[]МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им.В.П.АСТАФЬЕВА
(КГПУ им.В.П.Астафьева)

Институт/факультет Институт математики, физики и информатики
(полное наименование института/факультета/филиала)

Выпускающая кафедра Базовая кафедра информатики и информационных технологий в образовании
(полное наименование кафедры)

Панина Наталья Викторовна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Тема **Цифровой образовательный ресурс на базе web–платформы как средство обучения геометрии в 9 классе**

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование
(код и наименование направления)

Профиль Информатика
(наименование профиля для бакалавриата)

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой
д.п.н., профессор Пак Н.И.
(ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы)

(дата, подпись)

Руководитель к.ф-м.н., доцент базовой кафедры ИИТО Романов Д.В.
(ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы)

Дата защиты

Обучающийся Панина Н.В.
(фамилия, инициалы)

(дата, подпись)

Оценка
(прописью)

Красноярск 20__

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ

Математическое образование играет важную роль как в практической, так и в духовной жизни общества. Практическая сторона математического образования связана с формированием рациональных способов деятельности, с интеллектуальным развитием человека, духовная — формированием характера и общей культуры.

Практическая полезность математики обусловлена тем, что ее предметом являются фундаментальные структуры реального мира: пространственные формы и количественные отношения — от простейших, усваиваемых в непосредственном опыте, до достаточно сложных, необходимых для развития научных и технологических идей. Без конкретных математических знаний затруднено понимание принципов устройства и использования современной техники, восприятие и интерпретация разнообразной социальной, экономической, политической информации, малоэффективна повседневная практическая деятельность: человеку в своей жизни приходится выполнять достаточно сложные расчеты, находить в справочниках нужные формулы и применять их, владеть практическими приемами геометрических измерений и построений, читать информацию, представленную в виду таблиц, диаграмм, графиков, понимать вероятностный характер случайных событий, составлять несложные алгоритмы и др.

Без базовой математической подготовки невозможно стать образованным современным человеком. В школе математика служит опорным предметом для изучения смежных дисциплин.

В жизни реальной необходимостью в наши дни является непрерывное образование, что требует полноценной базовой общеобразовательной подготовки, в том числе и математической. И наконец, все больше специальностей, где необходим высокий уровень образования, связаны с непосредственным применением математики (экономика, бизнес, финансы, физика, химия, техника, информатика, биология, психология и др.). Таким образом, математика становится значимым предметом.

Для жизни в современном обществе важным является формирование математического стиля мышления, проявляющегося в определенных умственных навыках. В процессе математической деятельности в арсенал приемов и методов человеческого мышления естественным образом включаются индукция и дедукция, обобщение и конкретизация, анализ и синтез, классификация и систематизация, абстрагирование и аналогия. Объекты математических умозаключений и правила их конструирования вскрывают механизм логических построений, вырабатывают умения формулировать, обосновывать и доказывать суждения, тем самым развивают логическое мышление Математике принадлежит ведущая роль в формировании алгоритмического мышления, умения действовать по заданному алгоритму, в конструировании новых алгоритмов. Основной учебной деятельностью на уроках математики является решение целого ряда разнообразных задач, они развивают творческие и прикладные стороны мышления.

Геометрия – один из важнейших компонентов математического образования, необходимый для приобретения конкретных знаний о пространстве и практически значимых умений, формирования языка описания объектов окружающего мира, для развития пространственного воображения и интуиции, математической культуры, для эстетического воспитания учащихся. изучение геометрии вносит вклад в развитие логического мышления, в формирование понятия доказательства.

Отличие математики от ряда других дисциплин состоит в использовании высокоразвитой системы символических записей. Действительно, многие положения элементарной математики можно записать, используя обычные слова. Тем не менее, при попытках представления чуть более сложных математических выражений в литературной форме порой возникают большие трудности. Умение представлять идеи в символьной форме является ключевым при анализе и оперировании данными в математике, для чего разработаны языки и формализмы написания и конструирования формул (записи тождеств, пределов, интегралов, множеств, формулировок аксиом и теорем).

Школьный курс геометрии для старших классов не является исключением [25]. При изучении этого предмета учащийся овладевает навыками абстрактного мышления, умением выполнять вспомогательные построения, культуре математически строгого доказательства. Вследствие многошаговости ряда построений, значительно затруднено первоначальное восприятие материала с листа, когда ученик видит финальное построение и вынужден реконструировать весь его ход по текстовому описанию процесса. Этим обусловлена **актуальность работы** по поиску новых дидактических приёмов подачи материала, особенно в онлайн и удалённом обучении.

При создании цифровых образовательных ресурсов (ЦОР) использование техник подготовки и публикации печатных вариантов материалов по прежнему актуально, и в настоящее время выражается в использовании Word (с дополнительными расширениями наподобие MathType [2]) или в использовании издательской системы LaTeX [18].

Тем не менее, слепое копирование такого продукта в сеть имеет ряд недостатков — материал не интерактивен, не используются мультимедиа и интерактивные возможности браузеров.

Для учителей геометрии неоценимую помощь оказывают пакеты для компьютерного построения чертежей, таких, как GeoGebra [4]. Они позволяют ученику двигать ключевые точки построения, сохраняя его порядок и структуру, что помогает осознать природу, цель и порядок выполняемых действий.

Отсюда и возникла идея разработки эффективного синтеза в ЦОР учебника (с его строгим единым контекстом) и GeoGebr-ы со всеми её возможностями. Всё это потребует, как следствие, представления комплексных математических формул в большом количестве сразу на Интернет странице.

Существующие традиционные способы набора математики имеют ряд системных недостатков. Набор в Word и экспорт в html даёт html файлы сложной структуры и большого объёма, что как затрудняет поиск и исправление ошибок, так и делает невозможным внедрения на страницу других веб-элементов (демонстрации, плагины, и так далее), потому что при каждом изменении в основном тексте, экспорт и вставку придётся повторять заново.

Использование LaTeX с экспортом в html [18] требует скрупулёзной настройки очень комплексной консервативной издательской системы и не позволяет использовать при создании страниц современных фрейворков и библиотек для решения дизайнерских задач.

Для разрешения этой технической сложности можно опереться на возможности самой html5-платформы, потому что за недавнее время она сама пережила ряд значительных эволюционных скачков и теперь представляет собой отдельное явление масштаба новой операционной системы. Действительно, про web-приложения можно смело сказать следующее:

- они доступны на всех ОС и всех устройствах;
- приложения не требуют установки (web-приложения работают с сайта);
- отсутствуют проблемы совместимости версий с другими программами на том же самом ПК пользователя;

- у них есть доступ ко всем аппаратным возможностям несущей машины: аппаратное ускорение графики (WebGL [10]), проигрывание аудио и видео (теги <audio>, <video>, многочисленные плееры), кодирование и декодирование аудио и видео-потоков, доступ к веб-камере, полноценный двусторонний доступ к сети (web-сокеты) и т. д.

Это делает востребованным создание именно электронных ЦОР в первую очередь, вместо ориентации на настольные приложения и печатные виды издания, что дополнительно обусловливает актуальность настоящей работы.

Так же использование html5-решений позволит интегрировать в будущие ЦОР все появляющиеся техники работы и/или представления материалов, а также многие новые технологии (VR, AR, …). При создании современных ЭОР следует учитывать тенденции 2015-х годов: переход к интерактивным инструментам (GeoGebra, d3js, three.js и т. д.), когда материал допускает разнообразные способы интерактивного взаимодействия с собой.

При этом крайне желательно избегать повторного изобретения существующих решений, дублирования работы и потери уже накопленного опыта. При наборе сложной математики (не компоновке страницы) безусловным лидером является язык LaTeX[18]. Он лаконичен, легко запоминается, прост в редактировании и повторном использовании, имеет огромное сообщество, базу справок и опыт использования. Перенос этих существующих наработок на новую платформу позволит решить так же вопросы обучения и вопросы понижения порога входа в область, поскольку не будет требоваться такая сложная издательская система, как в случае настольного ПК и печатного документа (особенно в свете того, что с течением времени порог входа в старые решения только растёт, т. к. исчезают носители самой культуры, а их опыт не передаётся).

Цель работы — объединить наилучшие из существующих решения в области генерации математически-насыщенного текста (LaTeX) с современными методами преподавания, визуализации геометрических задач (Geo Gebra, d3js).

Была выбрана web-платформа, позволяющая как распространять материал через сеть без потери форматирования (включая оффлайн), так и создавать цифровые образовательные ресурсы, в виде мобильного приложения [14].

Объект — · цифровые образовательные ресурсы (ЦОР).

Предмет — · повторное использование и создания компонента ЦОР в гетерогенных средах (WinXP/Win7/…/Win10, Linux, iOS, Android, ...).

2. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

2.1 Основные понятия предметной области

Для начала дадим определения основных понятий, с которыми будем сталкиваться по ходу данной работы.

Математическая формула – принятая в математике (а также физике и прикладных науках) символическая запись законченного логического суждения (определения величины, уравнения, неравенства или тождества).

В более широком смысле формула – всякая символьная запись, противопоставляемая в математике различным выразительным способам, имеющим геометрическую интерпретацию: чертежам, графикам, диаграммам, графам и т. п.. Для полного описания языка задания формул, необходимо разобраться в основных видах и структурах формул. Как правило, в формулу входят переменные (одна или более), причём сама формула представляет собой не просто выражение, а некое суждение. Такое суждение может утверждать что-то о переменных, а может – о применяемых операциях. Точный смысл формулы зачастую подразумевается из контекста и его невозможно понять непосредственно из её вида.

В общем случае, можно составить список групп символов и конструкций, позволяющих однозначно задать большинство формул [11]:

1. Арифметические и логические операторы.
2. Греческие буквы.
3. Специальные символы.
4. Стрелки.
5. Радикалы.
6. Пределы.
7. Интегралы.
8. Крупные операторы.
9. Множества.

10. Скобки и разделители.

11. Матрицы.

HTML (от англ. HyperTextMarkupLanguage – «язык разметки гипертекста») – стандартный язык разметки документов во Всемирной паутине. Большинство веб-страниц создаются при помощи языка HTML (или XHTML). Язык HTML интерпретируется браузером и отображается в виде документа, в удобной для человека форме.

2.2 Обзор способов представления формул в web-документах

Для представления математических формул в HTML-документах проще всего использовать графические изображения. Обычно, формула набирается в каком-либо редакторе, а потом её графический растровый «слепок» вставляется в документ в виде изображения (результат выглядит, например, так [22]). Это самый старый и самый неудобный вариант: разрешение принтера или современного планшета на порядки превышает разрешение монитора, вследствие чего на печати или смартфоне формулы выглядят замыленными. В них невозможно вносить правки. Их нельзя копировать по частям, чтобы повторно использовать.

Рассмотрим основные из существующих современных подходов к решению данной задачи, их достоинства и недостатки.

Язык математической разметки MathML.

Язык гипертекстовой разметки HTML до сих пор является практически единственной технологией для разработки WWW-приложений как основных средств представления данных в Интернет. Одним из первых результатов практического применения XML-технологий было появление языков для описания и представления нового типа данных, нетрадиционных для WWW:

MathML (MathematicalMarkupLanguage), CML (ChemicalMarkupLanguage), VML (VectorMarkupLanguage), XFDL (ExtensibleFor s DescriptionLanguage) и др. [20].

XML подходит для разметки сложных и специализированных данных. В силу вышесказанного MathML можно определить как XML прикладную программу. XML представляет способ определения структуры и синтаксиса. Механизмы обработки и представления информации MathML требуют детальной разработки. Для обработки данных MathML необходимо расширить возможности окон просмотра.

Если бы прямое отображение MathML было возможно, то можно было бы создать формулу в любом редакторе, поддерживающем стандарт, затем вставить в HTML и сразу увидеть результат. Впоследствии формулу будет довольно просто изменить, так как ее исходный код присутствует в самом документе.

Чтобы MathML-формулы отобразились, пользователю нужен браузер Firefox и специальные шрифты, которые каждый пользователь должен загрузить и установить. Страница при этом должна поставляться в формате XML (формулы не работают на обычных HTML-страницах). Пользователи браузера InternetExplorer 6 смогут увидеть корректное отображение MathML формул, установив специальный плагин MathPlayer. Есть также плагины и для более ранних версий InternetExplorer [8]. Другие популярные браузеры (например, Opera) не покажут того, что ожидалось.

Таким образом, проблемой для широкого внедрения языка MathML в WWW было отсутствие достаточной XML-поддержки в стандартных Интернет-приложениях, главным образом, в популярных web-браузерах. MathML поддерживался в Firefox (начиная с версии 2), Google Chrome (версия 24), Opera (10.1). В связи с непопулярностью, Google Chrome, Internet Explorer/Edge и Opera отказались от поддержки этого стандарта [20], вследствие чего потребовалась найти альтернативу. В настоящее время это растровые изображения, векторные изображения, динамическое построение формулы с помощью css.

Макропакет системы компьютерной вёрстки LaTeX.

LaTeX – наиболее популярный набор макрорасширений (или макропакет) системы верстки, ориентированный на производство научных математических документов высокого типографского качества [12].

Пакет позволяет автоматизировать многие задачи набора текста и подготовки статей, включая набор текста на нескольких языках, нумерацию разделов и формул, перекрёстные ссылки, размещение иллюстраций и таблиц на странице, ведение библиографии и др. Кроме базового набора существует множество пакетов расширения LaTeX. Первая версия была выпущена Лесли Лэмпортом в 1984 году.

Во многих развитых компьютерных аналитических системах, например, Maple, Matheatica, Maxi a возможен экспорт документов в формат *.tex. Для представления формул в Википедии также используется TeX-нотация.

Термин LaTeX относится только к языку разметки, он не является текстовым редактором. Для того, чтобы создать документ с его помощью, надо набрать tex-файл с помощью какого-нибудь текстового редактора. В принципе, подойдёт любой редактор, но большая часть людей предпочитает использовать специализированные, которые так или иначе облегчают работу по набору текста LaTeX-разметки.

LaTeX имеет следующие достоинства:

1. Имеется несколько стандартных стилей (книга, статья, доклад, письмо), с помощью которых получаются документы очень высокого полиграфического качества.

2. Набирать математические формулы очень просто. Пользователю нужно знать всего несколько команд, которые определяют логическую

структуру текста, и почти ничего не надо знать о том, как документ форматируется.

3. Без особых трудностей можно получить сноски, список литературы, оглавление, список таблиц, указатель и т. п., а также простые рисунки.

Недостатки LaTeX:

1. Потребление значительных машинных ресурсов (процессорного времени и дисковой памяти), больших, чем у примитивных текстовых процессоров.

2. При серьезных отклонениях от стандартных стилей документов требуется достаточно сложное программирование.[12]

Библиотека MathJax.

MathJax – это кроссбраузерное решение для отображения математических формул и символов с открытым исходным кодом. Основывается на jax и обладает следующими преимуществами:

1. Высокое качество отображения математических знаков LaTeX и MathML на HTML странице;

2. Поддержка всех современных браузеров, без установки каких-либо расширений или специальных шрифтов

3. Мощное API.

К недостаткам данной библиотеки можно отнести:

1. Увеличение нагрузки на компьютер пользователя.

2. Увеличение веса html-страницы.[9]

2.3 Элементы библиотеки MathJax

Для написания подраздела был использован краткий справочник по MathJax [9].

MathJax позволяет включать математические формулы на web-страницы, используя разметку LaTeX, MathML или AsciiMath, после чего формулы будут обработаны javascript-библиотекой и преобразованы в HTML, SVG или MathML для отображения в любом современном браузере.

Для подключения библиотеки необходимо подключить скрипт:

<script type="text/javascript"

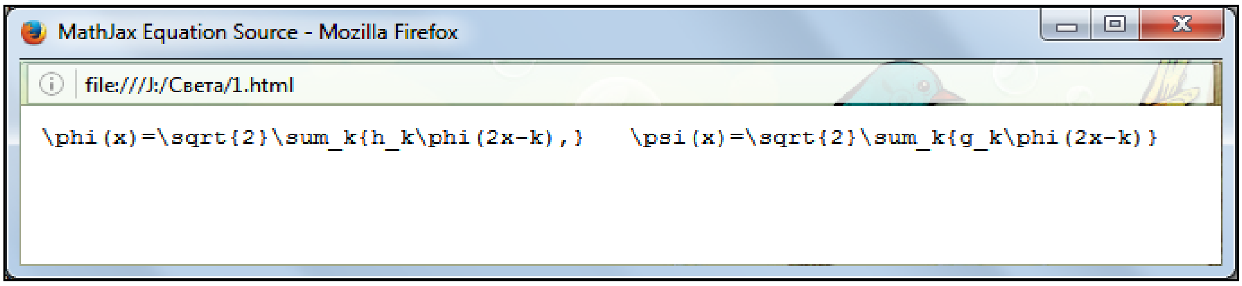
src="https://cdn.mathjax.org/mathjax/latest/MathJax.js?config=TeX-AMS-MML_HTMLorMML">

</script>

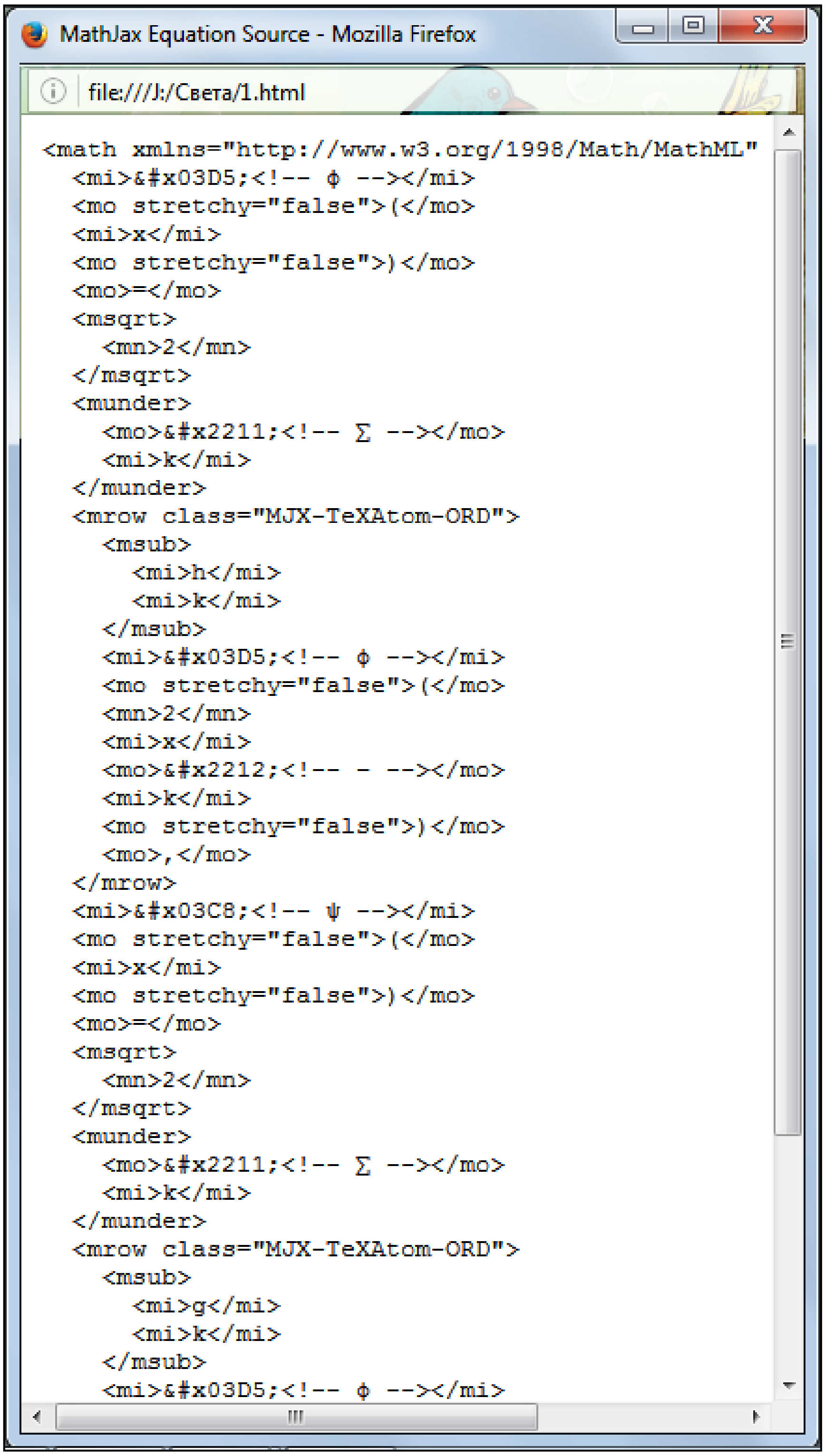
Какая же разметка из упомянутых лучше и удобнее для использования в HTML. Сравним написание формулы

$$\phi(x) = \sqrt{2}\sum_{k} h_k\phi(2x-k),\psi(x) = \sqrt{2}\sum_{k} g_k\phi(2x-k)$$

в формате TeX



и в формате MathML.




```
<math xmlns="http://www.w3.org/1998/Math/MathML"
  <mi>&#x03D5;<!-- ϕ --></mi>
  <mo stretchy="false">(</mo>
  <mi>x</mi>
  <mo stretchy="false">)</mo>
  <mo>=</mo>
  <msqrt>
    <mn>2</mn>
  </msqrt>
  <munder>
    <mo>&#x2211;<!-- ∑ --></mo>
    <mi>k</mi>
  </munder>
  <mrow class="MJX-TeXAtom-ORD">
    <msub>
      <mi>h</mi>
      <mi>k</mi>
    </msub>
    <mi>&#x03D5;<!-- ϕ --></mi>
    <mo stretchy="false">(</mo>
    <mn>2</mn>
    <mi>x</mi>
    <mo>&#x2212;<!-- − --></mo>
    <mi>k</mi>
    <mo stretchy="false">)</mo>
    <mo>,</mo>
  </mrow>
  <mi>&#x03C8;<!-- ψ --></mi>
  <mo stretchy="false">(</mo>
  <mi>x</mi>
  <mo stretchy="false">)</mo>
  <mo>=</mo>
  <msqrt>
    <mn>2</mn>
  </msqrt>
  <munder>
    <mo>&#x2211;<!-- ∑ --></mo>
    <mi>k</mi>
  </munder>
  <mrow class="MJX-TeXAtom-ORD">
    <msub>
      <mi>g</mi>
      <mi>k</mi>
    </msub>
    <mi>&#x03D5;<!-- ϕ --></mi>
```

Очевидно, что последний формат написания формулы более чем громоздкий. Поэтому в работе будет использоваться легкий и компактный формат TeX.

Для отображения формулы в отдельном блоке необходимо поместить её в разделители $$...$$ или \[...\], для отображения формулы внутри строки она помещается между разделителями $\.

Для отображения букв греческого алфавита, используются конструкции, представленные в таблице 2.1.

Таблица 2.1

Буква	Команда	Буква	Команда	Буква	Команда
$A\ \alpha$	\Alpha \alpha	$I\ \iota$	\Iota \iota	$\Sigma\ \sigma$	\Sigma \sigma
$B\ \beta$	\Beta \beta	$K\ \kappa$	\Kappa \kappa	ς	\varsigma
$\Gamma\ \gamma$	\Gamma \gamma	$\Lambda\ \lambda$	\Lambda \lambda	$T\ \tau$	\Tau \tau
$\Delta\ \delta$	\Delta \delta	$M\ \mu$	\Mu \mu	$\Upsilon\ \upsilon$	\Upsilon \upsilon
$E\ \epsilon$	\Epsilon \epsilon	$N\ \nu$	\Nu \nu	$\Phi\ \phi$	\Phi \phi
ε	\varepsilon	$\Xi\ \xi$	\Xi \xi	φ	\varphi
$Z\ \zeta$	\Zeta \zeta	$\Pi\ \pi$	\Pi \pi	$X\ \chi$	\Chi \chi
$H\ \eta$	\Eta \eta	ϖ	\varpi	$\Psi\ \psi$	\Psi \psi
$\Theta\ \theta$	\Theta \theta	$P\ \rho$	\Rho \rho	$\Omega\ \omega$	\Omega \omega
ϑ	\vartheta	ϱ	\varrho	$\varkappa$	\varkappa

Гарнитура шрифта изменяется в соответствии с командами, представленными в таблице 2.2.

Таблица 2.2

Вид шрифта	Команда	Изображение
Жирный шрифт (греческий)	\boldsymbol	$\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\gamma}$
Жирный шрифт (векторы)	\mathbf	$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = 0$
Ажурный шрифт	\mathbb	$\mathbb{NQRC}$
Рубленый шрифт	\mathsf	PMEDV
Готическое письмо	\mathfrak	$\mathfrak{aAB}$
Рукописный шрифт[4]	\mathcal	$\mathcal{ABC}$
Прямой шрифт	\mathrm	abcd
Прописные наклонным шрифтом (греческий)	\mathit	$\mathit{\Gamma\ \Theta\ \Sigma}$

Для верхних индексов используется символ ^, а нижних и _.

$$\sum_kk^ng_k=0,$$

Верхний и нижний индексы, а также другие операции применяются только к следующей "группе". "Группой" является либо один символ, либо любая формула, заключенная в фигурные скобки {...}. Например, при записи 10^10, отобразится $10^{1}0$. А запись 10^{10} отобразится в 10^{10}.

Одиночные символы ()[] создают круглые и квадратные скобки. Для отображения фигурных скобок {} используется \{ и \}. Для масштабирования скобок используется специальные инструкции, представлены в таблице 2.3

Таблица 2.3

<table>
<tr><th>Элемент</th><th>Синтаксис</th><th>Изображение</th></tr>
<tr><td>Круглые скобки</td><td>\left({A\over B} \right)</td><td>$\left({A\over B} \right)$</td></tr>
<tr><td>Квадратные скобки</td><td>\left[{A\over B} \right]</td><td>$\left[{A\over B} \right]$</td></tr>
<tr><td>Фигурные скобки</td><td>\left\{ {A\over B} \right\}</td><td>$\left\{ {A\over B} \right\}$</td></tr>
<tr><td>Треугольные скобки (отличаются от знаков «больше» и «меньше»)</td><td>\left\langle {A\over B} \right\rangle</td><td>$\left\langle {A\over B} \right\rangle$</td></tr>
<tr><td>Вертикальная черта</td><td>\left| {A\over B} \right|</td><td>$\left| {A\over B} \right|$</td></tr>
<tr><td>Двойная вертикальная черта</td><td>\left\Vert {A\over B} \right\|</td><td>$\left\Vert {A\over B} \right\|$</td></tr>
<tr><td>Условные обозначения функций «пол» и «потолок»</td><td>\left\lfloor {A\over B} \right\rfloor
\left\lceil {A\over B} \right\rceil</td><td>$\left\lfloor {A\over B} \right\rfloor$ $\left\lceil {A\over B} \right\rceil$</td></tr>
<tr><td>Косая черта</td><td>\left/ {A\over B}</td><td>$\left/ {A\over B} \right\backslash$</td></tr>
</table>

Элемент	Синтаксис	Изображение
	\right\backslash	
Скобки в виде стрелок	\left\uparrow {A\over B} \right\downarrow \left\Uparrow {A\over B} \right\Downarrow \left\updownarrow {A\over B} \right\Updownarrow	$\left\uparrow {A\over B} \right\downarrow \quad \left\Uparrow {A\over B} \right\Downarrow \quad \left\updownarrow {A\over B} \right\Updownarrow$
Принудительное задание размеров разделителей	\big(\Big(\bigg(\Bigg(... \Bigg) \bigg) \Big) \big)	$\big(\Big(\bigg(\Bigg(\dots \Bigg) \bigg) \Big) \big)$
Принудительное задание размеров парных разделителей	\bigl(\Bigl(\biggl(\Biggl(... \Biggr) \biggr) \Bigr) \bigr)	$\bigl(\Bigl(\biggl(\Biggl(\dots \Biggr) \biggr) \Bigr) \bigr)$

Для изображения сумм и интегралов используются следующие команды \sum и \int.

Например, \sum_1^n используется для записи 1nn.

Для описания дроби используется команда \fracab применятся к следующим двум группам и генерирует следующее ab для более сложных числителей и знаменателей используются фигурные скобки {...}: \frac{a+1}{b+1} соответствует a+1b+1.

Для обозначения знака корня используется команда \sqrt, который подстраивается к размеру аргумента: \sqrt{x^3} x3−−√; \sqrt[3]{\fracxy} xy√3. Для сложных выражений предпочтительнее использование {...}^{1/2};

Некоторые из наиболее часто используемых символов приведены ниже:

\lt \gt \le \ge \neq<>≤≥≠.

\not – косая черта на последующий символ.

\times \div \pm \mp ×÷±∓.

\cdotсоответствуетточкевцентре: x·y;

\cup \cap \setminus \subset \subseteq \subsetneq \supset \in \notin \emptyset \varnothing∪∩∖⊂⊆⊊⊃∈∉∅∅;

{n+1 \choose 2k} или \binom{n+1}{2k} (n+12k);

\to \rightarrow \leftarrow \Rightarrow \Leftarrow \mapsto →→←⇒⇐↦;

\land \lor \lnot \forall \exists \top \bot \vdash \vDash∧∨¬∀∃⊤⊥⊢⊨;

\star \ast \oplus \circ \bullet ⋆∗⊕∘⋅;

\approx \sim \simeq \cong \equiv \prec ≈∼≃≅≡≺;

\infty \aleph_0 ∞ℵ0 \nabla \partial

∂ \Im \Re IR;

для сравнений по модулю используйте \pmod, например, a\equiv b\pmod n a≡b(modn);

\ldots- многоточиев a1,a2,…,an;

\cdots- многоточиев a1+a2+⋯+an;

Пробелы, как правило, выбираются автоматически, но иногда, если необходимо, расстояния можно регулировать вручную с помощью синтаксиса, описанного в таблице 2.4.

Таблица 2.4.

Элемент	Синтаксис	Изображение
восьмикратный пробел	a \qquad b	$a \qquad b$
четырёхкратный пробел	a \quad b	$a \quad b$
текстовый пробел	a\ b	$a\ b$
неразрывный пробел	a~b	$a~b$
большое расстояние	a\;b	$a\;b$
маленькое расстояние	a\,b	$a\,b$
без расстояния	ab	ab
отрицательное расстояние	a\!b	$a\!b$

Размер шрифта в формулах изменяется следующими командами:

\tiny (размер 8pt).

\small (10pt).

\normal (12pt).

\large (14pt).

\huge (20pt).

3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СОЗДАНИЯ ЦОР

3.1 Преобразование страницы из учебника в формат HTML

При создании ЦОР основной задачей ставится предоставить возможности интерактивного исследования схем и чертежей в объёме, предоставляемом пакетом GeoGebra, при сохранении единого контекста учебника математики: строгая математическая нотация, перекрёстные ссылки и тому подобное. В соответствие с этим заданием необходимо иметь инструменты для того, чтобы быстро и качественно набрать страницу из учебника в формате HTML с использованием LaTeX для набора формул. За тестовую площадку была выбрана страница из научного журнала, содержащая много разнотипных формул и геометрических чертежей [5]. Страница, которая будет преобразовываться в HTML-формат представлена в приложении А.

Для преобразования страницы в формат HTMLс внедренными формулами необходимо выполнить следующие действия:

Распознать текст на странице с помощью AdobeFineReader.

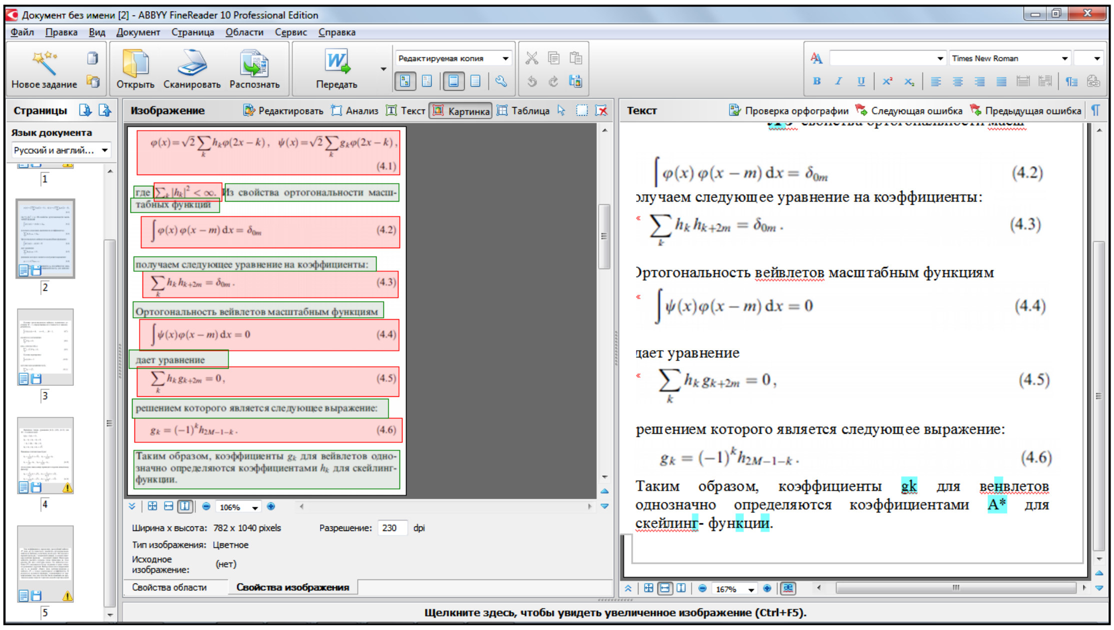


Рисунок 3.1

Создать шаблон html-файла с табличной версткой для двух колонок статьи:

```
<html>
<head>
<title>ИзучениебиблиотекиMathjax</title>
</head>
<body>
<table>
<tr>
<td>Колонка 1</td><td>Колонка 2</td></tr>
</table>
</body>
</html>
```

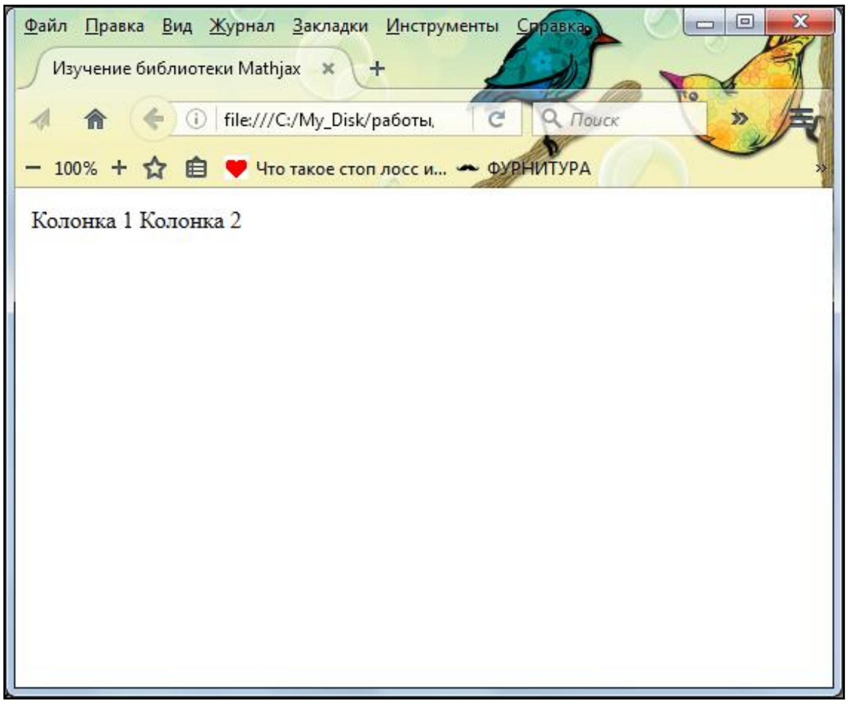


Рисунок 3.2

Далее в колонки вставляется распознанный текст

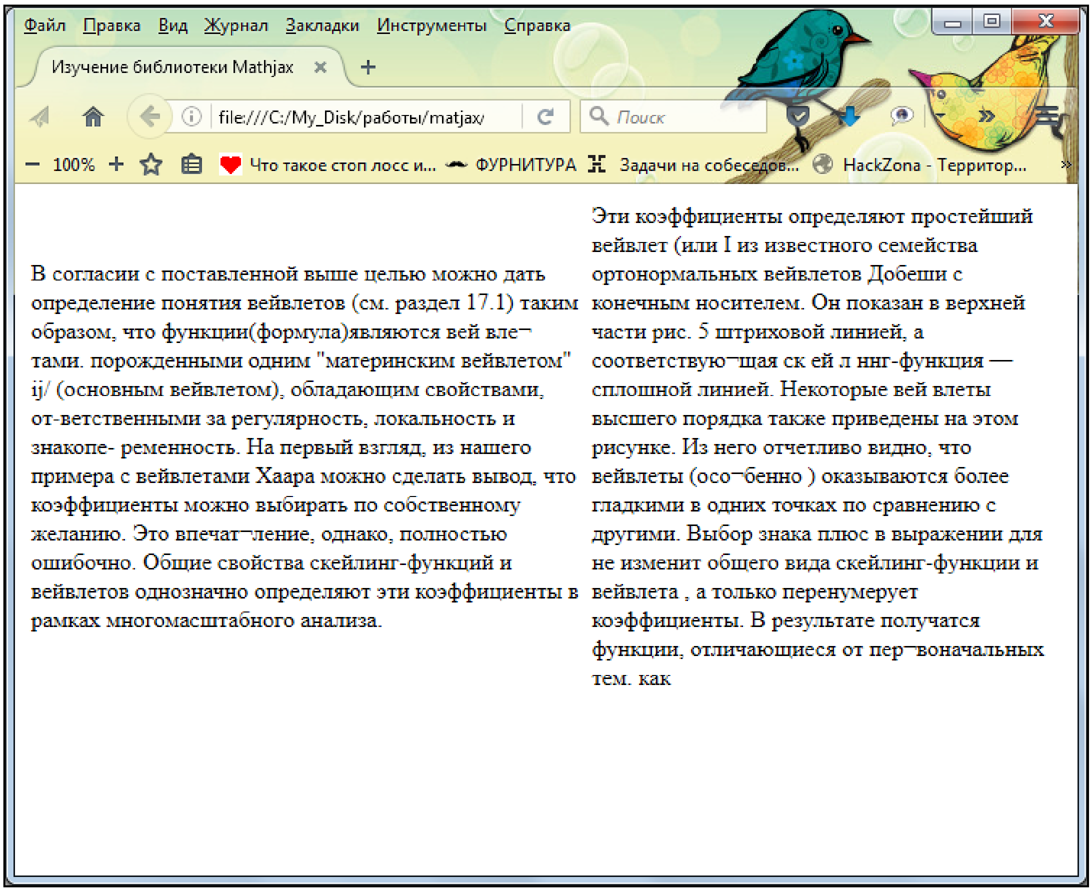


Рисунок 3.3

Затем вводятся формулы.

Результатом является такая страница:

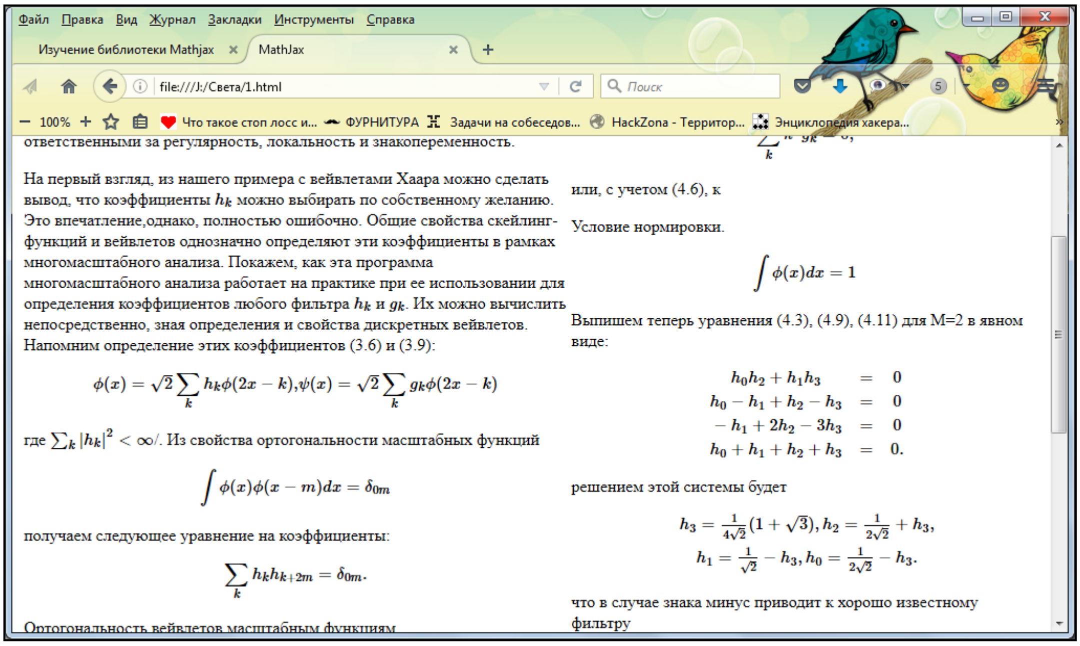


Рисунок 3.4

Приведем запись всех набранных формул в формате разметки LaTeX, которую использует Mathjax.

Если формула встречается в тексте, как например:

таким образом, что функции $2^{j/2}\psi(2^jx-k)$являются вейвлетами. ,

её нужно поместить в разделители \(...\):

\(2^{j/2}\psi(2^jx-k)\).

Для вывода формулы в отдельном блоке, например как

$$\phi(x)=\sqrt{2}\sum_k h_k\phi(2x-k),\psi(x)=\sqrt{2}\sum_k g_k\phi(2x-k)$$

необходимо поместить формулу между символами $$......$$

$$

\phi(x)=\sqrt{2}\sum_k{h_k\phi(2x-k),}   \psi(x)=\sqrt{2}\sum_k{g_k\phi(2x-k)}

$$

Результат отображения набранных формул на htmlстранице и их запись в формате TeXприведена в таблице 3.1.

Таблица 3.1

<table>
<tr><th>Изображение формулы</th><th>Запись формулы в формате TeX</th></tr>
<tr><td>$\sum_k |h_k|^2 < \infty.$</td><td>;\(\sum_k|h_k|^2<\infty\);</td></tr>
<tr><td>$$\int \phi(x)\phi(x-m)dx = \delta_{0m}$$</td><td>;$$\int\phi(x)\phi(x-m)dx=\delta_{0m}$$;</td></tr>
<tr><td>$$\sum_k h_k h_{k+2m} = \delta_{0m}.$$</td><td>; $$ \sum_kh_kh_{k+2m}=\delta_{0m}.$$;</td></tr>
<tr><td>$$\int \psi(x)\phi(x-m)dx = 0$$</td><td>$$\int\psi(x)\phi(x-m)dx=0$$</td></tr>
<tr><td>$$\sum_k h_k g_{k+2m} = 0,$$</td><td>$$\sum_kh_kg_{k+2m}=0,$$</td></tr>
<tr><td>$g_k = (-1)^k h_{2M-1-k}.$</td><td>$$g_k=(-1)^kh_{2M-1-k}.$$</td></tr>
<tr><td>$$\int x^n \psi(x)dx = 0, n = 0, \ldots, M-1,$$</td><td>$$\intx^n\psi(x)dx=0, n=0,...,M-1,$$</td></tr>
<tr><td>$$\sum_k k^n g_k = 0,$$</td><td>$$\sum_kk^ng_k=0,$$</td></tr>
<tr><td>$$\int \phi(x)dx = 1$$</td><td>$$\int\phi(x)dx=1$$</td></tr>
<tr><td>$$\begin{matrix} h_0h_2 + h_1h_3 & = & 0 \\ h_0 - h_1 + h_2 - h_3 & = & 0 \\ -h_1 + 2h_2 - 3h_3 & = & 0 \\ h_0 + h_1 + h_2 + h_3 & = & 0. \end{matrix}$$</td><td>\begin{matrix}
\ h_0h_2+h_1h_3 & = & 0 \\
\ h_0-h_1+h_2-h_3 & = & 0 \\
\ -h_1+2h_2-3h_3 & = & 0 \\
\ h_0+h_1+h_2+h_3 & = & 0.
\end{matrix}</td></tr>
</table>

Изображение формулы	**Запись формулы в формате TeX**
$\begin{matrix} h_3=\frac{1}{4\sqrt{2}}(1+\sqrt{3}), h_2=\frac{1}{2\sqrt{2}}+h_3,\\ h_1=\frac{1}{\sqrt{2}}-h_3, h_0=\frac{1}{2\sqrt{2}}-h_3. \end{matrix}$	\begin{matrix} \ h_3=\frac{1}{4\sqrt{2}}(1+\sqrt{3}), h_2=\frac{1}{2\sqrt{2}}+h_3,\\ \ h_1=\frac{1}{\sqrt{2}}-h_3, h_0=\frac{1}{2\sqrt{2}}-h_3. \end{matrix}
$\begin{matrix} h_0=\frac{1}{4\sqrt{2}}(1+\sqrt{3}), h_1=\frac{1}{4\sqrt{2}}(3+\sqrt{3}),\\ h_2=\frac{1}{4\sqrt{2}}(3-\sqrt{3}), h_3=\frac{1}{4\sqrt{2}}(1-\sqrt{3}). \end{matrix}$	\begin{matrix} \ h_0=\frac{1}{4\sqrt{2}}(1+\sqrt{3}), h_1=\frac{1}{4\sqrt{2}}(3+\sqrt{3}),\\ \ h_2=\frac{1}{4\sqrt{2}}(3-\sqrt{3}), h_3=\frac{1}{4\sqrt{2}}(1-\sqrt{3}). \end{matrix}

Полный листинг html-файла приведен в приложении Б.

Чтобы увидеть, как написана любая из формул, необходимо подвести курсор к выражению, вызвать контекстное меню и выбрать пункт меню "ShowMathAs>TeXCommands".

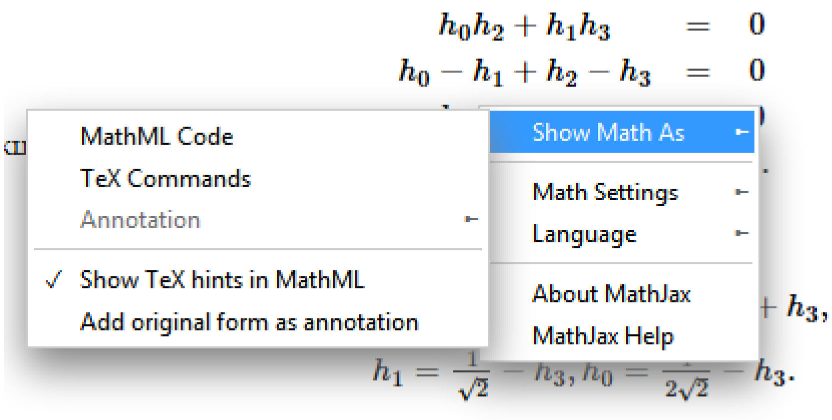
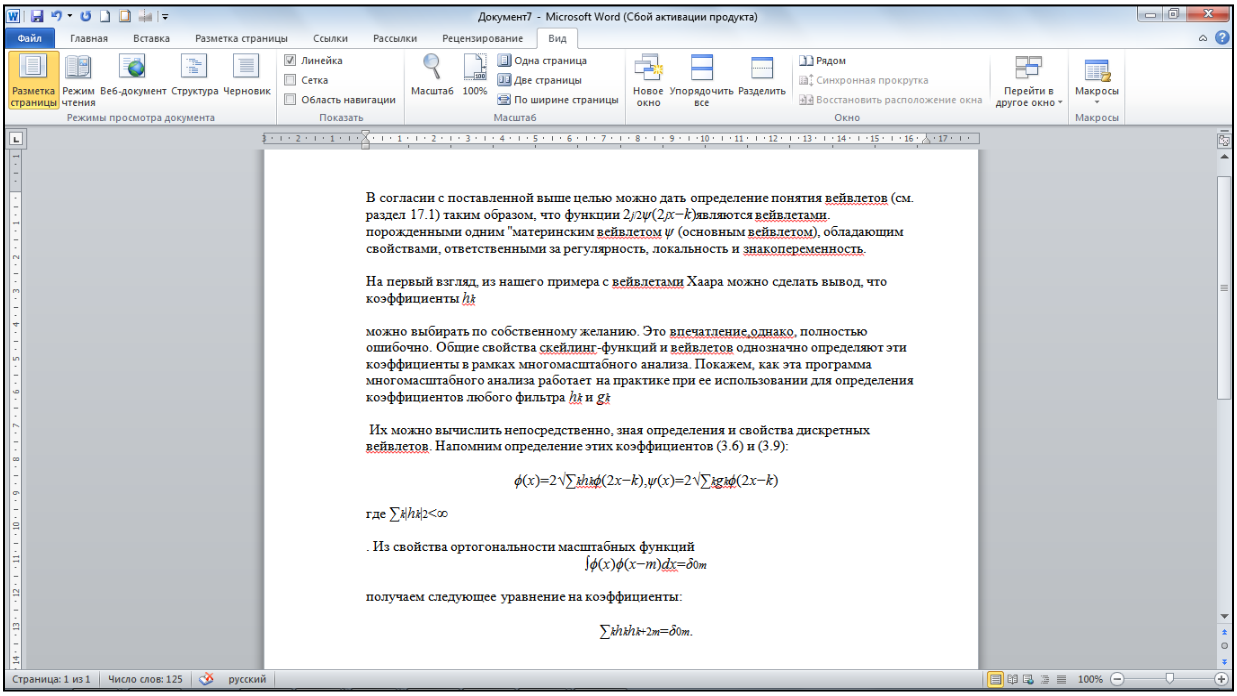


Рисунок 3.5

При копировании содержимого html-страницы в MSWord копируются также все формулы. В дальнейшем эти формулы могут подвергаться редактированию [17].



В согласии с поставленной выше целью можно дать определение понятия вейвлетов (см. раздел 17.1) таким образом, что функции $2j/2\psi(2jx-k)$являются вейвлетами, порожденными одним "материнским вейвлетом ψ (основным вейвлетом), обладающим свойствами, ответственными за регулярность, локальность и знакопеременность.

На первый взгляд, из нашего примера с вейвлетами Хаара можно сделать вывод, что коэффициенты hk

можно выбирать по собственному желанию. Это впечатление,однако, полностью ошибочно. Общие свойства скейлинг-функций и вейвлетов однозначно определяют эти коэффициенты в рамках многомасштабного анализа. Покажем, как эта программа многомасштабного анализа работает на практике при ее использовании для определения коэффициентов любого фильтра hk и gk

Их можно вычислить непосредственно, зная определения и свойства дискретных вейвлетов. Напомним определение этих коэффициентов (3.6) и (3.9):

$$\phi(x)=2\sqrt{}\sum khk\phi(2x-k),\psi(x)=2\sqrt{}\sum kgk\phi(2x-k)$$

где $\sum k|hk|2<\infty$

. Из свойства ортогональности масштабных функций

$$\int\phi(x)\phi(x-m)dx=\delta 0m$$

получаем следующее уравнение на коэффициенты:

$$\sum khkhk+2m=\delta 0m.$$

Рисунок 3.6

4. ЦИФРОВЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ КАК СРЕДСТВО ВИЗУАЛИЗАЦИИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Стоит напомнить, что проектируемые ЦОРы будут использоваться не только как учебники. В настоящее время многие школы оснащены интерактивными досками, мобильными компьютерными классами, и у учителей появилась возможность использовать современную технику на уроке. Использование современной техники при обучении позволяет создать информационную обстановку, стимулирующую интерес и пытливость ребёнка. Компьютер становится электронным посредником между учителем и учеником. Он позволяет интенсифицировать процесс обучения, делает его более ярким и наглядным, предоставляет возможность вести обучение в индивидуальном для каждого ученика темпе, а также позволяет освободить учителя от ряда утомительных функций, например, бесконечных записей на доске, отработки элементарных умений и навыков, проверки знаний.

Применение современной техники на уроке возможно в различных режимах, а именно:

- в обучающем режиме;
- в режиме графической иллюстрации изучаемого материала;
- в тренировочном режиме для отработки элементарных умений и навыков после изучения темы;
- в диагностическом режиме тестирования качества усвоения материала;
- в режиме самообучения.

С введением в учебный процесс новых компьютерных технологий становится актуальной проблема накопления и использования цифровых образовательных ресурсов.

Общие требования к цифровым образовательным ресурсам:

Современные цифровые образовательные ресурсы должны:

- соответствовать содержанию учебника, нормативным актам Министерства образования науки РФ, используемым программам;
- ориентироваться на современные формы обучения, обеспечивать высокую интерактивность и мультимедийность обучения;
- обеспечивать возможность уровневой дифференциации и индивидуализации обучения;
- предлагать виды учебной деятельности, ориентирующие ученика на приобретение опыта решения жизненных проблем на основе знаний и умений в рамках данного предмета;
- обеспечивать использование как самостоятельной, так и групповой работы;
- содержать варианты учебного планирования, предполагающего модульную структуру;

- превышать по объему соответствующие разделы учебника, не расширяя при этом тематические разделы;
- полноценно воспроизводиться на заявленных технических платформах;
- обеспечивать возможность параллельно с цифровыми образовательными ресурсами использовать другие программы;
- обеспечивать там, где это методически целесообразно, индивидуальную настройку и сохранение промежуточных результатов работы;
- иметь там, где это необходимо, встроенную контекстную помощь;
- иметь удобный интерфейс.

Использование самого учебника в качестве основы ЦОР и перевод всех чертежей в интерактивную форму с грамотной фиксацией опорных точек позволяет полностью удовлетворить все вышеперечисленные требования [16].

5. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ GEOGEBRA НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

На уроках математики часто используется такая геометрическая среда, как GeoGebra. Программа написана Маркусом Хохенвартером на языке Java (работает на большом числе операционных систем). Переведена на 39 языков и в настоящее время активно разрабатывается. Полностью поддерживает русский язык.

GeoGebra – это программное обеспечение, которое создано для того, чтобы сделать видимой связь двух разделов математики: алгебры (изучающей буквенно-числовые выражения, равенства и неравенства таких выражений) и геометрии (изучающей фигуры, их свойства, взаимопревращение и расположение на плоскости или в пространстве. Она имеет удобный и эргономичный интерфейс. Все графические примитивы выведены на панель инструментов. (Продемонстрировать панель инструментов) Работа данной среды организована так, что ею можно пользоваться на интерактивной доске и на индивидуальных планшетах.

Geogebra предназначена, прежде всего, для решения задач школьного курса геометрии: в ней можно создавать всевозможные конструкции из точек, векторов, отрезков, прямых, (Построить точку, отрезок, вектор, прямую, продемонстрировать четырехугольник с углами) строить графики элементарных функций, которые также возможно динамически изменять варьированием некоторого параметра, входящего в уравнение (Построить график функции $y=ax+b$, $y=ax^2+bx+c$ с ползунком). GeoGebra имеет важный инструмент ползунок, позволяющий изменять величины, которые используются для построения объекта (величину угла, длину отрезка, коэффициент в алгебраическом описании объекта).

Помимо многочленов существуют различные типы функций, доступные GeoGebra (например, тригонометрические функции, абсолютная величина, показательная функция). Функции рассматриваются как объекты и могут быть использованы в сочетании с геометрическими построениями

(Построить графики функций f(x)=abs(x), g(x)=3 и показать точки пересечения, исследовать функцию). Некоторые функции могут быть выбраны из меню рядом со строкой ввода. (Построить график g(x)=sqrt(x) и «список команд, функции и вычисления, производная, y=sqrt(x))

Данный инструмент позволяет создавать динамические чертежи. Динамические чертежи, созданные в GeoGebra позволяют на одном уроке решить больше задач, рассмотреть все случаи решения той или иной задачи, доказательство теоремы, рассмотреть частные случаи и т. д.

В старших классах при изучении стереометрии данная среда позволяет демонстрировать и пространственные фигуры.

В интернете по ключевым словам "геогебра онлайн" можно легко найти видеоролик, в котором показаны некоторые возможности данного приложения [19].

Использование программы GeoGebra на уроках позволяет:

- оптимизировать учебный процесс, более рационально используя время на различных этапах урока;

- осуществлять дифференцированный подход в обучении;

- проводить индивидуальную работу, используя персональные компьютеры;

- снизить эмоциональное напряжение на уроке, внося в него элемент игры,

- расширять кругозор учащихся;

- способствует развитию познавательной активности учащихся.

Прогнозируемые эффекты от применения данной технологии:

- возможно повышение интереса к изучаемому предмету у слабо успевающих учащихся;

- повышение уровня самооценки;

- развитие навыка самоконтроля;

- побуждение к открытию и изучению нового в сфере информационных технологий, желанию поделиться с товарищами своими знаниями.

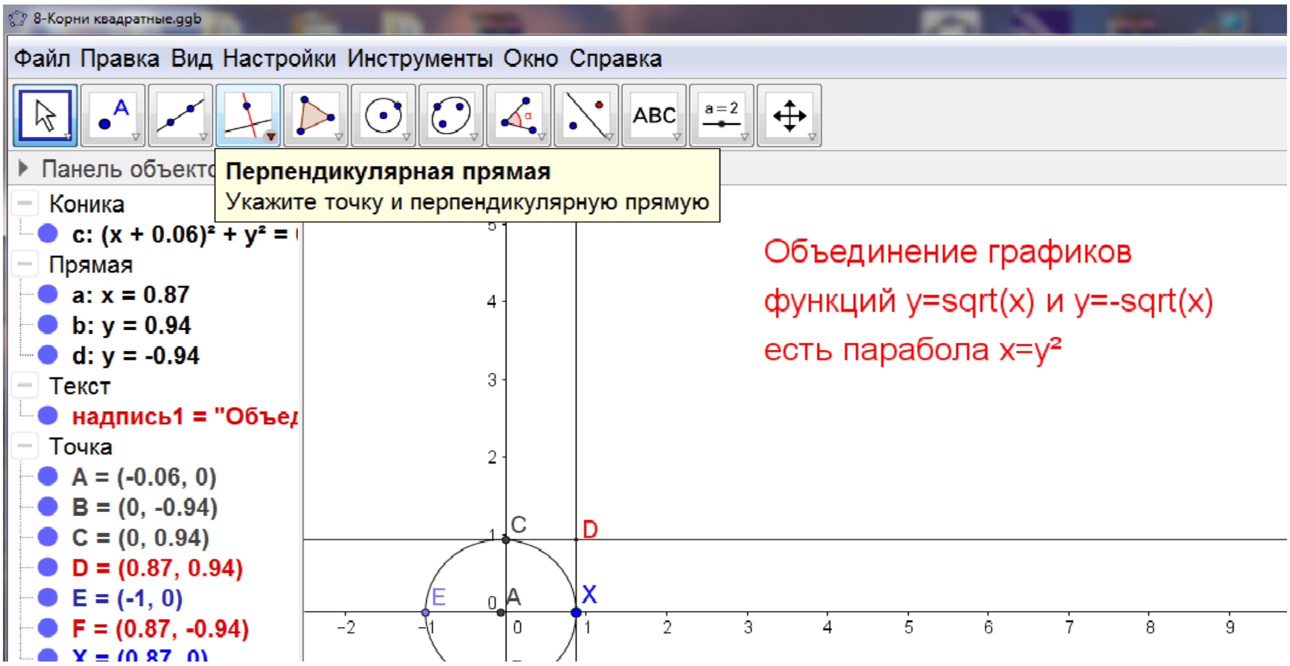


Рисунок 3.7

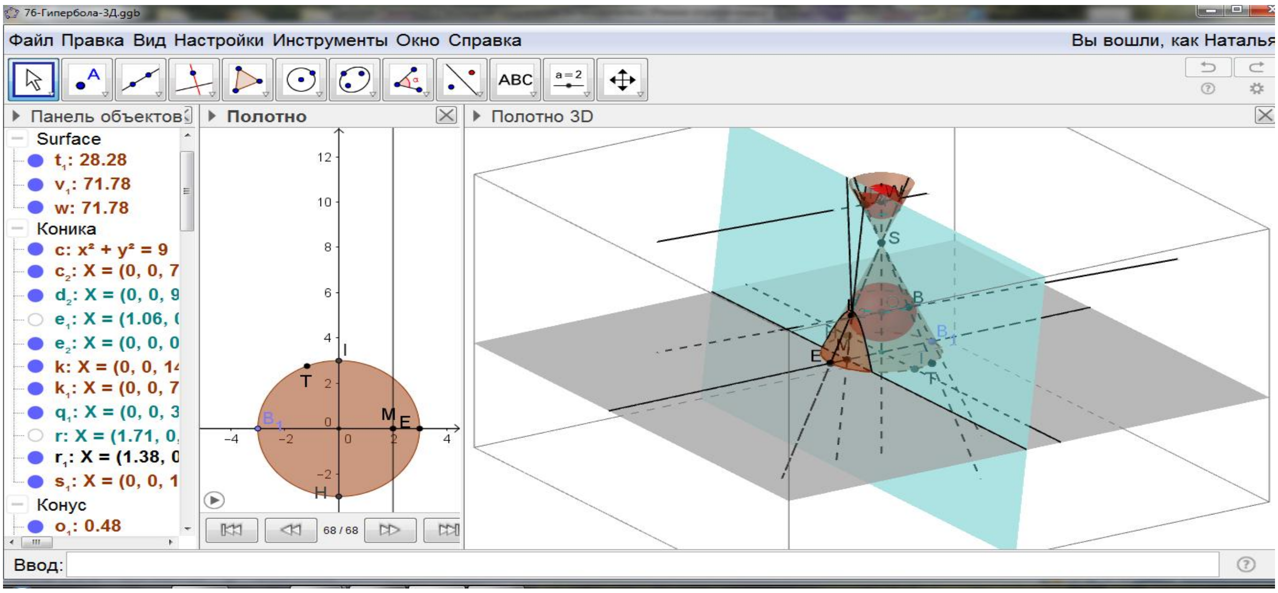


Рисунок 3.8

5.1 Интеграция GeoGebra в html5 документ

Выбор html5 как основы ЦОР предоставил ряд преимуществ:

- готовую систему логической вёрстки с большим количеством готовых инструментов для визуализации текущего состояния документа;
- мощный встроенный язык EcmaScript;
- огромное сообщество разработчиков и любителей, создавшее и поддерживающее огромное количество качественных библиотек (ярким примером служит уже описанная библиотека MathJax).

Популярность платформы вылилась в то, что ранние версии GeoGebra могли экспортировать документы сразу в html. В настоящее время эта возможность удалена, и для экспорта документа в html его придётся загрузить на geogebra tube – облако для хранения и редактирования листов GeoGebra.

Затем есть два варианта:

- выбрать «Сохранить как документ html», после чего готовый лист скачается вместе со всеми необходимыми скриптами для оффлайнового использования;
- выбрать «Экспорт» и скопировать код для вставки на страницу.

Оба варианта имеют свои достоинства и недостатки. Второй вариант быстр, внешний вид и размер апплета устанавливаются при его редактировании, разгружается сервер ЦОР. Недостатки тоже очевидны: зависимость от облака, необходимость глобальной сети для работы ЦОР.

Второй вариант более стабилен и сразу отвязывает автора ЦОР от инфраструктурной зависимости от GeoGebra. Страницу можно вставить в ЦОР с помощью тега <iframe>, после чего она будет вести себя как независимая интерактивная единица [7].

Оба способа проиллюстрированы на тестовом документе.

6. СОЗДАНИЕ И НАСТРОЙКА РАБОЧЕГО МЕСТА РАЗРАБОТЧИКА ЦОР

Создание такого комплексного объекта, как web-приложение, включающее в себя вёрстку, подключение и настройка сторонних библиотек, скриптов, и так далее, - сложное мероприятие, требующее высокой квалификации. Причина выбора html5 за базу заключается в том числе и в том, что высокая популярность платформы привела к автоматизации большинства рутинных действий и созданию инструментов, значительно облегчающих и ускоряющих процесс вёрстки и отладки web-приложения.

6.1 Возможности редактора Brackets

Brackets — бесплатный редактор с открытым кодом для веб-разработчиков. Brackets ориентирован на работу с HTML, CSS и JavaScript. Эти же технологии лежат в основе самого редактора, что обеспечивает его кроссплатформенность т.е. совместимость с операционными системами Mac, Windows и Linux. Brackets[19] создан и развивается Adobe Systems под лицензией MIT License и поддерживается на GitHub.

На сегодняшний день сообществом создано множество расширений, добавляющих большинство необходимых инструментов для работы над кодом, таких как система контроля версий Git, просмотр HTML-кода в браузере в реальном времени (Live Preview), синхронизация с FTP (Git-FTP). Принять участие в разработке и поддержке расширений может любой желающий.

6.1 Возможности редактора Brackets

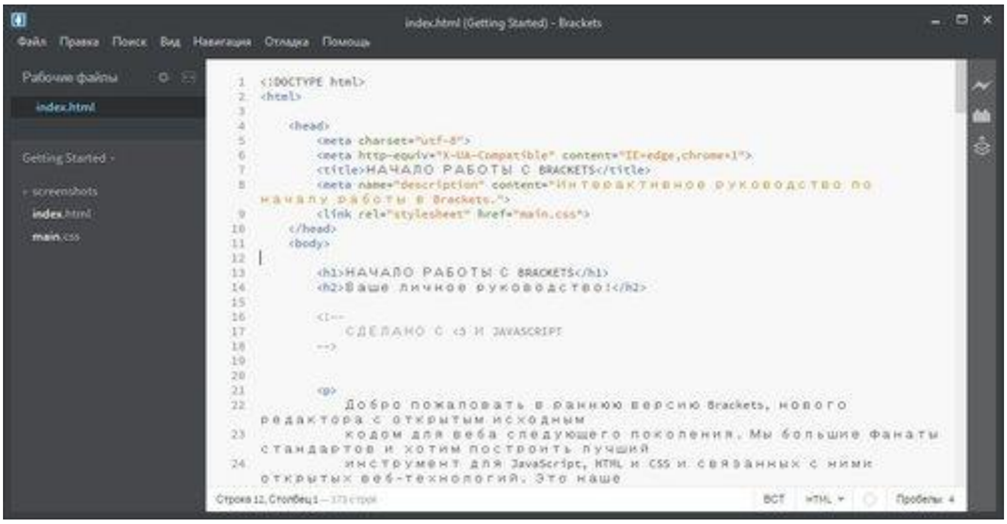


Рисунок 3.9

Свободный редактор HTML, CSS и JavaScript с основным упором на веб-разработку. Одна из наиболее интересных его возможностей заключается в Live Preview - Предварительный просмотр в режиме реального времени. Он был создан Adobe Systems, под лицензией MIT License, и в настоящее время находится на GitHub. Brackets доступен для Mac, Windows, и Linux. Функциональные возможности могут быть расширены за счет огромного количества плагинов. Переведен на русский язык.

4 ноября 2014 года, Adobe объявила о версии 1.0. В обновлении введены новые функции, такие как пользовательские комбинации клавиш быстрого вызова и более точные подсказки JavaScript.[3]

Особенности html редактора

В Brackets предусмотрено несколько функций, в том числе:

- Быстрое редактирование
- Быстрый документы
- Предпросмотр в реальном времени
- JSLint
- Поддержка LESS

- Интеграция Theseus
- Open Source - Открытый исходный код
- Расширяемость

Быстрое редактирование

Быстрый редактор позволяет редактировать CSS, свойства цвета, и элементы JavaScript для разработчиков. Эта встроенная функция может быть применена к многократным функциям или свойствам одновременно, и все обновления применены непосредственно к файлу, связанному с измененными элементами.

HTML файл

Применение быстрого редактирования к элементам HTML выведет на экран все соответствующие свойства CSS в поле ниже выбранного элемента. Пользователи могут принять решение создать новые правила CSS непосредственно в редакторе и отредактировать CSS свойства, не выходя из контекстного файла HTML.

JavaScript файл

На функциях JavaScript быстрое редактирование выполняет ту же процедуру как с элементами HTML, но показывает тело выбранной функции в рамках выпадающего списка. Все обновления тела функции будет распространяться и обновлять непосредственно в соответствующей JavaScript -файл [2].

Файлы, содержащие Hex или RGB цветовые свойства

Для свойств цвета быстрое редактирование возвратит встроенную палитру цветов для функциональности предварительного просмотра и цветокалибровки.

В начале давайте пробежимся по плюсам самой программы, а затем затронем "особенные" расширения и плагины.

Интерактивный просмотр (Live Preview)

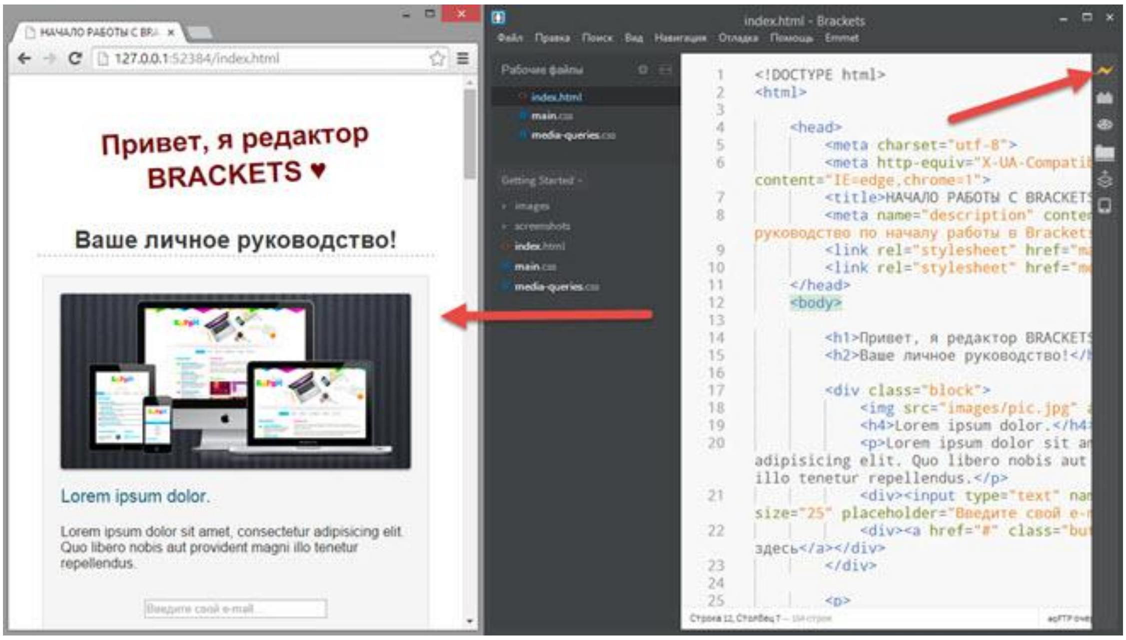


Рисунок 3.10

Первое, что стоит отметить, это функцию Интерактивного Просмотра, или, как многие её называют - живой просмотр. Благодаря ей вы можете наблюдать за изменениями сайта, прямо во время верстки страницы. Для работы требуется браузер Google Chrome. Именно в нем открывается ваш сайт и показываются все изменения.

На данный момент интерактивный просмотр работает в HTML и CSS файлах. А вот при редактировании javascript - придется сохранятся.

Быстрое редактирование (inline editors)

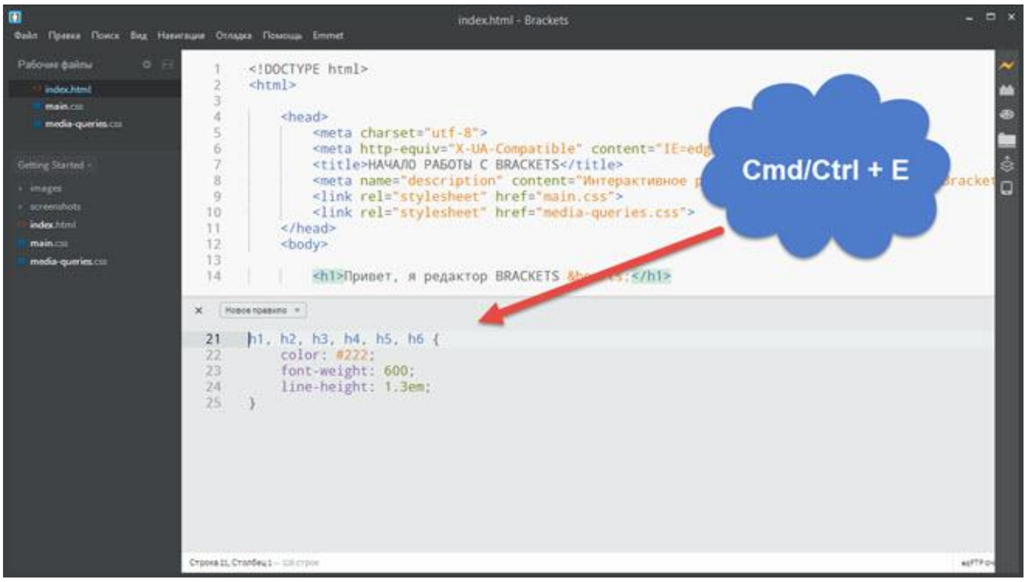


Рисунок 3.11

Вы можете править CSS и JS прямо из HTML документа. Не переключаясь между файлами. Времени экономится просто огромное количество, удобно и комфортно работать. Все можно делать из одного файла.

Вы просто выбираете нужный тег, жмете CMDCTRL+E и у вас открывается специальное окно. В котором можно внести стили для этого селектора. При этом можно редактировать, как уже существующие стили, так и завести новые. Там же доступно переключение между CSS файлами, если у вас их несколько.

Быстрый просмотр

Рисунок 3.12

Позволяет просматривать цвета, которые используются в коде. Если в других приложениях надо открывать какую-нибудь программу или запустить плагин, чтобы узнать какой цвет используется. То здесь просто наведите курсор мыши на нужный код цвета, и Brackets сразу покажет вам его.

Быстрые подсказки.

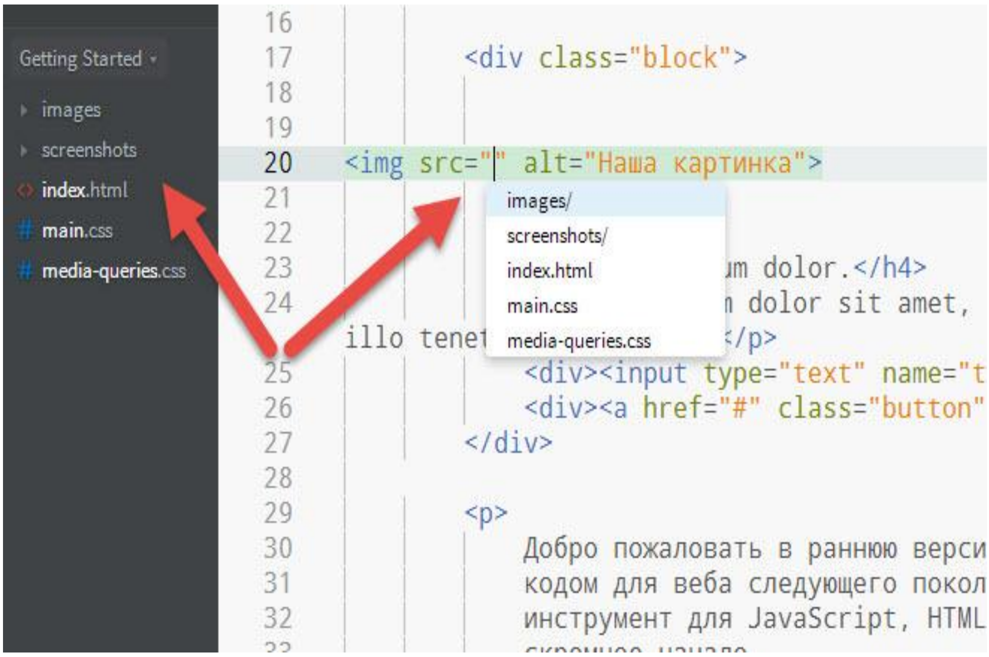


Рисунок 3.13

Если вы хотите подключить какой-то файл, стили, скрипты, картинки - не важно. Brackets автоматически подскажет вам не только путь, но и имя файла.

Плагины и расширения Brackets :

Brackets Emmet (22)

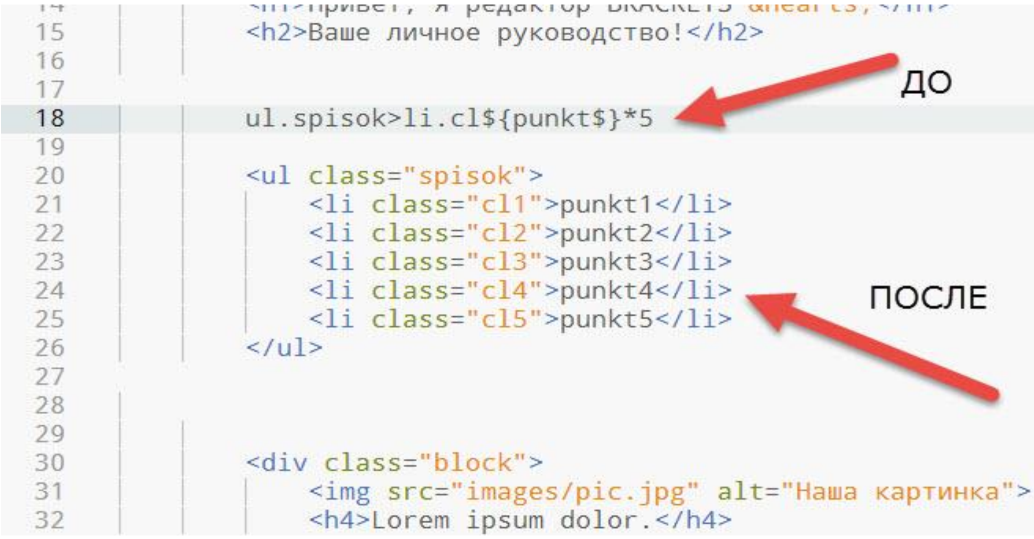


Рисунок 3.14

Этот плагин позволяет быстро набирать HTML и CSS. Это расширение из разряда "Must Have", которое должно стоять в каждом редакторе.

Extract for Brackets (Preview) (27, 28)

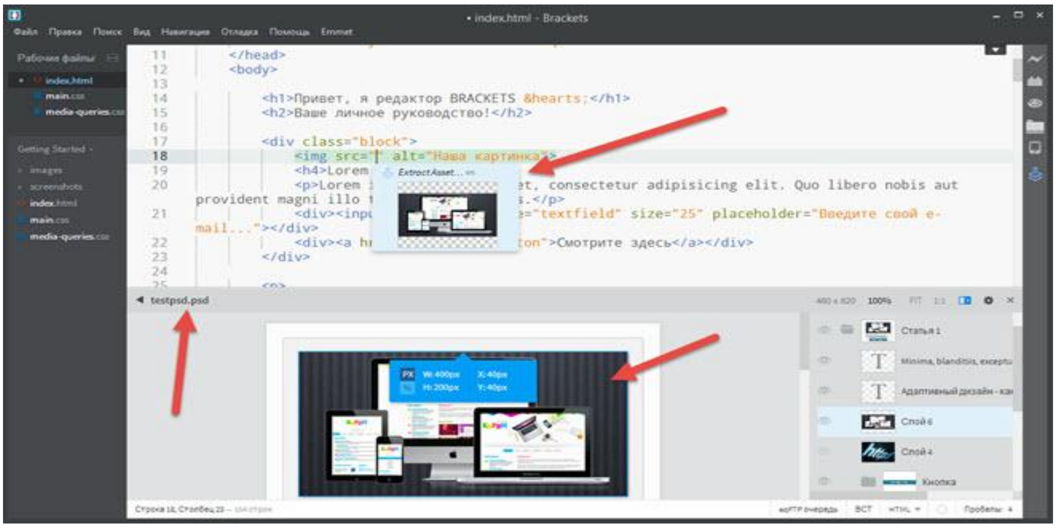


Рисунок 3.15

Это расширение, позволяет верстать прямо из PSD макета.

Подключаемся к плагину, закачиваем свой PSD на сервер Adobe Creative Cloud, и наш редактор начинает извлекать все стили и графику из PSD макета.

Response for Brackets (33)

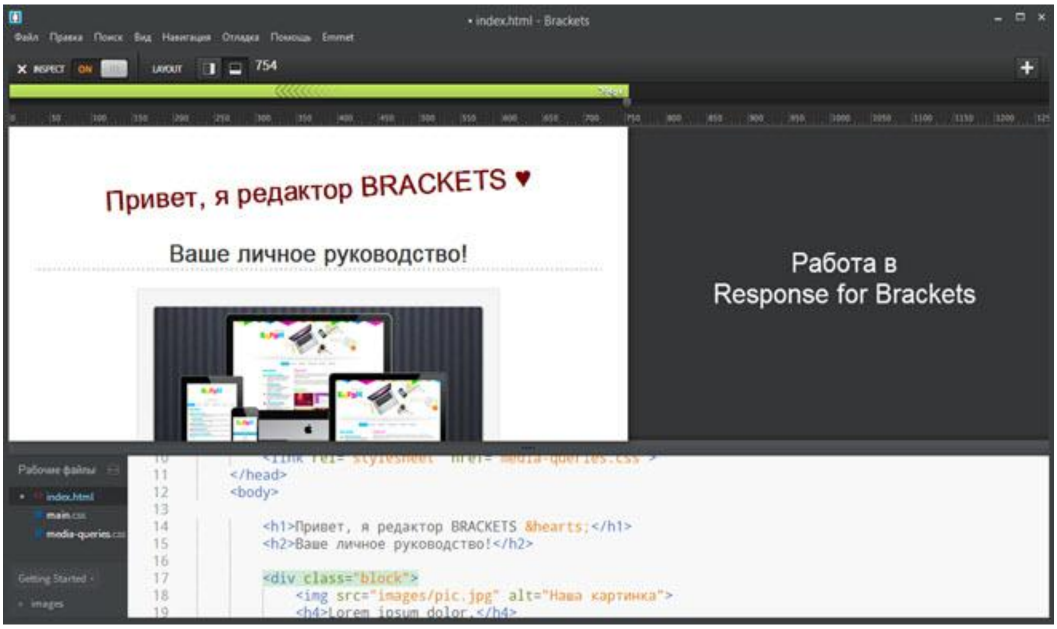


Рисунок 3.16

Позволяет ваять адаптивность сайта из окна редактора Brackets.

При включении создает отдельный файл стилей, куда записываются все изменения. По окончании работы его надо просто подключить к файлам сайта

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены все необходимые сведения и рекомендации, достаточные для того, чтобы на новом витке технологий воссоздать подобие самой мощной системы набора сложных математических текстов — LaTeX. Переход с языка TeX на связку html5 + EcmaScript позволил переложить задачи компоновки элементов и дизайна на современнейшие фреймворки, оставив все наработки LaTeX-а по набору сложнейших формул.

Затем в ЦОР с математическим текстом высокого качества были интегрированы интерактивные чертежи. Обучающийся получил возможность в интерактивном режиме исследовать построения:

- не покидая контекста учебника и не переключая внимание;
- интерактивно исследуя чертёж, строить из личного опыта ментальную модель всего построения — из каких элементов оно состоит, какие связи наложены на элементы и почему это превратило их в систему, решающую исследуемую проблему;
- формулируя гипотезы и в реальном времени проверяя их, используя и дорабатывая чертежи.

Методический потенциал этого решения вместе с другими разработками группы позволят создавать ЦОР нового уровня и разрабатывать соответствующие методики.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Adobe Brackets Wikipedia [электронный ресурс] - https://ru.wikipedia.org/wiki/Adobe_Brackets

2. Brackets/Текстовый редактор Adode [электронный ресурс] - https://web.informatics.ru/edtr/brackets/

3. Design Science: MathType [электронный ресурс] – Equation Editor http://www.dessci.com/en/products/mathtype/

4. Geo Cebra - Wikipedia [электронный ресурс] https://ru.wikipedia.org/wiki/GeoGebr

5. HTML - Wikipedia [электронный ресурс] - https://ru.wikipedia.org/wiki/HTML

6. HTML Designer для Draskets Braskets [электронный ресурс] - http://gidbrackets.ru/load/rasshirenija_dlja_brackets/razmetka_dokumentov/html_designer_dlja_brackets/23-1-0-310

7. HTML5 collection from Primary Contest- Geo Gebra[электронный ресурс] - https://www.geogebra.org/b/vEXSFTNk

8. InternetExplorer [электронный ресурс] - https://yandex.ru/ie/

9. MathJax - библиотека для отображения математических формул (краткий справочник)[электронный ресурс]. – Режим доступа: http://radioprog.ru/post/74

10. WebGL [электронный ресурс]), http://doc.artofweb.ru/doc/WebGL

11. Wikipedia: Формулы [электронный ресурс]. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki

12. Plain TEX. Основные понятия и каталог команд / М. В. Лисина. Под ред. С. В. Клименко. – Протвино, 1 5 г. – 156 с.

13. Атер А.А. Проектирование и реализация интерактивных моделей для цифровых образовательных ресурсов по школьному курсу информатики/ Выпускная квалификационная работа, 70 с. [электронный ресурс] - https://drive.google.com/open?id=0B7x-uTcrvnfLX1F6NTh

14. Бабаков Р. В. Курсовая работа/ Создание мобильного приложения с помощью PHONEGAP (APACHE CORDOVA)// КГПУ, ИМФИ, 2015г., 20 [электронный ресурс] - https://m.vk.com/away.php?to=https%3A%2F%2Fyadi.sk%2Fd%2FxqseT8tIh3mFC

15. Бабаков Р. В. "Организация обучения информатике в условиях интерактивной распределённой информационной среды" (ВКР) // КГПУ, 2017 http://elib.kspu.ru

16. Бурачкова И. С./Цифровые образовательные ресурсы как средство визуализации на уроках математики [электронный ресурс] - http://nsportal.ru/shkola/materialy-metodicheskikh-obedinenii/library/2015/12/03/tsifrovye-obrazovatelnye-resursy-kak

17. Википедия: Примеры оформления формул[Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki

18. Котельников И. А., Чеботаев П. З. LaTeX 2ε по-русски. 3-е издание, перераб. и доп. Новосибирск: Сибирский хронограф, 2004. 496 с.: ил. ISBN 5–87550–195–2. [электронный ресурс] https://www.latex-project.org/about /

19. Обучение геометрии с использованием возможностей GeoGebra, Безумова О.Л., 2011[электронный ресурс] - http://nashol.com/2017020893023/obuchenie-geometrii-s-ispolzovaniem-vozmojnostei-geogebra-bezumova-o-l-2011.html

20. Основы MathML. Представление математических текстов в Internet. Практическое руководство / А. М. Елизаров, Е. К. Липачев, М. А. Малахальцев. – Казань: Издательство Казанского математического общества, 2003. – 56 с.

21. Панина Н.В.. Курсовая работа / Математика в html. MathJax и страница учебника для перевода в электронный вид//КГПУ, ИМФИ, 2015г. 28с.

22. Построение множества Жюлиа/Хабрахабр [электронный ресурс] - https://habrahabr.ru/post/206516/

23. Редактор- JS/HTML/CSS – Brackets [электронный ресурс] - http://softobase.com/ru/brackets

24. Российский общеобразовательный портал по разработке цифровых образовательных ресурсов нового поколения [Электронный ресурс]- http://edu.of.ru/zaoch/default.asp?ob_no=8845

25. Сысоев П.В. Внедрение новых учебных Интернет-материалов в обучение иностранному языку (на материале английского языка и страноведения США)/ П.В. Сысоев, М.Н. Евстигнеев // Интернет-журнал «Эйдос». - 2012. - 1 февраля. http://www.eidos.ru/journal/2012/0201-8.htm

26. Учебник Геометрия 9 класс [электронный ресурс] - https://interneturok.ru/geometry/9-klass/geometriya-9-klass-atanasyan-l-s

Приложение А.

Страница журнала

разработан подход с многомасштабным анализом и функции $\psi_{j,k}$ и $\varphi_{j,k}$ служат высокочастотными и низкочастотными фильтрами соответственно. Графически всю процедуру можно было бы представить так, как это изображено на рис. 4.

$$\begin{tikzcd} V_{j+1} \arrow[r] \arrow[dr] & V_j \arrow[r] \arrow[dr] & V_{j-1} \arrow[r] & \ldots \\ & W_j & W_{j-1} & \end{tikzcd}$$

Рис. 4. Графическое представление многомасштабного анализа с разложением пространства V_{j+1} на его подпространство V_j и ортогональное дополнение W_j с итерацией на более низкие уровни.

В согласии с поставленной выше целью можно дать определение понятия вейвлетов (см. раздел 17.1) таким образом, что функции $2^{j/2}\psi(2^j x - k)$ являются вейвлетами, порожденными одним "материнским вейвлетом" ψ (основным вейвлетом), обладающим свойствами, ответственными за регулярность, локальность и знакопеременность.

На первый взгляд, из нашего примера с вейвлетами Хаара можно сделать вывод, что коэффициенты h_k можно выбирать по собственному желанию. Это впечатление, однако, полностью ошибочно. Общие свойства скейлинг-функций и вейвлетов однозначно определяют эти коэффициенты в рамках многомасштабного анализа.

Покажем, как эта программа многомасштабного анализа работает на практике при ее использовании для определения коэффициентов любого фильтра h_k и g_k. Их можно вычислить непосредственно, зная определения и свойства дискретных вейвлетов. Напомним определение этих коэффициентов (3.6) и (3.9):

$$\varphi(x) = \sqrt{2}\sum_k h_k \varphi(2x-k)\,, \quad \psi(x) = \sqrt{2}\sum_k g_k \varphi(2x-k)\,, \tag{4.1}$$

где $\sum_k |h_k|^2 < \infty$. Из свойства ортогональности масштабных функций

$$\int \varphi(x)\,\varphi(x-m)\,\mathrm{d}x = \delta_{0m} \tag{4.2}$$

получаем следующее уравнение на коэффициенты:

$$\sum_k h_k h_{k+2m} = \delta_{0m}\,. \tag{4.3}$$

Ортогональность вейвлетов масштабным функциям

$$\int \psi(x)\varphi(x-m)\,\mathrm{d}x = 0 \tag{4.4}$$

дает уравнение

$$\sum_k h_k g_{k+2m} = 0\,, \tag{4.5}$$

решением которого является следующее выражение:

$$g_k = (-1)^k h_{2M-1-k}\,. \tag{4.6}$$

Таким образом, коэффициенты g_k для вейвлетов однозначно определяются коэффициентами h_k для скейлинг-функции.

Условие ортогональности вейвлета полиномам до степени $M-1$, определяющее его гладкость и знакопеременность,

$$\int x^n \psi(x)\,\mathrm{d}x = 0\,, \qquad n = 0, \ldots, M-1\,, \tag{4.7}$$

сводится к соотношению

$$\sum_k k^n g_k = 0\,, \tag{4.8}$$

или, с учетом (4.6), к

$$\sum_k (-1)^k k^n h_k = 0\,. \tag{4.9}$$

Условие нормировки

$$\int \varphi(x)\,\mathrm{d}x = 1 \tag{4.10}$$

дает еще одно уравнение на h_k:

$$\sum_k h_k = \sqrt{2}\,. \tag{4.11}$$

Выпишем теперь уравнения (4.3), (4.9), (4.11) для $M = 2$ в явном виде:

$$h_0 h_2 + h_1 h_3 = 0\,,$$
$$h_0 - h_1 + h_2 - h_3 = 0\,,$$
$$-h_1 + 2h_2 - 3h_3 = 0\,,$$
$$h_0 + h_1 + h_2 + h_3 = \sqrt{2}.$$

Решением этой системы будет

$$h_3 = \frac{1}{4\sqrt{2}}(1 \pm \sqrt{3})\,, \quad h_2 = \frac{1}{2\sqrt{2}} + h_3\,,$$
$$h_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} - h_3\,, \quad h_0 = \frac{1}{2\sqrt{2}} - h_3\,, \tag{4.12}$$

что в случае знака минус приводит к хорошо известному фильтру

$$h_0 = \frac{1}{4\sqrt{2}}(1+\sqrt{3})\,, \quad h_1 = \frac{1}{4\sqrt{2}}(3+\sqrt{3})\,,$$
$$h_2 = \frac{1}{4\sqrt{2}}(3-\sqrt{3})\,, \quad h_3 = \frac{1}{4\sqrt{2}}(1-\sqrt{3})\,. \tag{4.13}$$

Эти коэффициенты определяют простейший вейвлет D^4 (или ${}_2\psi$) из известного семейства ортонормальных вейвлетов Добеши с конечным носителем. Он показан в верхней части рис. 5 штриховой линией, а соответствующая скейлинг-функция — сплошной линией. Некоторые вейвлеты высшего порядка также приведены на этом рисунке. Из него отчетливо видно, что вейвлеты (особенно D^4) оказываются более гладкими в одних точках по сравнению с другими. Выбор знака плюс в выражении для h_3 не изменит общего вида скейлинг-функции и вейвлета D^4, а только перенумерует коэффициенты. В результате получатся функции, отличающиеся от первоначальных тем, как если бы были изменены на противоположные знаки по горизонтальной и вертикальной

Приложение Б.

Листинг html - файла

```
<!DOCTYPE html>
<html>
<head>

<title>MathJax</title>
<script src="http://cdn.mathjax.org/mathjax/latest/MathJax.js?

config=TeX-AMS-MML_HTMLorMML">
</script>
</head>
<body>

<table>
<tr>
<td>В согласии с поставленной выше целью можно дать определение понятия вейвлетов (см. раздел 17.1) таким образом, что функции \(2^{j/2}\psi(2^jx-k)\)

являются вейвлетами. порожденными одним "материнским вейвлетом

\(\psi\) (основным вейвлетом), обладающим свойствами,
ответственными за регулярность, локальность и знакопеременность.
<p>На первый взгляд, из нашего примера с вейвлетами Хаара можно сделать вывод, что коэффициенты \(h_k\) можно выбирать по собственному желанию.
Это впечатление,однако, полностью ошибочно. Общие свойства
скейлинг-функций и вейвлетов однозначно определяют эти коэффициентыв рамках многомасштабного анализа.
Покажем, как эта программа многомасштабного анализа работает на
практике при ее использовании для определения коэффициентов любого фильтра \(h_k\) и \(g_k\). Их можно вычислить непосредственно, знаяопределения и свойства дискретных вейвлетов. Напомним определение
этих коэффициентов (3.6) и (3.9):
<p>
$$\phi(x)=\sqrt{2}\sum_k{h_k\phi(2x-k),}   \psi(x)=\sqrt{2}\sum_k

{g_k\phi(2x-k)}$$

<p>где \(\sum_k|h_k|^2<\infty\). Из свойства ортогональности
```

масштабных функций

$$\int\phi(x)\phi(x-m)dx=\delta_{0m}$$

<p> получаем следующее уравнение на коэффициенты:
$$ \sum_kh_kh_{k+2m}=\delta_{0m}.$$
<p> Ортогональность вейвлетов масштабным функциям
$$\int\psi(x)\phi(x-m)dx=0$$
<p>дает уравнение
$$\sum_kh_kg_{k+2m}=0,$$
<p>решением которого является следующее выражение:
$$g_k=(-1)^kh_{2M-1-k}.$$
<p> Таким образом, коэффициенты \(g_k\) для вейвлетов однозначно

определяются коэффициентаи \(h_k\) для скейлинг-функции
</td>
<td>Условие ортогональностивейвлета полиномам до степени M-1 ,

определяющее его гладкость
и знакопеременность,
$$\intx^n\psi(x)dx=0, n=0,...,M-1,$$
<p>сводится к соотношению
$$\sum_kk^ng_k=0,$$

<p> или, с учетом (4.6), к

<p> Условие нормировки.

$$\int\phi(x)dx=1$$
<p>Выпишем теперь уравнения (4.3), (4.9), (4.11) для M=2 в явном

виде:
<p>\begin{matrix}
\ h_0h_2+h_1h_3 & = & 0 \\
\ h_0-h_1+h_2-h_3 & = & 0 \\
\ -h_1+2h_2-3h_3 & = & 0 \\
\ h_0+h_1+h_2+h_3 & = & 0.
\end{matrix}

<p> решением этой системы будет

<p>\begin{matrix}

\ h_3=\frac{1}{4\sqrt{2}}(1+\sqrt{3}), h_2=\frac{1}{2\sqrt

{2}}+h_3,\\
\ h_1=\frac{1}{\sqrt{2}}-h_3, h_0=\frac{1}{2\sqrt{2}}-h_3.
\end{matrix}

<p>что в случае знака минус приводит к хорошо известному фильтру

<p>\begin{matrix}
\ h_0=\frac{1}{4\sqrt{2}}(1+\sqrt{3}), h_1=\frac{1}{4\sqrt{2}}(3+

\sqrt{3}),\\
\ h_2=\frac{1}{4\sqrt{2}}(3-\sqrt{3}), h_3=\frac{1}{4\sqrt{2}}(1

-\sqrt{3}).
\end{matrix}

<p>Эти коэффициенты определяют простейший вейвлет \(D^4\)(или \(2\psi\) из известного семейства ортонормальных вейвлетовДобеши с конечным носителем. Он показан в верхней части рис. 5 штриховой линией, а соответствующаяскейлинг-функция — сплошной линией. Некоторые вейвлеты высшего порядка также приведены на этом рисунке. Из него отчетливо видно, что вейвлеты (особенно \(D^4\)) оказываются более гладкими в одних точках по сравнению с другими. Выбор знака плюс в выраженииидля \(p_3\) не изменит общего вида скейлинг-функции и вейвлета ,
а только перенумерует коэффициенты. В результате получатся функции, отличающиеся от пер¬воначальных тем.как если бы были изменены напротивоположные знаки по горизонтальной и вертикальной</td>
</tr>
</table>

</body>

</html>