительного числа — число неотрицательное, из чего следует, что нет такого действительного числа, квадрат которого — отрицательное число. Далее с опорой на непрерывность параболы $y = x^2$ доказывается существование единственного корня из числа 0 и двух корней из положительного числа, отличающихся только знаками. **3.2. Арифметический квадратный корень** В данном пункте вводится понятие арифметического квадратного корня из данного **неотрицательного** числа b. Это неотрицательное число, квадрат которого равен b. *2.* **3. Свойства арифметических квадратных корней** В данном пункте формулируется и доказывается теорема, касающаяся трёх свойств арифметических квадратных корней. **3.4. Квадратный корень из натурального числа** При изучении данного пункта в обычном классе можно доказать иррациональность числа , но требовать от учащихся этого доказательства не следует. **<u>Дополнения к главе 1</u>** *2.* **Множества** В данном пункте вводятся понятия множества, элемента множества, подмножества, бесконечного множества, объединения (суммы), пересечения и разности множеств, приводятся соответствующие обозначения множеств. Далее рассказывается о взаимно однозначном соответствии между элементами множеств, о свойстве числового множества быть замкнутым относительно данной операции. Формулируется принцип Дирихле и даётся определение прямого произведения двух множеств.	ценности этого знания, важно ещё и потому, что учащиеся на примерах квадратных и кубических корней получают представление о более общем понятии — корне n-й степени (для n чётного и n нечётного).
9	**Глава 1. Неравенства** Первая глава посвящена изучению методов решения рациональных неравенств с одним неизвестным. Сначала изучаются линейные неравенства, затем неравенства второй степени и,	**Глава 1. Неравенства** Изучение темы начинается с обобщения и систематизации знаний о действительных числах. Здесь речь идет не о построении какой-либо теории действительных числах, а повторению известные учащимся термины-

	наконец, рациональные неравенства. Многие упражнения данной главы решаются разными способами, что позволяет развивать критичность мышления, формировать коммуникативные компетенции в обучении, умение формулировать свои мысли, аргументировать их, отстаивать свою точку зрения. **<u>§ 1. Линейные неравенства с одним неизвестным</u>** Основное назначение первого параграфа — обучение школьников решению линейных неравенств и их систем. Сначала изучаются способы решения неравенств первой степени с одним неизвестным. Показывается применение графиков к решению неравенств. Затем вводятся понятия линейного неравенства и равносильности неравенств. На примерах демонстрируется решение линейных неравенств. Наконец, изучаются системы неравенств. В качестве необязательного материала для классов с углублённым изучением математики рассматривается решение неравенств, содержащих неизвестное под знаком модуля и сводящихся к решению линейных неравенств и их систем. **<u>§ 2. Неравенства второй степени с одним неизвестным</u>** Основное назначение второго параграфа — обучение школьников решению неравенств второй степени с одним неизвестным. Сначала вводится понятие неравенства второй степени с одним неизвестным, показывается применение графиков к решению неравенств. Затем последовательно изучается решение таких неравенств с положительным дискриминантом, дискриминантом, равным нулю, отрицательным дискриминантом. Далее рассматриваются неравенства, сводящиеся к неравенствам второй степени с одним неизвестным. По-прежнему рассматриваются только строгие неравенства. **<u>§ 3. Рациональные неравенства</u>** Основное назначение этого параграфа — обучение школьников решению рациональных неравенств и их систем. **Глава 2. Степень числа** Вторая глава посвящена в основном изучению корней степени n из числа. Сначала рассматриваются функции $y = x^n$, где n — натуральное число, их свойства и графики. Затем вводится понятие корня степени n из числа и для «доказательства» существования корней из числа и выяснения их количества применяются графики функции $y = x^n$. После чего изучаются свойства корней, рассматривается функция $y = \sqrt[n]{x}$ и решение иррациональных уравнений. **<u>§ 4. Функция $y = x^n$</u>** Основное назначение четвёртого параграфа — обучить школьников строить графики функций $y = x^n$с использованием свойств этих функций. Функции $y = x^n (n \geqq 2)$ сначала изучаются для $x \geqq 0$, затем для $x \in \boldsymbol{R}$.	натуральные, целые, рациональные, действительные числа; рассматриваются отношения между соответствующими числовыми множествами; вводится понятие бесконечной десятичной дроби как универсального имени действительного числа, при этом вопрос о периодичности и непериодичности бесконечных десятичных дробях в общем тексте учебника не рассматривается, а отнесен к рубрике «Узнайте больше». Далее формируются свойства числовых неравенств, которые иллюстрируются геометрически, подтверждаются числовыми примерами. Рассмотрение вопроса о решении числовых неравенств с одной переменной сопровождается введением понятия равносильных уравнений и неравенств, формулировкой свойств равносильных уравнений и неравенств. Прием решения линейного неравенства сопоставляется с приемом решения линейного уравнения, и акцент делается на сходство и различия в этих приемах. В теме рассматривается также вопрос о доказательств неравенств. Учащиеся знакомятся с некоторыми приемами доказательства неравенств и применяют их в ходе решения несложных задач. **Глава 3. Уравнения и системы уравнения** Глава посвящена систематизации, обобщению и развитию теоретических представлений и практических умений учащихся, связанных с рациональными выражениями, уравнениями и системами уравнений. Особенностью изложения материала в данном курсе является то, что некоторые сложные понятия (область определения выражения, тождество, доказательство тождеств), трудно усваиваемые учащимися на начальном этапе изучения алгебры, вводятся только в 9 классе, когда у учащихся накоплен значительный опыт работы с рациональными выражениями. Глава начинается с вопроса о классификации рациональных выражений: вводятся понятия области определения выражения, тождественно равных выражений и тождества; несколько уроков посвящается преобразованию рациональных выражений, доказательству тождеств. Дальнейшее содержание главы связано с уравнениями и системами уравнений. **Глава 4. Арифметическая и геометрическая прогрессии** Глава начинается с создания у учащихся общих представлений о последовательностях: приводятся примеры последовательностей, иллюстрирующие разные способы их задания; вводится минимально необходимый круг терминов и символов. Арифметическая и геометрическая прогрессии вводятся как частные виды последовательностей, обладающие специальными свойствами. Их изучение строится по одному и тому же плану: определение, рекуррентное задание, формулы n-го члена и суммы первых n членов. Завершается глава на простые и сложные проценты.

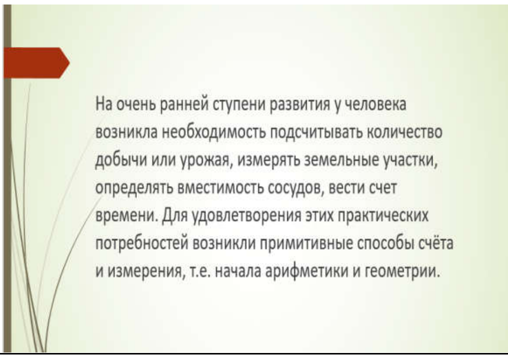
	<u>§ 5. Корень степени *n*</u> Основное назначение пятого параграфа — научить школьников пользоваться свойствами корней степени *n*. **Глава 3.Последовательности** В этой главе вводится понятие числовой последовательности, разбираются основные способы задания числовой последовательности, главное внимание уделяется рассмотрению двух видов числовых последовательностей — арифметической и геометрической прогрессий. **<u>§ 6. Числовые последовательности и их свойства</u>** В этом параграфе сначала вводится понятие числовой последовательности, а затем изучаются её свойства. **<u>§ 7. Арифметическая прогрессия</u>** В этом параграфе сначала вводится понятие арифметической прогрессии, затем изучаются её свойства. **<u>§ 8. Геометрическая прогрессия</u>** В этом параграфе сначала вводится понятие геометрической прогрессии, затем изучаются её свойства.	
	Учебники 5, С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин, «Алгебра и начала математического анализа 10 класс», «Алгебра и начала математического анализа 11 класс»	*Учебники 6, А.Ш. Алимов, Ю.М. Колягин, и др. «Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни) 10- 11 класс».*
10	**Глава 1. Корни, степени, логарифмы** В главе повторяются, расширяются и систематизируются известные учащимся из курса алгебры основной школы о действительных числах, вводятся понятия корня степени n, степени с рациональным показателем, а затем и с действительными показателями, понятие логарифма числа. Тем самым завершается линия развития понятия числа. Дальнейшее расширение множества чисел- введение комплексных чисел-завершается в учебнике для 11 класса (профильное обучение).	**Глава 1. Действительные числа** В этой главе расширяются и систематизируются известные учащимся из курса алгебры основной школы сведения о числах и действия над ними, об извлечении корня из чисел и возведении чисел в степень, а также пополняются сведения о прогрессиях. Необходимость расширения множества натуральных чисел до множества целях, рациональных, действительных и комплексных чисел. **Глава 2. Степенная функция** В этой главе рассмотрение свойств степенной функции и их графиков проводится поэтапно, в зависимости от того, каким числом является показатель:.1) четным натуральным числом; 2) нечетным натуральным числом; 3) числом противоположным четному; 4) числом противоположным нечетному; 5) положительным нецелым числом; 6) отрицательным нецелым числом. Обоснование свойств степенной функции в этой главе не проводятся, они следуют из свойств степени с действительным показателем, рассмотренных в первой главе. **Глава 4. Логарифмическая функция** В этой главе изучается вычисление значений логарифмической функции, логарифмы чисел. Доказательство свойств логарифма опирается на его определение. Рассматриваются логарифмы по различным основаниям, в частности по основанию 10 (десятичный логарифм) и по основанию
11	**Глава 3. Комплексные числа** В этой главе приведено определение комплексных чисел, введены арифметические операции над комплексными числами, понятия мнимой единицы и мнимого числа, действительной и мнимой частей комплексного числа, понятия противоположного и обратного числа для данного комплексного числа, понятие алгебраической формы комплексного числа. Введены понятия числа , сопряженного с данным комплексным числом, взаимно сопряженных комплексных чисел, связанные с сопряженными числами. Введены понятия геометрической интерпретации комплексных чисел с помощью точек геометрического истолкования и модуля разности комплексных чисел.	

		е(натуральный логарифм).

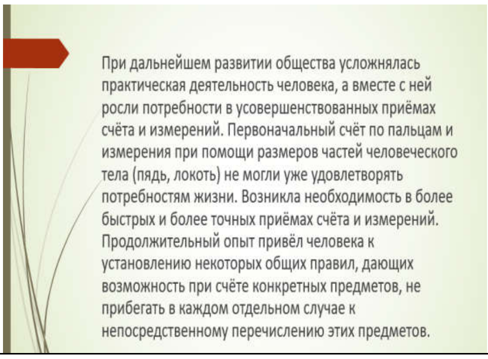
[Математика. 5 класс. Г.В. Дорофеев, и др. 2011],[Математика. 5 класс. С.М. Никольский, и др. 2015],[Математика. 6 класс. Г.В. Дорофеев, и др. 2010],[Математика. 6 класс. С.М. Никольский, и др. 2015],[Алгебра. 7 класс. Г.В. Дорофеев, и др. 2014],[Алгебра. 7 класс. С.М. Никольский, и др.2013],[Алгебра. 8 класс. Г.В. Дорофеев, и др. 2016],[Алгебра. 8 класс. Никольский, и др.2014],[Алгебра. 9 класс. Г.В. Дорофеев, и др. 2016],[Алгебра. 9 класс. С.М. Никольский, и др.2014],[Алгебра и начала математического анализа. 10 класс, С.М. Никольский, и др. 2009],[Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. Алимов А.Ш., и др. 2016], [Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. С.М. Никольский, и др. 2009], [Алгебра и начала математического анализа. Методические рекомендации. 10-11 классы. Н.Е. Фёдорова, и др. 2017],[Алгебра и начала математического анализа. Книга для учителей. 11 класс. М.К. Потапов и др. 2009],[Алгебра. Методические рекомендации. 7 класс. М.К. Потапов и др. 2017],[Алгебра.Методические рекомендации. 7 класс. С. Б. Суворова, и др. 2015],[Алгебра. Методические рекомендации. 8 класс. М.К. Потапов и др. 2017],[Алгебра.Методические рекомендации. 8 класс. С. Б. Суворова, и др. 2015],[Алгебра. Методические рекомендации. 9 класс. М.К. Потапов и др. 2015],[Алгебра.Методические рекомендации. 8 класс. С. Б. Суворова, и др. 2017],[Математика. Методические рекомендации. 5 класс. М. К. Потапов, и др.2012], [Математика. Методические рекомендации. 6 класс. С. Б. Суворова, и др. 2013],[Математика. Методические рекомендации. 5 класс. С. Б. Суворова, и др. 2013],[Математика. Методические рекомендации. 6 класс. М. К. Потапов, и др.2012]

Приложение 2

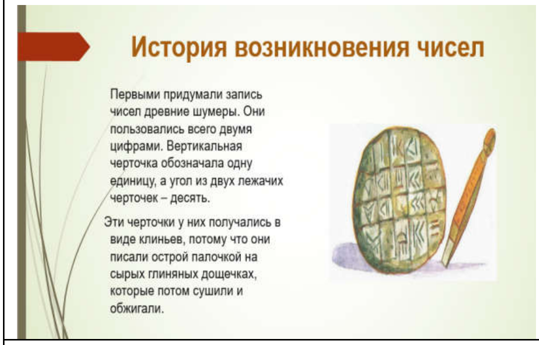
Слайд 3



Слайд 4



Слайд 5



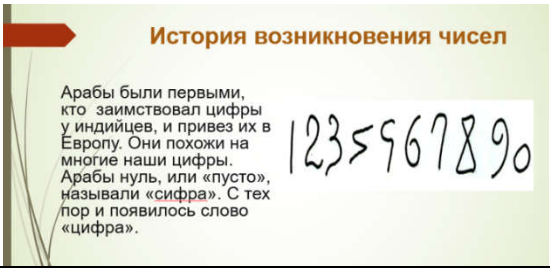
Слайд 6

Слайд 7

Слайд 8

Слайд 9

Слайд 10



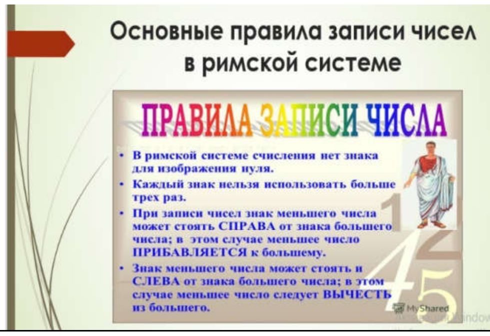
Слайд 11

Слайд 12

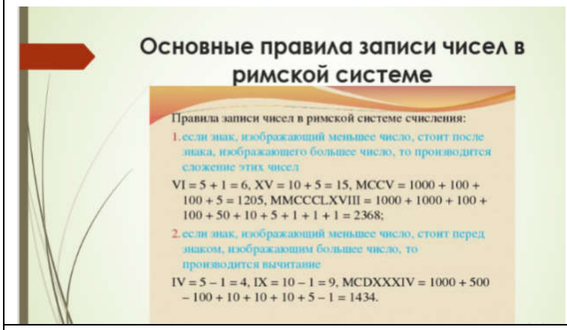
Слайд 13

Слайд 14

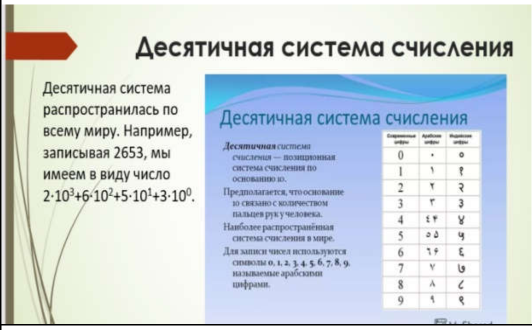
Слайд 15



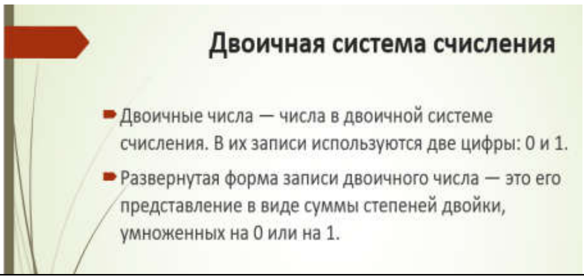
Слайд 16



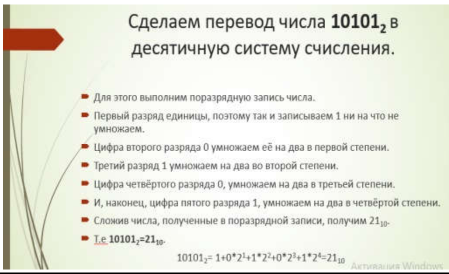
Слайд 17



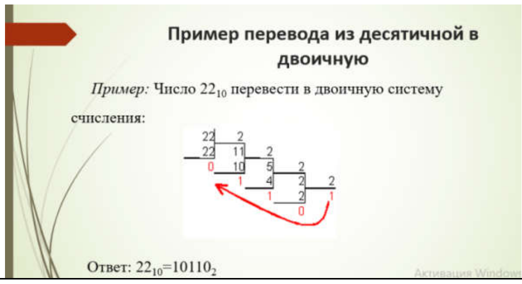
Слайд 18



Слайд 19

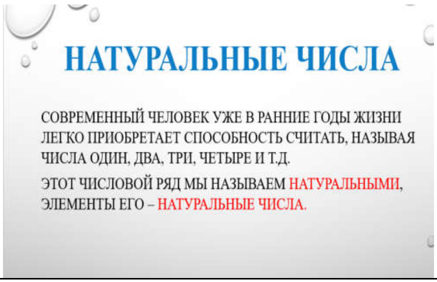


Слайд 20



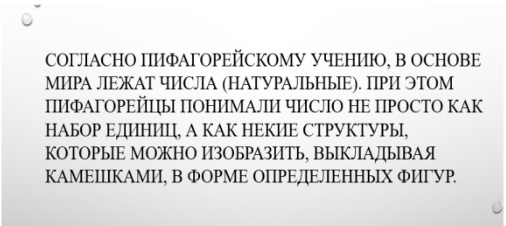
Приложение 3

Слайд 3

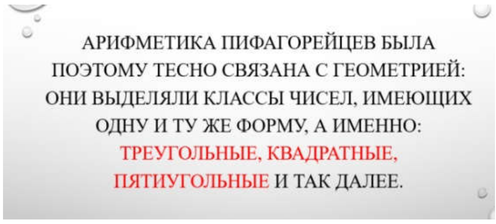


Слайд 4

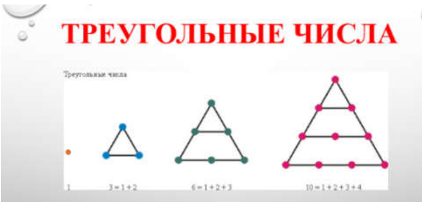
Слайд 5



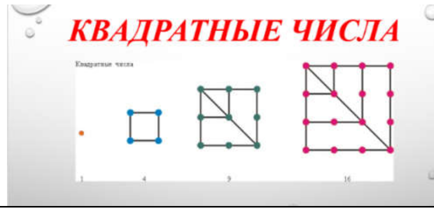
Слайд 6



Слайд 7



Слайд 8



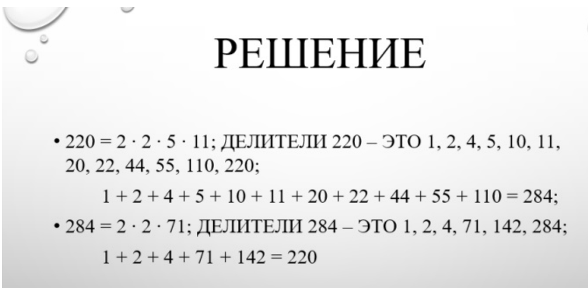
Слайд 9

Слайд 10

Слайд 11

Слайд 12

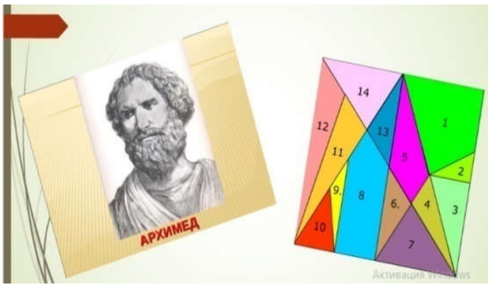
Слайд 13



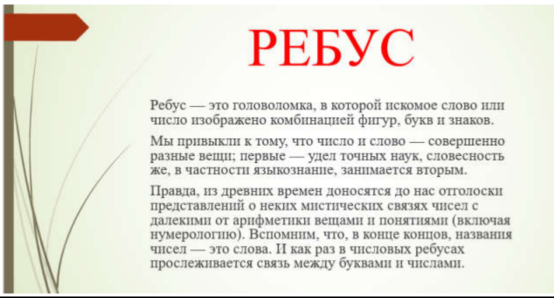
Приложение 4

Слайд 3

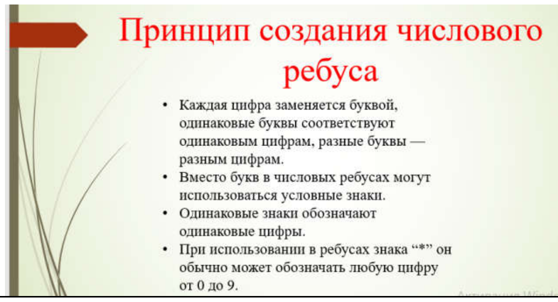
Слайд 4



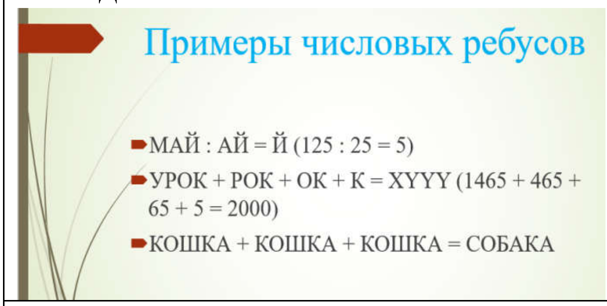
Слайд 5



Слайд 6



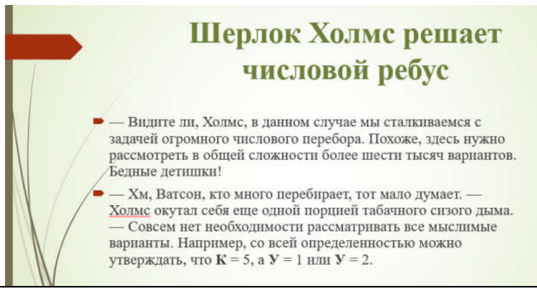
Слайд 7



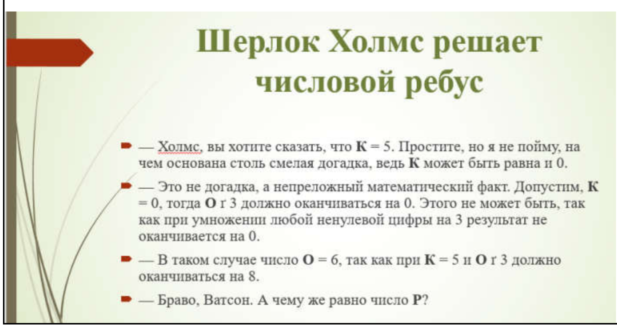
Слайд 8

Слайд 9

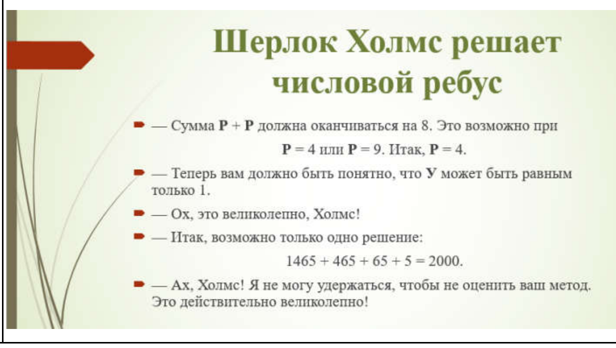
Слайд 10



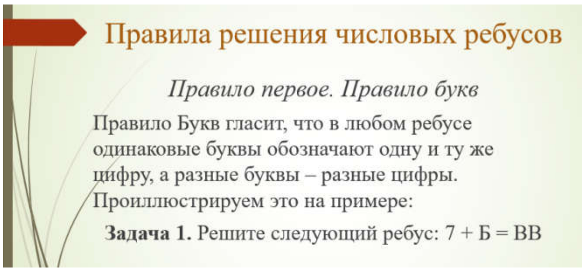
Слайд 11



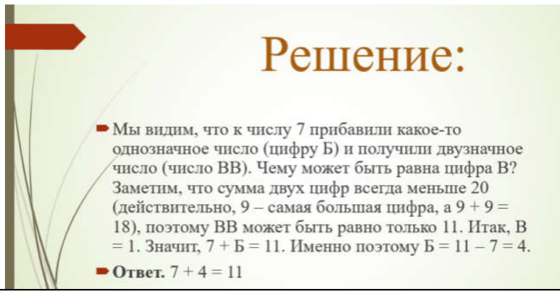
Слайд 12



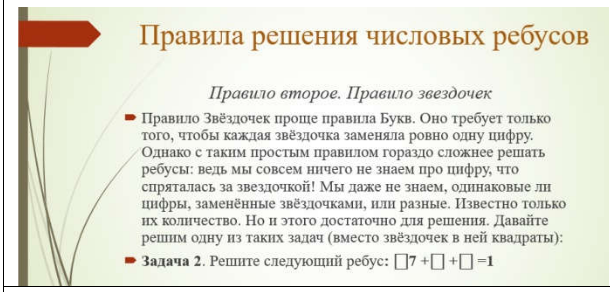
Слайд 13



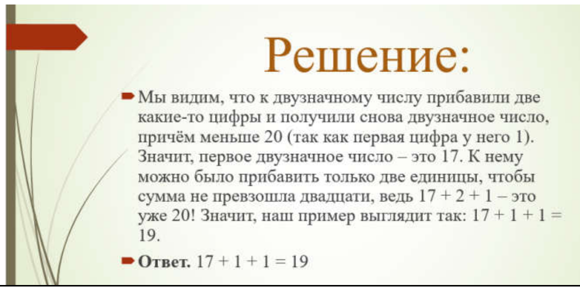
Слайд 14



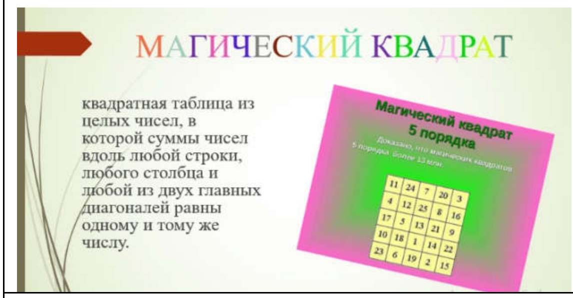
Слайд 15



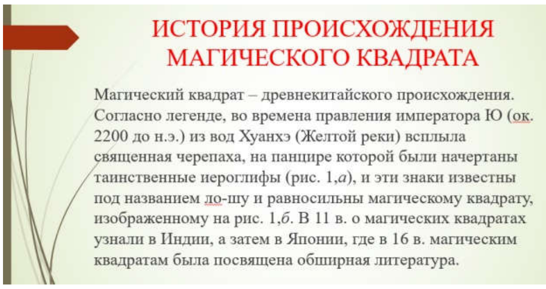
Слайд 16



Слайд 17

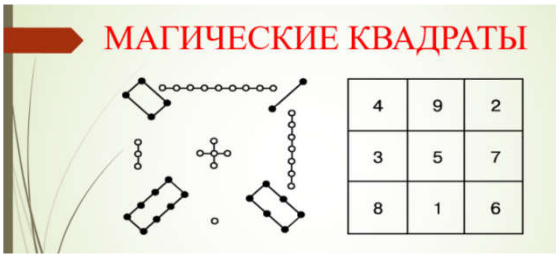


Слайд 18



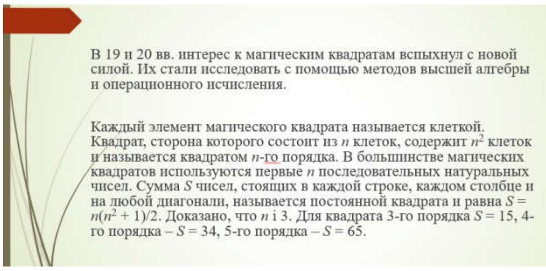
Слайд 19

Слайд 20



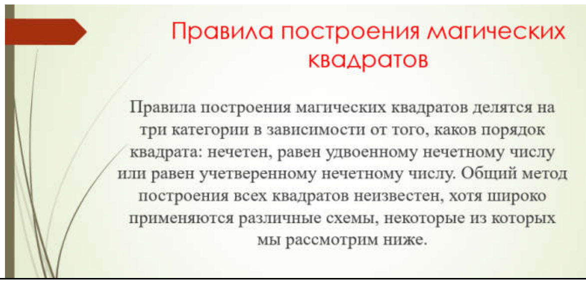
Слайд 21

Слайд 22

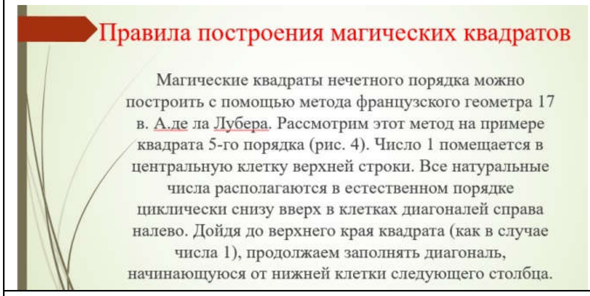


Слайд 23

Слайд 24

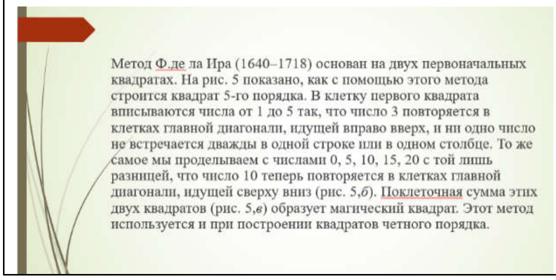


Слайд 25



Слайд 26

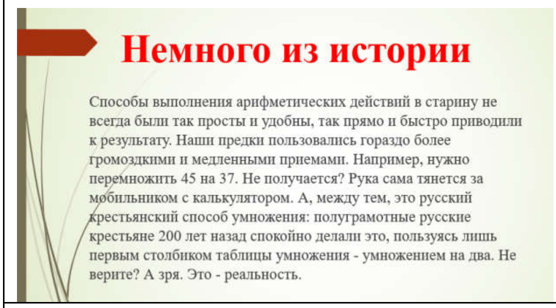
Слайд 27



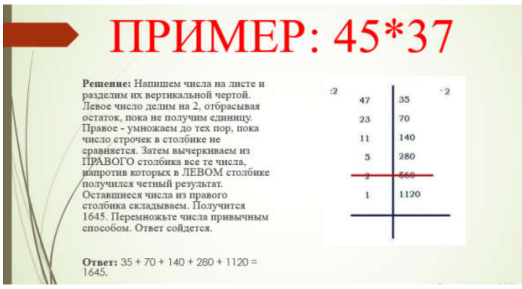
Слайд 28

Приложение 5

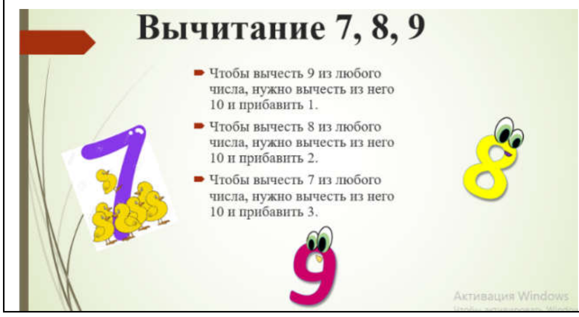
Слайд 3



Слайд 4

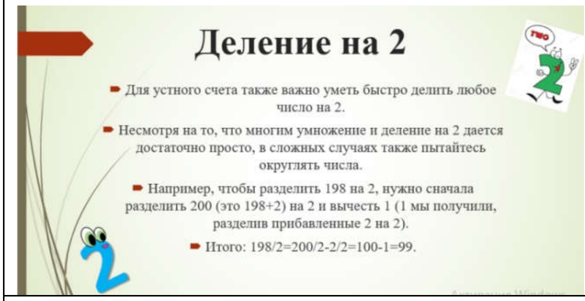


Слайд 5

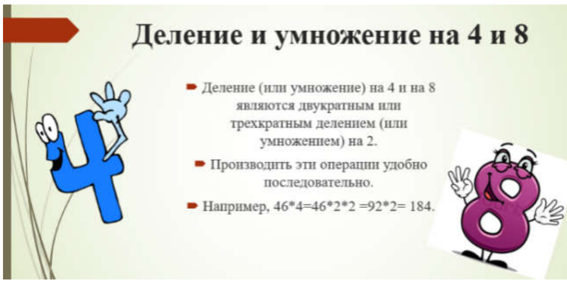


Слайд 6

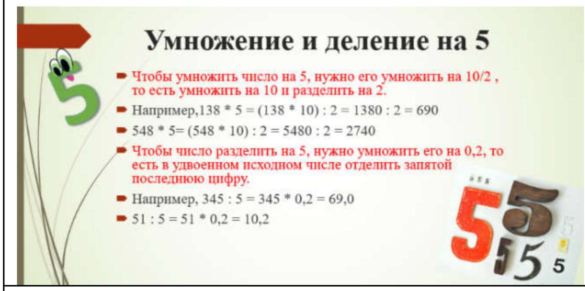
Слайд 7



Слайд 8

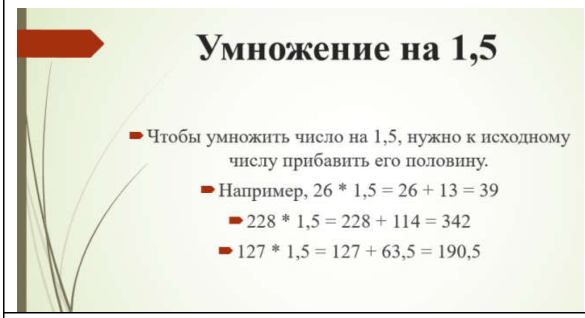


Слайд 9

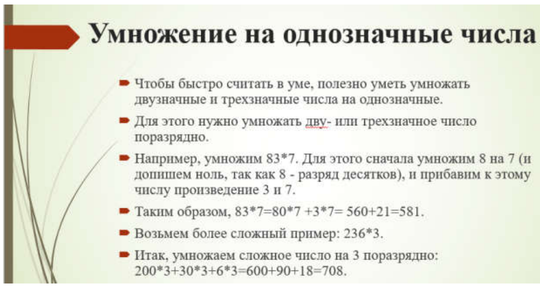


Слайд 10

Слайд 11



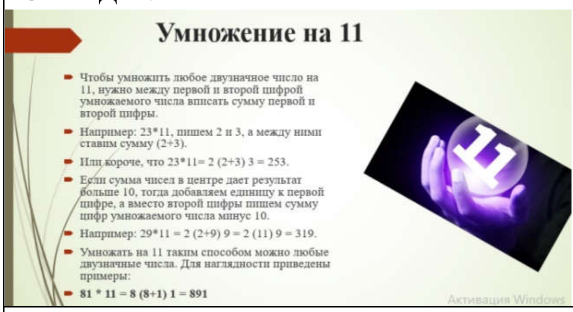
Слайд 12



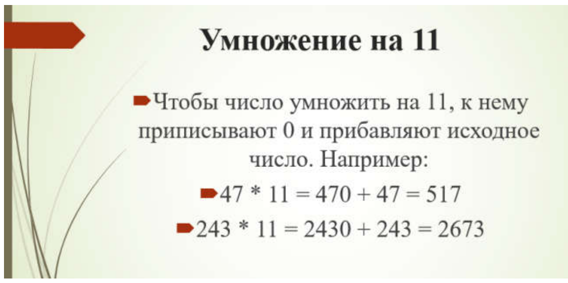
Слайд 13

Слайд 14

Слайд 15

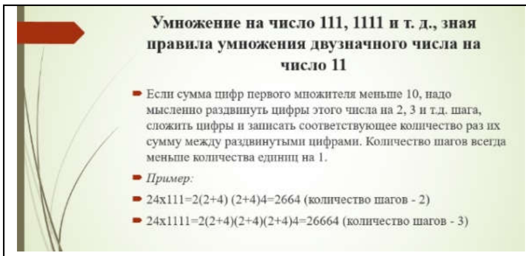


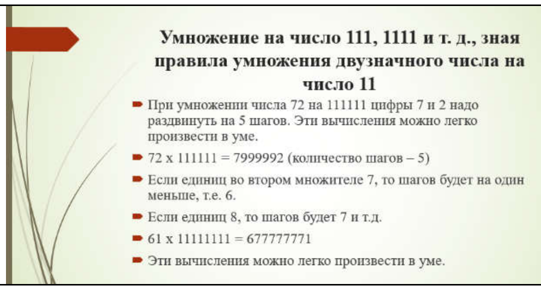
Слайд 16



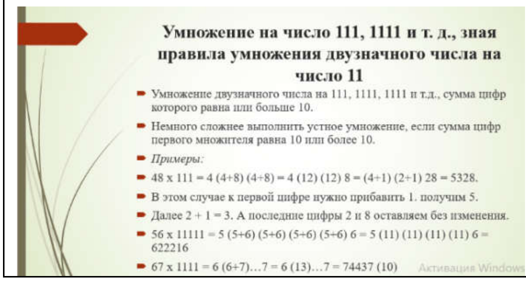
Слайд 17

Слайд 18





Слайд 19



Приложение 6

Карточка 1	**Карточка 2**
1) 25-7=	1) 149*2=
2) 34-8=	2) 127*2=
3) 77-9=	3) 178:2=
4) 91-7=	4) 136:2=
5) 46-8=	
6) 64-9=	
Карточка 3	**Карточка 4**
1) 213*4=	1) 138*5=
2) 213*8=	2) 71:5=
3) 124:4=	3) 256*25=
4) 124:8=	4) 125*25=

Карточка 5

1) 25*11=	4) 12*11=	7) 48*11=
2) 43*11=	5) 32*11=	8) 57*11=
3) 24*11=	6) 38*11=	9) 65*11=

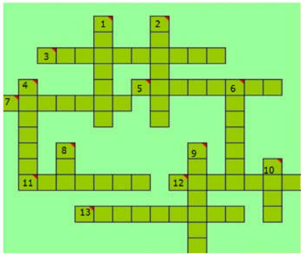
Приложение 7

Слайд 1-2.

Делимость целых чисел.

Основные свойства.

Разгадаем кроссворд



Слайд 3.

Делимость

- Пусть a и b – целые числа, a≥b, b≠0
- **Число a делится на b, если существует целое число c, при умножении которого на b получается a**
- a : b = c, если c · b = a

Слайд 4.

Делится ли произведение 369 * 555 на 37?

- Число 555 делится на 37,

т.к. 37 * 15 = 555 (по определению «делимости»),ТОГДА

369 * 555 = 369 *(15 * 37) = (369 * 15) *37,

т.е. число 369 * 555 делится на 37

Слайд 5.

1. Свйство делимости произведения

Если одно из двух (или более чисел) делится на некоторое число, то и произведение этих чисел делится на это число

если a : c, или b : c, то (a * b) : c

Например: a=300, b=52, c=12, 300:12=25, то (300*52) : 12=1300

Слайд 6.

2. Свойство делимости чисел

- **Если первое число делится на второе, а второе делится на третье, то и первое число делится на третье**
- **Если a : b, b : c, то a : c**

Например:918:9, 9:3, то 918 : 3

Слайд 7.

Выводы

- **1) Если число a делится на число b, то число a делится на каждый делитель числа b**
- **2) Если число a не делится хотя бы на один делитель числа b, то число a не делится на число b**

Слайд 8.

Правило деления произведения на число

- **Чтобы разделить произведение двух или нескольких чисел на заданное число, нужно на это число разделить только один множитель, а остальные оставить без изменения и затем выполнить умножение.**
- **(a * b) : c = (a : c) * b**

Примеры:

- 1) (125*450):25 = (125:25)*450 = 5*450 = 2250;
- 2) (24*5*17):12 = (24:12)*5*17 = 2*5*17 = 170.

Слайд 9.

Делимость суммы и разности

- **ЗАДАЧА 1**. Разделить число 7248 на 12.

Число 7200 делится на 12, потому что 7200 = 12*600;

48 тоже делится на 12, потому что 48 = 12*4.

Из этого следует, что 7248 делится на 12, потому что на основании распределительного закона умножения можно записать:

7248 = 7200 + 48 = 12*600 + 12*4 = 12*(600 + 4) = 12*604.

Значит, 7248 : 12 = 7200 : 12 + 48 : 12 = 600 + 4 = 604.

- **ЗАДАЧА 2**. Разделить число 1323 на 7.

Рассуждая аналогично предыдущим рассуждениям, получаем:

1323 = 1400 – 77 = 7*200 – 7*11 = 7*(200 -11) = 7* 189.

Значит, 1323 : 7 = 1400:7 – 77:7 = 200 – 11 = 189.

Слайд 10.

Признак делимости суммы

- **Если каждое слагаемое суммы делится на заданное число, то и вся сумма делится на это число.**
- **ПРАВИЛО ДЕЛЕНИЯ СУММЫ НА ЧИСЛО:**
Чтобы сумму двух или нескольких слагаемых разделить на заданное число, можно разделить на это число каждое слагаемое и полученные результаты сложить.
- ЗАМЕЧАНИЕ. Если более одного слагаемого суммы не делятся на заданное число, то сумма может делиться и не делиться на это число.

Слайд 11.

Признак делимости разности

- **Если и уменьшаемое, и вычитаемое делятся на заданное число, то и разность делится на это число.**
- **ПРАВИЛО ДЕЛЕНИЯ РАЗНОСТИ НА ЧИСЛО:**
чтобы разность разделить на заданное число, нужно на это число разделить и уменьшаемое, и вычитаемое и из первого частного вычесть второе.

Приложение 8

Карточка №1. Не выполняя вычислений, укажите произведения, значения которых делятся на 5: 28 *25; 33 * 25; 13 * 45 * 8; 34 * 12; 73 * 50; 36 * 7; 5 * 7 * 11; 94 * 18;
Карточка №2 (В -1). 1) Если число 612 делится на 12, то оно …………………………………………………………………………………………
Карточка №2 (В -2). 2) Если число 725 не делится на 3, то оно …………………………………………………………………………………………
Карточка №2(В - 3). 3) Если число 832 делится на 16, то оно………………………………………………………………………………………
Карточка №3 Раздели на 9 произведения: 28*9*35; 18*752*8000; 4500*7*398; 76*512*360; 155*810*34; 83*63000*98.
Карточка № 4(В -1). 1) Объясните, почему следующие произведения делятся на 12: 12*48; 12*120 2) Не вычисляя произведения, установите, делится ли оно на заданное число: 508*12 на 3; 85*3719 на 5; 3)Подберите три значения х так, чтобы произведение: 3х делилось на 5; 4)Представляя число в виде суммы, докажите, что: 123123 делится на 123;
Карточка № 4(В -2). 1) Объясните, почему следующие произведения делятся на 12: 120*51; 24*17; 2) Не вычисляя произведения, установите, делится ли оно на заданное число: 2510*74 на 37; 45*26*36 на 15; 3)Подберите три значения х так, чтобы произведение: 12х делилось на 7 4)Представляя число в виде суммы, докажите, что: 111333 делится на 111
Карточка № 4(В -3). 1) Объясните, почему следующие произведения делятся на 12: 11*36; 13*48. 2) Не вычисляя произведения, установите, делится ли оно на заданное число: 210*29 на 3 и на 29; 3800*44*18 на 11, 100 и 9 3)Подберите три значения х так, чтобы произведение: 8х делилось на 14. 4)Представляя число в виде суммы, докажите, что: 123123 делится на 123;

Приложение 9

Слайд 1.

Признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 6, 7

Слайд 2.

Делёж верблюдов

Давным-давно жил-был старик, который, умирая, оставил своим трем сыновьям 19 верблюдов. Он завещал старшему сыну половину, среднему – четвертую часть, а младшему – пятую. Не сумев найти решения самостоятельно (ведь задача в «целых верблюдах» решения не имеет), братья обратились к мудрецу.

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$

Слайд 3.

- О, мудрец!- сказал старший брат. - Отец оставил нам 19 верблюдов и велел разделить между собой: старшему – половину, среднему – четверть, младшему – пятую часть. Но 19 не делится, ни на 2, ни на 4, ни на 5. Можешь ли ты, о, достопочтенный, помочь нашему горю, ибо мы хотим выполнить волю отца?

- Нет ничего проще, - ответил им мудрец. – Возьмите моего верблюда и идите домой.

Братья дома легко разделили 20 верблюдов пополам, на 4 и на 5. Старший брат получил 10, средний – 5, а младший – 4 верблюда. При этом один верблюд остался (10+5+4=19). Раздосадованные, братья вернулись к мудрецу и пожаловались:

- О, мудрец, опять мы не выполнили волю отца! Вот этот верблюд – лишний.

- Это не лишний, - сказал мудрец,- это мой верблюд. Верните его и идите домой.

Слайд 4.

Признаки делимости на 2, 5, 10

- Число делится на 2 тогда и только тогда, когда его последняя цифра делится на 2, то есть является чётной.
- Число делится на 5 тогда и только тогда, когда оно оканчивается на 0 или на 5.
- Число делится на 10 тогда и только тогда, когда оно оканчивается на ноль.

Слайд 5.

Признаки делимости на 2, 5, 10

- проверьте, делится ли на 2 сумма чисел 3899 + 4968
- проверьте, делится ли на 5 сумма чисел 85675 + 765
- какие из чисел 6538, 6780, 7835, 9391, 10032, 10060, 24575 делятся на:
- а) на 2; б) на 5; в) на 10?

Слайд 6.

Признаки делимости на 3, 9

- Число делится на 3, когда сумма его цифр делится на 3
- Число делится на 9, когда сумма его цифр делится на 9

Слайд 7.

Признаки делимости на 3, 9

- 1) Из всех чисел, удовлетворяющих неравенству 1420 < x < 1432 выберите числа, которые:
  а) делятся на 3;
  б) делятся на 9.
- 2) Для числа 1147 найдите ближайшее к нему натуральное число, которое:
  а) кратно 3;
  б) кратно 9.
- 3) Замените звездочки двумя одинаковыми цифрами так, чтобы
  а) число 2**2 делилось на 3;
  б) число *18* делилось на 9.
- 4. Делится ли число (2 + 10811) на 9?

Слайд 8.

Общий признак делимости

- Пусть **abcd** есть натуральное число записываемое в десятичной системе счисления, где **d**— единицы, **c** — десятки и т. д.
- Пусть **n** — произвольное натуральное число, на которое мы хотим делить **abcd : n**
- Находим ряд остатков по следующей схеме:
- **k** — остаток от деления **10** на **n**
- **r** — остаток от деления **10·k** на **n**
- s — остаток от деления **10·r** на **n** и так далее.
- Так как остатков конечное число, то этот процесс зациклится (не позже, чем через **n** шагов) и дальше можно его не продолжать. Тогда заданное число имеет тот же остаток от деления на **n** , что и число **d+k·c+d·r+a·s+…**

Слайд 9.

Делится ли число 849756 на 7?

- Мы знаем остаток от деления 10 на 7 равен 3.
- Остаток от деления 100 на 7 равен остатку от деления 10·3:7, то есть равен 2.
- Остаток от деления 1000 на 7 равен остатку от деления 10·2:7, то есть равен 6.
- Остаток от деления 10000 на 7 равен остатку от деления 10·6:7, то есть равен 4.
- Остаток от деления 100000 на 7 равен остатку от деления 10·4:7, то есть равен 5.
- Число **6+3·5+2·7+6·9+4·4+5·8= 145, 145:7** имеет такой же остаток, как и **5+4·3+2·1=19:7**, то есть **5**. Число **849756** не делится на **7**.

Слайд 10.

Признаки делимости на 4

1. Число делится на 4, когда две последние цифры нули или составляют число, делящееся на 4

- **Например, 14676 — последние цифры 76, и число 76 делится на 4: 76:4=19.**

2. Двузначное число делится на 4 тогда и только тогда, когда удвоенная цифра в разряде десятков, сложенная с цифрой в разряде единиц, делится на 4.

Например, число 42 не делится на 4, так как 4×2+2=10, 10 не делится на 4.

Слайд 11.

Признак делимости на 4

- 4 = 2×2, т.е. разделить на 4 - то же самое, что два раза подряд разделить на 2. Поэтому, во-первых, двузначное число должно быть четным, а, во-вторых, его легко разделить на 2 и посмотреть является ли результат также четным числом.
- Например, 5773211789020783 не делится на 4, т.к. 83 не делится на 2. 4920904953478666 не делится на 4, т.к. 66:2 = 33 - нечётное число. 5897592348940996 делится на 4, т.к. 96:2 = 48 - чётное число.

Слайд 12.

Признак делимости на 6

- Так как 6=2×3, то используются признаки делимости на 2 и на 3.
- Таким образом, на 6 делятся чётные числа, сумма цифр которых делится на 3.
- Например: 629 - не делится на 6, нечётное.
- 692 - не делится на 6, чётное, но 6+9+2=17 не делится на 3.
- 792 - делится на 6, чётное и 7+9+2=18 делится на 3

Слайд 13.

Признак делимости на 7

- Берём последнюю цифру числа, удваиваем её и вычитаем из числа, которое осталось без этой последней цифры. Если разность делится на 7, значит, всё число делится на 7. Это действие можно продолжать сколь угодно много раз до того момента, пока не станет понятно: делится или нет число на 7.
- *Например: 2919.*
  1-й шаг. Берём 9, умножаем её на 2 и производим вычитание:
  291-18=273.
  2-й шаг. 273. Берём 3, умножаем её на 2 и производим вычитание:
  27-6 = 21. Делится на 7.
  Значит, всё число 2919 делится на 7.

Слайд 14.

- **Что вам было непонятно сегодня на занятии?**
- **Какие знания, полученные на уроке, понадобятся тебе в будущем?**
- **Где ты применишь полученные знания?**
- **За что бы ты себя похвалил на уроке?**

Приложение 10

Карточка 1. В-1.

Используя принцип Паскаля, определите:

делится ли число 972564 на 7;

делится ли число 876531 на 4;

делится ли число 5783913 на 25

Карточка 1. В-2.

Используя принцип Паскаля, определите:

делится ли число 356213 на 7;

делится ли число 458726 на 4;

делится ли число 7183900 на 25

Карточка 1. В-3.

Используя принцип Паскаля, определите:

делится ли число 549321 на 7;

делится ли число 924648 на 4;

делится ли число 6483950 на 25

Приложение 11

Самостоятельная работа.

Задача № 1.

Туристическое агентство «Дуремар» предложило Карабасу три путевки «в страну Дураков» - две взрослые и одну детскую за 3543 золотые монеты. Известно, что детская путевка на 500 золотых монет дешевле. Каким образом Карабас смог понять, что его обманывают?

Задача № 2.

Можно ли, используя только цифры 3 и 4, записать:

А) число, которое делиться на 10;

Б) четное число;

В) число, кратное 5;

Г) нечетное число.

Задача № 3

Семеро друзей. У одного гражданина было 7 друзей. Первый посещал его каждый вечер, второй - каждый второй вечер, третий - каждый третий вечер, четвертый – каждый четвертый вечер и так до седьмого друга, который являлся каждый седьмой вечер. Часто ли случалось, что все семеро друзей встречались у хозяина в один и тот же вечер?

Задача № 4

Приведите пример трёхзначного натурального числа, кратного 4, сумма цифр которого равна их произведению. В ответе укажите ровно одно такое число.

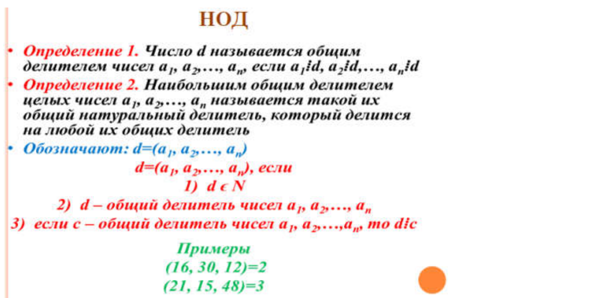
Задача № 5

Приведите пример трёхзначного числа А, обладающего следующими свойствами: 1) сумма цифр числа А делится на 6; 2) сумма цифр числа А+3 также делится на 6; 3) число А больше 350 и меньше 400. В ответе укажите ровно одно такое число.

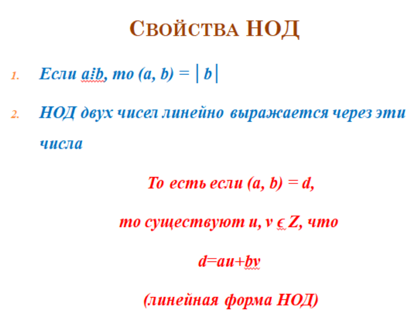
Приложение 12

Слайд 1.

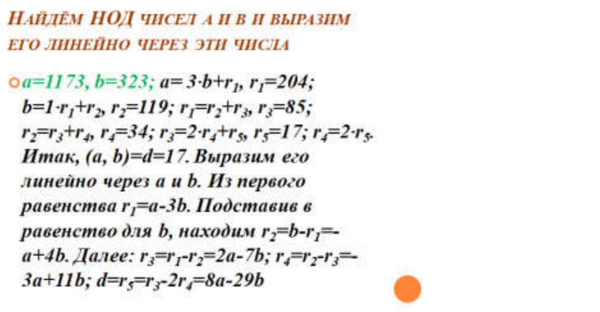
Слайд 2.



Слайд 3.



Слайд 4.



Слайд 5.

Свойства НОД

3) Если (a, b)=d, n ϵ N, то (na, nb)=nd

4) Если (a, b)=d, a⋮n, b⋮n, n ϵ N, то $\left(\frac{a}{n}, \frac{b}{n}\right) = \frac{d}{n}$

В частности, $\left(\frac{a}{d}, \frac{b}{d}\right) = 1$

5) $(a_1, a_2, \ldots, a_n) = ((a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}), a_n)$

6) Наибольший общий делитель чисел $a_1, a_2, \ldots, a_n$, *где не все* a_i *равны нулю, существует и единственный*

Слайд 6.

НОК

- *Определение 3.* **Число M называется общим кратным целых чисел** $a_1, a_2, \ldots, a_n$, **если оно делится на каждое из этих чисел**
- *Определение 4.* **Наименьшим общим кратным целых чисел** $a_1, a_2, \ldots, a_n$ **называется такое их общее натуральное кратное m, которое делит любое их общее кратное**
- *Обозначают:* $m=[a_1, a_2, \ldots, a_n]$

$m=[a_1, a_2, \ldots, a_n]$, *если*

1) $m \in N$
2) *m – общее кратное чисел* $a_1, a_2, \ldots, a_n$
3) *если M – общее кратное чисел* $a_1, a_2, \ldots, a_n$, *то M⋮m*

Примеры: [16, 30, 12]=16·5·3=240; [21, 15, 48]=48·5·7

Слайд 7.

Свойства НОК

1) $[a_1, a_2, \ldots, a_n]=[[a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}], a_n]$
2) *Если к – натуральное, то [ak, bk]=k[a, b]*
3) *Если k = натуральное, a⋮k, b⋮k, то*
4) *Если (a, b)=1, то [a, b] = ab*

Слайд 8.

Алгоритм НОД

- а) Описание алгоритманахождения НОД вычитанием:Из большего числа вычитаем меньшее. Если получается 0, то значит, что числа равны друг другу и являются НОД (следует выйти из цикла). Если результат вычитания не равен 0, то большее число заменяем на результат вычитания.Переходим к пункту 1.
- Пример:Найти НОД для 30 и 18.30 -18 = 1218 -12 = 612 -6 = 66 –6 = 0 Конец: НОД –это уменьшаемое или вычитаемое. НОД (30, 18) = 6

Слайд 9.

Алгоритм НОД

- Большее число делим на меньшее. Если делится без остатка, то меньшее число и есть НОД (следует выйти из цикла). Если есть остаток, то большее число заменяем на остаток от деления. Переходим к пункту 1.
- Пример. Пусть требуется найти НОД(102;84). Разделим одно число на другое и определим остаток.102=84*1+18 0 <18<84
- Теперь проделаем такую же операцию для чисел 84 и 18:84=18*4+ 12 0 <12<18
- Следующий шаг-для 18 и 12:18=12*1+6 0 <6<12
- Теперь -для 12 и 6:12=6*2+0 0-остаток.

Слайд 10.

Алгоритм нахождения НОК

Вычислить НОК(75;60)

Первый способ: Разложить числа на простые множители

75	3	60	2
25	5	30	2
5	5	15	3
1		5	5
		1	

Выписать множители, входящие в разложение одного из чисел:75=3·5·5, 60=2·2·3·5.Добавить к ним недостающие множители из разложения другого числа; НОК(75;60)=2·2·3·5·5 = 60·5 Найти произведение получившихся множителей. НОК(75;60)=300

Второй способ: Найти все общие множители в обоих разложениях, затем вычеркнуть их в одном из разложений. 75=~~3·5~~·5, 60=2·2·3·5

Перемножить все не зачеркнутые числа из обоих разложений. НОК(75;60)= 5·2·2·3·5=300

Слайд 11.

Задача 1

Валя и Вера покупают одинаковые почтовые наборы. Каждый набор состоит из открытки с конвертом. Валя уплатит за наборы 65 руб., а Вера -на 26 руб. больше. Сколько стоит один набор? Сколько наборов купила Валя? А Вера?

- *Решение:* Найдем сколько потратила Вера 65+26=91 (руб.)Найдем сколько стоит один набор, для этого вычислим НОД (65, 91)

Начальные данные: 65 и 91   91= 65·1+26

65 и 26   65=26·2+13

13 и 26   26= 13·2+0

НОД (65, 91) =13, следовательно стоимость одного набора равна 13 рублей и Валя смогла купить 5 наборов, а Вера –7 наборов.

- *Ответ:* 13 наборов, 5шт.,7шт..

Слайд 12.

Задача 2

Олины родители работают водителями трамваев: мама на 2-м маршруте, папа на 5-м. Один рейс 2-го маршрута длится 48 мин, а 5-го 72 мин. У этих маршрутов есть общая конечная станция. Вскоре после начала работы папин и мамин вагоны подошли к ней одновременно. Через какое время они снова встретятся на этой станции?

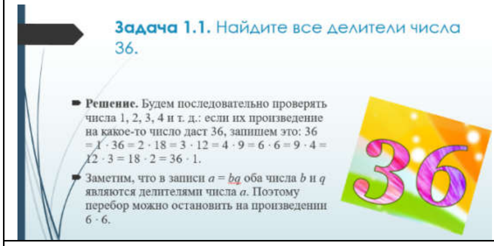
- *Решение:* Найдем через сколько минут вагоны окажутся на конечной станции, для этого вычислим НОК (48, 72)

НОК (48,72) = 72·2=144, следовательно через 144 минуты, т.е. через 2 часа 24 минуты.

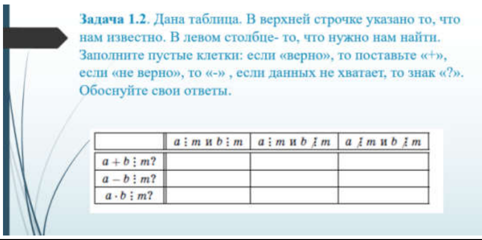
- *Ответ:* 2 часа 24 минуты.

Приложение 13

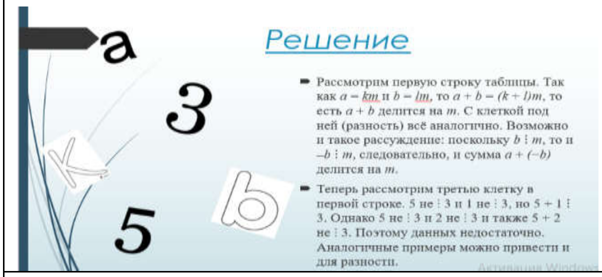
Слайд 3



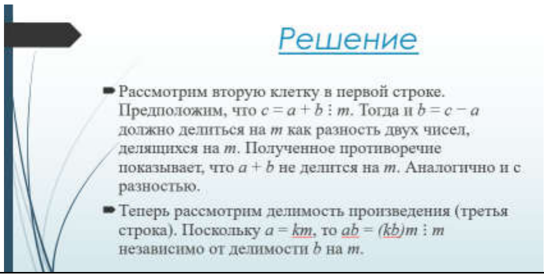
Слайд 4



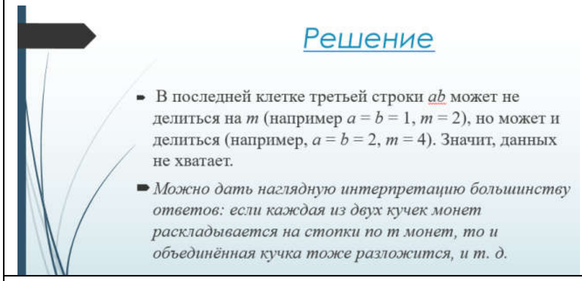
Слайд 5



Слайд 6

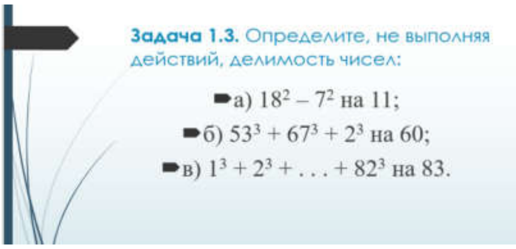


Слайд 7

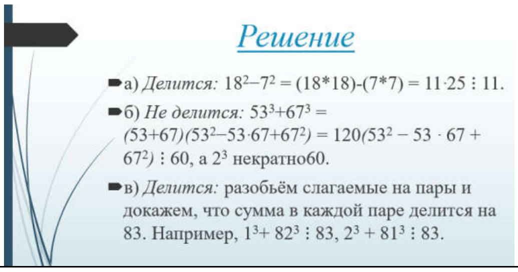


Слайд 8

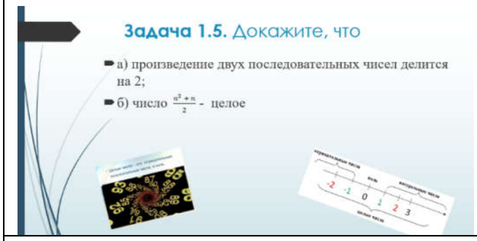
Слайд 9



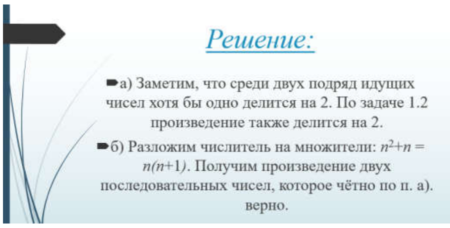
Слайд 10



Слайд 11



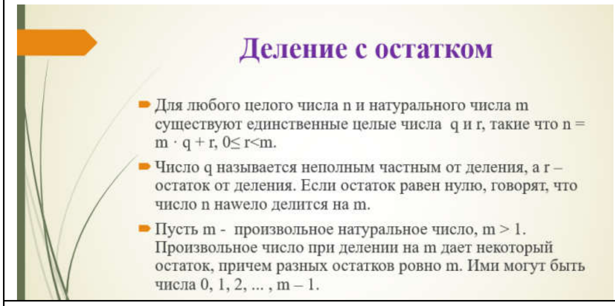
Слайд 12



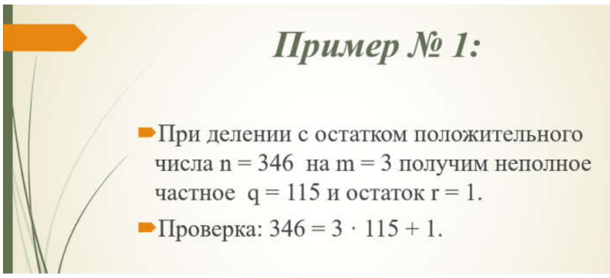
Слайд 13

Приложение 14

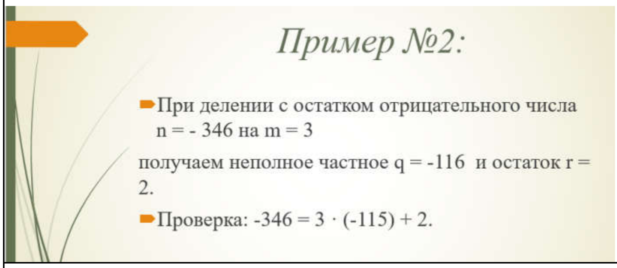
Слайд 3



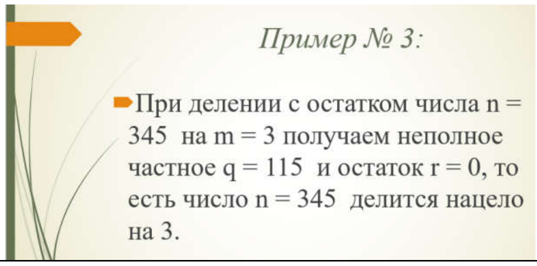
Слайд 4



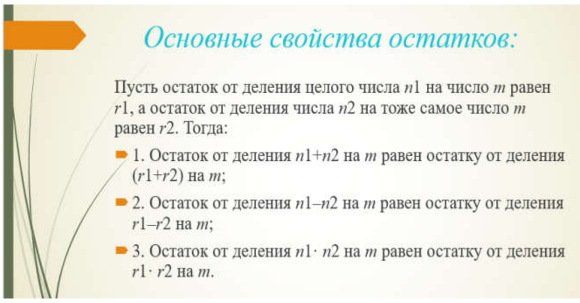
Слайд 5



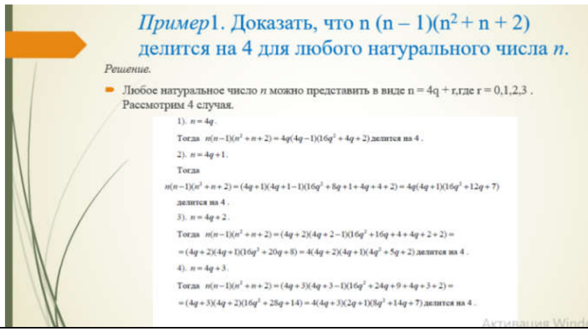
Слайд 6



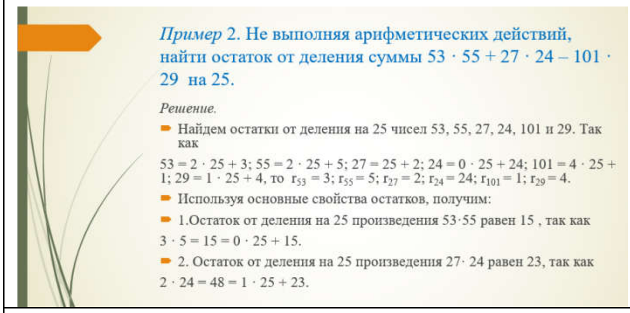
Слайд 7



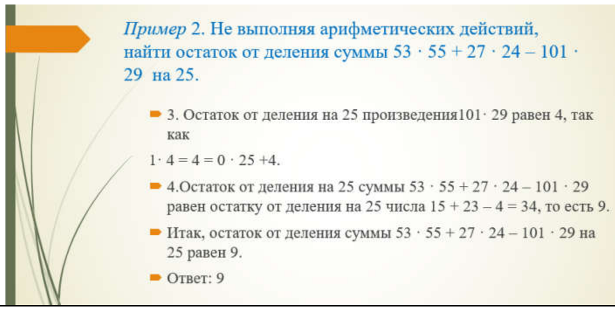
Слайд 8



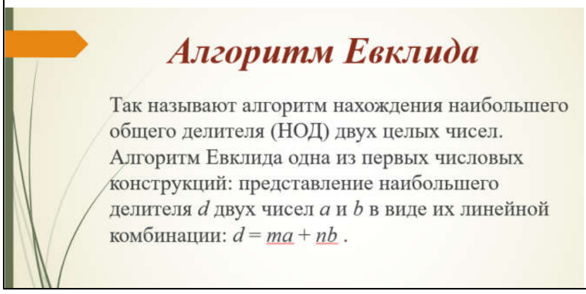
Слайд 9



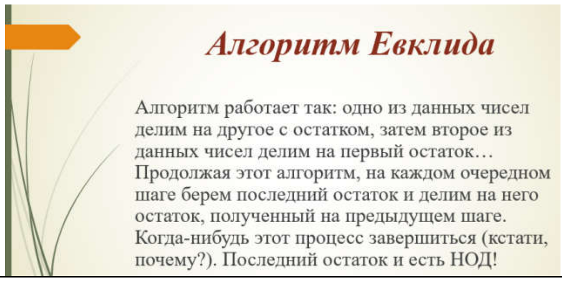
Слайд 10



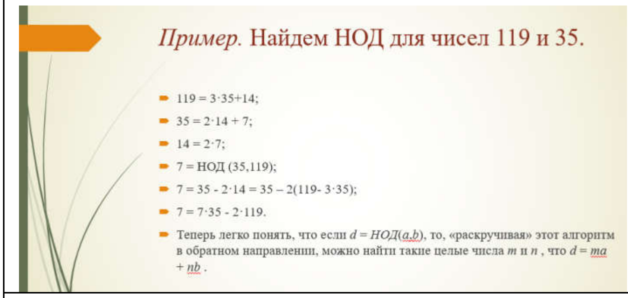
Слайд 11



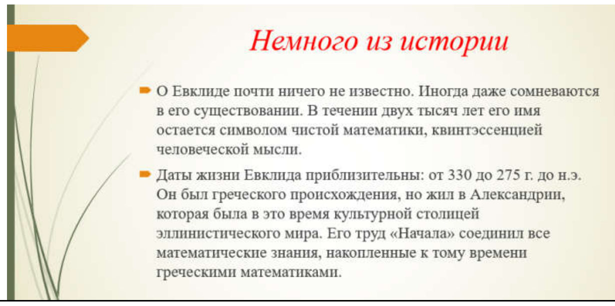
Слайд 12



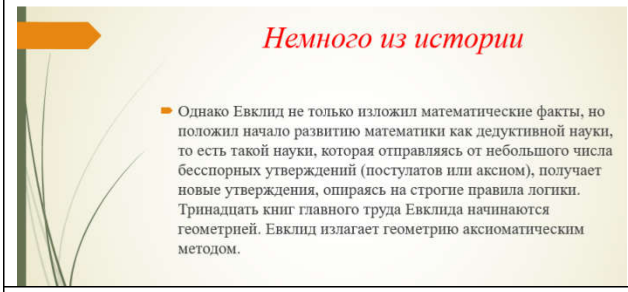
Слайд 13



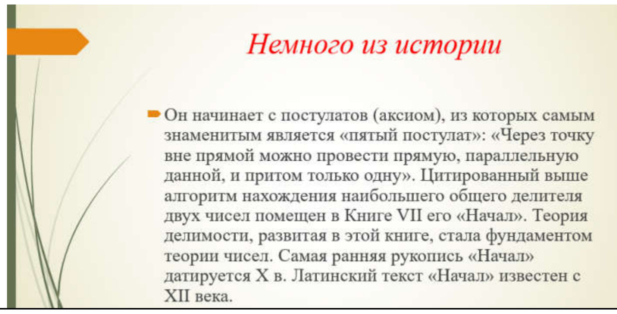
Слайд 14



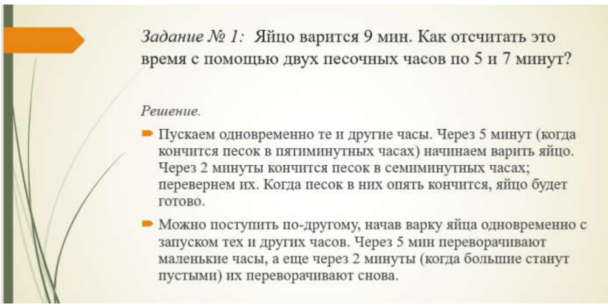
Слайд 15



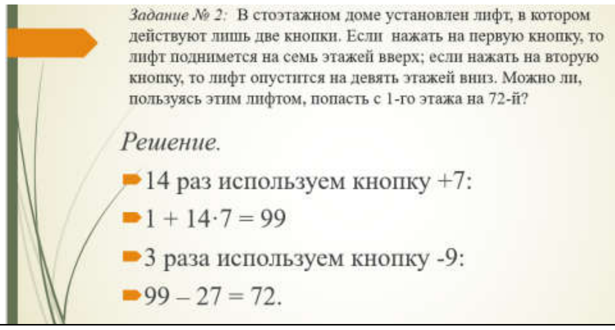
Слайд 16



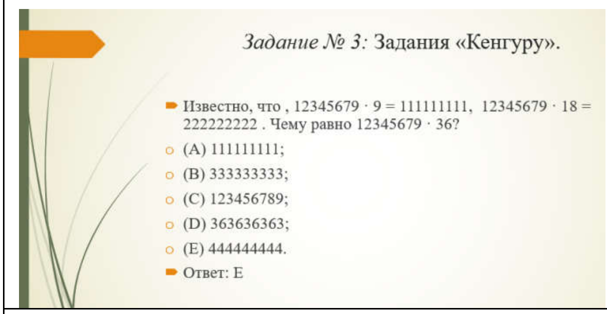
Слайд 17



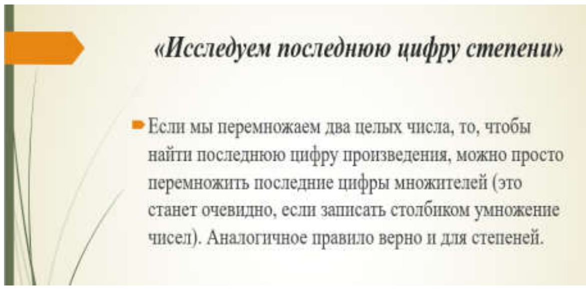
Слайд 18



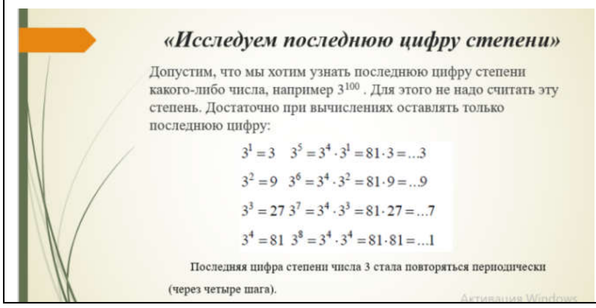
Слайд 19



Слайд 20

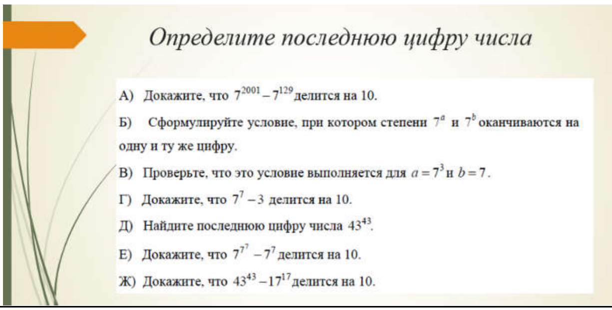


Слайд 21



Слайд 22

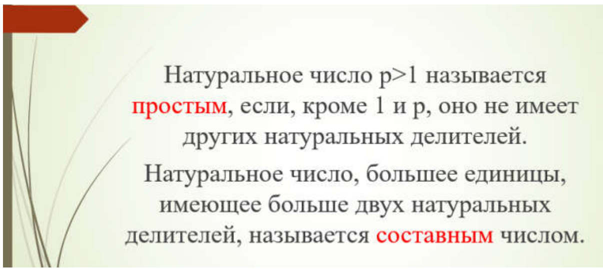
Слайд 23



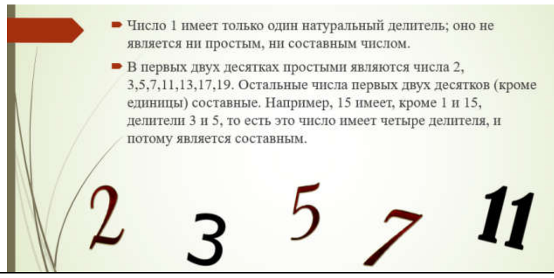
Слайд 24

Приложение 15

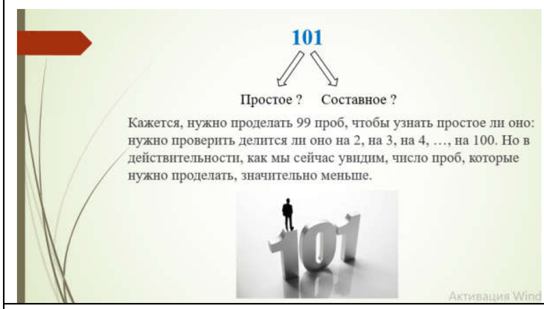
Слайд 3



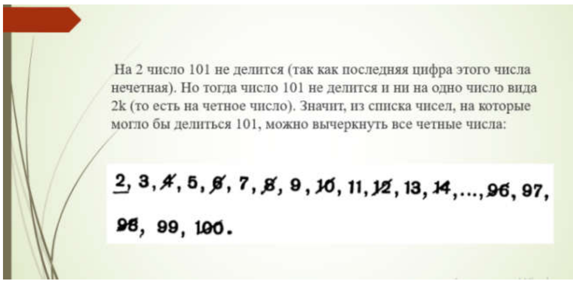
Слайд 4



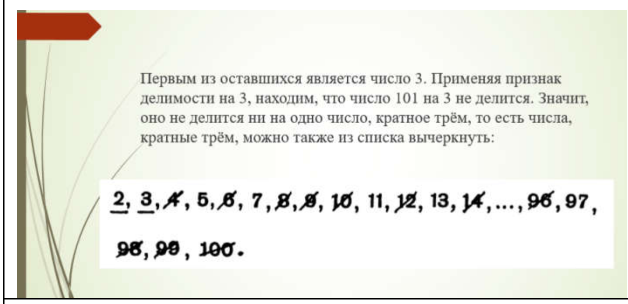
Слайд 5



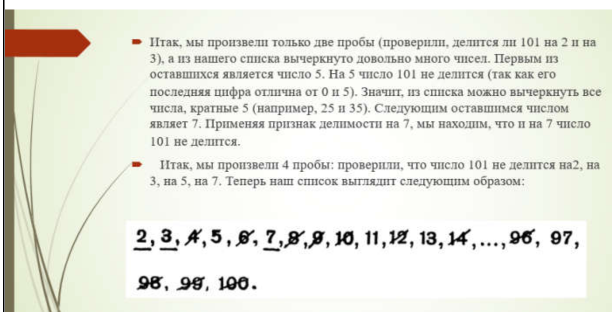
Слайд 6



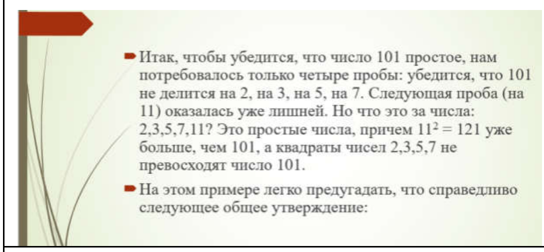
Слайд 7



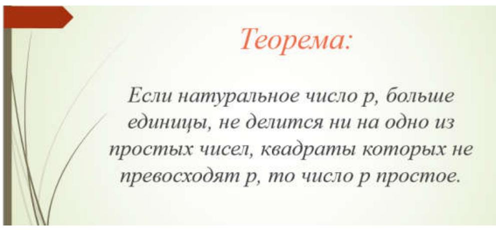
Слайд 8



Слайд 9

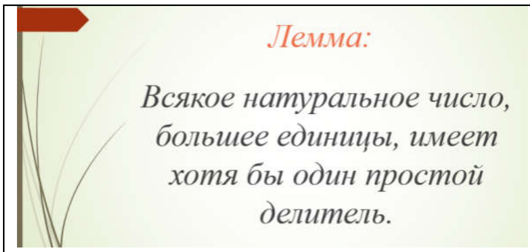


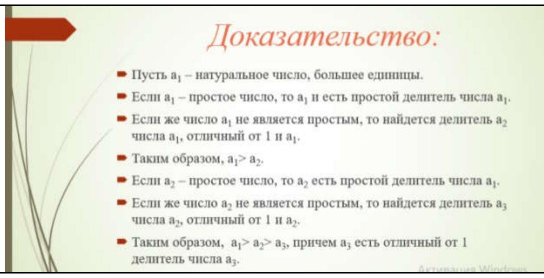
Слайд 10



Слайд 11

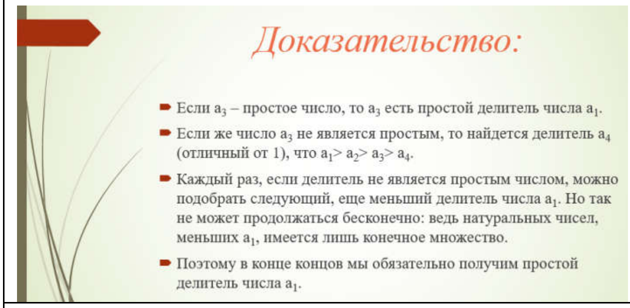
Слайд 12

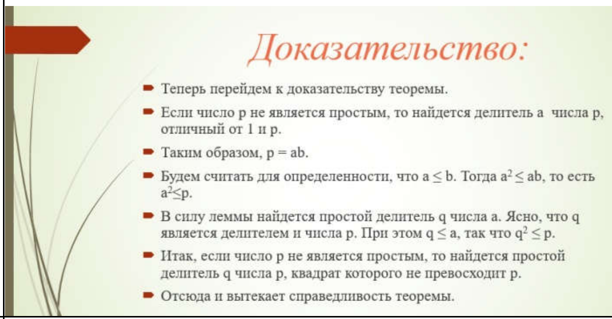




Слайд 13

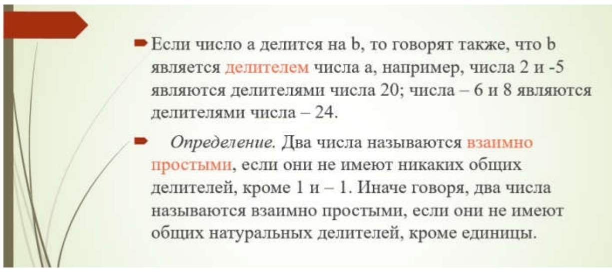
Слайд 14

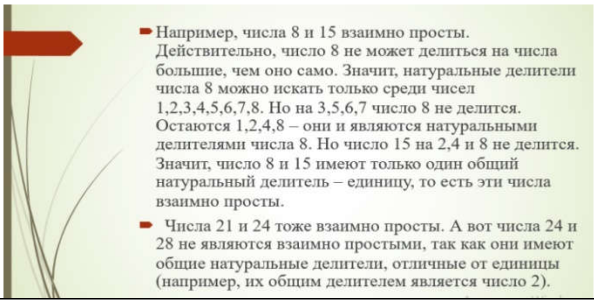




Слайд 15

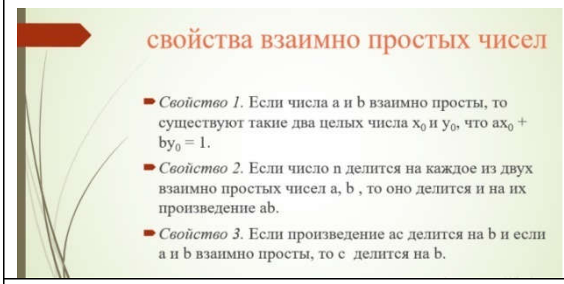
Слайд 16

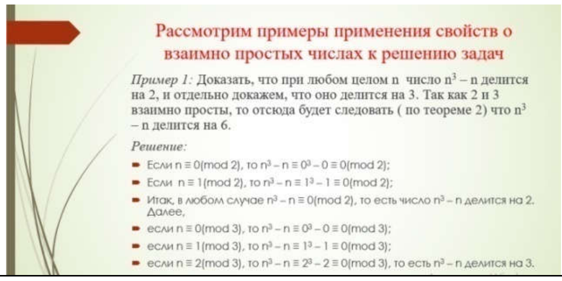




Слайд 17

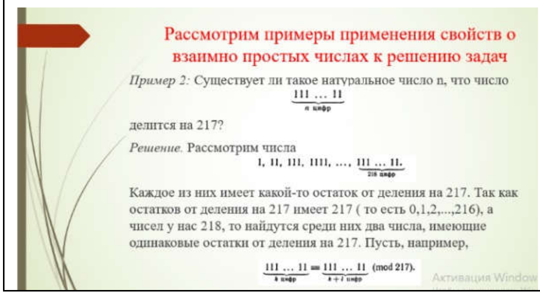
Слайд 18

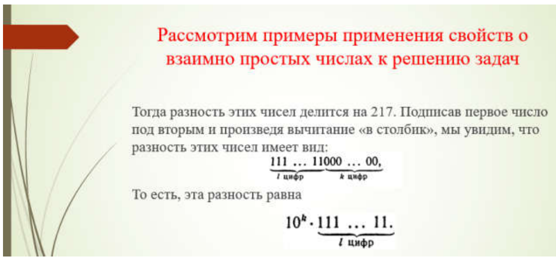




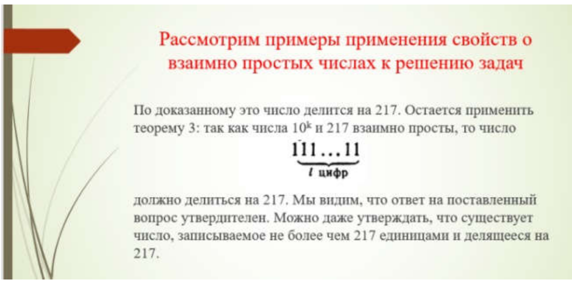
Слайд 19

Слайд 20

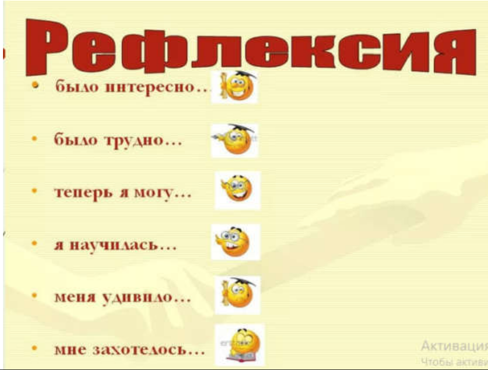




Слайд 21

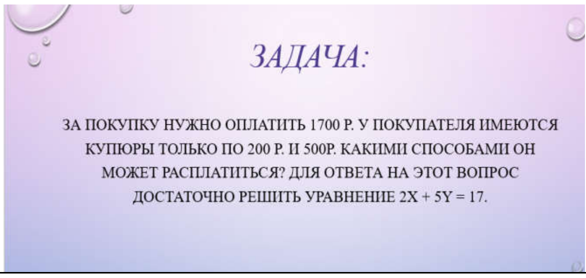


Слайд 22

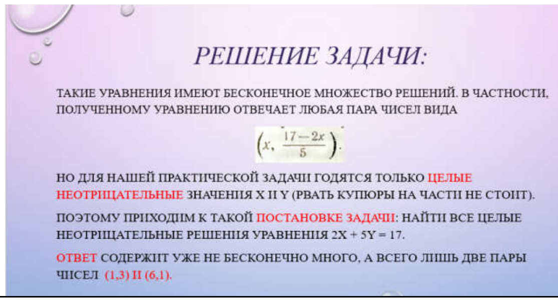


Приложение 16

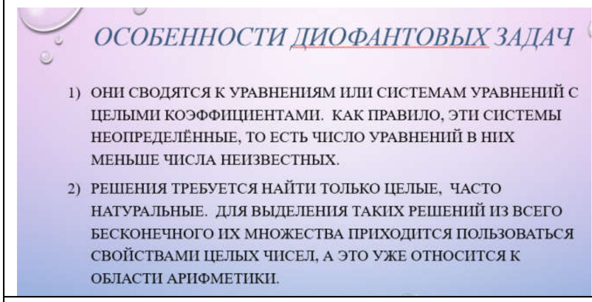
Слайд 3



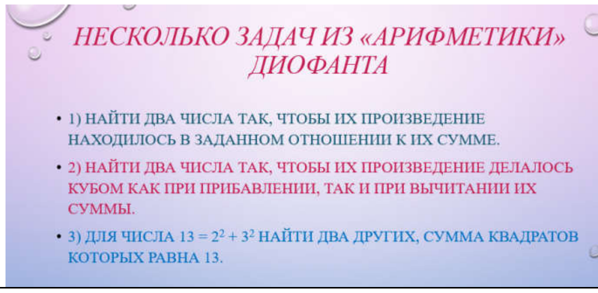
Слайд 4



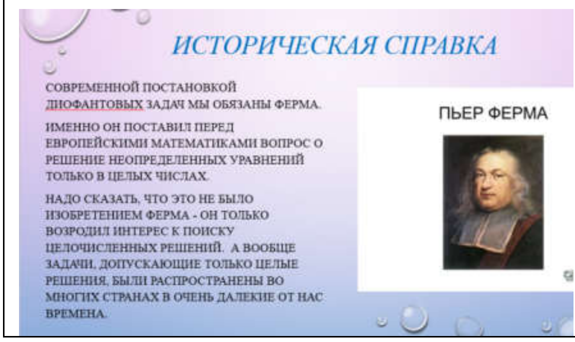
Слайд 5



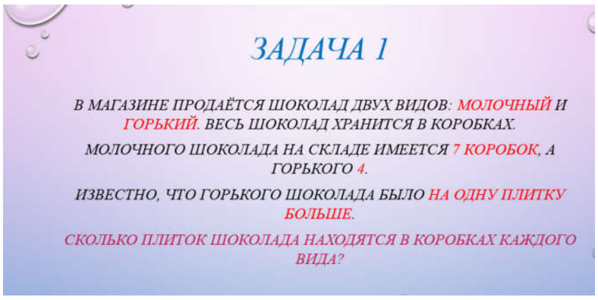
Слайд 6



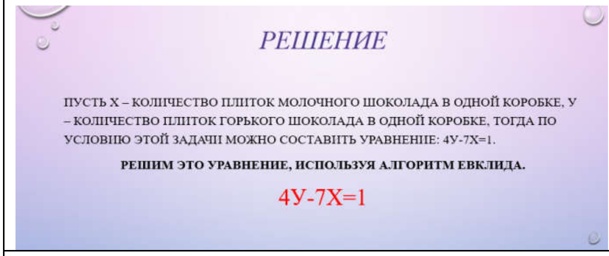
Слайд 7



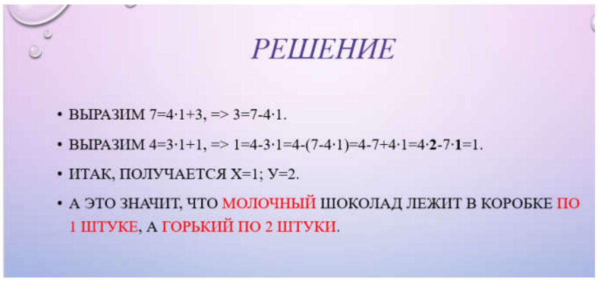
Слайд 8



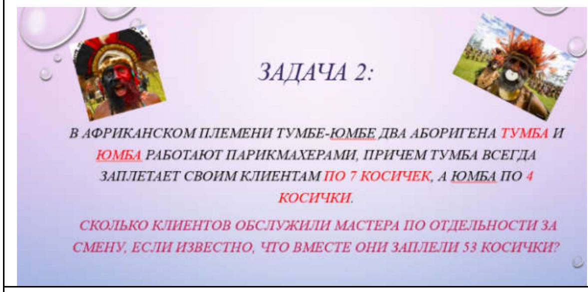
Слайд 9



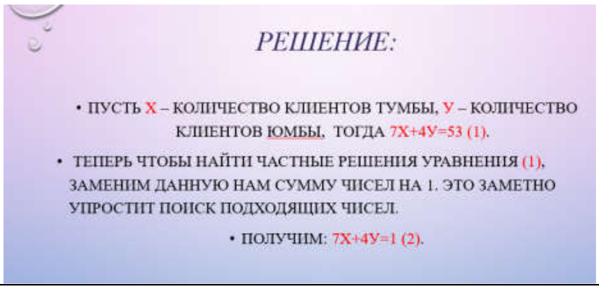
Слайд 10



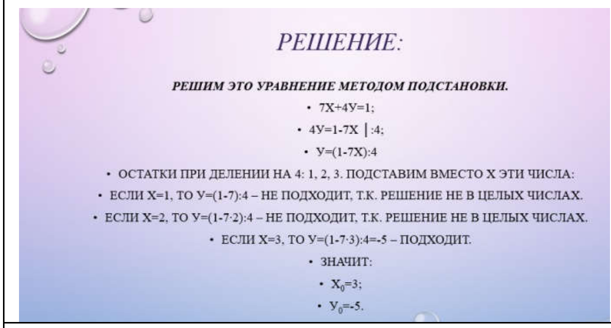
Слайд 11



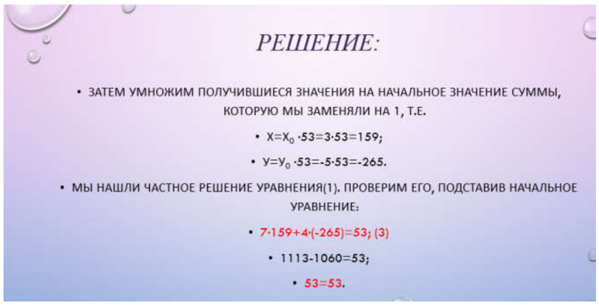
Слайд 12



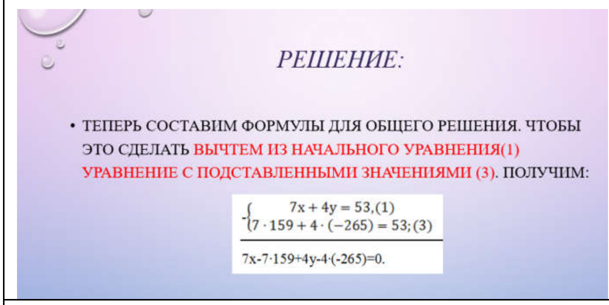
Слайд 13



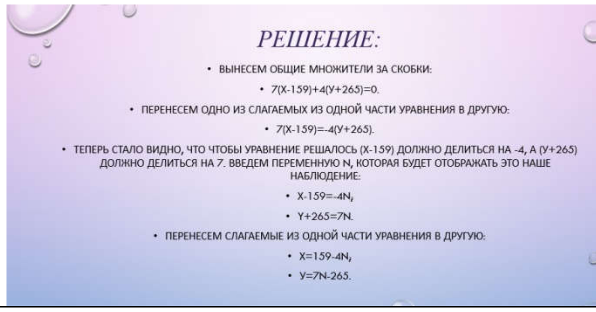
Слайд 14



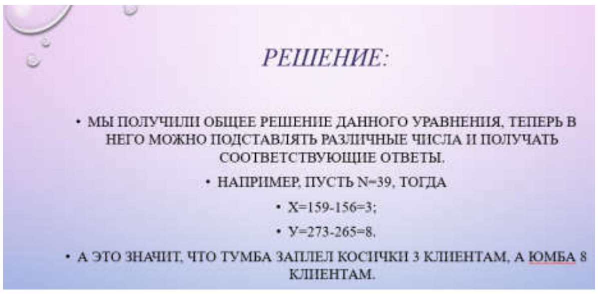
Слайд 15



Слайд 16



Слайд 17



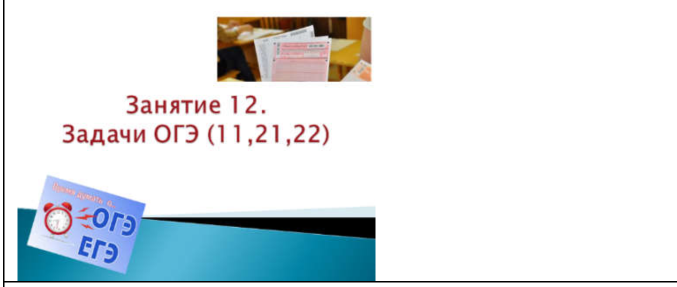
Слайд 18

Приложение 17

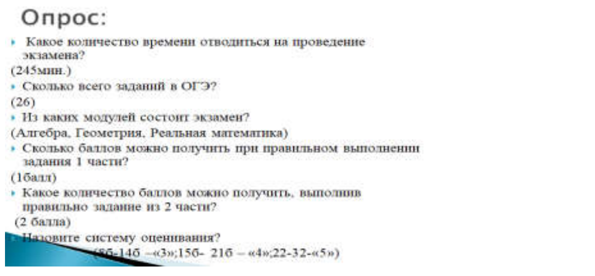
Задача 1: Вовочка купил ручки по 8 рублей и карандаши по 5 рублей. Причем за все карандаши он заплатил на 19 рублей больше, чем за все ручки. Сколько ручек и сколько карандашей купил Вовочка? (метод поиска общего решения, решение относительно одного не известного, использование алгоритма Евклида).
Задача 2. Куплены фломастеры по 7 рублей и карандаши по 4 рубля за штуку, всего на сумму 53 рубля. Сколько куплено фломастеров и карандашей?
Задача 3. На планете С в ходу два вида монет: по 16 тугриков и по 27 тугриков. Можно ли с их помощью купить товар, ценой в 1 тугрик?
Задача 4. Шехерезада рассказывает свои сказки великому правителю. Всего она должна рассказать 1001 сказку. Сколько ночей потребуется Шехерезаде, чтобы рассказать все свои сказки, если в какие-то ночи она будет рассказывать по 3 сказки, а в какие-то по 5? За сколько ночей Шехерезада расскажет все свои сказки, если хочет сделать это как можно быстрее? Сколько ночей понадобится Шехерезаде, если ей утомительно рассказывать по пять сказок за ночь, поэтому таких ночей должно быть как можно меньше?
Задача 5. Как налить 3 литра воды, имея 9-литровую и 5-литровую емкости?
Задача 6. Вовочка отлично успевает по математике. В дневнике у него только пятерки и четверки, причем пятерок больше. Сумма всех Вовочкиных оценок по математике равна 47. Сколько Вовочка получил пятерок и сколько четверок?
Задача 7. Кощей Бессмертный устроил питомник по разведению Змеев Горынычей. В последнем выводке у него есть Змеи о 17-ти головах и о 19-ти головах. Всего этот выводок насчитывает 339 голов. Сколько 17-тиголовых и сколько 19-тиголовых Змеев вывелось у Кощея?

Приложение 18

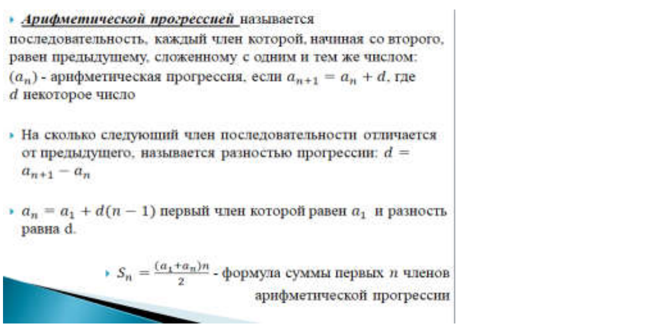
Слайд 1



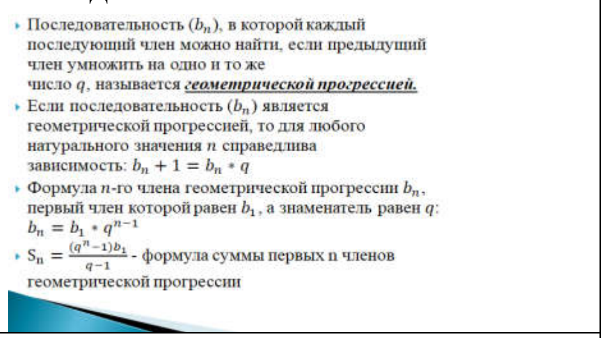
Слайд 2



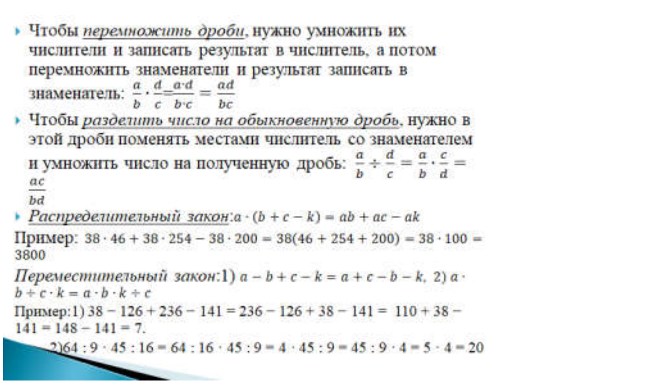
Слайд 3



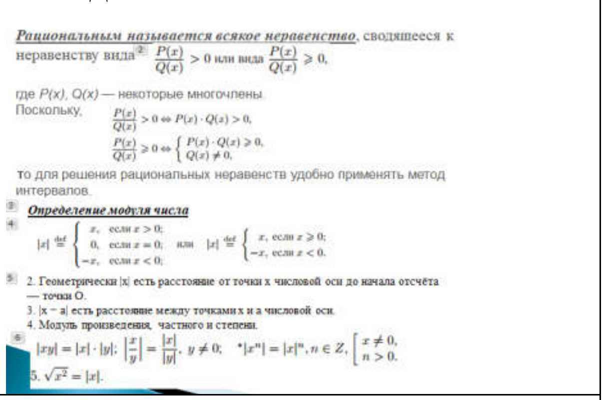
Слайд 4



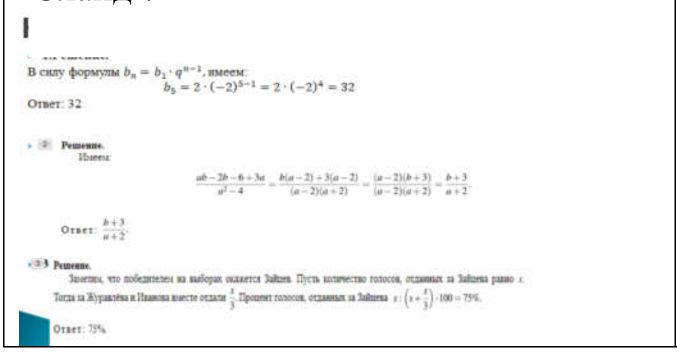
Слайд 5



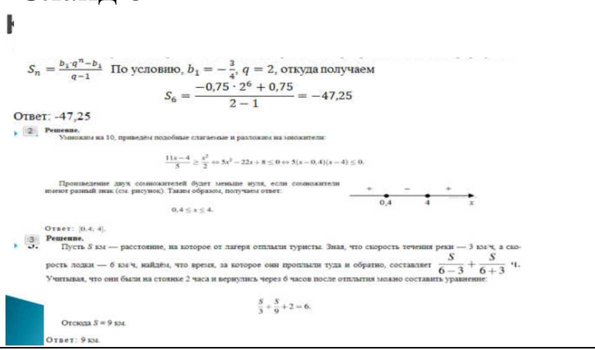
Слайд 6

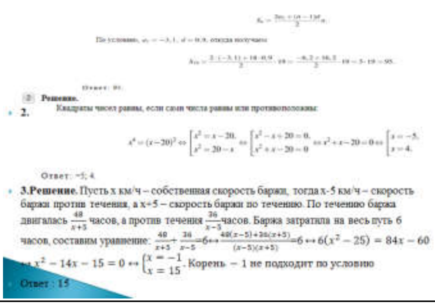


Слайд 7



Слайд 8



Слайд 9 	

Приложение 19

Карточка 1

1.В геометрической прогрессии $b(n)$ известно, что $b_1 = 2, q = -2$. Найти пятый член этой прогрессии.

2.Сократите дробь $\frac{ab-2b-6+3a}{a^2-4}$.

3.На пост главы администрации города претендовало три кандидата: Журавлёв, Зайцев, Иванов. Во время выборов за Иванова было отдано в 2 раза больше голосов, чем за Журавлёва, а за Зайцева — в 3 раза больше, чем за Журавлёва и Иванова вместе. Сколько процентов голосов было отдано за победителя?

Карточка 2

1.Дана геометрическая прогрессия $b(n)$, знаменатель которой равен 2, а $b_1 = -\frac{3}{4}$. Найдите сумму первых шести её членов.

2.Решите неравенство $\frac{11x-4}{5} \geq \frac{x^2}{2}$

3.Туристы проплыли на лодке от лагеря некоторое расстояние вверх по течению реки, затем причалили к берегу и, погуляв 2 часа, вернулись обратно через 6 часов от начала путешествия. На какое расстояние от лагеря они отплыли, если скорость течения реки равна 3 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

Карточка 3

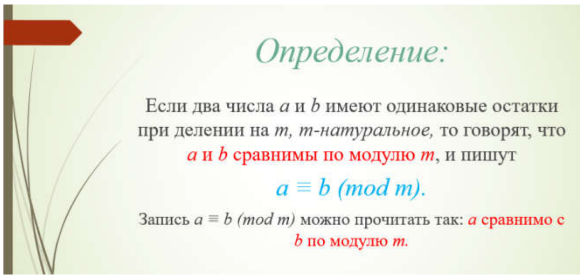
1.Арифметическая прогрессия задана условиями: $a_1 = -3{,}1$, $a_{n+1} = a_n + 0{,}9$. Найдите сумму первых 19 её членов.

2.Решите уравнение $x^4 = (x-20)^2$

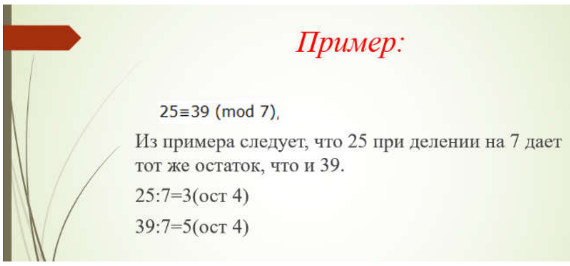
3. Баржа прошла по течению реки 48 км и, повернув обратно, прошла ещё 36 км, затратив на весь путь 6 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

Приложение 20

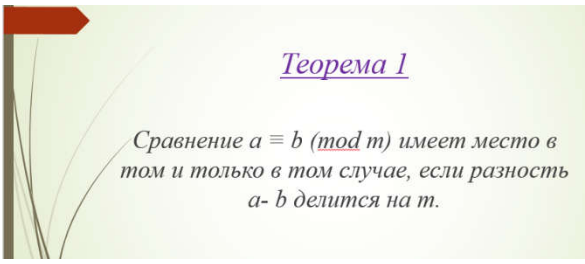
Слайд 3



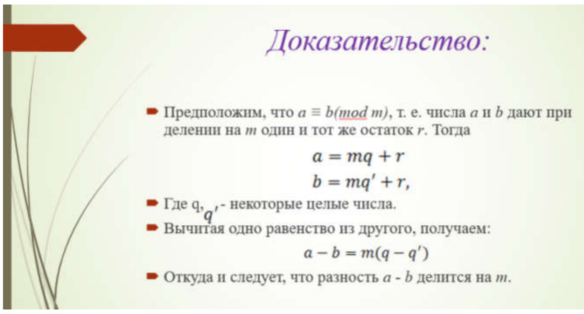
Слайд 4



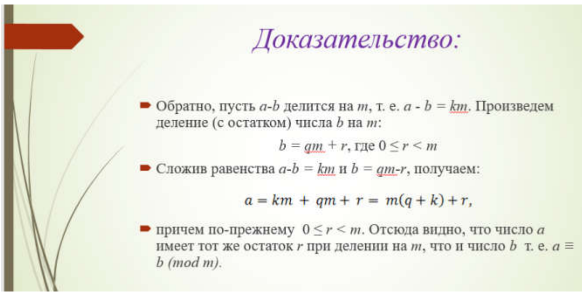
Слайд 5



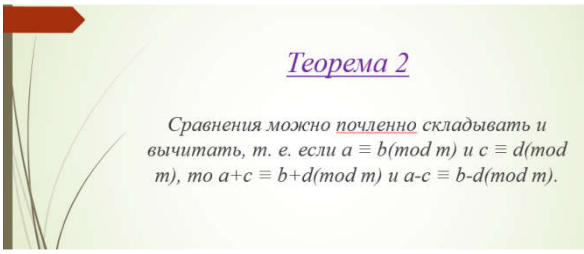
Слайд 6



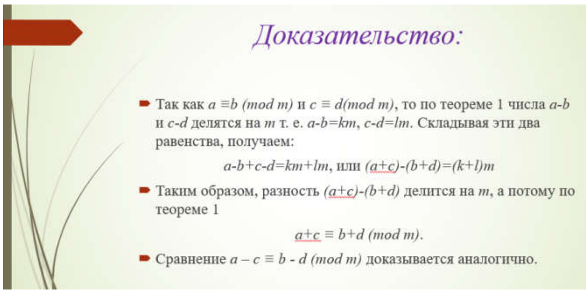
Слайд 7



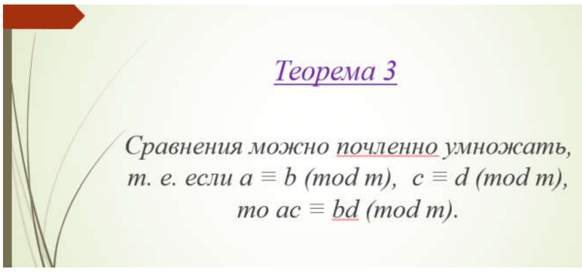
Слайд 8



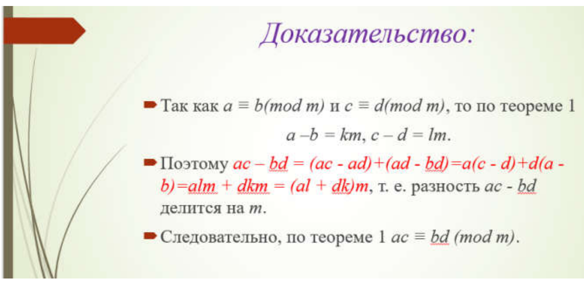
Слайд 9



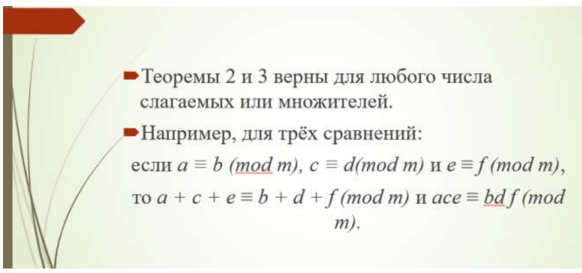
Слайд 10



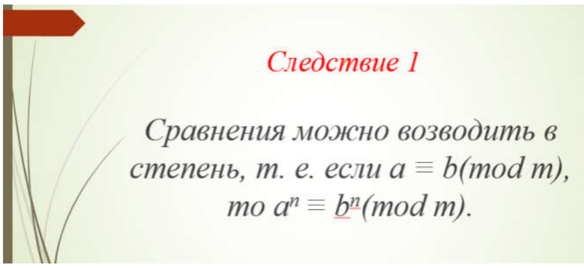
Слайд 11



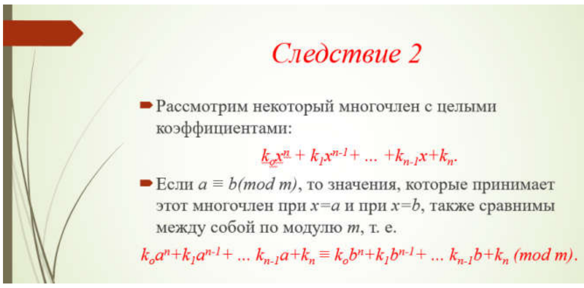
Слайд 12



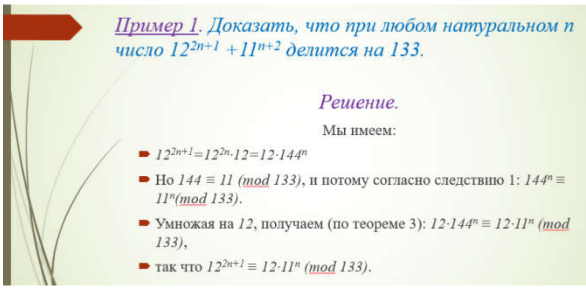
Слайд 13



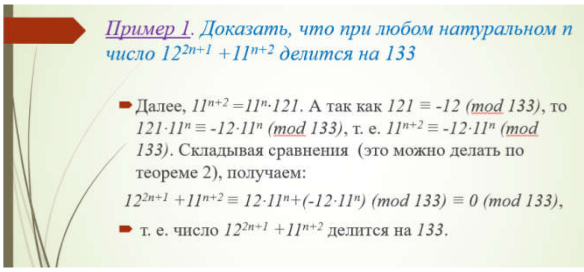
Слайд 14



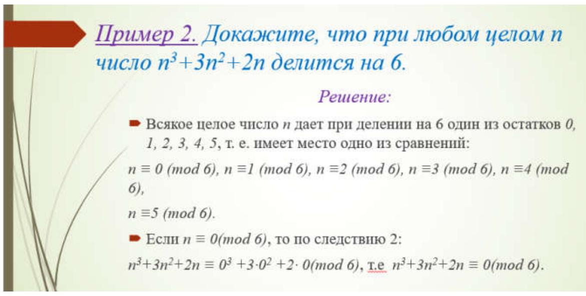
Слайд 15



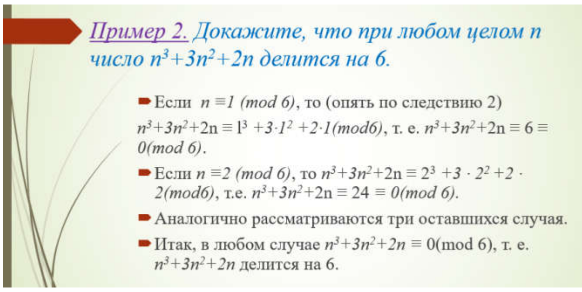
Слайд 16



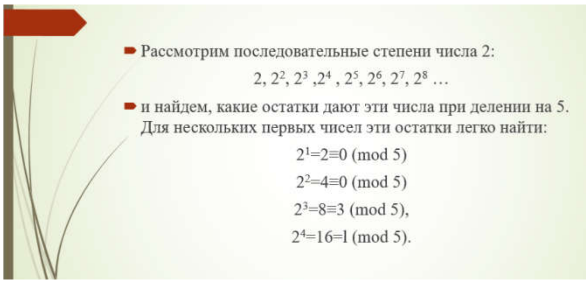
Слайд 17



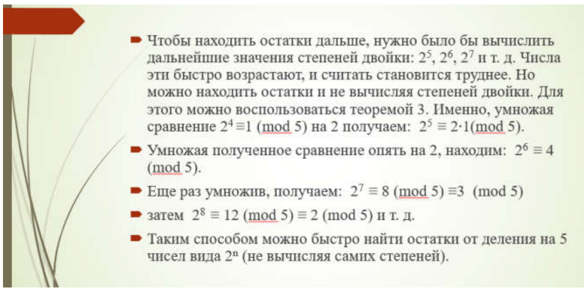
Слайд 18



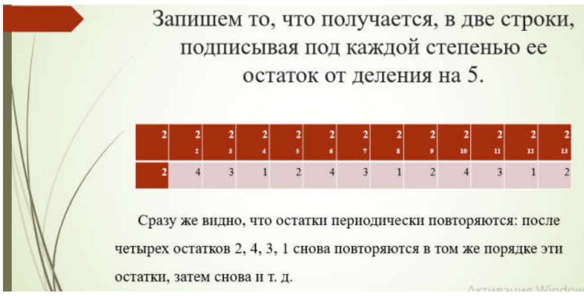
Слайд 19



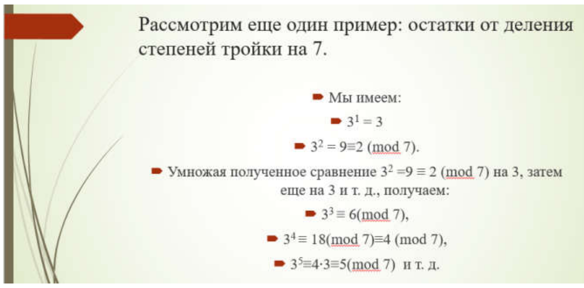
Слайд 20



Слайд 21



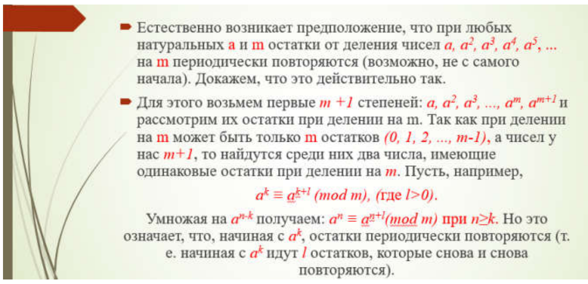
Слайд 22



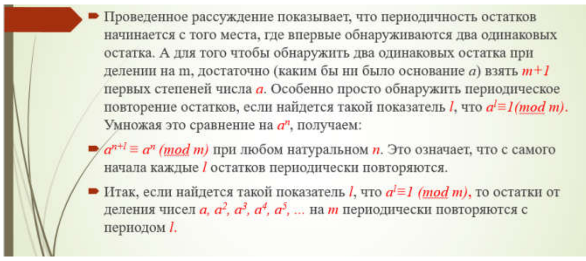
Слайд 23

Слайд 24

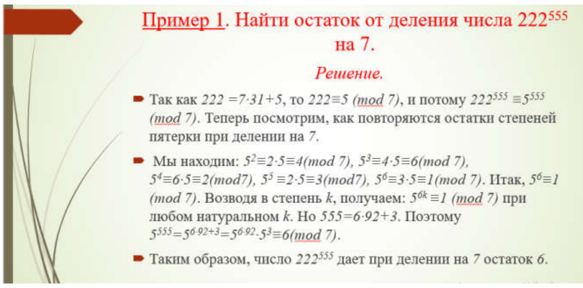
Слайд 25



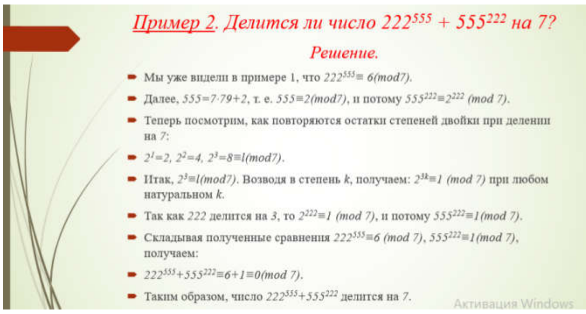
Слайд 26



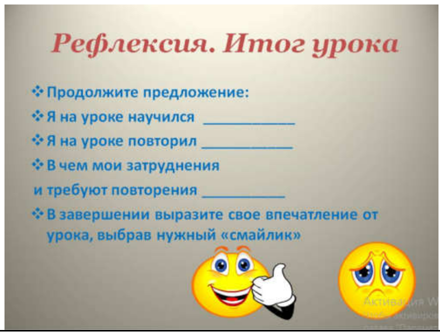
Слайд 27



Слайд 28



Слайд 29

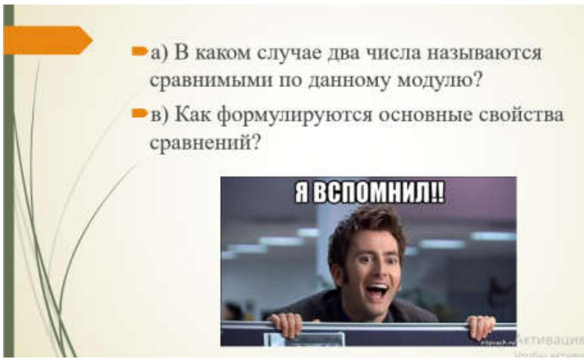


Приложение 21

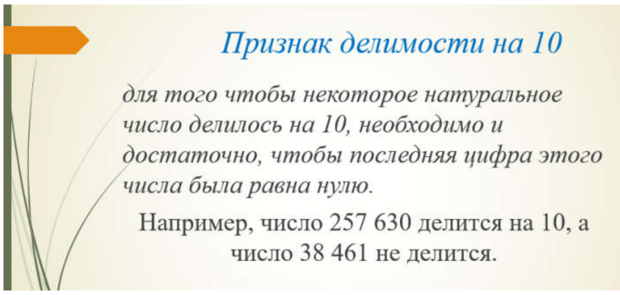
1. Найдите остаток от деления числа $7^{100}+11^{100}$ на 13.
2. Найдите остаток от деления числа 6^{592} на 11.
3. Докажите, что число $11^{10}-1$ делится на 100
4. Какой цифрой оканчивается число 777^{777}?
5. Делится ли число $7^{7^{7^{7}}} - 7^{7^{7}}$ на 10?
6. Какой цифрой оканчивается число $14^{14^{14}}$?
7. Докажите, что число $2222^{5555}-5555^{2222}$ делится на 7.

Приложение 22

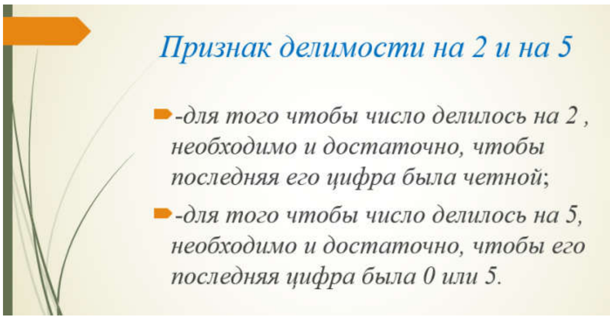
Слайд 3



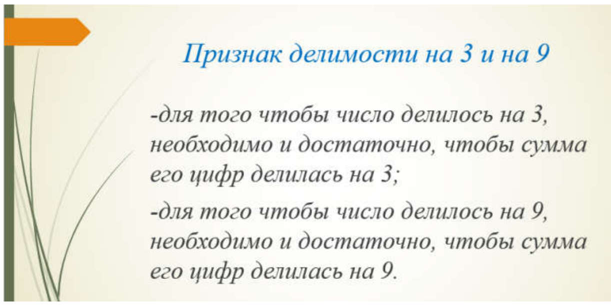
Слайд 4



Слайд 5



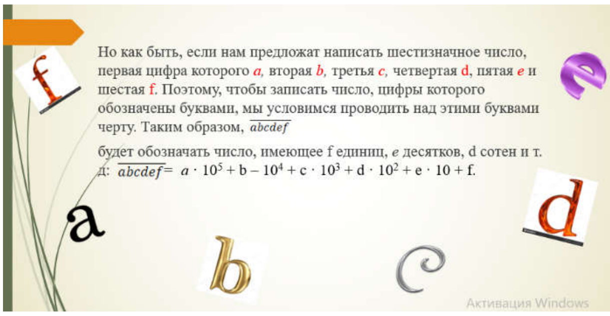
Слайд 6



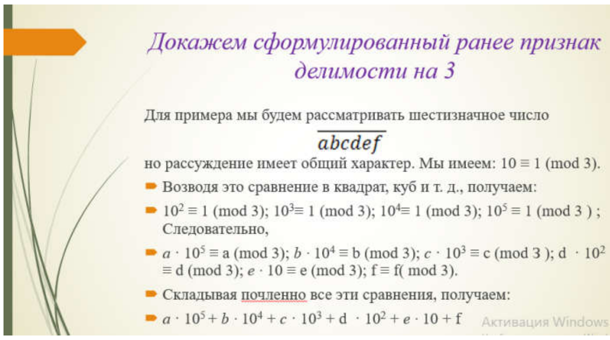
Слайд 7

Слайд 8

Слайд 9

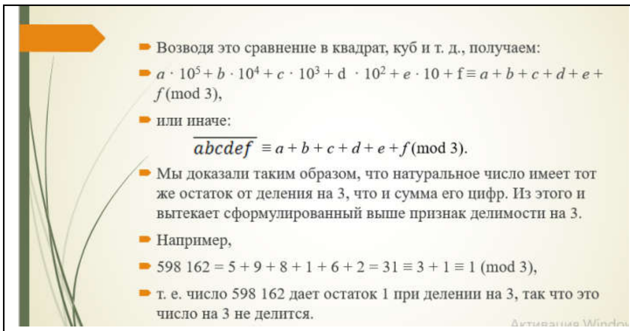


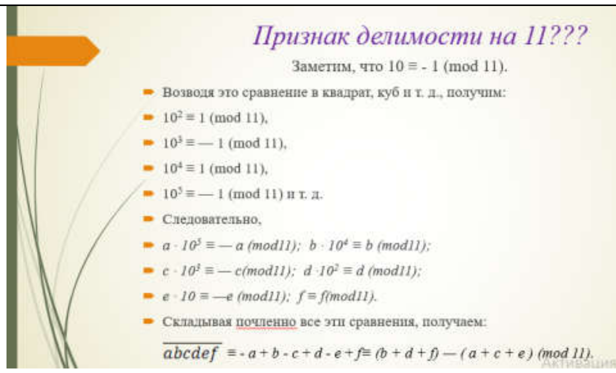
Слайд 10



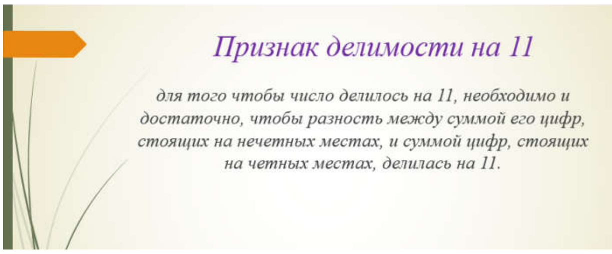
Слайд 11

Слайд 12

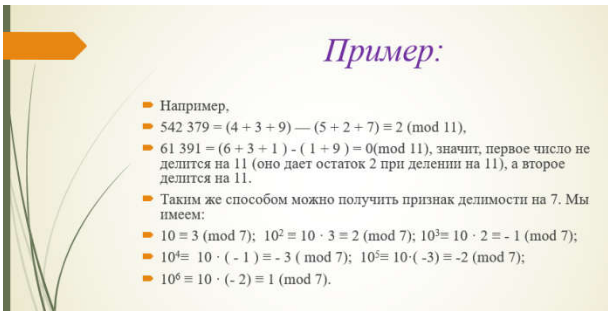




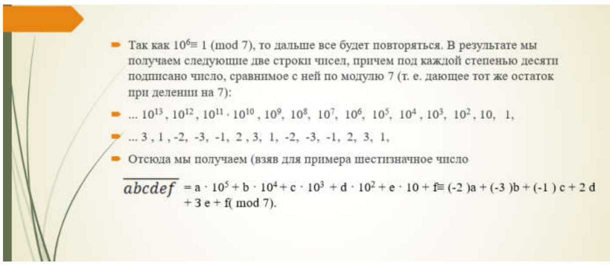
Слайд 13



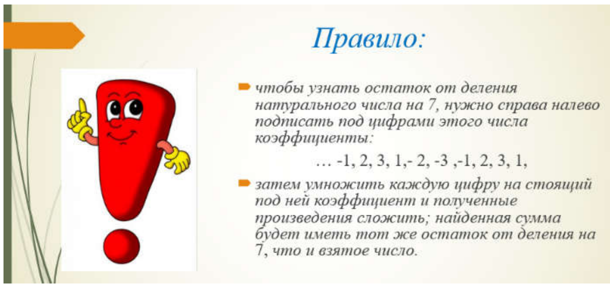
Слайд 14



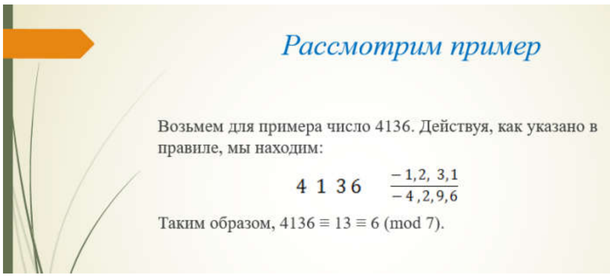
Слайд 15



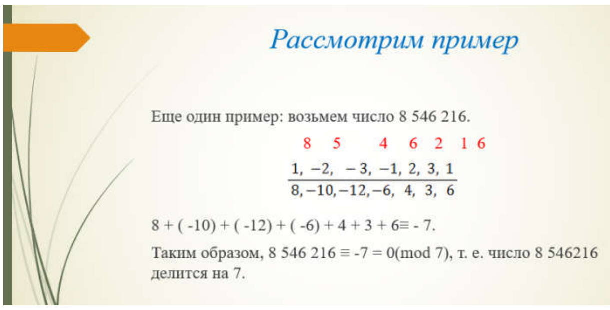
Слайд 16



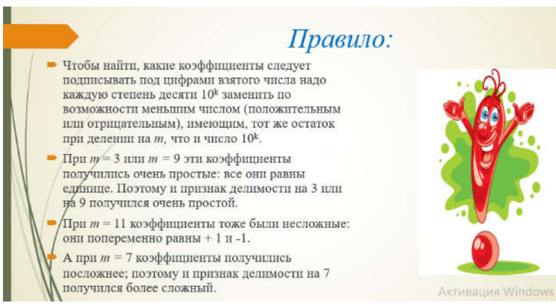
Слайд 17



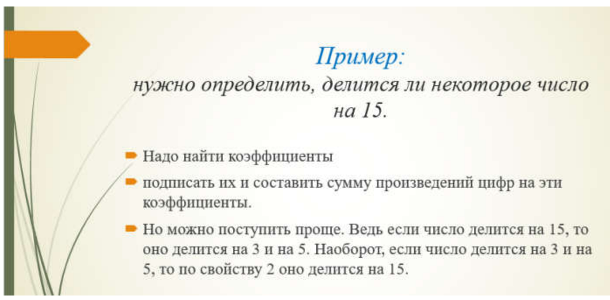
Слайд 18



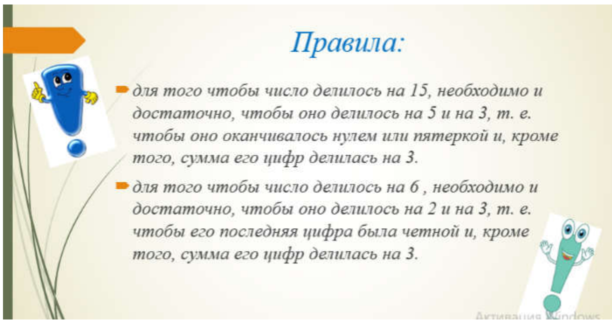
Слайд 19



Слайд 20



Слайд 21



Слайд 22

Приложение 23

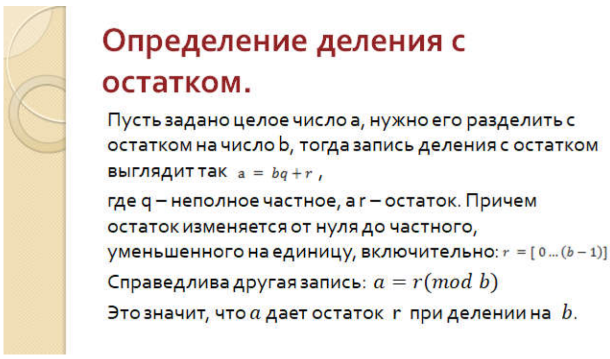
1. Докажите или с помощью сравнений обоснуйтепризнак делимости на 4.
2. Докажите или с помощью сравнений обоснуйте признак делимости на 8.
3. Докажите или с помощью сравнений обоснуйте признак делимости на 16.
4. Докажите или с помощью сравнений обоснуйте признак делимости на 25.
5. Докажите или с помощью сравнений обоснуйте признак делимости на 13.
6. Докажите или с помощью сравнений обоснуйте признак делимости на 37.
7. Сформулируйте признак делимости на 50.
8. Сформулируйте признак делимости на 12.
9. Сформулируйте признак делимости на 18.
10. Сформулируйте признак делимости на 14.
11. К некоторому трехзначному числу приписано такое же число. Докажите, что полученное шестизначное число делится на 7, на 11 и на 13. Что получится, если это шестизначное число разделить на 7, потом результат разделить на 11 и полученный результат разделить на 13?
12. Докажите, что если число $a + 46$ делится на 13 (где a и b — целые), то и число $10a + b$делится на 13. Верно ли обратное?
13. Докажите, что если число $3a + 2b$делится на 17 (где a и b — целые), то и число $10a + b$делится на 17. Верно ли обратное?
14. С помощью признака делимости на 3 установили, что число делится на 3. Далее, с помощью признака делимости на 9 установили, что это же число делится на 9. Можно ли утверждать, что это число делится на 27?

Приложение 24

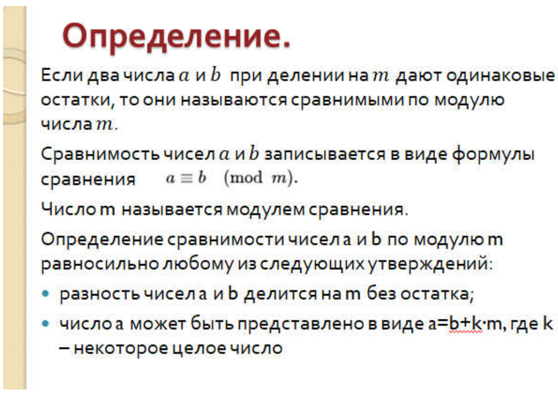
Приложение 25

Слайд 1

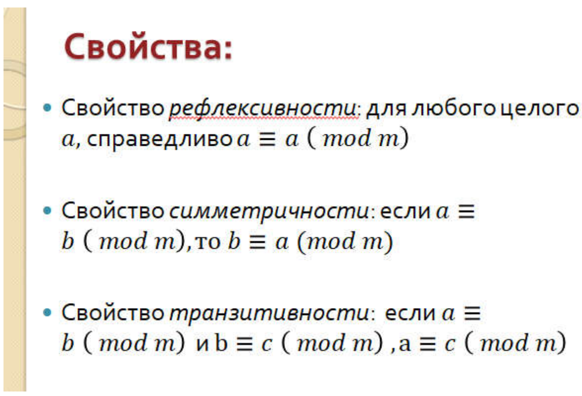
Слайд 2



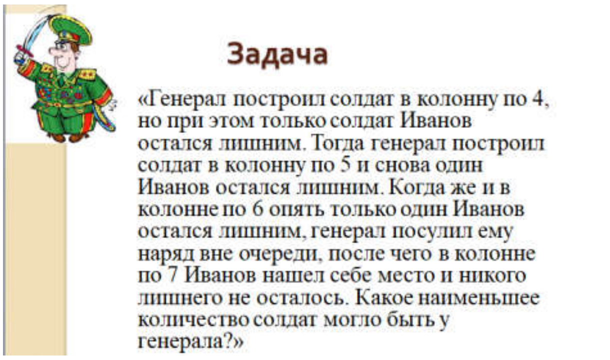
Слайд 3



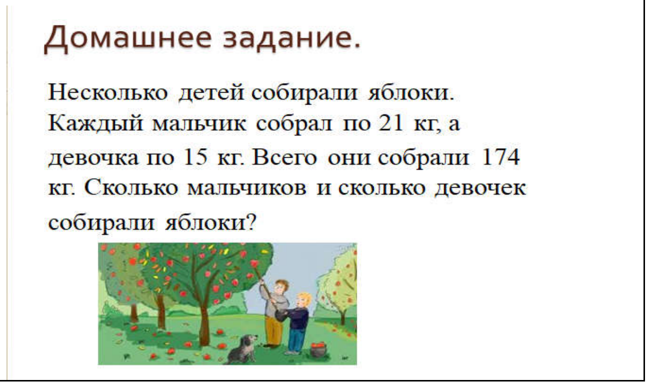
Слайд 4



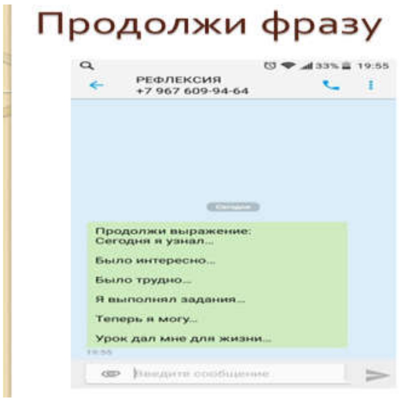
Слайд 5



Слайд 6

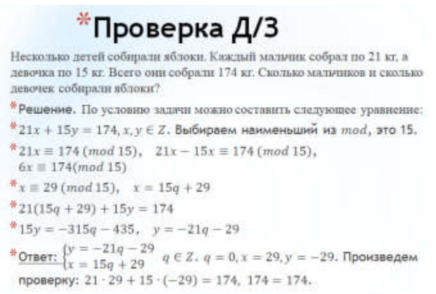


Слайд 11

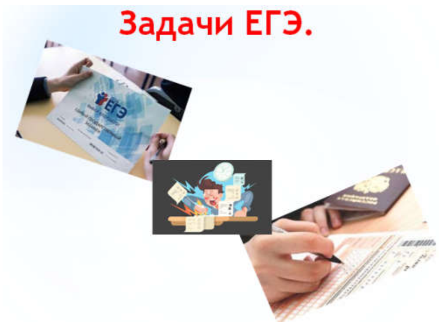


Приложение 26

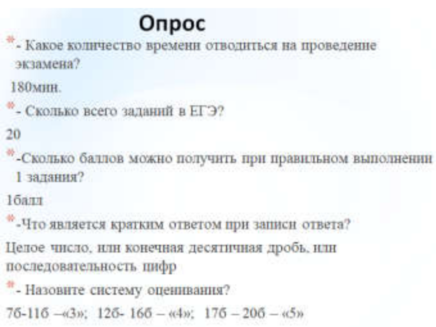
Слайд 1.



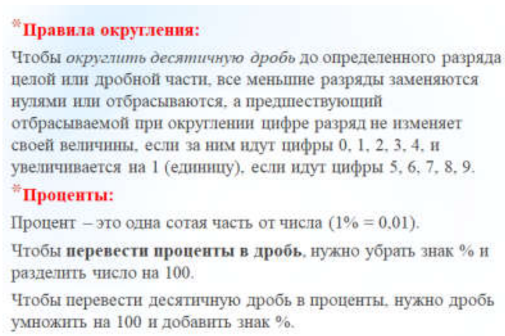
Слайд 2.



Слайд 3.



Слайд 4.



Слайд 5.

Алгоритм выполнения задания 18 :

* Это задание на логику. Внимательно прочитать вводную информацию, состоящую из двух или трех предложений.
* Оценить правильность четырех высказываний, затем сделать вывод.
* Выписать правильный ответ.

Слайд 6.

Свойства сложение и умножения натуральных чисел:

* $a + b = b + a$ – переместительное свойство сложения
* $(a + b) + c = a + (b + c)$ – сочетательное свойство сложения
* $a{\cdot}b = b{\cdot}a$ – переместительное свойство умножения
* $(a{\cdot}b){\cdot}c = a{\cdot}(b{\cdot}c)$ – сочетательное свойство сложения
* $a(b \pm c) = ab \pm bc$ – распределительное свойство умножения относительно сложения/вычитания

Наименьшим общим кратным (НОК) двух и более натуральных чисел называется наименьшее натуральное число, которое само делится нацело на каждое из этих чисел.

Наибольший общий делитель (НОД) двух данных чисел a и b – это наибольшее число, на которое оба числа a и b делятся без остатка.

Среднее арифметическое множества чисел – сумма всех чисел, делённое на их количество

Слайд 7.

Арифметическая прогрессия – это числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с постоянным для этой последовательности числом d.

* *Формула вычисления арифметической прогрессии:* $a_n = a_1 + d(n - 1)$.

Геометрическая прогрессия – это числовая последовательность задаваемая двумя параметрами b, q $(q \neq 0)$ и законом $b_1 = b$, $b_n = b_{n-1}{\cdot}q$, $n = 2, 3, \dots$.

* *Формула вычисления геометрической прогрессии:* $b_n = b_1{\cdot}q^{n-1}$.
* *Формула знаменателя геометрической прогрессии:* $q = b_{n+1} / b_n$
* *Формула суммы* n-первых членов геометрической прогрессии:

$S_n = b_1(1 - q^n)/(1 - q)$

$S_n = (b_1 - b_nq)/(1 - q)$, где $q \neq 1$

Слайд 8.

* На 2 делятся все четные натуральные числа.
* На 3 делятся все натуральные числа, сумма цифр которых кратна 3
* На 4 делятся все натуральные числа, две последние цифры которых составляют нули или число, кратное 4.
* На 5 делятся все натуральные числа, оканчивающиеся на 5 или 0.
* На 6 делятся те натуральные числа, которые делятся на 2 и на 3 одновременно (все четные числа, которые делятся на 3).
* На 7 делятся те натуральные числа, у которых результат вычитания удвоенной последней цифры из этого числа без последней цифры делится на 7 (259(25 — (2 · 9) = 7 делится на 7))
* На 9 делятся те натуральные числа, сумма цифр которых кратна 9.
* На 11 делятся только те натуральные числа, у которых сумма цифр, занимающих четные места, равна сумме цифр, занимающих нечетные места, или разность суммы цифр нечетных мест и суммы цифр четных мест кратна 11.

Слайд 9.

Самостоятельная работа

1. Выпускники 11а покупают букеты цветов для последнего звонка: из 3 роз каждому учителю и из 7 роз классному руководителю и директору. Они собираются подарить букеты 15 учителям (включая директора и классного руководителя), розы покупаются по оптовой цене 35 рублей за штуку. Сколько рублей стоят все розы?
2. Двадцать выпускников одного из 11 классов сдавали ЕГЭ по математике. Самый низкий балл, полученный среди них, был равен 36, а самый высокий — 75.
   Выберите утверждения, которые следуют из данной информации.
   1) Среди этих выпускников есть человек, который получил 75 баллов за ЕГЭ по математике.
   2) Среди этих выпускников есть два человека с равными баллами за ЕГЭ по математике.
   3) Среди этих выпускников нет человека, получившего 72 балла за ЕГЭ по математике.
   4) Баллы за ЕГЭ по математике любого из этих двадцати человек не ниже 35.
   В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.
3. Найдите шестизначное натуральное число, которое записывается только цифрами 1 и 0 и делится на 24.

Слайд 10.

Ответы

1. *Решение.* Выпускники подарят 7 роз классному руководителю, 7 роз директору и по 3 розы оставшимся 13 учителям, т. е. еще 39 роз, всего 53 розы. Всего они потратят 53 35 = 1855 рублей.
   Ответ: 1855.
2. *Решение.* 1) Это так, иначе это не был бы самый высокий балл в классе.

2) Учеников 20, а различных результатов за ЕГЭ, которые могли бы быть Таким образом, необязательно у каких-то двух учеников есть одинаковый балл.
3) Такой человек мог быть, нам об этом ничего не известно.
4) Баллы всех двадцати учеников не меньше 36, значит, они также не меньше 35. Ответ: 14

3. Чтобы число делилось на 24 оно должно делится на 3 и на 8.
   Число делится на 8, если три его последние цифры образуют число, делящееся на 8. Искомое число записывается только нулями и единицами, значит, оно заканчивается на 000.
   Число делится на 3, если его сумма цифр числа делится на 3. Поскольку три последние цифры числа нули, первые три должны быть единицами.
   Таким образом, единственное число, удовлетворяющее условию задачи, это число 111 000.

Ответ: 111000

Слайд 11.

Оценивание.

3 задания выполнены верно - «5»
2 задания выполнены верно - «4»
1 задание выполнены верно - «3»

Приложение 27

5 класс

1.	Хотели бы вы узнать о существовании чисел, которые не изучаются в школе на уроках математики?»
2.	Известны ли вам следующие числа: фигурные, числа близнецы, дружественные, совершенные числа, гармонические числа?
3.	Хотели бы вы посещать факультативные занятия, на которых можно узнать больше об удивительном мире чисел?

Приложение 28

10 класс

Тест

1. Целые числа, которые при делении на 5 дают в остатке 4 имеют вид ___________.
2. Многозначное целое число делится на 8, если ____.
3. Многозначное целое число делится на 9, если сумма ____.
4. Количество целых чисел от 38 до 242, которые при делении на 5 дают в остатке 4, равно_________ .
5. Если пятизначное число 5x98y кратно числу 72, то число x+y равно ___________.
6. Генерал построил солдат в колонну по 4, но при этом солдат Иванов остался лишним. Тогда генерал построил солдат в колонну по 5 и снова солдат Иванов остался лишним. Когда же и в колонне по 6 Иванов остался лишним, генерал посулил ему наряд вне очереди, после чего в колоне по 7 Иванов нашел себе место и никого лишнего не осталось. Минимально возможное число солдат у генерала равно _________.
7. При решении задач теста вы испытывали трудности?
   Ответ: _________.
8. Хотели бы вы посещать факультативные занятия, на которых можно узнать больше об удивительном мире чисел и научиться решать задачи, подобные задачам 4-6?

Ответ:_________.