

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА**  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт/факультет Институт математики, физики и информатики  
(полное наименование института/факультета)

Кафедра Кафедра математического анализа и методики обучения математике в вузе  
(полное наименование кафедры)

Направление подготовки 44.03.05 Педагогическое образование. Направленность (профиль) математика и информатика  
(код ОКСО и наименование специальности)

**ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ**

Зав. кафедрой Кафедра математического анализа и методики обучения математики в вузе

(полное наименование кафедры)

Л.В. Шкерина  
(подпись)

Л.В. Шкерина.

06.06.2018.

Выпускная квалификационная работа

**Формирование учебно-исследовательской деятельности учащихся 5 – 6 классов при обучении математике**

Выполнили студенты

Юнеман Д.Н.

АЭ

Шеломов Ю.Э.

(И.О.Фамилия)

Ш

(подпись, дата)

Форма обучения

Очная

Научный руководитель:  
док. пед. наук, профессор каф.  
матем. анализа и МОМ в вузе  
Л.В. Шкерина

(ученая степень, должность, И.О. Фамилия)

05.06.2018. Л.В. Шкерина  
(подпись, дата)

Дата защиты 25.06.2018

Оценка \_\_\_\_\_

**Красноярск 2018**

## Оглавление

Введение.....	2
Глава 1. Психолого-педагогические основания формирования учебно-исследовательской деятельности учащихся 5 – 6 классов при обучении математике.....	4
1.1. Учебно-исследовательская деятельность обучающихся.....	4
1.2. Исследовательские задачи по математике как предмет учебно-исследовательской деятельности обучающихся 5 – 6 классов.....	15
1.3. Организационно-педагогические условия формирования учебно-исследовательской деятельности учащихся при обучении математике в 5 – 6 классах.....	23
Глава 2. Методика формирования умений учебно-исследовательской деятельности учащихся 5 – 6 классов при обучении математике.....	35
2.1. Целевой и содержательный компоненты методики формирования умений учебно-исследовательской деятельности учащихся 5 – 6 классов при обучении математике.....	35
2.2. Технологический компонент методики формирования умений учебно-исследовательской деятельности учащихся 5 – 6 классов при обучении математике.....	46
2.3. Результаты апробации применения разработанной методики.....	58
Заключение.....	70
Библиографический список.....	72
Приложение А.....	78
Приложение Б.....	81
Приложение В.....	83
Приложение Г.....	85

## **Введение**

В Федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования приоритетным вектором образовательной деятельности является осуществление развивающего потенциала общего образования. Одним из основных требований к результатам подготовки определяется формирование метапредметного результата обучения, в том числе универсальных учебных действий, которые обеспечивают ученикам умение учиться, способность к саморазвитию и самосовершенствованию. В этом аспекте актуализируется учебно-исследовательская деятельность обучающихся как деятельность, в процессе которой появляются возможности для формирования и развития их метапредметных знаний и умений.

Опыт, приобретенный в контексте исследовательской деятельности, человеком еще при обучении в школе, является на сегодняшний день одной из приоритетных задач образования. В образовательном стандарте общего образования делается акцент на то, что современное школьное образование должно давать не только готовую информацию, но и способы работы с ней. Обучающиеся должны научиться учиться, так же самостоятельно приобретать и структурировать новые знания, а затем применять их на практике. В связи с этим появляется необходимость дифференциация содержания образовательного процесса, поиска средств и методов организации в контексте учебно-исследовательской деятельности учащихся.

**Цель исследования:** теоретически обосновать и разработать методику формирования исследовательской деятельности учеников 5 - 6 классов при обучении математике

**Объект исследования:** процесс обучения математике в 5 - 6 классах.

**Предмет исследования:** методика обучения математике в 5 - 6 классах, способствующая формированию учебно-исследовательской деятельности обучающихся.

**Гипотеза исследования:** если в процессе обучения математике учащихся 5 – 6 классов использовать игровые технологии, то это будет

способствовать результативному формированию их учебно-исследовательской деятельности.

**Задачи исследования:**

- конкретизировать понятие «учебно-исследовательская деятельность» в процессе обучения математике»;
  - обосновать и разработать комплекс математических задач исследовательской направленности как средство формирования исследовательской деятельности учеников 5-6 классов;
  - разработать игровые технологии обучения математике, ориентированные на формирование учебно-исследовательской деятельности обучающихся;
- разработать и апробировать методику формирования умений учебно-исследовательской деятельности учащихся 5 – 6 классов при обучении математике.

# **Глава 1. Психолого-педагогические основания формирования учебно-исследовательской деятельности учащихся 5 – 6 классов при обучении математике**

## **1.1. Учебно-исследовательская деятельность обучающихся**

Учебно-исследовательская деятельность обучающихся это одно из основных понятий педагогики. Смысл ее состоит в том, что исследование проводится в процессе учебной деятельности. Изучению различных аспектов учебной деятельности всегда уделялось большое внимание. В разные годы сущностные вопросы этого понятия изучали А.Я. Лернер, Е.Н. Кабанова-Меллер, А.В. Усова, В.И. Андреев, В.М. Блинов, В.В. Давыдов, П.И. Пидкасистый, Г.И. Щукина.

В педагогике и психологии не выработано единого определения понятия «учебная деятельность». Это вызвано различными подходами к введению данного понятия. Одни авторы исходят из структуры учебной деятельности, т.е. ее компонентов и связей между ними [Кабанова-Меллер, 1981; Лернер, 1971; Усова, 1982 и др.]; другие – из способов осуществления учебной деятельности, реализации ее компонентов [Андреев, 1981; Блинов, 1976; Давыдов, 1982 и др.]; третьи исходят как из поэлементной, так и из функциональной структур учебной деятельности [Андреев, 1981; Пидкасистый, 1985; Щукина, 1989 и др.]

Для выявления дидактической сущности понятия «учебная деятельность» необходимо рассмотреть понятие «учение». Определение этому понятию дано в монографии Й. Лингарта. Он считает, что учение в самом широком смысле этого слова есть вид деятельности, в которой субъект в данной ситуации изменяет под влиянием внешних условий и в зависимости от результатов собственной деятельности свое поведение и свои психические процессы так, чтобы информацией понизить степень своей неопределенности и найти верный ответ или адекватное правило поведения [Лингарт, 1970, с. 625].

Это определение достаточно полно отражает современное психологическое понятие «учение», но не раскрывает его дидактический смысл. В этом отношении наиболее точным является понятие учения, данное Т.И. Шаповой. Она рассматривает учение как познавательную деятельность, которая направлена на овладение совокупностью ведущих понятий и способов деятельности и организованную по принципу самоуправления [Шамова, 1976, с. 20]. Основным видовым признаком в этом понятии является «овладение знаниями», он наиболее полно характеризует дидактическую сущность активности личности в этом виде человеческой деятельности.

Вторым отличительным признаком понятия «учения», характеризующим его дидактическую сущность, как считает В.И. Андреев, является специфика предмета, на который направлена эта деятельность. Таким предметом, выраженным в категориях дидактики, считается «учебная задача» [Андреев, 1981, с. 28]. Здесь же В.И. Андреев пишет: «...учение – это один из видов человеческой деятельности, направленной на решение различного класса учебных задач, в результате которой происходит овладение знаниями, умениями и навыками, развиваются личностные качества». Он считает, что понятие «учение» шире понятия «учебная деятельность» уже потому, что учение может осуществляться как под прямым или косвенным руководством педагога, так и без него.

В.М. Блинова утверждает, что сама учебная деятельность, возникающая на основе единства деятельности преподавания и учения, не сводится ни к одной из них, взятых порознь. Именно поэтому смысл учебной деятельности выражен в отношениях взаимодействия между деятельностями учителя и учения [Блинов, 1976, с. 118].

В.И. Андреев, разделяя позицию В.М. Блинова, подчеркивает, что «для понимания дидактической сущности учебной деятельности понятие «взаимодействие» хоть и необходимо, но еще не достаточно. Если пойти

далее, в глубь анализа дидактического механизма этого «взаимодействия», то с неизбежностью возникают вопросы: на что направлена деятельность учителя и в чем ее сущность? На что направлена деятельность учащегося и в чем ее специфика? [Андреев, 1981, с. 28]. Здесь же В.И. Андреев отвечает на эти вопросы, утверждая, что деятельность учителя прямо или косвенно направляется на организацию деятельности учеников, а специфика этой деятельности заключается в том, что учитель организует и тем самым стремится создать по возможности оптимальные или близкие к оптимальным дидактические условия для повышения эффективности этого процесса. Деятельность учащегося направлена на решение поставленных перед ним учебных задач.

Исходя из этих посылок, В.И. Андреев дает характеристику дидактической сущности учебной деятельности: «учебная деятельность – это организуемая учителем в целях повышения эффективности деятельность учащихся, направленная на решение различного класса учебных задач, в результате которой они овладевают знаниями, умениями, навыками и развивают свои личностные качества» [Андреев, 1981, с. 29]. Это определение понятия учебной деятельности, на наш взгляд, является наиболее полным. Оно отражает важные признаки учебной деятельности. Во-первых, это деятельность, «организуемая» и «направляемая» учителем; во-вторых, предметом этой деятельности является «учебная задача»; в-третьих, в результате этой деятельности ученик получает «знания, умения и навыки в-четвертых, – ... развивает свои личностные качества», в том числе и овладевает умением учиться.

В исследованиях П.И. Пидкасистого реализуется другой подход к определению понятий «учение» и «учебная деятельность».

П.И. Пидкасистый считает, что учение как процесс состоит в том, что ученик не только усваивает конкретные знания и навыки, но и овладевает способами действий в отношении усваиваемого содержания. Поэтому в

учении важно различать процесс учебной деятельности, в контексте которого происходит усвоение, и само усвоение, составляющее основное содержание учебной деятельности [Пидкасистый, 1980, с. 91].

П.И. Пидкасистый допускает, что учение может осуществляться как под руководством учителя, так и без него, а учебную деятельность в структуре учения он условно выделяет как тот вид учения, в процессе которого ученик овладевает способами действий, происходит усвоение предметных знаний, умений и навыков.

П.И. Пидкасистый пишет: «В системе обучения четко прослеживаются в предмете учения две стороны. Для учителя он выступает как организация деятельности учащегося и управления ею в рамках того содержания, которое предопределяется общими задачами образования; для учащегося предметом учения являются действия, выполняемые им для достижения предполагаемого результата деятельности, побуждаемой тем или иным мотивом» [Пидкасистый, 1980, с. 92].

В процессе обучения в школе ведущей деятельностью обучающегося является учебная деятельность. Привлечение школьника в исследовательскую деятельность осуществляется в условиях учебной деятельности. Исследовательская деятельность в процессе обучения является учебно-исследовательской деятельностью. Участие в исследовательской деятельности доступно большинству обучающихся, в зависимости от уровня подготовки ребенка, он может участвовать в том или ином исследовании.

По мнению В.А. Гусева, исследовательская деятельность – это творческая деятельность, продуктом которой являются новые знания. Так как исследовательская деятельность является одновременно и творческой, она процессуально не отличается от нее [Гусев, 2010, с.473].



По мнению Д.Б. Богоявленской, исследовательская деятельность - путь познания и творчества. Истинное развитие исследовательской деятельности и есть процесс творчества, он лежит в его основе [Богоявленская, 2006, с.44].

М.Б. Шашкина, А.В. Багачук утверждают, что исследовательская деятельность – вид учебно-познавательной деятельности ученика, осуществляемой средствами познания в соответствии с логикой научного поиска, в процессе которой происходит генерирование субъективно новых знаний [Шашкина, Багачук, 2014, с.50].

И.А. Зимняя, Е.А. Шашенкова дают другое определение данного понятия: «Исследовательская деятельность - это специфическая человеческая деятельность, которая регулируется сознанием и активностью личности, направленная на удовлетворение познавательных, интеллектуальных потребностей, продуктом которой является новое знание, полученное в соответствии с поставленной целью и в соответствии с объективными законами и наличными обстоятельствами, определяющими реальность и достижимость цели. Определение конкретных способов и средств действий через постановку проблемы, выделение объекта исследования, проведение эксперимента, описание и объяснение фактов, полученных во время эксперимента, создание гипотезы, предсказание и проверка полученного знания определяют специфику и сущность этой деятельности» [Шашенкова, 2001, с.147].

Т.А. Аринбеков считает, что исследовательская деятельность - деятельность, в результате которой ученики усваивают методы научного познания в ходе поиска этих методов и их применения [Аринбеков, 2003, с. 232].

В.П. Середенко утверждает, что исследовательская деятельность - особый вид интеллектуально-творческой деятельности, который порождается в результате функционирования механизмов поисковой

активности и строится на базе исследовательского поведения. Для успешного осуществления исследовательской деятельности субъекту требуется специальное личностное образование - исследовательские умения [Середенко, 2008, с.438].

В современной педагогической литературе существует ряд определений понятия учебно-исследовательской деятельности. Рассмотрим некоторые из них.

Таблица 1

Определения понятия «учебно-исследовательская деятельность»

<b>Автор</b>	<b>Определение понятия</b>
А.В. Леонтович	Учебно-исследовательская деятельность - это деятельность, связанная с решением учащимися исследовательских и творческих задач с заранее неизвестным решением
О.Н. Гауч	Учебно-исследовательская деятельность – это творческая деятельность, организованная под руководством педагога.
Б.Е. Райков	Учебно-исследовательская деятельность – это метод умозаключения от конкретных фактов, самостоятельно наблюдаемых учащимися или воспроизводимых ими на опыте
Васюкова Е.Г., Сафронова О.А.	Учебно-исследовательская деятельность – особый вид деятельности, обеспечивающий всегда позитивный результат, активную мыслительную деятельность, самостоятельное приобретение знаний, умение работать с источниками информации, поиск наиболее рационального способа решения задачи, сотрудничество, поэтапное формирование навыков исследовательской деятельности
О.А. Валеева	Учебно- исследовательская деятельность – это частная, поисковая форма учебной работы, ориентированная на формирование у обучающихся компетенций, связанных с развитыми способностями и умениями исследовательской деятельности

В нашей работе мы будем придерживаться определения, данного А.В. Леонтовичем, т.к. считаем его наиболее полным и подходящим для обучающихся 5 классов.

Нами были выделены следующие цели исследовательской деятельности: систематическое и целенаправленное формирование, развитие и совершенствование у школьников исследовательских умений, например умения анализировать, синтезировать, выделять главное.

Цели учебно-исследовательской деятельности можно представить тремя группами: стратегические, тактические и оперативные.

Стратегические - конечные цели организации учебно- исследовательской деятельности в рамках всего образовательного процесса, которые нам хотелось бы достичь с ее помощью. В частности:

- овладение учащимися навыков исследования как универсального способа познания действительности;
- приобретение опыта самостоятельной познавательной деятельности и личной ответственности;
- развитие способностей аналитического мышления;
- формирование личностной позиции ученика в процессе обучения на основе приобретения субъективно новых знаний, то есть самостоятельно полученных и лично значимых для конкретного обучающегося и т.п.

Тактические – это цели организации учебно-исследовательской деятельности в рамках преподавания отдельной учебной дисциплины. Безусловно, что сущность изучаемых дисциплин диктует для каждой их них свои цели, однако в обобщенном виде их можно представить следующей совокупностью:

- создание мотивов и стимулов к учению;
- привитие интереса к изучаемому предмету;
- формированием у обучающихся приемов поисково- познавательной деятельности, необходимых для изучения данной дисциплины;
- развитие творческой активности обучающихся;
- развитие умений самостоятельного поиска знаний, их анализа и обобщения;
- формирование мыслительных операций определения, обобщения, ограничения, деления( классификации, типологизации).

Оперативные – это цели организации учебно- исследовательской деятельности как формы учебной работы в рамках конкретного занятия. В их

содержании уточняются, как правило, тактические (конкретного учебного предмета) цели [Валеева,2016].

Учебно-исследовательская деятельность предполагает решение учеником творческих и исследовательских задач с заранее неизвестным результатом и имеет несколько основных этапов: определение проблемы, анализ теоретического материала по теме исследования, сбор собственного практического материала, его анализ и обобщение, выводы.

Таким образом, при обучении математике в 5- 6 классах у учащихся могут быть сформированы следующие исследовательские УУД:

- сформированы навыки исследования как универсальный способ освоения действительности;
- сформированы способности к аналитическому мышлению;
- приобретен опыт самостоятельной деятельности и личной ответственности;
- сформированы приемы поисково - познавательной деятельности, необходимые для изучения данной дисциплины;
- сформированы мыслительные операции определения, обобщения, ограничения, деления;
- сформированы умения самостоятельного поиска знаний, их анализа и обобщения;

Рассмотрим более подробно этапы учебно-исследовательской деятельности.

Таблица 2

Основные этапы учебно-исследовательской деятельности

Этапы учебно-исследовательской деятельности	Умения, необходимые для данного этапа учебно-исследовательской деятельности
Определение проблемы	Умение увидеть актуальность проблемной ситуации
Выделение предмета и объекта исследования	Умение разграничивать предмет и объект- предмет изучается на объекте
Формулировка цели исследования	Умение сформулировать цель исследования таким образом, чтобы было понятно, каких результатов мы желаем достичь в ходе исследования
Постановка задач исследования	Умение правильно определить задачи, чтобы правильно провести свое исследование в соответствии с заявленными задачами
Анализ методов исследования	Умение правильно подобрать необходимые методы, чтобы достичь результата в соответствии с поставленной целью
Выбор материала исследования	Умение подобрать информационный материал, изобилующий примерами по теме исследования
Представление результатов исследования	Умение структурировать материал: объяснение, представление доказательств, оценка полученных результатов и их применение к возможным новым ситуациям

Данный вид деятельности способствует приобретению личного опыта реализации исследовательских задач, выработке новых ценностных отношений и смыслов, формирует целый ряд умений:

- рефлексивные (осмысление поставленной задачи);
- поисковые (нахождение наиболее рационального способа решения задачи);
- менеджерские (планирование деятельности);
- коммуникативные (учебный диалог с взрослыми);
- презентационные (демонстрация результатов деятельности).[Гауч,2016, с.228]

Исследовательская деятельность развивает наблюдательность и внимательность, способствуя успешному освоению содержания программы по изучаемой дисциплине (в данном случае – по математике). Стимулирование познавательной активности и осознанности знаний позволяет ученику ощутить значимость собственных достижений, тем самым повышая его самооценку [Малетина, Цыбанева, 2016,с.206].

*Рассмотрим основные виды учебно-исследовательской деятельности:*

- проблемно-реферативное исследование, которое включает: аналитическое сопоставление данных различных литературных источников с целью постановки проблемы и проектирования вариантов ее решения;
- аналитико-систематизирующее исследование: наблюдение, фиксация, анализ, синтез, систематизация количественных и качественных показателей изучаемых процессов и явлений;
- диагностико-прогностическое исследование, направленное на изучение, отслеживание, объяснение и прогнозирование качественных и количественных характеристик изучаемых систем, явлений, процессов;
- проектно – поисковая деятельность, направленная на поиск, разработку и защиту проектов;
- описательное исследование – наблюдение и качественное описание какого-либо явления.

Особенность исследовательской работы в 5 классе заключается в способности учителя заинтересовать ученика. Роль учителя должна быть направляющей, стимулирующей и корректирующей. Необходимо суметь показать значимость деятельности детей, передать уверенность в своих силах. Важным фактором реализации исследовательской деятельности являются исследовательские способности самого учителя. Прежде всего, это исследовательская эрудиция – набор современных знаний, которые учитель гибко применяет при решении исследовательских задач. От учителя требуется высокий уровень развития абстрактно – теоретического мышления, интуиции, наличие профессиональных качеств [Малетина, Цыбанева, 2016, с.207].

Таким образом, учебно-исследовательскую деятельность составляют следующие умения:

- умение увидеть актуальность проблемной ситуации;

- умение разграничивать предмет и объект;
- умение сформулировать цель исследования таким образом, чтобы было понятно, каких результатов мы желаем достичь в ходе исследования;
- умение правильно определить задачи, чтобы правильно провести свое исследование в соответствии с заявленными задачами;
- умение правильно подобрать необходимые методы решения задач, чтобы достичь результата в соответствии с поставленной целью;
- умение подобрать информационный материал, изобилующий примерами по теме исследования;
- умение структурировать материал: объяснение, представление доказательств, оценка полученных результатов и их применение к возможным новым ситуациям.

## 1.2. Исследовательские задачи по математике как предмет учебно-исследовательской деятельности обучающихся 5 – 6 классов

В современной педагогической литературе существует ряд определений понятия «исследовательская задача». Рассмотрим некоторые из них.

Автор	Определение
В.И. Андреев	Один из видов проблемных задач, требующих поиска, объяснения и доказательства закономерностей, связей и отношений, экспериментально наблюдаемых или теоретически анализируемых фактов, явлений, процессов, в результате решения которых учащиеся откроют новое знание об объекте исследования, способе или средстве деятельности.
Г.А. Балл	Нерутинная задача как родовая отнесенная задача, когда решатель не обладает представленным в той или иной форме алгоритмом.
Б.А. Викал	Задача, при решении которой деятельность учащихся полностью или частично недетерминирована
А.Г. Иодко	Предъявленные учащимся задания, содержащие проблему, решение которых требует проведения теоретического анализа, применение одного или нескольких методов научного исследования, с помощью которых учащиеся откроют ранее неизвестные для них знания.
И.Я. Лернер	Задача, в основе которой лежит противоречие между известным и искомым, находимым при помощи системы действий умственного или практического характера, смысл которых – в обнаружении не заданных в условии задачи связей и в построении неизвестных субъекту преобразований.
А.М. Матюшкин	Проблемная задача – это задача, которая требует открытия (усвоения) новых знаний о предмете, способах или условиях ее выполнения.
Н.А. Менчинская	Учебные задачи, имеющие проблемный характер, – это задачи, способы решения которых учащиеся должны найти сами.
В. Оконь	Задача, в которой содержится определенное практическое или теоретическое затруднение, требующее исследовательской активности, приводящей к решению.
М.Н. Скаткин	Познавательная задача – это проблема, решаемая при данных условиях или параметрах, способ решения которой заранее учащемуся неизвестен.
В.В. Успенский	Школьные исследовательские задачи – это такие вопросы и задания учителя, или вопросы, вытекающие из личных побуждений ученика, которые вызывают его активную, творческую поисковую



	деятельность, направленную на разрешение познавательных проблем, на самостоятельные открытия, осуществляемые путем постановки опытов, сбора фактов, анализа и обобщения знаний.
Л.М. Федоряк	Сложное задание, содержащее познавательное противоречие, процесс решения которого способствует формированию у учащихся исследовательских умений.
О.И. Федяев	Задача, требующая полного понимания смысла элементарных математических понятий и фактов, умение сопоставлять и анализировать их с позиций общей математической культуры.
И.В. Харитонова	Творческое задание – это задание, в котором осуществляется определенный неалгоритмический поиск решения.
М.В. Шабанова	Творческие задачи – это познавательные задачи, в основе которых лежат проблемные ситуации, приводящие к необходимости работы интуиции.

Выделим два подхода к обучению: традиционный и исследовательский. В традиционном подходе к обучению обучающийся изучает слушает учителя, узнает с его помощью алгоритмы, решает задачи, применяя эти алгоритмы, получает оценку, ждет от учителя похвалы и новой задачи. Зачастую эти задачи имеют один единственный ответ. Исследовательский же подход предполагает самостоятельность ученика в выдвижении гипотез, постановки вопроса, поиска ответов на эти вопросы. Каждый из полученных ответов может стать подспорьем для новых. В исследовательском подходе учителю ответ может быть заранее неизвестен.

Приведем мнение А.И. Сгибнева, которое он использует во введении к своей книге, с которым мы, несомненно, согласны.

«Чтобы начинать решать исследовательские задачи, не нужно ждать – материал начальной школы позволяет вводить элементы исследования. Полезно начинать с самого простого, с вещей, доступных всем ученикам. Далее, хорошее обучение должно дать понятие о методах, характерных для изучаемой науки. При работе с исследовательскими задачами ученикам

неизбежно приходится иметь дело с методами математики как науки, поэтому исследовательские задачи могут стать органической частью обучения математике. Наконец, сделать хороший реферат по математике, гораздо сложнее, чем хорошо решить исследовательскую задачу. Ведь деятельность по решению задач среднему школьнику привычна и понятна, его этому учат. Напротив, для написания качественного реферата нужны умения, которые есть даже не у всякого студента.

При смене традиционного подхода на исследовательский меняется не только роль ученика, но и роль учителя. Если при традиционном подходе учитель дает образцы, тренирует, контролирует и оценивает, то при новом - консультирует ученика, делится своими соображениями и идеями (но не навязывает их), помогает ясно изложить результаты - в общем, из тренера превращается в старшего коллегу. Такую смену установки произвести довольно трудно, но это полезно и для учителя, и для ученика.

Школьный курс математики дает слабое представление о методах исследования математики как науки. У обычного ребенка складывается впечатление, что в математике все уже известно и новые открытия (во всяком случае, на школьном уровне) невозможны. Работая над исследовательской задачей, ученик получает некоторое представление о реальной работе математика. Результаты бывают неожиданные. Часто девочка-отличница, которая прекрасно работает на уроке, не справляется с такой задачей и осознает, что математика - это «не ее» и на мехмат идти не стоит. Небыстрый, но вдумчивый ученик удачно продвигается в исследовании и от этого становится успешнее на уроках. Сильный «лентяй», считавший, что математика - это скучный набор рецептов, может понять, что это живая растущая область науки, и загореться интересом к ней.

Итак, ученик попадает в новый незнакомый мир. Он привык, что раньше учитель знакомил его с основными законами этого мира, а здесь он должен открыть их сам. Но оставлять его совсем без ориентиров нельзя.

Поэтому хорошая задача для начинающих - та, где есть естественный параметр, по которому можно двигаться в исследовании, т. е. легко выделяемая последовательность частных случаев, так что в каждый момент ученик сам понимает, что можно делать дальше. И совсем хороша та задача, где и к идее доказательства можно прийти, последовательно двигаясь по этому параметру.

Хорошая задача для опытных исследователей та, в которой есть большой простор для продвижений, уточнений, вспомогательных задач, обобщений, а при доказательстве используются разнообразные методы. Здорово, если в этой задаче находятся нетрудные «подзадачи», - ребенку тяжело долго не получать никакого результата. Отлично, если задача развивает научный вкус и имеет в перспективе выходы на идеи и методы «большой» математики.

Всякую содержательную олимпиадную задачу можно рассматривать как «кусочек», вырезанный из какой-то исследовательской темы (часто для ее решения достаточно восстановить контекст). И наоборот, многие из тем этой книжки «сделаны» из известных кружковых и олимпиадных задач. Новизна здесь не в задаче, а в подходе к работе школьника: не «решил - не решил», а «какую часть нового математического мира освоил». По сути, задача здесь рассматривается как «зацепка» для введения в тему исследования.

Получение объективно нового результата в исследовании школьника не требуется. Результат должен быть субъективно новым - школьник открывает то, чего не знал. Конечно, сильный школьник при хорошем руководителе и удачно поставленной задаче иногда может получить объективно новый результат, и это здорово. Но это нисколько не умаляет работу тех, кто не достиг таких успехов. Цель исследовательской работы мы видим не в том, чтобы получить чемпионский результат, а в том, чтобы делать.

Школьники привыкли, что над упражнением надо думать одну-две минуты, над задачей пять-десять минут. Над сложной олимпиадной задачей - от силы час. Однако в математике есть вопросы, требующие долгого размышления, «вживания». Нужно исследовать «окрестности» своей задачи. Сначала найти длинный окольный путь к цели. Потом постепенно спрямлять его. Если ученику сразу покажут короткий путь, он сможет пройти им, но толку будет мало - важно узнать окрестности, найти новые интересные места, научиться ходить по бездорожью. Все это требует значительного времени - вновь открытое должно отложиться в голове, встроиться в имеющийся опыт. Гаусс писал, что над сложными задачами теории чисел он думал по 15 минут каждый день и достигал замечательных результатов» [Сгибнев А.И. 2015 с.4-7].

В педагогике выделяют различные типы исследовательских задач. Познакомимся с некоторыми из них.

«Три типа исследовательских задач по Колягину: поисковые, проблемные, креативные, которые характеризуются неалгоритмическим способом деятельности в процессе их решения, большинство авторов относят их к творческому типу задач. Обратим внимание, что отнесение задачи к одному из исследовательских типов зависит также от степени самостоятельности и активности переноса и применения знаний в новую ситуацию. Так же возможно изобретение нового способа решения или комбинирования уже известных способов решения задачи и степени самостоятельности при прохождении этапов решения задачи. При решении поисковых задач обучающиеся включаются в поиск новых комбинаций и преобразований ранее известных способов деятельности, которая носит поисковый характер.

Проблемные задачи, наряду с решением конкретной проблемы, нацелены на самостоятельное накопление новых знаний, способов действий, их переработку, осмысление, всесторонний анализ и применение в новой

ситуации. Задачи данного типа характеризуются отсутствием жесткого алгоритма решения, учат рассматривать и учитывать альтернативы при решении проблемы, побуждают ученика к неожиданным ассоциациям, аналогиям, самостоятельному конструированию принципов, ключевых идей, утверждений, требующих обоснования и доказательства, а также всестороннего исследования всех компонентов задачи и ее решения. Последний тип задач - креативный - характеризуется высоким уровнем самостоятельности, активности и творческой деятельности» [Колягин].

М.И. Махмутов выделяет, как частные случаи проблемно-поисковой задачи, «бинарные задачи»: объяснительно-побуждающую и частично-поисковую, побуждающую и поисковую. Все это как бы конкретные условия проявления проблемно-поисковой задачи, понимаемой в ее широком смысле, а также сочетания различных задач с постепенным нарастанием поискового элемента в учении [Махмутов].

Решение исследовательских задач приносит обучающимся большое развивающее и воспитательное значение. Эти задачи направлены на развитие мышления, его определенного стиля, культуры, формируют геометрические представления. Навыки, приобретенные в самостоятельной и исследовательской работе, способствуют более глубокому пониманию сущности математики.

Решение исследовательских задач по математике, как вид активной познавательной деятельности обучающихся, способствует формированию следующих умений:

- добывать новые знания, приемы и способы действий;
- самостоятельно организовывать поиск;
- достигать поставленных целей обучения;
- формировать мыслительные операции;

- взаимодействовать с другими участниками.

Посредством исследовательских задач реализуются основные дидактические функции:

- открытие новых для обучающихся знаний (установление существенных свойств понятий; выявление математических закономерностей; отыскание доказательства математического утверждения и т.п.)
- углубление изучаемых знаний;
- систематизация изученных знаний (установление отношений между понятиями; выявление взаимосвязей; структурирование учебного материала и т.п.);
- развитие обучающегося, формирование у него самостоятельности к самоуправлению (самообразованию, самовоспитанию, самореализации);
- обучение способам познавательной деятельности.

Под исследовательской задачей следует понимать объект мыслительной деятельности, в котором представлены составные элементы: предмет, условие и требование получения некоторого познавательного результата через раскрытие закономерностей в отношениях между известными и неизвестными компонентами, величинами и т.д. [Давыдов В.В с.112].

При отборе исследовательской задачи необходимо учитывать структуру учебно-исследовательской деятельности следующие требования:

- содержание должно соответствовать «зоне ближайшего развития»;
- в процессе решения задачи будут использоваться все возможные обобщения;

- решение задачи будет направлено на нахождение определенных зависимостей между величинами, вывод определенных правил или формул, которые будут использоваться в дальнейшем;
- в процессе решения «частных» задач возможно нахождение рационального или общего способа решения;
- процесс решения задачи способствует формированию способностей творческого мышления

Обязательные этапы решения исследовательской задачи:

- постановка проблемы;
- выдвижение гипотезы;
- проверка гипотезы;
- вывод.

В заключении хотелось бы сделать вывод о том, какие умения формируют типы исследовательских задач, разобранные ранее:

1. Проблемные задачи нацелены на самостоятельное накопление новых знаний, способов действий, их переработку, осмысление, всесторонний анализ и применение в новой ситуации.
2. Поисковый тип исследовательских задач вырабатывает умение:
  - правильно определить задачи, чтобы правильно провести свое исследование в соответствии с заявленными задачами;
  - правильно подобрать необходимые методы решения задач, чтобы достичь результата в соответствии с поставленной целью;
3. Креативный - характеризуется высоким уровнем самостоятельности, активности и творческой деятельности, а также сформировывает умение подбирать информационный материал, изобилующий примерами по теме исследования.

### **1.3 Организационно-педагогические условия формирования учебно-исследовательской деятельности учащихся при обучении математике в 5 – 6 классах**

Переход образовательного учреждения в современных условиях на работу по ФГОС выдвинул проблему разработки комплекса организационно-педагогических условий для формирования исследовательских умений и навыков школьников.

Для обоснования педагогических условий, способствующих формированию учебно-исследовательской деятельности, мы должны уточнить, что нами понимается под таковыми. В научно-исследовательской литературе встречаются различные точки зрения. Наиболее обоснованными, по нашему мнению, являются определения данные Н.М. Борытко и В.И. Андреевым.

Под педагогическими условиями Н.М. Борытко понимает совокупность внешних обстоятельств, которые оказывают влияние на процесс обучения, сознательно сконструированных учителем, предполагающих достижение необходимого результата [Борытко, 2001].

В. И. Андреев считает, что педагогические условия подразумевают под собой результат содержания, методов или приемов, а также организационных форм обучения для достижения целей [Андреев, 2000].

Следовательно, под педагогическими условиями нами понимается совокупность обстоятельств образовательного процесса, от реализации которых зависит профессиональная деятельность. Педагогические условия являются при этом важным составляющим звеном процесса обучения школьников и учитываются при построении процесса обучения.

Рассматривая содержание педагогических условий, необходимо обратить внимание на работы В. И. Андреева, И. Я. Лернера, П. И. Пидкасистого, которые говорят о том, что деятельность является одним из основополагающих средств и условий развития ребенка. Ученые определяют



творческую деятельность как постоянный поиск новых путей решения возникающих проблем, непрерывное совершенствование стиля, методов и приемов деятельности, а также способность находить основу для их взаимосвязи [Пидкасистый, 2005; Лернер, 1998; Андреев, 1981].

Н. А. Семенова считает, что учитель, организующий исследовательскую деятельность, обязан способствовать к созданию необходимой творческой среды и обладать особыми знаниями и умениями в области организации исследовательской деятельности. В процессе включения детей в исследовательскую деятельность учитель должен принимать активное участие в этом процессе [Семенова, 2007].

Е. А. Козлова представила описание необходимых условий организации исследовательской среды: разнообразные виды творческой деятельности и для развития креативных способностей учащихся необходим творческий учитель, работающий в творческом педагогическом коллективе [Козлова, 2000].

Большинство авторов в исследованиях не указывают на то, что учителю необходимо постоянно совершенствовать свое мастерство в области исследовательской деятельности. Однако самым важным педагогическим условием организации исследовательской деятельности обучающихся должно стать образовательное пространство для учителей, привлекающих школьников в исследовательскую деятельность, в рамках которой и будет образован профессиональный союз единомышленников, в том числе, и общественных партнеров.

П. Я. Гальперин, В. В. Давыдов, З. И. Калмыкова рассматривают индивидуальные расхождения обучающихся при вовлечении их в познавательный процесс. Ученые сходятся во взглядах и считают идею о необходимости учета особенностей каждого в организации

исследовательской деятельности как еще одним из педагогических условий [Гальперин, 1957; Давыдов, 1986; Калмыкова, 1990].

Н. А. Семенова дополняет педагогические условия такими позициями как сотрудничество и сотворчество в процессе исследовательской деятельности учителя, ученика. [Семенова, 2007].

А. В. Леонтович определяет педагогические условия, которые способствуют организации учебно-исследовательской деятельности детей:

- поэтапное введение школьников в учебно-исследовательскую деятельность при помощи различных форм урочной и внеурочной деятельности ;
- формирование учебно-практического сотрудничества детей, учителей [Леонтович, 2002].

Е. А. Дмитренко предлагает другие педагогические условия, которые помогают развитию и организации исследовательской деятельности обучающихся в учебно-воспитательном процессе с вовлечением в него руководителей или консультантов:

- высокий уровень научного творчества и педагогического мастерства учителей-руководителей исследований;
- повышение уровня подготовленности и интеллектуальной инициативы учащихся; применение нетрадиционных методов обучения;
- внедрение в воспитательный процесс технологии исследовательского обучения;
- спецкурсы или кружки, факультативы по основам исследовательской деятельности [Дмитренко, 2003].

Н. Н. Никитина, О. М. Железнякова, М. А. Петухов, И. В. Павлова определяют педагогические условия, отражающие высокий уровень научного творчества и педагогического мастерства учителей-руководителей исследовательской деятельности обучающихся.

Педагогическое мастерство учителей-руководителей, все чаще определяется комплексом гностических, проектировочных, конструктивных, коммуникативных и организаторских способностей, что позволяет учителю плодотворно руководить познавательной деятельностью обучающихся [Павлова, 2006; Никитина, 2002].

Кроме того, источником успеха реализации исследовательской деятельности учеников являются внутренняя мотивация и интерес к проблеме исследования у самого учителя.

По мнению А. С. Обухова, учитель обязан находиться в состоянии научного поиска, чтобы выступать как носитель опыта организации исследовательской деятельности. Именно учитель-исследователь создает условия для формирования внутренней мотивации ученика, решает всякую проблему творчески, применяет исследовательский подход.

Поэтому, как считает А. С. Обухов, самое необходимое для учителя - это не проложить и отработать путь в своей педагогической деятельности, а передать его. Еще одним педагогическим условием, которое описывает автор, является повышение уровня знаний и интеллектуальной инициативы школьников. Данное условие необходимо реализовать во время активной работы учеников в научном объединении, имеющем название, эмблему, девиз, свой состав, кабинет или лабораторию.

Основным условием является проба нетрадиционных методик в обучении, что способствует формированию опыта исследовательской деятельности. В организации процесса обучения главная роль принадлежит

проблемному обучению, которое, являясь самостоятельной технологией обучения, также является основой всех развивающих и творческих технологий[Обухов, 2001].

К методам обучения, способствующим формированию учебно-исследовательской деятельности школьников, относятся следующие:

- метод проблемного обучения (метод проектов)
- исследовательский метод;
- метод мозгового штурма;
- группового обучения.

Остановимся подробнее на каждом из данных методов.

Проблемное обучение на современном этапе в условиях внедрения новых федеральных государственных образовательных стандартов остается одним из ведущих методов обучения. Оно является основой в компетентно-ориентированном образовании, направленном на развитие познавательных способностей ребенка и его интеллектуальной активности. При этом совершенствуются не только средства обучения, но и методы и приёмы. В качестве основы развития учеников необходимо рассматривать познавательную деятельность, которая «понимается как особая форма активности, направленная на овладение принципами построения определенных действий с изучаемым объектом».

Дж. Дьюи утверждал, что стремление к познанию появляется у человека только в том случае, если он сталкивается с определенной проблемой, которую не может решить известными ему способами. Решая проблему, он учится.

Учитель, зная уровень подготовленности своих учащихся и исходя из специфики обучения, может ставить перед ними уже встречавшиеся ранее задач. При этом он учитывает следующее:

- алгоритм решения ранее решённых проблем можно использовать при решении новых трудных проблемных задач;
- решение встречавшихся ранее, но не решенных из-за отсутствия достаточных знаний проблем укрепляет интерес учащихся к предмету, убеждает их в том, что практически все учебные проблемы преодолимы – для этого надо иметь больше знаний;
- постановка ранее решавшейся классом проблемы в другой формулировке обеспечивает возможность творческой работы при повторении пройденного материала;
- ранее решенные классом проблемы можно использовать для вторичной постановки перед отстающими учащимися для самостоятельного решения.

Как показали исследования, можно выделить наиболее общие для всех предметов типы и способы проблемных ситуаций:

а) типы проблемных ситуаций:

Первый тип: проблемная ситуация возникает при условии, если ученики не знают способы решения поставленной задачи, не могут ответить на проблемный вопрос, дать объяснение новому понятию в учебной или жизненной ситуации.

Второй тип: проблемные ситуации возникают при столкновении учащихся с необходимостью использовать ранее усвоенный материал в новых практических условиях.

Третий тип: проблемная ситуация легко возникает в том случае, если имеется противоречие между теоретически возможным способом решения задачи и практической нерешаемостью выбранного способа.

Четвертый тип: проблемная ситуация возникает тогда, когда существуют противоречия между практически достигнутым результатом выполнения учебного задания и отсутствием у учащихся знаний для теоретического обоснования.

б) способы разрешения проблемных ситуаций:

Первый способ – побуждение учащихся к теоретическому объяснению явлений, фактов, внешнего несоответствия между ними. Это вызывает поисковую активность учеников и приводит к активному усвоению новых знаний.

Второй способ – использование учебных и жизненных ситуаций, возникающих при выполнении учащимися практических заданий на уроке, дома, в ходе наблюдения за природой и прочее. Проблемная ситуация возникает при попытке учащихся самостоятельно достигнуть поставленной перед ними практической цели.

Третий способ – постановка учебных проблемных заданий на объяснение явлений или поиск путей практического решения. Примером может являться любая исследовательская работа учащихся на учебно-опытном месте, в мастерской и так далее.

Четвертый способ – побуждение учащихся к анализу фактов и явлений действительности, порождающих противоречия между жизненными представлениями и научными понятиями об этих фактах.

Пятый способ – выдвижение предположения (гипотез), формулировка выводов и их опытная проверка.

Шестой способ – побуждение учащихся к сравнению, сопоставлению и противопоставлению фактов, явлений, правил, в результате которых возникает проблемная ситуация.

Седьмой способ – побуждение учащихся к предварительному обобщению новых фактов. Учащиеся получают задание изучить некоторые факты, явления, которые содержатся в новом для них материале, сравнить их с известными, и сделать вывод.

Восьмой способ – знакомство учеников с фактами, носящими, как будто бы необъяснимый характер, и приведенными в истории науки к постановке научной проблемы.

Девятый способ – организация межпредметных связей. Часто материал учебного предмета не создает проблемной ситуации (при обработке навыков, повторения изученного и тому подобное). В этом случае следует использовать факты и данные наук, имеющие связь с изучаемым материалом.

Десятый способ – варьирование задач на примере с недостающими, избыточными, или противоречивыми данными, с заведомо допущенными ошибками; формулирование новых вопросов к задаче [Степаненко,2016, с.71-73].

Метод проектов вовлекает учеников в творческую деятельность, учит мыслить и находить знания самостоятельно, вызывая при этом интерес.

Проект – это работа, которая направлена на создание нового уникального продукта. Конечно, результат школьного проекта может быть и не уникальным, но субъективно новым - обязательно.

В современной школе ученическое проектирование стало популярной формой самостоятельной активности детей. Ученический проект является

той средой, в которой каждый ученик сможет себя по достоинству проявить.

Школьные проекты отличаются друг от друга:

- по доминирующей деятельности (практико - ориентированный, исследовательский, информационный, творческий, ролевой);
- по комплексности (монопроект, межпредметный);
- по продолжительности (мини - проект, краткосрочный, долгосрочный);
- по составу (индивидуальный, парный, групповой).

Но при работе над каждым проектом необходимо владение навыками планирования собственной деятельности, групповой работы (если это групповой проект), умением работать с информацией и пользоваться компьютерными технологиями [Александрова, 2016, с.99].

Термин «исследовательский метод» был предложен в 1924 году Б.Е. Райковым, под которым он понимал «...метод умозаключения от конкретных фактов, самостоятельно наблюдаемых учащимися или воспроизводимых ими на опыте».

Об исследовательском методе можно сказать то, что при его использовании в рамках урока организуется не научно - исследовательская, а учебно - исследовательская деятельность. Это деятельность, главной целью которой является образовательный результат. Она направлена на обучение, развитие у учеников исследовательских способностей, природной потребности в познании. Главное здесь - не овладение новыми фактами, а обучение алгоритму исследования, навыкам, которые могут быть затем использованы в исследовании любой тематики и в любой предметной области. Сегодня исследовательские задания необходимо включать во все школьные дисциплины учебного плана и использовать их на различных



этапах урока, не исключая домашние задания. Исследовательская деятельность на уроке, как правило, должна заканчиваться созданием какого-либо продукта [Пашинина, 2016, с.111, 113].

Существуют различные методы исследования:

1) анализ - метод исследования, характеризующийся выделением и изучением отдельных частей объекта исследования;

2) синтез - метод исследования, характеризующийся соединением элементов объекта исследования;

3) обобщение- определение общего понятия, в котором находит отражение главное, основное, характеризующее объект исследования;

4) моделирование - создание модели изучаемого объекта;

5) вывод - процесс рассуждения, в ходе которого осуществляется переход от исходных суждений(предпосылок) к новым суждениям-заключениям;

6) классификация – разделение множества объектов на подмножества по их определенному сходству.

Метод мозгового штурма был разработан и описан Осборном А.Ф., заместителем ректора университета в г. Буффало и основателем института творческих методов обучения. Данный метод представляет собой способ коллективной мыслительной деятельности, имеющей целью нахождение различных решений обсуждаемой проблемы. Цель использования метода мозгового штурма заключается в сборе как можно большего количества идей, освобождение учеников от инерции в мышлении, активизация творческого мышления, преодоление привычного хода мыслей при решении

поставленной проблемы. Мозговой штурм позволяет существенно увеличить эффективность генерирования новых идей в учебной группе.

Мозговой штурм включает в себя следующие этапы: подготовка, генерация идей, обработка, сужение и обсуждение. Рассмотрим каждый этап по отдельности. На этапе подготовки происходит постановка цели и доведение её до обучающихся. На этапе генерации идей ученики высказывают свои идеи. На этом этапе важно обеспечить заинтересованность всех учеников, чтобы каждый высказал предложения и порядок, чтобы все предложения высказывались по очереди, в понятной форме, правильной для занесения в протокол. Если мозговой штурм проводится в очной форме, то длительность этапа генерации идей нужно определить 1 - 2 часа, это необходимо для того, чтобы участники втянулись в процесс [Возмилкина , 2016, с.107].

При использовании группового метода ученики работают самостоятельно: они обсуждают в своих группах по предложенной тематике, а преподаватель является консультантом или помощником. На таких занятиях активизируется мыслительная деятельность детей, повышается их мотивация общения и общий «тонус» занятия, развиваются навыки общения, укрепляются межличностные отношения, обеспечивается обмен знаниями, повышается статус ребенка в коллективе, так как на таких занятиях каждому ученику предоставляется возможность высказывать свое собственное мнение [Коньшева,2010, с.143].

При реализации данных методов обучения необходимо использовать следующие организационные формы: групповая форма работы( необходима при методе мозгового штурма, групповом методе), индивидуальная форма (целесообразно использовать при проблемном обучении).

Нами выделены следующие условия, способствующие формированию учебно-исследовательской деятельности учащихся 5-6 классов при обучении

математике: создание учителем творческой среды, наличие творческого учителя, работающего в коллективе учителей, учет индивидуальных особенностей учащихся в организации исследовательской деятельности, создание спецкурсов или кружков, факультативов по основам исследовательской деятельности, высокий уровень научного творчества и педагогического мастерства учителей - руководителей исследовательской деятельности учеников.

## **Глава 2. Методика формирования умений учебно-исследовательской деятельности учащихся 5 – 6 классов при обучении математике**

### **2.1. Целевой и содержательный компоненты методики формирования умений учебно-исследовательской деятельности учащихся 5 – 6 классов при обучении математике**

Учебно-исследовательская деятельность учащихся в современных условиях является приоритетным, социально и личностно значимым видом активной самостоятельной познавательной деятельности, которая позволяет реализовать в школьной практике различные ответвления модернизации образования. Так же способствует достижению личностных, метапредметных, предметных результатов обучения, определяемых Федеральными государственными стандартами общего образования [Клещева И.В., 2012 с.27-37].

Методика обучения – это совокупность методов, приёмов, средств работы учителя, а также форм организации занятий.

Методика должна являться целостной системой. Каждый из ее компонентов должен четко взаимодействовать с другим. Создаваемая методика будет иметь следующие структурные компоненты: теоретико-методологический, целевой, содержательный, процессуальный, результативный.

Традиционно методика отвечает на три основных вопроса: «зачем учить»? «чему учить»? «как учить»? в связи с этим определяются целевой, содержательный и организационный ориентиры. В структуре, предлагаемой нами методики не будем отходить от этих основных компонентов.

При формировании учебно-исследовательской деятельности учащихся главенствует именно организационный компонент. Это обусловлено,

реализацией деятельностного подхода, так же формированием компетентностей, моделирующих соответствующую деятельность и организацией учебно-исследовательской деятельности.

Предлагаем рассмотреть подробнее основные компоненты методики формирования учебно-исследовательской деятельности при изучении математики.

Зачастую в методических системах выделяют целевой компонент. В связи со спецификой исследовательской деятельности и особенностей ее формирования, особняком стоит формирование мотивации у учеников к учебно-исследовательской деятельности. Безусловно, один из существенных признаков учебно-исследовательской деятельности — внутренняя мотивация учеников к познанию и интересу к самой исследовательской деятельности. По нашим наблюдениям во время педагогической практики, мотивационный компонент является очень важным для участия школьников в учебно-исследовательской деятельности. Этому компоненту мы уделяли наиболее существенное внимание, т.к. с него начинается любая продуктивная деятельность, которая на дальнейших этапах исследования, несомненно, поможет обучающимся. Любознательность, ценностное отношение к познанию, переживание от неопределенности, непонимания, потребность в преодолении затруднений в познавательной деятельности определяют вектор ориентации ученика к исследовательскому поиску знаний. От того, насколько интересен и важен для ученика исследуемый вопрос, зависит и степень его активности, самостоятельности, сосредоточенности, ответственности, вовлеченности в учебное исследование. Все это дает основание выделить в качестве одного из основных элементов методики ценностно-целевой компонент.

По мнению психофизиологов [Савенков А.И., 2006 с.480], каждый ребенок с рождения является исследователем. Исследовательское поведение

— естественное состояние ребенка, главный источник получения представлений о мире. Учащиеся 5-6 классов еще отличаются стремлением к творчеству, активной познавательной деятельности. И чтобы сохранить и развить это стремление учащихся и в более старшем возрасте, укрепить интерес к познанию нового, формируя мотивацию к учебно-исследовательской деятельности, формировать ценностное отношение к процессу учения, к познавательной деятельности, необходимо умное и умелое руководство со стороны педагогов.

Серьезным мотивационным аргументом является социокультурная ориентация, которая определяет предназначение развития успешности ученика в исследовательской деятельности. На сегодняшний день исследовательскую деятельность принято рассматривать не только через призму специфической профессиональной деятельности людей науки. Исследовательская деятельность уже сейчас воспринимается как неотъемлемая составная часть любой познавательной и профессиональной деятельности. При всем этом имеет большое значение то, чтобы эти ориентиры проявлялись и в ближайшем окружении обучающихся, а именно, в образовательной среде школы. Одна из ведущих ролей так же присуща созданию в образовательном учреждении творческих условий и исследовательской атмосферы. Несомненно, очень важен ценностный подход к исследовательской работе преподавателей и обучающихся, акцентирование важности учебно-исследовательской деятельности и результата по окончании учебного исследования, поддержка и одобрение учителей, коллег по цеху и родителей, формирование и развитие мотивации к активному участию в исследовательской деятельности.

Мотивацией и стимулированию в исследовательской активности могут поспособствовать: различные конкурсы исследовательских проектов учащихся в рамках школы, конференции, работы школьного или межшкольного научного общества, регулярное сотрудничество с вузами.

Для того, чтобы у обучающихся повысилась ценность учебно-исследовательской деятельности, необходимо учитывать познавательные интересы каждого при выборе проблем исследования. Эта особенность также делает организацию познавательной деятельности более значимой для учащихся, создает благоприятные условия для самоорганизации и мотивации в учебно-исследовательской деятельности. Трудности исследования в процессе изучения математики, на наш взгляд, связаны с углубленным изучением школьного математической программой обучения. Зачастую на практике количество учащихся, которые заинтересованы и способны осуществлять такие исследования, очень маленький процент. Максимальную заинтересованность у учеников имеют исследовательские проблемы интегрированного межпредметного характера.

Этот аспект дает возможность наиболее наглядно заметить использование и применение законов математики в иных сферах познания. К примеру, исследование свойств числовых последовательностей дает возможность определить взаимосвязь математики и размеров стихотворных произведений в литературе, разобрать математическую основу в музыкальных интервалах и аккордах.

В единичных случаях мотивировать учебно-исследовательскую деятельность способна технология ее выполнения. Таким образом, возможность использования компьютерных средств выводит на новый уровень изучение традиционных математических вопросов в исследовательскую деятельность. Такими примерами являются графические решения уравнений, неравенств и систем.

Значимым фактором формирования мотивации к исследовательскому типу познания, несомненно, является структурирование и учет возрастных особенностей детей. В разнообразных компонентах методики преподавания этот аспект выражается по-разному. В ценностно-целевом компоненте этот

фактор видоизменяется в потребность формирования условий, в которых ученик не будет бояться трудности условия задания, а станет получать удовлетворенность эмоционального и интеллектуального характера, преодолевая затруднения в познании, которые соответствуют его возрастной категории, интересам, личностному развитию. Все эти факторы приведут его к познанию незнакомого для него аспекта, дальнейшего способа воздействия, способности использования своих знаний на практике. Таким образом, для учеников 5—6 классов свойственно преобладание внешней мотивации, нежели внутренней. В связи с этим наиболее эффективным решением будет предлагать детям исследовательские задачи с занимательными элементами, которые вызывают неподдельный интерес к исследовательской деятельности, применять форму игры, конкурсов, элементы соревновательной деятельности и формы организации составляющих учебно-исследовательской деятельности. Не стоит забывать, что мы живем в информационном и высокотехнологичном обществе и игнорирование современных технических средств будет глобальным упущением в развитии ребенка. Например, можно создать электронный ресурс по отдельным математическим темам.

Стоит обратить внимание на удобство и целесообразность для развития мотивационной составляющей обучающихся к учебно-исследовательской деятельности также различные средства и формы учебного исследования, которые рассмотрены при изложении организационного компонента методики формирования учебно-исследовательской деятельности.

При переходе к содержательному компоненту, считаем важным отметить то, что математическое содержание в связи со своей специфичностью и многообразием, владеет безграничными возможностями для формирования учебно-исследовательской деятельности обучающихся. Так или иначе, полезность организации учебной деятельности, степень подготовленности учащихся, формат представления математического оснащения в учебниках и дидактических материалах требует особого привыкания предметного



содержания для учебного исследования. В ходе анализа математической учебно-исследовательской деятельности, нами было выявлено, а именно, содержание, где, непосредственно, имеет свое организационное начало учебно-исследовательская деятельность, а так же ее конкретные этапы. В связи с этим, наиболее целесообразно дифференцировать, соответствуя проблематике математического учебного исследования и соблюдая логику исследования некоего математического объекта. При изучении методологической литературы, нами было замечено, что там имеют место быть классификации проблем, которые присущи математическим научным исследованиям. Так же и по аналогии с аспектами проблем математических исследований следует освещать о типах проблем для учебного исследования в процессе изучения математики. Ориентация во всевозможных типах проблем даст учителю преимущество отобрать и при надобности переструктурировать материал с целью организации и его эксплуатации в учебно-исследовательской деятельности.

«По мнению Клещевой И.В. проблема математического учебного исследования чаще всего связана:

- с введением новых для учащихся математических объектов и понятий;
- с обоснованием существования или невозможности существования абстрактных математических объектов;
- с нахождением свойств или признаков математических объектов;
- с нахождением метрических характеристик объекта;
- с выяснением влияния определенного условия на выполнение некоторого свойства объекта» [Клещева И.В., 2012 с.27-37].

В современной системе методов обучения формированию УИД способствуют проблемный, частично-поисковый, исследовательский методы, метод проектов. Сравнительный анализ указанных методов позволяет

выявить особенности применения данных методов для организации УИД учащихся при изучении математики [Клещева И.В., 2012 с.27-37].

В проблемном методе внимание акцентируется на демонстрации зачатка проблемы, логики исследования и развитии мотивации обучающихся к усмотрению проблемы.

Локальное внедрение учащихся в учебно-исследовательскую деятельность обуславливается частично-поисковым методом, при котором учитель показывает обучающимся наиболее вероятный путь решения проблемы, предоставляя возможность им ответить на некоторые вопросы в предлагаемом им плане исследования.

Исследовательский метод ориентирован на целостное решение учениками выявленной ими проблемы, которое включает в себя самостоятельное усмотрение или же уточнение проблемы, осмысление критерий учебного исследования, планирование этапов исследования и способов исследования на каждом этапе, самоконтроль в процессе исследования и при его завершении, воспроизведение хода исследования и подведение итогов.

Исследовательские проекты, которые подчинены логическому построению исследования, дают возможность моделировать целостные учебные исследования. Обучающиеся при этом ориентируются в тематическом поле, производят поиск и анализ проблемы. Так же самостоятельно определяют цели проекта, выбирают название проекта, разрабатывают всевозможные варианты исследования, составляют план работы, если это групповой проект, каждому из участников проекта достаются его конкретные обязанности, вносит возникающие в ходе выполнения плана коррективы, рефлексиируют о проделанной работе, качестве выполнения проекта, подготавливают и защищают проект.

Среди приведенных в учебниках преобладают исследовательские задачи на нахождение некоторых свойств математических объектов, задачи типа «существует ли», «верно ли», «может ли». В ходе нашего исследования мы убедились, что многие учебно-исследовательские задачи могут быть получены учителем из привычных школьных математических задач. Так, учебники по геометрии изобилуют задачами на доказательство некоторого свойства (признака) данного математического объекта. Изменение требования «доказать» в таких задачах на требование «найти, отыскать» свойство или признак математического объекта позволяет преобразовать традиционную математическую задачу в исследовательскую.

Рассмотрим пример, каким способом может быть сконструирована такая задача.

«На Новый год Вася, Наташа и Лена получили подарки, в которых было 50 конфет. Причем у Васи было на 10 конфет больше, чем у Наташи. Когда из подарка Васи переложили в подарок Лены 26 конфет, то в подарках Наташи и Лены конфет стало поровну. Сколько было конфет первоначально в подарке Васи?»

Учитель

Ученик

1. Прочитайте задачу, все ли вам понятно?  
О чем она, перескажите  
Все понятно
2. Сколько человек получили подарки и как их зовут?  
3 чел: Вася, Наташа и Лена
3. Сколько всего конфет было?  
50 конфет
4. Заполним таблицу

	Было	Стало
Вася		
Лена		
Наташа		
Всего	50	50

Сколько конфет у Васи?

Не знаем

5. Сколько конфет у Наташи?  
На 10 конфет меньше чем у Васи?

6. Можем ли мы сразу определить, сколько конфет у Лены?  
нет

7. За что лучше принять значение  $x$ ?  
За количество конфет у Васи ( $X$ )

	Было	Стало
Вася	$X$	
Лена		
Наташа		
Всего	50	50
	Было	Стало
Вася	$X$	$(X-26)$
Лена		
Наташа		
Всего	50	$(X-26)$
	Было	Стало
Лена		
Наташа	$(X-10)$	$(X-10)$
Всего	50	$50-(x-26)$
Вася	$X$	$(X-26)$
Лена	$10(x-10)-x$	10
Наташа	$(X-10)$	$(X-10)$
Всего	50	50

8. Если у Васи было  $x$  конфет, то сколько у него стало конфет после того как переложили 26 из них Лене  
 $(x-26)$

9. Сколько конфет стало у Наташи?  
 $(x-10)$

10. Сколько конфет было у Лены?  
 $50-(x-10)-x$

11. А сколько стало конфет у Лены?  
 $50-(x-26)-(x-10)$

12. Что мы знаем про количество конфет у Наташи и Лены  
Их стало поровну

13. Итак, что нужно тогда сделать?  
Приравнять количество конфет у Наташи и Лены

$$50-(x-26)-(x-10)= x-10$$

14. Оформим решение  
Решение:

$$50-(x-26)-(x-10)= x-10$$

$$50-x+26-x+10-x+10=0$$

$$96-3x=0$$

$$3x=96$$

$$x=32$$

32(конф.)- было в подарке у Васи изначально

15. Сделаем проверку. Подставим значение в таблицу.

	Было	Стало
Вася	32	6
Лена	-4	22
Наташа	22	22
Всего	50	50

## **2.2. Технологический компонент методики формирования умений учебно-исследовательской деятельности учащихся 5 – 6 классов при обучении математике**

При формировании умений учебно-исследовательской деятельности учащихся 5-6 классов нами были использованы игровые технологии, а именно разработаны и реализованы модели внеучебных занятий по математике. Рассмотрим некоторые из них:

*1) Модель внеучебного занятия по математике 5-6 класса, проводимого в условиях учебной игры «Математическое ориентирование».*

*Цели занятия:*

- личностная: формирование мотивации к обучению, понимания смысла учебной деятельности
- предметная: формирование умений и навыков по решению задач исследовательского и практико-ориентированного типа
- метапредметная: расширение опыта творческой деятельности учащихся, развитие умений работать в команде и проводить рефлексию этой работы.

*Сценарий игры:*

В начале игры обе команды собираются вместе, и главный судья знакомит их с правилами игры. В игре принимает участие 2 команды по 6 человек. Игра состоит из 8 этапов.

Фабула игры – загадка, отгадка которой является математический термин или фамилия известного математика. Каждая команда выполняет комплексное задание из 6 задач. На каждом этапе ученик решает задачу в течение 5 минут. В случае правильного решения, команда получает одну букву, входящую в отгадываемое слово.

Каждый участник может принести своей команде по одной букве из загаданного слова, которое нужно будет собрать на финише.

Продолжительность каждого этапа - 5 минут.

В каждом этапе участвуют по одному ученику из команды. Если ученик затратил на решение задачи в предыдущем этапе меньше 5 минут, то оставшееся время переносится на следующий этап (распространяется на все этапы).

*Этапы проведения игры:*

I. На этом этапе происходит решение первыми участниками команд данных ему задач, например: «Арбуз весит 2 кг и еще 0,75 арбуза. Сколько весит арбуз?» [Сентябов, 2013] За правильностью выполнения задачи участником следит судья. В случае правильного выполнения задачи, игрок получает одну букву из слова, загаданного ранее.

II. На этом этапе вступают в игру вторые участники команд. Им также необходимо решить по задаче, более сложной, чем на первом этапе. Для этого этапа предлагаем задачу: «Найдите сумму чисел в таблице умножения от  $1 \times 1$  до  $10 \times 10$ .» В случае правильного выполнения задачи, игрок приносит своей команде одну букву из слова, загаданного ранее.

III. В игру вступает участник команды под номером 3. Перед ним стоит еще более сложная задача, нежели на прошлых двух этапах. На этом этапе решает задачу: «Разделите число 47 на 3 части в отношении  $1/3:1/4:1/5$ .» В случае правильного выполнения задачи, игрок приносит своей команде одну букву из слова, загаданного ранее.

IV. На четвертом этапе участники решают задачи сложнее, по сравнению с предыдущими этапами. Например: «Сколькими способами числа 2,4,8,16,32,64,128,256 можно разбить на пары так, чтобы отношения чисел во всех парах были одинаковыми?» В случае правильного выполнения задачи, игрок приносит своей команде одну букву из загаданного слова.

V. На этом этапе в игру вступает участник команды под номером 5. Ему предстоит решить такую задачу: «Имеется 100 мышей. Некоторые из них белые, некоторые — серые. Известно, что хотя бы одна мышь - серая, а из любых двух мышей хотя бы одна - белая. Сколько серых мышей?»



Правильное решение приносит командам еще одну букву из загаданного слова.

VI. На этом этапе вступает в игру последний участник каждой команды. Ему предстоит решить самую сложную задачу: «Составьте десятизначное число, делящееся на 11, в записи которого участвуют все цифры по одному разу». В случае правильного выполнения задачи, игрок приносит своей команде одну букву из слова, загаданного на первом этапе.

VII. Дополнительный этап. Данный этап предусмотрен для случая, когда хотя бы на одном из этапов задача была решена неверно. Команде предоставляется шанс заработать одну букву из слова. Для этого ей предлагается решить задачу: «Найдите наименьшее натуральное число, половина которого есть квадрат, треть которого куб, а пятая часть есть пятая степень». На решение задачи дается 7 минут вкуче со временем, которое осталось не использованным на всех предыдущих этапах.

VIII. Заключительный этап. На этом этапе обе команды собираются вместе. Главный судья дает им время для того, чтобы составить главное слово игры. Команда, собравшая слово правильно и быстрее другой, считается победившей. [Шеломов, Юнеман, 2016, с.93-95].

2) *Кружок: «Решение математических задач исследовательского типа».*

Цели занятия:

- Личностная: формирование мотивации к обучению, понимание смысла учебной деятельности;
- Предметная: формирование умений и навыков по решению задач исследовательского и практико-ориентированного типа;
- Метапредметная: развитие умений проводить рефлексию

Сценарий занятия:

Занятие будет состоять из пяти этапов. На каждом этапе 5 учеников, решивших верно задачу и быстрее остальных, получают определенное количество баллов. В конце занятия баллы, заработанные учениками, суммируются. Два ученика, набравших наибольшее количество баллов поощряются учителем.

1 этап. На данном этапе ученикам предлагается решить самую простую задачу из всех предложенных на данном занятии. Условие задачи: «Нюша, Бараш, Копатыч и Лосяш играли с мячами синим, зеленым, желтым и красным. Каким из мячей играл каждый из них, если мяч Бараша не синий, у Нюши не синий и не красный, а у Копатыча желтый мяч». Первые пять учеников, решивших верно данную задачу получают по 1 баллу в рейтинг занятия.

2 этап. На этом этапе ученикам предлагается решить задачу сложнее, нежели на прошлом этапе. Условие задачи: «В некотором месяце три воскресенья пришлись на четные числа. Каким днем недели могло быть 22 число этого месяца?» . Первые пять учеников, решивших верно данную задачу получают по 2 балла в рейтинг занятия.

3 этап. Здесь ученикам предлагается решить следующую задачу : «В бутылке , стакане, кувшине и банке находятся чай, кофе, квас, молоко. Известно, что молоко и чай не в бутылке, сосуд с кофе находится между кувшином и сосудом с квасом, в банке – не кофе и не молоко. Стакан находится около банки и сосуда с чаем. Как распределены эти жидкости по сосудам?» (квас в банке, чай в кувшине, кофе в бутылке, молоко в стакане). Первые пять учеников, решивших верно данную задачу получают по 3 балла в рейтинг занятия.

4 этап. На данном этапе ученикам необходимо решить задачу с таким условием: «У Гарри Потера имеются двое песочных часов: на 7 минут и на 11 минут. Волшебное зелье должно вариться 15 минут. Как сварить его Гарри

Потеру, перевернув часы минимальное количество раз?» Первые пять учеников, решивших верно данную задачу получают по 4 балла в рейтинг занятия.

5 этап(заключительный). Этот этап предлагает ученикам решить самую сложную из задач, предложенных сегодня. Ее условие звучит так: «В клубе «Отдых» познакомились 3 любителя клубной музыки видов техно, хаус, рейв. Один говорит: «Вы какую музыку больше любите? Я техно люблю!». Другой ответил, что любит хаус, а третий сказал, что не любит ни техно, ни хаус, но зато обожает рейв. Интересно то, что все они были в банданах и рубашках черного, белого и желтого цветов, но цвет банданы и рубашки совпадал только у любителя техно. А у любителя хаус ни рубашка, ни бандана не были белыми. А любитель рейв был в желтой рубашке. Определите цвет рубашек и бандан каждого из любителей клубной музыки». ?» Первые пять учеников, решивших верно данную задачу получают по 5 баллов в рейтинг занятия.

Подведение итогов: Учитель считает баллы каждого из участников, выявляет двух лучших учеников по рейтингу, награждает их, проводит рефлексию данного занятия.

В процессе игры у учащихся формировались следующие умения и навыки:

- умения по решению задач исследовательского и практико-ориентированного типа;
- умение работать в команде;
- умение выбора наиболее рационального способа решения задачи;
- навыки самостоятельного нахождения различных способов решения задач исследовательского типа;
- навыки самоконтроля при решении задач исследовательского типа;

К тому же, в период обучения в ВУЗе нами были написаны несколько статей, которые направлены на формирование учебно-исследовательской деятельности в рамках школьной программы. Предлагаем ознакомиться с данными статьями, которые рассчитаны на 7-8 классы.

## **ОБУЧЕНИЕ РЕШЕНИЮ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ ГРУППОВЫМ СПОСОБОМ НА ФАКУЛЬТАТИВНЫХ ЗАНЯТИЯХ ПО МАТЕМАТИКЕ В 5 – 6 КЛАССАХ**

В данной статье рассматривается групповой способ обучения решению олимпиадных задач по математике учащихся 7 класса на факультативных занятиях. Приведены примеры задач и планы-рекомендации для работы учащихся по поиску их решения.

**Ключевые слова:** олимпиадные задачи по математике, факультативное занятие, групповой способ обучения, поиск решения задачи.

Факультативные занятия могут результативно использоваться для формирования способностей учащихся к решению олимпиадных задач. Содержание факультативных занятий определяется учителем и ориентировано на интересы и потребности обучающихся. Поэтому учитель подбирает соответствующий комплект задач и технологий обучения, которые ориентированы на запросы данной группы учащихся.

В данной статье представим возможности группового способа обучения решению олимпиадных задач на факультативных занятиях.

Рассмотрим примеры использования группового способа при обучении решению олимпиадных задач на факультативах по математике в 7 классе.

Задача 1. Какое из чисел больше:  $1234567 \times 1234569$  или  $1234568^2$   $1234568^2$ ? [Балаян, 2010]

План решения.

1) Сравнить запись трех чисел:

- количество разрядов;
- последняя цифра в записи числа.

2) Если число 1234568 обозначить за  $\alpha$ , то, как записать другие два?

3) Задача сводится к доказательству неравенства:  $(\alpha - 1)(\alpha + 1) < \alpha \times \alpha$

Задача 2. На окно размером 50см×30см села 31 муха. Доказать, что квадратной мухобойкой 11см×11см можно прихлопнуть сразу трех мух [Сентябов, 2013].

*Указания к решению:*

1) окно делим на квадраты 10×10;

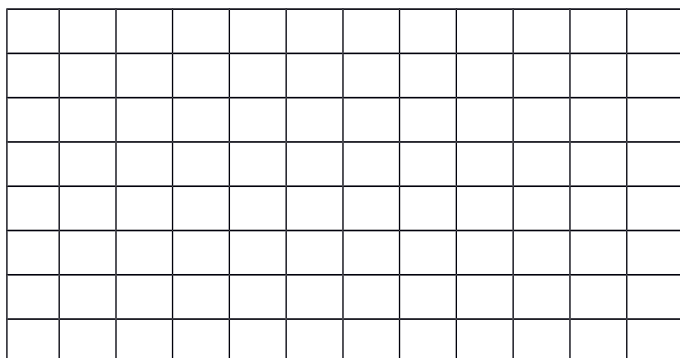


Рис. Окно, разделенное на квадраты 10×10

2) теоретически возможно такое расположение мух на окне (в каждом квадрате по 2 мухи, а в каком-то одном — 3);

3) т. к. мухобойка размером 11х11см может полностью накрыть квадрат 10×10, то 3 мухи могут быть убиты при одном хлопке.

*Полезные вопросы.*

1) Какую площадь окна (квадрат) полностью накрывает мухобойка при одном хлопке?

2) Можно ли разбить окно на квадраты, каждый из которых может быть накрыт?

Какой размер должен быть у этих квадратов?

3) Если взять квадрат 10×10, то каким образом пойдет ход решения задачи?

На факультативном занятии учащиеся делятся на группы по 3 – 4 человека. Каждой группе предлагается решить определенное количество задач. При необходимости учащиеся могут обратиться к указаниям, приведенным выше. Учащиеся обсуждают возможные пути решения задач, выбирают оптимальное решение, консультируются с преподавателем,

оформляют решение задач и представляют их всей группе.

Такая организация работы учащихся по решению олимпиадных задач на факультативных занятиях способствует созданию условий, при которых они осваивают познавательные универсальные учебные действия, в том числе:

- самостоятельно находить различные способы решения задач;
- приобрести навык работы в команде
- контролировать правильность решения;
- выбирать рациональное решение задачи. [Шеломов, Юнеман,

2017, с.255-258]

### **Компьютерная визуализация при обучении учащихся 5 -6 классов решению исследовательских и олимпиадных задач по математике**

Компьютерная визуализация текстовых задач – это использование динамической компьютерной модели, способствующей нахождению значений величин , входящих в задачу, данных и искомым чисел, а также для установления связей между ними. Компьютер позволяет продемонстрировать содержание задачи в динамике.

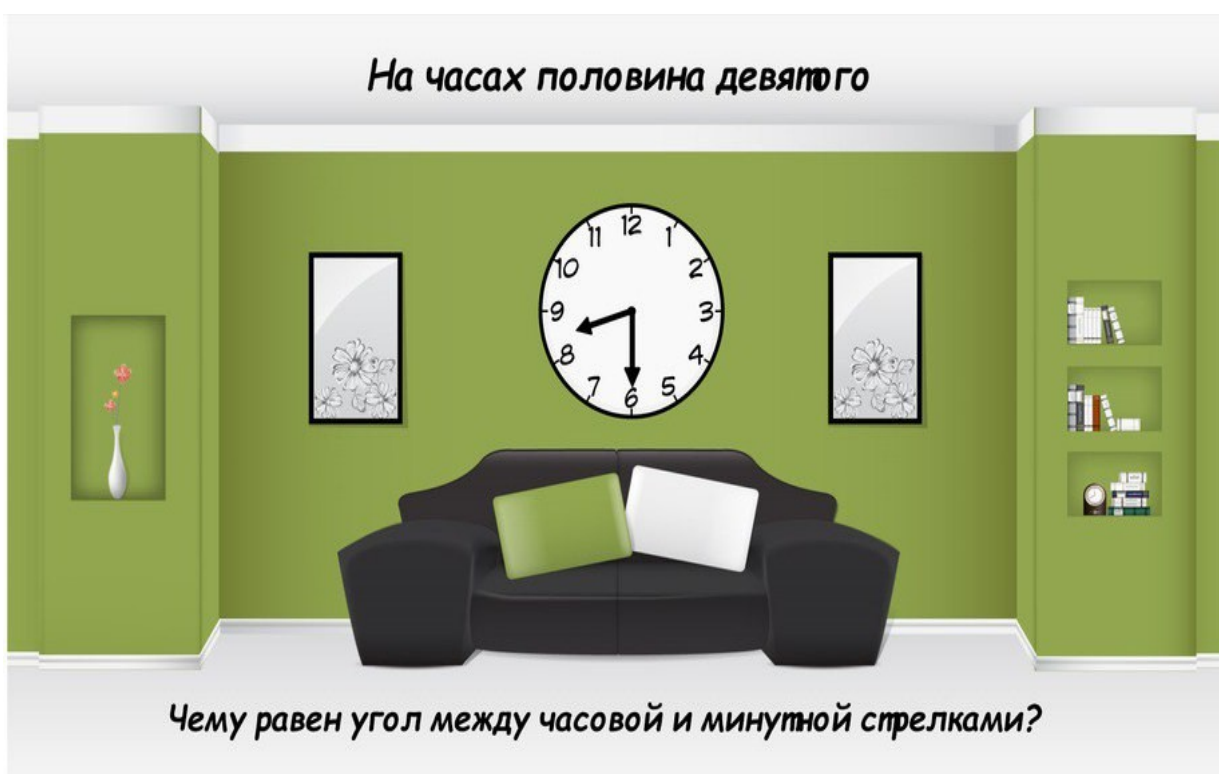
Использование моделей включает следующие этапы:

- подготовительная работа к моделированию текстовых задач;
- компьютерное моделирование сюжетов исследовательских и олимпиадных задач;
- применение визуальных компьютерных моделей при решении задач.

Учитывая специфику рассматриваемых типов математических задач, отметим, что компьютерную визуализацию целесообразно использовать на всех этапах решения этих задач.

Основная цель использования компьютерной визуализации при обучении учащихся 7-8 классов решению исследовательских и олимпиадных задач заключается в активизации обучающихся при решении задач данных типов.

Во-первых, на этапе ознакомления с условием задачи, предлагая рисунок как визуализированную модель этого условия, что способствует сокращению времени на понимание условия задачи



Во-вторых, при решении задачи. На определенном этапе решения учащимся предлагается модель-анимация текущего состояния решения задачи. В этом случае визуализация может способствовать выбору учащимися идеи и способа решения задачи, а также для самоконтроля:

В шестизначном числе зачеркнули одну цифру и получили пятизначное. Из исходного числа вычли данное пятизначное число и получили 654321. Найдите исходное число.

Зачеркнута должна быть последняя цифра, иначе после вычитания последняя цифра станет нулевой

Пусть  $y$  – последняя цифра исходного числа,  $x$  – пятизначное число после зачеркивания

Тогда полученное число равно  $10x + y + x = 9x + y = 654321$ .  
Разделив это число на 9, получим остаток  $y = 3$  и частное  $x = 72702$

Ответ: 727023

Аналитический этап. Вывод: зачеркивается последняя цифра

На данном этапе вводятся обозначения

Затем производится запись полученного числа при помощи обозначений и решения

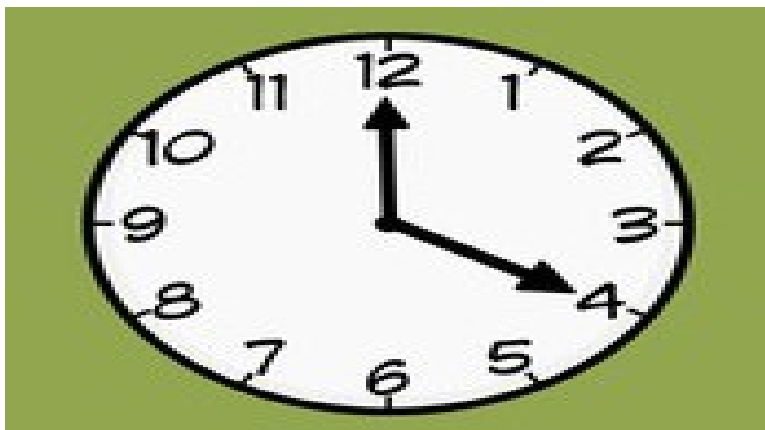
На последнем этапе записываем ответ (записывается в формате  $xу$ : к полученному числу  $x$  дописывается число  $y$ )



Возможно  
ли решение  
другим  
способом?

В-третьих, на этапе проверки правильности решения задачи:

Задача. Найти угол, при котором часы показывают 12:20 и определить, какой это угол.



Преподаватель решает задачу у доски, используя данный рисунок. Проводится работа с условием задачи. Затем учащимся предлагается решить задачу другим способом. Например: расположить стрелки на часах так, чтобы получился тупой угол.

Опыт авторов по использованию компьютерной визуализации при обучении учащихся 7-8 классов решению исследовательских и олимпиадных задач по математике показал, что учащиеся положительно реагируют на такие включения компьютерных сред. Кроме того:

- у учащихся появился интерес к решению исследовательских и олимпиадных задач;
- у учащихся обнаружилось проявление устойчивой потребности во взаимодействии с учителем по вопросам решения задач;
- у большинства учащихся проявилась способность к оценке своей готовности к решению задач [Шеломов, Юнеман, 2017, с.147-149].

### 2.3. Результаты апробации применения разработанной методики

Для оценивания уровня сформированности основных умений учебно-исследовательской деятельности была разработана и проведена контрольная работа. Затем проведено сравнение результатов в классе, в котором решались свои задачи (контрольная группа), а также в классе, в котором мы проводили разработанную нами контрольную работу (экспериментальная группа). Для оценки результатов учебно-исследовательской деятельности нами была выбрана оценка умений, проявляющихся при решении данной контрольной работы: умение правильно подобрать необходимые методы решения задач (1), умение выбрать наиболее рациональный способ решения задачи (2), умение структурировать материал (3). В качестве контрольной работы можно использовать и другие наборы задач (Приложение 1, Приложение 2, Приложение 3).

Контрольная работа по теме «Исследовательские задачи»

Решите задачи:

1. У Вовы в кармане несколько монет. Если он наугад вытянет из кармана 3 монеты, среди них обязательно окажется монета в 1 рубль. Если вытянет наугад 4 монеты, среди них обязательно окажется монета в 2 рубля. Вова вынул из кармана 5 монет. Назовите эти монеты [Сентябов, 2013, с.15].

2. На игральном кубике общее число точек на противоположных гранях кубика равно 7. Сложили столбик из 6 таких кубиков и подсчитали общее число точек на всех наружных гранях. Какое самое большое число могло получиться? [Сентябов, 2013, с.13]

3. В куче 606 монет. Двое по очереди выбирают из кучи от 1 до 5 монет. Выигрывает тот, кто заберет последние монеты. Однако игрок может пропустить ход, заплатив за это жюри 5 монет, если он их уже набрал. Кто выиграет? [Сентябов, 2013, с.104]

4. Вова сделал в контрольной работе по математике 9 ошибок, остальные 29 человек – меньше. Докажите, что по крайней мере 4 человека сделали одинаковое число ошибок [Сентябов, 2013,с.55].

5. Докажите , что числа от 1 до 16 можно расположить в строку, но нельзя расположить на окружности так, чтобы сумма любых двух соседних была квадратом числа [Сентябов, 2013,с.92].

6. По кругу записаны числа 0, 1, 2...9. За один ход можно прибавить одно и то же целое число к любым двум соседним числам. Можно ли добиться, чтобы все числа стали одинаковыми? [Сентябов, 2013,с.67]

7. В трех кучах лежит 1,20 и 12 камней. За один ход можно взять по одному камню из любых двух кучек и переложить в третью кучу. Можно ли за несколько ход собрать все камни в одной куче? [Сентябов, 2013,с.68]

8. Несколько школьников ходили за грибами. Школьник, набравший

наибольшее количество грибов ( а такой был единственный) , собрал

общего количества грибов, а школьник, набравший наименьшее

количество грибов (такой тоже был единственный), собрал общее количество грибов. Сколько было школьников ? Какое наименьшее

количество грибов мог собрать наименее успешный школьник, если любые двое из них собрали различное количество грибов? [Сентябов, 2013,с.17]

Таблица 3

Номинальный список контрольной группы (до эксперимента)

№ ученика	Баллы за умение (1)	Баллы за умение (2)	Баллы за умение (3)
1	3	2	4
2	2	4	3
3	3	3	3
4	2	3	3
5	3	4	2
6	3	3	3
7	3	3	3
8	3	2	3
9	4	4	3
10	3	4	4
11	3	3	2
12	2	3	3

13	3	3	4
14	2	3	4
15	3	3	3
16	3	3	4
17	3	3	3
18	3	3	2
19	2	3	3
20	3	3	2
Средний балл	2,85	3,1	3,05

*Таблица 4*

Номинальный список экспериментальной группы ( до эксперимента)

№ ученика	Баллы за умение (1)	Баллы за умение (2)	Баллы за умение (3)
1	3	3	3
2	2	2	3
3	3	3	3

4	3	3	3
5	4	4	3
6	3	3	3
7	3	3	3
8	2	3	3
9	3	3	3
10	3	3	4
11	3	3	4
12	2	3	3
13	3	3	3
14	3	3	3
15	4	3	3
16	3	3	3
17	3	4	3
18	2	3	3
19	3	3	3

20	3	3	3
Средний балл	2,95	3,05	3,1

Таблица 5( до эксперимента)

Формируемые умения	Результаты тестирования	
	Контрольная группа	Экспериментальная группа
(1)	2,85	2,95
(2)	3,1	3,05
(3)	3,05	3,1

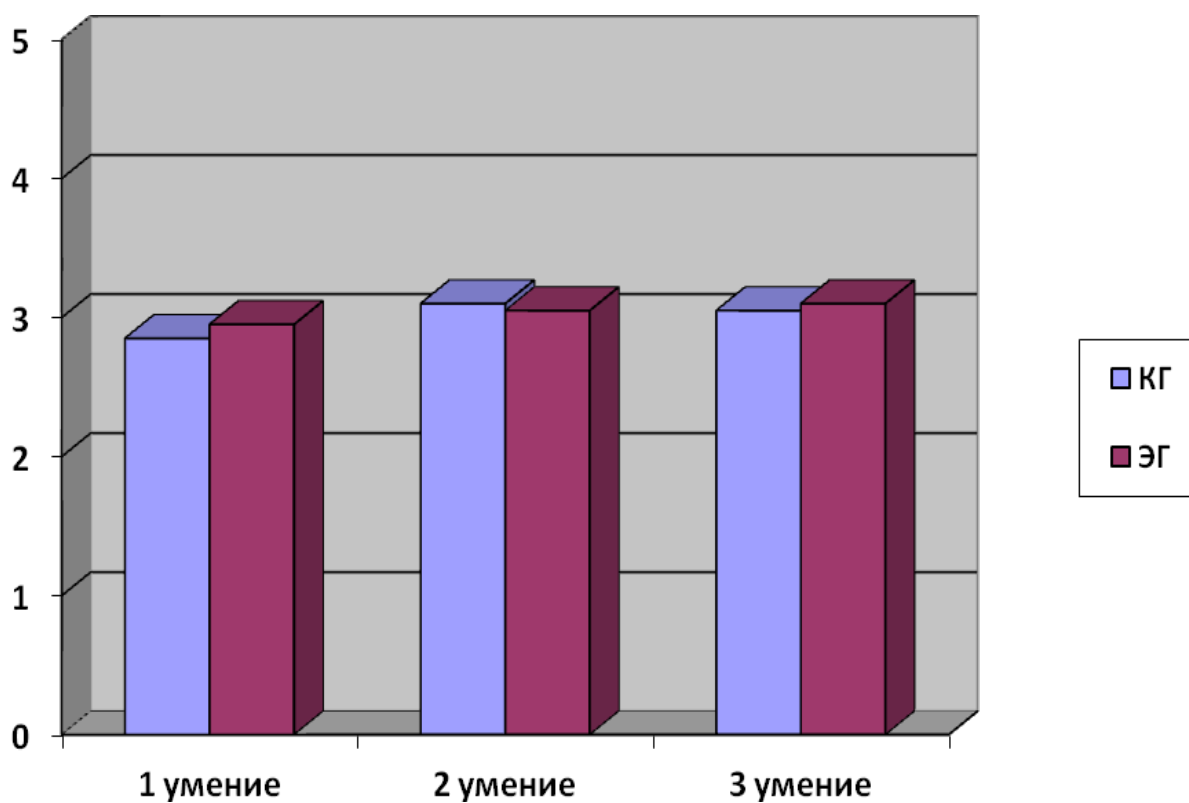


Рис.1. Сравнение групп до эксперимента.



Таблица 5

Номинальный список контрольной группы (после эксперимента)

№ ученика	Баллы за умение (1)	Баллы за умение (2)	Баллы за умение (3)
1	3	3	3
2	3	3	3
3	3	3	3
4	3	3	3
5	3	4	2
6	3	3	3
7	3	3	3
8	3	3	4
9	3	4	3
10	3	3	3

11	3	3	3
12	3	3	3
13	3	3	4
14	2	4	4
15	3	3	3
16	3	3	4
17	3	3	3
18	3	3	3
19	3	3	3
20	3	3	3
Средний балл	2,95	3,15	3,1

*Таблица 6*

Номинальный список экспериментальной группы ( после эксперимента)

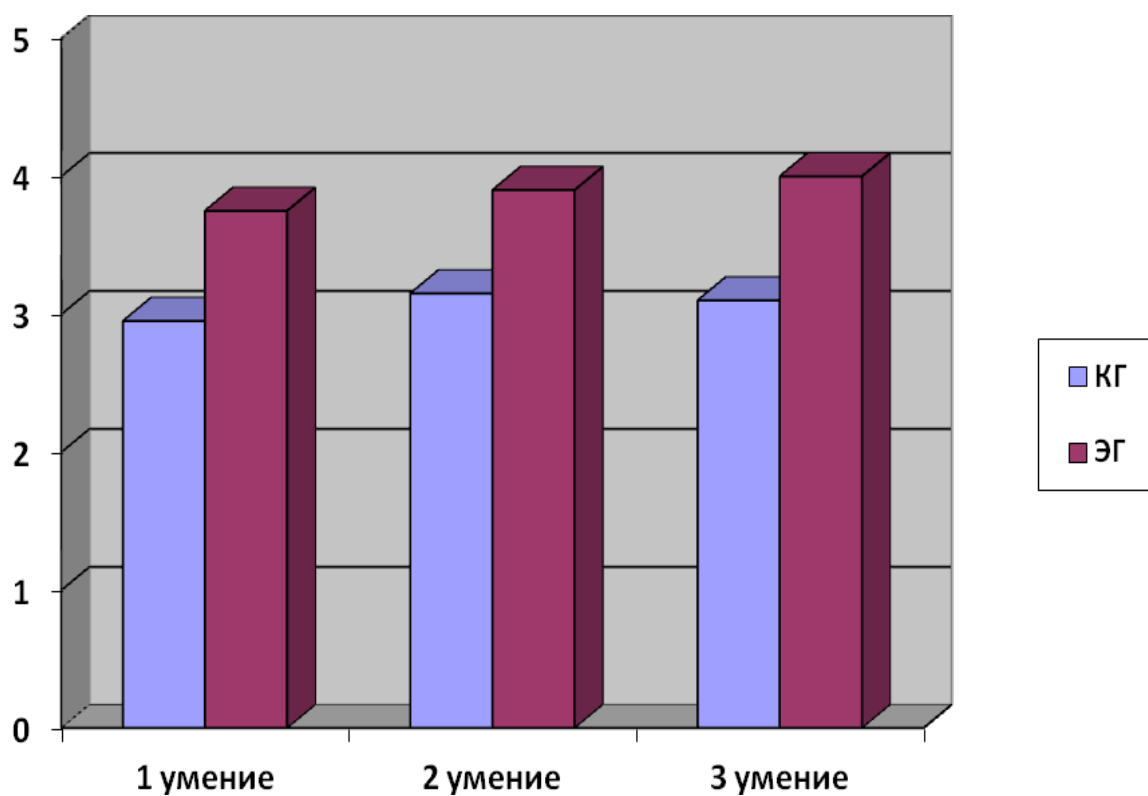
№ ученика	Баллы за умение (1)	Баллы за умение (2)	Баллы за умение (3)
1	4	4	4

2	4	4	4
3	4	3	4
4	3	4	3
5	4	3	4
6	4	3	4
7	3	3	4
8	5	4	4
9	4	4	4
10	3	4	4
11	4	4	4
12	4	5	4
13	4	4	4
14	3	4	4
15	4	4	4
16	3	4	4

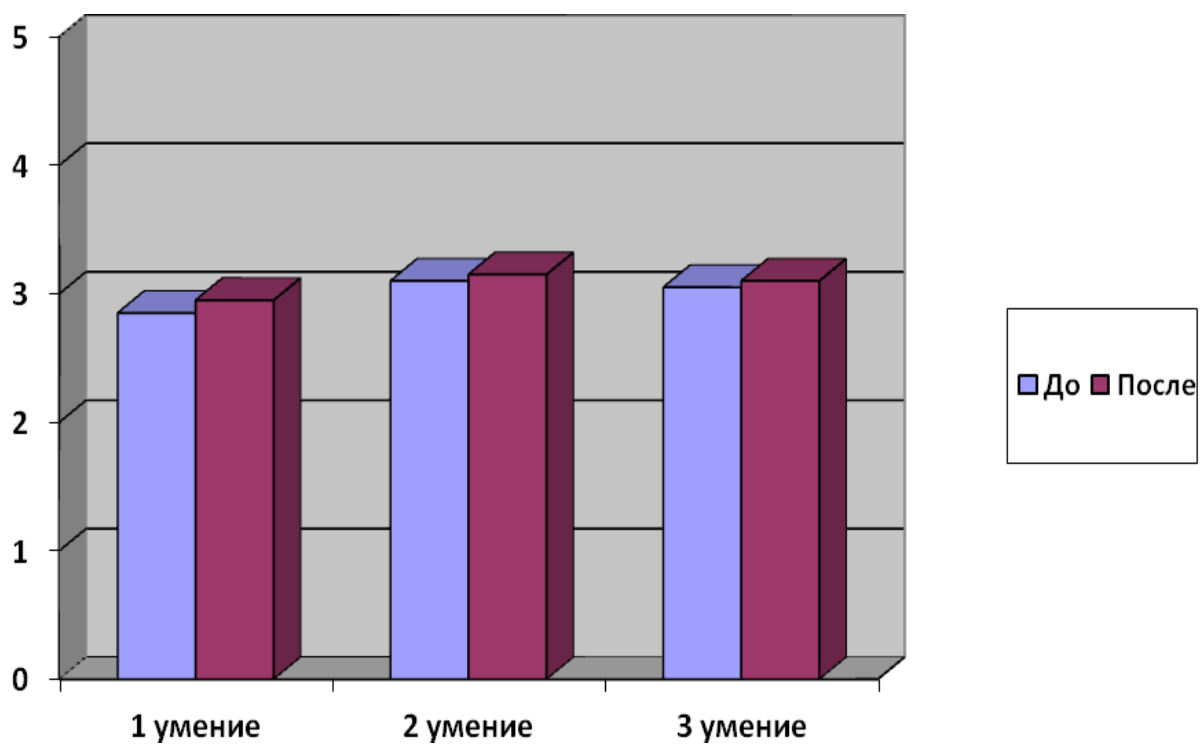
17	4	4	5
18	4	4	4
19	3	4	4
20	4	5	4
Средний балл	3,75	3,9	4

Таблица 7( после эксперимента)

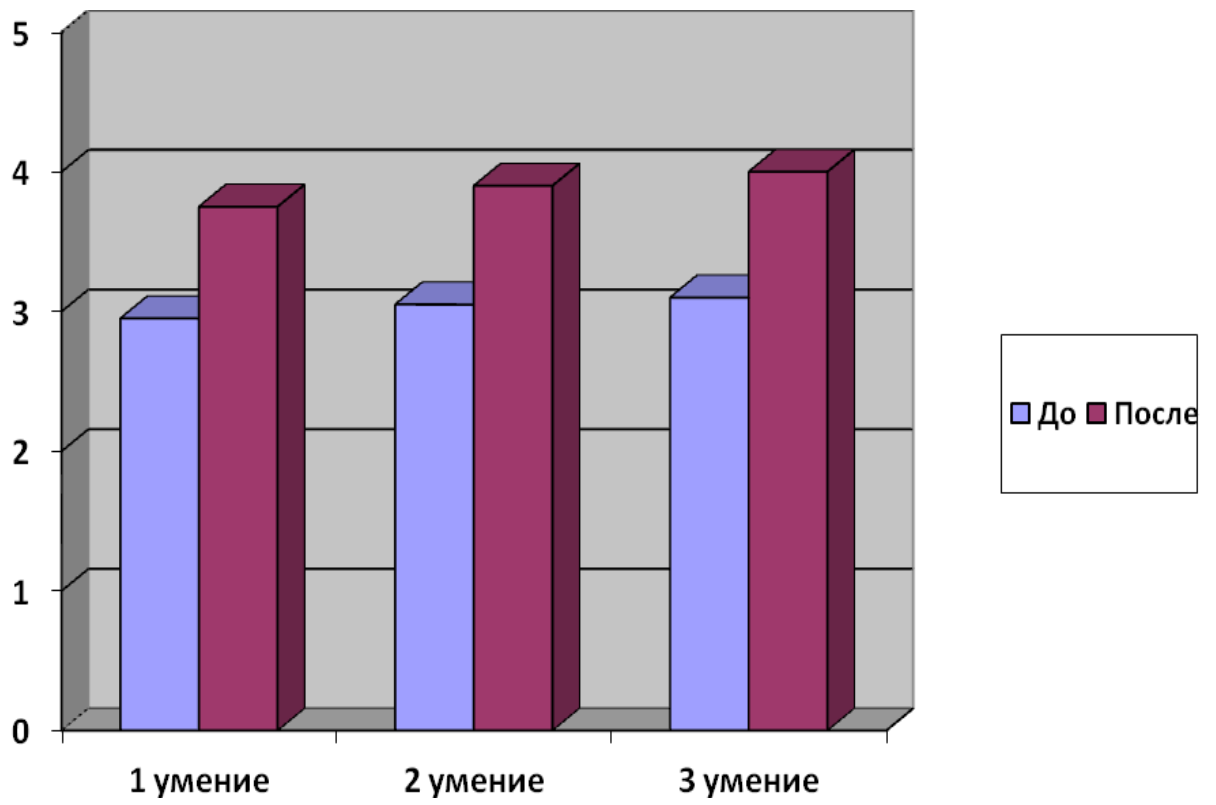
Формируемые умения	Результаты тестирования	
	Контрольная группа	Экспериментальная группа
(1)	2,95	3,75
(2)	3,15	3,9
(3)	3,1	4



*Рис.2. Сравнение групп после эксперимента.*



*Рис 3. Сравнение результатов контрольной группы до и после эксперимента.*



*Рис 4. Сравнение результатов экспериментальной группы до и после эксперимента*

## Заключение

Одной из главных задач школы является не только сообщение определенной суммы знаний учащимся, но и развитие их познавательных интересов, творческого отношения к делу, стремления к самостоятельному «добыванию» и расширению знаний и умений, совершенствованию умения применять их в своей практической деятельности. Сейчас разрабатываются новые и эффективные методы преподавания, совершенствуются формы организации уроков. На наш взгляд, одним из средств повышения эффективности урока математики являются исследовательские задачи.

В ходе исследования было уточнены понятия исследовательской деятельности, учебно-исследовательской деятельности, исследовательской задачи. Исследовательская деятельность – вид учебно-познавательной деятельности ученика, осуществляемой средствами познания в соответствии с логикой научного поиска, в процессе которой происходит генерирование субъективно новых знаний. Учебно-исследовательская деятельность – это деятельность, связанная с решением учащимися исследовательских и творческих задач с заранее неизвестным решением. Исследовательская задача – это задача, которая требует открытия (усвоения) новых знаний о предмете, способах или условиях ее выполнения

Выделены основные этапы учебно-исследовательской деятельности:

- определение проблемы;
- выделение предмета и объекта исследования;
- формулировка цели исследования;
- постановка задач исследования;
- анализ методов исследования;

- выбор материала исследования;
- представление результатов исследования.

Разработаны и апробированы модели внеучебных занятий по математике:

- игра «Математическое ориентирование»;
- кружок : «Решение математических задач исследовательского типа».

Результаты апробации применения разработанных моделей были представлены в виде таблиц и диаграмм.

В целом, по результатам проведённого эксперимента подтвердилась выдвинутая гипотеза о том, что исследовательская деятельность влияет на успеваемость школьников при изучении математики, а также на формирование различных умений, необходимых им и при изучении других учебных дисциплин.

На уроках математики, так же, как и на уроках естественного направления, а также во внеурочной деятельности полезно использовать задания, связанные с исследованием. При этом учителю не только приходится быть координатором или наставником обучающихся, делающих свои первые шаги в науку, но и зачастую выступать автором исследовательских заданий, которые не только развивают вышеупомянутые умения, но и создают предпосылки для написания полноценных исследовательских работ.



## Библиографический список

1. Азгелдян С.С Исследовательская деятельность на уроках математики в начальной школе. Вестник научного сообщества: Актуальные проблемы психолого-педагогического и специального образования Сборник статей молодых исследователей. Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского; Рудзинская Т.Ф. (отв. ред.). Москва, 2015. С. 9-17.
2. Ананьев Б.Г. Комплексное изучение человека и психологическая диагностика//Вопр.психологии.1998.№6
3. Ангеловски К. Учителя и инновации. Пер.с макед- М.,- 1991
4. Александрова У.В. Метод проекта- метод для успеха. Инновационные технологии в науке и образовании. 2016. №1-1(5).
5. Андреев В. И. Педагогика [Текст]: учебный курс для творческого саморазвития. – 2-е изд. / В. И. Андреев. – Казань: Центр инновационных технологий, 2000. – 67 с.
6. Андреев В.И. Эвристическое программирование учебно-исследовательской деятельности. М.: Высшая школа, 1981.
7. Аринбеков, Т.И. Исследовательская деятельность студентов педвузов в процессе решения планиметрических задач на построение как средство формирования творческого мышления: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Аринбеков Турлыбек Ислямович. – Омск, 2003.
8. Асмолов А.Г., Бурменская Г.В. и др. Программа развития универсальных учебных действий» // standart Ананьев Б.Г. Комплексное изучение человека и психологическая диагностика //Вопр.психологии.1998.№6.

9. Балаян Э.Н. 555 олимпиадных и занимательных задач по математике – 2-ое изд., испр. и доп – Ростов н/Д: Феникс, 2010 – 253с
10. Блинов В.М. Эффективность обучения. М., 1976.
11. Блонский П.П. Развитие мышления школьника//Избр. пед. и психол. соч.М.,1997.
12. Богоявленская, Д.Б. Исследовательская деятельность как путь развития творческих способностей / Д.Б. Богоявленская // Исследовательская деятельность учащихся в современном образовательном пространстве: сб. статей; под ред. А.С. Обухова. М.: НИИ школьных технологий. – 2006.
13. Борытко Н. М. В пространстве воспитательной деятельности [Текст] / Н. М. Борытко. – Волгоград: Перемена, 2001.
14. Валеева О.А. Диагностика достижения целей учебно-исследовательской деятельности обучающимися. Вектор науки Тольяттинского государственного университета. Серия: Педагогика, психология. 2016. № 2 (25). С. 15-20.
15. Возмилкина Е.Н. Интерактивные формы обучения в системе высшего образования: «Метод мозгового штурма». Новая наука: стратегии и векторы развития. 2016. №118-3.
16. Выготский Л.С. Мышление и речь. История развития высших психических функций // М. 1983.
17. Гальперин П. Я. Умственное действие как основа формирования мысли и образа [Текст] / П. Я. Гальперин // Вопросы философии. – 1957. – № 6. – С. 58–69.
18. Гауч О.Н. Организация учебно- исследовательской деятельности учащихся школы в условиях внедрения федеральных государственных

образовательных стандартов/О.Н. Гауч // Научный диалог. – 2016.-  
№10(58). – С.326-337.

19. Гусев В.А. Теоретические основы обучения математики в средней школе: психология математического образования: учебное пособие для вузов / В.А. Гусев. – М.: Дрофа, 2010.

20. Давыдов В.В. Виды обобщения в обучении. М. 1972.

21. Давыдов В.В. Содержание и структура учебной деятельности школьников // В кн.: Формирование учебной деятельности школьников / под ред. В.В. Давыдова и др. М., 1982.

22. Давыдов В.В. Исторические предпосылки учебной деятельности // Развитие психики школьников в процессе учебной деятельности. М., 1983

23. Давыдов В.В. Проблемы развивающего обучения. М.: Педагогика, 1986.

24. Дмитренко Е. А. Проблема приобщения студентов-первокурсников к научно- исследовательской деятельности в педвузе [Текст]: сборник статей / Е. А. Дмитренко // Актуальные вопросы психологии и педагогики: студенты в научном поиске. – Киров, 2003. – С. 31–32.

25. Загвязинский В.И. Педагогическое творчество учителя.- М., -1987

26. Кабанова-Меллер Е.Н. Формирование приемов умственной деятельности и умственного развития учащихся. М.: Просвещение, 1968.

27. Кабанова-Меллер Е.Н. Учебная деятельность и развивающее обучение. М.: Знание. Новое в жизни, науке и технике. Сер. «Педагогика и психология», 1981. №6.

28. Калмыкова З. И. Педагогика гуманизма [Текст] / З. И. Калмыкова.

– М.: Знание, 1990. – 320

29. Князева Н.Г. Педагогические условия организации учебно-исследовательской деятельности учеников школ// Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 1

30. Козлова Л. П. Исследовательская работа как средство формирования творческих способностей студентов профессионального педагогического колледжа [Текст]: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Л. П. Козлова. – Брянск, 2000. – 148 с.

31. Колесникова И.А. Как приблизить подготовку учителей к потребностям школы// Педагогика.- 1992. №5-6

32. Конышева А.В. Групповой метод обучения. Высшее образование в России. 2010. №7.

33. Леонтович А. В. Исследовательская деятельность учащихся [Текст]: сборник статей / А. В. Леонтович, канд. психол. н. – М.: МГДД(Ю) Т, 2002. – 110 с.

34. Лернер И. Я. Развивающее обучение с дидактических позиций [Текст] / И. Я. Лернер // Педагогика. – 1998. – № 2. – С. 84.

35. Лингарт Й. Процесс и структура человеческого учения. М., 1970.

36. Малетина О.А, Цыбанева В.А. Специфика обучения исследовательской деятельности в школе. Филологические науки. Вопросы теории и практики. 2016. № 7-2 (61). С. 205-208.

37. Митина Л.М. Психология профессионального развития учителя. – М.: «Флинта», 1999

38. Никитина Н. Н. Основы профессионально-педагогической деятельности [Текст]: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / Н. Н. Никитина, О. М. Железнякова, М. А. Петухов – М.,

39. Обухов А. С. Исследовательская деятельность как возможный путь вхождения подростка в пространство культуры: Развитие исследовательской деятельности учащихся [Текст]: методический сборник / А. С. Обухов. – М.: Народное образование, 2001. – С. 48–63.

40. Павлова И. В. Некоторые факторы, определяющие эффективность формирования опыта исследовательской деятельности [Текст]: сборник статей / И. В. Павлова // Исследовательская деятельность учащихся в современном образовательном пространстве. – М., 2006. – С. 262–265.

41. Пашинина М.А. Понятие об исследовательском методе обучения. Новая наука: проблемы и перспективы. 2016. №121-2.

42. Пидкасистый П.И. Организация учебно-познавательной деятельности студентов. Второе издание, дополненное и переработанное. М.: Педагогическое общество России, 2005. 144 с

43. Пидкасистый П.И. Самостоятельная познавательная деятельность школьников в обучении. М.: Педагогика, 1980

44. Пидкасистый П.И. Сущностная характеристика познавательной деятельности // Вестник высшей школы. 1985. №9.

45. Семенова Н. А. Формирование исследовательских умений школьников [Текст]: Дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Н. А. Семенова. – Томск, 2007. – 204 с.

46. Сентябов А. М. Первые шаги в подготовке к олимпиаде по математике: учебное пособие, 2-ое изд., испр. и доп.; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В. П. Астафьева. – Красноярск, 2013 – 184с.

47. Середенко, П.В. Формирование готовности будущих педагогов к обучению учащихся исследовательским умениям и навыкам: дис. ...

доктора пед. наук: 13.00.08 / Середенко Павел Васильевич. – Москва, 2008.

48. Степаненко Т.А. Проблемное обучение как один из ведущих методов обучения школьников в условиях реализации ФГОС НОО. – Астрахань. В сборнике: Проблемы теории и практики современной науки. Материалы VII международной научно- практической конференции. ООО «НОУ «Вектор науки». 2016.

49. Усова А.В. Влияние системы самостоятельных работ на формирование у учащихся научных понятий (на материале физики I ступени): дис... д-ра пед. наук. Л., 1969.

50. Усова А.В. Система форм учебных занятий//Сов. педагогика. 1984. №1.

51. Усова А.В. Формирование учебных умений учащихся // Сов. педагогика. 1982. №1.

52. Шамова Т.И. Активизация познавательной деятельности учащихся общеобразовательной школы. Обзорная информация НИИ ОП АПН СССР. М., 1976.

53. Шашенкова Е.А. Задача как средство обучения исследовательской деятельности студентов колледжа: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.01 / Шашенкова Елена Анатольевна. – Москва, 2001.

54. Шашкина М.Б. Формирование готовности к исследовательской деятельности у будущих учителей математики в педагогическом вузе / М.Б. Шашкина, А.В. Багачук. – Красноярск: КГПУ им. В.П. Астафьева. – 2014.

55. Шеломов Ю.Э., Юнеман Д.Н. Игровые технологии во внеучебной деятельности по математике учащихся 5-6 классов: формирование

метапредметных умений. Молодежь и наука XXI века. XVII Международный форум студентов, аспирантов и молодых ученых. Красноярск, 16 мая 2016 года.

56. Шеломов Ю.Э., Юнеман Д.Н. Компьютерная визуализация при обучении учащихся 7-8 классов решению исследовательских и олимпиадных задач по математике. Сборник материалов Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. Ишим, 17 февраля 2017 года.

57. Шеломов Ю.Э., Юнеман Д.Н. Обучение решению олимпиадных задач групповым способом на факультативных занятиях по математике в 7 классе. Молодежь и наука XXI века. XVIII Международный научно-практический форум студентов, аспирантов и молодых ученых, посвященный 85- летию КГПУ им. В.П.Астафьева. Современная математика и математическое образование в контексте развития края : проблемы и перспективы. Материалы II Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников. Красноярск, 18 мая 2017 года.

58. Щукина Г.И. Активизация познавательной деятельности учащихся в учебном процессе. М.: Просвещение, 1979.

59. Щукина Г.И. Роль деятельности в учебном процессе. Книга для учителя. М.: Просвещение, 1986.

### **Приложение А.**

*Контрольная работа по теме «Исследовательские задачи» (Вариант №2)*

Решите задачи:

1. Вася купил себе в магазине 9 ирисок, а Степа – 6. Тут подошёл Петя. Разделил ириски на троих. Петя расплатился со Степой, отдав ему 0,6 руб., а Васе пообещал отдать долг завтра. Сколько денег задолжал Петя Васе?

2. В деревне 120 жителей, у некоторых из них есть свиньи и куры. Свиней содержат 15 жителей, а кур – 23. Сколько жителей имеют только свиней и только кур, если известно, что у 8 жителей есть и куры, и свиньи? Сколько жителей не имеют ни кур, ни свиней?

3. Иван, Сергей, Дмитрий и Федор – товарищи. Один из них инженер, другой – журналист, третий – продавец, а четвёртый – юрист. Журналист написал статьи об Иване и Федоре. Продавец и журналист вместе с Сергеем ходили в поход. Иван и Сергей были в гостях у инженера. У кого какая профессия?

4. Петух склевал горсть зерна за 1 час. Курица склевала горсть зерна за 2 часа. Цыпленок склевал горсть зерна за 3 часа. Сколько времени бы им потребовалось, чтобы склевать зерно вместе?

5. На скотном дворе гуляли куры и коровы. Девочка сосчитала количество голов, их оказалось 30, а затем она сосчитала количество ног, их оказалось 84. Сколько кур и сколько коров было на скотном дворе?

6. В компьютерном классе на уроке информатики, во время отсутствия учителя, пять ребят- Влад, Лена, Руслан, Женя, Вася – отвлеклись от работы и начали играть в следующие игры: косынка, гонки, червы, пинбол, солитер. Каждый из ребят играл только в одну игру.

- Руслан думал, что в пинбол играет Лена.
- Лена считала, что Женя играет в солитер, а Влад- в гонки.
- Женя думал, что Вася играет в гонки, а Руслан – в червы.



- Влад думал, что Лена играет в косынку, а в пинбол играет Женя.

В итоге оказалось, что все они ошиблись в своих предположениях. Кто и во что играл?

7. Летом дед Егор сделал запас варенья на зиму и решил разделить его пополам, чтобы съесть половину до Рождества, а вторую половину – после Рождества. Все варенье находится в тазу, который вмещает 6 литров, у деда Егора есть 2 пустые банки емкостью 5 литров и 1 литр. Сможет ли дед Егор разделить варенье так, как планировал?

8. В куче 2013 спичек. Трое игроков по очереди выбирают из нее спички. Первый своим ходом может взять от 1 до 5 спичек, второй от 1 до 7, третий – от 1 до 3 спичек. Выигрывает тот, кто возьмет последнюю спичку. Может ли кто-либо из игроков обеспечить себе победу?

## **Приложение Б.**

*Контрольная работа по теме «Исследовательские задачи» (Вариант №3)*

1. В зоопарке Москвы жили три кролика: Арчи, Алмаз, Джуди. Через некоторое время родился крошечка Агат. Все это семейство съедает 28 кг сена в неделю. Причем Агат съедает ровно вдвое меньше, чем любой из старших кроликов. Сколько сена в неделю съедало это семейство до рождения крошки Агата?

2. В классе 35 учеников. Из них: 20 детей занимаются в музыкальном кружке, 11 посещают спортивные секции, 10 ребят не посещают ни кружок, ни секции. Сколько спортсменов увлекается музыкой?

3. Четыре футбольных клуба: немецкая «Бавария», испанская «Барселона», российский «ЦСКА», португальская «Бенфика» встретились на стадии группового этапа Лиги Чемпионов. Ими руководили тренеры из этих же четырех стран: немец Йоахим, испанец Висенте, русский Виктор, португалец Жозе. Известно, что национальность у каждого из четырех тренеров не совпадала с национальностью команды. Необходимо определить наставника каждого клуба, если известно:

- «ЦСКА» не тренируется у Жозе и Йоахима.
- «Бавария» обещала никогда не брать Жозе главным тренером.

4. Дмитрий, Юрий, Вячеслав, Евгений – четыре молодых перспективных человека. У одного из них лучше всех получается сражаться на шпагах, другой – лучший в футболе, третий не имеет равных в математике, четвертый быстрее всех бежит кроссы. О фехтовальщиках известно следующее:

- Дмитрий и Вячеслав наблюдали на уроке за своим за их другом-великолепным математиком.

- Юрий и лучший математик следили за прекрасной игрой футболиста.
- Бегун хочет пригласить на ужин Дмитрия.
- Юрий был гуманитарием, поэтому математика не была его стихией.

Кто чем занимается из ребят?

5. В одной из групп детского сада 11 детей любят запеканку, 13 человек – картофельное пюре и 7 ребят – рисовую кашу. Четверо любят и запеканку, и картофельное пюре, 3 – запеканку и рисовую кашу, 6 – картофельное пюре и рисовую кашу, а двое любят все три блюда. Сколько детей в этой группе, если в ней нет ни одного ребёнка, которому не нравятся все три блюда?

6. Иннокентий во время чемпионата города по футболу забил 12 мячей. Остальные 30 нападающих забили меньшее количество голов. Доказать, что по крайней мере 5 нападающих забили одинаковое количество мячей.

7. В Континентальной хоккейной лиге принимают участие 25 клубов. Регулярный чемпионат включает в себя три круга (каждая играет с каждой три раза, за победу в основное время дают 3 очка, за победу в дополнительное время дают 2 очка, за поражение в дополнительное время дают 1 очко, за поражение в основное время дают 0 очков). Какая наименьшая разница возможна между двумя клубами, занимающими соседние строчки турнирной таблицы?

8. На свадьбе было 100 гостей. Оказалось, что в любой четверке гостей есть человек, который знает трех остальных. Докажите, что найдется на свадьбе человек, который знает всех.

## **Приложение В.**

### *Контрольная работа по теме «Исследовательские задачи» (Вариант №4)*

1. По окружности расположено 15 чисел так, что каждое из них равно модулю разности двух следующих за ним по часовой стрелке. Сумма всех чисел равна 1. Найдите эти числа.

2. На небе бесконечное число звезд. Астроном приписал каждой звезде пару натуральных чисел, выражающих яркость и размер. При этом любые две звезды отличаются хотя бы по одному параметру. Докажите, что найдутся две звезды, первая из которых больше второй как по яркости, так и по размеру.

3. Семь грибников собрали вместе 100 грибов, причем все собрали разное число грибов. Докажите, что какие-то трое из них собрали вместе не менее половины всех грибов.

4. По кругу стоят несколько детей. У каждого имеется четное число конфет. По команде каждый передает половину своих конфет соседу справа. Если после этого у него окажется нечетное, ему добавляется одна конфета извне. Так повторяется много раз. Докажите, что наступит момент, когда у всех окажется одинаковое число конфет.

5. Даны две несократимые дроби. Знаменатель первой дроби равен 6, знаменатель второй равен 10. Чему может равняться знаменатель произведения этих дробей, если произведение представить в виде несократимой дроби?

6. Вова участвует в соревнованиях по бегу. В какой-то момент оказалось, что впереди него бежит четвертая часть всех участников, позади — две трети участников, а рядом с ним никого нет. Сколько человек участвует в соревнованиях?

7. Школьник решал задачу, предложенную учителем, про двух школьников. Нужно было найти их возрасты( целые числа) по данному произведению этих чисел. Школьник сказал, что задача не имеет однозначного решения. Тогда учитель добавил, что старшего из них зовут Вова. И школьник сразу ответил, сколько каждому лет. Объясните сколько?

8. Расстояние от Красноярска до Дивногорска 40 км. Даша едет из Красноярска в Дивногорск на мерседесе со средней скоростью 90 км/ч, а Илья едет из Дивногорска в Красноярск на велосипеде со скоростью 20 км/ч. Кто из них будет ближе к Красноярску в момент встречи?

9. Возраст деда – между 50 и 70 годами. У каждого из его сыновей столько же детей , сколько и братьев. Общее количество сыновей и внуков деда равно его возрасту. Сколько же ему лет?

## **Приложение Г.**

### *Контрольная работа по теме «Исследовательские задачи» (Вариант №5)*

1. Пяти рыцарям разного роста выдали 5 плащей, однако каждому плащ оказался короток. Тогда они обменялись: самый высокий рыцарь взял себе самый длинный плащ, второй по росту взял себе самый длинный плащ из оставшихся и т.д. Рыцарь самого маленького роста взял себе самый короткий плащ. Докажите, что и после обмена каждому рыцарю плащ будет короток.
2. Пять человек сидят за круглым столом. Сумма в 1000 рублей должна быть распределена между ними так, чтобы каждый получил половину того, что получили два его соседа вместе. Однозначно ли это правило задает распределение денег?
3. В некотором государстве система авиалиний устроена так, что любой крупный город соединен авиалиниями не более, чем с тремя другими крупными городами и из любого крупного города можно долететь до любого крупного города, сделав не более одной пересадки. Какое наибольшее число городов может быть в этом государстве?
4. Длины сторон прямоугольного треугольника – натуральные числа. Могут ли длины обоих катетов быть нечетными числами?
5. Сумасшедший кассир меняет любые две монеты на любые три, а любые три на любые две. Можно ли обменять у него 100 рублей на 100 евро монетами, отдав кассиру в общей сложности 2014 монет?
6. Несколько семиклассников дружат с восьмиклассниками. Каждый семиклассник пожал руку восьми восьмиклассникам, а каждый восьмиклассник пожал руку семи семиклассникам. Кого было больше – семиклассников или восьмиклассников?

7. В 9-А классе 30 человек, а в 9-Б – 25 человек. Можно ли перевести несколько человек из класса в класс так, чтобы в каждом классе стало по 28 человек?

8. На лугу растет трава. 10 коров съедают всю траву за 8 дней, а 12 коров – за 6 дней. За сколько дней съедят всю траву 6 коров? Сколько коров могут пастись на лугу все время, пока растет трава?

9. В классе учатся дети из 25 семей. Почти у каждого члена их семей есть мобильный телефон, а некоторые имеют и более одного. Может ли среднее арифметическое число телефонов в семье равняться 3,5?