Министерство образования и науки РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Красноярский государственный педагогический университет им.В.П.Астафьева
(КГПУ им.В.П.Астафьева)

Институт/факультет Институт математики, физики и информатики

(полное наименование института/факультета)

Кафедра алгебры, геометрии и методики их преподавания

(полное наименование кафедры)

Направление 44.03.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) образовательной программы «математика»

(код направления подготовки)

Допускаю к защите

Зав.кафедрой алгебры, геометрии и методики их преподавания

(полное наименование кафедры)

В.Р. Майер

(подпись) (И.О.Фамилия)

«09» 06 2017 г.

Выпускная квалификационная работа

ФОРМИРОВАНИЕ ОСНОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ У УЧАЩИХСЯ 9 КЛАССОВ В ОБЛАСТИ «ПРИЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ГРАФОВ» В ПРОЦЕССЕ ПРЕДПРОФИЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Выполнил студент

Капач Ю.И., 51 гр. , 09.06.17

(И.О.Фамилия) (подпись, дата)

Форма обучения Очная

Научный руководитель:

к.п.н, доцент, М.А. Кейв , 09.06.17

(ученая степень, должность, И.О.Фамилия) (подпись, дата)

Дата защиты

Оценка

Красноярск, 2017

Оглавление

Введение 3

Глава 1 Теоретические основания для разработки методики формирования у учащихся 9 классов основ математической компетенции в области «Приложения теории графов» 5

1.1 Элементы теории графов в школьном курсе математики. 5

1.2 Основы математической компетенции учащихся в области «Приложения теории графов»: структурные элементы, показатели и уровни сформированности 10

1.3 Дидактические условия, способствующие формированию у учащихся 9 классов основ математической компетенции в области «Приложения теории графов» в процессе предпрофильной подготовки. 18

Глава 2 Методика формирования у учащихся 9 классов основ математической компетенции в области «Приложения элементов теории графов» в рамках предпрофильной подготовке. 22

2.1 Программа курса по выбору для учащихся 9 классов «Приложения элементов теории графов» 22

2.2 Учебно-методические ресурсы, способствующие формированию у учащихся 9 классов основ математической компетенции в области «Приложения элементов теории графов» 28

2.3 Педагогический эксперимент: основные этапы и результаты 63

Заключение 69

Библиографический список 70

Введение

В федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования обозначены новые требования к результатам освоения основной образовательной программы, среди которых: «умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач» [ФГОС ООО, 2010].

Специфика теории графов позволяет вводить ее основные понятия в предметную область общего образования школьников «Математика и информатика», методологически связывая их с практикой, показывая пути возникновения этих понятий при помощи формализации и обобщения различных сторон действительности.

Одной из особенностей теории графов, которая, собственно, и позволяет ставить вопрос о введении ее элементов в школьный курс математики, является возможность представить граф (как математическую модель или как отвлеченный образ) геометрически – в виде простого, удобного в обращении рисунка: вершины отождествляются с точками на плоскости, а ребра – с линиями, соединяющими вершины. При построении рисунков графов, соответствующих какому-то явлению, мы имеем дело с так называемым знаковым моделированием.

Теория графов предлагает модели для всякой системы с бинарными отношениями. Если в изучаемом явлении выделить непустое множество каких-то элементов и множество бинарных отношений, заданных на первом множестве, то, как только удастся разумно соотнести вершинам графа интересующие нас объекты, а ребрам – отношения между ними, полученный граф становится математической моделью изучаемого явления, а свойства графа отражают структурные свойства этого явления [Кейв, 2009].

Простой язык теории графов позволяет решать многочисленные и разнообразные задачи практического контекста.

Тема нашего исследования посвящена вопросам формирования у учащихся основ математической компетенции в области «Приложения теории графов» в процессе их математической подготовки в школе.

Проблема исследования: Каковы особенности методики формирования основ математической компетенции у учащихся 9 класса в области теории графов в условиях их предпрофильной подготовки?

Объект исследования: процесс обучения учащихся 9 классов математике в рамках предпрофильной подготовки.

Предмет исследования: дидактические условия, способствующие формированию у учащихся 9 классов основ математической компетенции в области «Приложения теории графов» в рамках предпрофильной подготовки.

Цель исследования заключается в повышении уровня сформированности у учащихся 9 классов основ математической компетенции в области «Приложения теории графов» в процессе их предпрофильного обучения математике.

Задачи исследования:

1. Проанализировать специальную литературу и имеющийся педагогический опыт по теме исследования
2. Описать роль, место и значение элементов теории графов в школьном курсе математики в рамках предпрофильной подготовки школьников
3. Охарактеризовать понятие «математическая компетентность» и разработать содержательно-диагностическую карту для оценки и измерения уровня сформированности у учащихся 9 классов основ математической компетенции в области «Приложения элементов теории графов»
4. Выделить дидактические условия, способствующие формированию у учащихся 9 классов основ математической компетенции в области «Приложения элементов теории графов» в рамках предпрофильной подготовки
5. Разработать специальную методику обучения учащихся 9 классов по теме «Приложения элементов теории графов» в рамках предпрофильной подготовки и апробировать ее на практике.
6. Провести педагогический эксперимент, проанализировать и описать его результаты.

Глава 1. Теоретические основания для формирования основ математической компетенции у учащихся 9 классов в области приложений теории графов

1.1 Элементы теории графов в школьном курсе математики

Язык и методы теории графов, проникая во многие сферы человеческой деятельности, становятся неотъемлемой составной частью общей математической культуры. Понятие графа очень ёмко и связано со многими основными понятиями математики, к числу которых относятся и многие понятия школьной математики.

Существует три основных подхода к введению понятия граф. Граф состоит из конечного множества вершин и множества ребер, где каждое ребро есть подмножество множества вершин , содержащее два элемента.

Теория графов предлагает модели для всякой системы с бинарными отношениями. Если в изучаемом явлении выделить непустое множество каких-то элементов и множество бинарных отношений, заданных на первом множестве , то как только удастся разумно соотнести вершинам графа интересующие нас объекты, а рёбра- отношения между ними , полученный граф становится математической моделью изучаемого явления, а свойства графа отражают структурные свойства этого явления. С помощью графов можно описать строение конечных групп и компьютерных программ; рыночные и дружеские отношения; некоторые игры и головоломки; электрические цепи; карты дорог; химические соединения; изготовление печатных схем и многое другое. Простой язык теории графов позволяет решать многочисленные, разнообразные и довольно нетривиальные задачи дискретной математики. Одной из особенностей теории графов, которая, собственно и позволяет ставить вопрос о введение элементов теории графов в школьный курс математики , является возможность представить граф (как математическую модель или как отвлеченный образ) геометрически- в виде простого, удобного (имеется ввиду удобного для человека) в обращении рисунка: вершины отождествляются с точками на плоскости, а рёбра — с линиями, соединяющими вершины. Рисунок графа, являясь знаком, чувственно воспринимаемым материальным предметом, служит посредником между реальной действительностью и математической моделью. При изображении графа определенные свойства изучаемого явления моделируются с помощью простых знаков – точек (одного цвета или нескольких цветов) и отрезков (одного цвета или нескольких цветов, направленных или ненаправленных). При построении рисунков графов, соответствующих какому-то явлению, мы имеем дело с так называемым знаковым моделированием. В процессе познания рисунки графов как чувственные образы, становятся носителями богатого смыслового содержания. [Березина, 1975]

Перспективным и естественным является использование изобразительного языка графов в качестве служебных средств при решении различных методических вопросов обучения математике:

- графы как средство наглядности при обучении математике;
- графы как средство углубления и обогащения содержания школьной математики;
- графы как средство усиления взаимосвязей учебных дисциплин, изучаемых в школе;
- графы как средство развития прикладного направления математики.

Знакомство с теорией графов и ее языком прокладывает пути для учащихся, интересующихся математикой, в топологию, комбинаторный анализ и другие области современной математики и ее приложений; облегчает чтение и понимание научно-популярной и научной литературы.

С помощью графов можно аккуратно перебирать варианты в достаточно сложных комбинаторных задачах. Такой перебор дисциплинирует мышление школьников, позволяет не пропустить ни одного варианта и не повторить никакой вариант дважды. Использование графов естественно влечёт проникновение в школьную математику в различных проявлениях идей оптимальности, очень важных для науки и практики.

Рассмотренные задачи, которые используются в школе на уроках математики.

Условно их можно классифицировать, подразделив на несколько групп:

- Задачи о мостах.
- Логические задачи.
- Задачи о «правильном» раскрашивании карт.
- Задачи на построение уникурсальных графов.

Основой применения графов для решения логических задач служит выявление и последовательное исключение возможностей, заданных в условии. Это выявление логических возможностей часто может быть истолковано с помощью построения и рассмотрения соответствующих графов.

Задача 1 Из трех человек, стоящих рядом, один всегда говорит правду (правдолюб), другой всегда лжет (лжец), а третий, смотря по обстоятельствам , говорит либо правду, либо ложь (дипломат). У стоящего слева спросили: "Кто стоит рядом с тобой?". Он ответил: "Правдолюб". Стоящему в центре задали вопрос: "Кто ты?", и он ответил: "Я дипломат". Когда у стоящего справа спросили: "Кто стоит рядом с тобой?", он сказал: "Лжец". Кто где стоял?

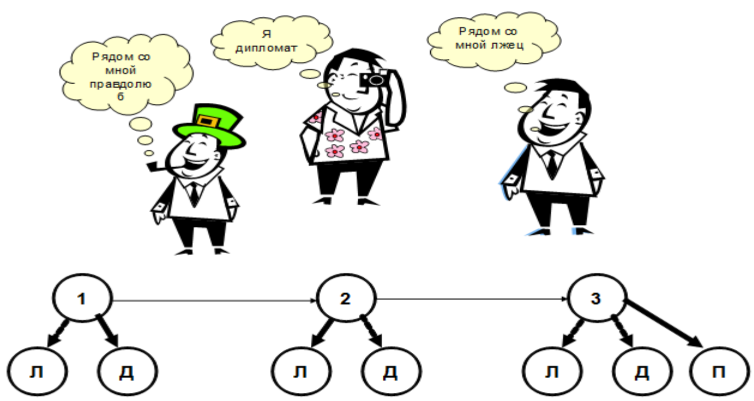


Рис.1

Решение: Если в данной задаче ребро графа будет соответствовать месту, занимаемому тем или иным человеком, то нам могут представиться следующие возможности. Рассмотрим первую возможность. Если "правдолюб" стоит слева, то рядом с ним, судя по его ответу, также стоит "правдолюб". У нас же стоит "лжец". Следовательно, эта расстановка не удовлетворяет условию задачи. Рассмотрев таким образом все остальные возможности, мы придем к выводу, что позиция "дипломат", "лжец", "правдолюб" удовлетворяет задаче. Действительно, если "правдолюб" стоит справа, то, по его ответу, рядом с ним стоит "лжец", что выполняется. Стоящий в центре заявляет, что он "дипломат", и, следовательно, лжет (что возможно из условия), а стоящий справа также лжет.

Таким образом, все условия задачи выполнены.

Задача 2 Андрей, Борис, Виктор и Григорий подарили на память друг другу свои фотографии. Причём каждый мальчик подарил каждому по одной фотографии. Сколько всего фотографий было подарено?

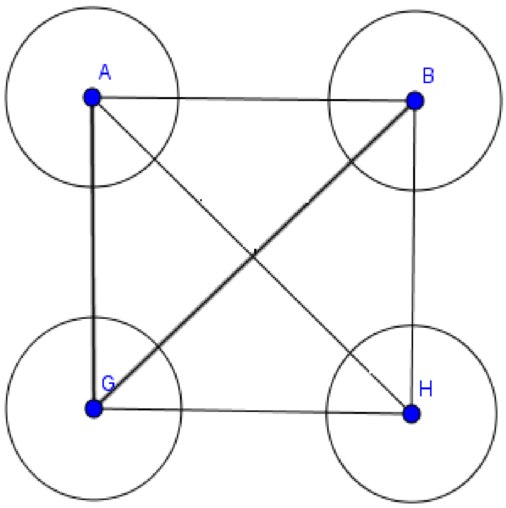


Рис. 2

Ответ:12 фотографий

Задача 3 Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 0, 2, 4 при условии, что цифры не должны повторяться?

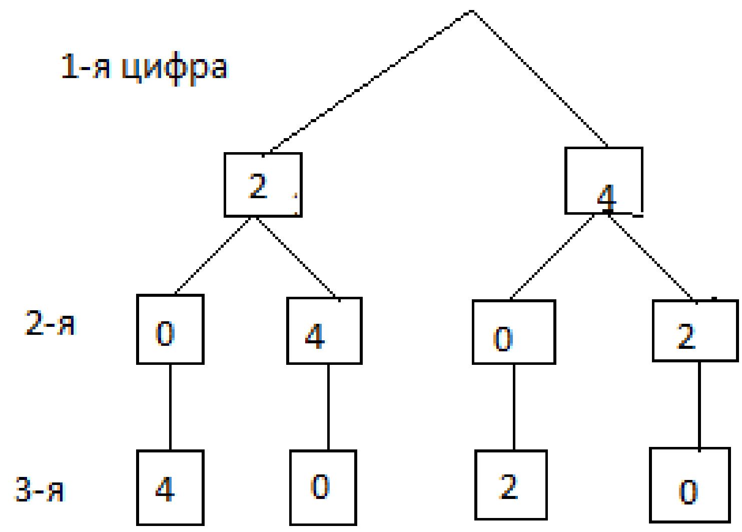


Рис. 3

Ответ: 4 числа.

И все же теория графов – наука сравнительно молодая: во времена Ньютона такой науки еще не было, хотя и были в ходу «генеалогические деревья», представляющие собой разновидности графов

Задача 4 Между девятью планетами Солнечной системы введено космическое сообщение. Ракеты летают по следующим маршрутам: Земля – Меркурий, Плутон – Венера, Земля – Плутон, Плутон – Меркурий, Меркурий – Венера, Уран – Нептун, Нептун – Сатурн, Сатурн – Юпитер, Юпитер – Марс и Марс – Уран. Можно ли добраться с Земли до Марса?

Решение: Нарисуем схему: планетами будут соответствовать точки, а соединяющим их маршрутам – не пересекающиеся между собой линии. Теперь видно, что долететь от Земли до Марса нельзя.

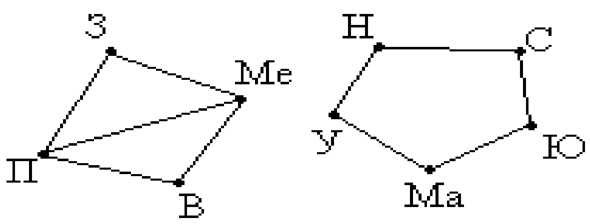


Рис.4

Задача 6 В некотором государстве система авиалиний устроена таким образом, что каждый город соединен авиалиниями не более, чем с тремя другими, и из каждого города можно попасть в любой другой, сделав не более одной пересадки. Какое наибольшее количество городов может быть в этом государстве?

Решение: Из фиксированного города *A* можно попасть напрямую не более, чем в три города, а с одной пересадкой – еще не более, чем в $3 \cdot 2 = 6$ городов. Всего городов может быть не более десяти

Ответ: 10.

Таким образом, на примерах рассмотренных задач, мы видим, что язык теории графов довольно прост и использование его при решении задач делает этот процесс наглядным и понятным. Знакомство с отдельными разделами теории графов возможно уже в начальной школе при решении разнообразных логических задач и головоломок. Дальнейшее знакомство с графами в основной школе поможет учащимся при изучении многих математических разделов, и будет служить хорошей опорой при решении сложных олимпиадных задач.

1.2 Основы математической компетенции учащихся в области «Приложения теории графов»: структурные элементы, показатели и уровни сформированности

Новой парадигмой отечественного образования заявлен компетентностный подход, главная идея которого - усилить практическую ориентацию образования, выйти из ограничений «зуновского» образовательного пространства. Переход к более полному, личностно и социально интегрированному результату образования, который в ближайшей и отдаленной перспективе будет полезен выпускникам в ходе практического освоения новых видов деятельности.

Компетентностный подход — это совокупность общих принципов определения целей образования, отбора содержания образования, организации образовательного процесса и оценки образовательных результатов.

К числу таких принципов относятся следующие положения:

- Смысл образования заключается в развитии у обучаемых способности самостоятельно решать проблемы в различных сферах и видах деятельности на основе использования социального опыта, элементом которого является и способный опыт учащегося;

- Содержание образования представляет собой дидактически адаптированный социальный опыт решения познавательных, мировоззренчиски, нравственных, политических и иных проблем;
- Смысл организации образовательного процесса заключается в создании условий для формирования у обучаемых опыта самостоятельного решения познавательных, коммуникативных, организационных, нравственных и иных проблем, составляющих содержание образования
- Оценка образовательных результатов основывается на уровне образованности, достигнутых учащимися [Лебедев, 2004].

С точки зрения Дж. Равена компетентность - это специфическая способность, необходимая для эффективного выполнения конкретного действия в конкретной предметной области и включающая узкоспециальные знания, особого рода предметные навыки, способы мышления, а также понимание ответственности за свои действия [Равен, 2002, с. 17].

Б.И. Хасан подчеркивает, что компетенции - это цели (поставленные перед человеком), а компетентности - это результаты [Хасан, 2003].

А.В.Хуторской, различая понятия «компетенция» и «компетентность», предлагает следующие определения.

Компетенция – включает совокупность взаимосвязанных качеств личности (знаний, умений, навыков, способов деятельности), задаваемых по отношению к определенному кругу предметов и процессов, и необходимых для качественной продуктивной деятельности по отношению к ним [Хуторской, 2002].

Компетентность – владение, обладание человеком соответствующей компетенцией, включающей его личностное отношение к ней и предмету деятельности [Хуторской, 2002].

В.П. Колесов проводит классификацию компетенций, приобретаемых учащимися в ходе обучения. Задаче «учиться быть» отвечают личностные компетенции и компетенции межличностного общения; задаче «учиться знать» - общие знаниевые компетенции; задачи «учиться делать» - общие деятельностные компетенции [Колесов, 2006].

А.В.Хуторской выделял ряд ключевых компетенций, которые должны являться основным результатом образовательного процесса [Хуторской, 2002]:

1. Ценностно-смысловая - готовность видеть и понимать окружающий мир, ориентироваться в нем, осознавать свою роль и предназначение, уметь выбирать целевые и смысловые установки для своих действий и поступков, принимать решения.

2. Общекультурная - осведомленность обучающегося в особенностях национальной и общечеловеческой культуры, духовно-нравственных основах жизни человека и человечества, отдельных народов, культурологических основах семейных, социальных, общественных явлениях и традициях, роли науки и религии в жизни человека, их влиянии на мир, эффективных способах организации свободного времени.

3.Учебно-познавательная - готовность обучающегося к самостоятельной познавательной деятельности: целеполаганию, планированию, анализу, рефлексии, самооценке учебно-познавательной деятельности, умению отличать факты от домыслов, владению измерительными навыками, использованию вероятностных, статистических и иных методов познания.

4. Информационная - готовность обучающегося самостоятельно работать с информацией различных источников, искать, анализировать и отбирать необходимую информацию, организовывать, преобразовывать, сохранять и передавать ее.

5. Коммуникативная - включает знание необходимых языков, способов взаимодействия с окружающими и удаленными людьми и событиями, предусматривает навыки работы в группе, владение различными специальными ролями в коллективе. Обучающийся должен уметь представить себя, написать письмо, анкету, заявление, задать вопрос, вести дискуссию и т. д.

6. Социально-трудовая - владение знаниями и опытом в гражданско-

общественной деятельности (выполнение роли гражданина, наблюдателя, избирателя, представителя), в социально-трудовой сфере (права потребителя, покупателя, клиента, производителя), в области семейных отношений и обязанностей, в вопросах экономики и права, в профессиональном самоопределении.

7. Личностная (самосовершенствование) – готовность осуществлять физическое, духовное и интеллектуальное саморазвитие, эмоциональную саморегуляцию и самоподдержку.

Кроме ключевых компетенций, общих для всех предметных областей, существуют и предметные компетенции — это специфические способности, необходимые для эффективного выполнения конкретного действия в конкретной предметной области и включающие узкоспециальные знания, особого рода предметные умения, навыки, способы мышления.

В частности, математическая компетенция — это способность структурировать данные (ситуацию), выделять математические отношения, создавать математическую модель ситуации, анализировать и преобразовывать ее, интерпретировать полученные результаты. Иными словами, математическая компетенция – это способность применять математические знания для решения различных задач, в частности возникающих в повседневной жизни.

Выделяют три уровня математической компетентности: [Денищева, Глазков, Краснянская, 2008г]

Первый уровень (уровень воспроизведения) — это прямое применение в знакомой ситуации известных фактов, стандартных приемов, распознавание математических объектов и свойств, выполнение стандартных процедур, применение известных алгоритмов и технических навыков, работа со стандартными, знакомыми выражениями и формулами, непосредственное выполнение вычислений.

Второй уровень (уровень установления связей) строится на репродуктивной деятельности по решению задач, которые, хотя и не являются типичными, но все же знакомы учащимся или выходят за рамки известного лишь в очень малой степени. Содержание задачи подсказывает, материал какого раздела математики надо использовать и какие известные методы применить. Обычно в этих задачах присутствует больше требований к интерпретации решения, они предполагают установление связей между разными представлениями ситуации, описанной в задаче, или установление связей между данными в условии задач.

Третий уровень (уровень рассуждений) строится как развитие предыдущего уровня. Для решения задач этого уровня требуются определенная интуиция, размышления и творчество (сообразительность) в выборе математического инструментария, интегрирование знаний из разных разделов курса математики, самостоятельная разработка алгоритма действий. Задания, как правило, включают больше данных, от учащихся часто требуется найти закономерность, провести обобщение и объяснить или обосновать полученные результаты.

Современная психологическая и педагогическая наука выделяет следующие компоненты компетентности: когнитивный, праксиологический (деятельностный), аксиологический (ценностный) [Зеер, 2005; Зимняя, 2003; Шкерина, 2015 и др.).

В работах Шкериной Л.В. [Шкерина, 2013, 2014, 2015] предложен подход к структурированию компетенций, на основе которого выделены следующие основные структурные компоненты компетенции: когнитивный, праксиологический и аксиологический.

Когнитивный компонент включает систему знаний в области реальных объектов, по отношению к которым вводится компетенция и знания в области методов, способов и приемов деятельности в сфере данной компетенции.

Праксиологический компонент включает совокупность умений, навыков и способов деятельности обучающихся, и их применении в собственной учебной деятельности.

Аксиологический компонент предполагает осознание обучающимися ценности и значимости математики как науки.

В таблице 1 представлена структурно-содержательная модель основ математической компетенции учащихся 9 класса в области приложений элементов теории графов как способности применять язык теории графов к решению задач практического контекста.

Таблица 1

Структурно-содержательная модель основ математической компетенции учащихся 9 класса в области приложений элементов теории графов к решению практических задач

Аспект компетенции	Элемент Компетенции	Характеристика элемента компетенции
Когнитвный	Знания в области реальных объектов в сфере данной компетенции	Знание основных понятий теории графов, а именно: − граф, вершина, ребро, дуга, петля, степень вершины графа, подграф, простой граф, полный граф, пустой граф, мультиграф, псевдограф, ориентированный граф, двудольный граф, планарный граф; − связность, маршруты; − дерево, минимальное остовное дерево; − эйлеровы и гамильтоновы графы; − укладка графа; − раскраска вершин графа.
	Знания в области методов, способов и приемов деятельност и в сфере данной компетенции	Знание процедуры перевода задачи на язык теории графов. Знание основных алгоритмов теории графов, а именно: − поиск вершин графа; − поиск минимального остовного дерева; − поиск эйлерова и гамильтонова циклов; − правильная раскраска вершин графа.
Праксиологический	Умения, навыки и способы деятельност и в сфере компетенции	Умения и навыки в использовании графа как математической модели при решении разнообразных задач практического контекста, а именно, задачи: − о поиске в нагруженном графе гамильтонова цикла наименьшего веса (задача коммивояжёра и т.п.); − о рисовании фигуры одним росчерком (задача о семи мостах Кёнигсберга и т.п.); − о поиске минимального остовного дерева в нагруженном графе (задачи об оптимальной прокладке железнодорожных путей и т.п.); − о поиске вершин в графе (задачи поиска выхода из лабиринта и т.п.); − об укладке графа (задача о трёх домах и трёх колодцах и т.п.); − о раскраске вершин графа (задачи о составлении расписания, о распределении оборудования и т.п.); − логические, комбинаторные и др.
Аксиологический	Отношение к деятельности в сфере компетенции	Проявление интереса к теории графов. Использование языка теории графов в процессе решения задач. Понимание важности изучения элементов теории графов как одного из математических языков решения разнообразных задач практического контекста.

Для формирования и диагностики уровня сформированности основ математической компетентности у учащихся 9 классов в области приложений элементов теории графов к решению практических задач необходимо выделить и охарактеризовать уровни их сформированности(таблица 2).

Таблица 2

Уровни сформированности основ математической компетентности у учащихся 9 классов в области приложений элементов теории графов к решению практических задач

Уровни математической компетенции	Показатели сформированности
Низкий	Знание базовых понятий, методов и алгоритмов теории графов
	Умение применять знания при решении элементарных задач теории и графов
	Понимание необходимости изучения теории графов, но при этом отсутствует проявление интереса к задачам.
Средний	Знание базовых понятий, методов и правил, которые необходимы при решении заданий по теме « теория графов при решении практических задач».
	Решение основных типов задач. Умение применять методы решения задач. Умение решать задачи с помощью графов.
	Понимание важности изучения графов, освоения способов и методов решения задач с помощью графов, проявление интереса к таким видам задач.
Высокий	Знание понятий, методов и правил, которые необходимы при решении заданий по теме « теория графов при решении практических задач».
	Умение размышлять, строить самостоятельно графы, уметь объяснять решение задачи. Пользоваться различными методами решения задач.
	Понимание важности изучения графов, освоения способов и методов решения задач с помощью графов. Проявление намерений использования знаний в области теория графов при решении практических задач.

Компетентностный подход как парадигма образования на современном этапе несет в себе большой потенциал в реализации новых требований личности, общества и государства к качеству образования, представленных в основных государственных документах по его реформированию.

Методологический основой Федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования (10-11 кл.) является системно-деятельностный подход.

С позицией системно-деятельностного подхода процесс учения - это процесс деятельности ученика, направленный на становление его сознания и его личности в целом. Основная идея его состоит в том, что новые знания не даются в новом виде. Учащиеся «открывают» их сами в процессе самостоятельной исследовательской деятельности.

Реализация технологии системно-деятельностного подхода в обучении обеспечивается следующей системой дидактических принципов:

- Принцип деятельности – заключается в том, что ученик, получая знания не в готовом виде, а добывая их сам, осознает при этом содержание и формы своей учебной деятельности, понимает и принимает систему ее норм, активно участвует в их совершенствовании, что способствует активному успешному формированию его общекультурных и деятельностных способностей, общеучебных умений.

- Принцип непрерывности - означает преемственность между всеми ступенями и этапами обучения на уровне технологии, содержания и методик с учетом возрастных психологических освоенностей развития детей.

- Принцип целостности – предполагает формирование учащимися обобщенного системного представления о мире (природе, обществе, самом себе, социально-культурном мире и мире деятельности, о роли и месте каждой науки в системе наук.

- Принцип минимакса – заключается в следующем: школа должна предложить ученику возможность освоения содержания образования на максимальном для него уровне (определяемом зоной ближайщего развития возрастной группы) и обеспечить при этом его усвоение на уровне социально безопасного минимума (государственного стандарта знаний).

- Принцип психологической комфортности – предполагает снятие всех стрессообразующих факторов учебного процесса, создание в школе и на уроках доброжелательной атмосферы, ориентированной на реализацию идей педагогики сотрудничества, развитие диалоговых форм общение.

- Принцип вариативности – предполагает формирование учащимися способностей к систематическому перебору вариантов и адекватному принятию решений в ситуациях выбора.

- Принцип творчества – означает максимальную ориентацию на творческое начало в образовательном процессе, приобретение учащимся собственного опыта творческой деятельности [Асмолов, 2008].

Сформулированные выше дидактические принципы задают систему необходимых и достаточных условий организации непрерывного процесса обучения в деятельностной парадигме образования.

1.3 Дидактические условия, способствующие формированию у учащихся 9 классов основ математической компетенции в области «Приложения теории графов» в процессе предпрофильной подготовки

Сегодня в педагогической науке можно встретить разные определения понятия «дидактические условия». Например, Егорина В.С. под дидактическими условиями подразумевает «обстоятельства обучения, которые являются результатом отбора, конструирования и применения элементов содержания, форм, методов и средств обучения, способствующих эффективному решению поставленных задач». [Егорина, 2001]

Формирование – процесс становления человека как социального существа под воздействием всех без исключения факторов: экологических, социальных, экономических, идеологических, психологических и т.д.

На формирование основ математической компетентности у учащихся могут оказывать влияние специальные дидактические условия, которые учитель специально создает в процессе их обучения математике. К ним мы относим: специальное содержание, методы, формы и средства обучения.

Особое содержание обучения

Методологической основой новых образовательных стандартов являются системно-деятельностный и компетенотностные подходы. Одним из ключевых тезисов этих подходов является тезис о том, что единственный путь, ведущий к знанию, - это деятельность. Поэтому под содержанием обучения целесообразно понимать не только некоторый объём теоретического учебного материала, но и комплекс задач, заданий и упражнений, а также сведений о ценности предметных знаний и способах их применения при решении разнообразных задач из жизни.

Исходя, из этих позиций при проектировании нового содержания обучения необходимо в нём выделить три блока: когнитивный, праксиологический (деятельностный) и аксиологический (ценностный) (Таблица 3).

Таблица 3

Основные содержательные блоки содержания обучения

Когнитивный блок	
Предметные знания	Знать, что…
Праксиологический блок	
Процедурные знания	Знать, как…
Аксиологический блок	
Ценностно-смысловые знания	Знать, зачем и почему…

Из выше сказанного следует, что при проектировании нового содержания профильного обучения особое внимание следует уделить комплексу задач как основному его компоненту.

Активные методы обучения

Активные методы обучения – это методы, стимулирующие познавательную деятельность обучающихся [Педагогика, 2010].

Классификацию методов по характеру (степени самостоятельности и творчества) деятельности обучаемых предложил И.Я. Лернер и М.Н. Скаткин. Ими выделены пять методов обучения, причём в каждом из последующих степень активности и самостоятельности в деятельности обучаемых нарастает: объяснительно-иллюстративный метод; репродуктивный метод; метод проблемного изложения; частично поисковый или эвристический метод; исследовательский метод [Лернер и Скаткин, 1965].

Под организационной формой обучения понимают способ осуществления взаимодействия педагога и учащихся, в пределах которого реализуются содержание, дидактические задачи и методы обучения.

Одной из форм организации дополнительного математического образования школьников, направленного на формирование основ математической компетентности, является курс по выбору учащихся.

Специальные курсы по выбору учащихся

В ходе организации предпрофильной подготовки учащихся основной школы особое место отводится курсам по выбору учащихся с целью дальнейшего их профессионального самоопределения.

Курсы по выбору имеют очень широкий спектр функций и задач:

- обеспечивают повышенный уровень освоения одного из профильных учебных предметов, его раздела;
- служат освоению смежных учебных предметов на междисциплинарной основе ;
- обеспечивают более высокий уровень освоения одного (или нескольких) из базовых учебных предметов;
- служат формированию умений и способов деятельности для решения практически значимых задач;
- способствуют удовлетворению познавательных интересов.

Содержание курсов по выбору предпрофильной подготовки должно:

- знакомить учащихся со способами деятельности, необходимыми для успешного освоения программы того или иного профиля и профессии,
- включать материал, выходящий за рамки школьной программы (например, различного рода практикумы и т.д.).

Курсы по выбору можно разделить на 2 вида:

1) предметно-ориентированные (пробные)

Основная цель данных курсов – подготовить к сдаче экзамена в профильный класс старшей школы, углубить знания по предмету.

Основная задача – реализовать интерес к предмету.

Основное содержание – систематизация и углубление знаний по предмету;

2) межпредметные (ориентационные) курсы

Основная цель – подготовка к выбору профиля.

Задача – ориентировать в мире профессий на стыке различных предметов в рамках естественно-научного, социально-экономического, физикоматематического профиля.

Содержание такого курса должно выходить за рамки одного предмета и решать проблемы, требующие синтеза знаний по ряду предметов.

Специальные средства обучения

Средства обучения — это объекты, созданные человеком, а также предметы естественной природы, используемые в образовательном процессе в качестве носителей учебной информации и инструмента деятельности педагога и обучающихся для достижения поставленных целей обучения, воспитания и развития.

Типология средств обучения

- Печатные (учебники, рабочие тетради, раздаточный материал и т.д.)
- Электронные образовательные ресурсы (часто называемые образовательные мультимедиа мультимедийные учебники, сетевые образовательные ресурсы, мультимедийные универсальные энциклопедии и т.п.)
- Аудиовизуальные (слайды, слайд-фильмы, видеофильмы образовательные, учебные кинофильмы, учебные фильмы на цифровых носителях (Video-CD, DVD, BluRay. HDDVD и т.п.)
- Наглядные плоскостные (плакаты, карты настенные, иллюстрации настенные, магнитные доски)
- Демонстрационные (муляжи, макеты, стенды, модели)
- Учебные приборы (компас, барометр, колбы, и т.д.)

Таким образом, в качестве дидактических условий способствующих формированию основ математической компетенции у учащихся 9 классов в области приложений теории графов мы выделяем следующие условия:

- Особое содержание обучения;
- Активные методы обучения;
- Специальные курсы по выбору учащихся;
- Специальные средства обучения.

Глава 2. Методика формирования у учащихся 9 классов основ математической компетенции в области «Приложения теории графов» в рамках предпрофильной подготовки

2.1. Программа курса по выбору для учащихся 9 классов «Графы вокруг нас»

Пояснительная записка

Рабочая программа составлена на основе Федерального Государственного образовательного стандарта основного общего образования, утверждённого приказом № 1897 Министерства образования и науки РФ от 17.12.2010 г. и «Примерные программы основного образования. Математика» М.: Просвещение, 2011, учебного плана на текущий учебный год и направлена на обеспечение дополнительной подготовке по математики.

Данный элективный курс для предпрофильной подготовки учащихся девятых классов ориентирован на развитие у учащихся способов умственной деятельности средствами специальных задач, содержание которых отражает и житейские, и сказочные, и математические ситуации.

Изучение данного курса актуально в связи с тем, что в последние десятилетия теория графов превратилась в один из наиболее развивающихся разделов математики. Это связано с тем, что теория графов, родившаяся при решении головоломок и занимательных задач, стала в настоящее время простым, доступным и мощным средством решения вопросов, относящихся к широкому кругу проблем.

В виде графов можно интерпретировать, например, схемы дорог и электронные схемы, географические карты и молекулы химических соединений, связи между людьми и многое другое. Это привело к широкому использованию теории графов в физике и кибернетике, химии и биологии, экономике и статистике и других науках. Особенно важна роль теории графов в современном программировании.

Данный курс направлен на формирование основ математической компетентности у учащихся 9 классов в области «Приложения теории графов» в процессе предпрофильной подготовки.

Обучение математике в основной школе направлено на достижение таких целей как:

В направлении личностного развития:

- формирование представлений о математике, как части общечеловеческой культуры, о значимости математики в развитии цивилизации и современного общества;
- развитие логического и критического мышления, культуры речи.

В метапредметном направлении:

- развитие представлений о математике, как форме описания и методе познания действительности;
- формирование общих способов интеллектуальной деятельности, характерных для математики и являющихся основой познавательной культуры, значимой для различных сфер человеческой деятельности.

В предметном направлении:

- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми для продолжения образования, изучение смежных дисциплин, применение в повседневной жизни.

Общая характеристика учебного курса

Курс по выбору ставит своей целью ознакомление школьников с основными понятиями теории графов и ее предложениями.

Важным аспектом курса является ознакомление учащихся с основными понятиями, методами и алгоритмами теории графов.

К задачам курса относятся:

- развивать интерес учащихся к математическим знаниям, в частности к теории графов;
- рассматривать основные понятиями теории графов;

- изучение основных алгоритмов теории графов и применение их при решении задач;
- рассмотрение различных приложений теории графов по средствам решения практико-ориентированных задач.

Курс рассчитан на 18 часов (2 часа в неделю). При завершении курса планируется проведение конференции - презентации творческих работ.

Учащимся предлагаются темы поисковых и исследовательских заданий:

1. Графы в психологии
2. Графы в генетике
3. Графы в физике
4. Графы в головоломках
5. Графы и игры на шахматной доске
6. Проблема раскраски карты
7. Графы в решении логических задач
8. Задачи на связность графов
9. Нахождение кратчайшего пути в графе
10. Решение лабиринта при помощи графов

Формы работы и итоговый контроль

Содержание элективного курса предполагает разнообразные виды и формы организации обучения: лекции, беседы, практические занятия, групповые работы, сообщения учащихся, «марафон задач», «мозговой штурм». Каждое занятие включает в себя познавательную часть, содержащую сведения из истории графов, что способствует развитию и укреплению межпредметных связей, осознание места математики среди наук. Самостоятельная работа предусматривает развитие умственных и творческих способностей. Итоговое занятие представляет собой урок-конференцию.

Требования к результатам обучения

Изучение математике позволяет достичь следующих результатов:

В личностном направлении:

1) умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контр примеры;

2) критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;

3) креативность мышления, инициатива, находчивость, активность при решении математических задач;

4) умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;

5) способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений.

В метапредметном направлении:

1) Умение находить в различных источниках информацию, необходимую для решения математических проблем, и представлять её в понятной форме; принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации;

2) Умение сводить решение задач, связанных с соответствиями и отношениями, к построению и анализу простейших графовых моделей;

3) Умение планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера.

В предметном направлении:

1) Знание основных понятий, методов и алгоритмов теории графов.

2) Умение применять изученные понятия, алгоритмы и методы для решения практических задач.

3) Ценностное отношение к математическим знаниям и к математике в целом.

Возможные критерии оценок

Оценка «отлично» - учащийся освоил весь теоретический материал курса, получил навыки в его применении при решении конкретных сложных задач, в работе над индивидуальными домашними заданиями продемонстрировал умение работать самостоятельно, творчески.

Оценка «хорошо» - учащийся освоил идеи и методы данного курса в той степени, что может справиться со стандартными заданиями; выполняет домашнее задания прилежно (без творческих способностей); к заданиям повышенной сложности не приступает, свидетельствует интеллектуальный рост в общих умениях учащихся.

Оценка «удовлетворительно» - учащийся освоил самые простые идеи и методы изучаемого курса, не всегда удавалось применять на практике полученные знания; некоторые из заданий были выполнены не до конца, отсутствовало обоснованнее предположение.

Учебно-тематическое планирование

№ п/п	Тема занятия	Количество часов	Форма проведения занятия
1.	«Первое знакомство с графами»	2	Лекция-беседа Практическое занятие
2.	« Калейдоскоп графов»	2	Лекция-беседа Практическое занятие
3.	«Путешествия по лабиринтам»	2	Лекция-беседа Практическое занятие
4.	« Одним росчерком пера »	2	Лекция-беседа Практическое занятие
5.	« Деревья »	2	Лекция-беседа Практическое занятие
6.	«Укладка графа»	2	Лекция-беседа Практическое занятие
7.	«Раскраска вершин графа»	2	Лекция-беседа Практическое занятие
8.	Практикум «Графы помогают решать задачи»	2	Практическое занятие
9.	«Урок-конференция»	4	Защита исследовательских работ

Содержание курса

Тема 1: «Первое знакомство с графами»

Введение в теорию графов. Экскурс в историю возникновения и развития теории графов. Рассмотрение различных исторических задач: «задача о Кенигсберских мостах», «задача о трёх домах и трёх колодцах», «задача о четырёх красках». Введение основных понятий теории графов: понятие графа, основные элементы графа такие как, вершина и ребро; отношение «смежности» и степень вершины графа, а также лемма «о рукопожатиях».

Тема 2: «Калейдоскоп графов»

Определение и рассмотрение следующих понятий: пустой граф; полный граф; ориентированный граф; изоморфные графы; подграф.

Тема 3: «Путешествие по лабиринтам»

Определение и рассмотрение следующих понятий: маршрут; замкнутый маршрут; не замкнутый маршрут; цепь; цикл; простая цепь; простой цикл; связность; знакомство с алгоритмом (поиска в ширину) и применение его при решении задач.

Тема 4: «Одним росчерком пера »

Задача о Кенигсберских мостах. Эйлеров цикл и Эйлеров граф. Знакомство с Гамильтоновыми графами и Гамильтоновыми циклами. Рассматривается математическая постановка игры Гамильтона «Кругосветное путешествие» и её близость к практическим задачам (задача коммивояжера). Решение задач, на рисование фигуры одним росчерком, на поиск эйлеровых и гамильтоновых циклов в графе.

Тема 5: «Деревья»

Определение понятия «дерево». Особенности деревьев и их свойства. Минимальное остовное дерево в нагруженном графе. Алгоритм Краскала. Решение задач, в которых используется понятие «дерево».

Тема 6: «Укладка графа»

Определение и рассмотрение следующих понятий: укладка графа, плоские и изоморфные графы. Рассмотрение следующих исторических задач: «о трёх домах и трёх колодцах», «укладка графа на плоскости».

Тема 7: «Раскраска вершин графа»

Определение и рассмотрение следующих понятий: раскраска вершин графа; рассматривают алгоритм правильной раскраски вершин графа

Рассмотрение следующих исторических задач: о раскраске географической карты 4 цветами. Так же приводится большое количество практических заданий, создают и раскрашивают собственные карты.

Тема 8: Практикум «Графы помогают решать задачи»

Решение разнообразных задач с помощью языка теории графов.

Тема 9: «Урок-конференция»

Защита и презентация творческих и проектных заданий.

2.2 Учебно-методические ресурсы, способствующие формированию у учащихся 9 классов основ математической компетенции в области «Приложения теории графов»

Конспект занятия 1 по теме: «Первое знакомство с графами»

Основная цель: познакомить учащихся с основными понятиями теории графов: граф, вершина, ребро, рассмотреть отношение «смежности» и степень вершины графа, а также лемма «о рукопожатиях»; рассмотреть задачи о Кенигсберских мостах, о трёх домах и трёх колодцах, задачу о четырёх красок.

Планируемые результаты:

Предметные: знание основных понятий и алгоритмов теории графов в рамках изучаемой темы.

Метапредметные: навыки и опыт применения языка теории графов к решению задач.

Личностные: ценностное отношение к математическим знаниям.

Этапы занятия:

1. Постановка цели занятия
2. Историческая справка
3. Теоретическая справка
4. Подведение итогов

1) - Вам приходилось в жизни встречаться с понятием «граф»?

- Как вы думаете, где могут применяться графы?

Граф – это геометрическая фигура, состоящая из точек (вершин графа) и линий, соединяющих эти точки (рёбра графа).

(Примеры графов изображены на рис. 5).

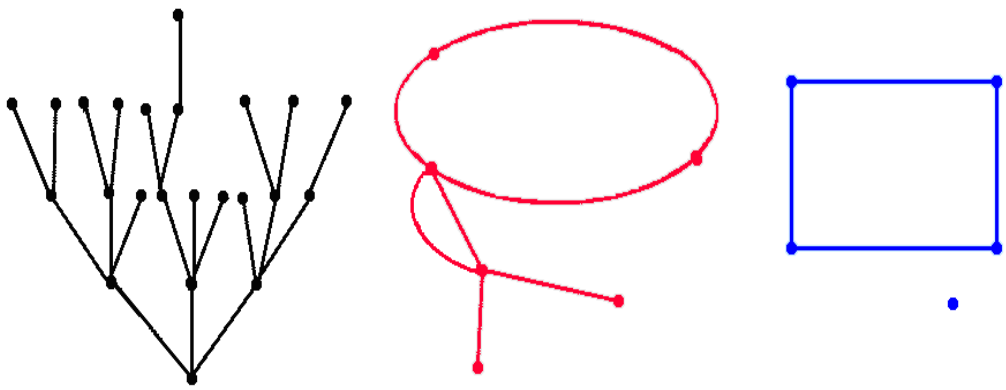


Рис. 5

С помощью графов часто упрощалось решение задач, сформулированных в различных областях знаний: в автоматике, электронике, физике, химии и др. С помощью графов изображаются схемы дорог, газопроводов, тепло- и электросети. Помогают графы в решении математических и экономических задач.

2) <u>Историческая справка</u>

Первая работа по теории графов принадлежит Леонарду Эйлеру, и появилась она в 1736 г. в публикациях Петербургской Академии наук.

Начиналась эта работа с рассмотрения задачи о кенигсбергских мостах.

<u>Задача Эйлера о мостах.</u>

Через город Кенигсберг (Калининград) протекает река, которая омывает два острова. С берегов на острова перекинуты мосты. Однажды житель города спросил у своего друга, сможет ли он пройти по всем мостам так, чтобы на каждом из них побывать один раз и вернуться к тому же месту, откуда началась прогулка. Перед вами листы со схемой расположения этих мостов.

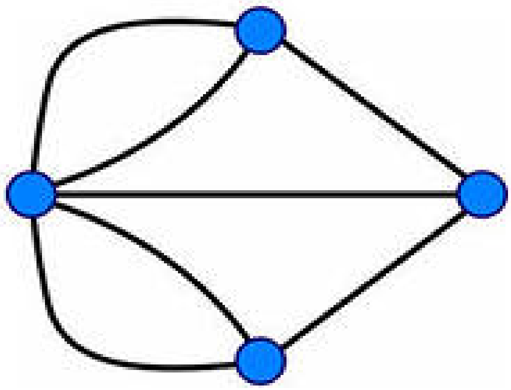


Рис. 6

- Предлагаю и вам попробовать сделать это. Даю вам 1 минуту.

- Есть такие у которых получилось провести одну линию?

-И у жителей города тоже не получилось!

-Решить эту задачу помог великий российский математик, щвейцарец по происхождению, Леонард Эйлер. Им было сформулировано правило.

-Теперь мы с вами знаем, что все дело в количестве ребер сходящихся в вершине. Давайте посмотрим на схему мостов и напишем рядом с каждой вершиной число, отражающее количество ребер. И назовем ее четной или нечетной, в зависимости какое число, четное или нечетное, стоит рядом.

-А- сходятся 5 ребер, В- 3, С-3, D-3. Какими являются все эти вершины? (Нечетными)

Возможно, ли изменить ситуацию в задаче с Кенигсбергскими мостами? Предлагаю работу в группах.

-Группа№1 должна «убрать» один мост

-Группа №2 должна «достроить» один мост.

-Группа №3 должна «передвинуть» один мост.

(Ученики ищут решение, представитель каждой группы выходит к доске и демонстрирует решение.)

-Теперь мы с вами умеем прокладывать маршруты и вполне можем поработать гидами.

3) <u>Задача о трёх домах и трёх колодцах</u>

Три соседа имеют три общих колодца. Можно ли провести непересекающиеся дорожки от каждого дома к каждому колодцу. Дорожки не могут проходить через колодцы и домики (рис. 7).

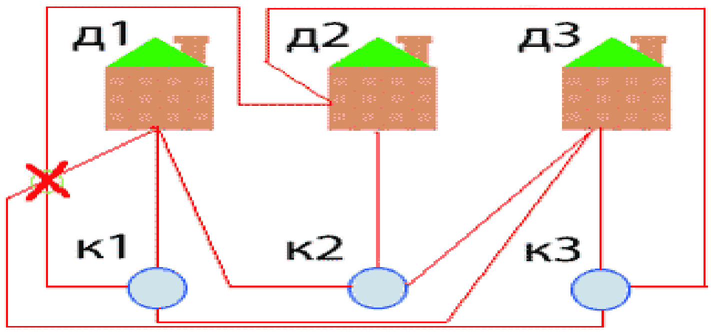


Рис. 7

- Попробуйте самостоятельно сделать это. Даю вам 1 минуту.

- Есть такие у которых получилось провести непересекающиеся дорожки от каждого дома к каждому колодцу?

<u>Задача о четырёх красках</u>

Можно ли всякую расположенную на сфере карту раскрасить четырьмя красками так, чтобы любые две области, имеющие общий участок границы, были раскрашены в разные цвета.

- Попробуйте каждый у себя на раздаточном материале раскрасить карту Южной Америки 4-мя красками. (Рис. 8)

Рис. 8

<u>Лемма о рукопожатиях</u>

Определение: Сумма степеней всех вершин графа - четное число, равное удвоенному числу ребер.

Познакомимся с основными понятиями теории графов при решении несложной задачи.

Задача 1 Аркадий, Борис. Владимир, Григорий и Дмитрий при встрече обменялись рукопожатиями. Сколько всего рукопожатий было сделано?

Пусть каждому из пяти молодых людей соответствует определенная точка на плоскости, названная первой буквой его имени (рис. 9), а производимому рукопожатию — отрезок или часть кривой, соединяющая конкретные точки — имена (рис. 10).

Рис. 9 *Рис. 10*

Точки А, Б, В, Г, Д называются *вершинами* графа, а отрезки линий, соединяющие эти точки — *ребрами* графа. При изображении графов на рисунках или схемах отрезки могут быть прямолинейными или криволинейными; Длины отрезков и расположение точек произвольны.

Например, все три фигуры на (рис. 11) изображают один и тот же граф.

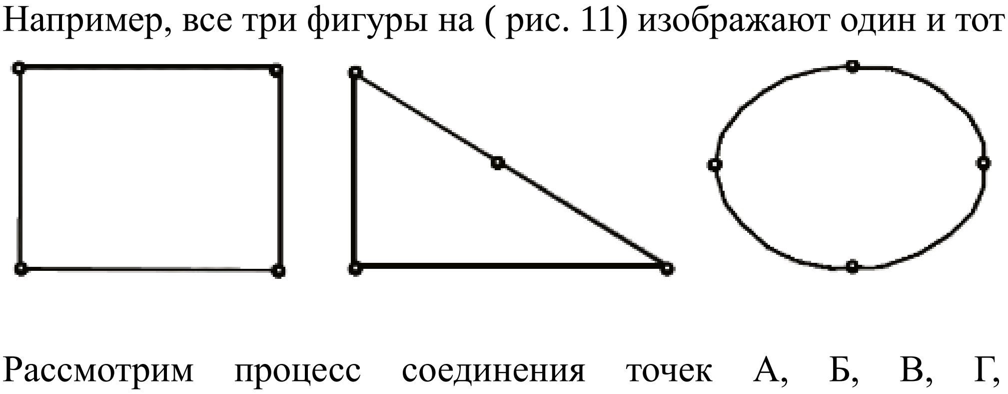


Рис. 11

Рассмотрим процесс соединения точек А, Б, В, Г, Д ребрами.

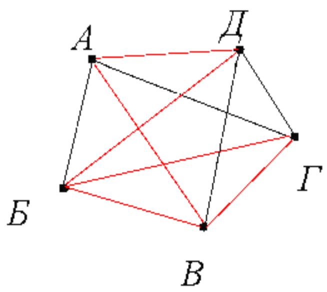
1. Ситуация, соответствующая моменту, когда рукопожатия еще не совершались, представляет собой точечную схему, изображенную на (рис. 9). Такая схема, состоящая из «изолированных» вершин, называется *пустым*

графом.

2. Ситуация, когда совершены еще не все рукопожатия, может схематически быть изображена, например, с помощью (рис. 10): пожали руки А и Б, А и Г, Д и Г, В и Д. Следующий момент, когда добавятся, например, пожатия рук А и В, Г и Б, попробуйте изобразить сами.

Графы, в которых не построены все возможные ребра, называются *неполными графами.*

3. На (рис. 12) изображен граф, соответствующий всем совершенным рукопожатиям. Этот граф является *полным графом*.



Полный граф с пятью вершинами

Если подсчитать число ребер графа, изображенного на рисунке   то это число и будет равно количеству совершенных рукопожатий между пятью молодыми людьми. Их 10.

Рис. 12

Степенью вершины: называется *число ребер*, которым она принадлежит. Например, степень вершины А на (рисунке 12) равна 4, т.е. является четной, а степень вершины В на (рисунке 10) равна 1, т.е. является нечетной. Заметим, что если полный граф имеет n вершин, то количество ребер будет равно n(n-1)/2.

Граф, не являющийся полным, можно дополнить до полного с теми же вершинами, добавив недостающие ребра. Так, например, на (рисунке 10) изображен неполный граф с пятью вершинами. На (рисунке 12) ребра превращающие граф в полный граф изображены другим цветом, совокупность вершин графа с этими ребрами называется дополнением графа.

4) Итог занятия:

- Что нового вы узнали на уроки?

- Понравилась вам тема с которой мы будем в дальнейшем работать?

Конспект занятия 2 по теме: «Калейдоскоп графов»

Основная цель: познакомить учащихся с основными понятиями: пустой граф, полный граф, двудольный граф, ориентированный граф, подграф, изоморфные графы. Рассмотреть задачи на применение формулы подсчёта ребер или вершин в полном графе, задачи на изоморфизм графов.

Планируемые результаты:

Предметные: знание основных понятий и алгоритмов теории графов в рамках изучаемой темы.

Метапредметные: навыки и опыт применения языка теории графов к решению задач.

Личностные: ценностное отношение к математическим знаниям.

Этапы занятия:

1. Постановка цели занятия
2. Историческая справка
3. Теоретическая справка
4. Подведение итогов

2) Разновидности графов.

На прошлом занятии мы познакомились с таким понятием как граф.

На доске вы видите два рисунка (рис. 13). Являются ли они графами?

Пустой граф **Полный графы.** *Рис. 13*

На этом рисунке изображены пустой и полные графы.

-Кто сможет дать определение пустому графу?

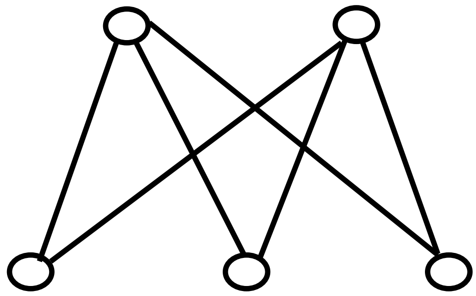
- Полному графу?

Ответ: пустой граф – граф, не имеющий рёбер. Полный граф – граф, у которого каждые две вершины смежные.

Теперь посмотрите на (рис. 14). Этот граф называется двудольным.

- Как вы думаете, почему?

Ответ: граф называется двудольным, потому что его можно разбить на две части таким образом, что каждое ребро графа соединяет какую-то вершину из одной части с какой-то вершиной другой части, то есть не существует ребра, соединяющего две вершины из одной и той же части.



Двудольный граф.

Рис. 14

На следующем (рис. 15). Вы видите еще два графа.

-Чем отличаются они?

-Как можно назвать их?

Ответ: ориентированный и неориентированные графы.

Ориентированный **Неориентированный**

Рис. 15

3) Решение задач

Задача 1 На острове есть несколько населённых пунктов. Из каждого пункта выходят две проезжие дороги и три пешеходные тропы. Каждая проезжая дорога и каждая пешеходная тропа приводят к некоторому населённому пункту. Любые два населённых пункта связаны чем-то одним – или дорогой, или тропой. Сколько на острове населённых пунктов, проезжих дорог, и пешеходных троп?

Задача 2 В игре «Спортлото – Шиш» розыгрыш главного приза проходит по следующим правилам. Каждый присутствующий в студии пишет независимо от других любое число различных пар различных целых чисел из множества от 1 до 7. Если у нескольких участников выписанные ими пары совпадут, то эти участники делят между собой 1 000 000 рублей. Сколько участников должно быть в студии, чтобы приз заведомо оказался разыгранным?

4) Итоги занятия:

- Что вам понравилось на уроке?
- Какую новую информацию вы узнали на уроке?
- Возникли ли у вас трудности при решении задач?

Конспект занятия 3 по теме: «Путешествие по лабиринтам»

Основная цель: познакомить учащихся с основными понятиями: маршрут, замкнутый маршрут, не замкнутый маршрут, виды, поиск в ширину, цепь, цикл, проста цепь, простой цикл. Ввести понятие лабиринта в математике, рассмотреть правила выхода из лабиринта.

Планируемые результаты:

Предметные: знание основных понятий и алгоритмов теории графов в рамках изучаемой темы.

Метапредметные: навыки и опыт применения языка теории графов к решению задач.

Личностные: ценностное отношение к математическим знаниям.

Этапы занятия:

1. Постановка цели занятия
2. Историческая справка (от учителя)
3. Историческая справка (от учащихся)
4. Теоретическая справка
5. Подведение итогов

2) Маршрут в графе — это чередующаяся последовательность вершин и рёбер $v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, ...e_k, v_k$, в которой любые два соседних

элемента инцидентны. Если $v_0 = v_k$, то маршрут *замкнут*, иначе *открыт*.

Виды маршрута:

Цепь: незамкнутый маршрут, в котором все рёбра попрано различны.

Цикл: замкнутый маршрут, являющийся цепью.

Простая цепь: цепь, в которой все вершины попарно различны.

Простой цикл: все вершины различны (кроме первой и последней)

Алгоритм поиска в ширину

Речь пойдёт, как вы уже наверное догадались, о графах, а именно о алгоритме обхода графа в ширину.

Чтоб проникнутся в суть графов, попробуйте решить следующую, довольно известную задачу: Река, огибающая остров, делится на два рукава, через которые переброшены 7 мостов (рис. 16). Спрашивается, можно ли совершить такую прогулку, чтобы за один раз перейти все эти мосты, ни переходя, ни через один мост два или более раз?

Рис.16

Суть алгоритма поиска в ширину в том, что мы обходим связный граф таким образом, что сначала мы рассматриваем родителя, потом по очереди рассматриваем его предков, потом рассматриваем предков его предков и.т.д (Рис. 17).

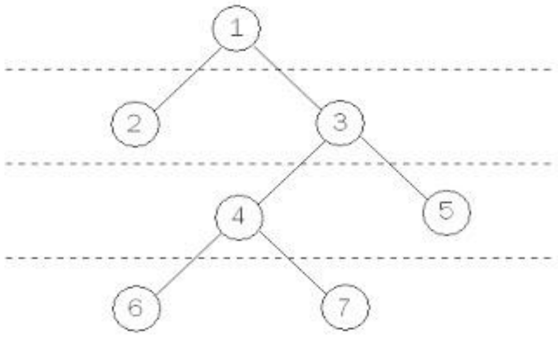


Рис.17

Можно объяснить алгоритм так:

Первой вершине (родителю всех вершин) приписываем метку 1. Рассматриваем все смежные с ней вершины и приписываем им метку 2. Дальше рассматриваем окружение вершин с меткой 2 и присваиваем метку 3 всем вершинам, кроме самой главной (родителя всех вершин).

За неделю перед занятием дать задание двум ученикам подготовить сообщение по данной теме «Путешествие по лабиринтам» Они должны будут сделать презентацию и разобрать данную тему, чтобы выступить на уроке вместо учителя. Занятие должно пройти в форме беседы. Каждый ученик расскажет по два правила прохождения лабиринта. Слушатели будут задавать вопросы.

3) Прохождение лабиринта задачи о лабиринтах относятся к глубокой древности и теряется во мраке легендарных сказаний. Древние, - да, пожалуй, многие и теперь, - задачу о лабиринтах считали вообще не разрешимой. Человек, попавший в лабиринт, не мог уже из него выйти, если только какое либо чудо или случай не приходили ему на помощь. Оказывается, что безвыходных лабиринтов нет, чтоб разобраться и найти выход из самого запутанного алгоритма не составляет особого труда.

Слово «лабиринт»- греческое и в переводе означает ходы в подземельях. Существует очень много природных подземных пещер с таким огромным количеством по всем направлениям пересекающихся коридоров, закоулков и тупиков, что нетрудно в них заблудится, потеряться и , не найдя выхода , умереть от голода и жажды.

Словом «лабиринт» чаще всего обозначалось искусственное чрезвычайно сложное сооружение, составленное из очень большого числа аллей и галерей, бесчисленные разветвления, перекрёстки, тупики и т.п.

Для отыскания правильного пути из лабиринта, можно использовать способ обхода графа. Маршруты в лабиринтах могут быть представлены графами, в которых рёбра соответствуют коридорам, а вершины - входам, выходам, перекрёсткам и тупикам.

Задача о лабиринтах сводится к построению алгоритма, позволяющего отыскать маршрут в соответствующем графе от заданной вершины. А до вершины В.

Решение задачи о лабиринтах

Правило 1. Отправляемся от выбранной вершины (первого перекрестка) и идем по любому ребру, пока не приходим или в тупик (к вершине), или к новому перекрестку (вершине).

Тогда:

1. Если окажется, что мы попали в тупик, возвращаемся назад и пройденное ребро должно быть уже отброшено, так как мы прошли его два раза (туда и обратно).
2. Если приходим к новому перекрестку, то направляемся по новому произвольному ребру, не забывая всякий раз отмечать путь, по которому прибыли, и путь, по которому отправились дальше. Как показано на (рисунке 18).

Пример.

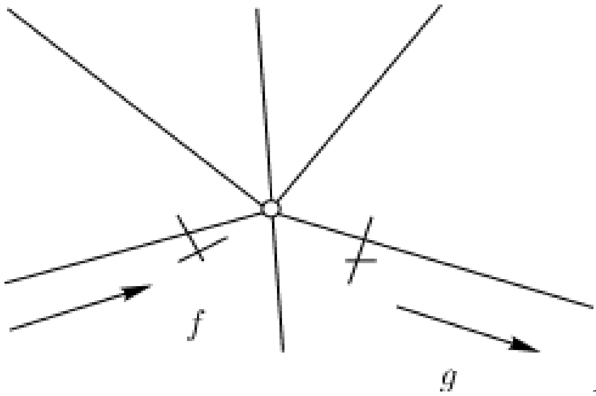


Рис. 18

Направление движения показано стрелкой f. После прихода к пересечению путей выбирается направление, обозначенное стрелкой g. Оба пути помечаются черточкой. (Крестиками обозначаются черточки, поставленные при последнем прохождении через перекресток.)

Следуем указанному выше первому правилу всякий раз, когда приходим на такой перекресток, на котором еще не были. В конце концов мы должны прийти к перекрестку, на котором уже были, и здесь может представиться два случая. По какому пути пришли: по дороге, раз пройденной, или по новому пути.

Правило 2. Прибыв на известный нам перекресток по новой дороге, мы должны сейчас же повернуть обратно, предварительно отметив этот путь двумя черточками (прибытие и обратное отправление), как показано на (рисунке 19).

Пример

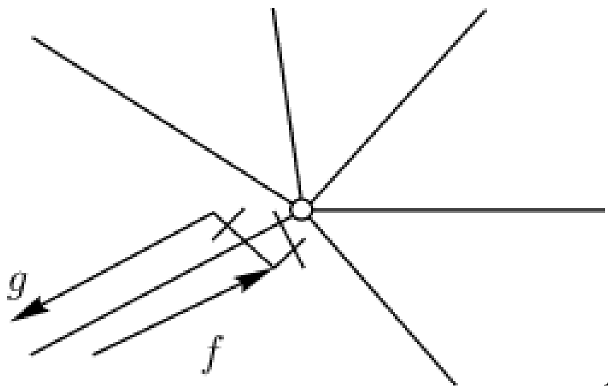


Рис. 19

Правило 3. Если мы приходим на известный перекресток таким путем, которым уже раз прошли, то, отметив этот путь второй черточкой, отправляемся дальше путем, которым еще не проходили, если только такой путь существует. Этот случай изображен на (рисунке 20).

Пример

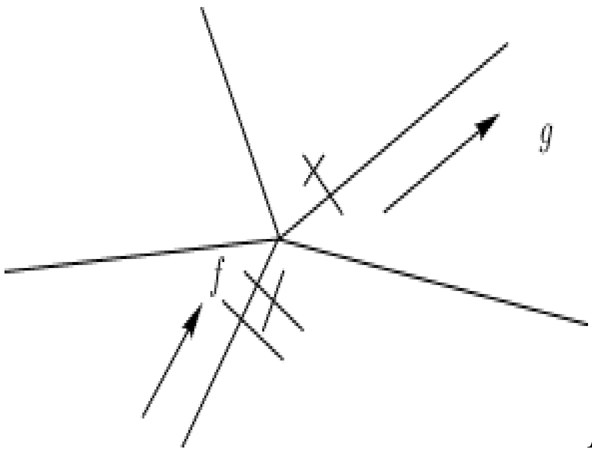


Рис. 20

Но если такого пути нет, то выбирается дорога, по которой мы прошли только один раз. Случай этот показан на (рисунке 21).

Пример

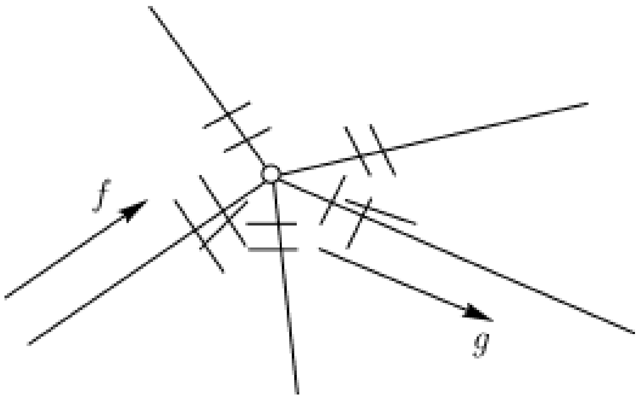


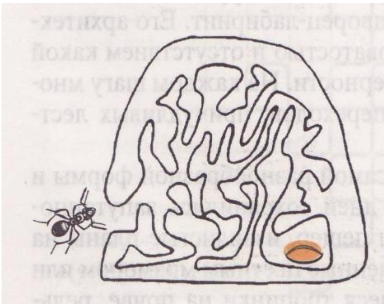
Рис. 21

Правило 4. «Правило одной руки» Оно состоит в том, что по лабиринту надо двигаться, не отрывая одной руки (правой или левой) от стены.

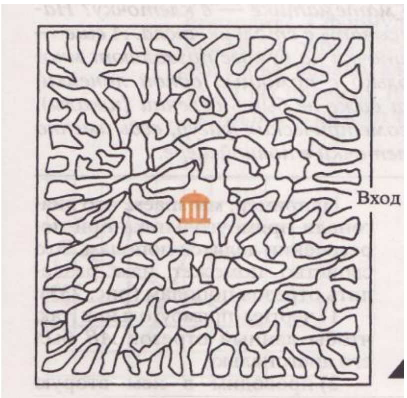
4) После теоретической части учитель предложит задачи. Данные задачи имеют поисковый характер. Можно устроить соревнования, кто быстрее пройдет лабиринт. После прохождения лабиринтов ученики должны

высказать своё мнение, какими правилами прохождения они пользовались, какое им понравилось больше.

1. Нарисуйте граф, соответствующий данному лабиринту.
2. Убедитесь в том, что, войдя в лабиринт, изображенный на рисунке, можно, касаясь правой рукой стены, дойти до центра и вернуться.



3. Убедитесь, что из любой точки лабиринта в его центр можно попасть, пользуясь правилом одной руки.
4. Как можно достать из муравейника зернышко.



5. Это лабиринт английского короля Вильгельма III, состоит из аллей и изгородей. Нужно пройти в центр к деревьям и скамейкам под ними. Найдите путь к беседке, расположенной в парке.

5) Итог занятия:

- Что нового вы узнали на уроки?
- Понравилось вам сообщения ваших одноклассников?
- Что вас большего всего впечатлило?

Конспект занятия 4 по теме: «Одним росчерком пера»

Основная цель: познакомить учащихся с такими понятиями как: Эйлеров цикл и Эйлеров граф; с гамильтоновыми графами, на примере задачи о кенигсбергских мостах рассмотреть общий метод решения аналогичных задач, рассмотреть условия, при которых можно нарисовать фигуру одним росчерком пера.

Планируемые результаты:

Предметные: знание основных понятий и алгоритмов теории графов в рамках изучаемой темы.

Метапредметные: навыки и опыт применения языка теории графов к решению задач.

Личностные: ценностное отношение к математическим знаниям.

Этапы занятия:

1. Постановка цели занятия
2. Актуализация знаний
3. Историческая справка
4. Теоретическая справка
5. Подведение итогов

2) Бывший Кенигсберг (ныне Калининград) расположен на реке Прегель. В пределах города река омывает два острова. С берегов на острова были перекинуты мосты. Старые мосты не сохранились, но осталась карта города, где они изображены. Кенигсбергцы предлагали приезжим следующую задачу: пройти по всем мостам и вернуться в начальный пункт, причём на каждом мосту следовало побывать, только один раз.

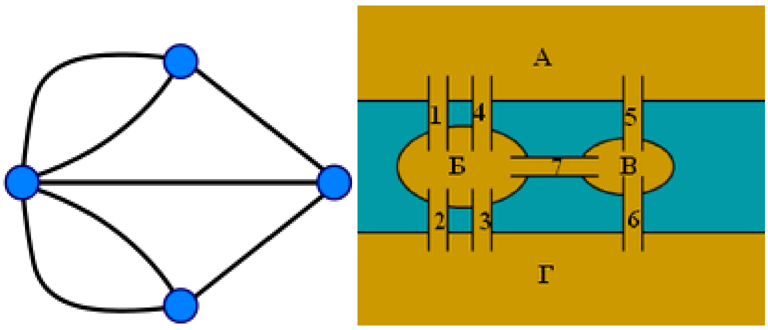


Рис. 22

На упрощённой схеме части города (графе) мостам соответствуют линии (дуги графа), а частям города — точки соединения линий (вершины графа).

В ходе рассуждений Эйлер пришёл к следующим выводам:

- Число нечётных вершин (вершин, к которым ведёт нечётное число рёбер) графа должно быть чётно.

- Не может существовать граф, который имел бы нечётное число нечётных вершин.
- Если все вершины графа чётные, то можно, не отрывая карандаша от бумаги, начертить граф, при этом можно начинать с любой вершины графа и завершить его в той же вершине.
- Граф с более чем двумя нечётными вершинами невозможно начертить одним росчерком.

Вывод: Граф кёнигсбергских мостов имел четыре нечётные вершины (то есть все), следовательно, невозможно пройти по всем мостам, не проходя ни по одному из них дважды.

3) Игра «Кругосветное путешествие»

В 1859 году известный ирландский математик У. Гамильтон предложил занимательную игру-головоломку «Кругосветное путешествие».

Для игры Гамильтон изобразил граф, содержащий 20 вершин, названиями которых служили названия городов. Цель игры – совершить кругосветное путешествие, посетив каждый город один раз, и вернуться домой. Очевидно, что задача сводилась к поиску в графе простого цикла, проходимого через все вершины.

- Пустить по рядам картинку, чтоб учащиеся сами определили данный маршрут.

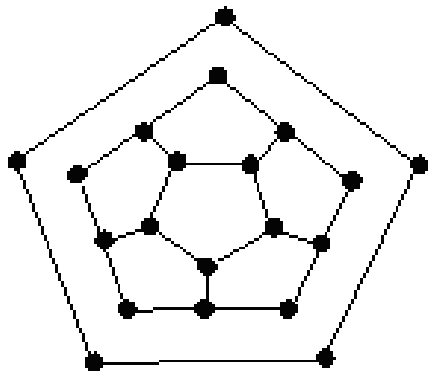


Рис. 23

Вывод: С какой вершины вышли в ту вершину и вернулись обратно.

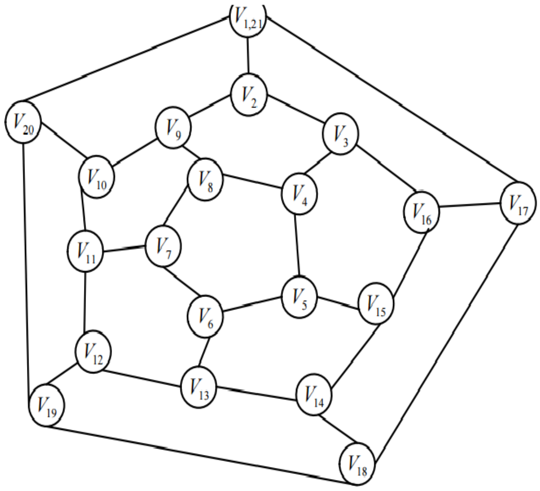


Рис. 24

- Теперь давайте вернёмся к задаче о Кёнигсбергских мостах. Попробуем выйти, из одной определённой части суши пройти, все части суши и вернутся в начальную часть суши.

- Сможем ли мы это сделать?

- В чём отличие в предложенных задачах?

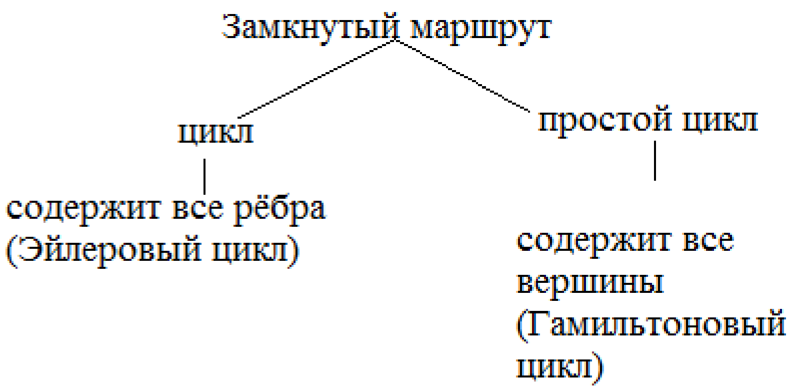


Рис. 25

Эйлеровым циклом (путем) графа называется цикл (путь), содержащий все ребра графа ровно один раз. Граф, обладающий эйлеровым циклом, называется *эйлеровым графом*.

Гамильтоновым циклом (путем) графа G называется цикл (путь), проходящий через каждую вершину G в точности по одному разу. Граф, обладающий гамильтоновым циклом, называется гамильтоновым.

На доске начерчены семь фигур:

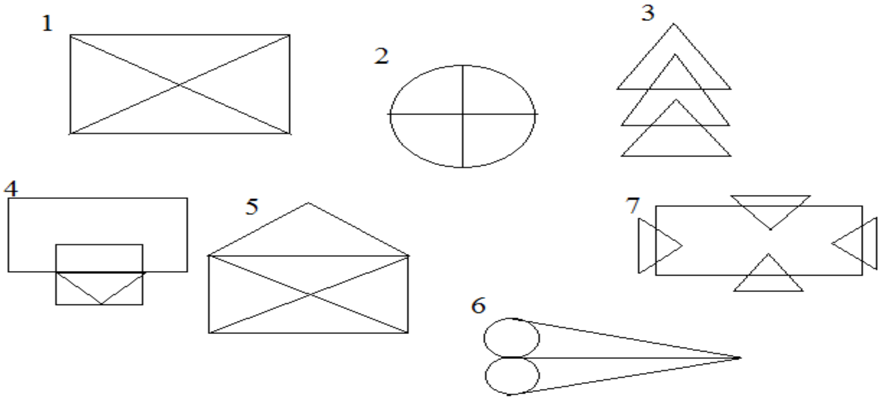


Рис. 26

<u>Задание:</u> обвести все фигуры одним росчерком, т.е. не отрывая карандаша от бумаги и не проводя по одному месту дважды.

Ответы: 1) нельзя 4) нельзя 7) нельзя

Попытки вычеркивания фигур одним росчерком привела нас к неодинаковым результатом. Некоторые фигуры удалось обойти одним росчерком, а некоторые не удалось.

Чем же обусловлено подобное различие? Напрашивается вопрос: существуют ли признаки, позволяющие установить заранее, поддается ли данная фигура вырисовыванию одним росчерком или нет, а если да, то с какой точки следует начинать? Мы сейчас попытаемся выяснить эти признаки.

Условимся называть точки фигуры *вершинами,* а линии соединяющие эти точки, *ребрами*.

Тогда *четной вершиной* назовем вершину, из которой выходит четное число ребер, *нечетной вершиной* назовем вершину из которой выходит нечетное число ребер.

Теперь вернемся к нашим фигурам и на основе установленных понятий попытаемся их исследовать:

Вопросы:

- Сколько вершин у фигуры?
- Какие эти вершины?
- Смогли ли мы эту фигуру обойти одним росчерком?

На основе этих трёх вопросов дается характеристика каждой из семи предложенных фигур. Несомненно, у каждого из нас есть свои выводы по поводу обхода фигур одним росчерком. Давайте попробуем их сформулировать.

<u>Правила обхода фигур одним росчерком</u>:

- Если в фигуре все вершины четные, то отправляясь от любой точки, то есть вершины фигуры, всегда можно ее обойти одним росчерком, причем обход фигуры заканчивается в той же вершине, из которой мы её начали.
- Если в фигуре две нечётные вершины, а остальные чётные, то ее можно обойти одним росчерком, причем росчерк должен начинаться в одной из нечётных вершин и заканчиваться в другой.
- Если фигура имеет три нечетные вершины и более, то ее нельзя обойти одним росчерком

Все фигуры, с которыми мы работаем, представляют не что иное, как графы.

Граф- это не пустое множество точек и множества отрезков, оба конца которых принадлежат данному множеству точек.

Точки - это не что иное, как *вершины графа*, а отрезки- *ребра графа*.

Примерами графов могут быть: схема метрополитена, схема железнодорожных и шоссейных дорог, планы выставок и т.д., словом схемы и планы без указаний масштабов, показывающие лишь связь между принадлежащими им объектами.

При изображении графов на рисунках или семах, рёбра могут быть прямолинейными отрезками или криволинейными, расположение вершин произвольное.

4) *Задание:* используя выведенные правила, определите можно ли следующие фигуры обойти одним росчерком или нельзя. Если можно то обведите.

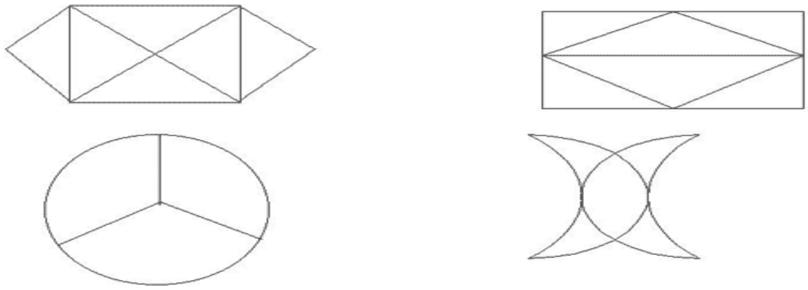


Рис. 27

5) Итог занятия:

- Что нового вы узнали сегодня на уроке?
- Какие возникли у вас трудности?
- Получилось ли у вас выполнить предложенные задания?

Конспект занятия 5 по теме: «Деревья»

Основная цель: сформировать представление о деревьях как графах, изображающих иерархические системы, определить особенности деревьев и их основные свойства, рассмотреть алгоритм Краскала, умение использовать данное понятие «дерево» при решении задач.

Планируемые результаты:

Предметные: знание основных понятий и алгоритмов теории графов в рамках изучаемой темы.

Метапредметные: навыки и опыт применения языка теории графов к решению задач.

Личностные: ценностное отношение к математическим знаниям.

Этапы занятия:

1. Постановка цели занятия
2. Историческая справка
3. Теоретическая справка
4. Подведение итогов

2) *Дерево* — это связный граф без циклов. Деревья особенно часто возникают на практике при изображении различных иерархий. Например, популярны генеалогические деревья (рисунок. 28).

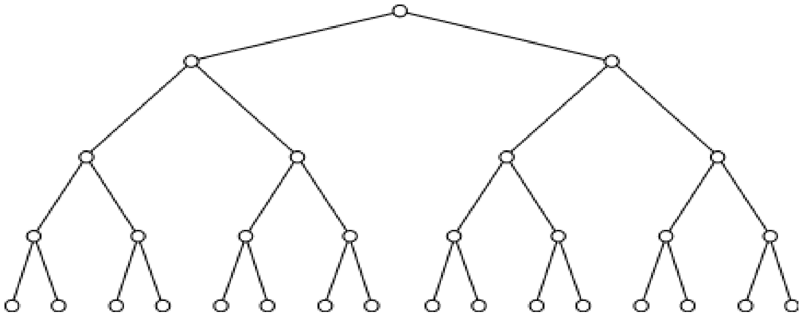


Рис. 28

Остовное дерево - ациклический связный подграф данного связного неориентированного графа, в который входят все его вершины.

Граф называется *взвешенным* (нагруженным), если каждому ребру поставлено в соответствии некоторое число ***w*** (вес). Примеры весов ребер: расстояние, стоимость поездки, пропускная способность и т.п.

МОД - в связанном взвешенном неориентированном графе это остовное дерево этого графа, имеющее минимальный возможный вес, где под весом дерева понимается сумма весов входящих в него рёбер.

Рассмотрим алгоритм поиска МОД в нагруженном графе (алгоритм Крускала) на примере конкретной задачи.

Задача 1 Формализуем задачу, представим ее в виде графа G = (V, R) – связанный взвешенный неориентированный граф, где V – множество вершин, а R – множество ребер.

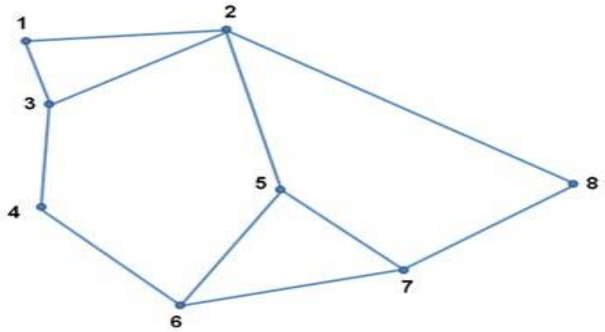


Рис. 29

Вопрос: сколько ребер можно удалить из этого графа, чтобы получить остовное связанное дерево?

Ответ: Четыре ребра.

Например, 2-3; 2-5; 6-7; 2-8 – это ребра, которые образуют циклы. Можно удалить и другие ребра. Но максимальное количество удаляемых ребер величина постоянная и зависит от количества вершин и ребер графа. Это величина получила название цикломатического числа.

3) Рассмотрим задачу с конкретными данными, т.е. введем длину дорог соединяющих различные города (рисунок. 30)

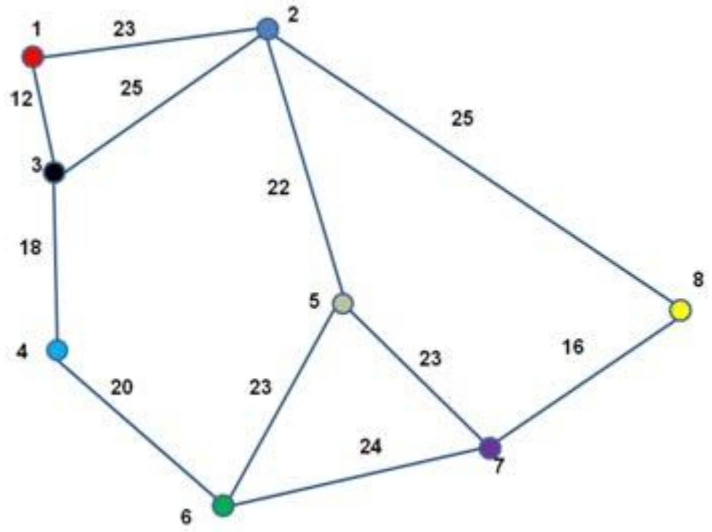


Рис. 30

Представим этот граф с помощью матрицы смежности, в которой между городами которые не соединены напрямую, введем бесконечно большое число, в условиях нашей задачи хватит 10000.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	23	12	10000	10000	10000	10000	10000
2	23	0	25	10000	22	10000	10000	35
3	12	25	0	18	10000	10000	10000	10000
4	10000	10000	18	0	10000	20	10000	10000
5	10000	22	10000	10000	0	23	14	10000
6	10000	10000	10000	20	23	0	24	10000
7	10000	10000	10000	10000	14	24	0	16
8	10000	35	10000	10000	10000	10000	16	0

Рис. 31

Для построения остовного связанного дерева минимального веса используется алгоритм Крускала.

- Первоначально из графа удаляются все ребра. Каждая вершина такого графа помещается в одноэлементное подмножество.
- Ребра сортируются по возрастанию весов.
- Ребра последовательно, по возрастанию их весов, включаются в остовное дерево.
- Алгоритм заканчивают работу, когда все вершины будут объединены в одно множество, при этом оставшиеся ребра не включаются в остовное дерево.

Реализация на компьютере.

Шаг 1. Все вершины графа помещаются в отдельный массив и перекрашиваются (нумеруются) в разные цвета (номера).

Шаг 2. В матрице смежности выбираем самое короткое ребро.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	23	12	10000	10000	10000	10000	10000
2	23	0	25	10000	22	10000	10000	35
3	12	25	0	18	10000	10000	10000	10000
4	10000	10000	18	0	10000	20	10000	10000
5	10000	22	10000	10000	0	23	14	10000
6	10000	10000	10000	20	23	0	24	10000
7	10000	10000	10000	10000	14	24	0	16
8	10000	35	10000	10000	10000	10000	16	0

Рис. 32

Шаг 3. Если найденное ребро соединяет вершины разных цветов, добавляем его вес к весу остовного дерева и перекрашиваем вершины разного цвета в один цвет.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	23	12	10000	10000	10000	10000	10000
2	23	0	25	10000	22	10000	10000	35
3	12	25	0	18	10000	10000	10000	10000
4	10000	10000	18	0	10000	20	10000	10000
5	10000	22	10000	10000	0	23	14	10000
6	10000	10000	10000	20	23	0	24	10000
7	10000	10000	10000	10000	14	24	0	16
8	10000	35	10000	10000	10000	10000	16	0

Рис.33

C(1)	C(2)	C(3)	C(4)	C(5)	C(6)	C(7)	C(8)
1	2	1	4	5	6	7	8

Рис. 34

Шаг 4. Если не все вершины добавлены, переходим к **Шагу 2.**

Таким образом, на каждом шаге мы выбираем наименьшее ребро, т.е. находим лучший для нас результат. Алгоритмы с таким методом решения называются *жадные*.

4) Итоги занятия:

- С какой новой информацией вы познакомились на данном уроке?

- Возникали ли у вас трудности?
- Что понравилось вам на данном уроке?

Конспект занятия 6 по теме: «Укладка графа»

Основная цель: познакомить учащихся с основными понятиями: укладка графа, плоские и изоморфные графы. Рассмотреть следующие исторические задачи: «о трёх домах и трёх колодцах», «укладка графа на плоскости».

Планируемые результаты:

Предметные: знание основных понятий и алгоритмов теории графов в рамках изучаемой темы.

Метапредметные: навыки и опыт применения языка теории графов к решению задач.

Личностные: ценностное отношение к математическим знаниям.

Этапы занятия:

1. Постановка цели занятия
2. Историческая справка
3. Теоретическая справка
4. Подведение итогов

2) *Плоский граф* — это граф, нарисованный таким образом, что его ребра не пересекаются. Говорят, что граф допускает плоскую укладку, если его можно нарисовать как плоский. Также плоские графы называют планарными.

- Граф, изображенный на (рисунке 35)- плоский:

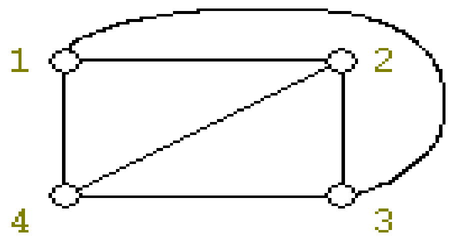


Рис. 35

- Существуют и непланарные графы. На рисунке 36 показаны два таких графа: полный пятивершинник и полный двудольный граф. Для них есть специальные обозначения: K_5 и $K_{3,3}$соответственно.

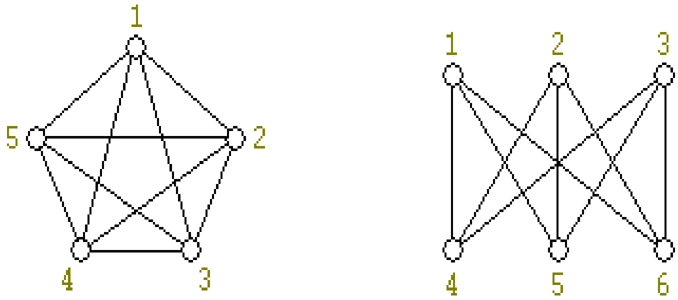


Рис. 36

Двудольный граф - это граф, вершины которого разбиты на две доли (части), а ребра проходят только между вершинами из разных частей.

В планарном графе можно говорить не только о вершинах и ребрах, но и о гранях.

Грань - это часть плоскости, окруженная простым циклом и не содержащая внутри себя других элементов графа.

Внешняя грань - это вся плоскость, окружающая плоский граф.

<u>Задача о трёх домах и трёх колодцах</u>

Три соседа имеют три общих колодца. Можно ли провести непересекающиеся дорожки от каждого дома к каждому колодцу. Дорожки не могут проходить через колодцы и домики (рисунке. 37).

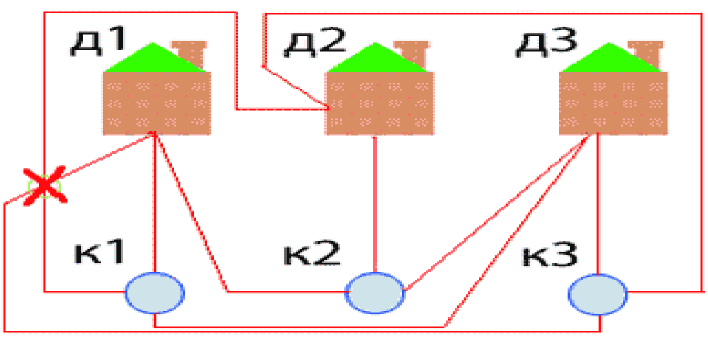


Рис. 37

Решение: Предположим, что это сделать можно.

Изобразим дома зелёными, а колодцы — сними точками и каждую зелёную точку соединим дугой с каждой синей точкой так, чтобы девять полученных дуг попарно не пересекались. Тогда всякие две точки, изображающие дома или колодцы, будут соединены цепочкой дуг, и в силу теоремы Эйлера эти девять дуг разделят плоскость на $9-6+2=5$ областей. Каждая из пяти областей ограничена по крайней мере четырьмя дугами, так как по условию задачи ни одна из дорожек не должна непосредственно соединять два дома или два колодца. Поэтому число дуг должно быть не меньше $\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 = 10$, и, следовательно, наше предположение неверно.

3) Каждый из учащихся придумывает свою задачу на укладку графа на плоскости, затем обмениваются с соседом по парте и решают. Самая интересная задача зачитывается и разбирается со всем классом.

4) Итоги занятия:

- Возникали ли у вас трудности на уроке?
- Понравилось ли вам решать задачи?

Конспект занятия 7 по теме: «Раскраска вершин графа»

Основная цель: определение и рассмотрение следующих понятий: раскраска вершин графа, рассматривают алгоритм правильной раскраски вершин графа. Рассмотреть следующие исторические задачи: о раскраске географической карты 4 цветами, создание и раскрашивание собственных карт.

Планируемые результаты:

Предметные: знание основных понятий и алгоритмов теории графов в рамках изучаемой темы.

Метапредметные: навыки и опыт применения языка теории графов к решению задач.

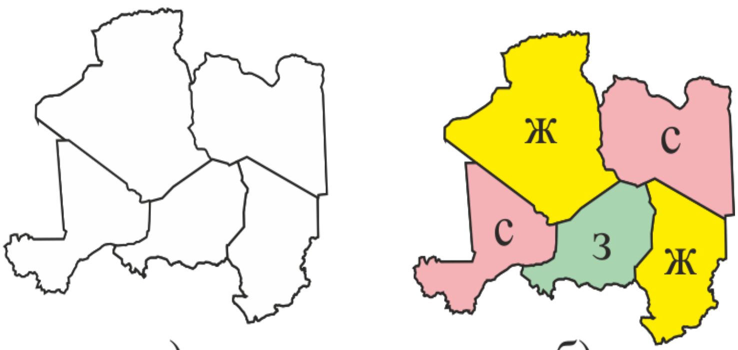
Личностные: ценностное отношение к математическим знаниям.

Этапы занятия:

1. Постановка цели занятия
2. Историческая справка
3. Теоретическая справка
4. Подведение итогов

2) Одной из наиболее интересных задач теории графов, с которой необходимо знакомить школьников, является задача о раскрасках вершин графа. На практике к этой задаче сводятся такие проблемы как составление расписаний занятий в учебном заведении, распределение оборудования на предприятии, выбор расцветки проводов при монтаже электрооборудования автомобиля и многие другие. Классической задачей о раскраске графа, с помощью которой хорошо демонстрируется суть проблемы, является задача о раскраске политической карты мира.

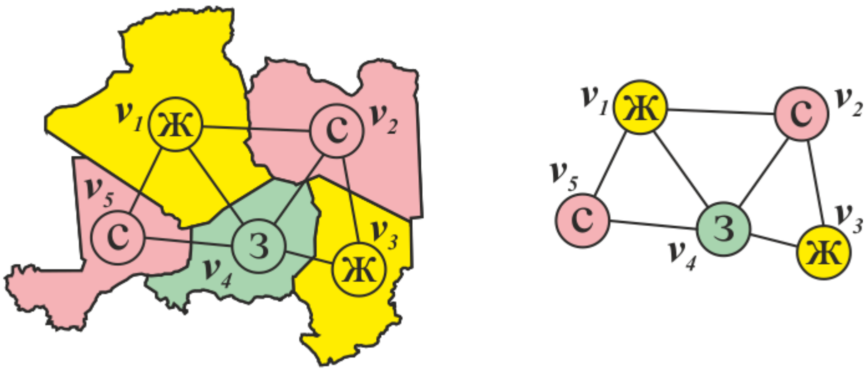
Имеется карта мира, с нанесенными границами между государствами (фрагмент такой карты представлен на (рисунке. 38), для удобства цвета обозначены буквами: Ж – желтый, С – сиреневый, З - зеленый). Каждое государство необходимо раскрасить в определенный цвет так, чтобы граничащие с ним государства были окрашены в различные цвета – для того, чтобы они были хорошо заметны на карте. Количество используемых красок для раскраски всей карты должно быть минимальным. Очевидно, что при такой постановке проблемы государства, не граничащие между собой, могут быть окрашены в один и тот же цвет (рис. 38 б).



а) б) *Рис. 38*

Фрагмент политической карты мира (а – не раскрашенный, б – раскрашенный)

Представим карту посредством графа (рисунке. 39). Таким образом, раскраской вершин неориентированного графа *G* называется такое задание цветов вершинам, что если (v_1, v_2) – ребро, то вершины v_1 и v_2 имеют различные цвета (рис. 39,б). Такую раскраску называют правильной.

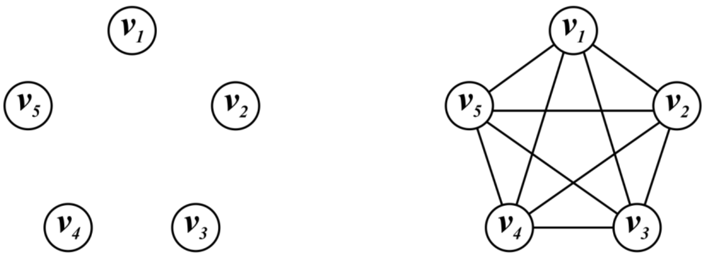


а) б)

Рис. 39 Представление карты (а) графом (б)

Минимальное число цветов, требующихся для раскраски графа, называют хроматическим числом. Обычно его обозначают $\chi(G)$.

Возникает вопрос, а сколько существует способов раскраски графа при определенном наборе красок? Напомним, что пустым графом (его обозначаютO_n) называется граф, не имеющий ни одного ребра – в нем есть только вершины (рис. 40,а). Полный же граф (его обозначают K_n) наоборот, имеет связи между всеми вершинами – они соединены ребрами друг с другом (рис. 40,б)



а) б)

Рис. 40 Пустой (а) граф O_5 и полный (б) граф K_5

Вершины пустого графа раскрашиваются независимо – ведь они не связаны между собой ребрами. Они могут быть окрашены в различные цвета или в один и тот же цвет.

<u>Алгоритм, правильной раскраски вершин графа:</u>

Предположим, что множество вершин как-то упорядочено и x_i — i-я вершина этого множества. Тогда первоначальная допустимая раскраска может быть получена так: окрасить x_i в цвет 1. Каждую из оставшихся вершин окрашивать последовательно: вершина x_i окрашивается в цвет с наименьшим возможным «номером» (т. е. выбираемый цвет должен быть первым в данном упорядочении цветом, не использованным при окраске какой-либо вершины, смежной x_i).

Покажем работу этого алгоритма на примере. Пусть дан граф, вершины которого надо раскрасить (рис. 41,а). Построим список вершин по убыванию степеней: степень 3 (deg=3) имеют вершины v_1 и v_4; степень 2 (deg=2) имеют вершины v_2, v_3 и v_5.

Выберем вершину с наибольшей степенью, например, v_1 и окрасим ее (рис. 41,б). Мы выбрали в качестве первого цвета синий (С). Вершины, смежные с вершиной v_1, а это вершины v_2, v_4 и v_5 не могут быть окрашены в синий цвет. Ищем вершины, которые можно окрасить в синий цвет. Это единственная вершина v_3. Окрашиваем ее в синий цвет (рис. 41,в). Синий цвет исчерпан, в него нельзя больше окрасить ни одну вершину. Выбираем из списка нераскрашенных вершин вторую вершину с максимальной степенью – это вершинаv_4 и окрашиваем ее во второй цвет (рис. 41,г). Пусть это будет красный (К) цвет. Из оставшихся не раскрашенными вершин, вершина v_5 не может быть раскрашена в красный цвет. Ищем вершины, которые можно окрасить в красный. Это единственная вершина v_2. Раскрасим ее в красный. Красный цвет исчерпан. Выбираем единственную не раскрашенную вершину v_5 и раскрашиваем ее в третий цвет – зеленый (З). На этом раскраска графа завершена. Количество используемых красок 3.

3) Учитель предлагает учащимся создать собственные карты и раскрасить их.

4) Итоги занятия:

- Что нового вы узнали на уроке?
- Понравилось ли вам создавать собственные карты?
- Возникли ли у вас трудности?

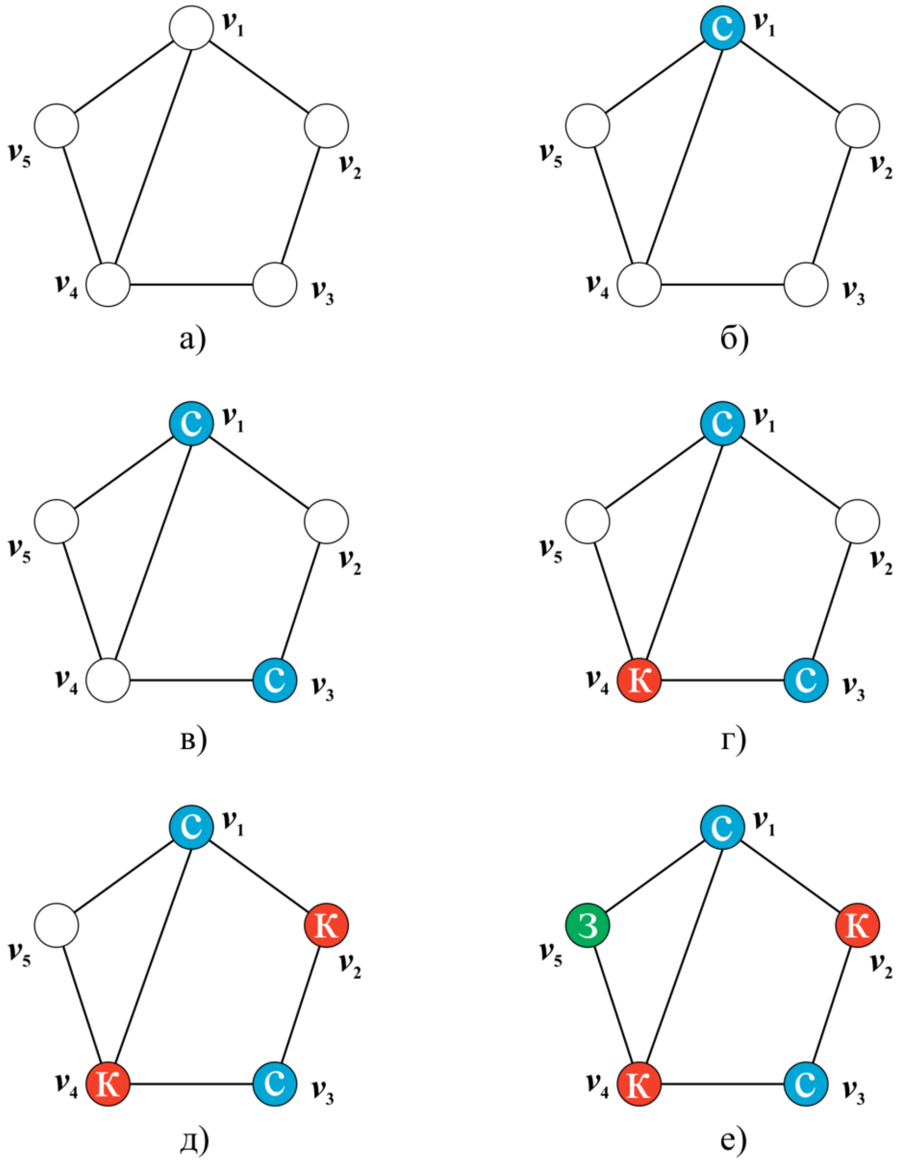


Рис. 41 Процесс раскраски графа

Конспект занятия 8 по теме: Практикум «Графы помогают решать задачи»

Основная цель: сформировать у учащихся представление о решении тематических, логических, олимпиадных задач.

Планируемые результаты:

Предметные: знание основных понятий и алгоритмов теории графов в рамках изучаемой темы.

Метапредметные: навыки и опыт применения языка теории графов к решению задач.

Личностные: ценностное отношение к математическим знаниям.

Этапы занятия:

1. Постановка цели занятия
2. Практическая часть
3. Подведение итогов

2) *Задача 1* Перерисуйте следующие графы так, чтобы ребра пересекались только в вершинах. Какие из них являются деревьями?

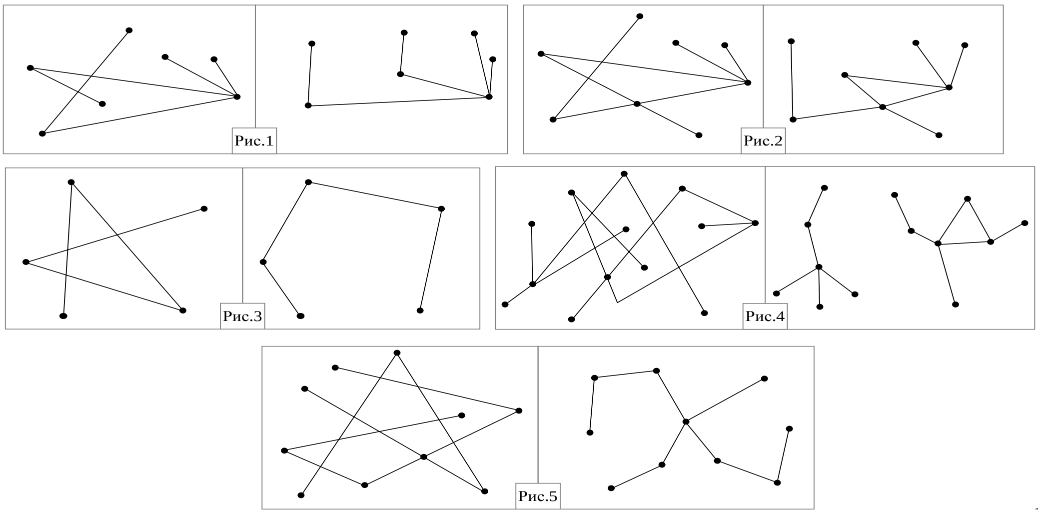
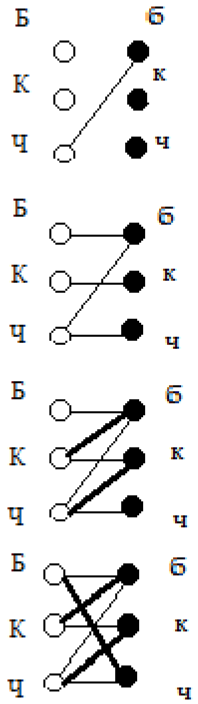


Рис. 42

Ответ: 1, 3, 5.

Задача 2 Встретились три подруги: Белова, Краснова и Чернова. На одной из них было надето черное платье, на другой – красное, а на третьей белое. Девочка в красном платье говорит Черновой: « Нам надо поменяться платьями, а то цвет наших платьев не соответствует нашим фамилиям». Кто из девочек в какое платье был одет?

Решение: Здесь мы имеем два равночисленных множества: множество фамилий и множество цветов платьев. Между этими множествами надо установить взаимно-однозначное соответствие. Для этого построим граф. Пусть белые кружочки Б, К и Ч изображают элементы первого множества (Белова, Краснова и Чернова), а черные кружочки б, к и ч – элементы второго множества – белое, красное и чёрное. Условимся соединять эти кружочки тонкой линией, если между ними нет соответствия. Если же соответствие между кружочками установлено правильно, то будем соединять их жирной линией.



Из первого условия вытекает, что девочка в белом платье не может быть Черновой. Отметим это на чертеже соединив кружочке Ч и Б тонкой линией.

Из второгоусловия следует, что кружок Б не соответствует кружку б, кружок К- кружку к и кружок Ч-кружку ч (цвет платья не соответствует фамилии)

Теперь видно из чертежа , что кружку Ч может соответствовать лишь кружок к, а кружок б- только кружок К. Отметим эти соответствия жирной линией.

Теперь ясно, что кружок Б может соответствовать только кружку ч.

Рис. 43

Следовательно, Белова одета в чёрное платье, Чернова одета в красное платье и Краснова - в белое платье.

Задача 3 Между 9 планетами Солнечной системы введено космическое сообщение. Ракеты летают по следующим маршрутам: Земля–Меркурий, Плутон–Венера, Земля–Плутон, Плутон–Меркурий, Меркурий–Венера, Уран–Нептун, Нептун–Сатурн, Сатурн–Юпитер, Юпитер–Марс и Марс–Уран. Можно ли добраться с Земли до Марса?

Решение. Нарисуем граф, где вершины – это планеты, а ребра – это маршруты.

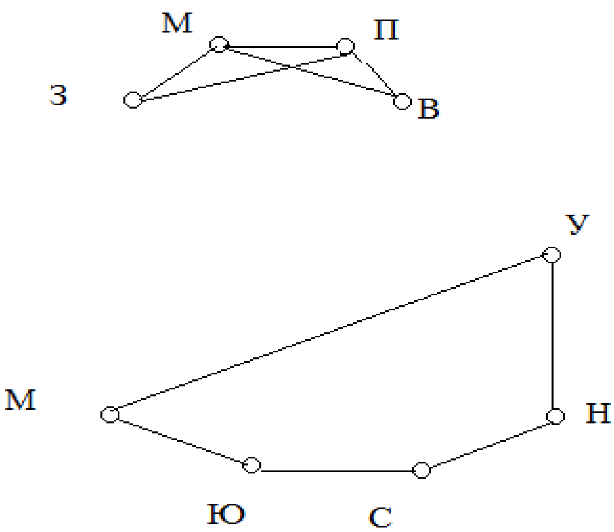


Рис. 44

Теперь видно, что долететь от Земли до Марса нельзя.

Задача 4 В некоторой стране 30 городов, причем каждый соединен с каждым дорогой. Какое наибольшее число дорог можно закрыть на ремонт так, чтобы по оставшимся дорогам из каждого города можно было проехать в каждый?

Решение: Найдем ответ на другой вопрос. Сколько дорог можно оставить? Схема дорог соединяющих города страны – граф. Вершины в этом графе – города, ребра – дороги. Закрыть дороги, значит выкинуть ребра из графа. Чтобы по оставшимся дорогам из каждого города можно было проехать в каждый, граф должен быть связным. Если в графе есть фрагмент - цикл, то из него можно «разорвать», т.е. выкинуть из цикла одно ребро, все равно останется связный граф. Таким образом, в минимальном случае останется связный граф без циклов – то есть дерево. Так как в дереве ребер на одно меньше чем вершин, то останется 29 дорог. В стране каждый город соединен с каждым, т.е. дорог в нем $\frac{30 \cdot 29}{2} = 435$. Закрыть можно 435-29 = 406.

Ответ: Можно закрыть 406 дорог.

Задача 5 У Царя Гвидона было 5 сыновей. Среди его потомков 100 имели каждый ровно по 3 сына, а остальные умерли бездетными. Сколько потомков было у царя Гвидона?

Решение 1

Схему родственных отношений семьи Гвидона можно представить в виде графа. Вершины графа – Гвидон и потомки, ребра – родственная связь «отец-сын». Этот граф будет деревом (в нем нет циклов так как у человека не может быть двух отцов). В этом графе будет $5 + 3 \cdot 100 = 305$ ребер «отец-сын». Так как этот граф – дерево, то в нем 306 вершин (одна из вершин – Гвидон). Значит потомков у Гвидона – 305.

Решение 2

Пусть всего было n потомков. Из них 100 имели по 3 сына, а остальные $n - 100$ – умерли бездетными. Нарисуем соответствующий граф (двух людей соединим ребром, если один из них отец другого). В этом графе n+1 вершина (кроме потомков есть еще сам Гвидон). Посмотрим сколько от вершин отходит ребер. От Гвидона ведет 5 ребер, от n-100 вершин ведет всего по одному ребру (т.к. они умерли бездетными, то есть только одно ребро, ведущее к отцу), и еще от 100 вершин ведет по 4 ребра (три ребра к сыновьям и одно к отцу). Посчитаем, сколько всего ребер: $\frac{5+n-100+4\cdot 100}{2}=\frac{n+305}{2}$.

Но с другой стороны, этот граф – дерево, поэтому ребер в нем должно быть на 1 меньше чем вершин, т.к. вершин n+1, то ребер n. Получили уравнение $\frac{n+305}{2}=n$, откуда n=305.

Ответ: 305

Конспект занятия 9 по теме: «Урок конференция»

Основная цель: дать учащимся возможность самореализоваться и выступить со своими проектными исследованиями перед товарищами

Этапы занятия:

1. Постановка цели занятия
2. Выступление учащихся
4. Подведение итогов

1) Сегодня у нас с вами последнее занятие элективного курса. Сегодня вы будете представлять к защите свои проекты.

2) Темы проектных работ:

11.Графы в психологии

12.Графы в генетике

13.Графы в физике

14.Графы в головоломках

15.Графы и игры на шахматной доске

16.Проблема раскраски карты

17.Графы в решении логических задач

18.Задачи на связность графов

19.Нахождение кратчайшего пути в графе

20. Решение лабиринта при помощи графов

3) Итоги занятия:

- Понравилось ли вам работать с данной темой?
- Возникали ли у вас трудности при создании своего проекта?
- Какую вы бы сами себе поставили оценку?

После чего учитель объявляет оценки учащихся.

2.3 Педагогический эксперимент: основные этапы и результаты

Педагогический эксперимент был проведён в одной из школ г. Красноярска в школе №150 в ходе которого нами было организовано специальное обучение математике учащихся 9 классов направленное на формирование основ математической компетенции в области теории графов.

В ходе формирующего этапа эксперимента, нами было организовано обучение учащихся 9 кл. курсу по выбору «Графы вокруг нас».

На констатирующем и заключительном этапах эксперимента, для оценки и измерения уровня сформированности основ математической компетенции в области приложений теории графов нами применялись следующие диагностические инструменты:

− *Тесты* для диагностики уровня сформированности когнитивного компонента компетентности;

− *Практико-ориетнированные задачи и задания* для диагностики уровня сформированности праксиологического компонента компетентности;

− *Анкеты и наблюдение* для диагностики уровня сформированности аксиологического компонента компетентности.

Рассмотрим примерные типы диагностических срезов, которые предлагались учащимся с целью оценки и измерения уровня сформированности основ математической компетенции в области приложений теории графов.

Срез 1 (тест)

1. Точки графа называются?

А) рёбрами графа

Б) пунктами графа

В) вершинами графа

Г) узлами графа

2. Граф – это?

А) множество точек, две из которых обязательно соединяются линиями

Б) множество точек, которые никогда не соединяются линиями

В) только две точки, которые соединяются линиями

Г) множество точек, которые могут соединяться линиями

3. Линии, которые связывают вершины, называются?

А) сторонами графа

Б) вершинами графа

В) рёбрами графа

Г) отрезками

4. Сколько рёбер в полном графе с 20 вершинами?

А) 180

Б) 200

В) 190

5. Полный граф имеет 7 вершин, то количество ребер будет равно?

А) 14

Б) 21

В) 7

Г) 42

Срез 2 (практико-ориентированные задачи)

1) Имеется 100 городов, между некоторыми из них проложены дороги. Известно, что из любого города можно попасть в любой другой, причем по единственному маршруту. Сколько имеется дорог?
2) Необходимо проложить железную дорогу, которая соединит несколько крупных городов A, B, C, D и E, так, чтобы стоимость прокладки пути была минимальной. Стоимость прокладки пути между каждой парой городов указана в таблице 2, а расположение городов на карте (рис. 1)

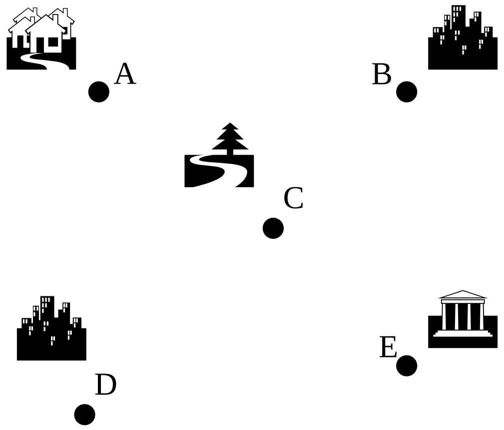


Рис. 1

Таблица 2. Стоимость прокладки пути между каждой парой городов

	A	***B***	***C***	***D***	***E***
A		***1,5***	***1***	***2***	***2,5***
B	***1,5***		***1,2***	***3***	***0,8***
C	***1***	***1,2***		***1,1***	***0,9***
D	***2***	***3***	***1,1***		***2,7***
E	***2,5***	***0,8***	***0,9***	***2,7***	

3) На предприятии планируется выполнить 8 работ: V_1, V_2, …, V_8. Для выполнения этих работ необходимы механизмы: A_1, A_2, … , A_6. Использование механизмов для каждой из работ определяется следующей таблицей:

Механизм	**Работа**							
	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8
A_1	+		+				+	+
A_2		+		+				
A_3			+			+	+	
A_4	+	+		+	+			
A_5			+		+			+
A_6					+	+		+

Ни один из механизмов не может быть использован одновременно на двух и более работах. Выполнение каждой работы занимает 1 час. Как распределить механизмы, чтобы суммарное время выполнения всех работ было минимальным и каково это время?

Срез 3 (анкета)

1. Использовали ли вы граф - как математическую модель при решении задач?

А) да Б) нет В) не знаю

2. Возникали ли у вас трудности с применением теории графов при решении практических задач?

А) да Б) нет В) не знаю

3. Понравилось ли вам работать с теорией графов?

А) да Б) нет В) не знаю

4. Хотелось ли вы продолжать изучать теорию графов?

А) да Б) нет В) не знаю

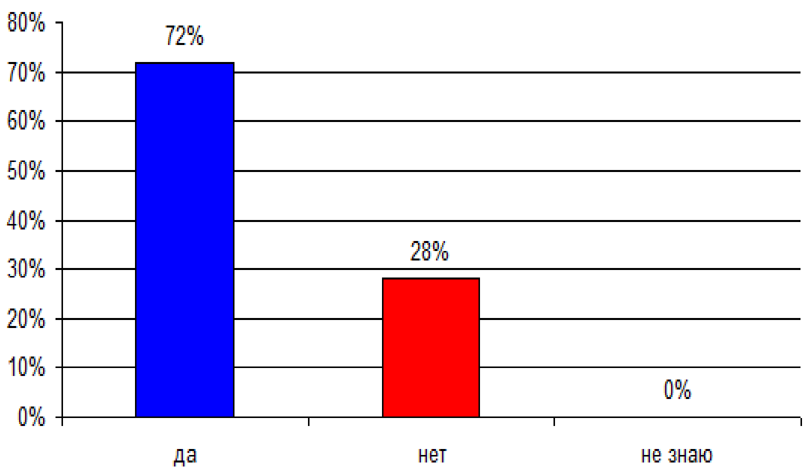
5. Как вы оцениваете свои знания в области т. графов?

А) отлично Б) хорошо В) удовлетворительно

Результаты констатирующего этапа эксперимента:

На вопрос: встречались ли вы ранее с понятием «граф»?

72% учащихся ответили «да», 28% учащихся ответили - «нет»

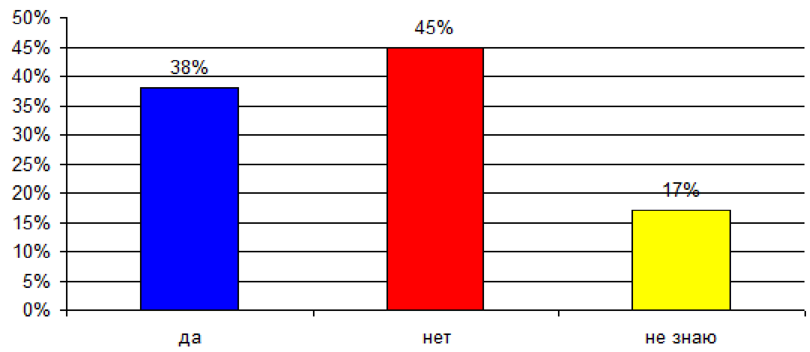


На вопрос: Использовали ли вы граф как математическую модель?

38% учащихся ответили - «да»

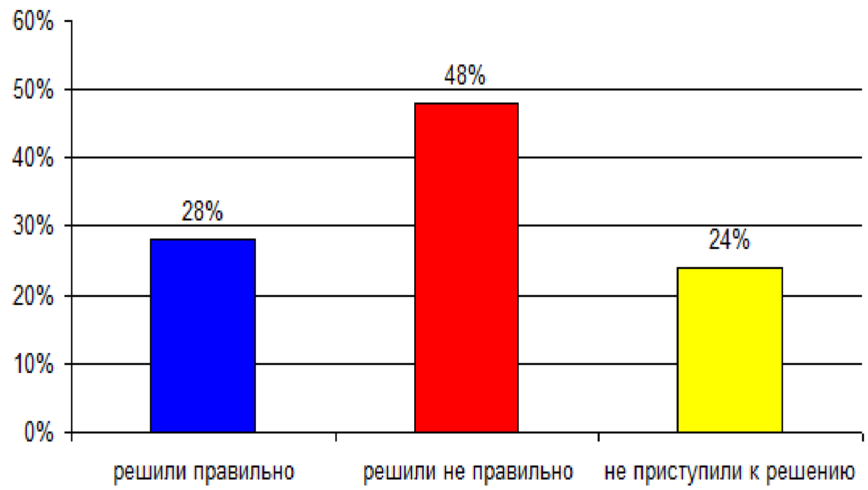
45% учащихся ответили - «нет»

17% учащихся ответили – «не знаю»

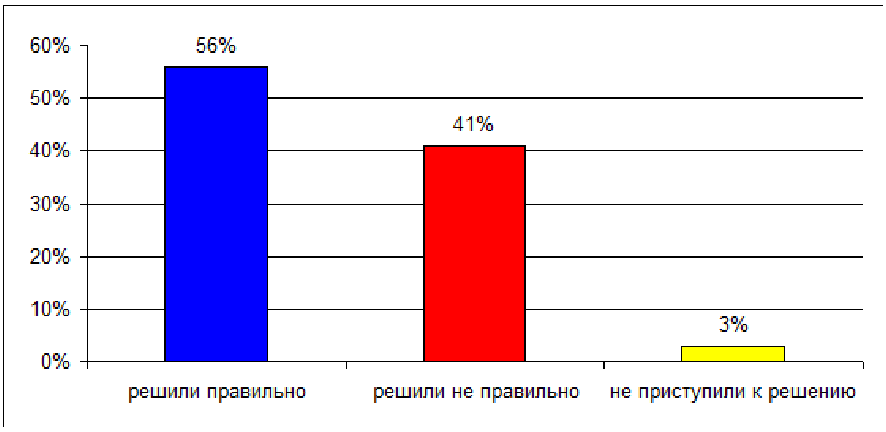


С помощью построения графа решите следующую задачу:

а) В шахматном турнире по круговой системе, при которой каждый участник встречается с каждым, участвуют 7 школьников. Известно, что в настоящий момент Ваня сыграл шесть партий, Толя – пять, Леша и Дима – по три, Семен и Илья – по две, Женя – одну. С кем сыграл Леша?

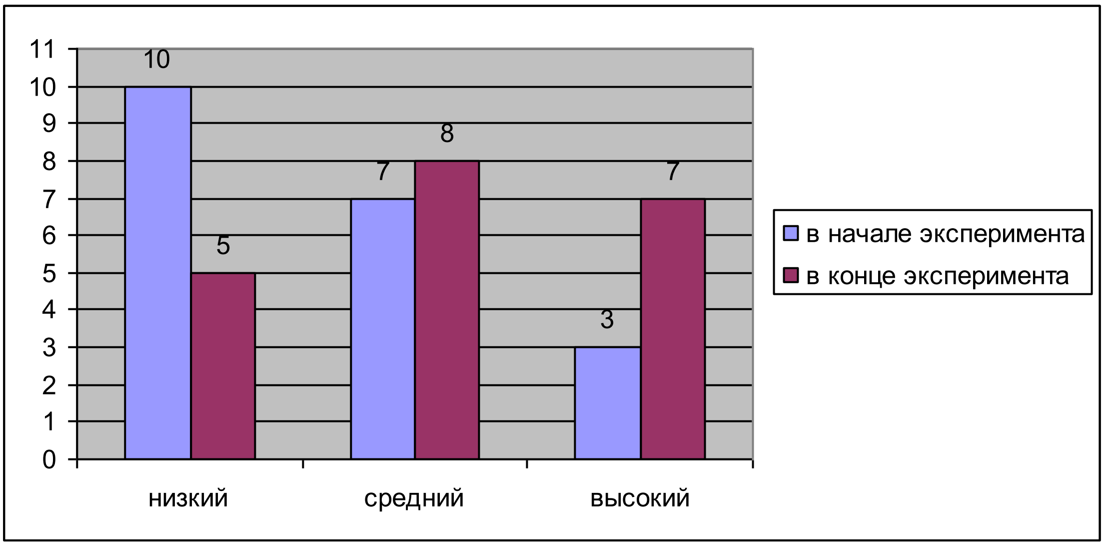


б) Три подруги вышли в белом, зеленом и синем платьях и туфлях. Известно, что только у Ани цвета платья и туфель совпадали. Ни туфли, ни платье Вали не были белыми. Наташа была в зеленых туфлях. Как были одеты подруги?



Полученные результаты констатирующего этапа эксперимента показали, что есть школьники на разных ступенях обучения, которые совсем не знакомы с понятием «графы» и не могут уверенно решать задачи и не готовы применять эти знания на практике.

Результаты педагогического эксперимента после проведения занятий элективного курса: «Графы вокруг нас», представлены на диаграмме ниже:



Вывод: Результаты педагогического эксперимента показали положительную динамику сформированности основ математической компетентности в области приложений теории графов у учащихся.

Заключение

Специфика теории графов позволяет вводить ее основные понятия в предметную область общего образования школьников «Математика и информатика», методологически связывая их с практикой, показывая пути возникновения этих понятий при помощи формализации и обобщения различных сторон действительности.

Простой язык теории графов позволяет решать многочисленные и разнообразные задачи практического контекста.

В данной работе, на основе анализа теоретических аспектов включения элементов теории графов в математическое образование школьников, разработана методика обучения учащихся 9 классов курсу по выбору «Графы вокруг нас ».

В рамках изучения данного курса учащиеся на простых примерах познакомятся с основными понятиями теории графов и с их приложениями к решению различных практических задач.

Для данного курса нами разработано следующее методическое обеспечение: программа курса, 9 конспектов занятий.

Апробация авторского курса «Графы вокруг нас» проходила на базе МБОУ СШ № 150 г. Красноярска.

В ходе формирующего этапа эксперимента, нами было организовано обучение учащихся 9 кл. курсу по выбору «Графы вокруг нас».

Результаты педагогического эксперимента показали положительную динамику сформированности основ математической компетентности в области «Приложения теории графов».

Все основные задачи исследования решены и цель достигнута.

Список литературы

1. Аммосова Н. В., Коваленко Б. Б. — МКО – 2009, т. 1, стр. 123–132 использованние теории графов в математическом образовании школьников

2. Андерсон, Дж. Дискретная математика и комбинаторика. – М.: Изд. дом «Вильямс», 2004.

3. Асеев Г.Г. Дискретная математика: Учебное пособие / Г.Г. Асеев, О.М. Абрамов, Д.Э. Ситников. – Ростов н/Д: Феникс; Харьков: Торсинг, 2008. – 144 с.

4. Атанасян Л.С. Геометрия. Учебник для 7–9 классов средней школы / Л.С. Атанасян [и др.]. – М.: Просвещение, 1990. – 376 с.

5. Березина Л.Ю. Графы и их применение. – М.: Просвещение, 1979. – 143 с.

6. Березина, Л.Ю. Графы и их применение. – М.: Просвещение, 1979.

7. Выготский Л.С. Педагогическая психология // Психология: классические труды. М., 1996.

8. Денищева Л. О., Глазков Ю.А., Краснянская К. А. Проверка компетентности выпускников средней школы при оценке образовательных достижений по математике//. Математика в школе №6 2008г

9. Елисеев, Е.М. Основы дискретной математики: учебное пособие / Е.М. Елисеев, М.Е. Елисеев. – Арзамас, АГПИ им. А.П. Гайдара, 2005.

10. Емеличев, В.А. Лекции по теории графов / В.А. Емеличев, О.И. Мельников, В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич. – М.: Наука, 1990.

11. Жданов, С.А. Сборник задач по дискретной математике: Учебное пособие /С.А. Жданов, В.Л. Матросов, В.А. Стеценко. – М.: МПГУ, 2005

12. Загоруйко, И.Т. Приложения теории графов. – Новосибирск , 1993.

13. Зимняя И.А. Компететностный подход. Какого его место в системе современных подходов к проблемам образования? (Теоретико-

методологический аспект) // Высшее образование сегодня. 2006. № 8. С. 21–26.

14. Кейв М.А. Дискретная математика для будущего учителя: учебное пособие. – Красноярск: КГПУ им. В.П. Астафьева, 2009.

15. Кейв М.А. Дискретная математика: учебное пособие [электронное издание]. – Красноярск: КГПУ им. В.П. Астафьева, 2016.

16. Кейв М.А., Власова Н.В. Инновационные процессы в профильном образовании: учебное пособие; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В. П. Астафьева. – Красноярск, 2015,-168с.

17. Колягин Ю.М. Методика преподавания математики / Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканкин [и др.]. – М.: Просвещение, 1977.

18. Костин С.В. «Об использовании задач по теории графов для интеллектуального развития учащихся» ФБГОУ ВПО «Московский государственный технический университет радиотехники, электроники и автоматики»// Актуальные проблемы обучения математичке и информатике в школе и вузе. МПГУ. Москва. 2014. 543с.

19. Мельников, О.И. Занимательные задачи по теории графов – Минск: Тетрасистемс, 2001.

20. Мельников, О.И. Незнайка в стране графов. – М.: КомКнига/URSS, 2006

21. Мельников, О.И. Обучение дискретной математике: монография. – М.: Изд-во ЛКИ, 2008.

22. Мерлина Н.И., Карташова С.А., Элементы теории графов// Элективные курсы для профильной школы/ Н.И. Мерлина, А.В. Мерлин, С.А. Карташова, С.А. Ярдухина, А.К. Ярдухин. Чебоксары: Изд-во Чуваш. 2013. 306 с..

23. Профессиональный стандарт. Педагог (педагогическая деятельность в дошкольном, начальном общем, основном общем, среднем общем образовании). 2013.

24. Ромасева Ю. А. Теория графов в школьном курсе математики [Текст] / Ю. А. Ромасева, Т. А. Конради, М. А. Кейв // Педагогический опыт: теория, методика, практика : материалы VIII Междунар. науч.–практ. конф. (Чебоксары, 13 июня 2016 г.) / редкол.: О. Н. Широков [и др.]. — Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2016. — № 3 (8). — С. 248–252. — ISSN 2412-0529.

25. Татьянченко Д.В., Воровщиков С.Г. Программа общеучебных умений: совершенствование эффективности формирования познавательной компетентности школьников. //Образование в современной школе. - №6.- 2002. с. 44-57.

26. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. 2010. Шевченко, В.Е. Некоторые способы решения логических задач. – Киев, Вища школа, головное изд-во, 1979 – 80 с.

27. Хабибуллин К.Я. Граф-схемы в геометрических задачах // Математика в школе. – 2009. – №4.

28. Хуторской А.В. Ключевые компетенции как компонент личностно ориентированной парадигмы образования // Народное образование. 2003. № 2. С. 58–64].

29. Шкерина Л.В. Ш66 Измерение и оценивание уровня сформированности профессио- нальных компетенций студентов – будущих учителей математи- ки: учебное пособие; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. Красноярск, 2014. – 136 с

30. Шкерина Л.В., Багачук А.В., Кейв М.А., Шашкина М.Б. Теоретические основы и технологии измерения и оценивания профессиональных компетенций студентов – будущих учите- лей математики: монография. Красноярск, 2013. 312 с.

31. Энциклопедия: Дискретная математика /Гл. ред. В.Я. Козлов. – М.: БРЭ, 2004.

32. Яблонский, С.В. Введение в дискретную математику /С.В. Яблонский. – М.: Высшая школа, 2003.

33. Электронный ресурс: URL:https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%80%D0%B5%D0%B4%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B0_%D0%BE%D0%B1%D1%83%D1%87%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F.