

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА**  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт/факультет: Институт математики, физики и информатики  
(ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ И ИНФОРМАТИКИ)

Кафедра: Кафедра математического анализа и методики обучения математике в вузе  
(КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ВУЗЕ)

Направление подготовки: 44.04.01 Педагогическое образование.  
Направленность (профиль) образовательной программы: Инновационное математическое образование  
(ИННОВАЦИОННОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ)



Кафедра математического анализа  
и методики обучения математике  
в вузе

Л.В. Шкерна  
*Л.В. Шкерна* 2017 г.

Выпускная квалификационная работа

**КОМПЛЕКС ИНТЕРАКТИВНЫХ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ ПО  
ГЕОМЕТРИИ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ  
ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ  
ОБУЧАЮЩИХСЯ 7 КЛАССОВ**

Выполнил студент

Быкова Вера Андреевна  
(И.О. Фамилия)

*В.А. Быкова* 08.12.2017  
(подпись, дата)

Форма обучения

Заочная

Научный руководитель:  
канд. пед. наук, доцент каф.  
матем. анализа и МММ в вузе  
М.Б. Шашина

(И.О. Фамилия, И.О. Подпись)

*М.Б. Шашина* 09.12.2017  
(подпись, дата)

Рецензент:  
канд. пед. наук, доцент каф.  
математических методов и  
информационных технологий,  
Торгово-экономический институт  
СФУ Е.А. Пурова

(И.О. Фамилия, И.О. Подпись)

*Е.А. Пурова*  
(подпись, дата)

08.12.2017

Дата защиты 19.12.2017

Оценка \_\_\_\_\_

Красноярск 2017

## Оглавление

<b>Введение .....</b>	<b>3</b>
<b>ГЛАВА I. Теоретические основы формирования познавательных универсальных учебных действий в процессе обучения математике.....</b>	<b>10</b>
1.1. Универсальные учебные действия как новый образовательный результат .....	10
1.2. Познавательные универсальные учебные действия, формируемые в процессе обучения математике.....	19
1.3. Организационно-методические условия формирования познавательных учебных действий в процессе обучения геометрии .....	31
<b>ГЛАВА II. Методика формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся 7 класса на основе использования комплекса интерактивных лабораторных работ .....</b>	<b>42</b>
2.1. Методическое обеспечение формирования познавательных универсальных учебных действий в процессе обучения геометрии.....	42
2.2. Комплекс интерактивных лабораторных работ по геометрии для обучающихся 7 класса .....	47
2.3. Экспериментальная проверка эффективности использования комплекса интерактивных лабораторных работ по геометрии для обучающихся 7 класса.....	80
<b>Заключение.....</b>	<b>87</b>
<b>Библиографический список.....</b>	<b>89</b>
<b>Приложения.....</b>	<b>96</b>

## Введение

В «Концепции духовно-нравственного развития и воспитания личности гражданина России» представлен социальный заказ общеобразовательной школе. Эта концепция является методологической основой федерального государственного образовательного стандарта общего образования второго поколения (ФГОС). В ФГОС сформулированы требования к предметным, личностным и метапредметным результатам обучения, которые должны быть достигнуты в процессе обучения каждой учебной дисциплине. К метапредметным результатам относятся, в частности, универсальные учебные действия. Универсальные учебные действия (УУД) – это система действий обучающегося, обеспечивающая социальную компетентность, способность к самостоятельному усвоению новых знаний и умений, включая организацию самостоятельной учебной деятельности, способность к саморазвитию посредством сознательного и активного присвоения нового социального опыта. В соответствии с функциями универсальные учебные действия делятся на четыре группы: познавательные; регулятивные; коммуникативные; личностные. Согласно ФГОС, универсальные учебные действия должны являться целью обучения и формироваться при освоении обучающимися каждой предметной области с учётом её специфики.

Каждый учебный предмет в зависимости от предметного содержания и способов организации учебной деятельности учащихся раскрывает определенные возможности для формирования универсальных учебных действий.

Организация процесса формирования универсальных учебных действий при обучении математике требует их систематизации, дифференциации, составления ориентировочной основы отобранных действий, включения их в процесс обучения, в неразрывной связи с усвоением учебной информации.

Познавательные универсальные учебные действия обеспечивают способность к познанию окружающего мира: готовность осуществлять направленный поиск, обработку и использование информации.

В работах Л.И. Боженковой проведен анализ познавательных действий и их соотнесение с содержанием школьного курса математики. Получены следующие выводы:

1. Познавательные УУД при обучении алгебре и геометрии имеют определённую специфику, поэтому требуют отдельного рассмотрения.
2. Формирование познавательных УУД при обучении математике учащихся 7–9 классов целесообразно начинать при обучении геометрии, осуществляя перенос сформированных УУД в процесс обучения алгебре.
3. В первую очередь следует формировать познавательные УУД, постепенно включая сформированные умения в процесс осознанной саморегуляции, что обеспечит формирование регулятивных УУД [Боженкова, 2017].

Геометрия является основой развития у обучающихся познавательных действий, в первую очередь логических, включая и знаково-символические, а также таких, как планирование (цепочки действий по задачам), систематизация и структурирование знаний, перевод с одного языка на другой, моделирование, дифференциация существенных и несущественных условий, формирование элементов системного мышления, выработка вычислительных навыков. Особое значение имеет геометрия для формирования общего приёма решения задач как универсального учебного действия.

В основу выделения состава и функций универсальных учебных действий для основного общего образования были положены возрастные психологические особенности учащихся и специфика возрастной формы универсальных учебных действий, факторы и условия их развития, изученные в работах Л. И. Божович, А. Л. Венгера, Л. С. Выготского, В. В. Давыдова, Л.

Кольберга, А. К. Марковой, А, Я, Пономарёва, Д. И. Фельдштейна, Г. А. Цукерман, Э. Эриксон и др.

Исследуемая нами проблема формирования универсальных учебных действий нашла отражение в фундаментальных работах А.Г. Асмолова, Г.В. Бурменской, И.А. Володарской, О.А. Карабановой и др. Авторы выявляют сущность основных понятий теории и подходов к формированию УУД.

Но, несмотря на достаточно большое количество публикаций по этой тематике, в теории и практике обучения математике по-прежнему существует проблема, заключающаяся в необходимости выявления педагогических условий и поиске путей эффективного формирования умений, необходимых для осуществления познавательных универсальных учебных действий.

Уроки геометрии могут стать основой формирования познавательных универсальных учебных действий. Задачей педагога в этих условиях является использование всевозможных способов формирования познавательных универсальных учебных действий на уроках математики.

Большое значение в современной науке отводится интерактивным методам обучения, так как они ориентированы на активную совместную учебную деятельность, общение, взаимодействие учителя и учащихся и позволяют выстроить образовательное пространство для самореализации учащихся.

Важной отличительной особенностью современного этапа развития общества является его информатизация. Интерактивность является составной частью мультимедиа. Мультимедийные презентации, компьютерные игровые упражнения на занятиях становятся достаточно привычным явлением и неотъемлемой частью образовательного процесса. Информационно-коммуникационные технологии, интерактивные средства обучения несут в себе огромные потенциальные возможности для развития ребенка, становления его как полноценной личности, способствуют обогащению его коммуникативного и социального опыта.

В частности, интерактивные лабораторные работы, сочетающие в себе интерактивность, компьютерные средства обучения и деятельность, направленную на применение, углубление и развитие теоретических знаний в комплексе с развитием необходимых для этого умений и навыков способствуют качественному формированию познавательных универсальных учебных действий.

Рассмотрением вопросов применения интерактивных, мультимедийных технологий занимались многие авторы: Бент Б. Андерсен, О. А. Голубкова, А. В. Осин, Т. С. Панина, Е. С. Полат, И. В. Роберт, Г. С. Харханова и др.

Однако в научно-методической литературе недостаточно конкретных методических разработок, которые учитель математики мог бы использовать в практике своей работы.

Таким образом, *проблема исследования* заключается в поиске условий и средств обучения математике, позволяющих формировать в образовательном процессе познавательные универсальные учебные действия.

Актуальность выбранной темы очевидна, так как разработка конкретной методики формирования познавательных универсальных учебных действий необходима для получения качественного образования, отвечающего современным требованиям общества. В данной работе представлен один из возможных вариантов организации процесса формирования познавательных УУД при обучении геометрии на основе использования комплекса интерактивных лабораторных работ.

*Объектом исследования* является процесс обучения геометрии в 7 классах.

*Предметом исследования* являются теоретические основы и методика формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся 7 классов на основе использования комплекса интерактивных лабораторных работ.

**Целью исследования** является научно-обоснованная разработка и апробация комплекса интерактивных лабораторных работ по геометрии для 7 класса как средства формирования познавательных универсальных учебных действий.

В основу нашего исследования положена **гипотеза**: использование комплекса интерактивных лабораторных работ по геометрии для 7 класса будет способствовать формированию познавательных универсальных учебных действий, если учитель:

- 1) произведет отбор наиболее эффективных интерактивных средств, способствующих формированию познавательных универсальных учебных действий;
- 2) на основе отобранных средств разработает комплекс интерактивных лабораторных работ по геометрии;
- 3) разработает методику использования комплекса интерактивных лабораторных работ;
- 4) осуществит систематическое использование разработанного комплекса интерактивных лабораторных работ в процессе обучения геометрии.

Для реализации поставленной цели и проверки гипотезы исследования решались следующие задачи:

- 1) охарактеризовать возможности и перспективы использования интерактивных технологий для формирования познавательных универсальных учебных действий в процессе обучения геометрии;
- 2) описать организационно-методические условия формирования познавательных универсальных учебных действий в процессе обучения геометрии;
- 3) разработать комплекс интерактивных лабораторных работ по геометрии для обучающихся 7 класса;

- 4) осуществить экспериментальную проверку эффективности использования комплекса интерактивных лабораторных работ по геометрии для обучающихся 7 класса.

**Новизна исследования** заключается в обобщении педагогического опыта формирования познавательных универсальных учебных действий средствами современных технологий обучения, а также в попытке выделить ряд необходимых условий решения данной задачи в процессе обучения геометрии в общеобразовательной школе.

**Теоретическая значимость:** разработана методика формирования познавательных УУД в процессе обучения геометрии, ориентированная на непрерывное развитие познавательных действий обучающихся на уроке посредством обретения опыта применения познавательных действий в практике решения геометрических задач.

**Практическая значимость:** в процессе исследования разработан комплекс интерактивных лабораторных работ по геометрии, который может быть востребован учителями математики в их практической работе по формированию у школьников познавательных универсальных учебных действий, а также студентами профессиональных учебных учреждений в ходе прохождения ими педагогической практики и выполнения студенческих научных исследований.

Для решения поставленных задач применялись следующие **методы исследования:** теоретический анализ психолого-педагогической и методической литературы; сравнение и выбор; прогнозирование; наблюдение; эксперимент.

Выпускная квалификационная работа состоит из Введения, двух глав, Заключения, библиографического списка и приложений.

Во Введении обоснована актуальность данного исследования, сформулированы его цель, объект, предмет, гипотеза и задачи; раскрыта практическая значимость, охарактеризованы методы исследования.

В первой главе на основе проведенного анализа психолого-педагогической и методической литературы описаны теоретические основы формирования универсальных учебных действий, в частности познавательных, в процессе обучения геометрии.

Во второй главе представлен комплекс интерактивных лабораторных работ по геометрии для обучающихся 7 класса по определенной тематике, а также экспериментальная проверка эффективности использования данного комплекса; проведен анализ полученных результатов.

## **ГЛАВА I. Теоретические основы формирования познавательных универсальных учебных действий в процессе обучения математике**

### **1.1. Универсальные учебные действия как новый образовательный результат**

Принципиальным отличием образовательных стандартов второго поколения является усиление их ориентации на результаты образования как системообразующий компонент конструкции стандартов. Понимание сущности образовательного результата зависит от парадигмы образования, определяющей его главные цели. В отечественной психологической и педагогической науках глубоко разработана деятельностная парадигма образования, декларирующая целью образования развитие личности учащегося на основе изучения универсальных способов познания и освоения мира [Николаев, 2011]. Однако методические аспекты формирования общих приемов и способов деятельности при обучении конкретным дисциплинам, в частности, математике, разработаны недостаточно подробно.

Системно-деятельностный подход, лежащий в основе разработки стандартов нового поколения, позволяет выделить основные результаты обучения и воспитания и создать навигацию проектирования универсальных учебных действий, которыми должны владеть учащиеся. Через формирование универсальных учебных действий, которые являются инвариантной основой образовательного и воспитательного процесса, происходит развитие личности в системе образования. В соответствии с этим процесс учения понимается не только как усвоение системы знаний, умений и навыков, составляющих инструментальную основу компетенций учащегося, но и как процесс развития личности, обретения духовно-нравственного опыта и социальной компетентности [Асмолов, 2011].

Понятие «универсальные учебные действия» как основной структурный компонент учебной деятельности в контексте современной образова-

тельной парадигмы представляет собой довольно сложный феномен. С одной стороны, это связано с проблемой понимания собственно понятия универсальных учебных действий в научном знании, с другой стороны – с проблемой определения педагогических условий формирования универсальных учебных действий как субъектной характеристики человека.

В связи с этим особого внимания заслуживает рассмотрение содержательных аспектов и способов формирования универсальных учебных действий и обоснование возможностей их оценки с помощью измерительных средств [Теплоухова, 2012].

Разработка различных подходов к формированию УУД в системе среднего образования соответствует новым социальным запросам современного общества. Математические знания, умения и навыки рассматриваются как производные от соответствующих целенаправленных действий. Они формируются, применяются и сохраняются в тесной взаимосвязи с активными действиями самих школьников. Качество их усвоения и формирования определяется многообразием и характером видов УУД.

Проблема формирования учебных действий в процессе обучения школьников рассматривалась в различных научных исследованиях. Теоретическое обоснование на основе системно-деятельностного подхода она получила в работах А. Г. Асмолова, Л. С. Выготского, П. Я. Гальперина, В. В. Давыдова, А. Н. Леонтьева, Д. Б. Эльконина и др.

На современном этапе группа авторов (А.Г. Асмолов, Г.В. Бурменская, И.А. Володарская, О.А. Карабанова, Н.Г. Салмина, С.В. Молчанов и др.) раскрывает сущность понятия «универсальные учебные действия», рассматривает отдельные методические вопросы данной проблемы и предлагает пути их решения.

Культурно-исторический системно-деятельностный подход основывается на теоретических положениях концепции Л.С. Выготского, А.Н. Леонтьева, П.Я. Гальперина, Д.Б. Эльконина, раскрывающих основные психологи-

ческие закономерности процесса обучения и структуру учебной деятельности учащихся с учётом общих закономерностей возрастного развития детей и подростков. Одно из положений деятельностного подхода заключается в том, что психологические способности человека являются результатом преобразования внешней предметной деятельности во внутреннюю психическую деятельность путём последовательных изменений. Соответственно личностное, социальное, познавательное развитие учащихся определяется характером организации их деятельности, в первую очередь учебной [Болотова, 2012].

Основные результаты обучения и воспитания в отношении достижений социального, личностного, познавательного и коммуникативного развития обеспечивают широкие возможности учащихся для овладения знаниями, умениями, навыками, компетентностями, способностью и готовностью к познанию мира, обучению, сотрудничеству, самообразованию и саморазвитию.

В Программе развития универсальных учебных действий для основного общего образования выделены четыре блока универсальных учебных действий.

В блок личностных универсальных учебных действий входят:

- жизненное, личностное, профессиональное самоопределение;
- действия смыслообразования и нравственно-этического оценивания, реализуемые на основе ценностно-смысловой ориентации учащихся (готовности к жизненному или личностному самоопределению, знания моральных норм, умения выделять нравственный аспект поведения и соотносить поступки и события с принятыми этическими принципами), а так же ориентации в социальных ролях и межличностных отношениях.

Самоопределение – определение человеком своего места в обществе и жизни в целом, выбор ценностных ориентиров, определение своего способа жизни. В процессе самоопределения человек решает две задачи: построение индивидуальных жизненных смыслов и построение жизненных планов во

временной перспективе (жизненного проектирования). Применительно к учебной деятельности следует особо выделить два типа действий, необходимых в личностно ориентированном обучении. Первый – действие смыслообразования, т.е. установление учащимися связи между целью учебной деятельности и её мотивом, другими словами, между результатом – продуктом учения, побуждающим деятельность, и тем, ради чего она осуществляется. Ученик должен задаваться вопросом о том, какое значение, смысл имеет для него учение, и уметь находить ответ на него. Второй тип – это действие нравственно-этической ориентации, исходя из социальных и личностных ценностей [Брюшинкина, 2010].

В блок регулятивных действий входят действия, обеспечивающие организацию учебной деятельности:

- целеполагание как постановка учебной задачи на основе соотнесения того, что уже известно и усвоено учащимся, и того, что ещё неизвестно;
- планирование – определение последовательности промежуточных целей с учётом конечного результата;
- составление плана и последовательности действий;
- прогнозирование – предвосхищение результата и уровня усвоения, его временных характеристик; контроль в форме сличения способа действия и его результата с заданным эталоном с целью обнаружения отклонений и отличий от эталона;
- коррекция – внесение необходимых дополнений и коррективов в план и способ действия в случае расхождения эталона с реальным действием и его продуктом;
- оценка – выделение и осознание учащимся того, что уже усвоено и что ещё подлежит усвоению, осознание качества и уровня усвоения;

- элементы волевой саморегуляции как способности к мобилизации сил и энергии, волевому усилию – к выбору в ситуации мотивационного конфликта, к преодолению препятствий.

В блоке познавательных универсальных действий выделяют общеучебные действия, включая знаково-символические, логические и действия постановки и решения проблем.

- В число общеучебных действий входят:
- самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели;
- поиск и выделение необходимой информации;
- применение методов информационного поиска, в том числе с помощью компьютерных средств;
- знаково-символические действия, включая моделирование (преобразование объекта из чувственной формы в модель, где выделены существенные характеристики объекта, и преобразование модели с целью выявления общих законов, определяющих данную предметную область);
- умение структурировать знания;
- умение осознанно и произвольно строить речевое высказывание в устной и письменной форме;
- выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий;
- рефлексия способов и условий действия;
- контроль и оценка процесса и результатов деятельности;
- смысловое чтение как осмысление цели чтения и выбор вида чтения в зависимости от цели;
- извлечение необходимой информации из прослушанных текстов различных жанров;
- определение основной и второстепенной информации;

- свободная ориентация и восприятие текстов художественного, научного, публицистического и официально-делового стилей;
- понимание и адекватная оценка языка средств массовой информации;
- умение адекватно, подробно, сжато, выборочно передавать содержание текста, составлять тексты различных жанров, соблюдая нормы построения текста (соответствие теме, жанру, стилю речи и др.).

Наряду с общеучебными также выделяются универсальные логические действия:

- анализ объектов с целью выделения признаков (существенных, несущественных);
- синтез как составление целого из частей, в том числе самостоятельное достраивание, восполнение недостающих компонентов;
- выбор оснований и критериев для сравнения, сериации, классификации объектов;
- подведение под понятия, выведение следствий;
- установление причинно-следственных связей;
- построение логической цепи рассуждений, доказательство;
- выдвижение гипотез и их обоснование.

Действия постановки и решения проблем включают формулирование проблемы и самостоятельное создание способов решения проблем творческого и поискового характера.

Коммуникативные универсальные действия обеспечивают социальную компетентность и учёт позиции других людей, партнёра по общению или деятельности, умение слушать и вступать в диалог, участвовать в коллективном обсуждении проблем, интегрироваться в группу сверстников и продуктивно взаимодействовать и сотрудничать со сверстниками и взрослыми. Соответственно в состав коммуникативных действий входят:

- планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками – определение цели, функций участников, способов взаимодействия;

- постановка вопросов – инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации; разрешение конфликтов – выявление, идентификация проблемы, поиск и оценка альтернативных способов разрешения конфликта, принятие решения и его реализация;
- управление поведением партнёра – контроль, коррекция, оценка действий партнёра;
- умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли в соответствии с задачами и условиями коммуникации;
- владение монологической и диалогической формами речи в соответствии с грамматическими и синтаксическими нормами родного языка [Асмолов, 2011].

Каждый учебный предмет в зависимости от содержания и способов организации деятельности учащихся открывает для учителя определенные возможности для формирования УУД. Классификация УУД представлена на рис. 1.

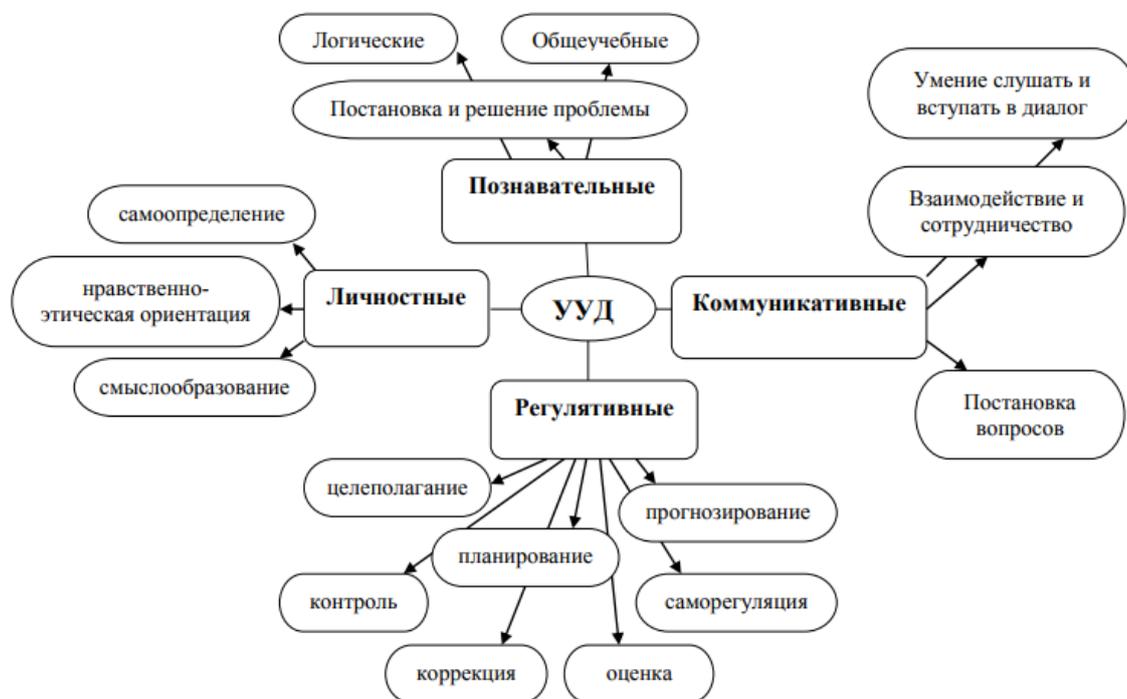


Рис. 1. Классификация универсальных учебных действий

Еще К.Д. Ушинский писал: «Каждый урок должен быть для наставника задачей, которую он должен выполнять, обдумывая это заранее: на каждом уроке он должен чего-нибудь достигнуть, сделать шаг дальше и заставить весь класс сделать этот шаг» [Ушинский, 2005, 134с].

Чтобы сформировать компетентного выпускника во всех потенциально значимых сферах образования и собственно жизнедеятельности, необходимо применять технологии, развивающие познавательную и коммуникативную активность школьников.

При работе в старшей школе хочется отдать предпочтение кейс-технологии. Она основана на предоставлении учащимся информационных образовательных ресурсов в виде специальных наборов (кейсов) учебно-методических материалов, предназначенных для изучения. Учебно-методические материалы предоставляются с использованием различных видов носителей и любыми приемлемыми для организации учебного процесса способами. При этом применение кейс-технологии не требует обязательного компьютерного обеспечения, хотя не исключает его использования на любом этапе работы [Виноградова, 2013].

Добиться на уроке продуктивного самостоятельного общения и взаимодействия, сформировать умение организовывать не только свою учебную деятельность, но и осуществлять продуктивное сотрудничество в коллективе, вырабатывать отношения ответственной зависимости, при которой едино совпадают коллективные, личные и индивидуальные интересы, призвана технология коллективного способа обучения.

Коллективный способ обучения (КСО) – такая организация учебной деятельности, при которой обучение осуществляется путем общения в динамичных (сменных) парах, когда каждый учит каждого.

Коллективный способ обучения направлен на выработку умений самостоятельно изучать литературу по предложенной теме, анализировать изученное и делать обобщенные выводы, логично, связно и последовательно из-

лагать собственные мысли, слушать, получать информацию, обсуждать ее, трудиться в коллективе, контролировать свою учебную деятельность и товарищей по классу [Полат, 1999].

Индивидуализация и дифференциация учащихся – один из ведущих принципов современного обучения, ориентированного на развитие личности обучающегося. На этой основе можно учесть особенности мышления, скорость протекания мыслительных процессов, уровень познавательного интереса, уровень развития личности обучающегося. Предоставление учащимся возможности выбора уже само по себе стимулирует возникновение интереса к предмету, способствует развитию индивидуальных способностей. Такой подход позволяет активизироваться на более углубленное изучение учебного материала и в этом смысле дифференциация отвечает задачам личностно ориентированного образования [Кирсанов, 1982].

Наибольшую эффективность будет иметь такая система подачи знаний, которая предполагает не изложение готовой информации, а ее поиск, как организованный преподавателем, так и самостоятельный. Современные интерактивные технологии в образовании дают возможность применять с этой целью не только учебники, но и ресурсы Интернета. Кроме того, с их использованием может быть организовано взаимодействие как учителя и учеников, так и учеников друг с другом. А роль учителя, применяющего интерактивные технологии в преподавании, сводится не столько к простому изложению знаний, сколько к умению направить познавательные способности учащихся в нужное русло [Быкова, 2015].

Современные образовательные технологии, в том числе кейс-технологии, коллективный способ обучения, дифференцированное обучение, интерактивные технологии учитывают существующие современные требования к организации учебного процесса и воспитания школьников. Практически любая из них предполагает субъективную позицию ребенка в познавательном

процессе, предопределяет возможность свободы выбора, проявления индивидуальных стремлений и развития личности [Джумакаева, 2014].

Современный образовательный процесс направлен на формирование универсальных учебных действий: личностных, предполагающих жизненное, личностное и профессиональное самоопределение обучающихся; регулятивных, обеспечивающих организацию учебной деятельности учеников; познавательных, ориентированных на поиск необходимой информации, ее моделирование, структурирование, анализ, синтез, создание собственного речевого высказывания; коммуникативных, направленных на социальную компетентность, что предполагает умение общаться. Таким образом, все виды универсальных учебных действий позволяют учащимся самостоятельно осуществлять деятельность учения, создают условия для гармоничного развития личности и обеспечивают успешное усвоение знаний, умений, навыков и формирование ключевых компетенций.

## **1.2. Познавательные универсальные учебные действия, формируемые в процессе обучения математике**

Под познавательными действиями понимают такие, которые обеспечивают познание – умственный творческий процесс получения и постоянного обновления знаний, необходимых человеку. В психологии познание обозначает способность к умственному восприятию и переработке внешней информации. Результатом процесса познания является новое знание. То есть знанием человека становится учебная информация, если только она «присвоена» им, прибавлена к наличному умственному опыту, переработана с помощью познавательных действий [Гаврилова, 2001]. В соответствии с деятельностным подходом, действие представляет перечень операций, специально организованных для решения задач определённого типа разной степени обобщённости. Известный российский психолог Н.А. Менчинская отмечала, что

действие, усвоенное учащимися в процессе учебно-познавательной деятельности, становится умением [Менчинская, 1959].

Различные подходы к формированию универсальных учебных действий, в том числе познавательных, рассматривались такими учеными как А.Г. Асмолов, Г.В. Бурменская, И.А. Володарская, О.А. Карабанова, А.В. Хуторской и др.

Как отмечает А.Г. Асмолов, формирование УУД происходит в ходе усвоения обучающимися различных дисциплин, запланированных учебным планом. При этом, в каждом изучаемом предмете и даже в каждой конкретной теме заложены свои особенности формирования УУД, в зависимости от содержания и форм организации учебной деятельности [Щеулова, 2017].

В настоящее время в отечественном образовании наиболее обоснованный набор универсальных учебных действий (в своих работах, автор использует понятие ключевых компетенций) предложил А.В. Хуторской. В работе «Ключевые компетенции как компонент личностно ориентированного образования» А.В. Хуторской дает определение ключевых компетенций и рассматривает иерархию компетенций по месту формирования и применения. В своей классификации он выделяет учебно-познавательную компетенцию, как ключевую компетенцию, направленную на приращение знаний, освоение методов познавательной деятельности, развитие определенных умений и навыков в образовательной деятельности, развитие творческого мышления и самостоятельности в учебной деятельности [Хуторской, 2002].

В соответствии с программой формирования универсальных учебных действий, к познавательным действиям относятся: общеучебные, логические учебные действия и постановка и решение проблем. Их функция – обеспечение успешности усвоения знаний, умений и навыков.

Познавательные общеучебные действия направлены на поиск необходимой информации, структурирование информации и знаний, на выполнение

знаково-символических действий, в том числе моделирования; на выбор способов решения задач [Боженкова, 2013].

Поиск необходимой информации при обучении математике ученики осуществляют при работе с учебной и дополнительной литературой. В настоящее время информация может быть представлена на бумажных и электронных носителях, в том числе в сети Интернет. Успешное использование интернет-ресурсов при освоении математики предполагает наличие у ученика следующих основных умений:

- осуществлять поиск информации о существующих учебных ресурсах (образовательных порталах, сайтах и др.);
- использовать информационно-поисковые системы: электронные каталоги библиотек, поисковые системы в Интернете и т. п., электронные словари и энциклопедии для поиска и получения информации;
- использовать автоматизированные обучающие системы;
- составлять собственный, собранный самостоятельно, каталог учебных и научных интернет-ресурсов.

Формирование указанных умений является задачей процесса обучения информатике. Однако нацеленность процесса обучения математики на использование ресурсов для организации самостоятельной работы учеников вносит свой вклад в совершенствование указанных умений и качества усвоения содержания математики [Боженкова, 2013].

В любом случае информация, полученная в результате поиска – это текстовая информация, которую ученику необходимо самостоятельно переработать, для чего и необходимы познавательные общеучебные действия. Переработка информации включает в себя ее преобразование. Преобразование как интерпретация, организация знаний связана со знаково-символической деятельностью человека, в результате которой информация представляется в виде модели. В процессе преобразования информации происходит ее запоминание, являющееся основой процессов накопления, сохранения ин-

формации и последующего использования знаний. П.И. Зинченко, рассматривая произвольное запоминание как продукт целенаправленной учебно-познавательной деятельности, а произвольное запоминание – как специальную мнемическую деятельность, особое место отводил произвольному запоминанию в процессе обучения. Он сформулировал следующие условия продуктивного произвольного запоминания [Зинченко, 1961]:

- если учебная информация входит в содержание основной цели действия, то она запоминается особенно продуктивно;
- наибольшая успешность произвольного запоминания учебной информации достигается применением активных и содержательных способов работы с ней;
- произвольное запоминание продуктивно, если учащиеся ясно понимают логическую структуру учебной информации и чётко представляют себе её основные важнейшие звенья.

Для выполнения перечисленных условий необходимо владеть специальными действиями преобразования информации – структурирование. Однако в обучении математике не менее важную функцию выполняют такие способы преобразования информации, как достраивание [Шадриков, 2002] и алгоритмизация [Ланда, 1966]. Результат преобразования учебной информации школьного курса математики – определённые учебные модели, представленные в первом столбце табл. 1, которые в когнитивной психологии и в информатике имеют специальные названия: логические, реляционные, семантические и продукционные (второй столбец табл. 1) [Дружинин, 2002]. Для получения учебных моделей необходимы соответствующие им познавательные общеучебные действия, перечисленные в последнем столбце табл. 1.

Трудности, возникающие при обучении математике, связаны, в том числе с недостаточно сформированным умением переходить от одной модели к другой. Если преобразование информации выполняется на основе применения законов логики, то получаются логические модели. Они свя-

занны с логическими познавательными действиями, поэтому типы учебных моделей и операциональный состав соответствующих познавательных учебных действий представлены при рассмотрении логических познавательных действий. Это еще раз подчёркивает взаимосвязь и условность деления познавательных действий, что особенно прослеживается при их формировании [Гальперин, 1971]. Познавательные универсальные действия способствующие преобразованию учебной информации школьного курса математики представлены в табл. 1.

Таблица 1

*Модели представления информации школьного курса математики и познавательные общеучебные действия*

Типы моделей представления учебной информации		Познавательные УД для преобразования (определённым способом) учебной информации школьного курса математики.
в обучении математике (учебные модели)	в психологии	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• схемы определений понятий;</li> <li>• схемы поиска решения задачи (доказательства теоремы);</li> <li>• знаковая модель записи решения задачи (доказательства теоремы)</li> </ul>	логические модели	<i>Структурирование, достраивание</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• составление <i>схемы</i> определения понятия;</li> <li>• <i>составление</i> <i>схемы</i> поиска решения задачи (доказательства теоремы);</li> <li>• <i>выполнение</i> <i>записи</i> решения задачи (доказательства теоремы)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• поисковые области понятий, связанных отношением;</li> <li>• наборы объектов для подведения под понятие;</li> <li>• таблицы, информационные схемы</li> </ul>	реляционные (сообщающие) модели	<i>Структурирование, достраивание</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>составление</i> <i>поисковой</i> области;</li> <li>• <i>составление</i> <i>набора</i> объектов для подведение</li> <li>• <i>под</i> <i>понятие</i>;</li> <li>• <i>составление</i> <i>информационной</i> схемы</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• классификационные и систематизационные схемы</li> </ul>	семантические модели	<i>Структурирование</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>составление</i> <i>классификационной</i></li> </ul>

		(систематизационной) схемы
• предписания для решения геометрических задач определённого класса	продукционные модели	Алгоритмизация • составление предписания для решения задач определённого класса

Познавательные логические учебные действия необходимы для формирования общих способов интеллектуальной деятельности, характерных для математики:

- сравнение;
- подведение под понятие;
- анализ и синтез;
- выведение следствий;
- установление причинно-следственных связей;
- построение логической цепи рассуждения, доказательство [Кезина, 2010].

Рассмотрим эти действия с учётом специфики школьного курса математики.

Сравнение – приём умственной деятельности, познавательное логическое действие, лежащее в основе суждений о сходстве или различии изучаемых объектов [Черкасов, 1985].

Сравнение используется при определении понятия, когда для выделения его существенных признаков необходимо абстрагироваться от несущественных; при поиске общего метода решения задач определённого типа и др.

Представим состав познавательного логического действия «Сравнения»:

1. убедиться, что изучаемые объекты сравнимы;
2. выявить наблюдением свойства изучаемых объектов;
3. установить различные свойства;
4. установить общие свойства объектов – признаки;

5. установить существенные и несущественные признаки;
6. выбрать основание для сравнения (один из существенных признаков);
7. сопоставлять объекты по данному основанию;
8. сформулировать выводы.

Понятие – это форма мышления, в которой отражаются существенные признаки класса однородных объектов или одноэлементного класса [Гетманова, 1986].

Понятие имеет содержание и объём. Содержание понятие – совокупность существенных признаков, перечисленных в определении понятия. Объём понятия – совокупность предметов или объектов, которая мыслится в понятии [Гетманова, 1986]. В школьном курсе геометрии большинство понятий определяется через ближайший род и видовые отличия (около 98 %). В курсе алгебры этот способ определения понятий представлен также достаточно весомо (70 %). Для понятия, которое определяется этим способом, составляется схема определения понятия – логическая учебная модель (табл. 1). Схема представляет перечень следующих компонентов: термин понятия; существенные признаки понятия; изображение объекта, принадлежащего объёму понятия; обозначение объекта. Схема определения понятия – результат применения соответствующего познавательного общеучебного действия, которое заключается в составлении схемы определения понятия (табл. 1). Схемы определения понятий могут быть составлены в символической, словесной записи или в смешанной.

Подведение под понятие – прием умственной деятельности, познавательное учебное действие, заключающееся в установлении наличия у объекта существенных признаков данного понятия. Эти признаки являются достаточными или одновременно необходимыми и достаточными условиями [Талызина, 1995].

Рассмотрим состав познавательного логического действия «Подведение под понятие»:

1. вспомнить определение понятия, под которое подводится исследуемый объект;
2. проверить принадлежность объекта родовому понятию (наличие первого признака);
3. проверить наличие у объекта видовых отличий (остальных признаков);
4. сделать вывод о принадлежности объекта понятию (все признаки выполняются) или непринадлежности (не выполняется хотя бы один признак).

Действие «Подведение под понятие» используется для первоначального закрепления определения изученного понятия, схема которого в процессе обучения уже составлена. Для этого целесообразно использовать набор специальных объектов, принадлежащих исследованию при подведении под понятие.

Таких наборов объектов нет в учебниках, поэтому учителю необходимо знать принцип составления такого набора объектов. Примеры таких наборов приведены во второй главе.

Набор объектов для подведения под понятие – результат применения соответствующего познавательного общеучебного действия «составление набора объектов для подведения под понятие». Это познавательное общеучебное действие необходимо для преобразования учебной информации способом достраивания [Шадриков, 2002].

Если содержание понятия раскрывается в его определении, то объём понятия раскрывается в классификации. Классификационные и систематизационные схемы имеют большое значение для понимания и запоминания учебной информации школьного курса математики.

Способы фиксации связей между объектами могут быть различными: рисунки, словесные формулировки, блок – схемная форма записи.

Классификационная схема как учебная модель (семантическая) является результатом структурирования информации и строится с помощью по-

знавательного общеучебного действия «составление классификационной или систематизационной схемы взаимосвязи понятий».

С.Л. Рубинштейн отмечал, что в мыслительном процессе синтез непрерывно переходит в анализ и, наоборот, при этом сравнение можно охарактеризовать как анализ, который проходит посредством синтеза и ведёт к некоторому обобщению – к новому синтезу [Рубинштейн, 2000].

Анализ – приём умственной деятельности, познавательное логическое действие, лежащее в основе мысленного расчленения изучаемых объектов.

Синтез – приём умственной деятельности, познавательное логическое действие, лежащее в основе мысленного соединения в единое целое частей или признаков изучаемых объектов, полученных в процессе анализа.

При обучении математике анализ и синтез выступают в самых разнообразных формах и имеют специфику, связанную с содержанием учебной информации, подлежащей изучению. Они выступают как методы решения задач, доказательства теорем, изучения свойств математических понятий и др.

Так, например, познавательное логическое действие «Анализ формулировки теоремы (текста задачи)» имеет состав:

1. прочитать формулировки теоремы (прочитать текст задачи и перейти к пункту 5);
2. сформулировать теорему в терминах «если..., то...»;
3. выяснить, какая часть суждения от слова «если» до слова «то» является разъяснительной частью, а какая – условием теоремы;
4. часть суждения после слова «то» - заключение теоремы;
5. перевести выявленные составляющие теоремы (задачи) на символичный язык: записать «Дано», «Доказать» («Найти», «Построить»);
6. при необходимости выполнить чертёж в соответствии с условием [Боженкова, 2013].

Выведение следствий из факта принадлежности объекта объёму данного понятия – приём умственной деятельности, познавательное логическое действие, заключающееся в указании существенных признаков объекта, если известно, что он входит в объём данного понятия. Указанные признаки являются необходимыми [Талызина, 1995]. Действие «Выведение следствий» основано на использовании сравнения, анализа и синтеза с учётом специфики предмета математики.

Кроме этого следствия выводятся из условия задачи (теоремы), что является необходимым условием успеха при доказательстве теорем и решении задач. Теорему можно рассматривать как базовую задачу на доказательство, поэтому все познавательные логические действия, относящиеся к задачам, применимы при доказательстве теорем. Познавательное логическое действие «Выведение следствий из условия задачи» заключается: в раскрытии терминов всех понятий, которые входят в условие задачи; в использовании теорем-свойств до тех пор, пока не будет выведено требование задачи.

Познавательное логическое действие «Выведение следствий из требования задачи» заключается в раскрытии терминов понятий, содержащих в требовании задачи; в использовании теорем-признаков этих понятий до тех пор, пока не будет выведено условие задачи. Это познавательное логическое действие используется при решении более сложных задач, когда предыдущее действие не дало результатов [Кабанова-Меллер, 1986].

Два выше описанных познавательных логических действий имеют много общего, их отличие состоит в том, что в первом рассуждения ведутся от условия к требованию. А во втором – от требования к условию, а также в использовании теорем-свойств и теорем признаков.

При решении достаточно сложных задач чаще всего используется познавательное логическое действие «Последовательное выведение следствий из требования и условия задачи». Представим состав этого действия:

1. выполнить анализ текста утверждения, выделив условия и требование задачи;
2. вывести следствия из условия задачи; получить промежуточное условие;
3. вывести следствия из требования задачи: получить промежуточное требование;
4. вывести следствия из промежуточного условия;
5. вывести следствия из промежуточного требования;
6. применять шаги 4 и 5 до тех пор, пока поиск не закончится успешно;
7. составить план решения задачи [Боженкова, 2013].

Установление причинно-следственных связей и построение логической цепи рассуждений, доказательства тесно взаимосвязаны. Рассмотренные выше познавательные логические действия вносят свой вклад в формирование действий, связанных с доказательством утверждений.

В математике под доказательством понимают цепочку дедуктивных умозаключений, устанавливающих истинность некоторого утверждения на основе аксиом, определений, теорем и правил определенной теории. Дедуктивное умозаключение – это такое умозаключение, у которого между посылками и заключением имеется отношение логического следования [Гетманова, 1986].

Средством формирования познавательного универсального действия «Постановка и решение проблем» является проблемное обучение. Под проблемным обучением понимается организация учебного процесса, предполагающая создание в сознании учащихся под руководством учителя проблемных ситуаций и организацию активной самостоятельной деятельности учащихся по их разрешению, в результате чего и происходит творческое овладение знаниями, умениями, навыками и развитие мыслительных способностей [Стефанова, 2014].

Кроме того, детальное изучение структуры познавательных УУД необходимо для разработки валидных средств измерения уровней освоения тех или иных действий. Л.В. Шкерина предлагает в качестве базисных познавательных УУД выделять следующие:

- формулирование цели;
- анализ, обобщение, формулирование вывода;
- моделирование;
- установление причинно – следственных связей;
- выдвижение гипотез и их обоснование.

Также автор выделяет критерии сформированности указанных базисных познавательных УУД: когнитивный – наличие системы знаний о средствах и способах выполнения УУД; деятельностный – освоение совокупности действий, составляющих структуру базисных УУД; мотивационный – отражает понимание и положительную оценку обучающимися значимости освоения базисных УУД [Шкерина, 2017].

Можно сказать, что познавательные УУД отличаются от мыслительных операций широтой охвата способов действия учащегося. То, что подразумевается под мыслительными или логическими операциями входит в состав логических УУД, являющихся частью познавательных УУД. Но понятие «логические УУД» и «мыслительные операции» не тождественны, т.к. содержание познавательных логических УУД несколько шире. Логические УУД опираются на мыслительные операции, включают в себя их, но ими не ограничиваются, что видно из указанной ниже классификации на рис. 2 [Тумашева, 2016]. Кроме того, логические УУД включают в себя сложное логическое действие постановки и решения задач, которое базируется на сформированности логических операций – умении анализировать объект, осуществлять сравнение, выделять общее и различное, осуществлять классификацию, устанавливать аналогии.



Рис. 2. Классификация познавательных УУД

Таким образом, логические УУД являются теми основными операциями, на которые опираются все познавательные процессы, поэтому в данной работе они заслуживают отдельного внимания.

### 1.3. Организационно-методические условия формирования познавательных учебных действий в процессе обучения геометрии

Реформы в образовании идут непрерывно, однако, урок пока остаётся главной формой обучения. Участниками образовательного процесса по-прежнему остаются ученик и учитель. Поэтому, очень важно понимать, как можно организовать формирование описанных в предыдущем параграфе познавательных универсальных учебных действий находясь в рамках классно-урочной системы.

Напомним состав познавательных универсальных учебных действий:

- общеучебные;
- логические учебные действия;
- постановка и решение проблем.

Формирование общеучебных познавательных универсальных учебных действий осуществляется путем подбора заданий, для которых правильные результаты решений нельзя найти в готовом виде в учебнике. Вместе с этим в иллюстрациях и текстах присутствуют подсказки, воспользовавшись которыми, обучающийся может верно решить задачу [Боженкова, 2013].

В рамках поиска и выделения необходимой информации, структурирования знаний используются различные педагогические техники. Например, ученики могут готовить свои примеры к новому материалу или придумывать свои задачи, выдвигать идеи по применению изученного материала. Учитель максимально использует ситуации, в которых ученики могут ему помочь. Он предлагает ученикам разработать материал, который применим для дальнейшего использования на уроках (это могут быть задания для контрольной работы, кроссворд на повторение). Ученики составляют списки контрольных вопросов ко всей изученной теме. Затем одни ученики задают свои вопросы, другие (по вызову учителя или спрашивающего одноклассника) отвечают на них, ученики могут попарно отвечать на вопросы друг друга. Также можно провести конкурс списков вопросов [Темербекова, 2015].

Переходя к вопросу о формировании логических познавательных универсальных действий нужно учитывать их состав: сравнение; подведение под понятие; анализ и синтез; выведение следствий; установление причинно-следственных связей; построение логической цепи рассуждения, доказательство.

О важности сравнения писал ещё К.Д. Ушинский: «Сравнение – основа всякого понимания и мышления», «Все вещи познаются в сравнении» [Ушинский, 2005]. Кроме того, необходимо добавить, что сравнение является базой таких логических приёмов, как группировка, классификация и систе-

матизация предметов и явлений. Используя сравнение, человек может постичь особенности не только единичного нового предмета, но и целых групп незнакомых предметов.

Осуществление сравнения, как и большинства логических операций, вызывает у школьников ряд затруднений. Наиболее типичными являются неспособность школьников адекватно выбрать сравниваемые признаки, а также подмена сравнения рассказом сначала об одном из сравниваемых объектов или явлений, а потом - о другом [Менчинская, 1989].

Как в процессе обучения приёму сравнения, так и при проверке его сформированности целесообразно использовать различные сравнительные таблицы. Преодолеть первый из названных недостатков помогает сравнительная таблица, в которой в первом столбце указываются признаки для сравнения. На начальных этапах обучения школьников данной операции можно предложить учащимся заполнить пропуски в таблице. На последующих этапах работы можно использовать «заготовки» таблиц, где перечислены только сравниваемые признаки; на завершающих этапах школьники определяют их самостоятельно [Ковынева, 2010].

С точки зрения формирования логических познавательных универсальных учебных действий, вместе со сравнением целесообразно использовать логическую операцию – обобщение, т.е. вычленение у сравниваемых объектов не только специфических, но и общих черт. Определение черт сходства даётся обучающимся с большим трудом, так как обобщение является объективно более сложной операцией, поскольку общие признаки, в силу своей кажущейся очевидности, меньше «бросаются в глаза», по сравнению с различиями.

Сравнение можно проводить, организуя деятельность учащихся с различными источниками геометрической информации, в том числе текстом учебника. Сравнивать между собой возможно не только геометрические объекты, их отдельные свойства, но и понятия. Сравнение можно осуществлять

на любом из этапов урока: при опросе, изучении нового материала, закреплении [Боженкова, 2013].

В процессе изучения школьного курса геометрии учителя часто проводят классификацию геометрических объектов, процессов. Причём целесообразно использовать и обратные задачи: определить объект, процесс по заданным признакам. Кроме того, можно использовать задания на «изъятие лишнего слова». Учащиеся при выполнении такого рода заданий должны понимать, что «лишним» может оказаться любое слово (термин). Это определяется выбранным признаком.

Любопытно, что со временем некоторые из школьников при выборе классификационного признака могут выходить за рамки определённой предметной области. Подобные проявления школьниками гибкости собственного ума должны непременно приветствоваться и поощряться учителем [Пидкасистый, 1980].

Логическая операция «подведение под понятие» позволяет выявить уровень владения школьником тем или иным понятием. Она основана на знании учащимися определения понятия и мысленном соотнесении признаков исследуемого объекта или явления с существенными признаками данного понятия. При этом рассматриваемый объект соответствует данному понятию, если для него характерны все существенные признаки [Боженкова, 2013].

Во втором параграфе говорится о наборе специальных объектов, принадлежащих исследованию при подведении под понятие. Стоит отметить, что этот набор объектов может быть использован не на заключительном этапе введения понятия в качестве средства для первоначального закрепления определения понятия (когда схема понятия уже известна), а на начальном – когда организуется активная учебно-познавательная деятельность учащихся, направленная на «открытие знания». В идеале соответствующие

наборы объектов для подведения под определённые понятия могут создавать сами ученики.

Такое умение, как выведение следствий, основывается на дедуктивных умозаклечениях. Они возможны в ситуации, при которой имеются два утверждения, с учётом которых, с необходимостью, следует третье. Приведём пример классической логической задачи. Первое утверждение: «Все люди – смертны»; второе утверждение: «Сократ – человек». Сопоставив два первых положения, можно сформулировать дедуктивное умозаключение: «Сократ смертен» [Боженкова, 2013].

Подобные задания могут быть сконструированы и на геометрическом материале. При этом необходимо учитывать, что вначале формулируется некоторая закономерность, касающаяся всех объектов или процессов, данного класса, а затем констатируется принадлежность объекта или процесса к рассматриваемому классу.

В методической литературе подобные задания до недавнего времени встречались не часто, поэтому учителю необходимо конструировать их самостоятельно. При кажущейся лёгкости составления подобных заданий в них не редко случаются как логические, так и смысловые ошибки.

Одним из важнейших среди интеллектуальных умений является установление причинно-следственных связей. Среди типичных недостатков усвоения школьниками такого материала можно выделить следующие:

- школьники путают причину и следствие;
- при рассуждениях из цепочек связей выпадают промежуточные звенья, в результате чего они теряют стройность, а иногда смысл;
- при характеристике геометрических объектов, вместо объяснения их особенностей, учащиеся перечисляют факты или подменяют объяснение тавтологией.

Одним из первых шагов в формировании умения решать подобные задачи является задание, когда в виде простой двухзвенной схемы (причина –

следствие) требуется изобразить название темы урока. Более сложными являются задания, в которых увеличивается число звеньев в цепочках связей [Рыжова, 2013].

Ещё один интересный тип заданий – это задания, основанные на оценочных суждениях.

Оценка – как умственное действие – базируется на знании о свойствах объекта или явления и, подобно другим логическим операциям (сравнение, подведение под понятие) требует, повышенного уровня владения учебным материалом. Чтобы сформулировать отношение к объекту или явлению, необходимо усвоить информацию о них.

Аргументируя собственную точку зрения, учащемуся необходимо рассказать об особенностях оцениваемого объекта или о его свойствах, а затем вынести оценочное суждение (хорошо – плохо; много – мало; достаточно – недостаточно; выгодно – невыгодно и т.д.). В отдельных случаях последовательность действий может быть обратной: вначале школьник даёт оценку, а затем её обосновывает [Пятунин, 2015].

Формировать культуру решения задач и доказательства теорем, а значит, и формировать умения осуществлять анализ, синтез, строить логические цепи рассуждений можно через построение общей схематической модели решения, т.е. алгоритма. «Самое трудное в решении любой задачи – планирование своих действий. Если есть алгоритм, значит, есть программа действий, а потому трудности носят чаще всего технический, а не принципиальный характер», – писал А.Г. Мордкович [Мордкович, 2015].

Алгоритм – это система операций, применяемая по строго определенной схеме, правилам, которая после последовательного их выполнения приводит к решению поставленной задачи.

Мы недооцениваем способности детей к прогнозированию, составлению моделей деятельности, планированию. А они обнаруживаются в раннем возрасте: трёхлетние и четырёхлетние дети планируют свои игры без взрос-

лых. А в школе эти способности не развиваются – за них всё решают учителя и взрослые. Необходимо учить детей выделять главные моменты в своих действиях; намечать последовательность выполнения работы; выбирать способы и приёмы, которыми рациональнее пользоваться.

Алгоритм необходимо составлять вместе с учащимися. И хотя время затрачивается больше, это оправдывается более высоким развивающим эффектом. Развивается мыслительная деятельность учащихся через напряжение умственных сил, способности их к прогнозированию. Школьники учатся самостоятельно продумывать и составлять план деятельности, переносить его на новый материал, совершенствовать. Ведомый учителем ученик становится ведущим на уроке [Еремеева, 2017].

Увеличение умственной нагрузки на уроках геометрии заставляет задуматься над тем, как поддержать у учащихся интерес к изучаемому материалу, их активность на протяжении всего урока. Не стоит оставлять без внимания такую технологию как лабораторные работы, которые больше характерны для предметов естественно – научного цикла. Использование таких работ позволяет оптимизировать учебный процесс, то есть достичь наилучшего результата с наименьшей затратой времени.

Преимущества данной технологии очень велики и с точки зрения формирования познавательных универсальных учебных действий.

Решение экспериментальных задач, способствует формированию следующих умений:

- умение проводить наблюдения и описывать их;
- задавать вопросы и находить ответы на них опытным путем;
- проводить измерения при помощи наиболее часто используемых приборов, а так же используя специальное программное обеспечение;
- представлять результаты измерения в виде таблиц;

- делать выводы на основе наблюдений, находить простейшие закономерности и сознательно использовать их для решения различных задач, в том числе прикладного характера [Стефанова, 2014].

Использование интерактивных технологий на уроках геометрии так же позволяет преодолевать сложности, возникающие в процессе обучения.

Сущность интерактивного обучения заключается в том, что учитель организует учебно-познавательную деятельность обучающегося таким образом, что ученик, опираясь на свои потенциальные возможности и уже полученные знания, самостоятельно разрешает определённые ситуации, проблемы в процессе взаимодействия «ученик – информация», «ученик – ситуация», «ученик – знания», «ученик – проблемы», «ученик – ученик», «ученик – группа» и т.д. [Матросов, 2000].

В методе основным является характер заданий, а форма организации деятельности лишь определяет внешнее проявление общения, возможность группового, коллективного обсуждения полученного продукта, сформулированной мысли, доказательства своей точки зрения и т.д. [Прокопова, 2017].

Овладение опытом осуществления любого вида действий предполагает выполнение соответствующих упражнений. Логические действия или интеллектуальные умения в данном случае не являются исключением.

Мы предлагаем в качестве базовой формы обучения на уроках геометрии использовать такое средство обучения как *интерактивные лабораторные работы*. Их интерактивность заключается в изменении стандартной формы лабораторной работы за счет использования интерактивных технологий, а также цифровых образовательных ресурсов. Кроме того, данное средство позволяет осуществлять процесс познания и исследования геометрических объектов современными способами.

Разработка и выполнение таких лабораторных работ предполагает определённые временные затраты. За это время учитель мог бы представить учащимся существенно больший объем информации. Однако школьник в

лучшем случае усвоил бы только эту информацию, т.е. были бы достигнуты в основном предметные результаты.

Для оценки интерактивных лабораторных работ мы рекомендуем использовать такую технологию, как формирующее оценивание. Формирующее оценивание – это стратегия обучения, при которой у обучающихся есть возможность наблюдать свои успехи и ошибки, самостоятельно управлять своим обучением. При этом каждый урок должен иметь цель и критерии ее достижения. Причем цель должна быть конкретная, измеримая, достижимая и значимая. Ученикам может быть неясно, как достичь цели, которую называет учитель, поэтому педагог должен выделять понятные критерии достижения данной цели [Быкова, 2017]. Эта технология описана нами во второй главе.

Таким образом, можно выделить следующие организационно-методические условия формирования познавательных универсальных учебных действий в процессе обучения математике:

- Создание условий для возникновения вопросов и проблем у учащихся (стимулирование творческого звена мыслительного процесса).
- Рефлексия мыслительного процесса, достижение высокого уровня понимания решения.
- Обеспечение эмоционального благополучия детей.
- Удовлетворение познавательной потребности.
- Удовлетворение познавательной потребности в межличностном общении.
- Развитие способности к самоуправлению своей деятельностью – рефлексивной саморегуляции.
- Дифференциация и индивидуализация содержания обучения.
- Дифференциация и индивидуализация помощи учителя обучающимся.

- Применение технологии формирующего оценивания.

## ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ I

Математика является одним из основных предметов общеобразовательной школы: она обеспечивает изучение других дисциплин. Развитие логического мышления учащихся при обучении математике способствует усвоению предметов гуманитарного цикла. Совокупность методик и технологий (в том числе интерактивных техник и лабораторных работ) позволяют заниматься всесторонним формированием личности учащихся средствами предмета «Математика», в частности средствами предмета «Геометрия».

Познавательные универсальные учебные действия – это система способов познания окружающего мира, построение самостоятельного процесса поиска, исследования и совокупность операций по обработке, систематизации, обобщению и использованию полученной информации.

В процессе изучения геометрии осуществляется знакомство с математическим языком, формируются речевые умения: дети учатся высказывать суждения с использованием геометрических терминов и понятий, формулировать вопросы и ответы в ходе выполнения задания, доказательства верности или неверности выполненного действия, обосновывают этапы решения учебной задачи.

Для формирования познавательных универсальных учебных действий мало применить какую-то одну определенную технологию. Необходимо интегрировать различные техники. Одним из таких средств являются интерактивные лабораторные работы.

Конкретизируем содержание познавательных универсальных учебных действий, которые формируются на уроках геометрии, посредством использования интерактивных лабораторных работ:

- осознание, что такое свойства предмета – общие, различные, существенные, несущественные, необходимые, достаточные;

- моделирование;
- использование знаково-символической записи математического понятия;
- овладение приёмами анализа и синтеза объекта и его свойств;
- использование индуктивного умозаключения;
- выведение следствий из определения понятия;

В настоящее время, в век компьютеров и новых технологий, для достижения результатов, важно, в первую очередь, инициировать у детей собственные вопросы: «Чему мне нужно научиться?» и «Как мне этому научиться?». Для решения этой задачи оценка интерактивных лабораторных работ базируется на формирующем оценивании. Кроме того интерактивность, которая заложена в данных работах, за счет применения ИКТ – технологий, позволяет обучающимся осуществлять обратную связь, рефлексию на высоком уровне.

И самое главное – заложенные в Федеральном государственном образовательном стандарте второго поколения основы формирования универсальных учебных действий подчеркивают ценность современного образования – школа должна побуждать молодежь принимать активную гражданскую позицию.

## **ГЛАВА II. Методика формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся 7 класса на основе использования комплекса интерактивных лабораторных работ**

### **2.1. Методическое обеспечение формирования познавательных универсальных учебных действий в процессе обучения геометрии**

Формировать познавательные универсальные учебные действия должны все предметы учебного плана, но большая роль в этом процессе отводится учебному предмету математике, в частности геометрии. При обучении геометрии, в первую очередь, развиваются такие свойства интеллекта, как:

- математическая интуиция (на методы решения задач, на образы, свойства, способы доказательства, построения);
- логическое мышление (понимание понятий и общепонятийных связей, владение правилами логического вывода, понимание и сохранение в памяти важных доказательств);
- пространственное мышление (построение пространственных абстракций, анализ и синтез геометрических образов, пространственное воображение);
- техническое мышление, способность к конструктивно-математической деятельности (понимание сущности скалярных величин, умение определять, измерять и вычислять длины, площади, объемы геометрических фигур, умение изображать геометрические фигуры и выполнять геометрические построения, моделировать и конструировать геометрические объекты);
- комбинаторный стиль мышления (поиск решения проводится на основе целенаправленного перебора возможностей, круг которых ограничен определенным образом);

- алгоритмическое мышление, необходимое для профессиональной деятельности в современном обществе;
- владение символическим языком математики (понимание математических символов, умение записывать в символической форме решения и доказательства);
- общие математические способности школьников (способности к абстрагированию и оперированию формальными структурами, обобщению) [Егупова, 2011].

Формирование познавательных действий, определяющих умение ученика выделять тип задач и способы их решения: ученикам предлагается ряд задач, в котором необходимо найти схему, отображающую логические отношения между известными данными и искомыми. Предметом ориентировки и целью решения математической задачи становится не конкретный результат, а установление логических отношений между данными и искомыми, что обеспечивает успешное усвоение общего способа решения задач.

В процессе вычислений, измерений, поиска решения задач у учеников формируются основные мыслительные операции: анализ, синтез, классификация, сравнение, аналогия и т.д., умение различать обоснованные и необоснованные суждения, объяснять этапы решения учебной задачи, производить анализ и преобразование информации. При этом, обучающиеся используют при решении разных математических задач простейшие предметные, знаковые, графические модели, таблицы, диаграммы, создавая и преобразовывая их в соответствии с содержанием задания [Рыжова, 2013].

Для формирования перечисленных качеств и умений у обучающихся, существуют различные педагогические техники, обзор которых представлен в первой главе данной работы. Но ни одна из них не проработана детально, не включает конкретные задания, конкретные техники оценивания полученного результата. В связи с этим в качестве методического обеспечения формирования познавательных универсальных учебных действий в процессе

обучения геометрии мы предлагаем комплекс интерактивных лабораторных работ по геометрии, который содержит не только конкретные задания, но и критериально-оценочный аппарат.

Интерактивная лабораторная работа – это техника, которая объединяет в себе интерактивные технологии и такую форму получения и усвоения знаний как лабораторная работа.

Многие авторы методических пособий и учителя считают, что к «лабораторным» работам по геометрии следует отнести те самостоятельные работы учащихся, которые выполняются посредством наблюдений, сравнений, измерительных и вычислительных инструментов, составления таблиц, вычерчивания графиков, исследования математических формул, чертежей, фигур, с целью установления новых для учащихся математических фактов, являющихся основой для теоретических выводов и обобщений, и, впоследствии, получающее, по необходимости, строгое логическое доказательство.

На уроках геометрии могут быть использованы такие типы лабораторных работы, как:

- лабораторная работа, нацеленная на ознакомление с новым материалом;
- лабораторная работа, нацеленная на закрепление изученного материала;
- лабораторная работа, нацеленная на применение знаний и умений;
- лабораторная работа, нацеленная на обобщение и систематизацию знаний.

На уроке ознакомления с новым материалом могут быть проведены лабораторные работы, после выполнения которых, можно высказать определенную догадку, гипотезу о рассматриваемой зависимости. Ученикам предоставляется возможность самостоятельно сделать вывод о том или ином математическом факте [Талых, 2010].

На уроке закрепления изученного материала можно включить лабораторные работы, в которых требуется применить знания для решения определенной практической задачи. Таким образом, учащиеся вспоминают уже изученные факты и применяют их на практике.

Помимо решений задач с использованием различных теорем, в лабораторных работах могут использоваться задачи на измерения. В этих задачах требуется измерить длины отрезков, углы, площади многоугольников и прочее.

На уроках обобщения и систематизации знаний и уроках проверки и коррекции знаний и умений могут быть приведены лабораторные работы, в которых требуется применить знания для решения определенной практической задачи [Темербекова, 2015].

Также можно разделить все лабораторные работы по видам используемых средств на занятии. Например, можно выделить лабораторные работы на измерения, то есть лабораторные работы с использованием различных измерительных инструментов, или лабораторные работы с применением информационных технологий.

Виды лабораторных работ на уроках геометрии:

- лабораторные работы по обучению использованию чертежных и измерительных инструментов;
- на измерения;
- на конструирование;
- с использованием ИКТ [Лященко, 1988].

Лабораторные работы с использованием ИКТ призваны реализовать в процессе использования лабораторных работ, принципы интерактивного обучения.

Слово «интерактив» пришло к нам из английского от слова «interact». «Inter» — это «взаимный», «act» — действовать. Интерактивность — означает способность взаимодействовать или находиться в режиме беседы, диа-

лога с кем-либо (человеком) или чем-либо (например, компьютером) [Ковынева, 2010].

Интерактивное обучение – это специальная форма организации познавательной деятельности, способ познания, осуществляемый в форме совместной деятельности обучающихся. Все участники взаимодействуют друг с другом, обмениваются информацией, совместно решают проблемы, моделируют ситуации, оценивают действия других и свое собственное поведение, погружаются в реальную атмосферу делового сотрудничества по разрешению проблемы. Одна из целей состоит в создании комфортных условий обучения, таких, при которых ученик чувствует свою успешность, свою интеллектуальную состоятельность, что делает продуктивным сам процесс обучения [Матросов, 2000].

Ученик становится полноправным участником учебного процесса, его опыт служит основным источником учебного познания. Педагог не даёт готовых знаний, но побуждает участников к самостоятельному поиску и выполняет функцию помощника в работе [Виноградова, 2013].

Таким образом, интерактивные лабораторные работы это лабораторные работы, выполнение которых обучающиеся осуществляют в определенной компьютерной среде, где они могут получить быструю обратную связь, рефлексию своей деятельности. Так как данные работы можно выполнять в парах, то применение их на уроках геометрии играет еще и важную роль в процессе формирования коммуникативных навыков.

Кроме того, наглядность в обучении играет важную роль, а использование компьютера прекрасно демонстрирует ученикам и свойства графиков функций, и разнообразие многогранников и др.

Проведение интерактивных лабораторных работ с обучающимися вносит разнообразие в уроки геометрии; повышает активность и самостоятельность обучающихся на уроке; способствуют повышению качества знаний

обучающихся по геометрии; делает абстрактные теоретические положения понятными, доступными, наглядными.

## **2.2. Комплекс интерактивных лабораторных работ по геометрии для обучающихся 7 класса**

В данном параграфе представлен комплекс интерактивных лабораторных работ по геометрии для обучающихся 7 класса по теме «Задачи на построение».

Задачи на построение циркулем и линейкой являются традиционным материалом, изучаемым в курсе планиметрии.

Набор простейших задач на построение в различных пособиях для школы примерно одинаков, хотя порядок рассмотрения этих задач может быть различным.

К простейшим обычно относятся следующие задачи на построение:

- построение отрезка, равного данному отрезку;
- построение угла, равного данному углу;
- построение биссектрисы угла;
- деление отрезка пополам;
- построение прямой, проходящей через данную точку и перпендикулярной данной прямой.

Эти задачи изучаются в 7 классе – глава II «Треугольники». На изучение данной темы отводится 3 часа. В результате изучения темы ученики должны научиться решать задачи на построение с помощью циркуля и линейки, уметь доказывать правильность выполняемых операций.

Познавательные логические учебные действия и общеучебные действия, формируемые в процессе выполнения комплекса интерактивных лабораторных работ:

- поиск и выделение необходимой информации;

- умение осознанно и произвольно строить речевое высказывание в письменной форме;
- рефлексия способов и условий действия;
- контроль и оценка процесса и результатов деятельности;
- умение адекватно, сжато, выборочно передавать содержание текста, информации;
- анализ и синтез;
- выведение следствий;
- установление причинно-следственных связей;
- построение логической цепи рассуждения, доказательство.

Представим некоторые методические рекомендации по использованию данного комплекса интерактивных лабораторных работ. Оборудование необходимое для использования комплекса: тетрадь для лабораторных работ (18 листов), ноутбук с установленной на нем программой «GeoGebra».

Стоит отметить, что обучающиеся перед проведением данных лабораторных работ должны быть ознакомлены с интерфейсом программы. Для этого необходимо выделить 1–2 урока, можно совместно с учителями информатики, в рамках знакомства с «предметными» программами.

Кабинет математики должен быть оснащен минимальным количеством ноутбуков (один на парту), так как данные работы можно выполнять как самостоятельно, так и в парах.

Каждая работа состоит из вводной части, в которой указываются цели выполнения данной работы и данные обучающегося, выполняющего данную работу. Три основных этапа выполнения работы:

- первый этап – непосредственное выполнение шагов построения в «GeoGebra» после чего следует оформление специально отведенного окна для записи этапов построения;

- второй этап – осуществление доказательства по заранее подготовленной модели и оформление окна для записи доказательства;
- третий этап – проведение построений, используя геометрические инструменты в специальном окне для оформления чертежа.

Лабораторные работы в данном параграфе, сопровождаются иллюстрациями конфигураций в программе «GeoGebra» которые соответствуют каждому шагу работы на этапах построения и доказательства.

Система оценивания интерактивных лабораторных работ заключается в заполнении учениками и учителем листов достижений для каждой работы. Естественно, что в процессе заполнения данного листа обучающиеся формируют познавательное универсальное учебное действие №4. Лист достижений ученика в процессе выполнения интерактивной лабораторной работы представлен в таблице 2.

*Таблица 2*

*Лист достижений ученика \_\_\_\_\_ в процессе выполнения интерактивной лабораторной работы № \_\_\_\_\_*

<b>Учебные действия ученика: Вы...</b>	<b>Самооценка</b>	<b>Оценка учителя</b>
1. Различаете фигуры, изображенные на чертеже, и записываете «Дано»; 2. Моделируете задачу на построение с помощью чертежа и дополняете чертеж в процессе решения задачи; 3. Выводите следствия, осуществив измерения объектов; 4. Анализируете готовую модель, изменяя величину одного из объектов; 5. Осуществляете поиск и выделение необходимой информации из модели, структурируете информацию (отслеживаете шаги построения);		

Учебные действия ученика: Вы...	Самооценка	Оценка учителя
6. Записываете решение задачи на построение, используя готовую схему; 7. Выводите следствия из условия задачи; 8. Выводите следствия из требования задачи; 9. Заполняете пропуски в доказательстве построения; 10. Иллюстрируете построение модели самостоятельно на бумаге или в среде «GeoGebra»; 11. Оцениваете свою итоговую деятельность по данным объективным критериям; 12. Планируете коррекцию учебно-познавательной деятельности.		

### Лабораторная работа № 1. «Построение отрезка, равного данному»

**Цель:** Научиться строить отрезок равный данному отрезку; развивать логическое мышление; воспитывать аккуратность, упорство в достижении цели, правильную самооценку.

**Оборудование:** ноутбук с установленным программным обеспечением «GeoGebra», циркуль, линейка без шкалы, карандаш, цветные карандаши.

**Ф.И.** \_\_\_\_\_

**Дата выполнения работы:** \_\_\_\_\_

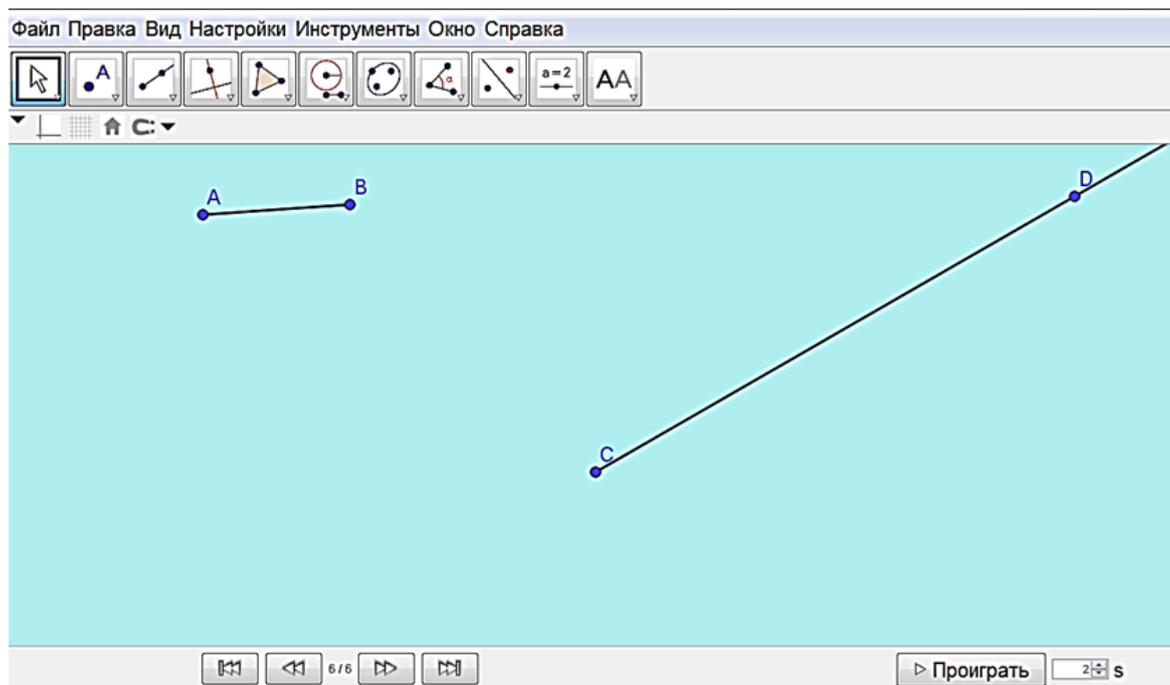
**Этапы выполнения работы:**

1. Выполнить шаги построения в программе «GeoGebra».
2. Доказать, что получившийся отрезок искомый.
3. Осуществить аналогичные шаги построения, используя циркуль и линейку.
4. Сделать вывод.

### *Ход работы:*

Этап 1:

- В папке «Лабораторные работы по геометрии» откройте файл «Отрезок», ознакомьтесь с тем, какие фигуры уже изображены на чертеже (рис. 3). Запишите «Дано» в окне «Этапы построения».



*Рис. 3.*

- Инструментом «Циркуль» постройте окружность 1 радиуса  $AB$  с центром в точке  $C$  (рис. 4).
- Отметьте точку пересечения данной окружности с лучом  $CD$  (рис. 5).
- Постройте отрезок  $CE$  (рис. 6).
- Инструментом «Расстояние или длина» измерьте отрезки  $AB$  и  $CE$  (рис. 7).  
Сделайте вывод.
- Изменяя длину отрезка  $AB$ , проследите, как изменяется длина отрезка  $CE$  (рис. 8). Сделайте вывод.

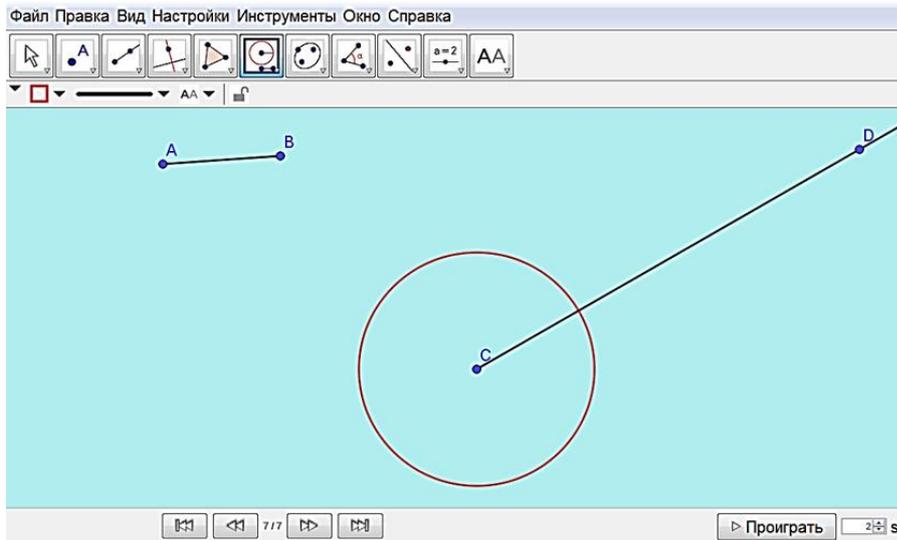


Рис. 4.

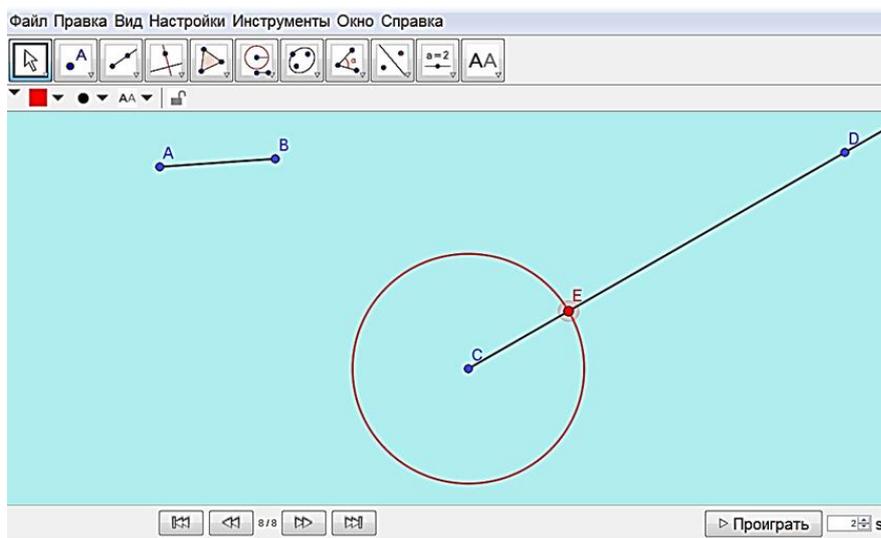


Рис. 5.

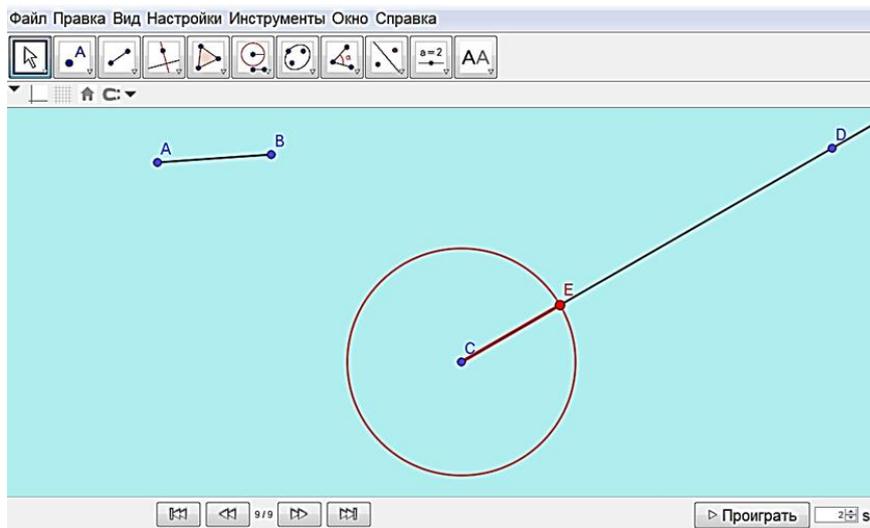


Рис. 6.

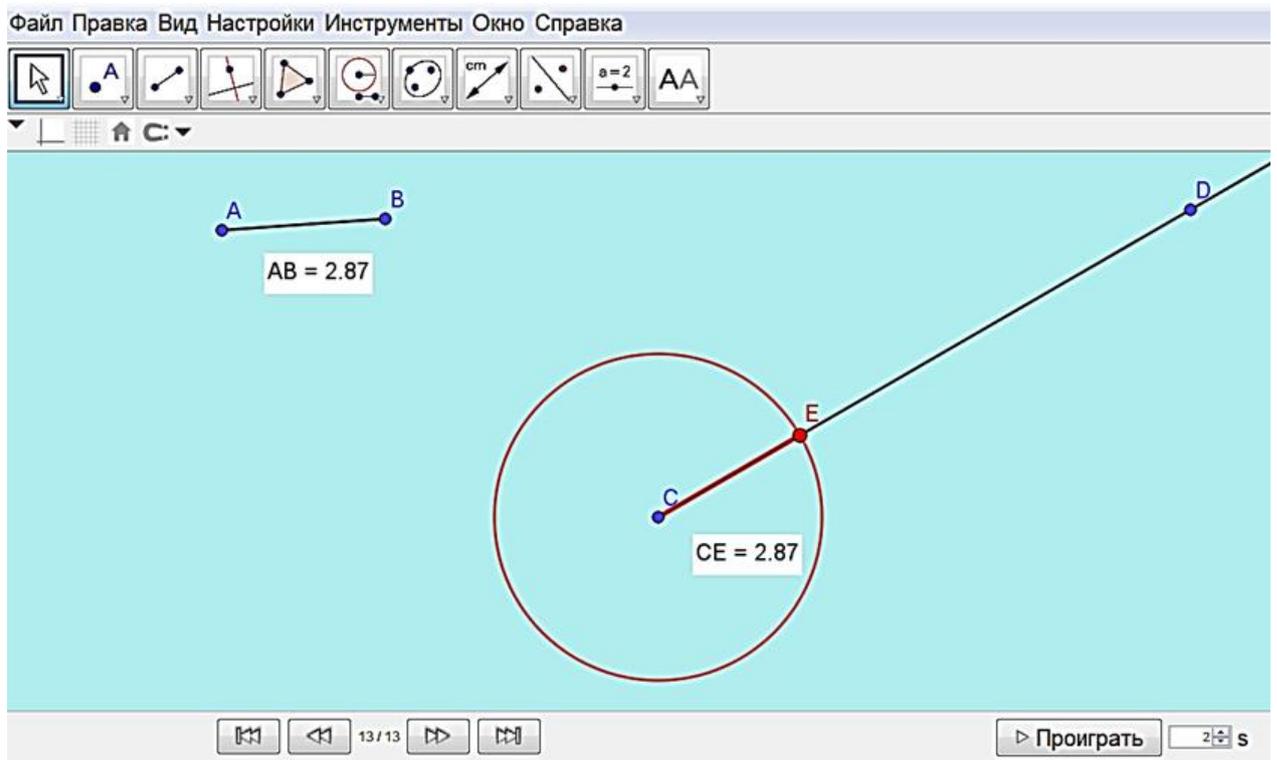


Рис. 7.

- Проиграйте построение еще раз и проследите за шагами построения. Запишите шаги построения, заполнив пропуски в окне «Этапы построения».

*Этапы построения:*

Дано:	Построение:
$AB$ -отрезок;	1. Окружность1 (___;___);
$CD$ -луч.	2. Окружность1 $\cap$ $CD$ = ___;
Построить:	3. Отрезок ___ - искомый.
$CE$ -отрезок;	
$CE = AB$ .	

Этап 2:

- Откройте файл «Отрезок-доказательство», проанализируйте чертеж, заполните пропуски в окне «Доказательство».

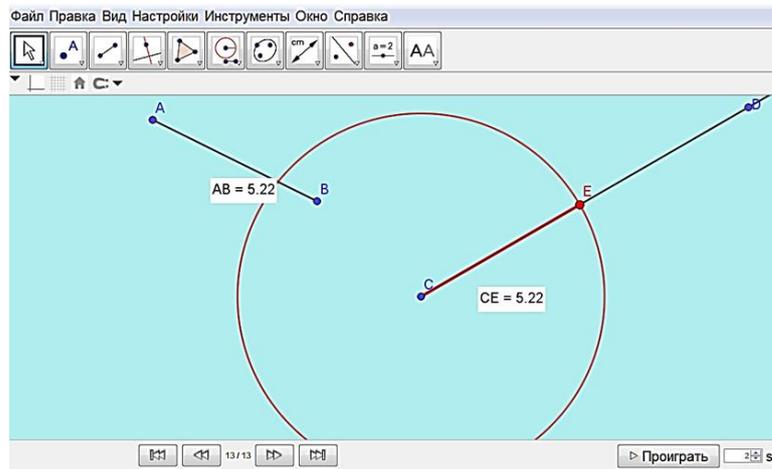


Рис. 8

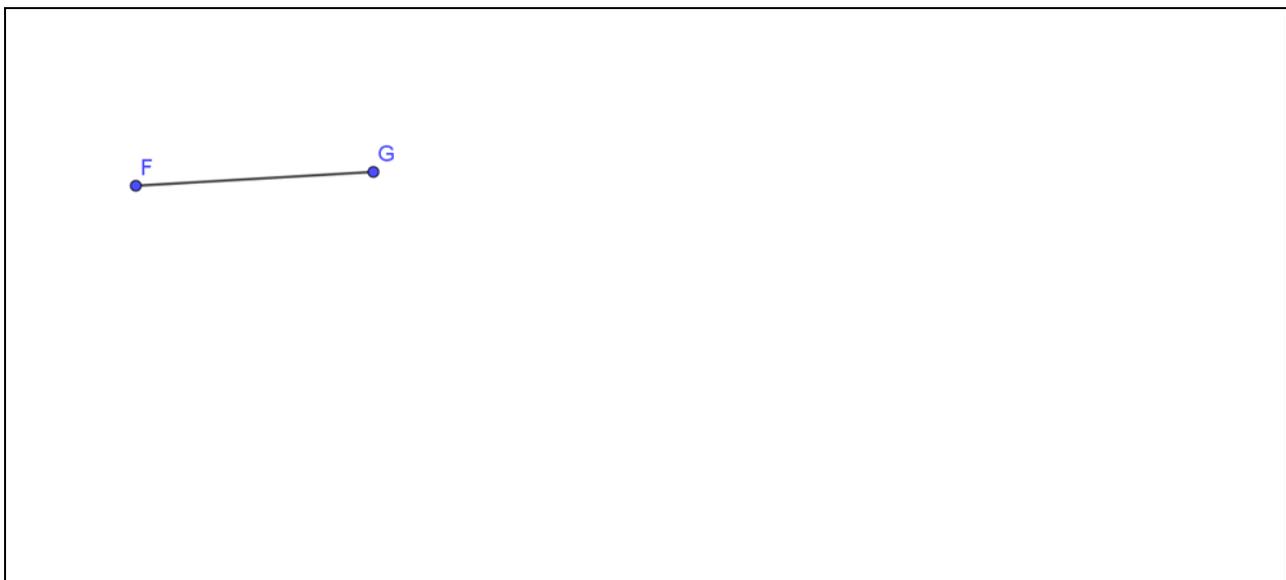
Доказательство:

Дано:	Доказательство:
$AB$ -отрезок;	1. $AB = CD$ как _____
$CD$ -отрезок.	окружности 1, по построению.
Доказать:	
$AB = CD$ .	

Этап 3:

- В окне «Чертеж» выполните построение отрезка равного данному отрезку  $FG$ , используя только циркуль и линейку без шкалы.

Чертеж:



**Вывод:** *Используя циркуль и линейку без шкалы можно построить отрезок, равный данному.*

## Лабораторная работа № 2. «Построение угла, равного данному»

**Цель:** Научиться строить угол равный данному углу; развивать логическое мышление; воспитывать аккуратность, упорство в достижении цели, правильную самооценку.

**Оборудование:** ноутбук с установленным программным обеспечением «GeoGebra», циркуль, линейка без шкалы, карандаш, цветные карандаши.

**Ф.И.** \_\_\_\_\_

**Дата выполнения работы:** \_\_\_\_\_

**Этапы выполнения работы:**

1. Выполнить шаги построения в программе «GeoGebra».
2. Доказать, что получившийся угол искомый.
3. Осуществить аналогичные шаги построения, используя циркуль и линейку.
4. Сделать вывод.

**Ход работы:**

Этап 1:

- В папке «Лабораторные работы по геометрии» откройте файл «Угол», ознакомьтесь с тем, какие фигуры уже изображены на чертеже (рис. 9). Запишите «Дано» в окне «Этапы построения».

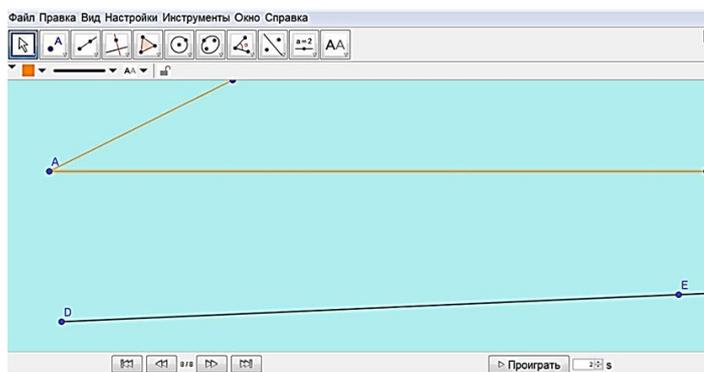


Рис. 9.

- Инструментом «Окружность по центру и точке» постройте окружность 1 с центром в точке  $A$  произвольного радиуса (рис. 10).
- Отметьте точки пересечения данной окружности со сторонами угла  $A$  (рис. 11).
- Инструментом «Циркуль» постройте окружность 2 с центром в точке  $D$ , такого же радиуса, как и окружность 1 (рис. 12).
- Отметьте точку пересечения окружности 2 с лучом  $DE$  (рис. 13).
- Инструментом «Циркуль» постройте окружность 3 с центром в точке  $P$  радиуса  $GH$  (рис. 14).

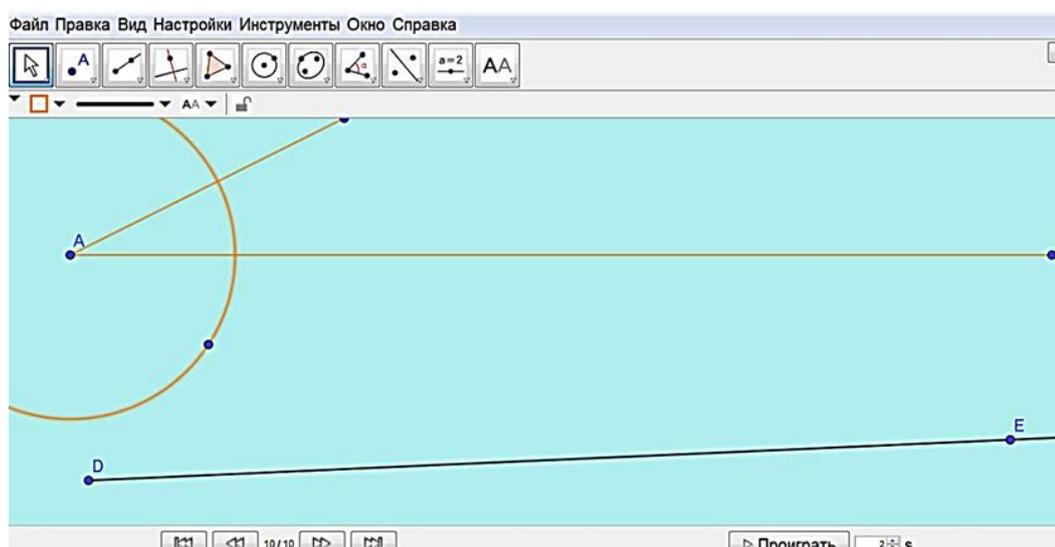


Рис. 10.

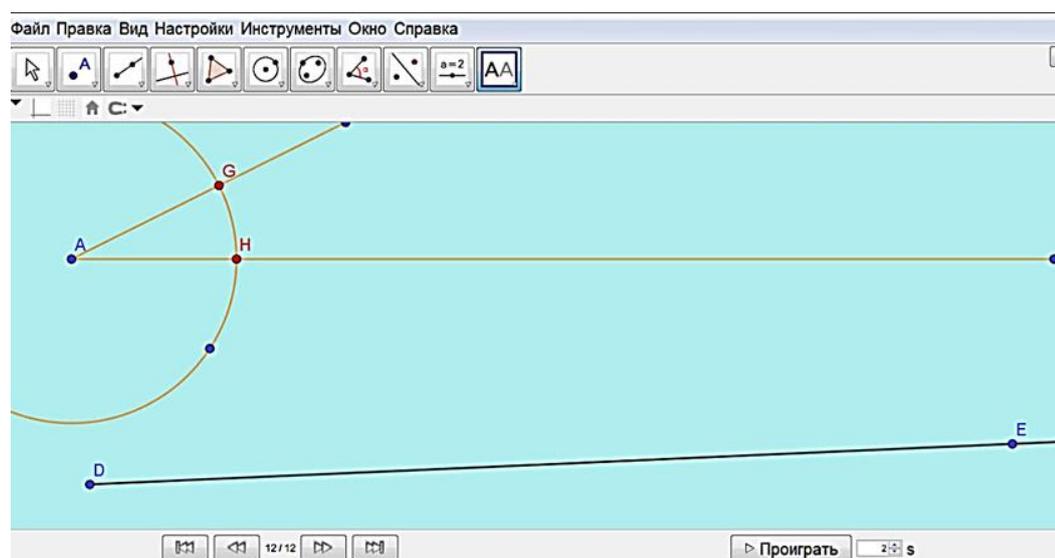


Рис. 11.

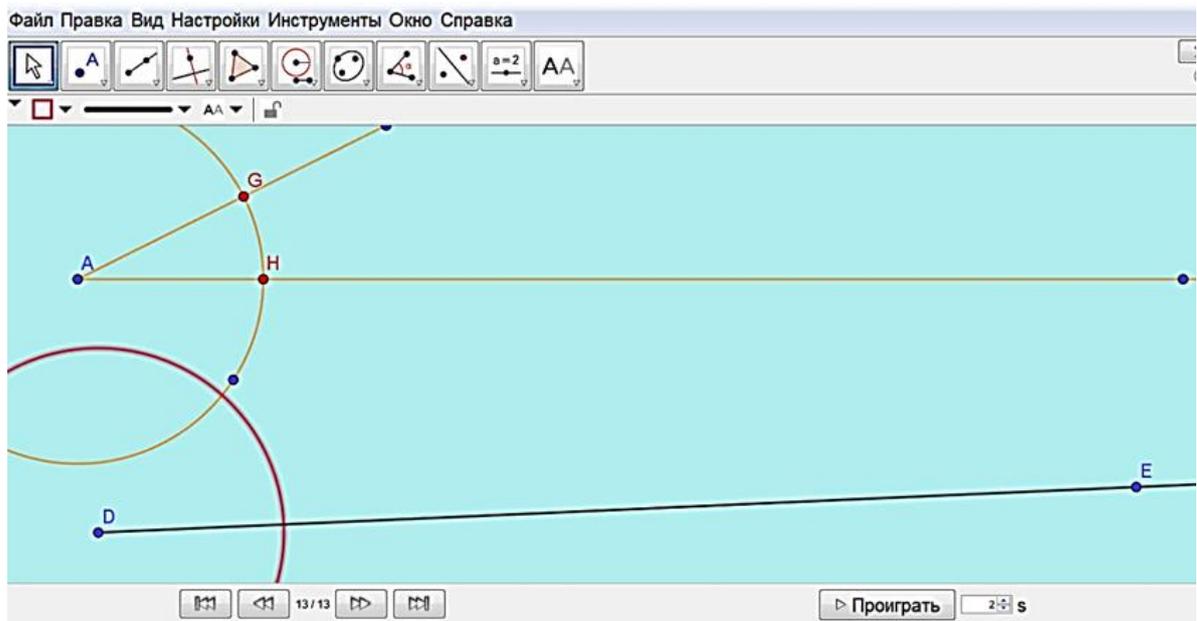


Рис. 12.

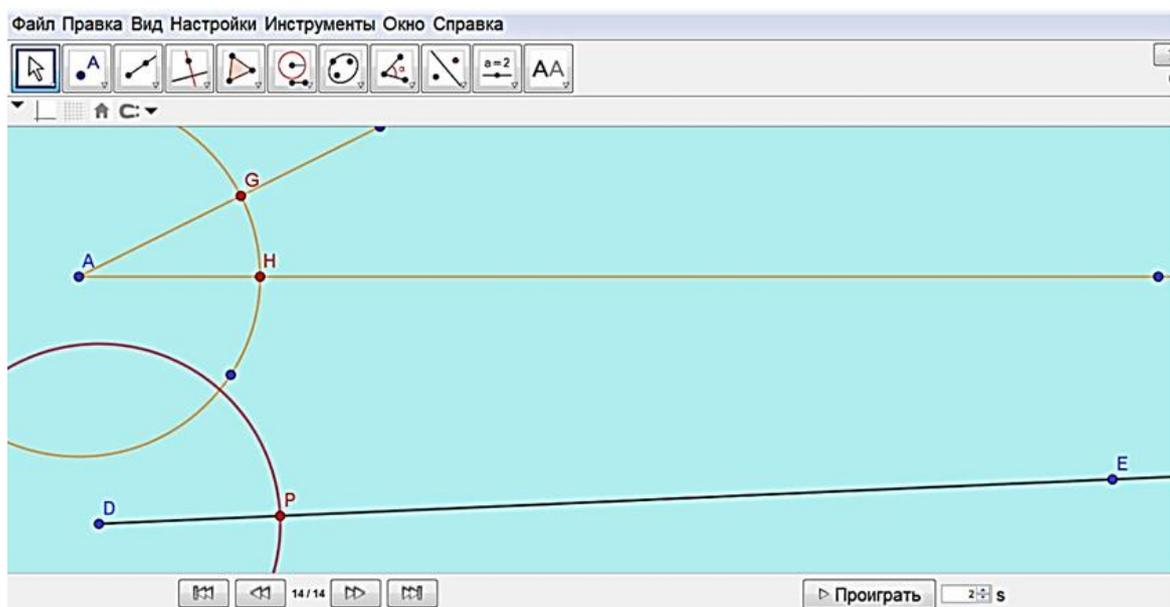


Рис. 11.

- Отметьте одну из точек пересечения окружности 2 с окружностью 3 (рис. 15).
- Постройте луч DN. Образовавшийся угол NDP искомый (рис. 16).
- Инструментом «Угол» измерьте угол GАН и угол NDP (рис. 17). Сделайте вывод.
- Изменяя величину угла GАН, проследите, как изменяется величина угла NDP (рис. 18).

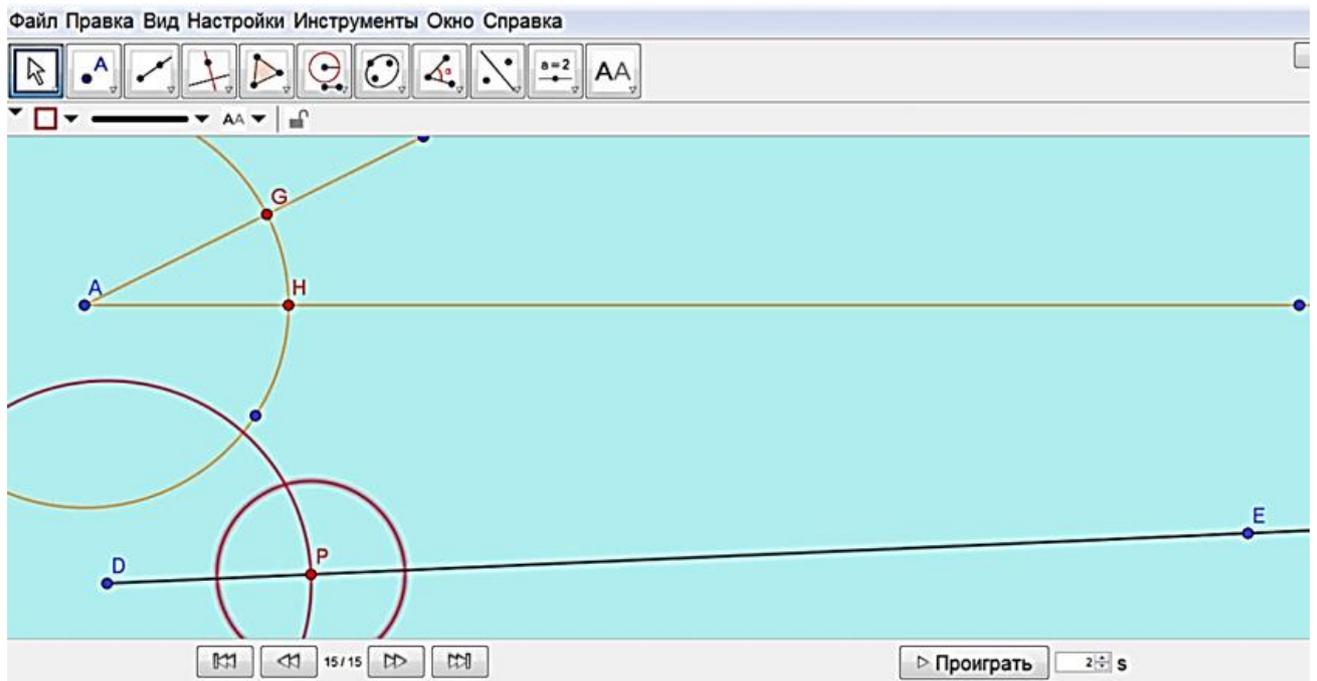


Рис. 12.

- Проиграйте построение еще раз и проследите за шагами построения. Запишите шаги построения, заполнив пропуски в окне «Этапы построения»

*Этапы построения:*

Дано:	Построение:
$\angle A$ ;	1. Окружность1 (___; R);
$DE$ -луч.	2. Окружность1 $\cap \angle A =$ _____;
Построить:	3. Окружность2 (___; ___);
$\angle NDP, \angle NDP = \angle A$ .	4. Окружность2 $\cap$ ___ = $P$ ;
	5. Окружность3 (___; ___);
	6. Окружность 2 $\cap$ Окружность 3 = $N$ ;
	7. $\angle$ _____ -искомый.

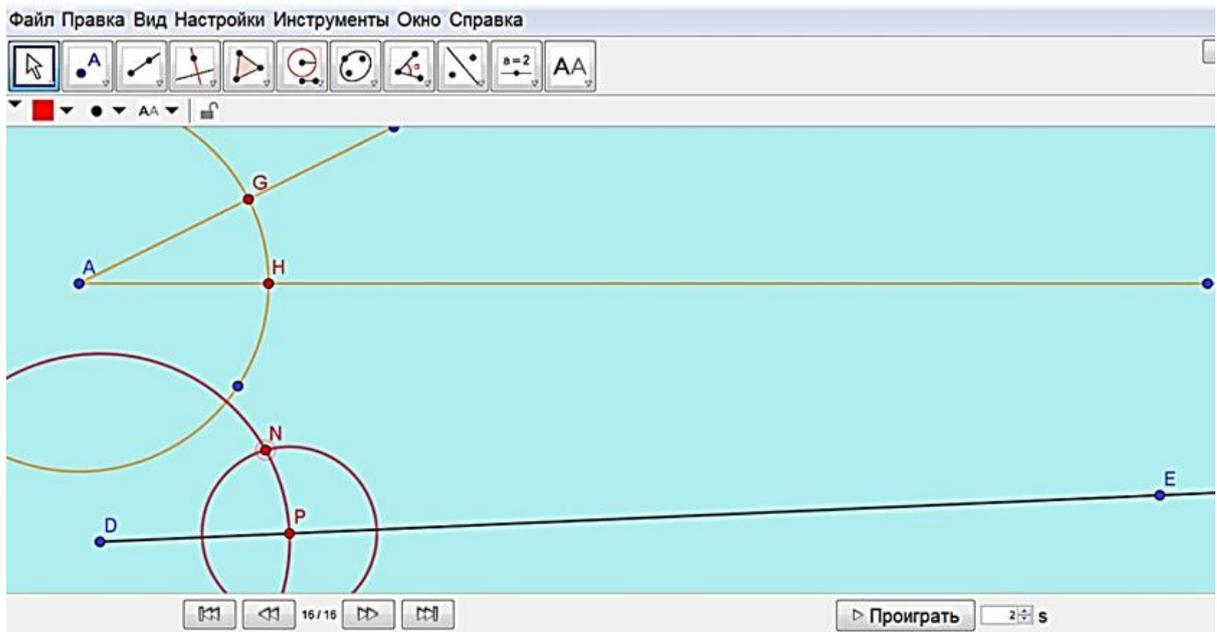


Рис. 13.

Этап 2:

- Откройте файл «Угол-доказательство», проанализируйте чертеж, заполните пропуски в окне «Доказательство» (рис. 19).

*Доказательство:*

Дано:

$\angle GAH, \angle NDP.$

Доказать:

$\angle GAH = \angle NDP.$

Доказательство:

1. Рассмотрим  $\Delta$ \_\_\_ и  $\Delta$ \_\_\_:

$AG = \underline{\quad} = \underline{\quad} = DP$  как радиусы окружности1 и окружности2 по построению;

$\underline{\quad} = \underline{\quad}$  как радиусы окружности3 по построению  $\rightarrow \Delta$ \_\_\_= $\Delta$ \_\_\_ по \_\_\_\_\_ признаку равенства треугольников  $\rightarrow \angle$ \_\_\_= $\angle$ \_\_\_\_\_.

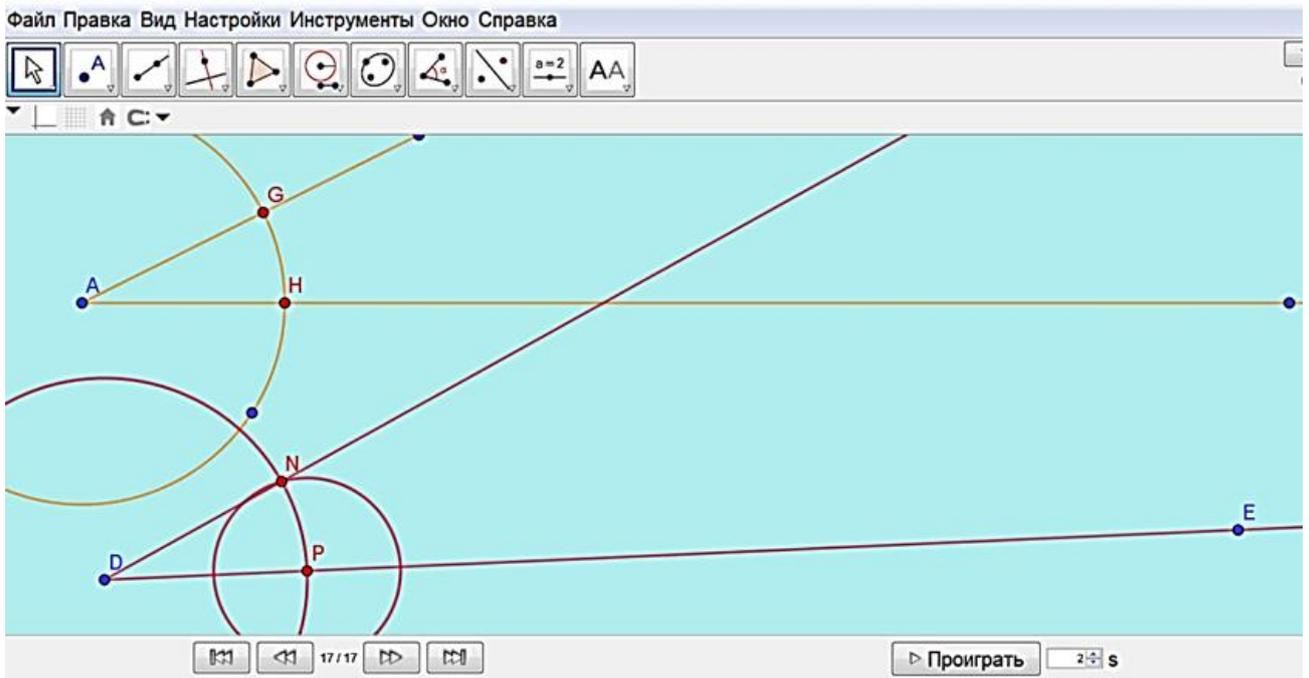


Рис. 14.

Этап 3:

В окне «Чертеж» выполните построение угла равного данному углу А, используя только циркуль и линейку без шкалы.

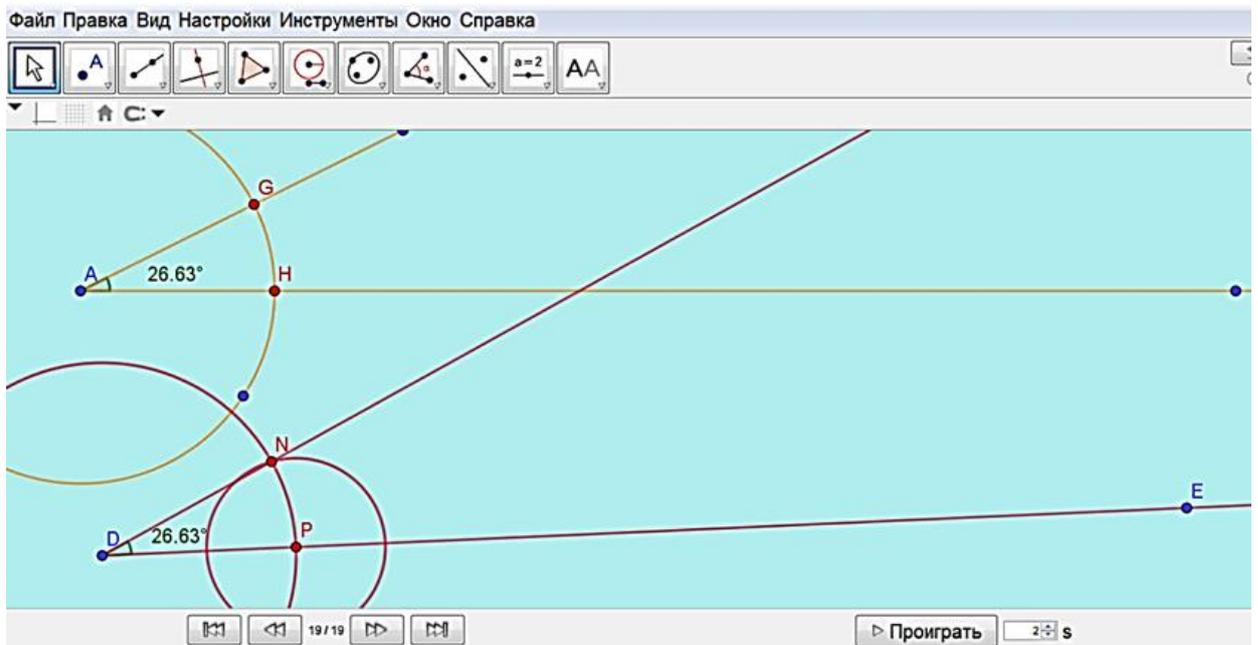
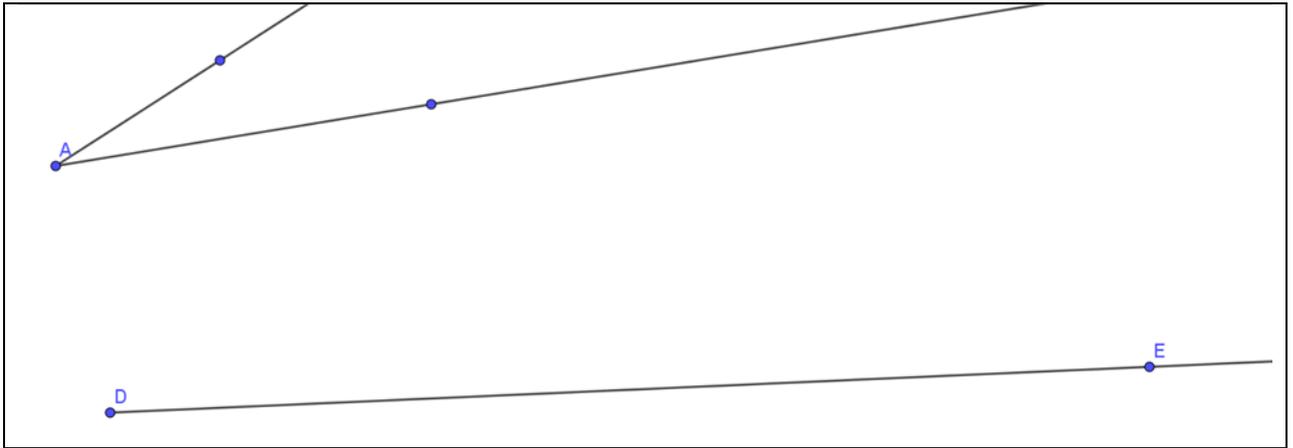


Рис. 15.

Чертеж:



**Вывод:** *Используя циркуль и линейку без шкалы, можно построить угол, равный данному.*

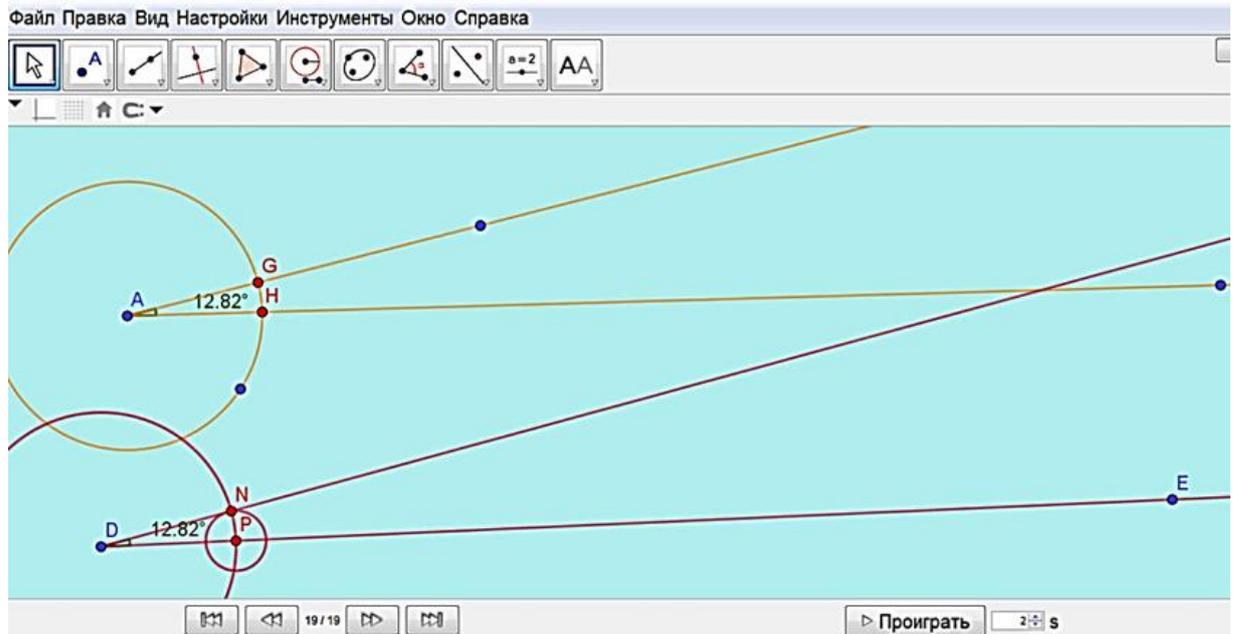


Рис. 16.

### Лабораторная работа № 3. «Построение биссектрисы данного угла»

**Цель:** Научиться строить биссектрису данного угла; развивать логическое мышление; воспитывать аккуратность, упорство в достижении цели, правильную самооценку.

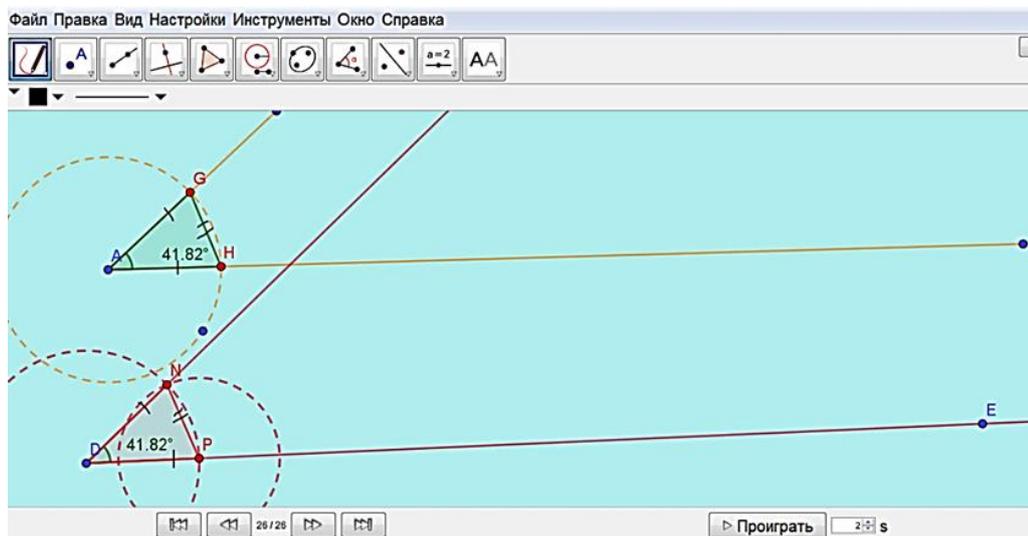
**Оборудование:** ноутбук с установленным программным обеспечением «GeoGebra», циркуль, линейка без шкалы, карандаш, цветные карандаши.

**Ф.И.** \_\_\_\_\_

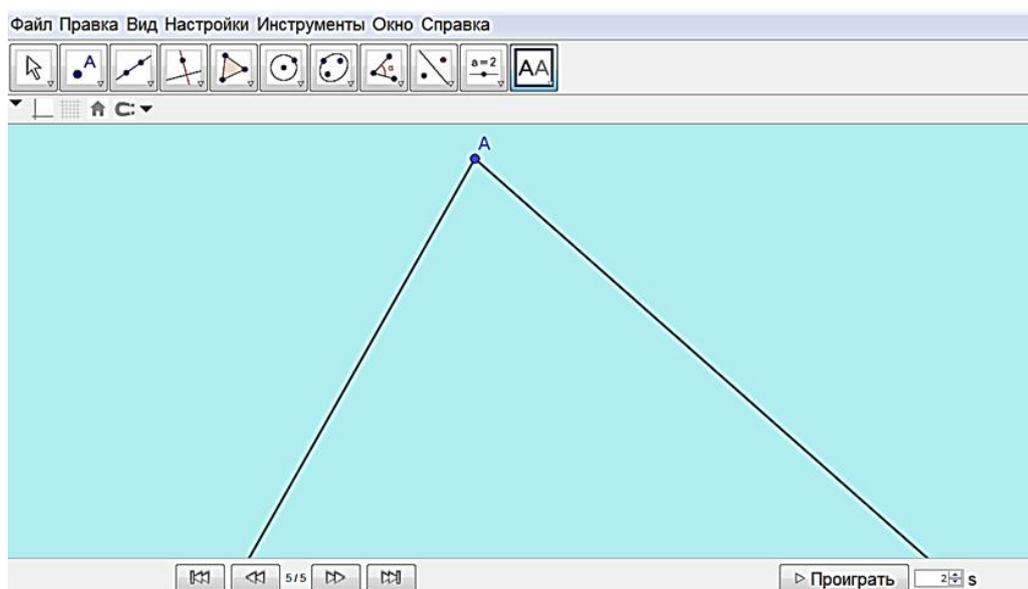
**Дата выполнения работы:** \_\_\_\_\_

**Этапы выполнения работы:**

1. Выполнить шаги построения в программе «GeoGebra».
2. Доказать, что получившийся луч биссектриса угла.
3. Осуществить аналогичные шаги построения, используя циркуль и линейку.
4. Сделать вывод.



*Рис. 17.*

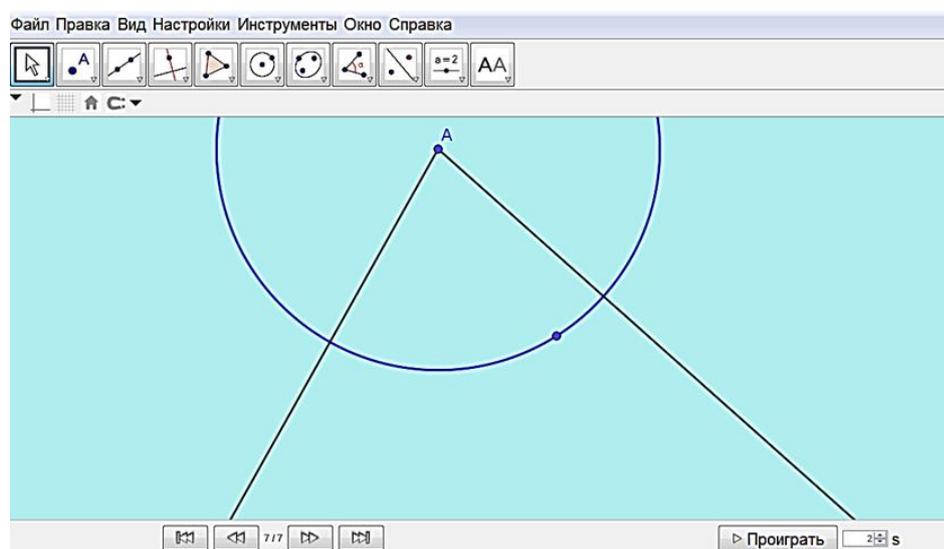


*Рис. 20.*

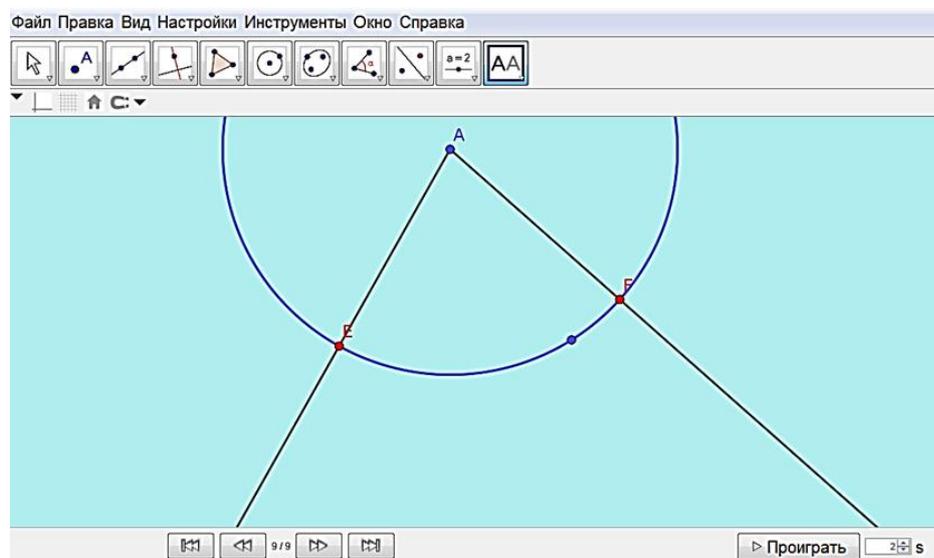
### ***Ход работы:***

Этап 1:

- В папке «Лабораторные работы по геометрии» откройте файл «Биссектриса», ознакомьтесь с тем, какие фигуры уже изображены на чертеже (рис. 20). Запишите «Дано» в окне «Этапы построения».
- Инструментом «Окружность по центру и точке» постройте Окружность1 с центром в точке **A** произвольного радиуса (рис. 21).
- Отметьте точки пересечения Окружности1 со сторонами угла **A** (рис. 22).



*Рис. 21.*



*Рис. 22.*

- Инструментом «Циркуль» постройте Окружность 2 с центром в точке  $E$ , радиуса  $EF$  (рис. 23).

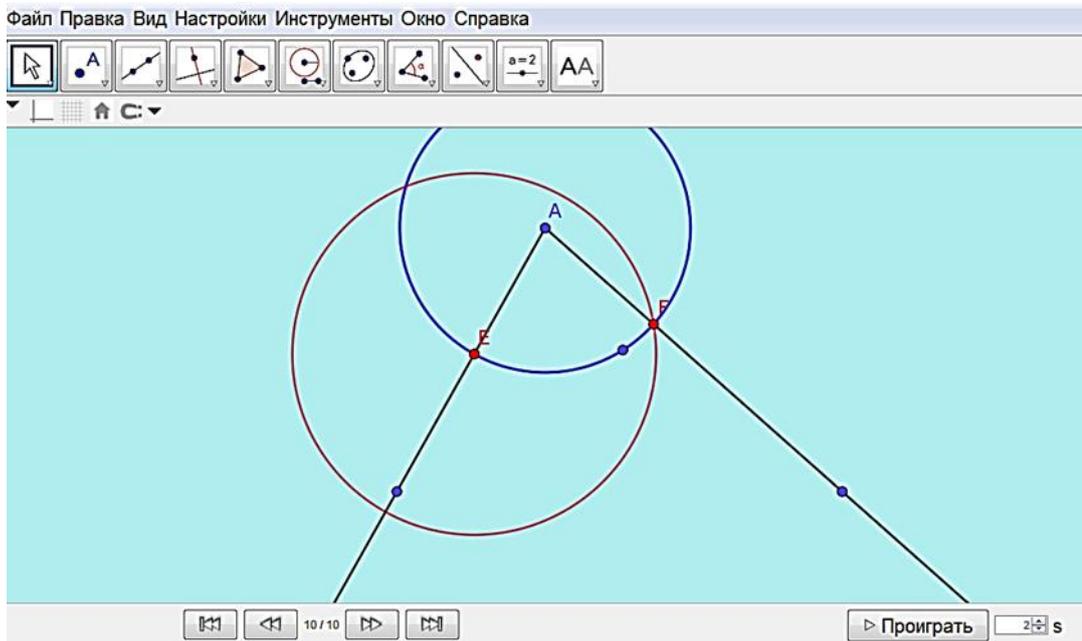


Рис. 23.

- Инструментом «Циркуль» постройте Окружность 3 с центром в точке  $F$  и радиусом  $FE$  (рис. 24).

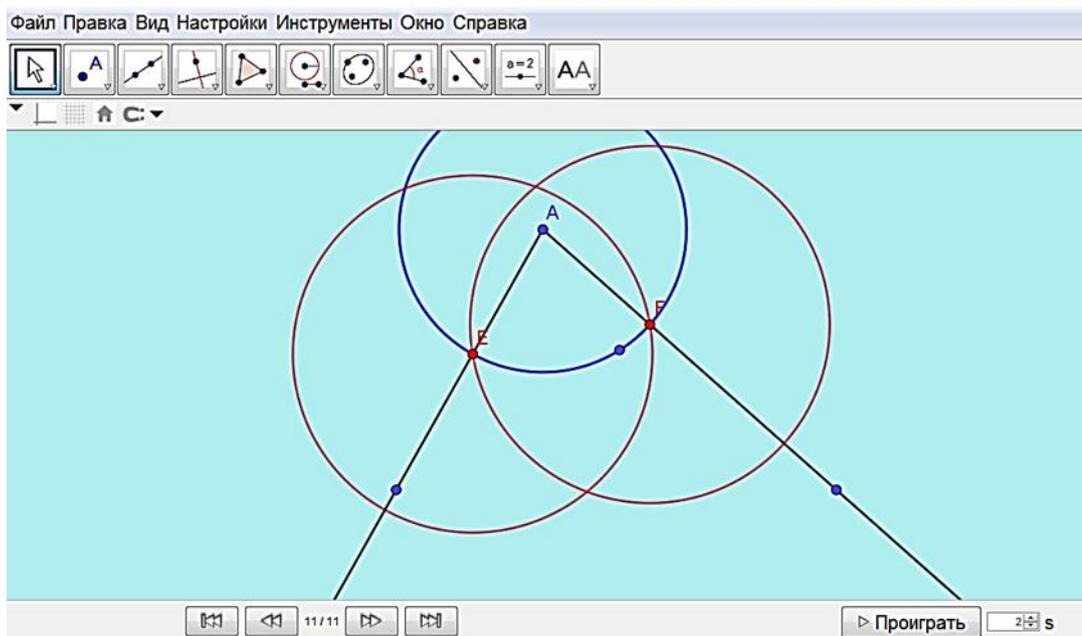


Рис. 24.

- Отметьте те точки пересечения Окружности 2 с Окружностью 3, которые оказались внутри угла  $A$  (рис. 25).
- Инструментом «Луч» постройте луч  $AG$  (рис. 26).

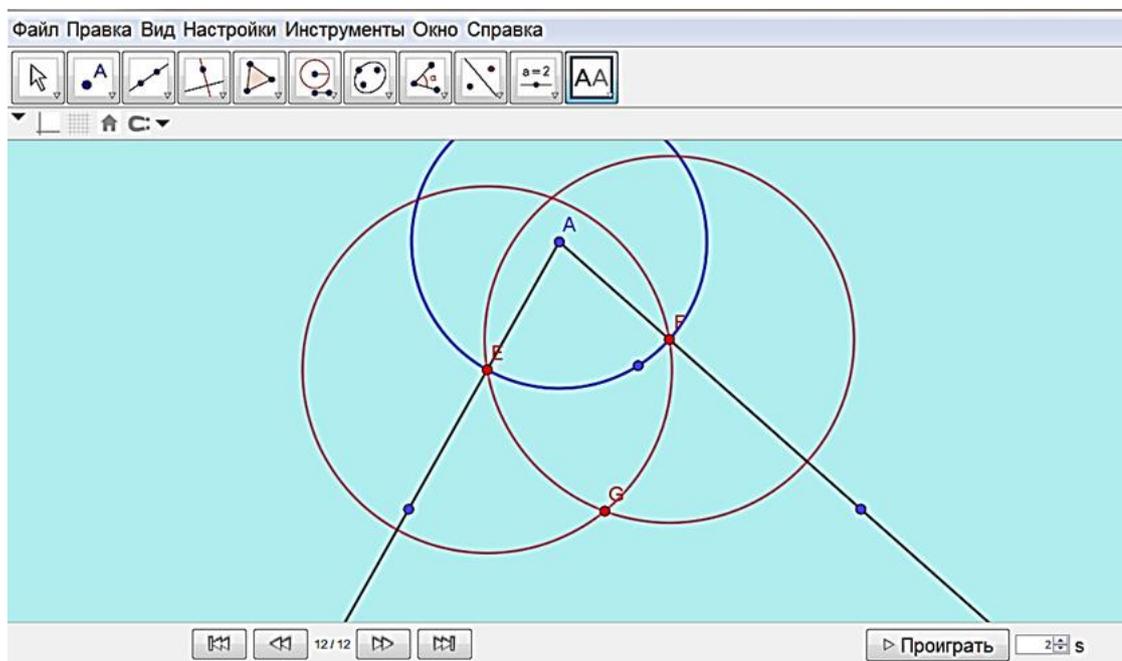


Рис. 25.

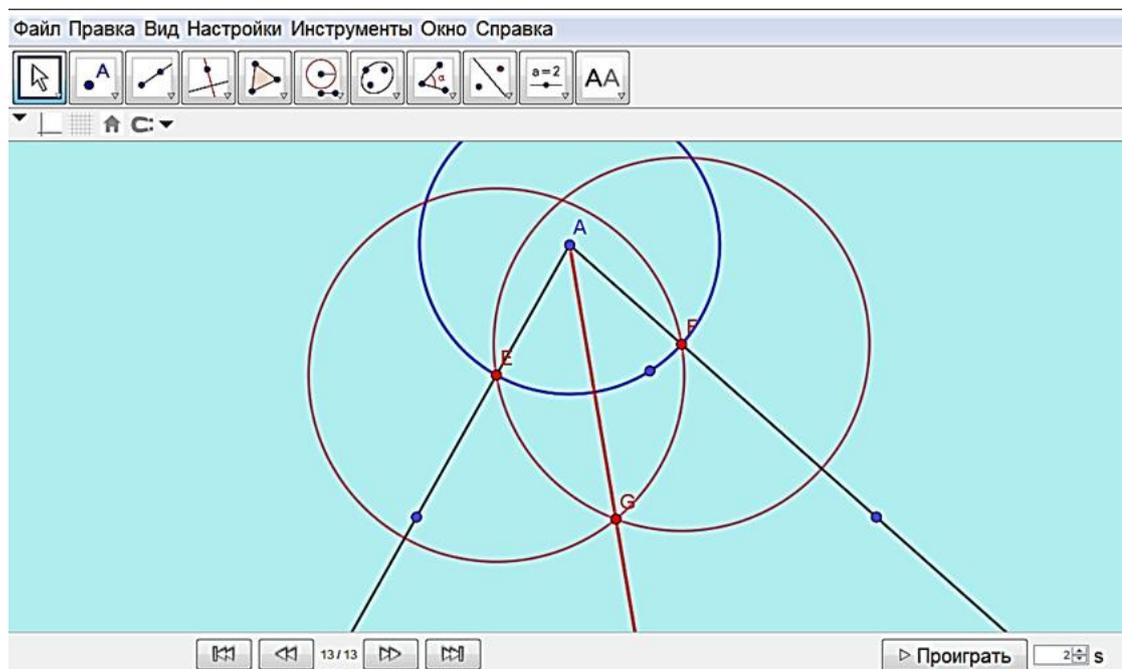


Рис. 26.

- Инструментом «Угол» измерьте величину угла  $EAG$  и угла  $FAG$ . Сделайте вывод: луч  $AG$  биссектриса угла  $EAF$  (рис. 27)?
- Изменяя величину угла  $EAF$ , проследите, как изменяется величина углов  $EAG$  и  $FAG$  (рис. 28).
- Проиграйте построение еще раз и проследите за шагами построения. Запишите шаги построения, заполнив пропуски в окне «Этапы построения».

*Этапы построения:*

<p>Дано:</p> <p><math>\angle A</math></p> <p>Построить:</p> <p>Луч -биссектриса <math>\angle A</math>.</p>	<p>Построение:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Окружность1 (___; R);</li> <li>2. Окружность1 <math>\cap \angle A = \_, \_;</math></li> <li>3. Окружность2 (___; ___);</li> <li>4. Окружность3 (___; ___);</li> <li>5. Окружность2 <math>\cap</math> Окружность3 = <math>G</math>.</li> <li>6. Луч -искомый.</li> </ol>
--	--

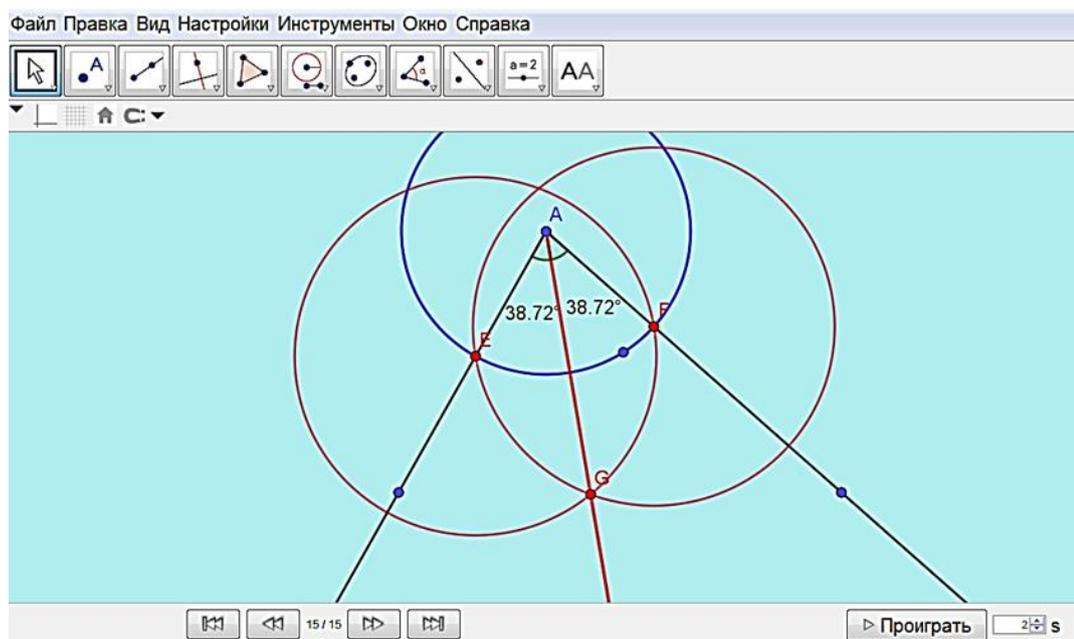


Рис. 27.

Этап 2:

- Откройте файл «Биссектриса-доказательство», проанализируйте чертеж, заполните пропуски в окне «Доказательство» (рис. 29).

*Доказательство:*

Дано: $\angle EAF$ .	Доказательство: 1. Рассмотрим $\Delta$ ___ и $\Delta$ ___: ___ = ___ как радиусы Окружности1; ___ = ___ как радиусы Окружности2 и Окружности3; $AG$ -_____ $\rightarrow \Delta$ ___ = $\Delta$ ___ по _____ признаку равенства треугольников $\rightarrow \angle$ ___ = $\angle$ ___ $\rightarrow$ $AG$ – биссектриса $\angle EAF$ .
Доказать: Луч – биссектриса.	

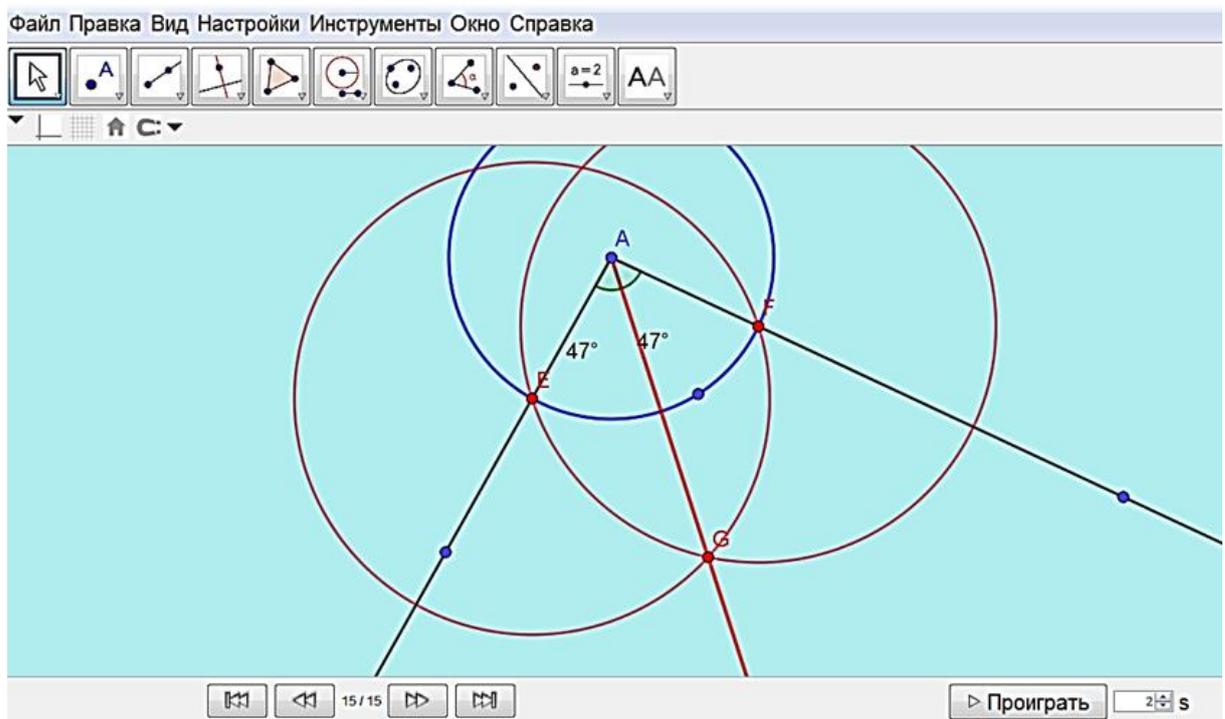


Рис. 28.

Этап 3:

- В окне «Чертеж» выполните построение угла равного данному углу  $A$ , используя только циркуль и линейку без шкалы.

Чертеж:

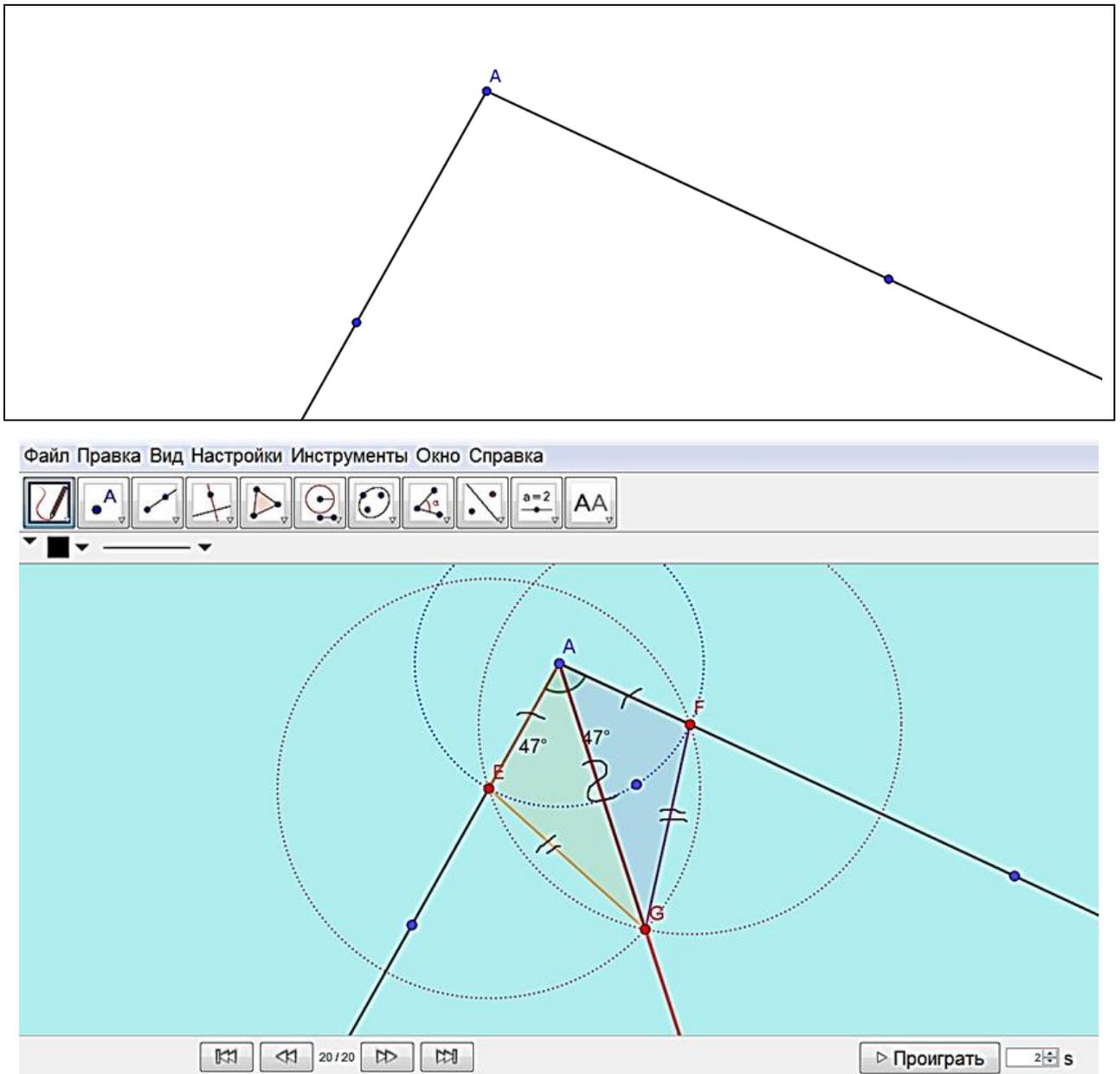


Рис. 29.

**Вывод:** Используя циркуль и линейку без шкалы, можно построить биссектрису данного угла.

## Лабораторная работа № 4. «Построение перпендикулярных прямых»

**Цель:** Научиться строить две взаимно перпендикулярные прямые; развивать логическое мышление; воспитывать аккуратность, упорство в достижении цели, правильную самооценку.

**Оборудование:** ноутбук с установленным программным обеспечением «GeoGebra», циркуль, линейка без шкалы, карандаш, цветные карандаши.

**Ф.И.** \_\_\_\_\_

**Дата выполнения работы:** \_\_\_\_\_

**Этапы выполнения работы:**

1. Выполнить шаги построения в программе «GeoGebra».
2. Доказать, что данные прямые взаимно перпендикулярны.
3. Осуществить аналогичные шаги построения, используя циркуль и линейку.
4. Сделать вывод.

**Ход работы:**

Этап 1:

- В папке «Лабораторные работы по геометрии» откройте файл «Перпендикулярные прямые», ознакомьтесь с тем, какие фигуры уже изображены на чертеже (рис. 30). Запишите «Дано» в окне «Этапы построения».

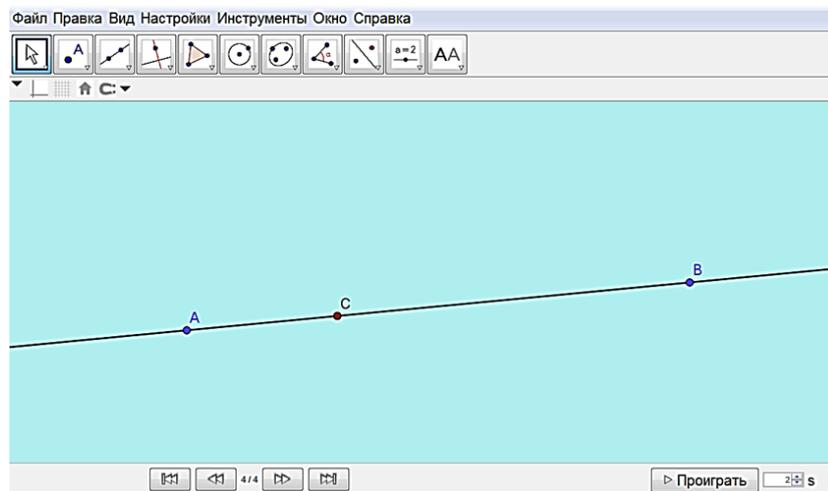


Рис. 30.

- На лучах  $CA$  и  $CB$  отложите два равных отрезка с началом в точке  $C$ . Для этого воспользуйтесь навыками полученными, при выполнении лабораторной работы № 1 «Построение отрезка, равного данному» (рис. 31).

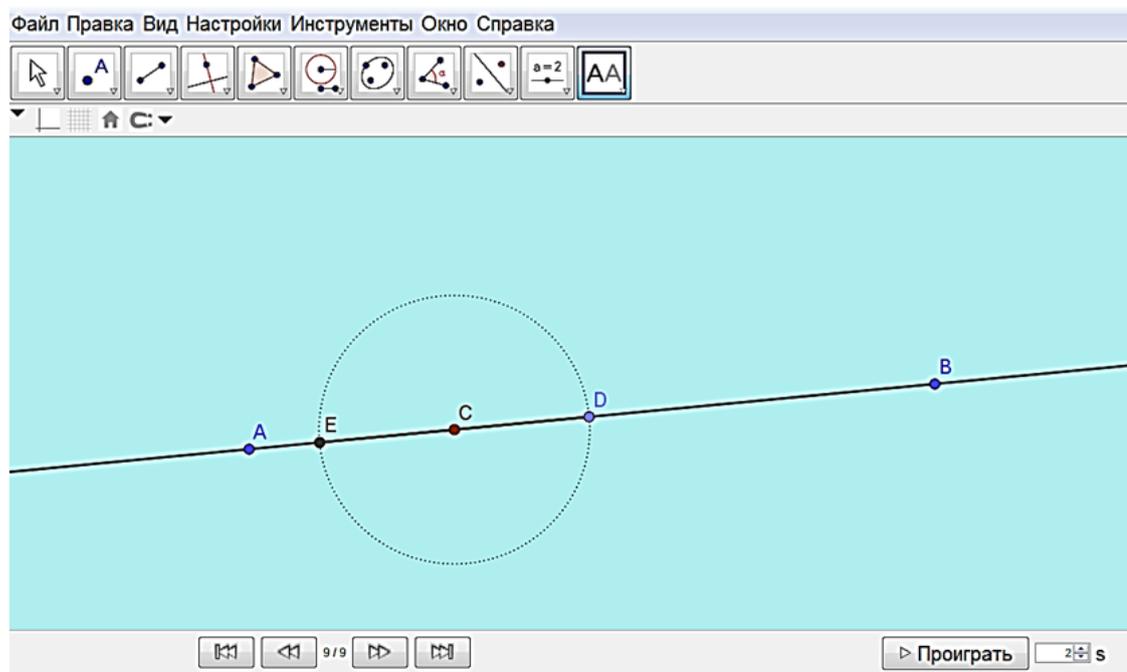


Рис. 31.

- Инструментом «Циркуль» постройте Окружность 1 с центром в точке  $E$  и радиусом  $ED$  (рис. 32).
- Инструментом «Циркуль» постройте Окружность 2 с центром в точке  $D$  и радиусом  $DE$  (рис. 33).
- Отметьте точки пересечения Окружности 1 с Окружностью 2 (рис. 34).
- Инструментом «Прямая» постройте прямую  $FG$ . Прямая – искомая (рис. 35).
- Убедитесь, что прямая  $FG$  перпендикулярна прямой  $AB$ . Для этого инструментом «Угол» измерьте величину углов  $FCE$  и  $FCD$  (рис. 36).

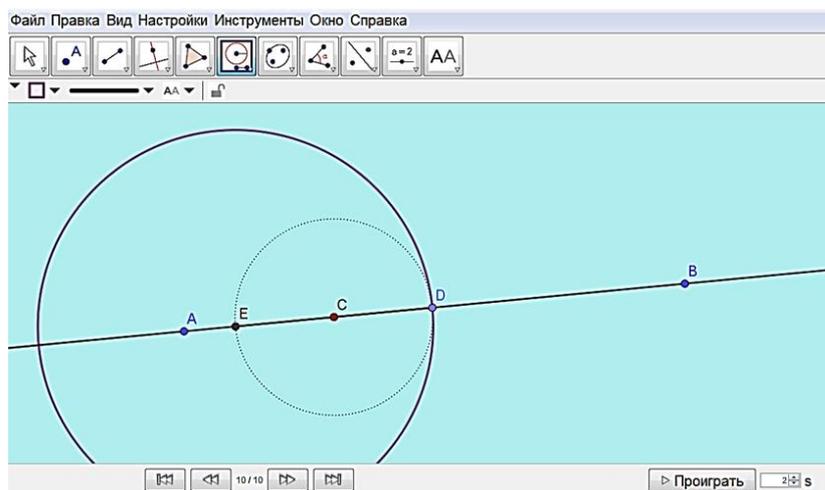


Рис. 32.

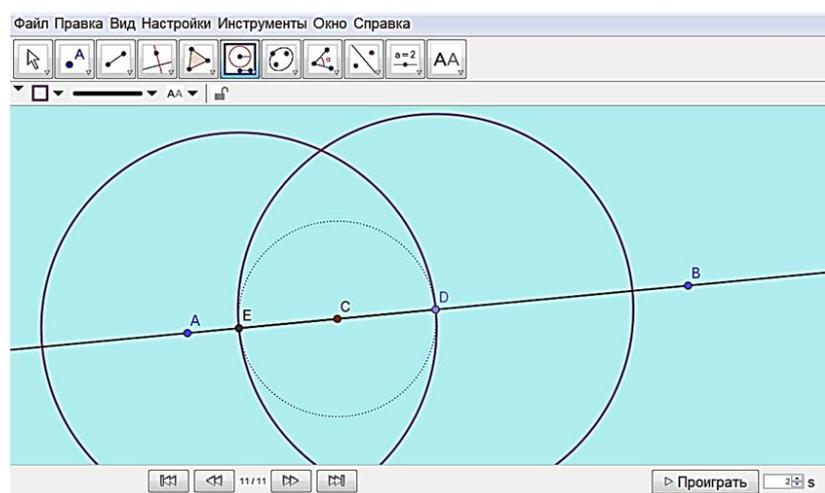


Рис. 33.

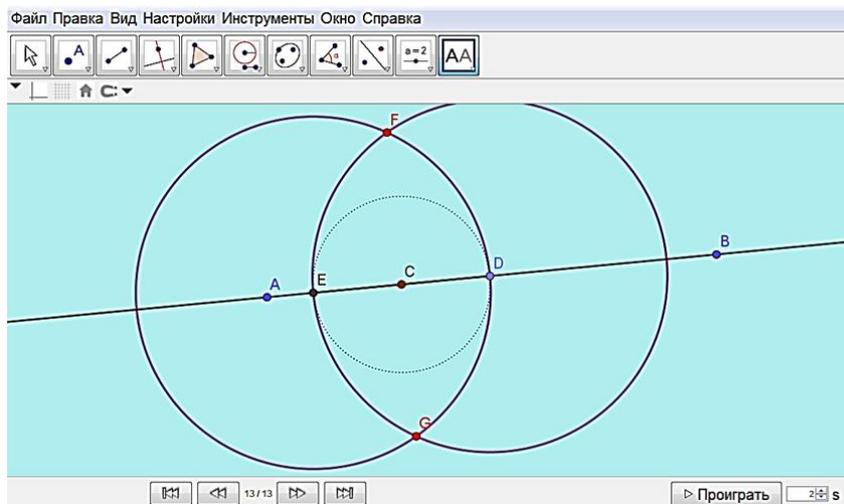


Рис. 34.

- Изменяя положение прямой АВ, проследите, как изменяется величина углов FCE и FCD. Сделайте вывод.

- Проиграйте построение еще раз и проследите за шагами построения. Запишите шаги построения, заполнив пропуски в окне «Этапы построения»

*Этапы построения:*

Дано:	Построение:
$AB$ -прямая;	1. $CD \in AB, CE \in AB, CD = CE$ .
$C \in AB$ .	2. Окружность1 (___;___);
Построить:	3. Окружность2 (___;___);
$FG$ -прямая;	4. Окружность1 $\cap$ Окружность2 =
$FG \perp AB$ .	___, ___;
	5. $FG$ -искомая прямая.

Этап 2:

- Откройте файл «Перпендикулярные прямые – доказательство», проанализируйте чертеж, заполните пропуски в окне «Доказательство» (рис. 37).

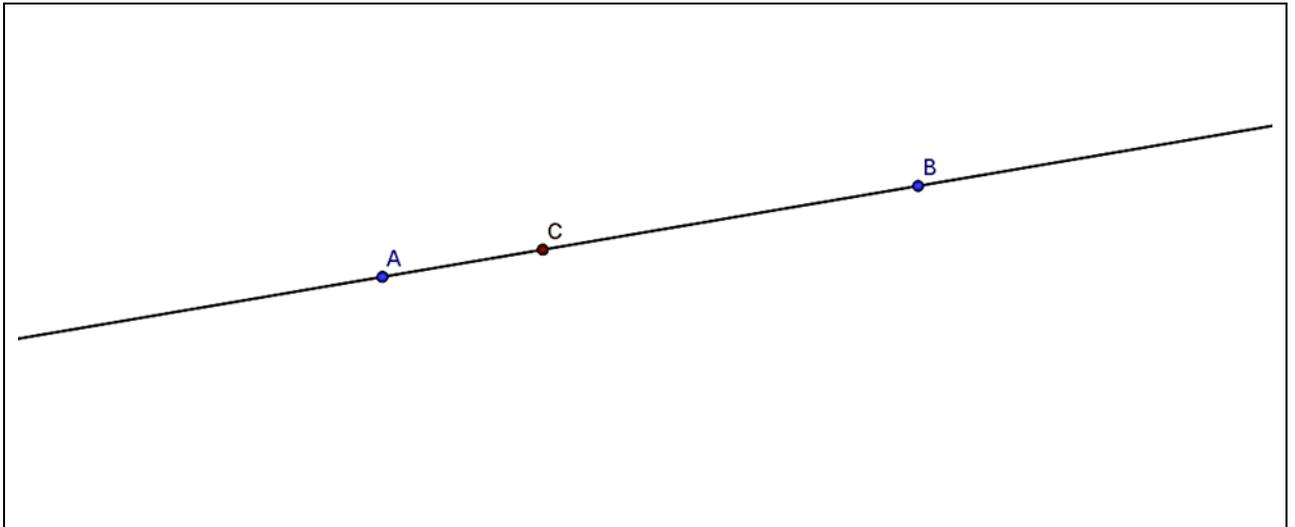
*Доказательство:*

Дано:	Доказательство:
$AB$ -прямая;	1. Рассмотрим $\Delta$ _____:
$FG$ -прямая;	___ = ___ как радиусы Окружности1
$AB \cap FG = C$ .	и Окружности2;
Доказать:	___ = ___ по построению $\rightarrow \Delta AFD$ -
$\angle FCE = \angle FCD = 90^\circ$ .	_____, а $FC$ -_____ $\rightarrow$ _____
	высота $\rightarrow$ ___ $\perp$ _____.

Этап 3:

- В окне «Чертеж» выполните построение прямой, перпендикулярной к прямой  $AB$  и проходящей через точку  $C$ , используя только циркуль и линейку без шкалы.

*Чертеж:*



Вывод: *Используя циркуль и линейку без шкалы, можно построить две взаимно перпендикулярные прямые.*

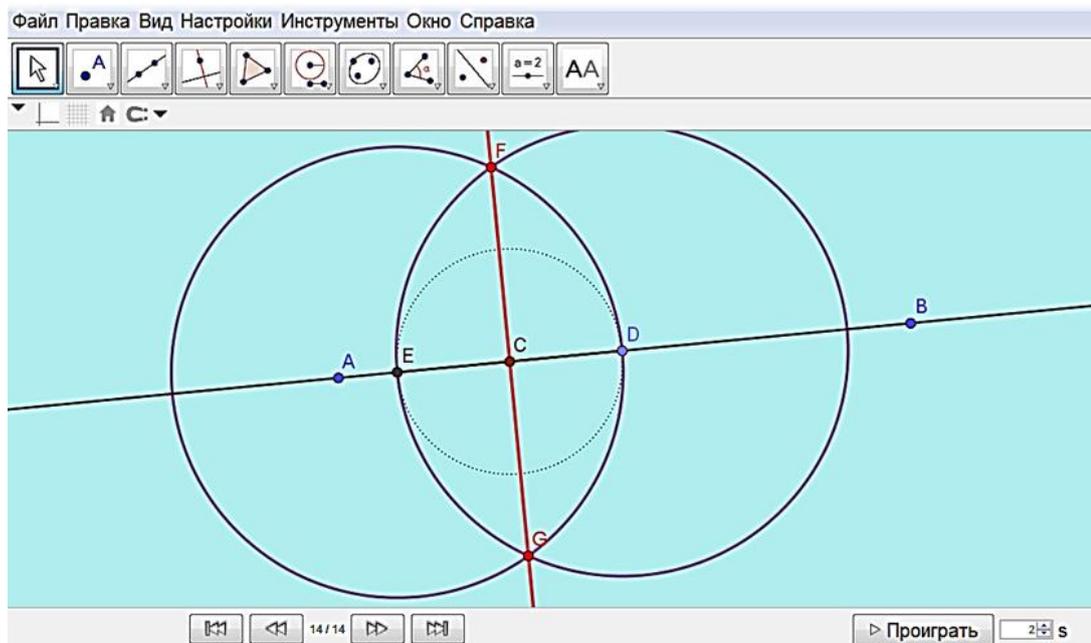


Рис. 35.

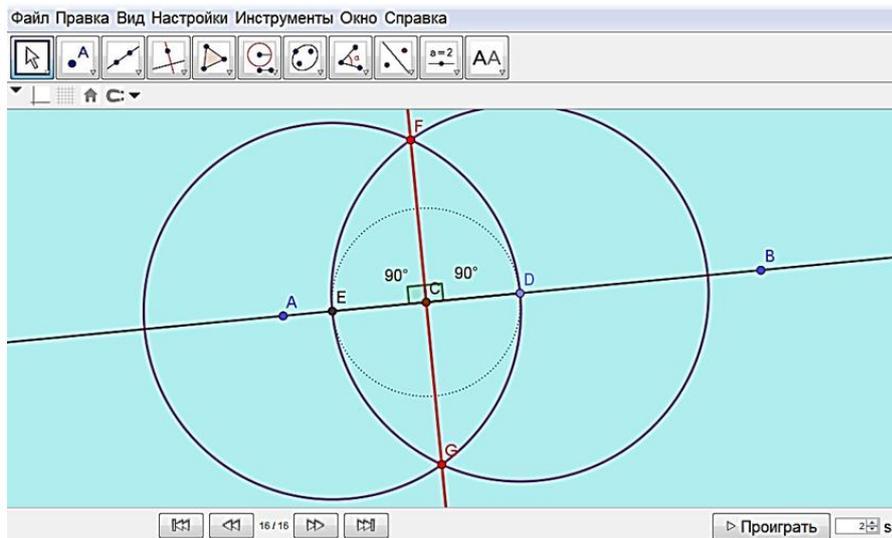


Рис. 36.

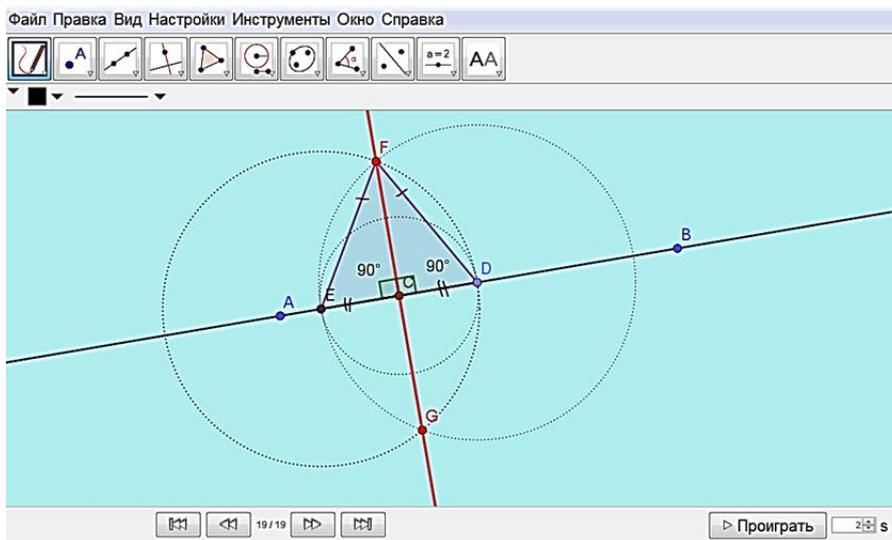


Рис. 37.

### Лабораторная работа №5. «Построение середины отрезка»

**Цель:** Научиться делить данный отрезок пополам; развивать логическое мышление; воспитывать аккуратность, упорство в достижении цели, правильную самооценку.

**Оборудование:** ноутбук с установленным программным обеспечением «GeoGebra», циркуль, линейка без шкалы, карандаш, цветные карандаши.

**Ф.И.** \_\_\_\_\_

**Дата выполнения работы:** \_\_\_\_\_

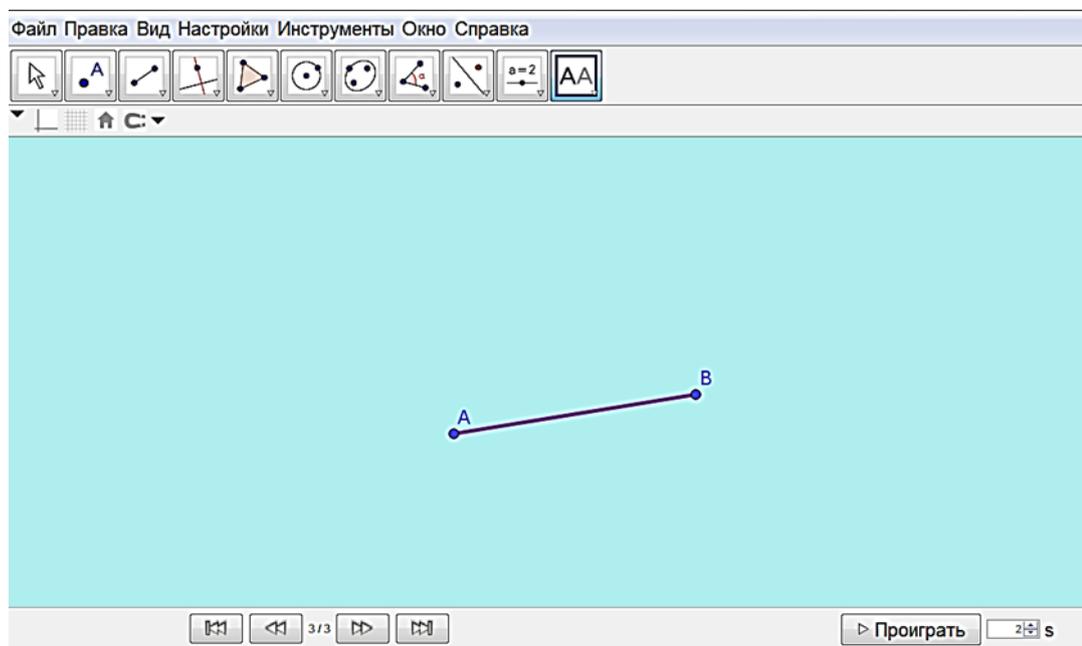
**Этапы выполнения работы:**

1. Выполнить шаги построения в программе «GeoGebra».
2. Доказать, что данные прямые взаимно перпендикулярны.
3. Осуществить аналогичные шаги построения, используя циркуль и линейку.
4. Сделать вывод.

***Ход работы:***

Этап 1:

- В папке лабораторные работы по геометрии откройте файл «Середина отрезка», ознакомьтесь с тем, какие фигуры уже изображены на чертеже (рис. 38). Запишите «Дано» в окне «Этапы построения».



*Рис. 38.*

- Инструментом «Циркуль» постройте Окружность 1 с центром в точке **A** радиуса **AB** (рис. 39).
- Инструментом «Циркуль» постройте Окружность 2 с центром в точке **B** радиуса **BA** (рис. 40).
- Отметьте точки пересечения Окружности 1 и Окружности 2 (рис. 41).
- Инструментом «Отрезок» постройте отрезок **CD** (рис. 42).
- Отметьте точку пересечения отрезков **AB** и **CD** (рис. 43).

- Инструментом «Расстояние или длина» измерьте длину отрезков  $AE$  и  $EB$ . Убедитесь что точка  $E$  середина отрезка  $AB$  (рис. 44).

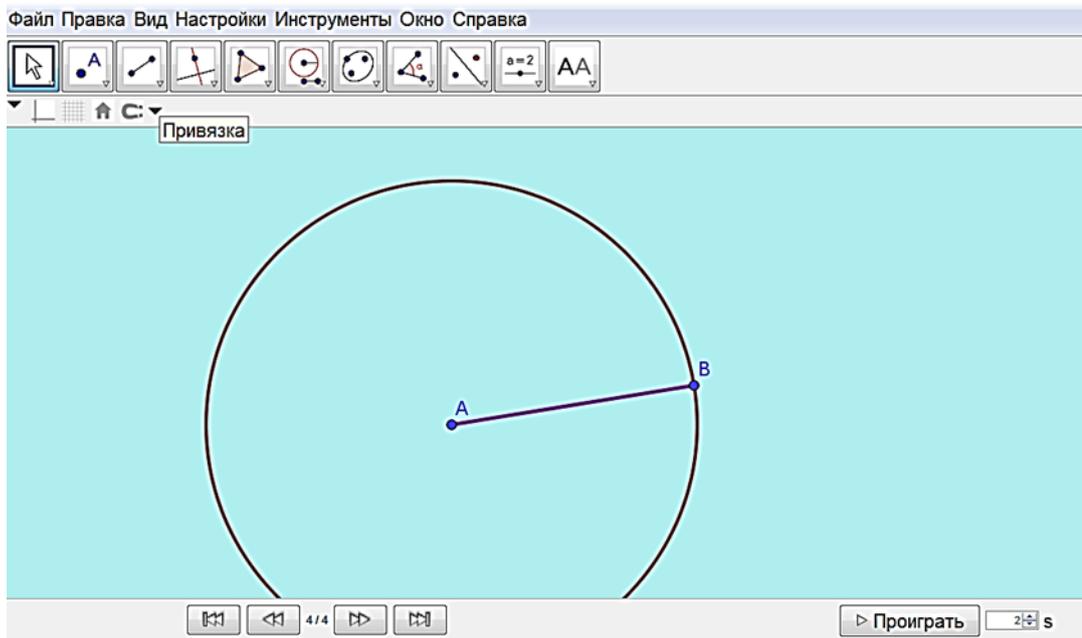


Рис. 39.

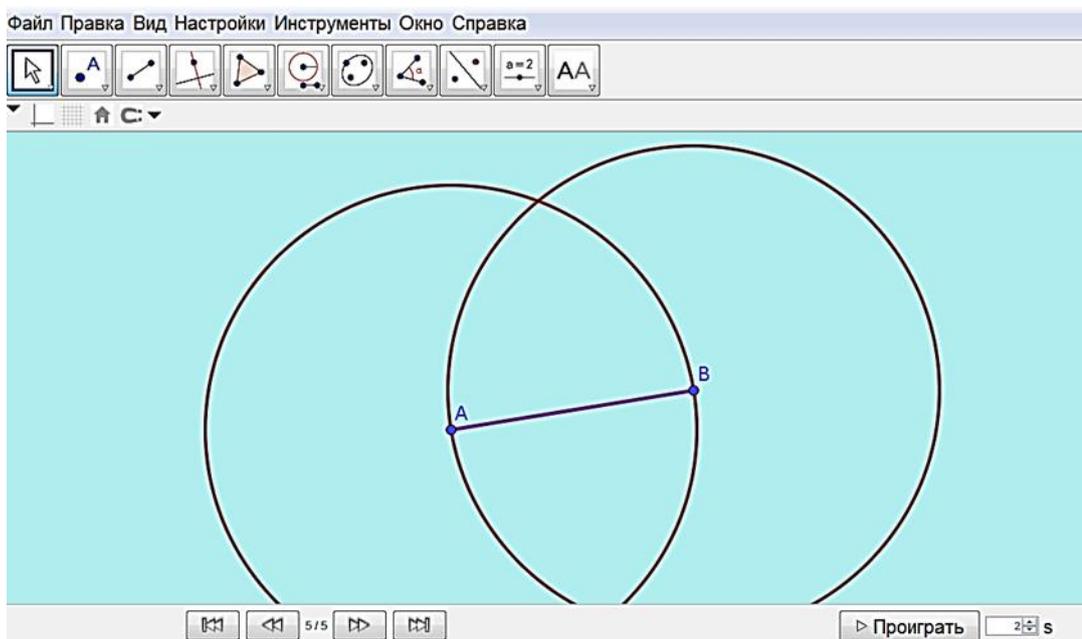


Рис. 40.

- Изменяя длину отрезка  $AB$ , проследите, как изменяется длина отрезков  $AE$  и  $EB$ .

- Проиграйте построение еще раз и проследите за шагами построения. Запишите шаги построения, заполнив пропуски в окне «Этапы построения»

*Этапы построения:*

Дано:	Построение:
$AB$ -отрезок.	1. Окружность1 ( _; _);
Построить:	2. Окружность2 ( _; _);
$E$ -точка;	3. Окружность1 $\cap$ Окружность2 =
$E \in AB$ ;	_, _;
$AE = EB$ .	4. _ $\cap AB$ = _;
	5. Точка _ - искомая.

Этап 2:

- Откройте файл «Середина отрезка - доказательство», проанализируйте чертеж, заполните пропуски в окне «Доказательство» (рис. 45).

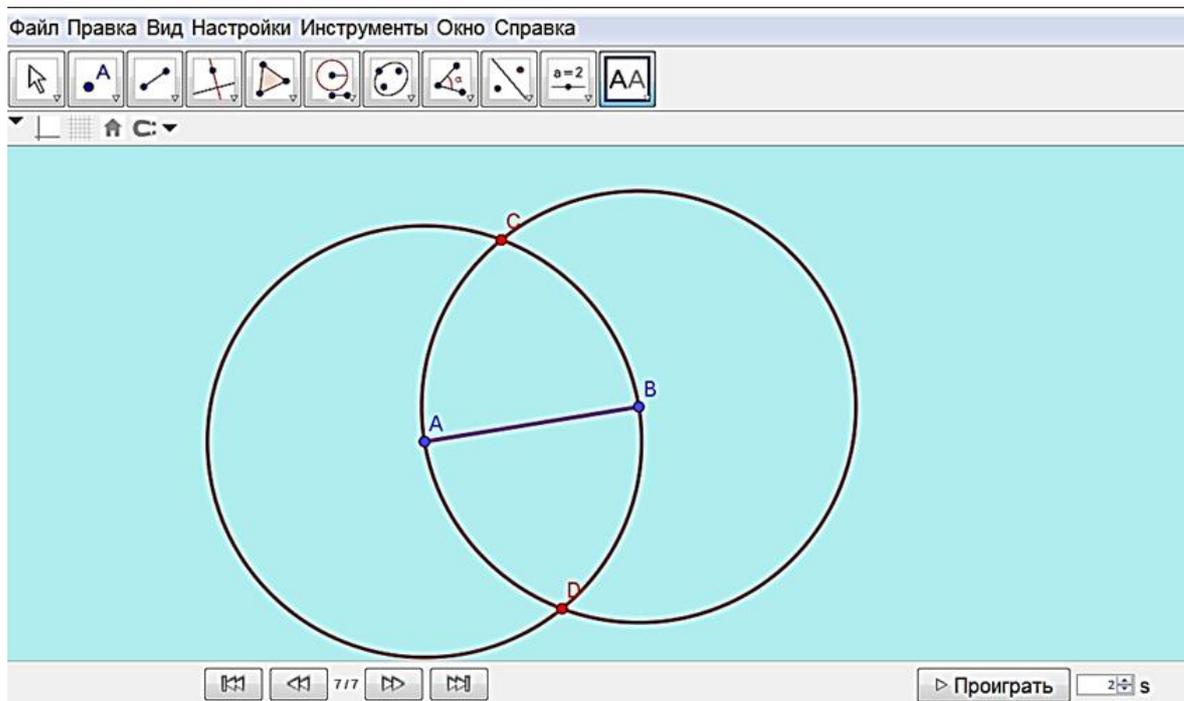


Рис. 41.

Этап 3:

- В окне «Чертеж» выполните построение прямой, перпендикулярной к прямой и проходящей через точку используя только циркуль и линейку без шкалы.

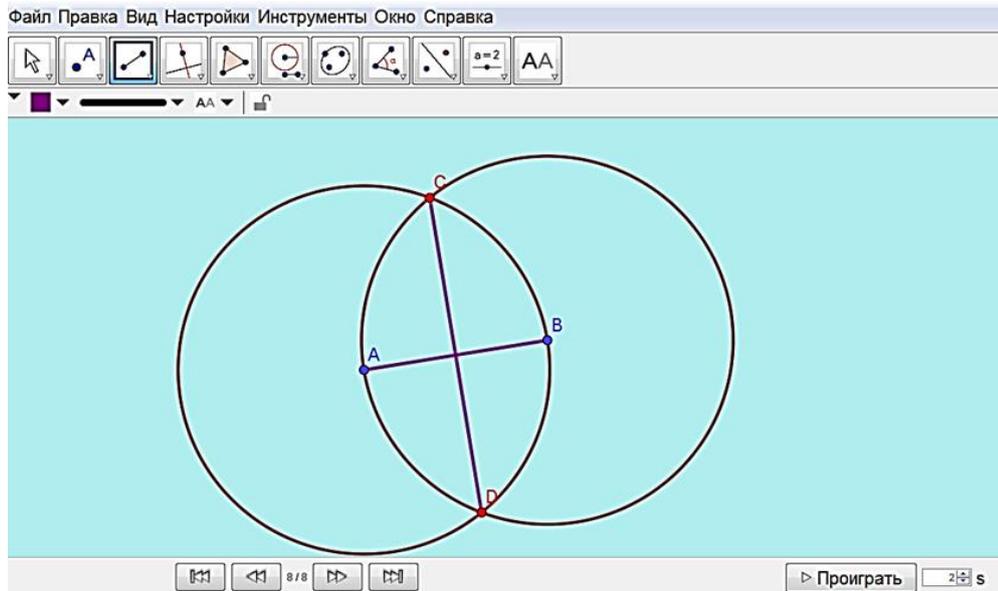


Рис. 42.

Доказательство:

Дано:

$$AB \cap CD = E.$$

Доказать:

$$AE = EB.$$

Доказательство:

1. Рассмотрим  $\Delta$ \_\_\_\_\_ и  $\Delta$ \_\_\_\_\_:

$AC = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$  как радиусы  
окружности1 и окружности2;

$CD - \underline{\hspace{1cm}} \rightarrow \Delta \underline{\hspace{1cm}} = \Delta \underline{\hspace{1cm}}$

по \_\_\_\_\_ признаку равенства  
треугольников  $\rightarrow \angle \underline{\hspace{1cm}} = \angle \underline{\hspace{1cm}} \rightarrow$

$CE - \underline{\hspace{1cm}}$ .

2. Рассмотрим  $\Delta$ \_\_\_\_\_:

$AC = CB \rightarrow \Delta ACB - \underline{\hspace{1cm}}$ .

3. Из 1 и 2  $\rightarrow CE - \underline{\hspace{1cm}} \rightarrow$

$$\underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}.$$

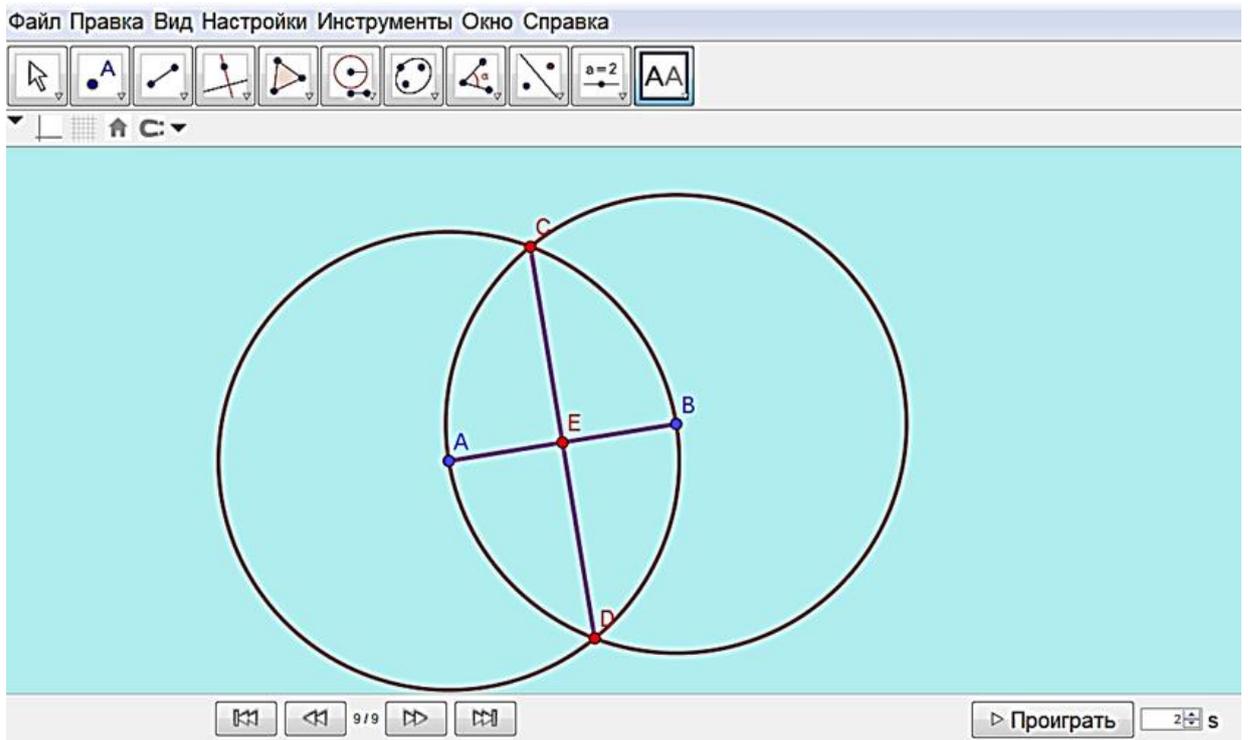


Рис. 43.

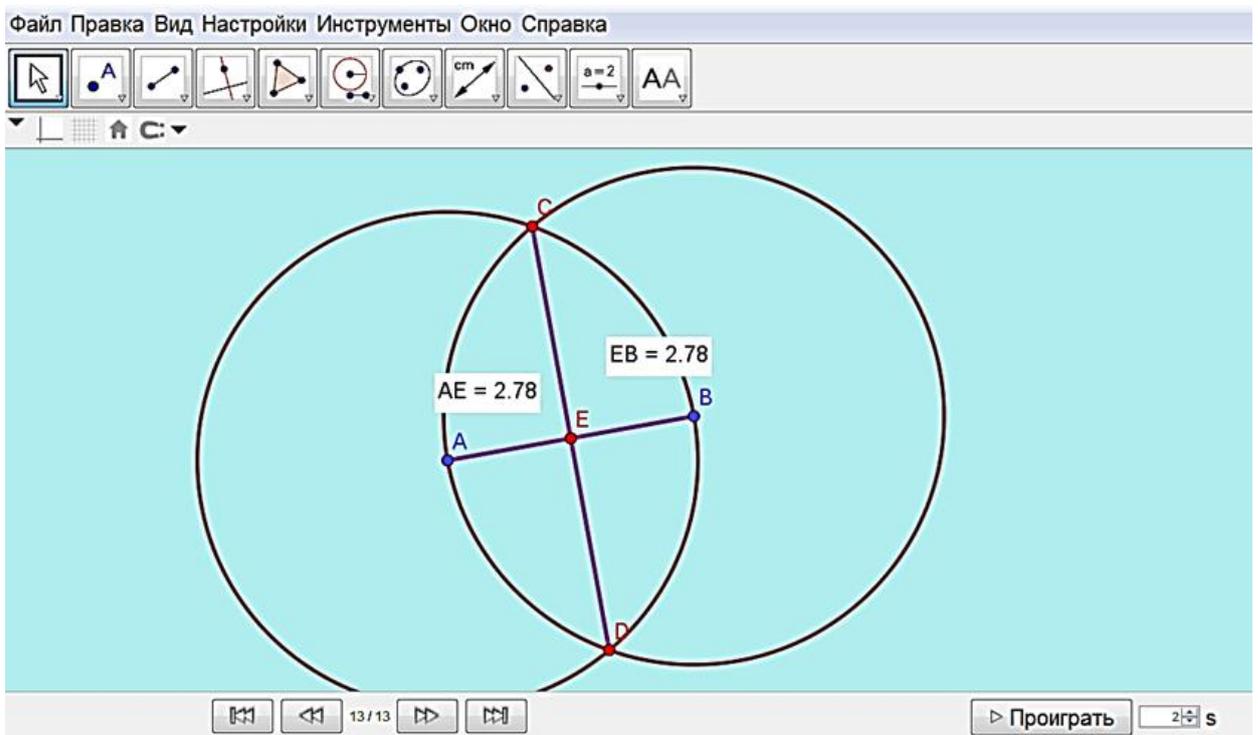


Рис. 44.

Чертеж:

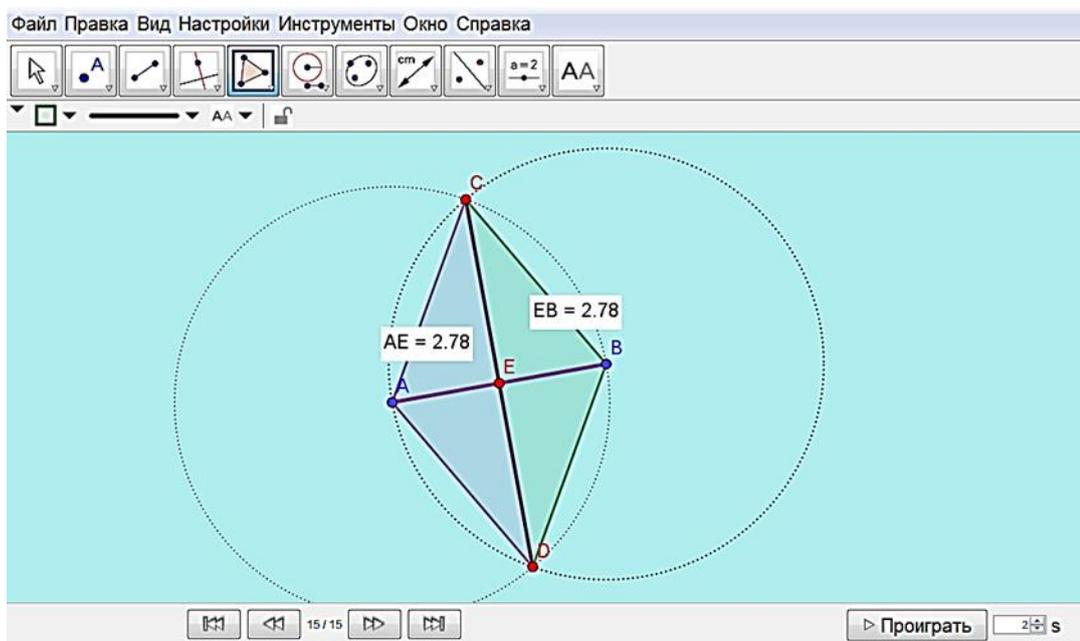
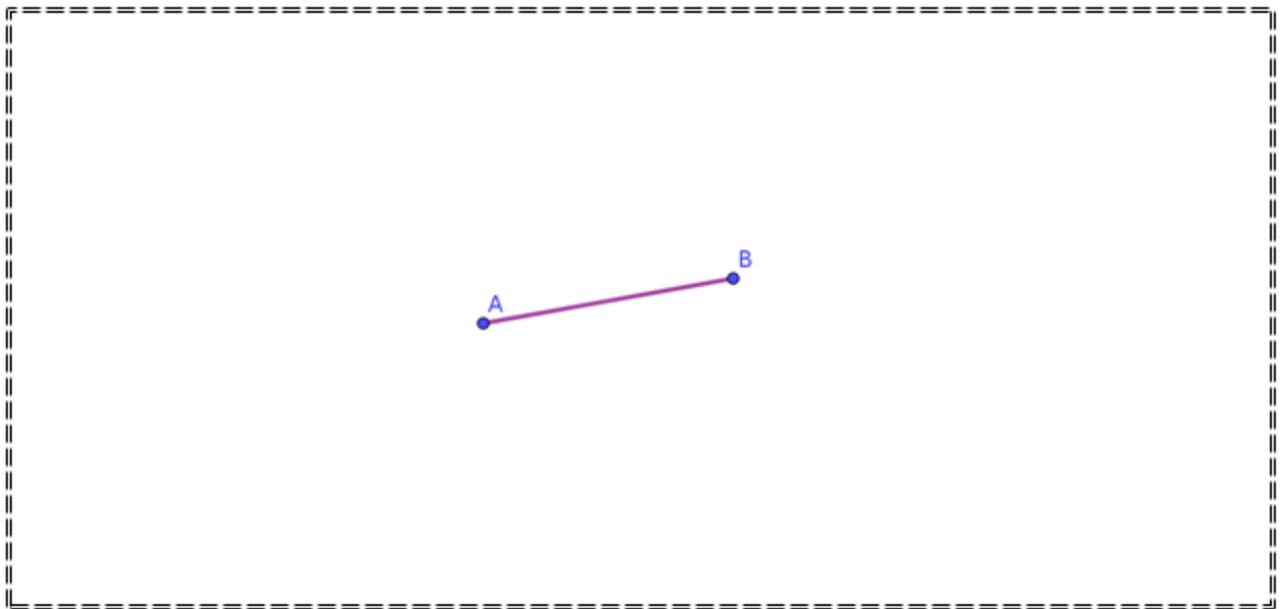


Рис. 45.

**Вывод:** *Используя циркуль и линейку без шкалы, можно построить данный отрезок разделить пополам.*

### **2.3. Экспериментальная проверка эффективности использования комплекса интерактивных лабораторных работ по геометрии для обучающихся 7 класса**

Экспериментальная работа по проверке гипотезы исследования проводилась в МАОУ «Гимназия №13» г. Красноярска, в 7 «В» и 7 «Г» классах. Краткая характеристика 7 «В» класса: 28 обучающихся (16 девочек и 12 мальчиков); класс непрофильный, успеваемость на среднем уровне: 5 отличника, 16 хорошистов, 7 обучающихся усваивающих геометрию на удовлетворительном уровне; математикой в разной степени интересуются 9-10 обучающихся; в целом класс дружный, ребята серьезные, организованные. Краткая характеристика 7 «Г» класса: 27 обучающихся (13 девочек и 14 мальчиков); класс непрофильный, успеваемость на низком уровне: 1 отличник, 10 «хорошистов», 16 обучающихся, усваивающих геометрию на удовлетворительном уровне; математикой в разной степени интересуются 4–5 обучающихся; в целом класс дружный, но недостаточно организованный.

Опытно-экспериментальная работа проводилась в два этапа: первый этап включал в себя оценку заинтересованности предметом. В группу испытуемых вошли обе группы обучающихся. Для проведения данного эксперимента я использовала анкету, представленную в Приложении 1. Результаты анкетирования в 7 «В» и в 7 «Г» классах до проведения эксперимента представлены на диаграммах (рис. 45, 46).

Анализируя полученные диаграммы, видно, что у обоих классов достаточно низкая заинтересованность предметом, большинство обучающихся изучают предмет лишь потому, что он пригодится для сдачи Единого Государственного Экзамена (63% и 71%). Причем в 7 «Г» классе мотивация к изучению ниже, чем в 7 «В» классе: ни один обучающийся не выбрал категории «стремлюсь узнать больше, чем требует учитель» и «легко дается этот предмет».

После проведения эксперимента, обоим классам была представлена такая же анкета. Причем в 7 «Г» классе уроки по данной теме проходили с применением комплекса интерактивных лабораторных работ, а в 7 «В» в тра-

диционной форме. Результаты анкетирования представлены на диаграммах ниже (рис. 47, 48).



Рис. 45. Заинтересованность предметом в 7 «В» классе

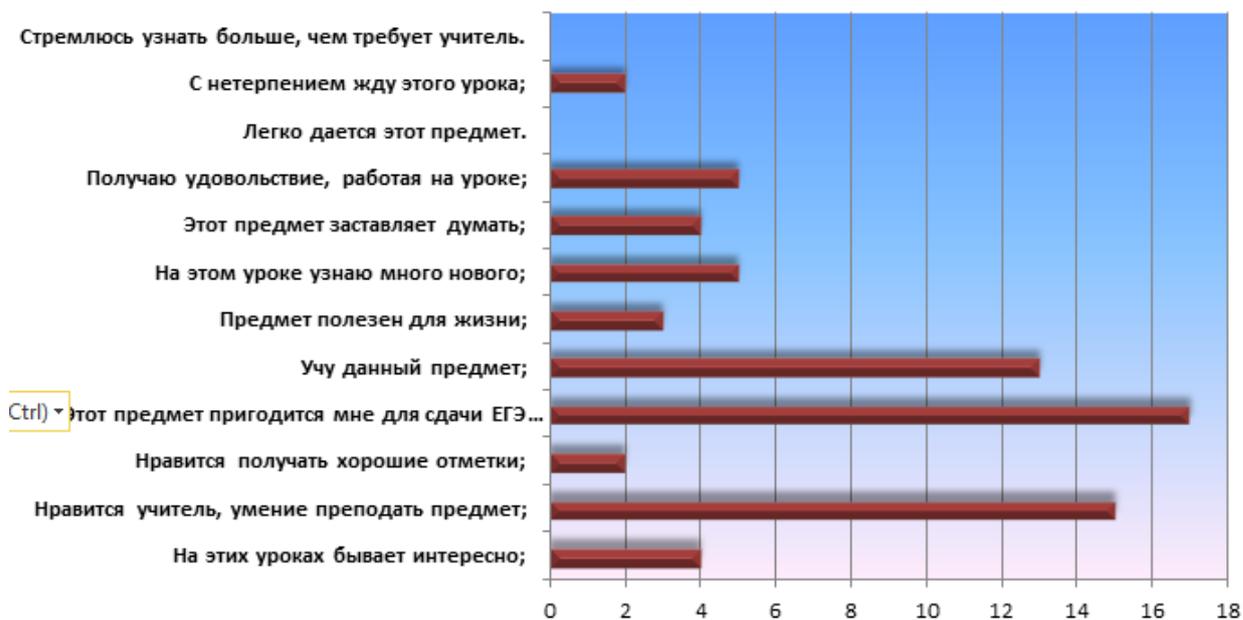
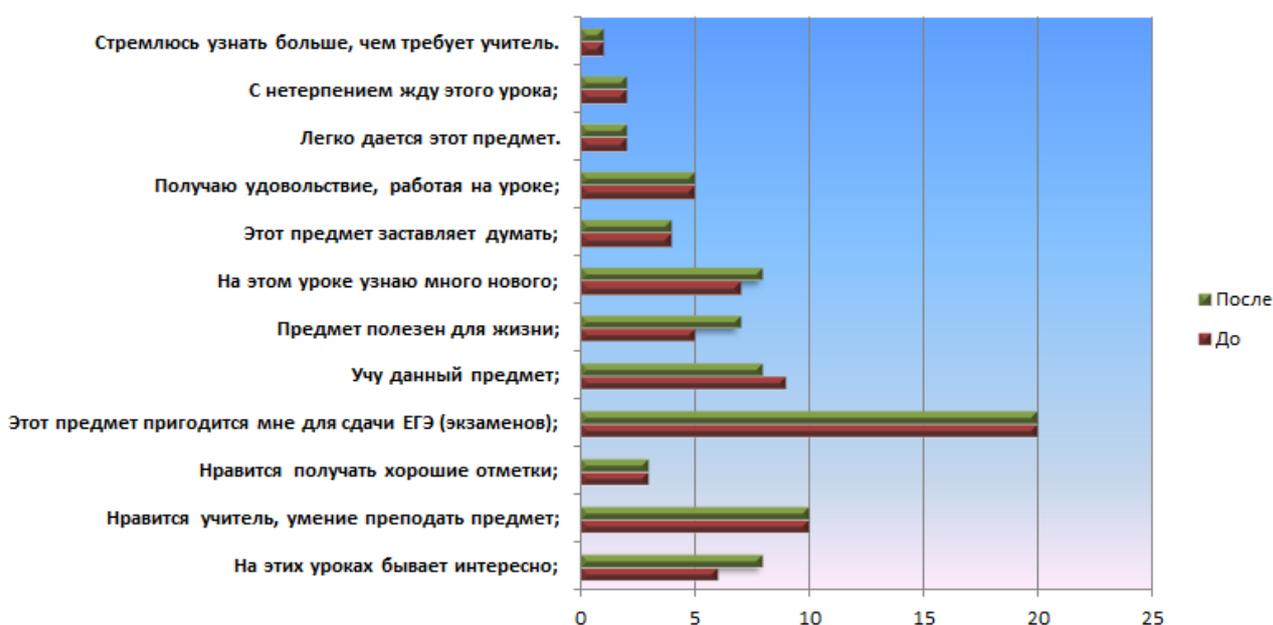


Рис. 46. Заинтересованность предметом в 7 «Г» классе

Анализируя данные диаграммы, видно, что в классе, в котором преподавание рассматриваемой темы происходило в традиционной форме, уровень заинтересованности предметом почти не изменился. В 7 «Г» классе, прослеживается резкое увеличение количества обучающихся изучающих геометрию потому, что: на уроке они узнают много нового (с 19 % до 52 %); нравится

получать хорошие отметки (с 7 % до 44 %); получаю удовольствие, работая на уроке (с 19 % до 37 %); этот предмет заставляет думать (с 15 % до 33 %). Появились ребята, которые считают, что данный предмет им дается легко, и они стремятся узнать больше, чем требует учитель.

Наблюдение благоприятной тенденции в области успеваемости обучающихся происходит, в первую очередь, благодаря применению листов индивидуальных достижений при оценке выполнения лабораторной работы. Такая система оценки позволяет отметить плюсом даже самые незначительные продвижения обучающихся.



*Рис. 47. Заинтересованность предметом в 7 «В» классе после проведения эксперимента*

Второй этап опытно-экспериментальной работы был нацелен на выявление уровня освоенности учебного материала. Для этого испытуемым была предложена самостоятельная работа, представленная в приложении 2.

В работе, необходимо было применить полученные знания в новой ситуации (воспроизвести все те же самые построения, но уже внутри фигуры). Для того, чтобы получить отметку «отлично», необходимо было выполнить любые две задачи. На диаграмме (рис. 49) представлены результаты выполнения работы в 7 «В» классе.

Процент качества – 71%, успеваемости – 89%. Высокие результаты, но стоит отметить, что данный класс всегда имел успеваемость по предмету на среднем уровне. Кроме того, при оформлении данной работы обучающиеся допустили больше ошибок, чем обучающиеся 7 «Г» класса.

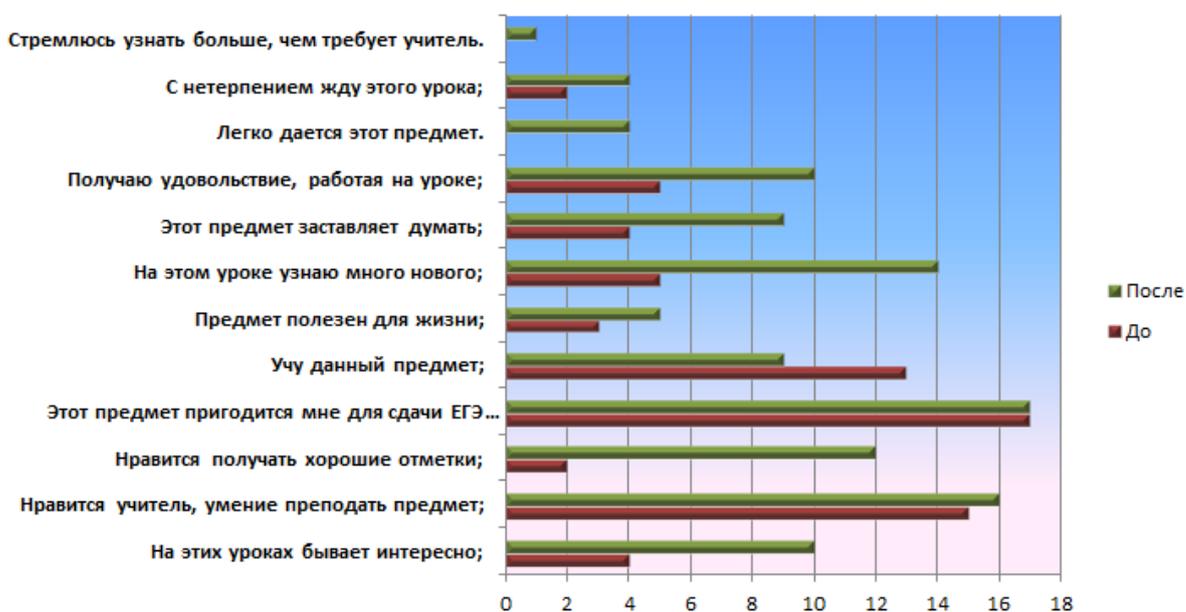


Рис. 48. Заинтересованность предметом в 7 «Г» классе после проведения эксперимента



Рис. 49. Результаты выполнения самостоятельной работы в 7 «В» классе

Результаты 7 «Г» класса представлены на диаграмме ниже. Рис. 50. Процент качества – 82%, успеваемости – 100%. Для столь слабого класса, это очень высокие результаты.

Применить данный комплекс удалось, так как школа оснащена мобильным классом, в котором на счету 15 ноутбуков. Обучающиеся работали в парах, формируя так же и некоторые коммуникативные навыки.



*Рис. 50. Результаты выполнения самостоятельной работы в 7 «Г» классе*

Добиться результатов представленных в данном параграфе, позволило применение интерактивных лабораторных работ в сочетании с техникой формирующего оценивания.

Следует признать, что система формирующего оценивания является наиболее современной и научно проработанной. Представляется, что это перспективный подход к оцениванию в школе. Эта система хорошо зарекомендовала себя за рубежом, однако, будучи известной в России достаточно давно, она не получила широкого распространения.

## **ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ II**

Обучающие-развивающий эффект интерактивной лабораторной работы заключается в активном освоении учащимися не только содержания предметной области, но и содержания познавательных, коммуникативных, регу-

лятивных и личностных универсальных учебных действий. Это проявляется в мобилизации учениками творческих сил, в выработке умений сотрудничать в ходе парной деятельности, подходить к изучаемому объекту с различных исследовательских позиций, анализировать закономерности, обобщать результаты и делать выводы.

В процессе выполнения заданий предлагаемого комплекса интерактивных лабораторных работ ученики накапливают факты, устанавливают связи объектов, открывают новые для них ситуации, объясняют причины появления определенных связей между рассматриваемыми объектами т.п. Воспитательное значение применения данного метода обнаруживается в познавательной активности школьников, их самостоятельности, ответственности за итоги исследования. Учитель создаёт условия для самореализации школьников и получает богатую информацию о степени их теоретической подготовленности, умении применять знания на практике.

Компьютерные технологии завоевывают все больше доверия и симпатии школьников и учителей математики. Программа по математике «GeoGebra», является одной из самых популярных в мире программ по математике.

Интерактивные лабораторные работы, объединяя в себе ИКТ технологии, что обеспечивает достижения интерактивности обучения, и специфической формы заданий дают достаточно высокий образовательный результат, в контексте развития познавательных универсальных учебных действий.

## Заключение

Современный период информатизации общества и образования определяет необходимость обновления и совершенствования методики обучения математике в средней школе, о чем свидетельствует содержание всех обсуждаемых сегодня проектов Концепции развития математического образования в Российской Федерации. Особенно остро эта необходимость проявляется в отношении методики обучения геометрии, где все активнее начинают применяться системы динамической геометрии. Общей особенностью этих систем является возможность создания и использования для целей учебного исследования динамических чертежей, геометрических конструкций, которые можно изменять при сохранении алгоритма их построения путем задания изменений одного или нескольких геометрических величин, конструкций. Эффективность программных продуктов этого класса в реализации исследовательского подхода к обучению геометрии сегодня уже не вызывает сомнения.

Объединяя одну из таких систем, с техникой лабораторных работ мы получили новое средство, способствующие формированию познавательных универсальных учебных действий – интерактивные лабораторные работы по геометрии.

Лабораторные работы способствуют формированию достаточно широкого ряда познавательных действий, а интерактивность, которая достигается за счет использования динамической системы «GeoGebra» позволяет организовать такую познавательную деятельность, в которой обучающиеся оказываются вовлеченными в процесс познания, имеют возможность понимать и рефлексировать по поводу того, что они знают и думают.

Прогнозируемые эффекты от применения данного комплекса интерактивных лабораторных работ, как видно из опытно-экспериментальной части данной работы, были достигнуты. Данный комплекс позволяет добиться:

- повышения интереса к изучаемому предмету у слабоуспевающих учащихся;
- повышения уровня самооценки;
- развития навыка самоконтроля;
- побуждения к открытию и изучению нового в сфере информационных технологий, желанию поделиться с товарищами своими знаниями.

Разработанный и использованный в процессе обучения комплекс интерактивных лабораторных работ сделал занятия интересными и мотивированными. Учащиеся легче воспринимали и усваивали материал в результате более ясной, эффективной и динамичной подачи материала.

Таким образом, задачи исследования выполнены, цель достигнута. Гипотеза получила частичное подтверждение, для полного ее подтверждения необходимо продолжать экспериментальную работу.

Исследование рассматриваемой проблемы может быть продолжено в направлении создания интерактивных лабораторных работ, интегрирующих в себе несколько предметов, которые помимо указанных в работе методических функций, позволят продемонстрировать обучающимся многообразие межпредметных связей математики с другими науками.

## Библиографический список

1. Актуальные проблемы модернизации математического и естественнонаучного образования. Материалы Второй регион. науч. методич. конф., г. Балашов, 8 апреля 2011 г. / под общ. ред. О.А. Фурлетовой. Балашов: Николаев, 2011. 104 с.
2. Асмолов А.Г. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя / [А. Г. Асмолов, Г. В. Бурменская, И. А. Володарская и др.]; под ред. А. Г. Асмолова. 2-е изд. М.: Просвещение, 2011. 159 с.
3. Бадарча Дендева. Информационные и коммуникационные технологии в образовании. М.: ИИТО ЮНЕСКО, 2013.
4. Богоявленский Д.Н., Менчинская Н.А. Психология усвоения знаний в школе. М.: Изд-во АПН РСФСР, 1959. 347 с.
5. Боженкова Л.И. Методика формирования универсальных учебных действий при обучении геометрии. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. 205 с.
6. Боженкова Л.И. Критерии и показатели освоения школьного курса математики в познавательной области // Актуальные проблемы качества математической подготовки школьников и студентов: методологический, теоретический и технологический аспекты: материалы V Всероссийской с международным участием научно-методической конференции. Красноярск, 16 ноября 2017г. / отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол.; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2017.
7. Болотова А.К., Молчанова О.Н. Психология развития и возрастная психология. М.: ГУ ВШЭ, 2012. 528 с.
8. Борытко Н.М., Соловцова И.А., Байбаков А.М. Педагогика. М.: Академия, 2009. 496 с.

9. Брюшкина В.Н. Модели рассуждений Ч. 3. Когнитивный подход. Калининград: РГУ им. И. Канта, 2010.
10. Быкова В.А. Интерактивные задания по математике как средство формирования универсальных учебных действий учащихся: материалы Международной научно – практической конференции, 17–18 апреля 2015 года: в 2 ч. Ч. 2 / Соликамский гос. пед. институт (филиал) ФГБОУ ВПО «ПГНИУ»; Соликамск: СГПИ, 2015. С. 126.
11. Быкова В.А. Формирующее оценивание: из опыта работы учителя математики // Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы: материалы II Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников. Красноярск, 18 мая 2017 г. / отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол.; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2017. С. 163–168.
12. Быкова В.А. Формирование универсальных учебных действий в процессе обучения геометрии в 9 классе // Заочная Всероссийская научно-практическая конференция 2017 г. «Проблемы математики, ее истории и методики преподавания на современном этапе». Пермь, 7–9 декабря 2017 года. Пермь, 2017.
13. Виноградова Л.В. Методика преподавания математики в средней школе: учебное пособие. Ростов н/Д: Феникс; М., 2013. 252 с.
14. Выготский Л.С. Педагогическая психология / под ред. Б.В. Давыдова. М.: Педагогика-пресс, 1996. 536 с.
15. Гаврилова Т.А., Хорошевский В.Ф. Базы знаний интеллектуальных систем. СПб.: Питер, 2001. 384 с.
16. Гальперин П.Я. Организация умственной деятельности и эффективность учения / Возрастная педагогическая психология. Пермь, 1971. С. 2–59.

17. Гельфман Э.Г. Психодидактика школьного учебника. Интеллектуальное воспитание учащихся. СПб.: Питер, 2006.
18. Гетманова А.Д. Логика: Учебник для студентов педвузов. М.: Высшая школа, 1986. 288 с.
19. Данилюк А.Я., Кондаков А.М., Тишков В.А. Концепция духовно-нравственного развития и воспитания гражданина России, 2010 г. М.: Просвещение, 2010. 24 с.
20. Джумакаева Н.К. Новые образовательные стандарты. Формирование и развитие универсальных учебных действий в современной школе // Молодой ученый. 2014. № 3. С. 823–826.
21. Дружинин Д.В. Когнитивная психология: Учебник для вузов / Под ред. В.Н. Дружинина, Д.В. Ушакова. М.: ПЕР СЭ, 2002. 480 с.
22. Дубровина И.В. Особенности обучения и психического развития школьников 13-17 лет / Под ред. И.В. Дубровиной, Б.С. Круглова. М.: Педагогика, 1988. 192 с.
23. Егупова М.В. Изучение практических приложений геометрии в школе. М.: Московский педагогический государственный университет, 2011. 895 с.
24. Ежкова Н.С. Как воздействовать на эмоции детей в процессе обучения на занятиях. М.: СИНТЕГ, 2011. 572 с.
25. Еремеева В.В. Применение анализа и синтеза при решении геометрических задач [Электронный ресурс]. URL: <http://открытыйурок.рф/статьи/515970/> (дата обращения 12.10.2017).
26. Зинченко П.И. Непроизвольное запоминание. М.: Изд-во АПН РСФСР, 1961. 562 с.
27. Иванов Д.А., Митрофанов К.Г., Соколова О.В. Компетентностный подход в образовании. Проблемы, понятия, инструментарий. Учебно-методическое пособие. М.: АПК и ППРО, 2005. 101 с.

28. Кабанова-Меллер Е.Н. Формирование приемов умственной деятельности и умственное развитие учащихся. М.: Просвещение, 1968. 183 с.
29. Каган М.С. Человеческая деятельность: опыт системного анализа. М.: Педагогика, 1974. 228 с.
30. Карпачева И.А. Педагогическая практика. Учебно-методическое пособие для студентов физико-математического факультета М., 2004. 166 с.
31. Квитко Е.Л. Методика обучения математике в 5–6 классах ориентированная на формирование универсальных учебных действий: автореф. дис. ... канд. пед. наук. М., 2014.
32. Кезина Л.П., Кондаков А.М. Федеральный государственный образовательный стандарт общего образования: проект. М.: Просвещение, 2010. 102 с.
33. Кирсанов А.А. Индивидуализация учебной деятельности как педагогическая проблема. Казань, 1982. 224 с.
34. Ковынева М.В. Методика активного обучения и воспитания. М.: Феникс, 2010. 320 с.
35. Ланда Л.Н. Алгоритмизация в обучении. М.: Просвещение, 1966. 522 с.
36. Лебедев О.Е., Неупокоева Н.И. Цели и результаты школьного образования. СПб.: СПГУПМ, 2001. 288 с.
37. Лященко Е.И. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математике: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов / Под ред. Е. И. Лященко. М.: Просвещение, 1988. 223 с.
38. Матросов В.Л., Трайнёв В.А., Трайнёв И.В. Интенсивные педагогические и информационные технологии. Организация управления обучением. М.: Прометей, 2000. 354 с.

39. Менчинская Н.А. Проблемы учения и умственное развитие школьника. М.: Педагогика, 1989. 324 с.
40. Мордкович А.Г. Беседы с учителем математики. М.: Оникс 21 век, 2015.
41. Ушинский. К.Д. Избранные труды. В 4 книгах. Книга 1. Проблемы педагогики. М.: Дрофа, 2005.
42. Пидкасистый П.И. Самостоятельная познавательная деятельность школьников в обучении. М.: Педагогика, 1980. 236 с.
43. Полат Е.С., Бухаркина М.Ю., Моисеева М.В., Петров А.Е. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: учеб. пособие для студ. пед. вузов и системы повыш. квалиф. пед. кадров / под. ред. Е.С. Полат. М.: Издательский центр «Академия», 1999.
44. Примерные программы по учебным предметам. Математика. 5–9 классы. М.: Просвещение, 2014. 67 с.
45. Проколова И.В. Интерактивные технологии обучения на уроках математики [Электронный ресурс]. URL: <http://открытыйурок.рф/статьи/575126/> (дата обращения: 12.10.2017).
46. Пышкало А.М. Учебно-наглядные пособия по математике. М.: Просвещение, 1965.
47. Пятунин В.Б. Логические универсальные учебные действия: состав, способы формирования и оценка // География в школе. 2015. № 6.
48. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. СПб.: Питер, 2000. 705 с.
49. Рыжова И.Г. Развитие познавательного интереса учащихся на уроках математики // Фестиваль педагогических идей «Открытый урок». 2013.
50. Стефанова Н.Л. и др. Методика и технология обучения математике. Лабораторный практикум. М.: Дрофа, 2014. 320 с.

51. Талызина Н.Ф. Формирование приёмов математического мышления. М.: ТОО «Вентана Граф», 1995. 130 с.
52. Талых Т.Н. Учебно-методический комплекс по дисциплине "Методика преподавания математики". Старый Оскол: Б.И., 2010.
53. Темербекова А.А. Методика обучения математике. Учебное пособие / А. А. Темербекова, И.В. Чугунова, Г.А. Байгонакова. М.: Лань, 2015. 512 с.
54. Теплоухова Л.А. Формирование универсальных учебных действий средствами проектной технологии: автореф. дис. ... канд. пед. наук. Ижевск, 2012.
55. Тумашева О.В. Берсенева О.В. Обучение математике с позиции системно-деятельностного подхода. Красноярск: КГПУ им. В.П. Астафьева, 2016.
56. Уэно Х., Исидзука М. Представление и использование знаний. М.: Мир, 1989. 325 с.
57. Федеральный государственный образовательный стандарт [Электронный ресурс]: URL: <http://минобрнауки.рф/документы/336> (дата обращения 28.08.2017).
58. Фрейджер Р., Фейдимен Д. Психология личностных конструктов и когнитивная психология: пер. с англ. / Дж. Келли и А. Бек. М.: Прайм-Еврознак, 2009. 128 с.
59. Хуторской А.В. Ключевые компетенции как компонент личностно-ориентированной парадигмы образования // Ученик в обновляющейся школе: сб. науч. тр. / под ред. Ю.И. Дика, А.В. Хуторского. М.: ИОСО РАО, 2002. 488 с.
60. Хуторской А.В. Современная дидактика. СПб.: Питер, 2001. 544 с.
61. Черкасов Р.С. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика: Учебное пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. инстит. / Сост. Черкасов Р.С. и др. М.: Просвещение, 1985. 336 с.

62. Шадриков В.Д. Подготовка учителя математики: Инновационные подходы / под ред. В. Д. Шадрикова. М.: Гардарики, 2002. 383 с.
63. Шкерина Л.В. Критериально-базисный подход к оцениванию универсальных учебных умений школьников при обучении математике // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева, 2017. № 2(40). С. 28 – 31.
64. Щеулова Е.А., Митичева Т.И. Формирование познавательных универсальных учебных действий младших школьников как психолого-педагогическая проблема // Молодой ученый. 2017. № 1. С. 425–428.
65. Эльконин Б.Д. Особенности знакового опосредствования при решении творческих задач: [обучение математике] // Психол. наука и образование. 1997. № 3. С. 55–61.

## Приложения 1

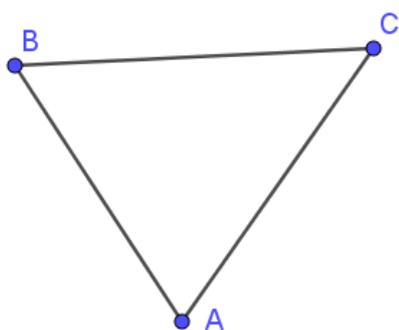
*Определите свое отношение к предмету «Геометрия», поставив знак «+» в нужной графе*

Отношение к предмету:	7 «В»
1. На этих уроках бывает интересно;	4
2. Нравится учитель, умение преподавать предмет;	15
3. Нравится получать хорошие отметки;	2
4. Этот предмет пригодится мне для сдачи ЕГЭ (экзаменов);	17
5. Учю данный предмет;	13
6. Предмет полезен для жизни;	3
7. На этом уроке узнаю много нового;	5
8. Этот предмет заставляет думать;	4
9. Получаю удовольствие, работая на уроке;	5
10. Легко дается этот предмет.	0
11. С нетерпением жду этого урока;	2
12. Стремлюсь узнать больше, чем требует учитель.	0

**Самостоятельная работа по теме «Задачи на построение»**

Выполните любые два построения:

Задание 1: Постройте высоту треугольника  $ABC$ , выходящую из вершины  $C$ . Запишите этапы построения, и доказательство построения.



Задание 2: Постройте медиану треугольника  $ABC$ , выходящую из вершины  $A$ . Запишите этапы построения, и доказательство построения.

Задание 3: Постройте биссектрису треугольника  $ABC$ , выходящую из вершины  $B$ . Запишите этапы построения, и доказательство построения.