МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. В.П. АСТАФЬЕВА
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт/факультет/филиал Институт математики, физики и информатики
Выпускающая кафедра алгебры, геометрии и методики их преподавания

Васенина Анастасия Анатольевна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Междисциплинарный подход к изучению темы «Производная» в старших классах

Направление подготовки/специальность: 44.03.05 педагогическое образование
(код направления подготовки/код специальности)
Профиль: математика и информатика
(наименование профиля для бакалавриата)

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ КГПУ им. В.П. Астафьева ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ, ФИЗИКИ И ИНФОРМАТИКИ

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ
Заведующий кафедрой: алгебры, геометрии и методики их преподавания
д.п.н., профессор Майер В.Р.
__________ «17» 06 2017 года
(подпись)

РУКОВОДИТЕЛЬ: к.ф.-м.н., доцент кафедры алгебры, геометрии и методики их преподавания, канд. физ.-мат. наук
Абдулкин В.В.
__________ «16» 06 2017 года
(подпись)

ОБУЧАЮЩИЙСЯ: Васенина А.А.
__________ «16» 06 2017 года
(подпись)

Оценка:____________
(прописью)

Красноярск
2017

Содержание

Введение

Залогом развития человека является его деятельность в ее различных проявлениях, которая должна быть продуктивной, сюда относится и учебная деятельность, по истечению которой должны быть достигнуты определенные результаты [14]. Нынешние требования в условиях федерального государственного образовательного стандарта (ФГОС) к результатам учебной деятельности по предмету математика таковы, что у обучающихся должно быть сформировано представление о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки и методе познания, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления, представления действительности; должны быть развиты умения применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин и др. [32].

Это приводит нас к необходимости использования принципа межпредметных связей (МПС) в учебном процессе и демонстрации обучающимся как они реализуются.

Проблеме взаимосвязей между учебными предметами уделялось большое внимание в классической педагогике, в частности в работах Я. А. Коменского, И. Г. Песталоцци, К. Д. Ушинского. Великие дидакты обосновали необходимость МПС для отражения целостности природы в содержании учебного материала, для создания истинной системы знаний и миропонимания. В отечественной педагогике в XX столетии идея МПС получила свое дальнейшее развитие [4]. В работах известных ученых-педагогов (М.Н. Скаткина, И.Д. Зверева, В.М. Коротова, и др.) МПС выступают как условие единства обучения и воспитания, средство комплексного подхода к предметной системе обучения [30]. Уточним с позиций современных подходов к построению школьного математического образования понятие МПС в обучении — это дидактическое условие, сопутствующее отражению в учебном процессе сформированности целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, а также овладение обучающимися навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности [4]. В результате знания становятся не только конкретными, но и обобщенными, что дает обучающимся возможность переносить эти знания в новые ситуации и применять их на практике.

Наиболее ярким примером использования МПС в обучении старшеклассников является приложение производной к различным областям науки.

Производная функции является одним из важнейших понятий курса алгебры и начал математического анализа в старшей школе. Знакомясь с ним обучающиеся, в обязательном порядке, узнают о её физическом и геометрическом смыслах, но помимо них, производная имеет приложения и в других науках. Практическое применение данное понятие имеет в самых различных областях деятельности — везде, где имеют место быть неравномерно протекающие процессы.

В силу ограниченности часов по изучению данной темы невозможно рассмотреть в рамках уроков все приложения производной.

Актуальность данной выпускной квалификационной работы определяется тем, что условиях профильной школы данная проблема может решиться с помощью использования специально организованных элективных курсов с использованием МПС. Использование МПС при обучении математике способствует формированию у обучающихся цельного представления о явлениях природы и взаимосвязи между ними, делает знания практически более значимыми и применимыми, формируя тем самым компетенции, имеющие прикладную направленность.

Таким образом, была сформулирована *тема исследования* «Междисциплинарный подход к изучению темы "Производная" в старших классах».

Объектом исследования является процесс обучения математике в школе.

Предметом исследования является выявление МПС математики с другими дисциплинами и их использование в обучении старшеклассников.

Цель выпускной квалификационной работы - анализ возможностей использования МПС при изучении математики и пути их осуществления в профильной школе.

Исходя из цели определены следующие *задачи:*

1) проанализировать научную и методическую литературу по проблеме формирования МПС при изучении математики;

2) теоретически обосновать дидактическую целесообразность и форму реализации МПС при изучении математики;

3) проанализировать ЕГЭ на предмет использования принципа МПС;

4) разработать элективный курс «Производная и ее приложения» с реализацией принципа МПС;

5) провести экспериментальные занятия (апробировать элективный курс) в процессе педагогической практики;

Методы исследования, применяемые в данной выпускной квалификационной работе:

- анализ литературы;
- теоретический анализ и синтез;
- аналогия;
- обобщение;
- исследование.

Теоретическая значимость состоит в выявлении содержательных характеристик МПС в процессе обучения математике и поисков путей их реализации в условиях профильной школы.

Практическая значимость заключается в готовности внедрения элективного курса «Производная и ее приложения», включающего занятия с подготовкой к ЕГЭ и отвечающего ФГОС нового поколения в профильной школе.

Новизна состоит в рассмотрении понятия МПС и путей его реализации при обучении математике в условиях профильной школы при изучении темы «Производная» с позиции новейшего механизма индивидуализации и дифференциации обучения - элективных курсов, включающих в себя интегрированные занятия с применением информационных технологий.

Краткое описание структуры выпускной квалификационной работы: введение раскрывает актуальность, определяет степень научности разработки темы, объект, предмет, цель, задачи и методы исследования, раскрывает теоретическую и практическую значимость работы.

В первой главе рассматриваются особенности организации профильного обучения в школе, теоретическая основа МПС и использования понятия «Производная» при их осуществлении.

Вторая глава посвящена разработке элективного курса «Производная и ее приложения» с использованием МПС и анализ результатов его эффективности в ходе экспериментального преподавания в период педагогической практики.

Глава I. Теоретические основания для реализации межпредметности в процессе профильного обучения школьников математике

1.1 Особенности организации профильного обучения в школе

Современное общество предъявляет к выпускникам всё более высокие требования. Основной задачей школы становится формирование личности, обладающей целостным мировоззрением, активной жизненной позицией и значимыми для личности и общества компетенциями. Совершенствование обучения на старшей ступени ведётся в соответствии с Концепцией профильного обучения в старшей школе [16]. Согласно приказу Минобразования Российской Федерации №2757 от 26 июня 2003 г. С 2006-2007 учебного года в старших классах общеобразовательных учреждений Российской Федерации начался широкий переход на профильное обучение [6]. Важнейшие идеи профильного обучения нашли отражение в основополагающих документах российского образования, в том числе в ФГОС второго поколения.

Преподавание математики в условиях внедрения ФГОС второго поколения в общеобразовательной школе должно быть подчинено главной задаче - развитию личности учащегося с учетом его интересов и возможностей. Целью учебно-воспитательного процесса обучения математике является формирование всесторонне образованной, инициативной, компетентной личности, а получаемые математические знания должны использоваться обучающимися, впоследствии выпускниками школ, в различных областях человеческой деятельности.

Достижению обозначенной в ФГОС цели может способствовать профильное обучение.

Профильное обучение – это система специализированной подготовки старшеклассников, направленная на то, чтобы сделать процесс их обучения на последней ступени общеобразовательной школы, более индивидуализированным, отвечающим реальным запросам и ориентациям.

Является средством дифференциации и индивидуализации обучения, позволяющее за счет изменений в структуре, содержании и организации образовательного процесса более полно учитывать интересы, склонности и способности учащихся, создавать условия для обучения старшеклассников в соответствии с их профессиональными интересами и намерениями в отношении продолжения образования [33].

Основными приоритетами профилизации являются: личностно-ориентированное обучение (И.С. Якиманская), компетентностный подход (И.А. Зимняя, А.В. Хуторской).

Основным вкладом математики в достижение целей основного общего образования становится формирование у учащихся умения применять математические знания в повседневной жизни – домашнее строительство, ремонт квартиры, покупки, разведение смесей для всевозможных практических потребностей и т.д. Эти цели достигаются с помощью метапредметного подхода к процессу обучения.

Особенностью стандарта среднего (полного) общего образования является его направленность на значимость реализации метапредметного подхода.

Метапредметный подход направлен на переход от существующей практики дробления знаний на предметы к целостному образному восприятию мира, к метадеятельности. Согласно стандарту нового поколения, метапредметные (компетентностные) результаты образовательной деятельности – это способы деятельности, применимые как в рамках образовательного процесса, так и при решении проблем в реальных жизненных ситуациях, освоенные обучающимися на базе одного, нескольких или всех учебных предметов [17].

ФГОС нового поколения устанавливает следующие требования к метапреметным результатам обучающихся.

Метапредметные результаты, включающие освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные), способность их использования в учебной, познавательной и социальной практике, самостоятельность в планировании и осуществлении учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками, способность к построению индивидуальной образовательной траектории, владение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности [32].

Помимо метапредметных ФГОС устанавливает требования к личностным и предметным результатам обучающихся.

Личностные результаты, направленные на формирование всесторонне образованной, инициативной и успешной личности, обладающей системой современных мировоззренческих взглядов, ценностных ориентаций, идейно-нравственных, культурных и этических принципов и норм поведения.

Предметные результаты, включающие освоенные обучающимися в ходе изучения учебного предмета умения специфические для данной предметной области, виды деятельности по получению нового знания в рамках учебного предмета, его преобразованию и применению в учебных, учебно-проектных и социально-проектных ситуациях, формирование научного типа мышления, научных представлений о ключевых теориях, типах и видах отношений, владение научной терминологией, ключевыми понятиями, методами и приемами.

Предметные результаты освоения основной образовательной программы среднего (полного) общего образования устанавливаются на интегрированном, базовом и профильном уровнях, ориентированных на приоритетное решение соответствующих комплексов задач.

Предметные результаты на интегрированном уровне должны быть ориентированы на освоение обучающимися в рамках интегрированных курсов ключевых теорий, идей, понятий, фактов и способов действий совокупности предметов, относящихся к единой предметной области и обеспечивающих реализацию мировоззренческих, воспитательных и развивающих задач общего образования, формирование общей культуры обучающихся на основе освоения ими относящихся к отдельным областям знаний.

Предметные результаты на базовом уровне должны быть ориентированы на освоение обучающимися систематических знаний и способов действий, присущих данному учебному предмету, и решение задач освоения основ базовых наук, поддержки избранного обучающимися направления образования, обеспечения академической мобильности.

Предметные результаты на профильном уровне должны быть ориентированы на более глубокое, чем это предусматривается базовым уровнем, освоение обучающимися систематических знаний и способов действий, присущих данному учебному предмету, и решение задач освоения основ базовых наук, подготовки к последующему профессиональному образованию или профессиональной деятельности [32].

Модель общеобразовательного учреждения с профильным обучением на старшей ступени предусматривает возможность разнообразных комбинаций учебных предметов, что и будет обеспечивать гибкую систему профильного обучения. Эта система должна включать в себя следующие типы учебных предметов: базовые общеобразовательные, профильные и элективные.

Базовые общеобразовательные предметы являются обязательными для всех учащихся во всех профилях обучения. Предлагается следующий набор обязательных общеобразовательных предметов: математика, история, русский и иностранные языки, физическая культура, а также интегрированные курсы обществоведения (для естественно-математического, технологического и иных возможных профилей), естествознания (для гуманитарного, социально-экономического и иных возможных профилей).

Профильные общеобразовательные предметы - предметы повышенного уровня, определяющие направленность каждого конкретного профиля обучения. Например, физика, химия, биология - профильные предметы в естественно-научном профиле; литература, русский и иностранные языки - в гуманитарном профиле; история, право, экономика - в социальноэкономическом профиле и т.д. Профильные учебные предметы являются обязательными для обучающихся, выбравших данный профиль обучения [16].

И к третьему типу учебных предметов относятся обязательные элективные курсы (ЭК) по выбору, связанные с удовлетворением индивидуальных образовательных интересов, потребностей и склонностей каждого обучающегося. Именно ЭК по существу являются важнейшим средством построения индивидуальных образовательных программ, т.к. обучающийся сам делает выбор, в зависимости от его интересов, способностей, последующих жизненных планов. ЭК призваны быть «компенсацией» ограниченных возможностей базовых и профильных учебных предметов удовлетворении образовательных потребностей старшеклассников. Рассмотрим требования к организации ЭК в профильной школе.

1.2 Требования к организации элективных курсов

Элективные курсы – обязательные для посещения курсы по выбору обучающихся, входящие в состав профиля обучения на старшей ступени школы. Как правило школьник должен выбрать три курса из 5-6 предложенных школой.

Совместно с профильными предметами, ЭК должны обеспечить, во-первых, преемственность содержания общего и профессионального образования, во-вторых, мотивированный выбор профессионального образования и будущей профессиональной деятельности.

ЭК реализуются за счет школьного компонента учебного плана и выполняют две функции.

Одни из них могут «поддерживать» изучение основных профильных предметов на заданном профильным стандартом уровне. К таким относятся курсы профильных предметов, призванные обеспечить для наиболее способных обучающихся повышенный уровень изучения того или иного предмета. Также к ЭК с функцией «надстройки» профильных предметов относятся курсы с использованием МПС, позволяющие изучать смежные дисциплины на профильном уровне («История искусств» для гуманитарного профиля).

Другие ЭК служат для внутрепрофильной специализации обучения и для построения индивидуальных образовательных траекторий. К таким относятся курсы:

1. Позволяющие школьнику, обучающемуся в профильном классе, где этот предмет изучается на базовом уровне, подготовиться к сдаче ЕГЭ по этому предмету на повышенном уровне.

2. Ориентированные на приобретение обучающимися образовательных результатов, для успешного продвижения на рынке труда («Деловой английский» и др.).

3. «Внепредметного» и «надпредметного» характера, для обучающихся, познавательные интересы которых выходят за рамки традиционных школьных предметов, распространяющихся на области деятельности человека вне круга выбранного ими профиля обучения («Основы рационального питания», «Подготовка автолюбителя»).

Среди ЭК должны быть и имеющие межпредметный характер, цель которых состоит в интеграции знаний учащихся о природе и обществе. Такие курсы могут быть с одной стороны, компенсирующим курсом для классов гуманитарного и социально-экономического профилей, а с другой — носить обобщающий характер для классов естественнонаучного профиля [2].

Количество элективных курсов, предлагаемых в составе профиля, должно быть избыточно по сравнению с числом курсов, которые обязан выбрать обучающийся. По элективным курсам единый государственный экзамен не проводится. При этом примерное соотношение объемов базовых общеобразовательных, профильных общеобразовательных предметов и ЭК определяется пропорцией 50:30:20 [16].

Важными задачами введения тех или иных ЭК являются формирование при их изучении умений и способов деятельности для решения практически важных задач, продолжение профориентационной работы, осознание возможностей и способов реализации выбранного жизненного пути и т.д. [15]. Поэтому в рамках времени, отведенного на ЭК, должны отводиться часы на организацию учебных практик, проектов, исследовательской деятельности, лабораторий, с применением игровых и других инновационных педагогических технологий.

В силу разнообразности характера предназначений ЭК у отдельных школ может возникнуть затруднительное положение, вызванное нехваткой педагогических кадров и отсутствием учебно-методического обеспечения. Здесь приобретают особую роль сетевые формы взаимодействия образовательных учреждений, предусматривающие объединение, кооперацию образовательного потенциала нескольких образовательных учреждений, включая учреждения начального, среднего, высшего профессионального образования.

ЭК предполагает изменение образовательной стратегии деятельности как обучающегося, так и педагога. Для педагога введение ЭК в профильном обучении является неким расширением свободы в выборе программ, утвержденных Министерством образования и науки РФ. В случае отсутствия программы преподавание ЭК в рамках профильного обучения ведется по программам, составленным преподавателем школы, прошедшим экспертизу на муниципальном уровне. Таким образом, каждый педагог имеет возможность составить собственную авторскую программу [5].

Изучение школьных предметов предметной области «Математика» при профильном обучении производится на трёх уровнях: Компенсирующий (5-6 часов в неделю) — для обучающихся, выбравших универсальный профиль и планирующих дальнейшее обучение в учреждениях среднего профессионального обучения. Базовый (4–6 часов в неделю) — для обучающихся, выбравших универсальный, гуманитарный, филологический, социально-экономический (различных специализаций) профили и планирующих дальнейшее обучение в учреждениях высшего профессионального обучения. Профильный (7 часов в неделю) — для обучающихся, выбравших естественно-математический, технологический (различных специализаций) и планирующих дальнейшее обучение в профильных учреждениях высшего профессионального обучения.

Традиционный углубленный курс для обучающихся, выбравших математический, технологический (специализаций: математика, физика, информатика) и планирующих дальнейшее обучение в профильных учреждениях высшего профессионального обучения, должен быть реализован на профильном уровне с большим количеством ЭК [31].

Таким образом, ЭК способствуют внутрипрофильной специализации обучения, а также необходимы учащимся для выбора собственного образовательного маршрута. Они представляют собой инструмент реализации одной из основных задач, стоящих перед системой образования, а именно подготовки члена общества к самостоятельному выбору индивидуальной траектории развития в соответствии со своими способностями и возможностями, к ответственному принятию решений и эффективным действиям в современном меняющемся мире. Самостоятельность как ответственное, инициативное, независимое поведение – основной вектор взросления молодого человека.

Исходя из вышесказанного, профильное обучение – это закономерный результат развития и реализации теории дифференцированного обучения в условиях новой парадигмы образования, основанной на личностно-ориентированном подходе к обучению и воспитанию, оно обусловлено серьёзными изменениями, происходящими в нашем обществе, в социальной жизни, в системе ценностей. Введение профильного обучения - одно из основных направлений нынешней образовательной реформы. Строительство новой профильной школы должно основываться на серьёзных, в первую очередь, качественных изменениях, как при формировании содержания образования, так и формах организации учебного процесса. Реализация данного направления требует от учителя математики освоения новых методик, способов и приемов работы в старших классах различных профилей обучения, например, таких приемов, как использование межпредметных связей.

Широкие предметные связи математики с другими дисциплинами, возможность ее использования в различных областях деятельности человека, а также значительная прикладная составляющая содержания обучения математике представляет собой естественную сферу дифференциации содержания обучения. Поэтому реализация межпредметных связей математики с другими учебными предметами позволит старшеклассникам не только овладеть знаниями и умениями в тех областях, к которым у них есть интерес и склонности, подготовиться к продолжению образования и получению профессии, но и окажет положительное влияние на развитие обучающихся и в том числе на развитие их познавательной мотивации.

1.3 Межпредметные связи в обучении старшеклассников математике

В педагогической литературе имеется более нескольких десятков определений категории «межпредметные связи», существуют самые различные подходы к их педагогической оценке и различные классификации.

Одним из более полных определений, является следующее: Межпредметные связи есть педагогическая категория для обозначения синтезирующих, интегративных отношений между объектами, явлениями и процессами реальной действительности, нашедших свое отражение в содержании, формах и методах учебно-воспитательного процесса и выполняющих образовательную, развивающую и воспитывающую функции в их ограниченном единстве [21].

МПС – важнейший принцип обучения в современной школе. Он обеспечивает взаимосвязь естественно-научного и общественно-гуманитарного циклов. С помощью межпредметных связей учитель в сотрудничестве с учителями других предметов осуществляет целенаправленное решение комплекса учебно-воспитательных задач [11].

МПС активизируют познавательную деятельность обучающихся, побуждают мыслительную активность в процессе переноса, синтеза и обобщения знаний из разных предметов. Использование наглядности из смежных предметов повышает доступность усвоения связей между физическими, химическими, биологическими, географическими и другими понятиями. Таким образом, МПС связи выполняют в обучении ряд функций: методологическую, образовательную, развивающую, воспитывающую, конструктивную [21].

Учителю математики приходится иметь дело, как правило, с тремя видами межпредметных временных связей: предшествующими, сопутствующими и перспективными.

- предшествующие МПС – это связи, когда при изучении материала курса математики опираются на ранее полученные знания по другим предметам.

- сопутствующие МПС – это связи, учитывающие тот факт, что ряд вопросов и понятий изучаются как по математике, так и по другим предметам.

- перспективные МПС используются, когда изучение материала по математике опережает его применение в других предметах [19].

В практике работы учителя математики встречаются все эти три вида МПС, но чаще учителя других предметов используют знания обучающихся по математике.

Изучение всех предметов естественнонаучного цикла взаимосвязано с математикой. Математика дает обучающимся систему знаний и умений, необходимых в повседневной жизни и трудовой деятельности человека, а также важных для изучения смежных дисциплин. На основе знаний по математике у учащихся формируются общепредметные расчетно-измерительные умения. Изучение математики опирается на преемственные связи с курсами физики, химии, при этом раскрывает практическое применение получаемых учащимися математических знаний и умений, что способствует формированию у обучающихся научного мировоззрения, представлений и математическом моделировании как обобщенном методе познания мира [12].

Реализация МПС при обучении математике является эффективным средством повышение познавательного уровня и интереса к предмету. Обучающиеся начинают испытывать удовлетворение, замечая, что абстрактные математические формулы и уравнения имеют реальное воплощение в физических, химических, биологических процессах.

Использование МПС при обучении математике выполняет следующие функции: способствует решению чисто учебных задач по закреплению базовых математических знаний, умений и навыков в процессе их постоянного применения в обучении разным предметам, являясь важным фактором совершенствования процесса обучения на всех его уровнях; позволяет закрепить профессионально значимые знания, умения и навыки и создать положительный эмоциональный фон обучения математике; повышает заинтересованность в изучении как математики, так и других дисциплин; помогает развивать мышление; способствует развитию значимых качеств личности; осуществляет интеграцию учебных дисциплин, показывая, как одни и те же законы применяются в различных научных отраслях; выстраивает единую научную картину мира и тем самым вносит вклад в формирование научного мировоззрения [11].

В ходе преподавании математики и физики необходимо обращать внимание учащихся на то, что математика является мощным средством для обобщения физических понятий и законов. Математика представляет аппарат для выражения общих физических закономерностей и методом раскрытия новых физических явлений и фактов, а физика, в свою очередь, стимулирует развитие математики постановкой новых задач [18].

МПС математики с химией имеют достаточно большие потенциальные возможности, основанные на математических моделях химических процессов. Кроме широко используемых в химии пропорций, процентных отношений и множества задач на смеси, решение задач с химическим содержанием предоставляет широкие возможности для построения математических моделей, использующих линейные уравнения, системы линейных уравнений, производную, интегралы, дифференциальные уравнения и т. д.

Изучение экономики в школе также тесно связано с математикой, МПС осуществляются при решении практических задач с экономическим содержанием с помощью математического моделирования, свойств функций, элементов теории множеств и математического анализа.

При систематическом осуществлении МПС на уроках происходит углубление знаний и по другим дисциплинам и в некоторой степени устраняет дублирование в изучении материала, экономит время и создает благоприятные условия для формирования общеучебных умений и навыков учащихся.

Рассмотрим конкретно, как реализовать на практике МПС математики и других дисциплин в 10-11 классах.

Проведенный нами анализ учебников позволил проследить взаимосвязь курсов алгебры и начал математического анализа и геометрии с другими предметами естественно-научного и общественно-гуманитарного циклов, в изучаемых темах и понятиях. Темами, в которых в которых просматривается наибольшее количество взаимосвязей с другими предметами стали:

– Действительные числа, имеющая связь с темами из физики, а именно основами молекулярно-кинетической теории. В понятиях: о величине и измерении, массы молекул и атомов, определение расстояний до небесных тел на основе измерения параллаксов, ошибки при измерении, точность, правилах вычисления погрешности.
– Функции и их свойства, графики функций, имеющие взаимосвязи с молекулярной физикой, демонстрирующих графики тепловых процессов и деформации, функциональных зависимостей. Также данная тема имеет связи с химией и экономикой при построении графиков, отражающих зависимости: процентной концентрации раствора от массы растворённого вещества в данной массе раствора, теплового эффекта реакции от массы образовавшегося вещества, степени диссоциации

вещества от концентрации его раствора кривая производственных возможностей и т.п. С биологией – размножение бактерий.

– Тригонометрия (тождественные преобразования тригонометрических выражений; решение тригонометрических уравнений и неравенств; графики функций синуса и косинуса; уравнения гармонических колебаний $y = A\cos\,(\omega t + \varphi_0)$ и $y = A\sin\,(\omega t + \varphi_0)$ используются в физике – колебаниях и волнах (переменный ток, звук, уравнение движения математического маятника, смещение, амплитуда, фаза, частота), в оптике. Также тригонометрия используется в биологии (биоритмы) и астрономии (техника триангуляции, позволяющая измерять расстояния до недалёких звёзд).
– Комбинаторика, теория вероятности, статистика используются в статистической физике (теплопроводность, диффузия), теории измерений. В биологии- генетика популяций, закон Харди-Вайнберга, законы Г.Менделя, сцепленное с полом наследование признаков. Математическая статистика напрямую используется в экономических исследованиях.
– Векторы, векторный анализ, векторное пространство применяются в разделах физики: кинематики, механике, электродинамике. В понятиях: векторы напряженностей электрических полей, принцип суперпозиции полей, магнитное поле тока, электромагнитная индукция, сложения и разложение векторов для описания электрического поля, в законе сохранения импульса.
– Показательная и логарифмические функции в физике (закон радиоактивного распада, период полураспада) и биологии (закон органического размножения: при благоприятных условиях живые организмы размножались бы по закону показательной функции).
– Первообразная и интеграл. Определенный интеграл имеет дело с переменными величинами, в зависимости от постановки задачи его можно использовать в различных задачах на равномерное движение,

механическая работа, постоянный электрический ток, электромагнитная индукция и др. В экономике: решение задач с экономическим смыслом (нахождение экономических функций по известным предельным величинам.). В геометрии: вычисление объема тела, нахождение длины дуги кривой, вычисление площади поверхности.

– Многогранники имеют взаимосвязь с химией –молекула метана имеет форму правильного тетраэдра. В биологии- существуют вирусы, содержащие кластеры в форме икосаэдра, также в процессе деления яйцеклетки сначала образуется тетраэдр из четырех клеток, затем октаэдр, куб и, наконец, додекаэдро-икосаэдрическая структура гаструлы. Структура ДНК представляет собой четырехмерную развертку (по оси времени) вращающегося додекаэдра. Астрономия- теория устройства мира Кеплера.
– Движения, симметрия, подобия, параллельное проецирование используются в черчении (техника выполнения чертежей, аксонометрических проекциях. В биологии- практически все известные молекулы либо сами обладают симметрией какого-либо рода, либо содержат симметричные фрагменты.
– Производная имеет приложения в физике, экономике, химии, биологии, географии, для исследования неравномерно протекающих процессов (определение мгновенных значений скорости, ускорения и мощности скорость химической реакции, изменение численности популяции, наибольшее или оптимальное значение того или иного показателя (максимальная прибыль, минимальные издержки и т.п.)).

Производная также является мощным средством решения прикладных задач. С такими задачами в наше время приходится иметь дело представителям самых разных специальностей:

– Инженеры технологи стараются так организовать производство, чтобы выпускалось как можно больше продукции;

– Конструкторы пытаются разработать прибор для космического корабля так, чтобы масса прибора была наименьшей;

– Экономисты стараются спланировать связи завода с источниками сырья так, чтобы транспортные расходы оказались минимальными [20].

Рассмотрим более подробно данное фундаментальное математическое понятие с точки зрения его связей с другими науками.

1.4 Производная и ее связь с другими дисциплинами

Большую часть своих усилий человек тратит на поиск наилучшего, оптимального решения поставленной задачи. Как, располагая определенными ресурсами, добиться наиболее высокого жизненного уровня, наивысшей производительности труда, наименьших потерь, максимальной прибыли, минимальной затраты времени – так ставят вопросы, над которыми приходится думать каждому члену общества. Не все такие задачи поддаются точному математическому описанию, не для всех из них найдены короткие пути решения. Однако часть таких задач поддается исследованию с помощью методов математического анализа – это задачи, которые можно свести к нахождению наибольшего или наименьшего значения функции.

Решение таких задач было бы затруднено без такого математического понятия, как производная.

Производная – фундаментальное математическое понятие, используемое в различных вариациях (обобщениях) во многих разделах математики. Это базовая конструкция дифференциального исчисления, допускающая много вариантов обобщений, применяемых в математическом анализе, дифференциальной топологии и геометрии, алгебре [26].

Понятие производной возникло как математическое описание скорости движения. Поэтому важнейшим приложением производной является вычисление скорости. Скорость произвольно движущейся точки является векторной величиной, так как она определяется с помощью вектора — перемещения точки за промежуток времени. Рассмотрим сначала простейший случай: движение точки по прямой. При прямолинейном движении точки ее положение, перемещение, скорость, ускорение и другие характеристики, которые имеют векторный смысл, можно задать одним числом, т. е, считать скалярными величинами.

Рассмотрим таблицу 1, в которой понятия механики переведены на язык математики.

Таблица .1

Механическое истолкование функции и ее свойств

Понятие на языке механики	Обозначения и формулы	Понятие на языке математики
Время	t	Независимая переменная, аргумент
Положение материальной точки, ее координата	x	Зависимая переменная
Закон движения	$x=x(t)$	Функция
Приращение времени, интервал времени	$\Delta t=t_2-t_1$	Приращение аргумента
Перемещение	$\Delta x = x(t_2)-x(t_1)$	Приращение функции
Средняя скорость	$v_{cp} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$	Отношение приращения функции к приращению аргумента
Скорость (мгновенная)	$v(t)= \lim\limits_{\Delta t \to 0} v_{cp}$ $v(t)=x'(t)$	Производная
Закон, описывающий равномерное движение	$\frac{\Delta x}{\Delta t}=v=const$ $x–x_0=v(t-t_0)$	Линейная функция
Скорость равномерного движения	$v=x'=k$	Коэффициент при *t,* угловой коэффициент прямой

Продолжение Табл. 1.

Закон, описывающий равноускоренное движение	$\frac{\Delta v}{\Delta t} = a = const$ $x = \frac{at^2}{2} + v_o t + x_o$	Квадратичная функция
Скорость равноускоренного движения	$v = x' = at + v_o$	Линейная функция
Ускорение равноускоренного движения	$a = v'$	Удвоенный коэффициент при t^2

Ускорение произвольного движения определяется как скорость изменения скорости, т.е. как производная скорости по времени: $a=v'$. Так как скорость производная координаты, а ускорение есть производная скорости, то ускорение называют второй производной координаты и обозначают: $a=x''$.

Через координату точки $x=x(t)$ и ее производные можно выразить другие механические величины:

Сила $F=ma=mx''$, где m – масса, импульс $P=mv=mx'$, кинетическая энергия $E=\frac{mv^2}{2}=\frac{mx'^2}{2}$

Основой разнообразных физических приложений производной является понятие дифференциала.

Дифференциалом функции называют произведение ее производной на приращение аргумента.

$$dy=f'(x)\Delta x \text{ или } f'(x)=\frac{dy}{dx}$$

Рассмотрим с какими физическими понятиями связно понятие дифференциала функции:

1) Работа. ($dA=F(x)dx$ — Силу можно считать производной работы по перемещению)

2) Заряд. ($dq=I(t)dt$ — Сила тока является производной заряда по времени)

3) Масса тонкого стержня — Линейная плотность – это производная массы по длине. $\rho = m'(\text{x})$.

Пусть есть неоднородный тонкий стержень. Если ввести координаты так, как показано на рисунке 1, то можно рассмотреть функцию $m=m(l)$ – массу куска стержня от точки 0 до точки l.

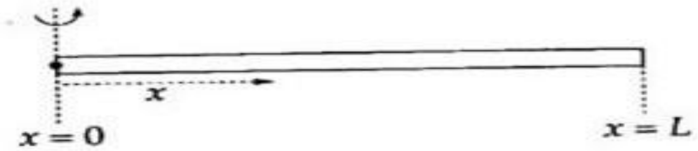


Рис.1

Неоднородность стержня означает, что его линейная плотность не является постоянной, а зависит от положения точки l по некоторому закону $\rho = \rho(l)$. Если на маленьком отрезке стержня $[l;\ l+dl]$ мы будем считать плотность постоянной и равной $\rho(l)$, то произведение $\rho(l)dl$ дает нам дифференциал массы – dm. Это значит, что линейная плотность – это производная массы по длине.

4) Теплота – это производная теплоты по температуре. $\text{c} = Q'(T)$.

Рассмотрим процесс нагревания какого-либо вещества и будем вычислять количество теплоты $Q(T)$, которое необходимо, чтобы нагреть 1 кг этого вещества от $0°$ до $T°$ (по Цельсию). Зависимость $Q=Q(T)$ очень сложна и определяется из опыта. Если бы удельная теплоемкость c данного вещества не зависела от температуры, то произведение cdT дало бы нам изменение количества теплоты. Считая на малом отрезке $[T;\ T+dT]$ удельную теплоемкость постоянной, мы получим дифференциал теплоты dQ как $c(T)dT$.

Поэтому теплоемкость– это производная теплоты по температуре.

5) Работа как функция времени.

Нам известна характеристика работы, определяющая ее скорость по времени — это мощность. При работе с постоянной мощностью N работа за время dt равна Ndt. Это выражение представляет собой дифференциал работы, т.е. $dA=N(t)dt$ и мощность выступает как производная работы по времени [13].

Помимо физики, производная находит свои приложения также в химии и биологии. В биологии она характеризует скорость размножения колонии микроорганизмов:

Пусть зависимость между числом особей популяции микроорганизмов y и временем t её размножения задана уравнением: $y=x(t)$.

Пусть Δt — промежуток времени от некоторого начального значения t до $t+\Delta t$. Тогда $y+\Delta y=x(t+\Delta t)$ — новое значение численности популяции, соответствующее моменту $t+\Delta t$, а $\Delta y+x(t+\Delta t)$-$x(t)$ — изменение числа особей организмов. Отношение является средней скоростью размножения или, как принято говорить, средней производительностью жизнедеятельности популяции. Вычисляя, получаем $y'=P(t)=x'(t)$, или производительность жизнедеятельности популяции в момент времени t.

В химии- скорость химической реакции:

Пусть дана функция $p=p(t)$, где p – количество некоторого вещества, вступившего в химическую реакцию в момент времени t. Приращению времени Δt будет соответствовать приращение Δp величины p. Отношение $\frac{\Delta p}{\Delta t}$ — есть средняя скорость химической реакции за промежуток времени Δt. Предел этого отношения при стремлении Δt к нулю — есть скорость химической реакции в данный момент времени $v(t)=p'(t)$ [3].

Как было сказано ранее, приложения производной также находят свое применение в экономике.

Пусть функция $V=V(t)$ выражает количество произведенной продукции V за время t. Найдем производительность труда в момент времени t_0. За период времени от t_0 до $t_0+\Delta t$ количество произведенной продукции изменится от значения $V_o=V(t_o)$ до значения $V_o+\Delta V=V(t_o+\Delta t)$; тогда средняя производительность труда за этот период времени $\Pi_{ср.}=\frac{\Delta V}{\Delta t}$. Очевидно, что производительность труда в момент t_o можно определить как предельное значение средней производительности за период времени от t_0 до $t_o+\Delta t$ при $\Delta t\to 0$, т.е. $\Pi(t)=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta V}{\Delta t}$.

Таким образом, экономический смысл производной заключается в том, что производная объема произведенной продукции по времени $V'(t)$ есть производительность труда в момент t_0: $\Pi(t)=V'(t)$

Рассмотрим еще одно понятие, иллюстрирующее экономический смысл производной.

Издержки производства y будем рассматривать как функцию количества выпускаемой продукции x. Пусть Δx – прирост продукции, тогда Δy – приращение издержек производства и $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ – среднее приращение издержек производства на единицу продукции. Производная $y'=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$ выражает предельные издержки производства и характеризует приближенно дополнительные затраты на производство единицы дополнительной продукции: $J(x)=y'(x)$ [29].

На этом связи производной с другими науками не заканчиваются, ее приложения находят применение в электротехнике (Сила тока I есть производная заряда q по времени $I=q'(t)$), географии — идея социологической модели Томаса Мальтуса состоит в том, что прирост населения пропорционально числу населения в данный момент времени t через $N(t)$, $N'(t)=N(t)$.

Таким образом, мы убедились в том, что производная имеет приложения в самых различных науках, и находит широкое применение в практической деятельности человека. Функция МПС заключается в наглядной демонстрации обучающимся этих приложений и их применения, возможно и в их будущей профессиональной деятельности. Но перед тем как обучающиеся начнут реализовываться в выбранной ими сфере профессиональной деятельности, им предстоит сдать единый государственный экзамен (ЕГЭ), в которых могут встретиться задания по теме «Производная», а также задания с МПС. Рассмотрим ЕГЭ на предмет выявление в нем заданий, связанных с понятием производной и реализации в нем принципа МПС.

1.5 Производная и межпредметность в ЕГЭ

1.5.1 Производная в ЕГЭ

Образовательный стандарт подразумевает, что выпускник средней школы должен уметь выполнять действия с функциями:

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
- описывать по графику поведение и свойства функций;
- находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;
- строить графики изученных функций.

Большую роль в исследовании функции играет её производная.

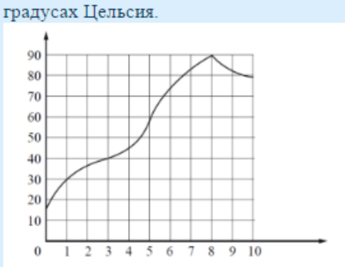
Начиная с 2015 года, ЕГЭ существенно изменился по сравнению с предыдущими годами. ЕГЭ по математике 2016 разделён на два отдельных экзамена: базовый уровень и профильный уровень. Каждый выпускник вправе выбрать себе желаемый вариант, однако производная может встретиться ему в обоих, в задании В14 для базового уровня и в задании В7 для профильного уровня. В 2017 ЕГЭ по математике нет существенных изменений структуры и содержания ЕГЭ 2016 года (базовый и профильный уровни) [9].

Всего демонстрационный вариант 2016 года содержит 19 заданий: задания 1-8 базового уровня сложности с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби, задания 9-12 повышенного уровня сложности с кратким ответом такого же вида, задания 13-19 повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом. Таким образом, в экзамене базового уровня задание с производной относится к 13-19, т.е. является заданием повышенного уровня сложности, в профильном уровне с 1-8, т.е. к несложным.

В демонстрационном контрольно-измерительном материале (КИМ) ЕГЭ 2016 года базового уровня в задании В14, представлены 2 варианта задач (а, б). В первом варианте может встретиться задача, в которых требуется использовать знания о свойствах функций – область значений, область определения, возрастание, убывание, экстремальные значения. Пример первого варианта (а) представлен на рисунке 2. Необходимо заметить, что характеристики монотонности функции связаны с её производной [10].

14а

На графике показано изменение температуры в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На горизонтальной оси отмечено время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на вертикальной оси — температура двигателя в градусах Цельсия.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику процесса разогрева двигателя на этом интервале.

ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССА
А) 0 – 2 мин.	1) Температура росла медленнее всего.
Б) 2 – 4 мин.	2) Температура падала.
В) 4 – 6 мин.	3) Температура росла быстрее всего.
Г) 8 – 10 мин.	4) Температура не превышала 40°С.

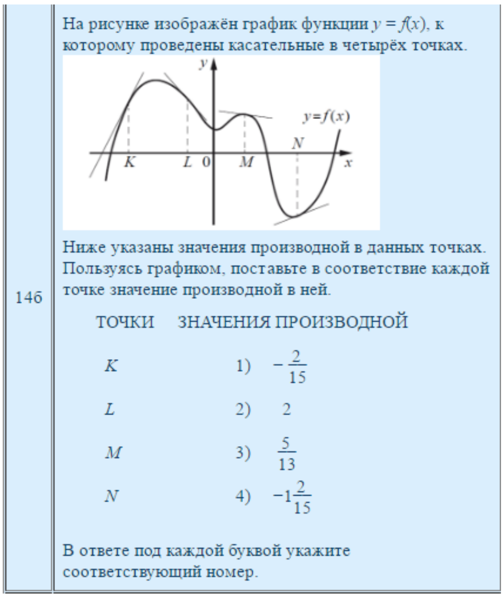
В ответе под каждой буквой, соответствующей интервалу времени, укажите номер характеристики процесса.

Рис. 2. Пример первого варианта задачи из КИМа ЕГЭ 2016 (а) [10]

Во втором варианте (б) представлена задача, которая полностью связана с понятием производной. Рассмотрим варианты этих задач:

- Задачи на определение характеристик производной по графику функции.
- Задачи на определение характеристик функции по графику её производной
- Задачи на геометрический смысл производной.
- Задачи на физический смысл производной.

Пример второго варианта (б) задачи из КИМа ЕГЭ 2016 года представлен на рисунке 3 [10]:



146

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, к которому проведены касательные в четырёх точках.

Ниже указаны значения производной в данных точках. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной в ней.

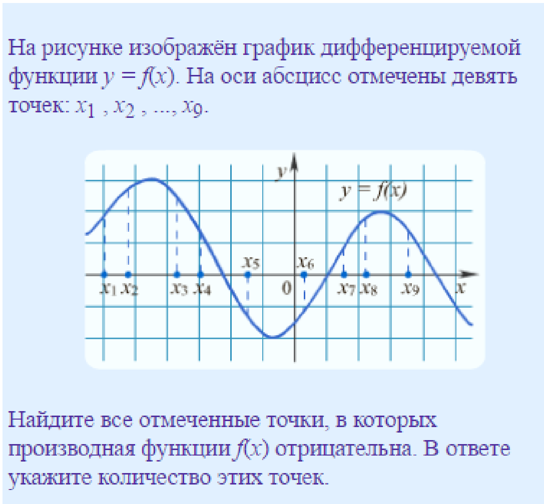
ТОЧКИ	ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ
K	1) $-\frac{2}{15}$
L	2) 2
M	3) $\frac{5}{13}$
N	4) $-1\frac{2}{15}$

В ответе под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Рис. 3. Пример второго варианта задачи из КИМа ЕГЭ 2016 (б) [10]

В профильном уровне экзамена задание В7 аналогично заданию В14(б) базового уровня.

На рисунке 4 представлен пример одного из вариантов задания ЕГЭ профильного уровня [10]:



На рисунке изображён график дифференцируемой функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены девять точек: x_1, x_2, ..., x_9.

Найдите все отмеченные точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответе укажите количество этих точек.

Рис. 4. Пример задания ЕГЭ профильного уровня

Как было сказано выше, в экзамене присутствуют задания на применение физического смысла производной. Например:

Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=6t^2-48t+17$*, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость* (*в метрах в секунду*) *в момент времени t=9c.*

Очевидно, что данное задание имеет ярко выраженные МПС с физикой.

Также в ЕГЭ 2016 года профильного уровня в отдельное задание В12 вынесены задачи на аналитическое нахождение максимума и минимума функции или наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке, для выполнения данного задания выполняется алгоритм, в котором одним из пунктов является нахождение производной.

Таким образом, согласно образовательному стандарту выпускник средней школы, независимо от выбора базового или профильного уровня экзамена, должен уметь выполнять действия с функциями, а в исследовании функций большую роль играет её производная. Задания, в которых требуется исследовать функцию могут встретиться в базовом уровне экзамена под номером В14, также под этим номером может попасться задача, которая полностью посвящена понятию производной (Определение характеристик: производной по графику функции, функции по графику её производной; задачи на геометрический и физический смыслы производной.). Последний вариант задания присутствует и в профильном уровне экзамена, в задании под номером В7. Задание В12 профильного уровня содержит задачи на аналитическое нахождение максимума и минимума функции или наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке, для которых один из шагов решения является нахождение производной. Как было сказано выше, в заданиях В14 (база) и В7 (профиль), может встретиться задача на применение физического смысла производной, т.е. задача, в которой явно прослеживается МПС. Рассмотрим, в каких еще заданиях из ЕГЭ реализуется данный принцип.

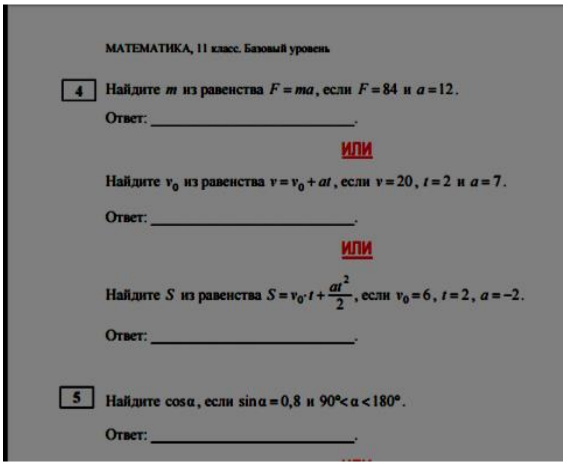
1.5.2 Межпредметность в ЕГЭ

Проанализировав КИМы ЕГЭ базового и профильного уровней за 2016 год мы получили следующие результаты.

В содержании КИМа базового уровня имеется большое количество заданий, связанных с реальными жизненными ситуациями. Экзаменационная работа, состоящая из 20 заданий, содержит 9 заданий (В3, В6, В8, В9, В10, В11, В12, В14, В18), связанных с применением математических знаний в повседневных ситуациях. Это обусловлено тем, что в настоящее время существенно возрастает роль общематематической подготовки в повседневной жизни, в массовых профессиях, именно поэтому в модели ЕГЭ по математике базового уровня усилены акценты на контроль способности применять полученные знания на практике, развитие логического мышления, умение работать с информацией.

Выполнение заданий экзаменационной работы свидетельствует о наличии у участника экзамена общематематических умений, необходимых человеку в современном обществе. Задания проверяют базовые вычислительные и логические умения и навыки, умение анализировать информацию, представленную на графиках и в таблицах, использовать простейшие вероятностные и статистические модели, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях.

Что касается МПС, в задании В4, для проверки умений выполнять вычисления и преобразования используются физические формулы (рис.5). К сожалению, они не выполняют никаких функций МПС [8].



МАТЕМАТИКА, 11 класс. Базовый уровень

4 Найдите m из равенства $F = ma$, если $F = 84$ и $a = 12$.

Ответ: ___________________.

ИЛИ

Найдите v_0 из равенства $v = v_0 + at$, если $v = 20$, $t = 2$ и $a = 7$.

Ответ: ___________________.

ИЛИ

Найдите S из равенства $S = v_0 \cdot t + \frac{at^2}{2}$, если $v_0 = 6$, $t = 2$, $a = -2$.

Ответ: ___________________.

5 Найдите $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = 0,8$ и $90° < \alpha < 180°$.

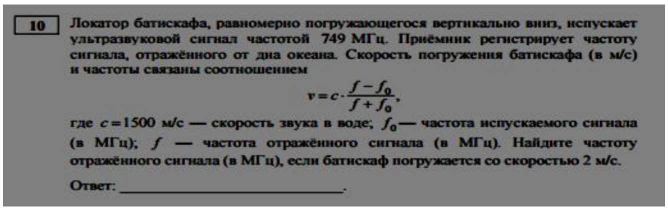
Ответ: ___________________.

рис.5 Задания В4 из КИМа ЕГЭ 2016 базового уровня

Таким образом, мы можем сделать вывод о том, что в КИМе ЕГЭ 2016 базового уровня, не предусмотрено место для реализации МПС, помимо задания В14, рассмотренного в предыдущем параграфе.

В ЕГЭ профильного уровня, также, как и в базовом уровне у обучающихся проверяется наличие общематематических умений, необходимых человеку в современном обществе. Однако упор сделан на проверке освоения математики на профильном уровне, необходимом для применения математики в профессиональной деятельности и на творческом уровне. Это сделано в целях эффективного отбора выпускников для продолжения образования в высших учебных заведениях с различными требованиями к уровню математической подготовки абитуриентов.

Среди заданий повышенного уровня, встречается прикладная задача B10, в которая наглядно демонстрирует МПС с физикой (рис. 6). В задании под этим номером могут попасться также прикладные задачи социально-экономического характера, задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения, на нахождение скорости и ускорения [8].



10 Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковой сигнал частотой 749 МГц. Приёмник регистрирует частоту сигнала, отражённого от дна океана. Скорость погружения батискафа (в м/с) и частоты связаны соотношением

$$v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0},$$

где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде; f_0 — частота испускаемого сигнала (в МГц); f — частота отражённого сигнала (в МГц). Найдите частоту отражённого сигнала (в МГц), если батискаф погружается со скоростью 2 м/с.

Ответ: ________________.

рис.6. Задание B10 из КИМа ЕГЭ 2016 профильного уровня

В заданиях данного типа рассматриваются реальные процессы, в которых необходимо найти нужный результат по заданной функции и начальным условиям или конкретным значениям входящих в формулу параметров. Все формулы для этих заданий взяты либо из школьного курса физики, либо из экономических дисциплин.

В зависимости от условия составляется или уравнение, или неравенство относительно значений функции. В большинстве случаев получаются квадратные уравнения или неравенства. Реже — линейные. В уравнениях третьей и четвёртой степени, как правило, удаётся достаточно просто подобрать соответствующий корень. Решения упрощаются за счёт того, что в реальных процессах фигурируют в основном положительные величины. В идеале, конечно, надо стремиться понять физический смысл задачи, дать развёрнутый ответ, соответствующий тематике задания. Практически — достаточно получить конкретное число для внесения в бланк ответов.

Межпредметность обусловлена смежностью каких-либо явлений из различных предметных областей, в задании B10 это явно прослеживается. Выполняются функции МПС, такие как- применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики, и умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни.

Исходя из того, что в ЕГЭ базового и профильного уровней имеются задание с ярко выраженной МПС, мы опять убедились в важности МПС в школьном обучении.

Как было сказано ранее установление МПС со многими предметами, изучаемыми в школе, происходит при изучении производной. Однако в школьных учебниках математики преобладает техническая составляющая изложения материала по данной теме, теория уходит на второй план, выпадают приложения к физике, химии, экономике и биологии.

Решение данной проблемы возможно с помощью элективных курсов, которые должны обеспечить преемственность содержания общего и профессионального образования, а также мотивированный выбор профессионального образования и будущей профессиональной деятельности.

Поэтому следующая наша задача состоит в разработке элективного курса «Производная и ее приложения» с использованием МПС, главная цель которого, показать обучающимся широкое применение производной в различных науках.

Глава II. Элективный курс «Производная и ее приложения»

2.1 Программа элективного курса «Производная и ее приложения»

2.1.1 Пояснительная записка

Понятие «производной» является одним из центральных и фундаментальных в математическом анализе, оно позволяет введение нового метода решения задач, наглядно иллюстрирует прикладное значение математики и её аппаратную роль, дает устанавливать МПС со многими науками.

Элективный курс «Производная и ее приложения» предназначен для обучающихся 10-11 классов различного профиля и рассчитан на 17 часов.

Курс поддерживает изучение основного курса математики, направлен на реализацию МПС с такими предметами как физика, химия, биология, экономика. Значительное место уделено практической направленности материала, его приложений. Настоящий курс предусматривает наиболее полное развитие целостной математической составляющей картины мира.

Цель элективного курса – повторение, обобщение и систематизация, расширение и углубление знаний по теме «Производная», обретение практических навыков решения различных задач интегративного характера с применением производной, формирование прикладной математической компетентности, подготовка к ЕГЭ.

Задачи курса:

- повторить материал по теме «Производная»;
- расширить представления обучающихся о сферах применения математического аппарата;
- способствовать формированию представлений о МПС у обучающихся математики с физикой, биологией, химией, экономикой;
- способствовать подготовке обучающихся к ЕГЭ.
- способствовать развитию самостоятельной деятельности обучающихся в процессе выполнения проектной работы;
- повысить интерес к изучению математики;

Требования к результатам усвоения материала курса

Обучающиеся должны

- *знать/понимать:*

– геометрический, физический, химический, экономический, биологический смыслы производной;

– значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике;

- *уметь:*

– вычислить производные элементарных функций, применяя правила вычисления производных;

– исследовать функцию на экстремум;

– исследовать функцию для отыскания наибольшего (наименьшего) значений функции

– решать задач на максимум и минимум в конкретных практических ситуациях;

- *использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для*:

– решения геометрических, физических, химических экономических, биологических и других прикладных задач,

– задач на нахождение скорости и ускорения, в том числе задач на наибольшее и наименьшее значения с применением аппарата математического анализа.

Для реализации целей и задач данного элективного курса предполагается использовать следующие *формы учебных занятий:* лекции, семинары, практикумы, самостоятельные и проектная работы.

В таблице 2 представлено учебно-тематическое планирование курса «Производная и её приложения».

Таблица 2

Учебно-тематический план курса

№	Название темы	Количество часов			
		всего	лекция	практикум	семинар
	Введение в элективный курс «Производная и её приложения»	1	1	-	-
1	Повторение основных вопросов темы «Производная».	9	4	5	-
2	Производная и ее приложения в различных науках	4	-	-	4
3	Производная в ЕГЭ.	2	-	-	2
	Итоговое занятие	1	-	-	1
	Итого	**17**	5	5	7

2.1.2 Содержание курса

Введение в элективный курс «Производная и её приложения» — 1 ч.

Цели и задачи курса. Историческая справка об открытии производной, об ученых-математиках, внесших огромный вклад в становление и развитие данного раздела математика. Вводная диагностическая работа для выявления уровня остаточных знаний обучающихся по теме «Производная» и проверки сформированности преставлений обучающихся о МПС.

Тема 1. Повторение основных вопросов темы «Производная» — 9 ч.

Функции одной переменной. Понятие о пределе функции в точке. Поведение функции на бесконечности. Асимптоты. Непрерывность функции. Понятие о непрерывности функции.

Приращение аргумента, приращение функции. Производная функции. Формулы производных элементарных функций. Правила дифференцирования. Производная сложной функции. Вторая производная.

Физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику.

Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Монотонность функции, точки экстремума и экстремумы функции (локальные экстремумы), выпуклости функции, точки перегиба, поведения функции на бесконечности. Общая схема исследования функции.

Наибольшие и наименьшие значение функции. Глобальный экстремум. Алгоритмический подход к нахождению наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.

Тема 2. Производная и ее приложения в различных науках — 4 ч.

Производная и ее приложения в физике (интегрированное занятие математика + физика). Решение физических задач с применением производной. Задачи на нахождение скорости по известной функции координаты от времени, ускорения по известной функции скорости от времени.

Производная и ее приложения в экономике (интегрированное занятие математика + экономика). Решение задач с экономическим смыслом. Эластичность спроса и предложения. Использование производной в предельном анализе, т.е. при исследовании предельных величин (предельные издержки, предельная выручка, предельная производительность труда или других факторов производства и т.д.).

Производная и ее приложения в химии (интегрированное занятие математика + химия). Решение задач из химии с применением производной. Скорость химической реакции.

Производная в биологии (интегрированное занятие математика + биология) Применение производной при изучении темы «Производительность популяции».

Тема 3. Производная в ЕГЭ — 2 ч.

Решение заданий из материалов ЕГЭ, применением производной, встречающихся в ЕГЭ под номером В14 для базового уровня и заданий В7, В12 для профильного уровня.

Итоговое занятие — 1 ч. Защита проектов.

2.1.3 Методические рекомендации

1. Проведение контроля знаний обучающихся по теме «Производная» на вводном занятии необходим для выявления пробелов в знаниях учащихся и акцентирования на них внимания во время повторения основных вопросов Темы 1, а также для того, чтобы избежать дублирования материала со школьной программой.

В содержании курса предложены темы и содержание практических работ для повторения материала обучающимися (Приложение А).

2. Перед изучением Темы 2 следует выявить уровень знаний обучающихся по предмету, с которым реализуется принцип МПС. В связи с этим отбирать содержание материала для занятий.

Нами разработаны конспекты интегрированных занятий и занятий, направленных на подготовку к ЕГЭ (Приложение Б), рассчитанные на высокий уровень знаний обучающихся. При подготовке конспектов использовались материалы следующих авторов Акимова Д.В. [1], Гроссман С., Тернер Д. [2], Мордковича А.Г. [3, 4, 5], Оржековского П.А. [6], Радецкого А.М. [7], Рымкевича А.П. [8].

3. В начале каждого занятия рекомендуем проводить актуализацию знаний по предмету, с которым происходит МПС с математикой. С помощью направляющих вопросов подводить обучающихся к самостоятельному формулированию вывода обучающимися о приложениях производной.

4. ЭК будет более интересным и наглядным, если урок будет проводиться двумя учителями, т.е. учителем математики и учителем дисциплины, с которым реализуется МПС. Преподавание данного элективного курса предъявляет высокие требования к уровню подготовки учителей.

5. При проведении данного ЭК в физико-математическом профиле, помимо основного физического смысла производной - как скорость в момент времени и ускорение, рекомендуем включить занятия на рассмотрение других приложений производной в физике таких как: $J(t) = q'(t)$ — сила тока;

$C(t)=Q'(t)$ — теплоемкость; $d(l) = m'(l)$ — линейная плотность; $K(t) = l'(t)$ — коэффициент линейного расширения; $\omega(t) = \phi'(t)$ — угловая скорость; $a(t)=\omega'(t)$ — угловое ускорение; $N(t) = A'(t)$ — мощность.

6. Предлагаем следующие формы контроля знаний обучающихся:

В теме 2 в конце каждого занятия рекомендуем проводить самостоятельные работы по усвоенному материалу.

В качестве зачетного задания обучающиеся в группах по 3-4 человека выполняют проекты. На итоговом занятии группы презентуют проекты друг другу и учителю.

Предлагаем следующие темы для проектов:

- МПС темы «Функции и их свойства, графики функций» с физикой, информатикой, химией, биологией экономикой и другими науками.
- МПС темы «Комбинаторика и вероятность, элементы теории вероятности и математической статистики» с физикой, информатикой, биологией, экономикой и др. науками.
- МПС темы «Первообразная и интеграл» с физикой, биологией, экономикой и другими науками.
- МПС темы «Векторы» с физикой, информатикой, экономикой и другими науками.
- МПС темы «Тригонометрия» с физикой и другими науками.

В своем проекте обучающиеся должны представить теоретическую часть по МПС темы с выбранной дисциплиной, продемонстрировать прикладную задачу и ее решение по заданной теме. На выполнение проекта отводится 2 недели, в течении которых обучающиеся могут консультироваться с учителем.

Выявление и последующее осуществление необходимых и важных для раскрытия ведущих положений учебных тем МПС позволяет:

1) акцентировать внимание педагогов и обучающихся на важнейших аспектах учебных предметов, играющих ключевую роль в раскрытии ведущих идей наук

2) выполнять поэтапную организацию работы по установлению МПС, постепенно усложняя познавательные задачи, расширяя горизонты творческой деятельности и познавательной самодеятельности школьников, применяя все многообразие дидактических средств для эффективного осуществления многосторонних МПС

3) формировать познавательные интересы обучающихся средствами самых различных учебных предметов в их органическом единстве

4) осуществлять творческое сотрудничество между педагогами и обучающимися;

5) изучать важнейшие мировоззренческие проблемы и вопросы современности средствами различных предметов и наук в связи с жизнью.

Библиографический список

1. Акимов Д.В. Задания по экономике: от простых до олимпиадных. 10-11 классы: Пособие для 10-11 классов общеобразоват. учрежд. М.: Вита-Пресс, 2010. 336 с.
2. Гроссман С., Тернер Д. Математика для биологов. Пер. с англ. — М.: Высш. школа, 1983, — 383 с.
3. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа: учебник 10 кл. (базовый уровень) М: Мнемозина. 2013. 431 с.
4. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа: учебник 11 кл. (базовый уровень) М: Мнемозина. 2013. 431 с.
5. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа: учебник 10 кл. (профильный уровень). М: Мнемозина. 2014. 424 с.
6. Оржековский П.А. Химия: 9-й класс: учеб для общеобр. учрежд. М.: Астрель, 2013.. 192 с.
7. Радецкий А.М. Дидактические материалы по химии для 10-11 классов. М: Просвещение. 1999. 144 с.
8. Рымкевич А.П. Физика. Задачник 10-11 кл.: пособие для общеобразоват. Учреждений. М: Дрофа. 2006. 188 с.

2.2 Анализ результатов педагогического эксперимента

Экспериментальной базой для исследования стал 10 «А» класс (22 человека) физико-математического профиля в МАОУ Гимназия №14 г. Красноярска. Были проведены шесть занятий из элективного курса «Производная и её приложения» по темам:

1. «Введение в элективный курс «Производная и ее приложения»»;
2. «Применение производной при решении физических задач»;
3. «Применение производной при решении практических задач по химии»;
4. «Использование производной при решении задач по экономике»;
5. «Применение производной при решении задач из биологии»;
6. Итоговое занятие.

На вводном занятии был проведен первый этап эксперимента – вводная диагностическая работа по теме «Производная», целью которой была проверка уровня сформированности навыка нахождения производных и знаний обучающихся о практическом применении производной, а также обучающимся были предложены вопросы для выявления уровня сформированности представлений у них о МПС.

В качестве критериев знания темы «Производная» мы взяли следующие:

1. Знание определения производной;
2. Геометрический и физический смысл производной; умение применять их при решении задач;
3. Знания обучающихся о других приложениях производной;
4. Производные основных элементарных функций;
5. Основных правил дифференцирования, умение использовать их на практике.

Полученные результаты представлены в таблице 3. В ней демонстрируется количество обучающихся, справившихся успешно с каждым из критериев.

Таблица 3

Результаты входной диагностической работы

	Экспериментальная группа	
Критерии знания	Кол-во обучающихся	%
1	20	90
2	18	81
3	5	22
4	19	86
5	16	72

Из таблицы можем сделать вывод о достаточно высоком уровне предметных знаний данной группы по теме «Производная», однако с вопросом о других приложениях производной смогли справиться лишь 5 обучающихся, т.е. большинство обучающихся имеют низкий уровень знаний о других приложениях производной.

Также обучающимся были заданы три вопроса для определения их представлений о МПС:

1. Как Вы относитесь к предмету математика?
2. Нужны ли знания по математике при изучении других школьных дисциплин?
3. Считаете ли Вы, что знания по математике пригодятся Вам в жизни?

На первый вопрос 54% обучающихся (12 человек), что занимаются с удовольствием, им нравится решать задачи, размышлять и добиваться результата. 27% (6 человек) опрошенных ответили, что испытывают трудности на уроках математики, связанные в основном с пробелами в знаниях. 19% (4 человека) ответили, что не любят математику, мотивируя тем, что математика им не пригодится в жизни.

На второй вопрос 45% (10 человек) учеников ответили положительно, 37% (8 человек) ответили, что сомневаются, 19% (4 человека) ответили отрицательно.

На третий вопрос анкеты 28% (6 человек) анкетируемых ответили, что знания по математике обязательно пригодятся для освоения желаемой профессии. 49% (11 человек) обучающихся не уверены в необходимости знаний математики в повседневной жизни. 23% (5 человек) учеников ответили, математика им не нужна.

Обобщив результаты, полученные в ходе опроса учеников, был сделан следующий вывод: около половины опрашиваемых осознает важность знаний по математике для изучения смежных дисциплин, и только часть обучающихся осознаёт необходимость их в повседневной жизни, 1/5 часть обучающихся испытывает трудности в получении и применении знаний по математике, не прикладывают значительных усилий для усвоения учебного материала. Полученные сведения доказывают необходимость проведения дополнительных мероприятий с целью мотивации обучающихся к получению знаний по математике, осознанном понимании их необходимости для изучения смежных дисциплин.

В силу ограниченности времени на проведение данного эксперимента и исходя из высокого уровня показателей предметных знаний обучающихся по теме, было принято решение перейти сразу же к занятиям с применением МПС, миновав занятия ориентированные на повторение, каждое занятие курса начиналось с актуализации знаний обучающихся, а также сопровождалось презентацией для наглядности и лучшего усвоения изучаемого материала.

Эксперимент проводился в рамках обязательных факультативных занятий, на которых присутствовал весь класс. Т.к. класс имеет физико-математический профиль, то это говорит о том, что некоторые обучающихся выбрали математику в качестве основы продолжения своего образования, поэтому были заинтересованы в изучении предложенных тем, выполнении задач, но среди обучающихся были и те, у которых не было интереса, потребностей и склонностей к изучению предлагаемого материала.

Как было сказано выше первый этап эксперимента позволил диагностировать достаточно хороший уровень предметных знаний обучающихся по теме «Производная», но при изучении материала элективного курса у обучающихся возникали затруднения, так как вывод приложений производной и решения задач требовали исследовательских навыков, логического мышления, что, как оказалось, у них развито слабо. Это говорит о том, что школьный курс ограничен и не позволяет рассматривать задачи, требующие не только действий по алгоритму.

Второй этап эксперимента проводился с 2-5 занятия. Каждое занятие начиналось с актуализации знаний обучающихся по темам с МПС, в ходе беседы учителя с обучающимися выводились приложения производной в различных науках, решались и сравнивались методы решения задач с применением производной и без нее, проводились небольшие самостоятельные работы по изученному материалу.

После формирующего эксперимента проводился третий контрольный этап эксперимента, целью которого было определение эффективности разработанной программы ЭК «Производная и ее приложения» с реализацией МПС.

На шестом итоговом занятии обучающимся экспериментальной группы была дана итоговая диагностичекая работа (Приложение В). Полученные данные представлены в таблице 4.

Таблица 4

Результаты итоговой диагностического работы

	Экспериментальная группа	
Критерии знания	Кол-во обучающихся	%
1	22	100
2	20	90
3	21	95
4	20	90
5	19	86

Проведенный анализ результатов эксперимента показывает повышение уровня знаний по теме «Производная» у обучающихся экспериментальной группы посредством реализации МПС в процессе изучения ЭК «Производная и ее приложения».

До эксперимента уровень экспериментальной группы по предметным знаниям по теме «Производная» находился в значениях от 72-90%, после эксперимента 86-100%, лишь 22% обучающихся имели представления о приложениях производной в других науках, после эксперимента данное значение поднялось до 90%. Обучающиеся экспериментальной группы актуализировали свои знания по теме «Производная», научились применять производную к задачам по экономике, химии и биологии, к задачам по физике.

После повторного опроса для установления представлений обучающихся о МПС математики с другими предметами были получены следующие ответы: все также 54% (12 человек) обучающихся с удовольствием занимаются изучением математики, 36% (прирост на 2 человека) заинтересованы, но испытывают проблемы из-за пробелов в знаниях, 9% (снижение на 2 человека) ответили, что по- прежнему считают математику скучным предметом.

На второй вопрос 87% (19 человек) учеников ответили положительно, выделив такие предметы как- физика, химия, экономика, информатика и др. 13% (3 человека) ответили, что только в некоторых дисциплинах. Таким образом, все обучающиеся убедились в том, что математика имеет МПС с другими предметами.

На третий вопрос анкеты 55% (прирост на 6 человек, итого 12) анкетируемых ответили, что знания по математике обязательно пригодятся для освоения желаемой профессии. 36% (снижение на 3 человека, итого 8) обучающихся не уверены в необходимости знаний математики в повседневной жизни, но качественные знания по математике пригодятся в получении будущей профессии. 9% (снижение на 3 человека, итого 2) обучающихся уверены, что математика им не нужна.

Таким образом, можно сделать вывод о положительной динамике формирования представлений обучающихся о МПС математики с другими предметами в ходе изучения ЭК «Производная и её приложения». Исходя из вышесказанного, можно сделать вывод что разработанная методика проведения элективного курса «Производная и ее приложения» эффективна.

Нами была разработана и апробирована методика профильного элективного курса «Производная и её приложения», поддерживающего изучение основного курса математики, направленного на систематизацию знаний, реализацию МПС с такими предметами как физика, химия, биология, экономика, позволяющего школьнику решать задачи интегративного характера. Значительное место в ЭК уделено практической направленности материала, его приложений, ЭК предусматривает наиболее полное развитие целостной математической составляющей картины мира. Опытное преподавание нескольких занятий из данного курса доказало его эффективность.

Таким образом, элективные курсы в нынешних условиях профилизации старшей ступени школы становятся незаменимыми для достижения основных целей образования- удовлетворение индивидуальных образовательных интересов, потребностей и склонностей каждого школьника. Хорошо разработанная система элективных курсов позволяет каждому ученику получить образование с определенным желаемым уклоном в ту или иную область знаний, а использование при этом принципа МПС при обучении содействуют формированию у обучающихся цельного представления о явлениях природы, помогают им использовать свои знания при изучении различных предметов, показывают комплексный подход к обучению.

Заключение

В настоящей выпускной квалификационной работе рассмотрена важная и актуальная тема, поскольку в современной школе все большее значение приобретают МПС, являющиеся конкретным выражением интеграционных процессов, происходящих сегодня в науке и в жизни общества, а также играющие большую роль в активизации познавательной деятельности обучающихся.

Установление МПС со многими предметами, изучаемыми в школе, происходит при изучении производной. Однако в школьных учебниках математики преобладает техническая составляющая изложения материала по данной теме, теория уходит на второй план, выпадают её приложения к другим наукам.

Решение данной проблемы возможно с помощью элективных курсов, обеспечивающих преемственность содержания общего и профессионального образования, а также мотивированный выбор профессионального образования и будущей профессиональной деятельности.

Целью данной работы был анализ возможностей использования МПС при изучении математики и пути их осуществления в профильной школе. Цель была достигнута: проанализированы возможности использования МПС на уроках математики и пути их осуществления в профильной школе на примере изучения темы «Производная» с «ведущими» предметами различных профилей: физикой, химией, экономикой, биологией.

В первой главе были рассмотрены особенности организации профильного обучения, теоретическая основа МПС и использования понятия «Производная» при их осуществлении. Во второй главе представлен элективный курс «Производная и ее приложения» с использованием МПС, результаты экспериментального преподавания доказали его эффективность.

Элективный курс «Производная и ее приложения» с использованием МПС способствует:

1) Формированию видения целостной картины информационного мира

2) Наглядной демонстрации применения элементов дифференциального исчисления в описании и изучении процессов и явлений реального мира

3) Развитию воображения, творческих способностей, исследовательской деятельности

4) Применению знаний из математики к другим дисциплинам.

Таким образом, элективные курсы в нынешних условиях профилизации старшей ступени школы становятся незаменимыми для достижения основных целей образования — удовлетворение индивидуальных образовательных интересов, потребностей и склонностей каждого школьника. Хорошо разработанная система элективных курсов позволяет каждому ученику получить образование с определенным желаемым уклоном в ту или иную область знаний, а использование при этом принципа МПС при обучении содействуют формированию у обучающихся цельного представления о явлениях природы, помогают им использовать свои знания при изучении различных предметов, показывают комплексный подход к обучению.

Библиографический список

1. Акимов Д.В. Задания по экономике: от простых до олимпиадных. 10-11 классы: Пособие для 10-11 классов общеобразоват. учрежд. М.: Вита-Пресс, 2010. 336 с.
2. Атанасян С. Л., Кузуб Н.Н. Элективные курсы по математике и организация самостоятельной деятельности учащихся. // Вестник Северного (Арктического) федерального университета. 2014. №4, с.150- 155.
3. Баврин И.И. Краткий курс высшей математики для химико-биологических и медицинских специальностей. М: ФИЗМАТЛИТ, 2003.— 328 с.
4. Блинова Т.Л., Кирилова А.С. Подход к определению понятия "Межпредметные связи в процессе обучения" с позиции ФГОС СОО // Педагогическое мастерство: материалы III Междунар. науч. Конф; Москва, 30 июня 2013 г. Москва: И зд-во Буки-Веди, 2013. 154 с.
5. Гайсина Л.Р. Проблема учебно-методического обеспечения курсов по социогуманитарным дисциплинам// Проблемы внедрения и преподавания элективных курсов по социогуманитарным дисциплинам в предпрофильном и профильном обучении школьников: материалы региональной научно-практической конференции; Нижневартовск, 28 марта 2008 г. Нижневартовск: Изд-во ГОУ ВПО НГГУ, 2009. 162 с.
6. Голунова А. А. Обучение математике в профильных классах: учеб. -метод. Пособие. М : ФЛИНТА, 2014. 204 с.
7. Гроссман С., Тернер Д. Математика для биологов. Пер. с англ. — М.: Высш. школа, 1983. 383 с.
8. Демонстрационные варианты КИМ ЕГЭ 2016 (базовый и профильный уровни). [Электронный ресурс]. URL: http://ege.edu.ru/ru/classes-11/preparation/demovers/ (дата обращения 22.06.16)
9. Демонстрационные варианты КИМ ЕГЭ 2017 (базовый и профильный уровни). [Электронный ресурс]. URL: http://ege.edu.ru/ru/classes-11/preparation/demovers/ (дата обращения 30.05.17)

10. Задача ЕГЭ 2016- производная функции. [Электронный ресурс]. URL: http://mathematichka.ru/ege/problems/problem_B8P1.html/ (дата обращения 22.06.16)
11. Зверев И.Д. Межпредметные связи в школе. М: Педагогика. 1988. 195 с.
12. Зверев И.Д. Взаимная связь учебных предметов. М.: Знание, 1977. 64с.
13. Зельдович, Я.Б. Высшая математика для начинающих и её приложения к физике. Уч. пособие для физико-математических средних школ и проведения факультативных занятий. М: ФИЗМАТЛИТ,2016. 520 с.
14. Квасных Г.С. Межпредметные связи как принцип интеграции процесса обучения. //Вектор науки Тольяттинского государственного университета. 2013. №1(12). С. 105-107.
15. Коновалова Е. И. Элективный курс как фактор реализации индивидуальной образовательной траектории школьников. // Вестник Бурятского государственного университета. 2013, №15, с. 130-133.
16. Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования: утв. приказом Минобразования России от 18 июля 2002 г. № 2783 // Вестник образования, 2002. – №4. – с.5-32.
17. Концепция федеральных государственных образовательных стандартов общего образования: проект// Рос. акад. образования; под ред. А. М. Кондакова, А. А. Кузнецова. - М .: Просвещение, 2008. - 39 с.
18. Кожекина Т.В. Взаимосвязь обучения физике и математике в одиннадцатилетней школе. // Физика в школе. 1987. № 5. с. 65-68.
19. Кузнецова Т.Ф. Межпредметные связи на уроках математики [Электронный ресурс]. URL: http://studydoc.ru/doc/4575733/mezhpredmetnye-svyazi-na-urokah-matematiki-kuznecovoj-tat._ya... (дата обращения: 12.04.15)
20. Львов В.Е. Применение производной в практической деятельности. // Математика в школе. 1980. № 6, с 43-46.
21. Максимова В.Н. Межпредметные связи и совершенствование процесса обучения. М: Просвещение. 1984. 143с.

22. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа: учебник 10 кл. (базовый уровень) М: Мнемозина. 2015. 447 с.
23. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа: учебник 11 кл. (базовый уровень) М: Мнемозина. 2013. 416 с.
24. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа: учебник 10 кл. (профильный уровень). М: Мнемозина. 2014. 424 с.
25. Оржековский П.А. Химия: 9-й класс: учеб для общеобр. учрежд. М.: Астрель, 2013.. 192 с.
26. Производная функции. [Электронный ресурс]. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D0%B8%D0%B7%D0%B2%D0%BE%D0%B4%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%B8 (дата обращения 22.06.16)
27. Радецкий А.М. Дидактические материалы по химии для 10-11 классов. М: Просвещение. 1999. 144 с.
28. Рымкевич А.П. Физика. Задачник 10-11 кл.: пособие для общеобразоват. Учреждений. М: Дрофа. 2006. 188 с.
29. Родина Е.В., Саакян Л.Г., Федорец Н.П. Экономический смысл производной // Современные наукоемкие технологии. 2013. № 6. С. 83-84;
30. Скаткин М.Н. Проблемы современной дидактики. М: 1980. с. 61.
31. Федеральный базисный учебный план и примерные учебные планы для образовательных учреждений российской федерации, реализующих программы общего образования. Среднее (полное) общее образование: утв. Приказом Минобразования России от 20 августа 2008 г. № 241, 31 с.
32. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования: утв. Приказом Минобразования России от 15 июня 2012 г. № 413. [Электронный ресурс]. URL: минобрнауки.рф/документы/2365 (дата обращения 30.05.17)
33. Хуторской А.В. Современная дидактика: Учебник для вузов. Спб.: Питер, 2001. 544 с

Приложение А. Содержание практической работы по теме «Повторение»

Содержание практической работы по теме «Повторение»

Вычислить предел:

$\lim\limits_{x\to 3}\frac{2x+3}{x-1}=$

$\lim\limits_{x\to 6}(2x^3-4x+5)=$

$\lim\limits_{x\to 3}\frac{2x-3}{x+1}=$

$\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\sin x+2=$

Вычислите предел функции:

$\lim\limits_{x\to 3}\frac{2x^2-3x+1}{2x-2}=$

$\lim\limits_{x\to 3}\frac{7x^2+4x+3}{3x^2-1}=$

$\lim\limits_{x\to 3}\frac{2x^3+6x^2+1}{4x^3-3}=$

Вычислите:

$\lim\limits_{x\to \infty}\frac{1}{x^2}+\frac{3}{x^3}=$

$\lim\limits_{x\to \infty}\left(\frac{5}{x^2}+1\right)\cdot\left(-\frac{8}{x^2}-2\right)=$

Определите, непрерывна ли функция в точке x_0=3:

$f(x)=\frac{2x+3}{x-1}$

Исследуйте функцию на непрерывность и постройте схематически график

$$f(x)=\begin{cases} x+5, \text{если } x<1 \\ x^2+3, \text{ если } 1\le x<2 \\ 3x+5, \text{ если } x\ge 2 \end{cases}$$

Найти приращение аргумента и приращение функции в точке x_0, если $f(x)=x^2$, $x_0=2$, $x=1{,}9$.

Закон движения точки по прямой задается формулой $s(t) = 2t + 1$, где t — время (в секундах), $s(t)$ — отклонение точки в момент времени t (в метрах) от начального положения. Найдите среднюю скорость движения точки с момента t_1=2 с до момента:

a) t_2=3 с;

b) t_2=2,5 с;

c) t_2= 2,1с;

d) t_2= 2,05 с.

Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции y=f(x) в точке с абсциссой x_0:

a) $f(x) = x^2, x_0 = -4$

b) $f(x) = \frac{1}{x}, x_0 = -\frac{1}{3}$

c) $f(x) = \frac{1}{x}, x_0 = \frac{1}{2}$

d) $f(x) = x^2, x_0$=2

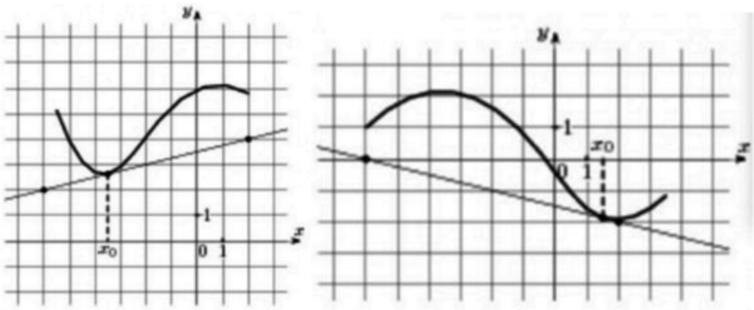
e) $f(x) = \sin x, x_0 = \frac{\pi}{3}$

f) $f(x) = \cos x, x_0 = -\frac{\pi}{4}$

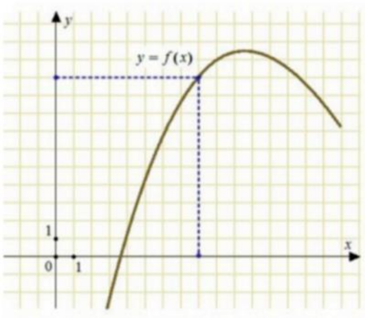
g) $f(x) = \cos x, x_0 = \frac{\pi}{3}$

h) $(x) = \sin x, x_0 = -\frac{\pi}{6}$

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке $f(x_0)$.

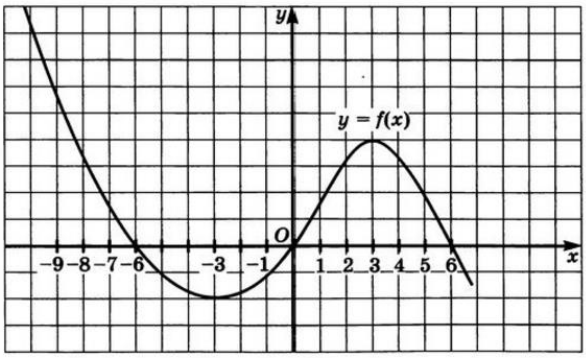


На рисунке изображены график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через начало координат, касается графика этой функции в точке с абсциссой 8. Найдите значение производной функции в точке $x_0 = 8$.

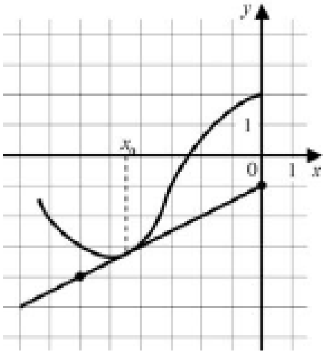


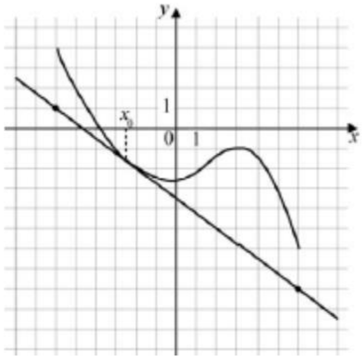
Функция $y = f(x)$ задана своим графиком. Сравните значения производной в указанных точках:

a) $f'(-7)$ и $f'(-2)$;
b) $f'(-4)$ и $f'(2)$;
c) $f'(-9)$ и $f'(0)$;
d) $f'(-1)$ и $f'(5)$.



На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке $f(x_0)$.





Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = 3x^2+5$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

Найти тангенс угла наклона касательной проведенной к графику функции $y = 3x^2-6$ в точке с абсциссой $x_0=-1$.

Вычислите скорость изменения функции $y = g(x)$ в точке x_0:

a) $g(x) = x^3+2x$, $x_0 = 2$;

b) $g(x) = (\sqrt{x}+1)\sqrt{x}$, $x_0 = 1$;

c) $g(x) = x^2+4\sqrt{x}-4x$, $x_0 = 4$;

d) $g(x) = \frac{1}{x}\left(\frac{4}{x}-2\right)$, $x_0 = -0,5$;

Найдите тангенс угла между касательной к графику функции $y = h(x)$ в точке с абсциссой x_0 и осью x:

a) $h(x) = x^6-4x$, $x_0=1$;

b) $h(x) = \frac{y}{x}-3$, $x_0=1$;

c) $h(x) = -x^5-2x^2+2$, $x_0=-1$;

d) $h(x) = \frac{25}{x}+2$, $x_0=\frac{5}{4}$;

Найдите производную функции:

a) $y = (4x-9)^7$;

b) $y = (\frac{x}{3}+2)^{12}$;

c) $y = (5x+1)^9$;

d) $y = (\frac{x}{4}-3)^{14}$;

Найдите производную функции:

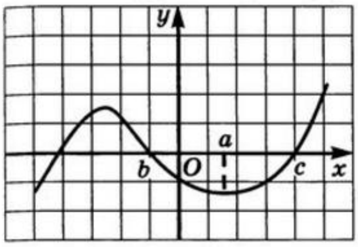
a) $y = \sin(3x-9)$;

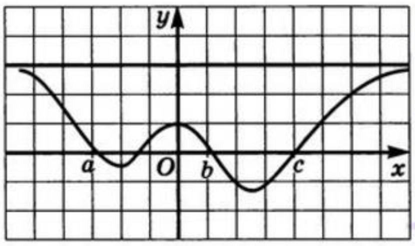
b) $y = \cos\left(\frac{\pi}{3}-4x\right)$;

c) $y = \cos(9x-10)$;

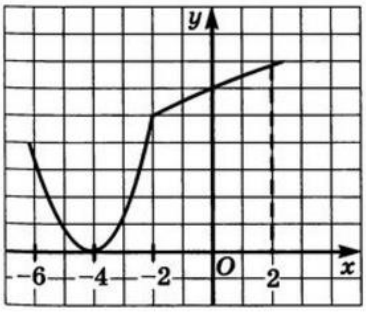
d) $y = \sin(5-3x)$;

Определите знак углового коэффициента касательной, проведенной к графику функции $y = f(x)$, изображенному на заданном рисунке, в точках с абсциссами a, b, c:





Укажите точки, в которых производная равна нулю, и точки, в которых производная не существует, если график функции изображен на заданном рисунке:



Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции y=f(x) в точке с абсциссой x=a, если:

a) $f(x) = x^3-2x^2+3$, $a=-1$;

b) $f(x) = \sqrt{4-5x}$, $a=0$;

c) $f(x) = x^4-7x^3+12x-45$, $a=0$;

d) $f(x) = \sqrt{10+x}$, $a=-5$;

Составьте уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x=a$, если:

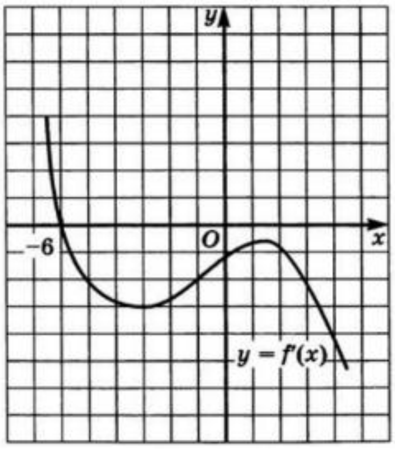
a) $f(x) = x^2$, $a=3$;

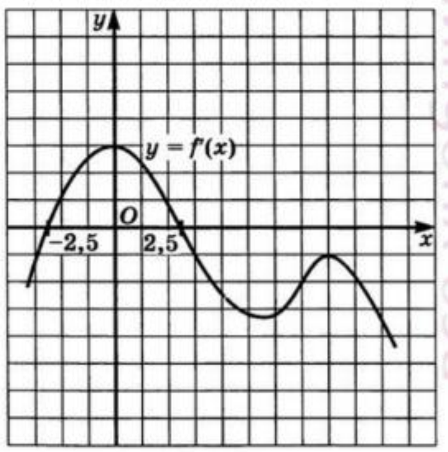
b) $f(x) = 2-x-x^3$, $a=0$;

c) $f(x) = x^3$; $a=1$;

d) $f(x) = x^3-3x+5$; $a=-1$;

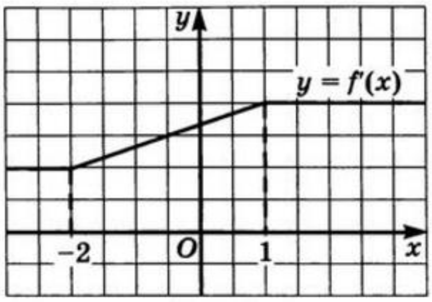
По графику производной, изображенному на рисунках, определите, на каких промежутках функция $y = f(x)$ возрастает, а на каких — убывает:

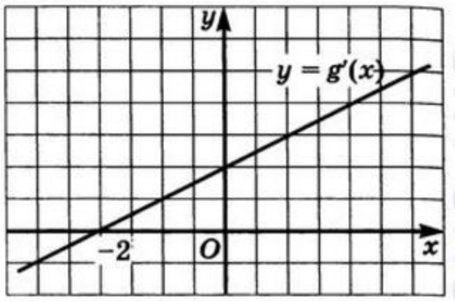


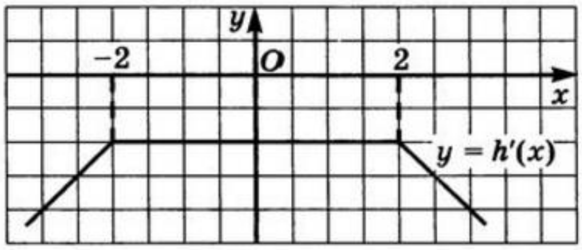


На рисунках изображены графики производных функций $y = f(x)$, $y=g(x)$, $y = h(x)$. Определите, какая из функций $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = h(x)$:

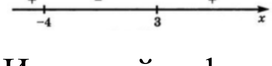
а) возрастает на R; б) убывает на R.

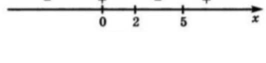


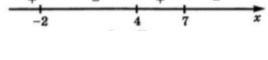


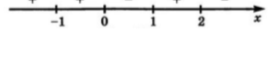


Изобразите эскиз графика функции $y = f(x)$, если промежутки постоянства знака производной $f'(x)$ представлены на заданной схеме:









Исследуйте функцию на монотонность:

a) $y = x^4-2x^2-3$;

b) $y = -x^5-x$;

c) $y = -3x^4+4x^3-15$;

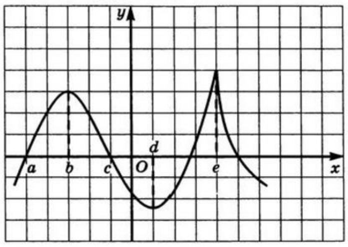
d) $y = 5x^5-1$;

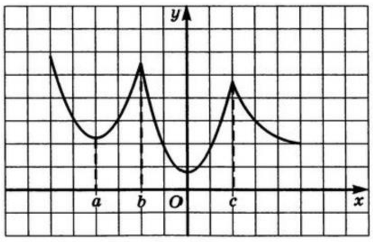
По графику функции $y = f(x)$, изображенному на заданном рисунке, определите точки, в которых ее производная обращается в 0:

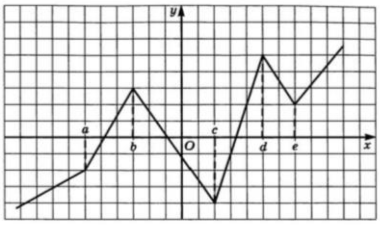
По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, определите точки, в которых $f'(x)$ не существует:

Сколько точек минимума имеет функция $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке:

Сколько точек максимума имеет функция $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке:







Используя данные о производной $f'(x)$, приведенные в таблице, укажите:

x	$(-\infty; 5)$	-5	$(-5; -2)$	-2	$(-2; 8)$	8	$(8; +\infty)$
$f'(x)$	+	0	−	0	+	0	+

Найдите точки экстремума заданной функции и определите их характер:

a) $y = 8+2x^2-x^4$;

b) $y = x^4-8x^2$;

c) $y = \sqrt{2x-1}$;

d) $y = (x-3)^4$;

e) $y = x^3-7x^2-5x+11$;

f) $y = x^4-50x^2$;

g) $y = \frac{x^2+9}{x}$;

h) $y = 4\sqrt{2x-1} - x$;

i) $y = x - 2cosx, x \epsilon [-\pi; \pi]$;

j) $y = 2sinx - x, x \epsilon [-\pi; 3\pi]$;

Исследуйте функцию и постройте ее график:

a) $y = 3x^2-4x+5$;

b) $y = 3x^2+x^3$;

c) $y = x^3-3x^2+2$;

Исследуйте функцию и постройте ее график:

a) $y = 2x^3+x^2-8x-7$;

b) $y = -\frac{x^3}{3}+x^2+3x-\frac{11}{2}$;

Найдите наибольшее и наименьшее значения заданной функции на заданном отрезке:

a) $y = 3x-6$, $[-1; 4]$;

b) $y = -\frac{8}{x}$, $\left[\frac{1}{4}; 8\right]$;

c) $y = -0{,}5x+4$, $[-2; 6]$;

d) $y = \frac{3}{x}$, $[0{,}3; 2]$;

e) $y = 2\sin x$, $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$;

f) $y = -2\cos x$, $\left[\pi; \frac{4\pi}{3}\right]$;

g) $y = 6\cos x$, $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$

h) $y = 2 - 0{,}5\sin x$, $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$;

i) $y = \operatorname{tg} x$, $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right]$

j) $y = -3\operatorname{tg} x$, $\left[\pi; \frac{4\pi}{3}\right]$;

k) $y = -2\operatorname{tg} x$, $\left[0; \frac{\pi}{6}\right]$;

l) $y = \frac{1}{2}\operatorname{tg} x$, $\left[\pi; \frac{3\pi}{4}\right]$;

m) $\mathrm{y} = \sqrt{x}$, $[0; 9]$;

n) $y = \sqrt{-x}$, $[-4; 0]$;

o) $y = \sqrt{x}$, $[4; 16]$;

p) $y = -\sqrt{-x}$, $[-9; -4]$;

q) $y = 12x^4, [-1; 2]$;

r) $y = x^3 - 8x + 19, [-1; 5]$;

Найдите наибольшее и наименьшее значения заданной функции на заданном промежутке:

a) $y = x^3 - 2x^2 + 1$, [0,5; +∞);

b) $y = x - 2\sqrt{x}$, [0; +∞);

c) $y = \frac{1}{5}x^5 - x^2$, (-∞;1]

d) $y = \frac{x^4}{x^4+1}$, $(+\infty; -\infty)$.

Приложение Б. Конспекты занятий

Конспект занятия по теме «Введение в элективный курс «Производная и ее приложения»»

Междпредметные связи: математики с историей.

Цели занятия:

Обучающие:

- Познакомить обучающихся с историей понятия «Производная»;
- Установить уровень знаний по теме «Производная»;
- Установить уровень сформированности представлений о МПС;

Развивающие:

- Развивать навык самостоятельной работы;
- Развивать мышление, память, внимание;

Воспитательные:

- Воспитывать интерес к предмету математика;

Формы организации работы: фронтальная, самостоятельная.

Оборудование занятия: компьютер, презентация к уроку, индивидуальные листы с диагностической работой по теме «Производная» №1.

План занятия:

1. Организационный момент. (1 мин)
2. Сообщение темы и целей курса (4 мин)
3. Диагностическая работа (30 мин)
4. Историческая справка (10 мин)

Ход занятия:

1. Организационный момент. (1 мин)

Приветствие, организация внимания учащихся, настрой на работу, проверка готовности рабочего места

2. Сообщение темы и целей курса. (4 мин)

У: Ребята, все вы знаете, что математика имеет безусловную практическую значимость для всех наук и сфер жизнедеятельности человека. Но зачастую ваши знания по математике становятся формальными, и чтобы этого не происходило мы хотим показать, как можно применять производную для описания процессов их различных наук.

Цель наших совместных действий определим следующим образом: в ходе данного курса мы должны убедиться в значимости знаний, получаемых на уроках математики, и их прикладном характере и эффективности использования при решении задач из других наук.

Перед тем как перейти непосредственно к содержанию курса, мы должны выявить уровень ваших знаний для дальнейшей успешной работы над материалом.

Вам выдаются индивидуальные листы с работой, содержащие открытые вопросы по теме производная, задания на вычисления производных, в конце работы вам нужно ответить на вопросы об вашем личном отношении к предмету «математика». На работу отводится 30 минут.

3. Диагностическая работа (30 мин)

Диагностическая работа по теме «Производная»

Ответьте на вопросы:

Что называется производной?

В чем геометрический и физический смысл производной?

В каких науках используется данное понятие?

Найдите производные основных элементарных функций:

1. $C'=$
2. $(x^{n})'=$
3. $(\sqrt{x})'=$
4. $(\ln x)' =$
5. $(a^{x})'=$
6. $(e^{x})' =$
7. $(\sin x)' =$
8. $(\cos x)' =$
9. $(\mathrm{tg}\, x)' =$
10. $(\mathrm{ctg}\, x)' =$

11. $(\arcsin x)' =$

12. $(\arccos x)' =$

13. $(\mathrm{arctg}\, x)' =$

14. $(\mathrm{arcctg}\, x)' =$

Выполните основные правила нахождения:

1. $(u + v)' =$

2. $(C \cdot u)' =$

3. $(u \cdot v)' =$

4. $\left(\frac{u}{v}\right)' =$

Выполните:

1. Дана функция $y = \sqrt{x}$. Найдите $y'(64)$; $y'(81)$.

2. Функция задана формулой $x(t) = t^2 + 2t + 1$. Найдите t, если $x'(t) = 0$.

3. $f(x) = 8x^3 + 24x$. Найдите x, если $f'(x) = 1$; $f'(x) = 10$.

4. При движении тела по прямой от начальной точки M путь $S(t)$ (в метрах) изменится по закону $S(t)=\frac{5t+1}{t+2}$ (t – время в секундах). Найдите скорость в момент t=7 с.

5. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = x^5 + 2x^4 + x^3 + 1$ в точке $x_0 = 1$.

Найдите производные функций:

a) $(2p^5+7)'$

b) $(\sqrt{3x^9)' =}$

c) $\left(\frac{6}{x-3}\right)' =$

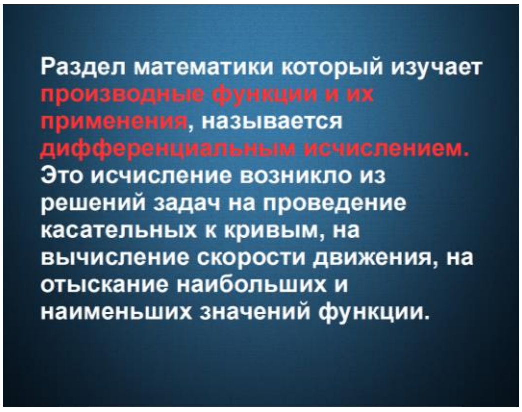
d) $\left(\frac{3\pi}{\sqrt[5]{7}}\right)' =$

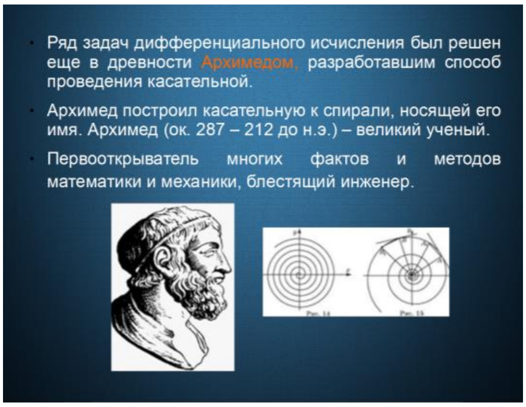
Пожалуйста, ответьте на вопросы:

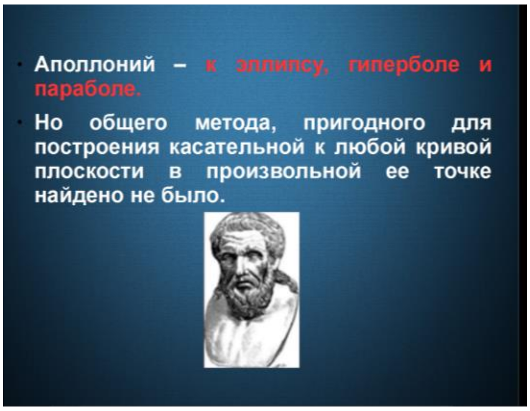
1. Как Вы относитесь к предмету математика?
2. Нужны ли знания по математике при изучении других школьных дисциплин?
3. Считаете ли Вы, что знания по математике пригодятся Вам в жизни?

3. Историческая справка. (10 мин)

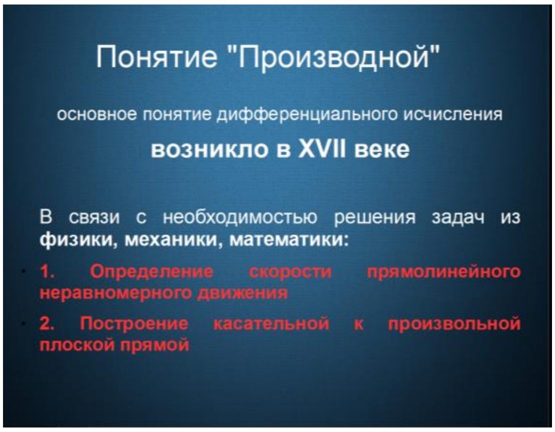
У: Перед тем как приступить к изучению темы нашего курса, давайте немного погрузимся в историю возникновения понятия «Производная».

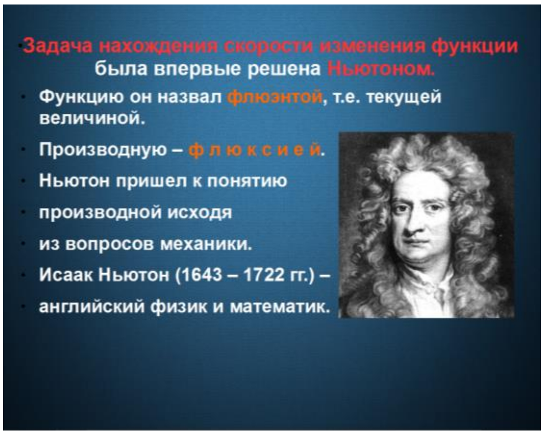






Основное понятие дифференциального исчисления - понятие производной – возникло в XVII веке в связи с необходимостью решения ряда задач из физики, механики, и математики, в первую очередь следующих двух: **определение скорости прямолинейного неравномерного движения и построение касательной к произвольной плоской кривой.**





Исаак Ньютон - английский математик, физик, алхимик и историк.

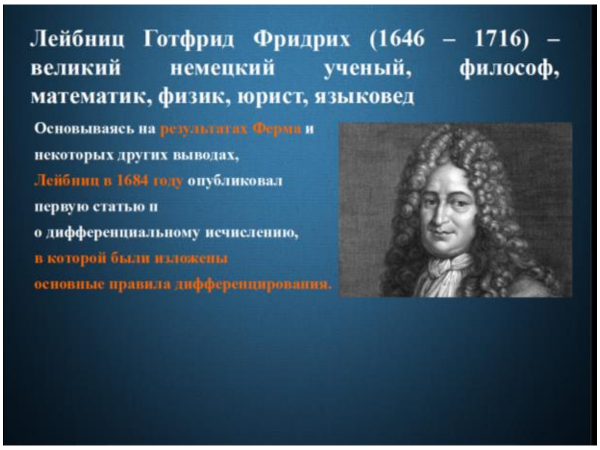
Родился в семье фермера.

Окончив университет, Ньютон в 1665 г получил ученую степень бакалавра.

В 1665-1667 гг. у него сложились в основном те идеи, которые привели его к созданию дифференциального и интегрального исчислений, изобретению зеркального телескопа, открытию закона всемирного тяготения.

В 1687 г. Ньютон опубликовал свой грандиозный труд «Математические начала натуральной философии».

Он впервые решил задачу определения скорости прямолинейного неравномерного движения. Функцию он назвал флюэнтой, т.е. текущей величиной, производную же - флюксией. Ньютон пришел к понятию производной, исходя из вопросов механики.

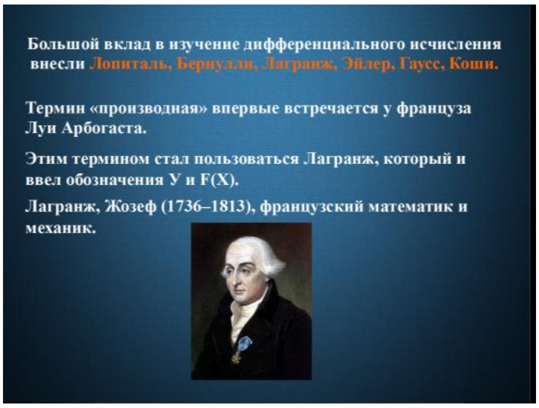


Второй проблемой занимался не менее великий Готфрид Лейбниц - немецкий философ.

Интересы Лейбница были многогранны: помимо философии, он оставил серьезный след в логике, математике и физике, занимался юриспруденцией, историей и языкознанием.

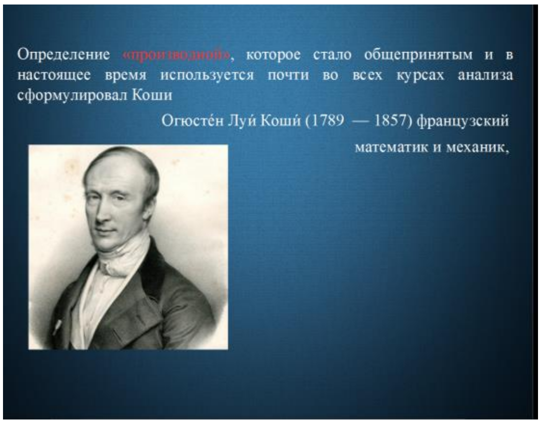
Они работали независимо друг от друга, но пришли к выводам, сводящимся к одному понятию – производной, однако в разных областях знаний.

Если в «Методе флюксий» Ньютона в качестве первоначального понятия фигурирует скорость, то в «Новом методе» Лейбница таким понятием является касательная.



Лагранж в 1791 г. ввёл термин “производная”, ему мы обязаны и современным обозначением производной (с помощью штриха), “вторая производная” и обозначение (два штриха) также ввёл Лагранж.

Определение «производной», которое стало общепринятым и в настоящее время используется почти во всех курсах анализа сформулировал Коши.



У: А, сможете ли вы сформулировать понятие производной?

Спасибо за внимание! Встретимся на следующем занятии!

Конспект занятия по теме "Применение производной при решении физических задач"

Междпредметные связи: математики с физикой.

Цели занятия:

Обучающие:

- Формирование представлений об идеях и методах математики как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов;
- Формирование системы математических знаний и умений, необходимых для изучения смежных дисциплин, продолжения образования
- Ввести физический смысл производной;
- Формирование умений применять производную к решению физических задач;
- Обобщить и систематизировать знания обучающихся по теме «Производная»;

Развивающие:

- Развивать умения слушать, вступать в диалог, планировать и согласованно выполнять совместную деятельность;
- Развитие умений анализировать, систематизировать материал;
- Развитие логического мышления обучающихся;
- Развивать память, внимание и самостоятельность;

Воспитательные:

- Воспитывать интерес к математике.

Формы организации работы: фронтальная, коллективная, самостоятельная.

Оборудование занятия: компьютер, проектор, презентация к уроку, кроссворд, индивидуальные листы с самостоятельной работой.

План урока:

1. Организационный момент. (1 мин)
2. Сообщение темы и целей урока. (8 мин)

3. Актуализация знаний. (11 мин)
4. Изучение нового материала. (9 мин)
5. Применение полученных знаний. (5 мин)
6. Первичное закрепление (4 мин)
7. Самостоятельная работа (5 мин)
8. Рефлексия. (1 мин)
9. Подведение итога урока. (2 мин)

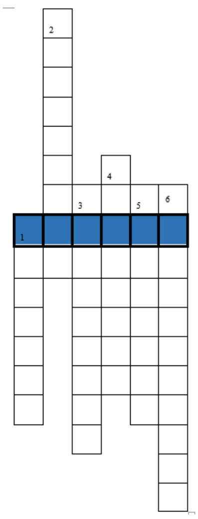
Ход урока:

1. Организационный момент. (1 мин)

Приветствие, организация внимания учащихся, настрой на работу, проверка готовности рабочего места.

2. Сообщение темы и целей урока. (8 мин)

У: Ребята, на прошлых уроках мы с вами повторили основные вопросы по теме «Производная». А сейчас мы переходим к темам, в которых мы объединим изучение математики вместе с другими науками. С какой наукой мы будем рассматривать приложения производной сегодня, вы узнаете, когда разгадаете кроссворд.



Вопросы кроссворда:

1. Пусть X, Y- некоторые множества, элементами которых являются некоторые числа. Если каждому числу $x \in X$ по некоторому закону или правилу f ставится в соответствие число $y \in Y$, то говорят, что на множестве X задана числовая …?

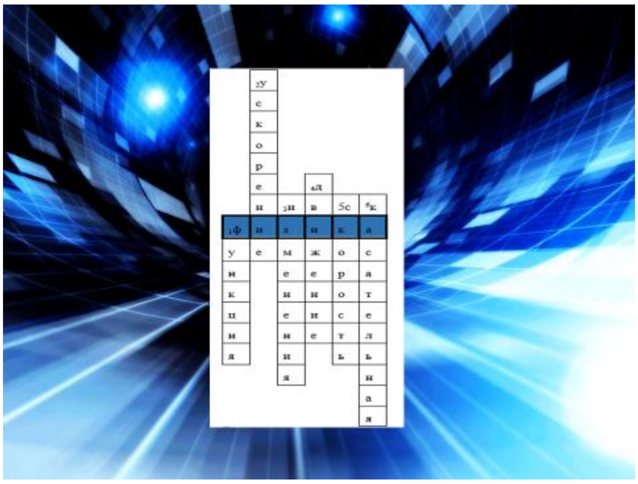
2. Физическая величина, характеризирующая быстроту изменения скорости.

3. Множество Y, содержащее все значения, которые принимает y, называется областью … функции.

4. Изменение положения тела в пространстве относительно некоторой системы отсчета с течением времени.

5. S:t=…

6. Французский математик 17 века Пьер Ферма определял эту линию так: “Прямая, наиболее тесно примыкающая к кривой в малой окрестности заданной точки”.



3. Актуализация знаний. (11 мин)

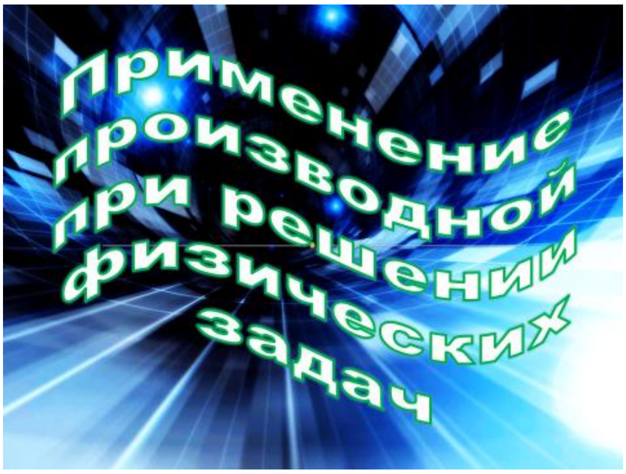
У: Молодцы ребята, кроссворд заполнен, и мы по горизонтали читаем слово “Физика”.

По ключевому слову обучающиеся формулируют тему и цель урока: решение физических задач с применением производной.

У: Все вы знаете, что математика имеет безусловную практическую значимость для всех наук и сфер жизнедеятельности человека. Но зачастую ваши знания по математике становятся формальными, и чтобы этого не происходило мы хотим показать, как можно применять то, что мы сегодня будем изучать для описания известных физических процессов.

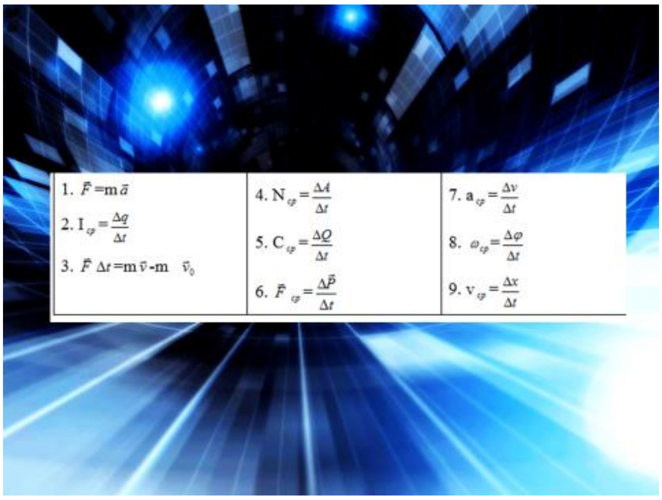
Цель наших совместных действий определим следующим образом: в ходе урока мы должны убедиться в значимости знаний, получаемых на уроках математики, и их прикладном характере и эффективности использования при решении физических задач.

У: Тема урока *“Применение производной при решении физических задач”*



У: Перед тем, как перейти к решению задач, проведем интеллектуальную разминку по физике.

1. Даны формулы на слайде:



Вопросы:

1. Какие формулы выражают второй закон Ньютона?
2. Какие из приведенных формул можно выделить в отдельную группу?
3. Чем отличаются выделенные вами формулы?
4. А что особенного у формул 2, 4, 7, 8, 9?

4. Изучение нового материала (9 мин)

1. Какие из приведенных в начале урока формул очень близки к пониманию производной. (Сравните написанные в начале урока формулы из физики и выражения для производной).
2. Давайте подробнее рассмотрим формулу (9).$v_{\text{ср}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

   Что определяется по этой формуле? (Средняя скорость материальной точки, движущейся по координатной прямой).
3. К чему стремится среднее значение скорости при $\Delta t \to 0$.
4. Сточки зрения математики к чему стремится $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ при $\Delta t \to 0$.

   $\frac{\Delta y}{\Delta x} \to x'(t)$ при $\Delta t \to 0$, т.е.$v(t) = x'(t)$.
5. Попробуйте сделать вывод. Что такое мгновенная скорость?

   Мгновенная скорость-это производная от координаты по времени. В этом заключается механический смысл производной.
6. А теперь рассмотрим формулу (7) a_{cp}=$\frac{\Delta v}{\Delta t}$
7. По аналогии с мгновенной скоростью определяется мгновенное значение ускорения

$$a_{\text{ср}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \to a_{\text{мгн}} \text{ при } \Delta t \to 0$$

$$a(t) \to v'(t)$$

   Попробуйте сделать вывод. Что такое ускорение?

   Производная от скорости по времени есть ускорение.
8. По аналогии запишите мгновенные значения величин в формулах 2; 4; 5; 6; 8.

5. Применение полученных знаний (5 мин)

У: Таким образом, чтобы найти мгновенное значение скорости, зная закон изменения координаты по времени надо найти производную от координаты по времени.

Физический смысл производной *это- скорость. Это может быть* ***скорость движения,*** *скорость изменения какого-либо процесса (например* *роста бактерий), скорость совершения работы (и так далее, прикладных задач множество).*

Итак, мы видим, что связь между количественными характеристиками самых различных процессов, исследуемых физикой, аналогична связи между путем и скоростью. По количеству примеров, можно судить о том количестве задач, для решения которых также необходимо находить скорость изменения некоторой функции. Некоторые из таких задач вы попробуете сейчас решить. Но прежде, давайте сравним 2 способа решения одной и той же физической задачи: без использования и с использованием производной:

(Двое учеников решают у доски)

<table>
<tr><td colspan="2">Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=t^2–7t–20$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени t=5 с.</td></tr>
<tr><td>Традиционный способ решения</td><td>С использованием производной</td></tr>
<tr><td>$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} = -20 - 7t + t^2$
$x_{0=}-20$ м/с
$v_{0=}-7$ м/с
$\frac{at^2}{2}=t^2$
$\frac{a}{2}=1$
$a=2$ м/с^2
$v=v_0+at=-7+2\cdot5=3$ м/с</td><td>$v(t)=x'(t)=(t^2–7t–20)'=2t–7$ м/с.
$v(t)=2\cdot5–7=3$ м/с</td></tr>
</table>

6. Первичное закрепление (4 мин)

А сейчас мы решим еще один пример, также двумя способами:

(Также двое учеников выходят к доске)

Дан закон движения тела массой 1 кг: x=2–3t-t^2. Определите его импульс в момент времени 2 с.	
Традиционный способ решения	С использованием производной
$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} = 2 - 3t\text{-}t^2$ $x_{0=}$2 м/с $v_{0=}-3$ м/с $\frac{at^2}{2}=-t^2$ $\frac{a}{2}=-1$ $a=-2$ м/с^2 $v=v_0+at=-3+2\cdot(-2)=-7$ м/с $v(2c)=-3-2\cdot2=-7$ м/с p=1·7=7 кг·м/с	$p=mv$, $v=x'=(2-3t-t^2)'=-3-2t$ м/с $v(2c)=-3-2\cdot2=-7$ м/с p=1·7=7 кг·м/с

У: Ребята, вы наверняка заметили по записям на доске, насколько проще и быстрее решать подобные задачи, используя производную.

А сейчас, ребята, мы проведем небольшую самостоятельную работу, данные задачи из различных разделов физики, вы можете решить, используя удобный для вас вариант решения.

7. Самостоятельная работа (5 мин) (Задания на индивидуальных листах)

Задание 1. Точка движется по закону $s(t)=2t^3-3t$ (s – путь в метрах, t – время в секундах). Вычислите скорость движения точки, ее ускорение в момент времени 2 с.

Задание 2. Маховик вращается вокруг оси по закону $\varphi(t)=t^4-5t$. Найдите его угловую скорость ω в момент времени 2с (φ – угол вращения в радианах, ω – угловая скорость рад/с)

Задание 3. Тело массой 4 кг движется прямолинейно по закону $x(t)=t^2+t+1$. Какова кинетическая энергия тела в конце третьей секунды движения после начала движения?

8. Рефлексия (1 мин)

У: - Ребята вот и подходит к концу наш урок. Какова была цель нашего урока? Понравилось ли вам решать известные вам задачи новым способом? Как вы считаете, мы сегодня достигли нашей цели (почему?), что было трудным на уроке, как с эти можно бороться? Полностью ли вы участвовали в работе на уроке? Что нужно сделать, чтобы результат был лучше?

9. Подведение итога урока (2 мин)

У: Итак, сегодня мы узнали о том, как тесно связаны друг с другом математика и физика, и наш урок— это только мизерный пример этого.

Надеюсь вам было интересно.

Итак, я была рада встрече с вами, спасибо за урок. До свидания.

Конспект занятия по теме «Применение производной при решении практических задач по химии».

Междпредметные связи: математики с химией.

Цели занятия:

Обучающие:

- Формирование представлений об идеях и методах математики как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов.
- Ввести химический смысл производной;
- Формирование умений применять производную к решению задач по химии;
- Актуализировать знания обучающихся по теме «Скорость химической реакции»
- Обобщить и систематизировать знания обучающихся по теме «Производная»

Развивающие:

- Развивать умения слушать, вступать в диалог, планировать и согласованно выполнять совместную деятельность;
- Развитие умений анализировать, систематизировать материал;
- Развитие логического мышления обучающихся;
- Развивать память, внимание и самостоятельность;

Воспитательные:

- Воспитывать интереса к математике.

Формы организации работы: фронтальная, коллективная, самостоятельная.

Оборудование: компьютер, проектор, презентация к уроку, листы с самостоятельной работой.

План урока:

1. Организационный момент. (1 мин)
2. Сообщение темы и целей урока. (5 мин)

3. Актуализация знаний. (7 мин)
4. Изучение нового материала. (15 мин)
5. Применение полученных знаний и первичное закрепление (8 мин)
6. Самостоятельная работа. (6 мин)
7. Рефлексия. (1 мин)
8. Подведение итога урока. (2 мин)

Ход урока:

1. Организационный момент. (1 мин)

Приветствие, организация внимания обучающихся, настрой на работу, проверка готовности рабочего места.

2. Сообщение темы и целей урока. (5 мин)

У: Ребята, на данном уроке мы будем изучать тему, которая просто необходима при решении практических задач по химии.

Скорость химической реакции – один из решающих факторов, который нужно учитывать во многих областях научно-производственной деятельности. Например, инженерам-технологам при определении эффективности химических производств, химикам, разрабатывающим препараты для медицины и сельского хозяйства, а также врачам и агрономам, использующим эти препараты для лечения людей и для внесения их в почву. Одни реакции проходят практически мгновенно, другие идут очень медленно. В реальной жизни для решения производственных задач, в медицинской, сельскохозяйственной и химической промышленности важно знать скорости реакций химических веществ.

У: Цель нашего сегодняшнего занятия определим следующим образом: в ходе урока мы должны убедиться в значимости знаний, получаемых на уроках математики, и их прикладном характере и эффективности использования при решении практических задач по химии, т.е. рассмотрим возможности применения элементов дифференциального исчисления в описании и изучении процессов и явлений реального мира.

Тема урока «Применение производной при решении практических задач по химии»

У: А теперь, ребята, для продолжения изучения нашей сегодняшней темы, мы должны актуализировать ваши знания по химии.

3. Актуализация знаний по теме (7 мин)

Фронтальный опрос:

1) Дайте определение скорости химической реакции. (Скорость гомогенных реакций определяют, как изменение концентрации одного из реагирующих или образующихся веществ в единицу времени)

Записываем формулу на доске

$$v = \frac{C_{кон} - C_{нач}}{t_{кон} - t_{нач}} = \pm \frac{\Delta C}{\Delta t}$$

2) В каких единицах измеряют скорость химических реакций? (Моль/л*сек)

3) Как называют учение о скорости и механизме химических реакций? (Химической кинетикой)

4) Какие факторы влияют на скорость химических реакций? (Концентрация, температура, давление (для газов), катализатор, природа реагирующих веществ)

5) Концентрация одного из реагирующих веществ в начале реакции была 1 моль/л. Через 10 сек. Она стала 0,8 моль/л. Найдите скорость этой реакции.

v=(1моль/л– 0,8моль/л)/10 сек=0,02моль/л*сек)

Теперь актуализируем ваши знания по математике:

1) Мы рассмотрели соотношение $v=\pm\frac{\Delta c}{\Delta t}$

Что обозначают Δc и Δt в химии, и что обозначают они в математике? (Δc в химии обозначает разность концентрации вещества, а в математике – приращение функции концентрации в зависимости от времени. Δt в химии обозначает разность времени начала реакции и её конца, а в математике– приращение аргумента)

2) Где мы встречали подобное соотношение? (В производной)

3) Что называется производной функции? (- Производной функции $f(x)$ называется предел отношения приращения функции Δf к приращению аргумента Δx при $\Delta x \to 0$, т.е. $f'(x) = \lim\left(\frac{\Delta f}{\Delta x}\right)$, при $x \to 0$.

4) Какой смысл имеет производная? (

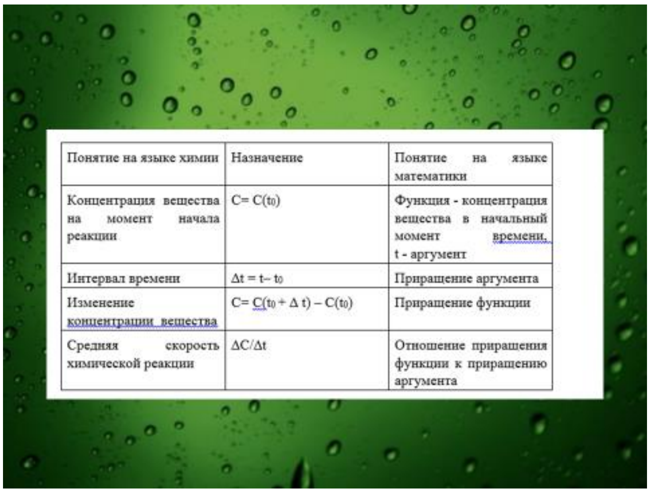
Геометрический смысл- производная функции есть угловой коэффициент, тангенс угла наклона касательной к графику функции в точке x, т.е. $k = \operatorname{tg}\alpha = f'(x)$.

Физический смысл– производная функции движения материальной точки $y=s(t)$ есть мгновенная скорость этой точки в момент времени t, т.е. $v(t)=s'(t)$.

У: Вы повторили основные формулы и вспомнили физический смысл производной. Эти знания мы используем для определения скорости химической реакции.

4. Изучение нового материала (18 мин)

Мы выяснили, что в условиях задачи функцией является концентрация вещества, а аргументом – время. Концентрация зависит от времени, значит, концентрация есть функция времени, время t– аргумент.



Понятие на языке химии	Назначение	Понятие на языке математики
Концентрация вещества на момент начала реакции	$C= C(t_0)$	Функция - концентрация вещества в начальный момент времени, t - аргумент
Интервал времени	$\Delta t = t - t_0$	Приращение аргумента
Изменение концентрации вещества	$C= C(t_0 + \Delta t) - C(t_0)$	Приращение функции
Средняя скорость химической реакции	$\Delta C/\Delta t$	Отношение приращения функции к приращению аргумента

$\frac{\Delta C}{\Delta t}$ – средняя скорость, а предел этого отношения при $\Delta t \to 0$ есть производная или мгновенная скорость.

Решим задачу: *Найти скорость реакции в момент времени t=3 сек, если концентрация исходного продукта меняется по закону* $C(t)=\frac{1}{2}t^2+3t-3$.

Кто желает пояснить задачу? (Решение задачи разбирается устно и записывается в тетрадь).

Пусть количество вещества, вступившего в химическую реакцию задается зависимостью: $p(t)=\frac{1}{2}t^2+3t-3$ (моль).

Найти скорость химической реакции через 3 секунды.

Решение:

$v(t)=p'(t);$

$v(t)=t+3;$

$v(3)=3+3=6$ (моль/с)

Ответ: 6 моль/с.

Молодцы, ребята. Ну а теперь мы перейдем к решению более трудной, прикладной задаче, которую невозможно решить только математическими способами, для этого нам необходимо химическое обоснования этой задачи. Вот пример такой задачи: *Газовая смесь состоит из оксида азота* (NO) *и кислорода* (O_2). *Требуется найти концентрацию* O_2, *при которой, содержащийся в смеси оксид азота окисляется с наибольшей скоростью.*

Хочу напомнить, что при решении любой задачи прикладного характера мы должны выполнить три этапа:

1. Перевести задачу на язык функций.

2. Решаем задачу математическим путем.

3. Отвечаем на вопрос задачи.

Осуществим первый шаг:

Запишем химическое уравнение для задачи, для этого читаем ещё раз условие задачи.

Итак:

2NO+O2=2NO2

В условиях практической необходимости скорость v реакции $2NO+O_2=2NO_2$ выражается формулой $v=kx^2y$- *получили математическую модель нашей задачи*, где x – концентрация NO в любой момент времени, y – концентрация O_2, k – константа скорости реакции, зависящая только от температуры и не зависящая от концентрации реагирующих компонентов.

$[NO]=?$, $[O_2]=?$

Пусть $x=[NO]$, $y=[O_2]$, тогда $v_{пр.}=k[NO]^2\cdot[O_2]$,

Концентрацию газов выразим в объемных процентах. Возьмем весь объем газовой смеси за 100%. Тогда $x+y=100$, $y=100-x$, y подставляем в уравнение. $V=kx^2(100-x)$, где $x\in[0;100]$

$V(x)=100кx^2-кx^3$ нас интересует концентрация при наибольшей скорости, поэтому исследуем функцию на наибольшее и наименьшее значение функции

Находим производную:

$v'(x)=(kx^2(100-x))'=2kx(100-x)-kx^2=k(200x-3x^2)$

Производная $v'(x)$ между 0 и 100 имеет один единственный корень

$v'(x)=0$

$200кx-3кx^2=0$

$x=x_1=200/3\approx66{,}67$

Вторая производная равна $v^{//}(x)=(k(200x–3x^2))^{/}=k(200–6x)$ и $v^{//}(x_1)<0$. Значит в точке x_1– максимум функции. Следовательно, скорость реакции наибольшая, когда x=66,67% и y=33,33%

Ответ: Концентрация кислорода 33,33%, когда скорость окисления наибольшая.

5. Применение и первичное закрепление полученных знаний. (11 мин)

Теперь потренируемся решать такие задачи. (Решать задачи выходят к доске учащиеся, учитель помогает).

Задача 3. Как изменится скорость реакции: $S_{тв}+O_{2(г)}=SO_{2(г)}$ при увеличении давления в системе в 4 раза?

Решение: Запишем кинетическое уравнение для реакции до повышения давления в системе. Обозначим концентрацию кислорода

$C(O_2)=a$, концентрация серы- твёрдого вещества не учитывается.

$\upsilon=\kappa_1 a$

При повышении давления в 4 раза, объём уменьшается в 4 раза, следовательно, концентрация газа кислорода увеличится в 4 раза и кинетическое уравнение примет вид

$\upsilon'=\kappa_1 4a$

Определяем, во сколько раз возрастёт скорость реакции: $\frac{v'}{v}=\frac{k_1 4a}{k_1}$

a=4

Следовательно, при повышении давления в 4 раза, скорость данной реакции увеличится в 4 раза.

Задача 4. Как изменится скорость реакции: $2SO_{2(г)}+O_{2(г)}=2SO_{3(г)}$ при увеличении давления в системе в 2 раза?

Решение: Запишем кинетическое уравнение для реакции до повышения давления в системе. Обозначим концентрацию SO_2

$C(SO_2)=a$, концентрация кислорода $C(O_2)=b$.

$\upsilon=\kappa_1 a^2\cdot b$

При повышении давления в 2 раза, объём уменьшается в 2 раза, следовательно, концентрация газа кислорода и SO_2 увеличится в 2 раза и кинетическое уравнение примет вид:

$v' = к_1(2a)^2 \cdot 2b = к_1 4a^2 \cdot 2b = к_1 8a^2 \cdot b$

Определяем, во сколько раз возрастёт скорость реакции: $\frac{v'}{v} = \frac{k_1 8a^2 b}{k_1 a^2 b} = 8$

Следовательно, при повышении давления в 2 раза, скорость данной реакции увеличится в 8 раз.

6. Самостоятельная работа. (6 мин)

Пусть количество вещества, вступившего в химическую реакцию, задается формулой $p(t) = \frac{t^2}{2} + 3t - 2$ (моль). Найдите скорость химической реакции через 3 сек.

7. Рефлексия (1 мин)

Ребята вот и подходит к концу наш урок. Какова была цель нашего урока? Как вы считаете, мы сегодня достигли нашей цели (почему?), что было трудным на уроке, как с эти можно бороться? Ребята, мы хотели бы узнать ваше мнение об уроке.

8. Подведение итога урока (2 мин)

Итак, мы с вами рассмотрели решение нескольких практических задач. Можем ли мы сказать, математика и химия тесно связаны друг с другом?

Производная помогает нам успешно решать не только математические задачи, но и задачи практического характера в разных областях. Ребята, спасибо вам за урок. Вы замечательно поработали. Надеюсь вам было интересно. До свидания.

Конспект занятия по теме «Использование производной при решении задач по экономике»

Междпредметные связи: математики с экономикой.

Цели занятия:

Обучающие:

- Формирование представлений об идеях и методах математики как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов.
- Ввести экономический смысл производной;
- Формирование умений применять производную к решению задач по экономике;
- Обобщение и систематизация знаний обучающихся по теме «Производная»

Развивающие:

- Развивать умения слушать, вступать в диалог, планировать и согласованно выполнять совместную деятельность;
- Развитие умений анализировать, систематизировать материал;
- Развитие логического мышления обучающихся при установлении связи экономических величин с понятием производной;
- Развивать память, внимание и самостоятельность;

Воспитательные:

- Воспитывать интереса к математике.

Формы организации работы на уроке: фронтальная, коллективная, самостоятельная.

Оборудование: компьютер, проектор, листы с рефлексией, листы с самостоятельной и домашней работами, презентация к уроку.

Междпредметные связи: математика, экономика

План урока:

1. Организационный момент. (1 мин)

2. Сообщение темы и целей урока. (4 мин)
3. Актуализация знаний. (11 мин)
4. Изучение нового материала. (15 мин)
5. Применение и первичное закрепление полученных знаний. (5 мин)
6. Самостоятельная работа (6 мин)
7. Подведение итога урока. (2 мин)
8. Рефлексия. (1 мин)

Ход урока:

1. Организационный момент. (1 мин)

Приветствие, организация внимания учащихся, настрой на работу, проверка готовности рабочего места.

2. Сообщение темы и целей урока. (4 мин)

У: Ребята, сегодня урок у нас с вами необычный, состоящий из двух дисциплин математики и экономики.

В процессе обучения, вы убедились в том, что различные науки не могут существовать изолировано, особенно без математики, без нее невозможна никакая другая. Ее понятия, представления и символы служат тем языком, на котором говорят, пишут и думают другие науки. При помощи математического аппарата возможно моделирование практической деятельности в реальной жизни, ее отдельных сторон, качеств и областей. На сегодняшнем уроке мы и попытаемся установить связь между экономикой и математикой.

Цель наших совместных действий определим следующим образом: обобщить, систематизировать, углубить полученные знания по теме: «Производная» и показать ее практическое применение в экономике.

А тема нашего сегодняшнего урока «Использование производной при решении задач по экономике».

Сегодня на уроке мы расширим свои знания о роли производной в нашей жизни, а конкретнее познакомимся с экономическим смыслом производной. Существует масса реальных экономических задач, для решения которых необходимо использовать знания, полученные в процессе изучения темы «Производная».

Итак, чтобы правильно описать экономические процессы и явления, необходимо владеть соответствующими математическими знаниями и умениями, владеть экономическими понятиями, повторением которых мы и займемся.

3. Актуализация знаний (11 мин)

У: Прежде чем мы рассмотрим применение производной в решении экономических задач давайте вспомним основные понятия из экономики.

- Что изучает экономика? (Экономика — это такая наука, которая изучает использование различных ограниченных ресурсов с целью обеспечения удовлетворения потребностей человека и людей в целом а также взаимоотношения между сторонами хозяйственной деятельности; а так же само хозяйство, как совокупность средств производства, которые используют люди с целью удовлетворения потребностей.)

- Что называют экономией? (бережливость в расходовании чего-либо; выгода (неизрасходованный остаток), полученная за счёт бережливого расходования, применения хозяйственной схемы)

- Производительность труда? (Мера (измеритель) эффективности труда. Производительность труда измеряется количеством продукции, выпущенной работником за единицу времени.)

- Что такое объем продукции? (количество изделий определенного наименования изготавливаемых предприятием течение планируемого времени)

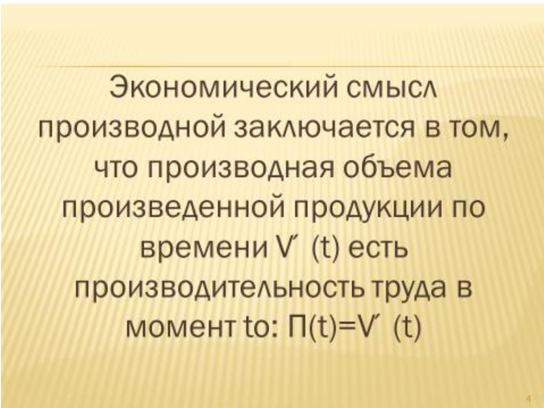
- Издержки производства? (Затраты, связанные с производством товаров)

4. Изучение нового материала (15 мин)

Остановимся более подробно на понятиях производительность труда и издержки производства. Из определения следует, что производительность труда определяется объемом выпущенной продукции в течение определенного времени. В экономике очень часто объем произведенной продукции задается формулой.

Пусть функция $V=V(t)$ выражает количество произведенной продукции V за время t. Найдем производительность труда в момент времени t_0. За период времени от t_0 до $t_0+\Delta t$ количество произведенной продукции изменится от значения $V_0=V(t_0)$ до значения $V_0+\Delta V=V(to+\Delta t)$, тогда средняя производительность труда за этот период времени $\Pi_{\text{ср}} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$. Очевидно, что производительность труда в момент *to* можно определить как предельное значение средней производительности за период времени от t_0 до $to+\Delta t$ при $\Delta t\to 0$, т.е $\Pi(t)=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta V}{\Delta t}$

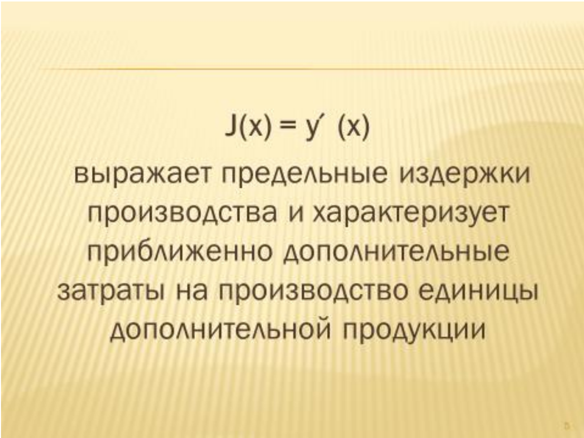
Таким образом, экономический смысл производной заключается в том, что производная объема произведенной продукции по времени $V'(t)$ есть производительность труда в момент t_0: $\Pi(t)=V'(t)$



Рассмотрим еще одно понятие, иллюстрирующее экономический смысл производной.

Издержки производства y будем рассматривать как функцию количества выпускаемой продукции x. Пусть Δx – прирост продукции, тогда Δy – приращение издержек производства и $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ – среднее приращение издержек производства на единицу продукции.

Производная $y' = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ выражает предельные издержки производства и характеризует приближенно дополнительные затраты на производство единицы дополнительной продукции: $J(x)=y'(x)$.



Рассмотрим конкретные задачи:

Задача 1. Вычислить производительность труда во время каждого часа работы, при условии, что объем продукции у в течение рабочего дня представлен функцией $y=-2t^3+10t^2+50t-16$, t – время, ч.

Решение:

1. Найдем производную $y'(t)=-6t^2+20t+50$

2. Найдем значение производной в течение каждого часа.

$t=1$ $y'(t)=-6\cdot 1^2+20*1+50=64$
$t=2$ $y'(t)=-6\cdot 2^2+20*2+50=66$
$t=3$ $y'(t)=-6\cdot 3^2+20*3+50=56$
$t=4$ $y'(t)=-6\cdot 4^2+20*4+50=34$
$t=5$ $y'(t)=-6\cdot 5^2+20*5+50=0$

У: Что мы можем сказать исходя из полученных вычислений?

Из результатов мы видим, что после второго часа работы производительность работы начинает падать. Такой результат является следствием усталости, ухудшением условий в помещении и много других факторов, влияющих на производительность труда. Хочу обратить ваше внимание, на то, что недостаточно просто найти результат, главное правильно сделать выводы.

А теперь решим следующую задачу.

Задача 2. Зависимость между издержками производства y (ден. ед.) и объемом выпускаемой продукции x (ед.) выражается функцией $y=50x–0,05x^3$. Определить средние и предельные издержки при объеме продукции, равном 10 ед.

Решение: Функция средних издержек выражается отношением:

$y_1=\frac{y}{x}=50–0,05x^2$,

y_1 (10) = 50-0,05·100=45 (ден.ед.).

Функция предельных издержек выражается производной:

$y'(x)=50–0,15x^2$,

$y'(10)=50-0,15•100=35$ (ден. ед.).

Итак, если средние издержки на производство единицы продукции составляют 45 ден. ед., то предельные издержки, т.е. дополнительные затраты на производство дополнительной единицы продукции при данном уровне производства, составляют 35 ден.ед.

5. Применение и первичное закрепление полученных знаний. (5 мин)

Один ученик выходит к доске, остальные решают в тетради.

Оборот предприятия за истекший год описывается через функцию $U(t)=0,15t^3–2t^2+200$, где t – месяцы, U-миллионы. Исследуйте оборот предприятия за 9 и 10 месяцы.

Решение. Исследуем оборот предприятия с помощью производной:

$U'(t)=0,45t^2-4t$

Меньший оборот был на девятом месяце - 0,45. На 10 месяце - 5.

6. Самостоятельная работа (6 мин)

Сейчас предлагаю вам самостоятельно решить задачи и на основе результатов сделать выводы.

Вычислить производительность труда во время первых 4 часов работы, если объем продукции y в течение рабочего дня представлен функцией

1) $y=-t^3+10t^2+40t-16$, t– время, ч.
2) $y=-2t^2+10t+50$, t– время, ч.
3) $y=-3t^3+20t^2+100t-6$, t– время, ч.

Для работы вам отводиться не более 6 минут.

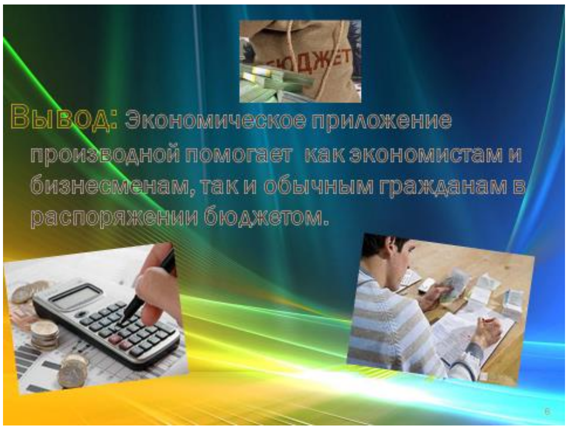
(Учащимся выдают бланки с заданиями, которые они сдают учителю на проверку)

7. Подведение итогов. (2 мин)

Учитель математики: как вы видите, производная является мощным средством решения прикладных задач. С такими задачами в наше время приходится иметь дело представителям самых разных специальностей:

- Инженеры технологи стараются так организовать производство, чтобы выпускалось как можно больше продукции;
- Конструкторы пытаются разработать прибор для космического корабля так, чтобы масса прибора была наименьшей;
- Экономисты стараются спланировать связи завода с источниками сырья так, чтобы транспортные расходы оказались минимальными. Зная теорию, теперь вы готовы к тому, чтобы решать и другие проблемы, возникающие на предприятии.

А задав различные экономические процессы функционально, исследуя полученные функции с помощью производной, можно с большей достоверностью делать экономические прогнозы.



Домашнее задание: (выдается каждому обучающемуся)

Объем продукции V цеха в течение дня зависит от времени по закону

$V(t) = \frac{5}{3}t^3 - 15t^2 + 50t + 70$, где $1 < t < 8$.

Найдите производительность труда P при t=7 ч.

8. Рефлексия (1 мин)

У: - Ребята вот и подходит к концу наш урок. Какова была цель нашего урока? Как вы считаете, мы сегодня достигли нашей цели (почему?), что было трудным на уроке, как с эти можно бороться? Полностью ли вы участвовали в работе на уроке? Что нужно сделать, чтобы результат был лучше?

Ребята, давайте оценим нашу работу на уроке, отметьте соответствующий смайл (Выдается каждому обучающемуся).

Итак, я была рада встрече с вами, спасибо за урок. До свидания.

Конспект занятия по теме "Применение производной при решении задач из биологии"

Междпредметные связи: математики с биологией.

Цели занятия:

Обучающие:

- Формирование представлений об идеях и методах математики как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов.
- Ввести биологический смысл производной;
- Формирование умений применять производную к решению задач по биологии;
- Обобщить и систематизировать знания обучающихся по теме «Производная»

Развивающие:

- Развивать умения слушать, вступать в диалог, планировать и согласованно выполнять совместную деятельность;
- Развитие умений анализировать, систематизировать материал;
- Развитие логического мышления обучающихся;
- Развивать память, внимание и самостоятельность;

Воспитательные:

- Воспитывать интереса к математике.

Формы организации работы: фронтальная, коллективная, самостоятельная.

Оборудование: компьютер, проектор, презентация к уроку, лист для заполнения таблицы, листы с самостоятельной работой.

План урока:

1. Организационный момент. (1 мин)
2. Сообщение темы и целей урока. (2 мин)
3. Изучение нового материала. (14 мин)
4. Применение полученных знаний. (5 мин)

5. Самостоятельная работа (15 мин)
6. Подведение итога урока (рефлексия) (3 мин)

Ход урока:

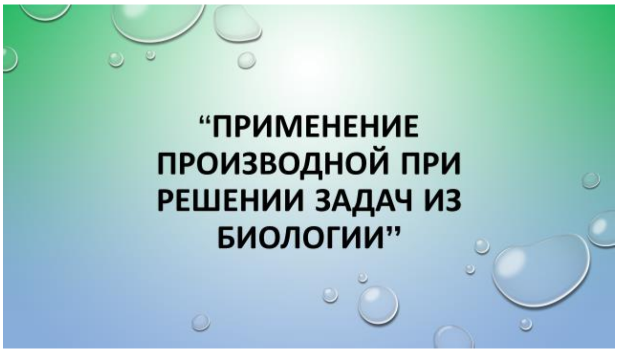
1. Организационный момент. (1 мин)

Приветствие, организация внимания учащихся, настрой на работу, проверка готовности рабочего места.

2. Сообщение темы и целей урока. (2 мин)

У: Ребята, сегодня у нас завершающее занятие Темы 2. Мы научимся применять производную для решения практических задач по биологии.

Тема урока “Применение производной при решении задач из биологии”



3. Изучение нового материала. (19 мин)

У: Перед тем, как перейти к решению задач, давайте вспомним что такое популяция? (Популяция – это совокупность особей данного вида, занимающих определённый участок территории внутри ареала вида, свободно скрещивающихся между собой и частично или полностью изолированных от других популяций, а также является элементарной единицей эволюции)

Имеется задача по биологии: «*По известной зависимости численности популяции x(t) определить относительный прирост в момент времени t*»

Запишем данную задачу в виде таблицы, в которой понятия биологии переведены на язык математики.

Пусть зависимость между числом особей популяции микроорганизмов y и временем t её размножения задана уравнением: $y=x(t)$.

Пусть Δt- промежуток времени от некоторого начального значения t до $t+\Delta t$. Тогда $y+\Delta y=x(t+\Delta t)$- новое значение численности популяции, соответствующее моменту $t+\Delta t$, а $\Delta y+x(t+\Delta t)$-$x(t)$- изменение числа особей организмов.

Отношение является средней скоростью размножения или, как принято говорить, средней производительностью жизнедеятельности популяции.

Вам выданы индивидуальные листы, попробуйте заполнить таблицу самостоятельно.

Понятие на языке биологии	**Обозначение**	**Понятие на языке математики**
Численность в момент времени t_1		
Интервал времени		
Изменение численности популяции		
Скорость изменения численности популяции		
Относительный прирост в данный момент		

Проверяют совместно с учителем:

Понятие на языке биологии	Обозначение	Понятие на языке математики
Численность в момент времени t_1	$x=x(t)$	Функция
Интервал времени	$\Delta t=t_2-t_1$	Приращение аргумента
Изменение численности популяции	$\Delta x=x(t_2)-x(t_1)$	Приращение функции
Скорость изменения численности популяции	$\frac{\Delta x}{\Delta t}$	Отношение приращения функции к приращению аргумента
Относительный прирост в данный момент	$\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t}$	Производная

Вычисляя, получаем $y'=P(t)=x'(t)$, или производительность жизнедеятельности популяции в момент времени t.

Таким образом мы получили биологический смысл производной. Рассмотрим теперь задачи из биологии, которые мы можем решить с помощью производной.

4. Применение полученных знаний. (5 мин)

Задача 1. Пусть популяция бактерий в момент $t(c)$ насчитывает $x(t)$ особей. $x(t)$=3000+100t. Найти скорость роста популяции:

а) в произвольный момент t;

б) в момент t=1 с.

У: Кто желает пояснить задачу? (Решение задачи разбирается устно и записывается в тетрадь).

Решение:

P=*x*'(*t*)=200*t*;

P(1)=200 (k/c).

Ответ: 200t; 200 k/c.

У: Молодцы, ребята! А теперь решим задачу посложнее.

5. Самостоятельная работа (15 мин)

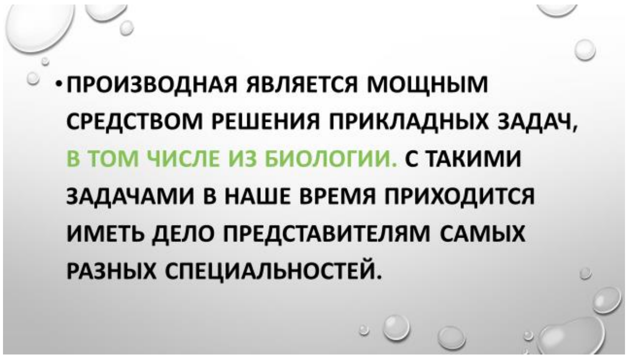
1. Количество зеленой массы растений в регионе изменяется по закону $y = 200 + (2x - 500)^{\frac{3}{2}}$, где x - время в годах. Через сколько лет прирост зеленой массы растений будет наименьшим.

2. В условиях экологического равновесия популяция травоядных жертв хищников меняется по закону m=350+120sin πt, где t - время в годах. Найдите моменты времени, когда популяция травоядных жертв хищников будет наибольшей и наименьшей.

3. Зависимость суточного удой У в литрах от возраста коров X в годах определяется уравнением У(х)=-9,3+6,86х-0,49х, где х>2. Найдите возраст дойных коров, при котором суточный удой будет наибольшим.

6. Подведение итогов урока (рефлексия) (3 мин)

У: как вы видите, мы опять убедились в том, что производная является мощным средством решения прикладных задач, в том числе из биологии. С такими задачами в наше время приходится иметь дело представителям самых разных специальностей.



У: - Какова была цель нашего урока?

Как вы считаете, мы сегодня достигли нашей цели (почему?), что было трудным на уроке, как с эти можно бороться?

Полностью ли вы участвовали в работе на уроке?

Что нужно сделать, чтобы результат был лучше?

Надеюсь вам было интересно.

Итак, я была рада встрече с вами. До свидания.

Конспект занятия по теме " Производная в ЕГЭ, решение задач В14 (В7), В12"

Класс: 10-11

Цели занятия:

Обучающие:

- Обобщить и систематизировать знания обучающихся по теме «Производная функции»;
- Рассмотреть прототипы задач ЕГЭ по данной теме;
- Предоставить обучающимся возможность проверить свои знания при самостоятельном решении задач;

Развивающие:

- Способствовать развитию памяти, внимания, навыков самооценки и самоконтроля;
- Способствовать формированию основных ключевых компетенций (сравнение, сопоставление, контролировать и оценивать свою деятельность, находить и устранять причины возникших трудностей);
- Способствовать развитию умений анализировать, систематизировать материал.

Воспитательные:

- Способствовать формированию у учащихся ответственного отношения к учению.

Формы организации работы на уроке: индивидуальная, групповая, самостоятельная.

Оборудование: компьютер, проектор, презентация к уроку, индивидуальный лист с заданиями на урок, самостоятельная работа.

План урока:

1. Организационный момент. (1 мин)
7. Сообщение темы и целей урока. (2 мин)
8. Практическая работа (47 мин)
9. Самостоятельная работа (37 мин)

10.Рефлексия. (1 мин)

11. Подведение итога урока. (2 мин)

Ход урока

1. Организационный момент. (1 мин)

Приветствие, организация внимания учащихся, настрой на работу, проверка готовности рабочего места.

2. Сообщение темы и целей урока. (2 мин)

У: Ребята, вот и подходит к концу наш элективный курс. Сегодня предпоследнее занятие. Мы с вами теперь знаем многое о производной.

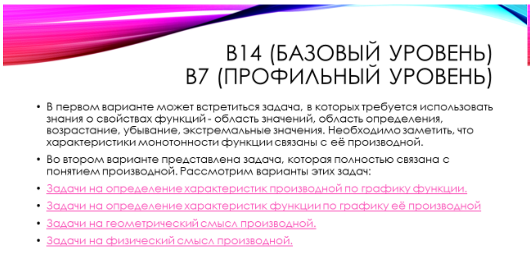
Самое главное, что нам удалось узнать, так это насколько широкое применение имеет производная в различных науках.

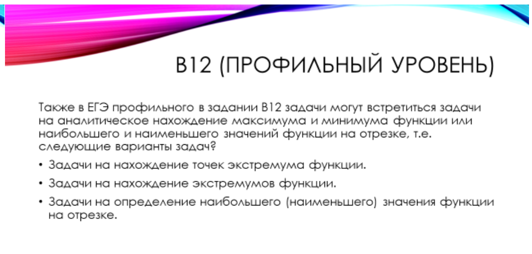
Возможно, когда-нибудь вам придется встретиться с производной в вашей профессиональной деятельности. Но еще раньше вы ее встретите на ЕГЭ.

Мы с вами повторили основные вопросы, решили множество разнообразных задач, целью нашего сегодняшнего занятия- это применение ваших теоретических и практических знаний по теме «Производная» для решения задач единого государственного экзамена.

3. Практическая работа (22 мин)

У: Независимо от того, какой из уровней экзамена вы выберете, вам может попасться задание с производной. В базовом экзамене это будет задание В14, в профильном- В7. Задания идентичные, и в них могут попасть следующие разновидности заданий:





В первом варианте может встретиться задача, в которых требуется использовать знания о свойствах функций - область значений, область определения, возрастание, убывание, экстремальные значения. Необходимо заметить, что характеристики монотонности функции связаны с её производной.

Во втором варианте представлена задача, которая полностью связана с понятием производной. Рассмотрим варианты этих задач:

1. Задачи на определение характеристик производной по графику функции.
2. Задачи на определение характеристик функции по графику её производной
3. Задачи на геометрический смысл производной.
4. Задачи на физический смысл производной.

Также в ЕГЭ профильного в задании В12 задачи могут встретиться задачи на аналитическое нахождение максимума и минимума функции или наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке, т.е. следующие варианты задач?

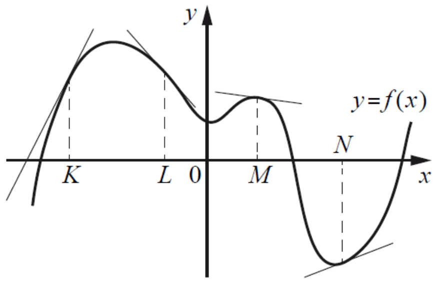
1. Задачи на нахождение точек экстремума функции.
2. Задачи на нахождение экстремумов функции.
3. Задачи на определение наибольшего (наименьшего) значения функции на отрезке.

Сегодня, мы будем решать задачи всех видов. Приступим.

Все задачи решают совместно с учителем, записывают в тетрадь решение, каждую задачу один ученик у доски.

Задача 1.

Задача 1. На рисунке изображён график функции $y=f(x)$, к которому проведены касательные в четырёх точках.



Ниже указаны значения производной в данных точках. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной в ней.

Точки	Значения производной
K	1)-$\frac{2}{15}$
L	2)2
M	3) $\frac{5}{13}$
N	4)-1$\frac{2}{15}$

В ответе под каждой буквой укажите соответствующий номер.
Решение:

В точке K касательная наклонена под острым углом к оси абсцисс, следовательно, производная в этой точке положительна.

Из предложенных вариантов это или 2) или 3).

В точке N касательная также наклонена под острым углом к оси абсцисс. (Можно продолжить касательную до пересечения с этой осью, чтобы увидеть это яснее.) Следовательно, производная в этой точке тоже положительна. Наклон этой касательной более пологий (ближе к 0^o), чем в точке K, следовательно, её значение меньше по абсолютной величине.

Так как 5/13< 2, то вариант 3) относится к точке N, а точке K остается вариант 2).

В точке L касательная наклонена под тупым к оси абсцисс, *следовательно производная в этой точке отрицательна.*

Аналогично делаем вывод, что производная отрицательна и в точке M. Однако в точке M касательная расположена более полого, почти параллельно оси абсцисс, поэтому значение производной в этой точке должно быть меньше по абсолютной величине. Так как 2/15 < 12/15, то вариант 1) относится к точке M, а точке L остается вариант 4).

Ответ:

K	*L*	*M*	*N*
2	*4*	*1*	*3*

У: **Следующая задача на определение характеристик производной по графику функции.**

Задача 2.

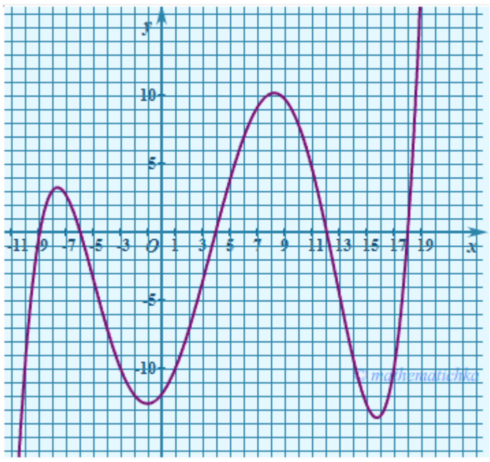


Рис.1

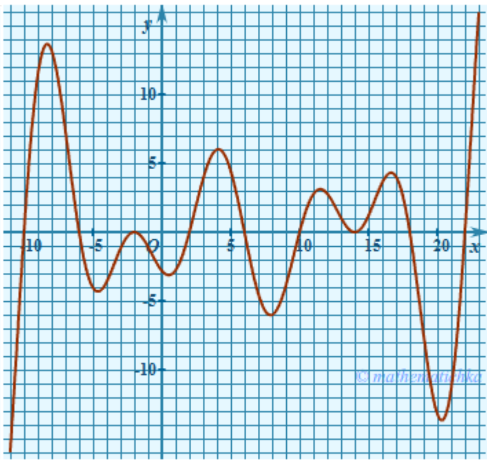


Рис.2

На рисунке 1 изображен график функции *y*=*f*(*x*), определенной на интервале (-10,5;19). Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

Решение:

Производная функции положительна на тех участках, где функция возрастает. По рисунку видно, что это промежутки (−10,5;−7,6), (−1;8,2) и (15,7;19). Перечислим целые точки внутри этих интервалов: −10, −9, −8, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 16, 17, 18. Всего 15 точек.

Ответ: 15

У: 1. Когда в задачах о графиках функций требуют назвать "точки", как правило, имеют в виду только значения аргумента *x*, которые являются абсциссами соответствующих точек, расположенных на графике. Ординаты этих точек- значения функции, они являются зависимыми и могут быть легко вычислены при необходимости.

2. При перечислении точек мы не учитывали края интервалов, так как функция в этих точках не возрастает и не убывает, а "разворачивается". Производная в таких точках не положительна и не отрицательна, она равна нулю, поэтому они называются стационарными точками. Кроме того, мы не рассматриваем здесь границы области определения, потому что в условии сказано, что это интервал.

Задача 3.

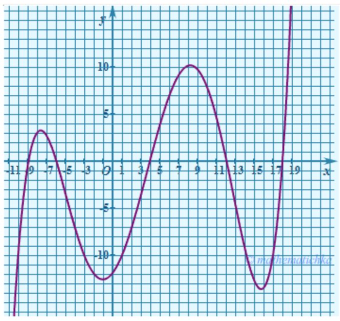


Рисунок 1.

На рисунке 1 изображен график функции *y*=*f*(*x*), определенной на интервале

(-10,5;19). Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой *y*=6 или совпадает с ней.

У: Для решения данной задачи, нам нужно вспомнить определение:

Точки максимума и минимума функции объединяются общим названием- ***точки экстремума***.

В этих точках производная функции либо равна нулю, либо не существует (*необходимое условие экстремума*).

Однако необходимое условие - это признак, но не гарантия существования экстремума функции.

Достаточным условием экстремума является смена знака производной:

если производная в точке меняет знак с "+" на "–", то это точка максимума функции; если производная в точке меняет знак с "–" на "+" , то это точка минимума функции; если в точке производная функции равна нулю, либо не существует, но знак производной при переходе через эту точку не меняется на противоположный, то указанная точка не является точкой экстремума функции. Это может быть точка перегиба, точка разрыва или точка излома графика функции.

Решение:

Уравнение прямой имеет вид y=kx+b, где k- коэффициент наклона этой прямой к оси Ох. В нашем случае k=0, т.е. прямая y=6 не наклонена, а параллельна оси Ох. Значит искомые касательные также должны быть параллельны оси Ох и также должны иметь коэффициент наклона 0. Таким свойством касательные обладают в точках экстремумов функций. Поэтому для ответа на вопрос нужно просто посчитать все точки экстремумов на графике. Здесь их 4- две точки максимума и две точки минимума.

Ответ: 4

У: **Следующими будут задачи на определение характеристик функции по графику её производной.**

Задача 4.

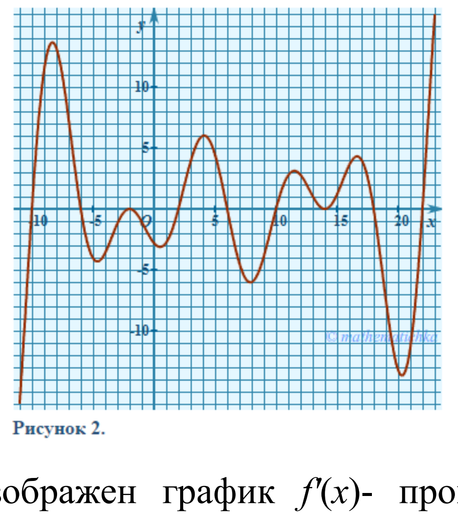


Рисунок 2.

На рисунке 2 изображен график $f'(x)$- производной функции $f(x)$, определенной на интервале (-11;23). В какой точке отрезка [-6;2] функция $f(x)$ принимает наибольшее значение.

Решение:

На указанном отрезке производная нигде не была положительной, следовательно, функция не возрастала. Она убывала или проходила через стационарные точки. Таким образом, наибольшего значения функция достигала на левой границе отрезка: x=−6.

Ответ: -6

У: Заметьте, *п*о графику производной видно, что на отрезке [-6;2] она равна нулю трижды: в точках *x*=-6, *x*=-2, *x*=2. Но в точке *x*=-2 она не меняла знака, значит в этой точке не могло быть экстремума функции. Скорее всего там была точка перегиба графика исходной функции.

Задача 5.

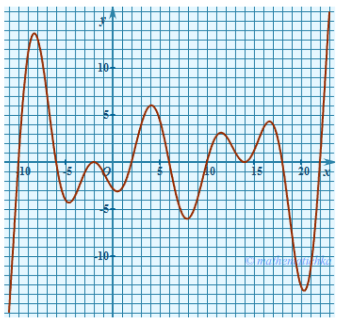


Рисунок 2.

На рисунке 2 изображен график *f'*(*x*)- производной функции *f*(*x*), определенной на интервале (-11;23). Найдите количество точек максимума функции *f*(*x*), принадлежащих отрезку [-5;10].

Решение:

Согласно необходимому условию экстремума максимум функции может быть в точках, где её производная равна нулю. На заданном отрезке это точки: x=-2, x=2, x=6, x=10. Но согласно достаточному условию он точно будет только в тех из них, где знак производной меняется с "+"на "-."На графике производной мы видим, что из перечисленных точек такой является только точка x=6.

Ответ: 1

Задача 6.

На рисунке 2 изображен график $f'(x)$- производной функции $f(x)$, определенной на интервале (-11;23). Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y=-2x-11$ или совпадает с ней.

Решение

Угловой коэффициент (он же тангенс угла наклона) заданной прямой k=−2. Нас интересуют параллельные или совпадающие касательные, т.е. прямые с таким же наклоном. Исходя из геометрического смысла производной- угловой коэффициент касательной в рассматриваемой точке графика функции, пересчитываем точки, в которых производная равна −2. На рисунке 2 таких точек 9. Их удобно считать по пересечениям графика и линии координатной сетки, проходящей через значение −2 на оси Oy.

Ответ: **9**

У: Как видите, по одному и тому же графику можно задать самые разнообразные вопросы о поведении функции и её производной. Также один тот же вопрос можно отнести к графикам разных функций. Будьте внимательны при решении этой задачи на экзамене, и она покажется Вам очень легкой. Далее рассмотрим задачи на геометрический смысл производной.

Давайте вспомним:

-В чем заключается геометрический смысл производной?

-А что такое касательная к графику функции? Какой вид имеет уравнение касательной в точке с абсциссой x_0?

Задача 7.

Прямая $y=5x-3$ параллельна касательной к графику функции $y=x^2+2x-4$. Найдите абсциссу точки касания.

Решение:

Прямая, параллельная касательной имеет одинаковый с ней угол наклона к оси абсцисс. Т.е., угловой коэффициент касательной (он же тангенс угла наклона) равен 5, как у заданной прямой. С другой стороны, мы знаем, *что угловой коэффициент касательной равен производной функции в точке касания.*

Найдем производную: $y'(x)=(x^2+2x-4)'=2x+2$.

Составим уравнение, подставив в выражение для производной неизвестную абсциссу точки касания x_0.

$2x_0+2=5$

$2x_0=5-2=3$

$x_0=3/2=1,5$.

Ответ: 1,5

У: А теперь решим задачи на физический смысл производной.

В чем заключается физический смысл производной?

Задача 8.

Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=6t^2-48t+17$, где x- расстояние от точки отсчета в метрах, t- время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени t=9c.

Решение:

Находим производную

$x'(t)=(6t^2-48t+17)'=12t-48$.

Таким образом мы получили зависимость скорости от времени. Чтобы найти скорость в заданный момент времени, нужно подставить его значение в полученную формулу:

$x'(t)=12t-48$.

$x'(9)=12\cdot 9-48 = 60$.

Ответ: 60

Задача 9.

Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=t^2-13t+23$, где x- расстояние от точки отсчета в метрах, t- время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 3 м/с

Решение:

Находим производную

$x'(t)=(t^2-13t+23)'=2t-13$.

Приравниваем скорость, заданную полученной формулой, значению 3 м/с.

$2t-13=3$.

Решив это уравнение, определим в какое время равенство является верным.

$2t-13=3$.

$2t=3+13$.

$t=16/2=8$.

Ответ: 8

У: А теперь решим задачи В12 профильного уровня. Возможно, не все здесь присутствующие будут сдавать профильный уровень экзамена, но эти знания вам все равно будут полезны для отработки навыка нахождения производной. Давайте вспомним:

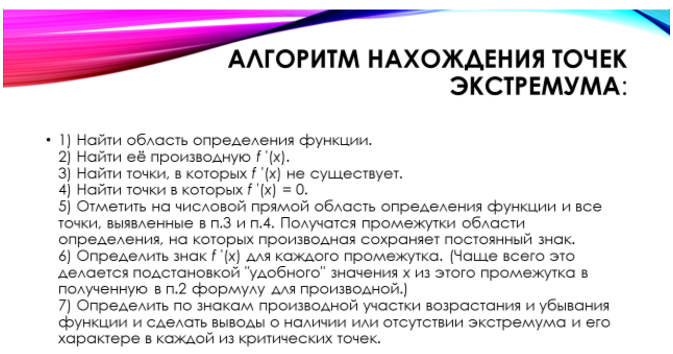
- Что называется точкой максимума (минимума) функции?

- Что называется экстремумами функции?

- Как находятся наибольшее или наименьшее значения функции на заданном отрезке?

Следующая задача будет на нахождение точек экстремума функции.

Давайте вспомним **Алгоритм нахождения точек экстремума**:



Задача 10.

Найдите точку минимума функции $y=4x-\ln(x+11)+12$.

Решение:

По определению логарифма $x+11>0$, следовательно $D(f)=(-11;+\infty)$.

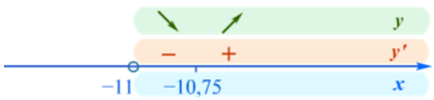
$y'=4-1/(x+11)=(4x+43)/(x+11)$.

В производной $x\neq-11$, но это значение не входит в область определения функции, поэтому критической точкой не является.

$y'=0$ при $4x+43=0$; $x=-10,75$.

$y'(-10,9)=-0,6/0,1=-6<0$;

$y'(-10)=3/1=3>0$;

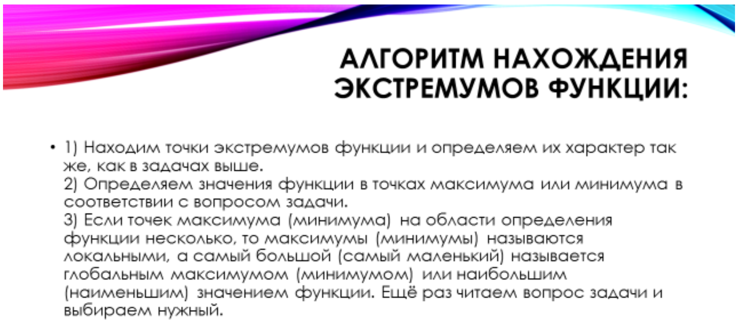


Ответ: −10,75

У: Перейдем к следующему варианту задачи В12- это задачи на нахождение экстремумов функции.

-Сформулируйте правило нахождения экстремумов функции.

Алгоритм нахождения экстремумов функции:



Задача 11.

Найдите наибольшее значение функции $y=\sqrt{5-4x-x^2}$

Решение: Первая часть у нас полностью совпадает с предыдущей задачей.

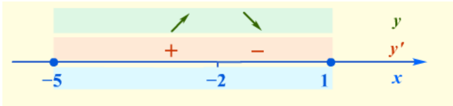
$5-4x-x^2\geq 0$. $D(f)=[x_1;\ x_2]$. Здесь $x_1=-5$; $x_2=1$.

$y'=-(x+2)/\sqrt{5-4x-x^2}$.

y' не существует в точках −5 и 1.

$y'=0$ при $x+2=0$, $x=-2$.

$y'(-3)=1/\sqrt{8}>0$; $y'(0)=-2/\sqrt{5}<0$.



Следовательно, $x=-2$ точка максимума функции.

Определяем значение функции в этой точке

$y(x)=\sqrt{5-4x-x^2}$

$y(-2)=\sqrt{5-4(-2)-(-2)^2}=\sqrt{9}=3$

По стрелкам на рисунке видно, что максимум на всей области определения функции единственный, поэтому полученное значение $y(-2)=3$ и будет наибольшим значением функции.

Ответ: **3**

У: И последняя задача, которую мы сегодня разберем- задача на определение наибольшего (наименьшего) значения функции на отрезке.

Сформулируйте условие, когда функция достигает своего наименьшего и наибольшего значений?

Что требуется для решения задач этого раздела?

Достаточно определить значения функции в точках экстремума и сравнить их с её значениями на концах отрезка. Выявлять тип экстремума необязательно.

Задача 12. Найдите наибольшее значение функции $y=x^3+2x^2+x+3$ на отрезке $[-4;-1]$.

Решение:

$D(f)=(-\infty;+\infty)$

$y'=3x^2+4x+1$

Функция непрерывна на всей области определения.

Точек, где y' не существует, нет.

Решаем уравнение $y'=0$: $3x^2+4x+1=0$

Дискриминант $D=16-12=4$. Корни $x_{1,2}=(-4\pm 2)/6$,

$x_1=-1/3$; $x_2=-1$.

Находим значения функции в этих точках и на краях отрезка

$y(x)=x^3+2x^2+x+3$;

$y(-4)=(-4)^3+2(-4)^2-4+3=-64+2*16-4+3=-33$;

$y(-1/3)=(-1/3)^3+2(-1/3)^2-1/3+3=-1/27+2\cdot 1/9-1/3+3=2\,\frac{3}{27}$

$y(-1)=(-1)^3+2(-1)^2-1+3=-1+2-1+3=3$.

Выбираем самое большое из получившихся значений y. Это $y(-1)=3$.

Ответ: 3

У: Вот мы и рассмотрели все виды заданий из ЕГЭ с производной, теперь вы должны самостоятельно решить подобные задачи.

4. Самостоятельная работа (37 мин) (На индивидуальных листах)

Самостоятельная работа

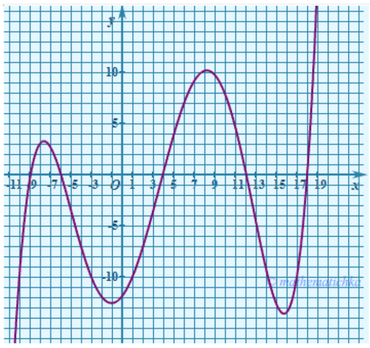


Рисунок 1.

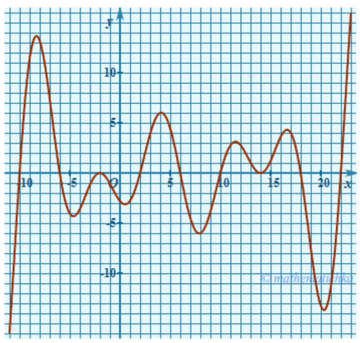


Рисунок 2.

Задача 1. На рисунке 1 изображен график функции $y=f(x)$, определенной на интервале (-10,5;19). Определите количество целых точек, в которых производная функции $f'(x)$ отрицательна.

Задача 2. На рисунке 2 изображен график функции $y=f(x)$, определенной на интервале (-11;23). Найдите сумму точек экстремума функции на отрезке [2;10].

Задача 3. На рисунке 1 изображен график функции $y=f(x)$, определенной на интервале (-10,5;19). Найдите количество точек, в которых производная функции $f'(x)$ равна 0.

Задача 4: На рисунке 2 изображен график $\boldsymbol{f'(x)}$- производной функции $\boldsymbol{f(x)}$, определенной на интервале (-11;23). В какой точке отрезка [3;5] функция принимает наименьшее значение.

Задача 5: На рисунке 2 изображен график $\boldsymbol{f'(x)}$- производной функции $\boldsymbol{f(x)}$, определенной на интервале (-11;23). Найдите количество точек экстремума функции $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$, принадлежащих отрезку [0;20].

Задача 6: На рисунке 1 изображен график $\boldsymbol{f'}(\boldsymbol{x})$- производной функции $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$, определенной на интервале (−10,5;19). Найдите промежутки возрастания функции $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

Задача 7: Прямая $y=-4x-11$ является касательной к графику функции $y=x^3+7x^2+7x-6$. Найдите абсциссу точки касания.

Задача 8: Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=-t^4+6t^3+5t+23$, где x- расстояние от точки отсчета в метрах, t- время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени t=3с.

Задача 9: Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=(1/3)t^3-3t^2-5t+3$, где x- расстояние от точки отсчета в метрах, t- время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 2 м/с?

Задачи профильного уровня В12:

Задача 10: Найдите точку максимума функции $y=\sqrt{16-4x-x^2}$.

Задача 11: Найдите наименьшее значение функции $y=\log_3(x^2-6x+10)+2$.

Задача 12: Найдите наименьшее значение функции $y=\frac{x^2+25}{x}$ на отрезке [1;10].

5. Рефлексия. (1 мин)

У: - Ребята вот и подходит к концу наш урок. Какова была цель нашего урока? Как вы считаете, мы сегодня достигли нашей цели (почему?), что было трудным на уроке, как с эти можно бороться? Полностью ли вы участвовали в работе на уроке? Что нужно сделать, чтобы результат был лучше?

6. Подведение итога урока. (2 мин)

У: Итак, сегодня мы разбирали задачи, которые вам могут попасться на экзамене. Надеюсь вам было интересно и полезно.

Домашнее задание: Мини-проект. Итак, я была рада встрече с вами, спасибо за урок. До свидания.

Приложение В. Итоговая диагностическая работа

Итоговая диагностическая работа

Ответьте на вопросы:

1. Что характеризует понятие производной?

2. Как используется данное понятие в различных науках?

3. Найдите производную:

a) $(8x2)'=$

b) $((7x-8)4)'=$

c) $\left(\frac{2}{(7-5x)^4}\right)'=$

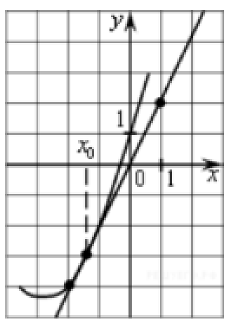
d) $\left(\frac{4}{\sqrt[4]{x^3}}\right)'=$

e) $(2\sin x - 3\cos x + 5)'=$

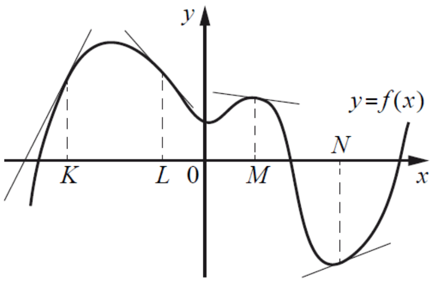
4. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=6t^2-48t+17$, где x- расстояние от точки отсчета в метрах, t- время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени t=9с.

5. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=t^2-13t+23$, где x- расстояние от точки отсчета в метрах, t- время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 3 м/с

6. На рисунке изображён график функции y=f(x) и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции f(x) в точке x_0.



7. На рисунке изображён график функции $y=f(x)$, к которому проведены касательные в четырёх точках.



Ниже указаны значения производной в данных точках. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной в ней.

Точки	Значения производной
K	1)$-\frac{2}{15}$
L	2)2
M	3) $\frac{5}{13}$
N	4)$-1\frac{2}{15}$

8. Ответьте на вопросы:

1. Изменилось ли Ваше отношение к предмету математика?

2. Нужны ли знания по математике при изучении других школьных дисциплин?

3. Считаете ли Вы, что знания по математике пригодятся Вам в жизни?