

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования  
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им.В.П.АСТАФЬЕВА  
(КГПУ им.В.П.Астафьева)

Институт/факультет Институт математики, физики и информатики  
(полное наименование института/факультета/филиала)

Выпускающая кафедра Базовая кафедра информатики и  
информационных технологий в образовании  
(полное наименование кафедры)

**Ковалёва Елена Андреевна**  
**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**

Тема Электронный ресурс «Комбинаторика» для обучающихся в старшей  
школе

Направление подготовки 44.03.05 Педагогическое образование  
(код и наименование направления)

Профиль математика и информатика  
(наименование профиля для бакалавриата)

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ  
Заведующий кафедрой  
д.п.н., профессор Пак Н.И.  
(ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы)

(дата, подпись)

Руководитель к.т.н., доцент каф. ИиИТвО,  
Николаева Ю.С.  
(ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы)

Дата защиты 28 июня 2017 г.

Обучающийся Ковалёва Е. А.  
(фамилия, инициалы)

(дата, подпись)

Оценка (прописью)

Красноярск 2017

## Оглавление:

Глава 1. Теоретические основания для разработки электронного образовательного ресурса «Комбинаторика" для старшеклассников средней школы» .....	5
§1.Электронно-образовательные ресурсы .....	5
§2.Организационно-педагогические требования к электронным образовательным ресурсам.....	9
§3.Комбинаторика в школьном курсе математики.....	14
§4.Требования к образовательным результатам в области «Комбинаторика» .....	18
Глава 2. Электронный образовательный ресурс «Комбинаторика» для обучающихся старшей школы .....	21
§1.Анализ цифровых образовательных ресурсов по «Комбинаторике» .....	21
§2.Инструментально программные средства. Bootstrap.....	23
§3.Структура электронного образовательного ресурса по «Комбинаторика» для обучающихся старшей школы .....	25
§4.Описание электронного образовательного ресурса по «Комбинаторика» для обучающихся старшей школы. ....	28
§5.Результаты апробации электронного образовательного ресурса по «Комбинаторика» для обучающихся старшей школы. ....	41
Заключение.....	44
Список использованных источников .....	45
Приложение А.....	48

## **Введение**

Организация учебной деятельности в современной России во многом унаследована от советской системы образования. Однако на замену индустриальному обществу приходит информационное общество, мир развивается в условиях глобализации. Информационный взрыв породил множество проблем, важнейшей из которых является проблема обучения. Наиболее доступной формой автоматизации обучения является применение ЭВМ.

В современном мире, информационные и телекоммуникационные технологии все быстрее и быстрее распространяются в различные сферы деятельности людей, в том числе и образовательной сфере. Особенно динамично в сфере образования развивается система дистанционного образования это связано в первую очередь оснащением образовательных учреждений компьютерной техникой и развитие сообщества сетей Интернет. Сегодня роль учителя по новым образовательным стандартам состоит не в том, чтобы передавать знания в готовом виде, а создавать условия, при которых дети сами способны добывать знания в процессе познавательной, исследовательской деятельности, в работе над заданиями, непосредственно связанными с проблемами реальной жизни. Учение не рассматривается как простая трансляция знаний, от учителя к учащимся, а выступает как сотрудничество - совместная работа учителя и учеников.

В условиях современного образования значительно возрастает потребность в учебниках нового поколения, способных не только облегчить восприятия материала обучающимися, но и ускорить передачу знаний.

**Тема данной ВКР:** Электронный ресурс «Комбинаторика» для обучающихся в старшей школе

Комбинаторика появилась довольно давно, но, к сожалению, долгое время ей мало уделялось внимания. В последнее время этот раздел стал достаточно популярен, в 2003 г. комбинаторика как обязательный раздел

основной образовательной программы была введена в школьный курс математики с целью формирования у учащихся комбинаторного типа мышления и освоения ими основных элементов стохастической линии. Знакомство с элементами комбинаторики развивает интуицию, которая в свою очередь оказывается полезной при работе в разных областях. Задачи комбинаторного характера включены в итоговую аттестацию ОГЭ в 9 классе и ЕГЭ в 11 классе. В силу ряда причин, таких как уменьшение часов математики, в школе и других субъективных причинах, большинство учителей упускают этот раздел математики из школьного курса. Поэтому учащиеся, сталкиваясь с комбинаторными задачами, не знают, как их решать или вообще не приступают к их решению.

**Объект:** Процесс обучения «Комбинаторике» на старшей ступени обучения.

**Предмет:** Электронный образовательный ресурс по Комбинаторике

**Цель:** Разработка электронного образовательного ресурса по Комбинаторике для учащихся 10-11 классов.

Данная цель будет достигнута в результате осуществления следующих задач:

1. Выявить и охарактеризовать требования к образовательным результатам в области «Комбинаторика»;
2. Провести анализ существующих ресурсов в области «Комбинаторика»;
3. Разработать структуру электронного ресурса в области «Комбинаторика» для обучающихся старшей школы;
4. Разработать электронный образовательный ресурс по «Комбинаторике» для обучающихся старшей школы;
5. Провести апробацию электронного образовательного ресурса «Комбинаторика» для обучающихся старшей школы.

# **Глава 1. Теоретические основания для разработки электронного образовательного ресурса «Комбинаторика" для старшеклассников средней школы»**

## **§1. Электронно-образовательные ресурсы**

Рассматривая элементы информационно – образовательной среды можно сказать, что одним из главных элементов информационно – образовательной среды являются образовательные ресурсы. В терминологической базе информационных технологий образования само понятие электронных или иначе сказать цифровых ресурсов относится к фундаментальным понятиям, так как на его основании существует множество широко употребляемых терминов. Рассмотрим это понятия по частям:

Электронный ресурс – это электронные данные (информация в виде чисел, букв, символов или их комбинаций), электронные программы (наборы операторов и подпрограмм, обеспечивающих выполнение определенных задач, включая обработку данных) или сочетание этих видов в одном электронном ресурсе.[4] В зависимости от режима доступа различают электронные ресурсы локального доступа и электронные ресурсы удаленного доступа.

Основной отличительной характеристикой электронных образовательных ресурсов и является их цифровой характер, т.е. они должны быть представлены в цифровом виде. Понятие образовательный – направленный на изучение чего-либо, может быть использован в разных формах образования. Ресурс, по определению толкового словаря, – средство, к которому обращаются в необходимом случае.

Следовательно, *образовательный ресурс* можно определить как:

1. Средство, к которому обращаются с целью получения образования;
2. Ресурс, содержащий информацию образовательного характера.

В результате этого можно сделать вывод, что электронный (цифровой) образовательный ресурс (ЭОР) – это учебная, методическая, справочная, организационная и другая информация, необходимая для эффективной организации образовательного процесса, представленная в цифровом виде. ЭОР может считаться любой электронный ресурс, который содержит в себе информацию образовательного характера[10].

Считается, что электронный учебник - является литературой нового поколения, которая объединила в себе достоинства традиционных учебников и возможности компьютерных технологий. Если говорить о традиционном учебнике, представленном в виде оцифрованного материала, его можно отнести ближе всего к учебнику на электронном носителе, нежели к электронному учебнику. В случае если в традиционный учебник присутствуют признаки гипертекстового документа, а именно оглавление и гиперссылки на разделы, или средства навигации по страницам, то это уже можно считать переходной формой от электронного учебника на носителе к электронному учебнику. Если же учебник создан, как самостоятельный документ, включающий в себя отличительные, например графические признаки, то это уже будет являться полноценным электронным ресурсом. На основании данных рассуждений Л.Х Зайнутдинова дает следующее определение:

Электронные учебники - это обучающая программная система комплексного назначения, обеспечивающая непрерывность и полноту дидактического цикла процесса обучения, предоставляющая теоретический материал, обеспечивающая тренировочную учебную деятельность и контроль уровня знаний, а также информационно-поисковую деятельность, математическое и имитационное моделирование с компьютерной визуализацией и сервисные функции при условии осуществления интерактивной обратной связи[2].

В настоящее время ЭОР является основной для содержательного направления образовательного пространства. ЭОР квалифицируются по функциональному признаку следующим образом:

- Программно-методические электронные ресурсы (учебные планы, рабочие программы учебных дисциплин в соответствии с учебными планами);
- Учебно-методические электронные ресурсы (методические указания, методические пособия, методические рекомендации для изучения отдельного курса, руководства по выполнению проектных работ, тематические планы);
- Обучающие электронные ресурсы (сетевые учебники и учебные пособия, мультимедийные учебники, электронные текстовые учебники, электронные учебные пособия);
- Вспомогательные электронные ресурсы (сборники документов и материалов, справочники, указатели научной и учебной литературы, научные публикации педагогов, материалы конференций);
- Контролирующие электронные ресурсы (тестирующие программы, банки контрольных вопросов и заданий по учебным дисциплинам, банки тем рефератов, проектных работ)[3].

Помимо классификации по функциональному признаку ЭОР можно разделить на 3 уровня:

1 Уровень – текстографические ЭОР. Они отличаются от книг в основном формой предъявления текстов и иллюстраций: материал представляется на экране компьютера, а не на бумаге. Но его очень легко распечатать, т.е. перенести на бумагу.

2 Уровень - ЭОР текстографические, но имеют существенные отличия в навигации по тексту. Страницы книги мы читаем последовательно, осуществляя линейную навигацию. При этом довольно часто в учебном тексте встречаются термины или ссылки на другой раздел того же текста. В

таких случаях книга не очень удобна: нужно разыскивать пояснения где-то в другом месте, листая множество страниц. В ЭОР же это можно сделать гораздо комфортнее: указать незнакомый термин и тут же получить его определение в небольшом дополнительном окне или мгновенно сменить содержимое экрана при указании так называемого ключевого слова. В данном случае навигация по тексту является нелинейной, то есть можно просматривать фрагменты текста в произвольном порядке.

3 Уровень – ЭОР ресурсы, целиком состоящие из визуального или звукового фрагмента. Отличия от книги здесь очевидны: ни кино, ни анимация, ни звук в полиграфическом издании невозможны[12].

Для создания электронного учебного пособия необходимо выполнить следующие этапы:

- подобрать материал для электронного учебного пособия;
- разработать структуру электронного учебного пособия;
- продумать и разработать дизайн страниц электронного учебного пособия;
- разбить теоретический материал на разделы и темы, т.е. разработать сценарий электронного учебного пособия;
- заполнить страницы электронного учебного пособия.

Рассматривая образовательный процесс с точки зрения информатизации, нельзя не обратить внимания на компьютер, как средство обучения. Для повышения эффективности образовательного процесса, на мой взгляд, необходимо при подготовке и проведении занятий использовать новые информационные технологии, внедряя в процесс обучения электронные образовательные ресурсы.

## **§2. Организационно-педагогические требования к электронным образовательным ресурсам.**

Как уже было сказано в предыдущем параграфе, электронный ресурс по своей сути выступает в роли средства получения образовательной информации, следовательно, к нему предъявляются определенные требования. Требования ко всем видам электронных ресурсов можно разделить на группы:

- Дидактические:

1. Требование научности обучения. Означает достаточную глубину, корректность и научную достоверность изложения содержания учебного материала

2. Требование доступности обучения. Необходимость определения степени теоретической сложности и глубины изучения учебного материала сообразно возрастным и индивидуальным особенностям учащихся.

3. Требование обеспечения проблемности обучения. Учащийся сталкивается с учебной проблемной ситуацией, требующей разрешения, его мыслительная активность возрастает.

4. Требование обеспечения наглядности обучения. Необходимость учета чувственного восприятия изучаемых объектов, их макетов или моделей и их личное наблюдение учащимся.

5. Требование обеспечения сознательности обучения, самостоятельности и активизации деятельности обучаемого. Обеспечение средствами ЭОР самостоятельных действий учащихся по извлечению учебной информации.

6. Требование систематичности и последовательности обучения при использовании ЭОР. Обеспечение последовательного усвоения учащимися определенной системы знаний в изучаемой предметной области.

7. Требование прочности усвоения знаний при использовании ЭОР. Прочное усвоения учебного материала наибольшее значение имеют глубокое осмысление этого материала, его рассредоточенное запоминание.

8. Требование единства образовательных, развивающих и воспитательных функций обучения.

- Специфические:

1) Требование адаптивности. ЭОР должен быть приспособлен к процессу обучения, к усвоению знаний умений и навыков, к психологическим особенностям обучаемого. Различают 3 уровня адаптации:

1 уровнем адаптации считается возможность выбора учащимся наиболее подходящего для него индивидуального темпа изучения материала.

2 уровень адаптации подразумевает диагностику состояния обучаемого, на основании результатов которой предлагается содержание и методика обучения.

3 уровень адаптации базируется на открытом подходе, который заключается в стремлении разработать как можно больше вариантов использования.

2) Требование интерактивности. В процессе обучения должно иметь место взаимодействие учащегося. При контроле с по результатам учебной работы должна осуществляться обратная связь.

3) Требование реализации возможностей компьютерной визуализации учебной информации. Анализ возможностей современных средств отображения информации по сравнению с качеством представления учебной информации в ЭОР.

4) Требование развития интеллектуального потенциала обучаемого при работе с ЭОР. Предполагает формирование стилей мышления, умения принимать оптимальное решение или вариативные решения в сложной ситуации, умений по обработке информации.

- 5) Требование системности и структурно-функциональной связности представления материала.
  - 6) Требование обеспечения полноты (целостности) и непрерывности дидактического цикла обучения.
- Методические:
    - 1) В связи с многообразием реальных технических систем и устройств и сложностью их функционирования предъявление учебного материала в ЭОР должно строиться с опорой на взаимосвязь и взаимодействие понятийных, образных и действенных компонентов мышления.
    - 2) ЭОР должен обеспечить отражение системы научных понятий учебной дисциплины в виде иерархической структуры высокого порядка
    - 3) ЭОР должен предоставлять обучаемому возможность разнообразных контролируемых тренировочных действий.
  - Технические:
    - 1) Функционирования ЭОР в средах Интернет-навигации, MS Windows 98, Me, 2000 и т.д.
    - 2) Функционирования в локальном и в сетевом режиме.
    - 3) Максимального использования современных средств мультимедиа и телекоммуникационных технологий.
    - 4) Надежности и устойчивой работоспособности.
    - 5). Гетерогенности (устойчивой работы на различных компьютерных и других аналогичных им средствах, предусмотренных спецификацией ОЭИ).
    - 6) Устойчивости к дефектам.
    - 7) Наличия защиты от несанкционированных действий пользователей.
    - 8) Эффективного и оправданного использования ресурсов.
    - 9) Тестируемости.
    - 10) Простоты, надежности и полноты инсталляции и деинсталляции.

- Сетевые:
  - 1) Возможность работы в локальном и сетевом режиме.
  - 2) Ориентация на сетевую архитектуру «клиент-сервер».
  - 3) Наличие физически локализованных и распределенных в сети компонент.
  - 4) Наличие средств администрирования процесса обучения и общих информационных баз.
  - 5) Наличие средств организации коллективной работы.
  - 6) Платформенная и программная независимость
- Эргономические:
 

Требование обеспечения гуманного отношения к обучающемуся.
- Эстетические:
  - 1) Создание и использование ЭОР должно сопровождаться соответствующим документированием с целью обеспечения интерфейса между разработчиками, заказчиками и пользователями ЭОР, а также для обеспечения возможности освоения и совершенствования функций компонентов ЭОР.
  2. Документация к ЭОР должна быть исчерпывающей и соответствовать реальным электронным изданиям и ресурсам.
  3. Документация к ЭОР должна обеспечивать неснижаемую эффективность эксплуатации ЭОР.
  4. Документация к ЭОР должна способствовать мобильности и повторного использования компонентов ЭОР.
- Документация (полнота для эффективности эксплуатации, мобильности использования компонентов)[21].

Не смотря на большое количество требований ЭОР является одним из наиболее популярных компьютерных средств обучения, позволяющий реализовать функции обучения, самообучения, демонстрации изучаемого материала, тренировки в применении изученного материала, контроля и

самоконтроля, систематизации усвоенных знаний и являющиеся таким образом многоцелевым средством обучения. Для успешности ЭОР помимо соответствия с требованиями необходимо учесть такие аспекты как практически мгновенная обратная связь, возможность быстрого поиска необходимой справочной информации, демонстрационные примеры и модели, контроль (тренаж, самоконтроль, тестирование).

Мы остановимся на таком ЭОР как электронный учебник. Электронный учебник должен максимально облегчить понимание и запоминание (причем активное, а не пассивное) наиболее существенных понятий, утверждений и примеров, вовлекая в процесс обучения иные, нежели обычный учебник, возможности человеческого мозга, в частности, слуховую, зрительную и эмоциональную память, а также используя компьютерные объяснения.

Организация учебной деятельности с использованием электронных учебников, несомненно, предполагает учет индивидуального темпа работы детей, определенную последовательность подачи учебного материала и разнообразные формы его изучения. Расширение ресурсов печатного учебника мультимедийными и интерактивными элементами, тестами и виртуальными лабораториями создает все условия для индивидуализации процесса обучения.

Задача учителя, как и на обычном уроке, состоит в том, чтобы организовать активную познавательную деятельность учащихся с использованием электронного учебника, увлечь их, повысить мотивацию и интерес к учебному предмету.

Работа с электронными учебниками это может включать в себя:

- Использование активных методов взаимодействия с учебным материалом.
- Организацию проектной и исследовательской деятельности с использованием электронного учебника.
- Использование игровых оценочных средств.

Структура заданий электронного учебника помогает ребенку в приобретении новых знаний, а возможность организации межпредметного взаимодействия и использования электронных форм учебников различных предметов позволяет организовать активное взаимодействие ученика с учебным материалом[3].

Использование электронных учебников в качестве повседневного инструментария учащегося и преподавателя позволяет:

- создать условия для активной познавательной и творческой деятельности учащегося с элементами предметной среды и средствами коммуникации;
- обогатить достоинства классического печатного учебника за счёт динамических мультимедийных компонентов, интерактивных контрольно-измерительных материалов, средств полнотекстового поиска;
- создать комфортные условия для управления учебным процессом и содержанием учебной работы учащихся и преподавателей.

Итак, методически не продуманная подача учебного материала может привести к не успешному усвоению его обучающимися. Мультимедийные средства, используемые в большом количестве при создании электронных учебников, часто являются избыточными. Они отвлекают, раздражают, не дают сосредоточиться. Выразительные средства, на мой взгляд, должны быть довольно скупы и не подменять собою содержательную часть.

### **§3. Комбинаторика в школьном курсе математики.**

Комбинаторика является разделом математики, изучающая комбинации и перестановки предметов. Долгое время комбинаторика лежала вне основного русла развития математики. Однако выбором объектов и расположением их в том или ином порядке приходится заниматься чуть ли не во всех областях человеческой деятельности. Уже несколько тысячелетий в

Древней Греции подсчитывали число различных комбинаций длинных и коротких слогов в стихотворных размерах, занимались теорией чисел, изучали фигуры, которые можно составить из частей особым образом разрезанного квадрата и т.д. Конкретные комбинаторные задачи, касавшиеся перечислению небольших групп предметов, греки решали без ошибок. Наряду с комбинаторикой чисел греческие ученые занимались и отдельными вопросами геометрической комбинаторики – правильными и неправильными многогранниками.

Несмотря на это комбинаторика становится наукой лишь в XVII веке в период, когда возникла теория вероятности. Комбинаторика, пройдя многовековой путь, обрела собственные методы, которые широко используются как в самой математике, так и в других науках, таких как, экономика, биология, физика и во многих других.

В школьном курсе, комбинаторика преподается в совокупности с теорией вероятности. В настоящее время никто не подвергает сомнению необходимость включения комбинаторики в школьный курс математики. Поэтому ее все больше вводят в школьный курс математики, считается необходимым формирование у учащихся абстрактного и логического мышления. Современная концепция школьного математического образования ориентирована, прежде всего, на учет индивидуальности ребенка, его интересов и склонностей.[1]Этим определяются критерии отбора содержания, разработка и внедрение новых, интерактивных методик преподавания, изменения в требованиях к математической подготовке ученика. Также с помощью комбинаторики развивается у учащихся интуиция, которая оказывается полезной в разных областях. Комбинаторные навыки оказались полезными и в часы досуга. Нельзя точно сказать, когда наряду с состязаниями в беге, прыжками появились игры, требовавшие, в первую очередь, умения рассчитать, составить планы и опровергнуть планы противника.

Задачи, в которых идет речь о тех или иных комбинациях объектов, называться комбинаторными. Характерной чертой комбинаторных задач является то, что в них речь идет о конечном множестве элементов. При решении многих задач полезно, прежде чем изучать и подсчитывать какие-то объекты, сначала аккуратно все это «разложить по полочкам», говоря по-научному - классифицировать. [22] Для этого, изучаемые объекты разбивают на группы (классы) так, чтобы каждый из них вошел точно в один класс. И далее рассматривают каждый класс по отдельности. То есть, множество всех рассматриваемых предметов разбивается на непересекающиеся подмножества по какому-либо признаку.

Способы решения комбинаторных задач различаются в зависимости от знаний учащихся. Рассмотрим сначала 5-6 класс, в этот период дети ещё не знают ни каких правил и формул по данной теме, поэтому все решения задач сводится к перебору всех возможных решений и построению графов. Рассмотрим способы решения задачи в 5-6 классе.

В 7-9 классах уже начинается изучения основных комбинаторных правил (правила сложения и умножения) Правило суммы: если некоторый объект А можно выбрать  $n$  способами, а другой объект В можно выбрать  $m$  способами, то выбор "либо А, либо В" можно осуществить  $n+m$  способами.

Правило произведения: Если объект А можно выбрать  $n$  способами, а после каждого такого выбора другой объект В можно выбрать (независимо от выбора объекта А)  $m$  способами, то пары объектов А и В можно выбрать  $n*m$  способами.

В 10-11 классах так же задачи решаются с помощью основных комбинаторных конфигурации.

Размещениями множества из  $n$  различных элементов по  $m$  элементов ( $m \leq n$ ) называются комбинации, которые составлены из данных  $n$  элементов

по  $m$  элементов и отличаются либо самими элементами, либо порядком элементов. Число всех размещений множества из  $n$  элементов по  $m$  элементов обозначается через  $v$ . Число размещений множества из  $n$  элементов по  $m$  элементов равно  $v$ . [14]

Перестановкой множества из  $n$  элементов называется расположение элементов в определенном порядке. Так, все различные перестановки множества из трех элементов  $\{a,b,c\}$ — это  $abc$ ,  $acb$ ,  $bac$ ,  $bca$ ,  $cab$ ,  $cba$ . Очевидно, перестановки можно считать частным случаем размещений при  $m=n$ . Число всех перестановок из  $n$  элементов обозначается  $v$ . Следовательно, число всех различных перестановок вычисляется по формуле

Сочетаниями из  $n$  элементов по  $k$  называются соединения, которые можно образовать из  $n$  элементов, собирая в каждое соединение  $k$  элементов; при этом соединения отличаются друг от друга только самими элементами (различие порядка их расположения во внимание не принимается).[14]

Данная тема включена в единый государственный экзамен, в котором последовательно реализуется проверка уровней математической компетентности школьников.

По мере развития комбинаторики выяснилось, что, несмотря на внешнее различие изучаемых ею вопросов, многие из них имеют одно и тоже математическое содержание и сводятся к задачам о конечных множествах и подмножествах. Комбинаторика применяется во многих областях. Например: производство (распределение нескольких видов работ между рабочими), агротехника (размещение посевов на нескольких полях), учебные заведения (составление расписаний), химия (анализ возможных связей между химическими элементами), лингвистика (рассмотрение вариантов комбинаций букв), азартные игры (подсчёт частоты выигрышей), экономика (анализ вариантов купли-продажи акций), криптография (разработка методов шифрования) и т.д.

#### **§4. Требования к образовательным результатам в области «Комбинаторика»**

Введение элементов комбинаторики, теории вероятностей, статистики предусматривает формирование таких видов деятельности, как:

- построение комбинаций элементов, удовлетворяющих заранее заданным свойствам, перебор или подсчет количества таких комбинаций;
- построение вероятностных моделей реальных процессов и явлений;
- анализ эмпирических, т.е. полученных посредством наблюдения или эксперимента, данных, включающий самостоятельный сбор данных, проведение экспериментов, первоначальную обработку статистического материала, статистические выводы.

Эти виды деятельности взаимосвязаны и направлены на обучение учащихся анализу данных.

Познавательные цели изучения элементов комбинаторики, теории вероятностей, статистики:

- приобретение знаний об основных правилах и формулах комбинаторики, об основных понятиях и теоремах теории вероятностей, о статистическом наблюдении и статистическом выводе;
- формирование научного мировоззрения;
- удовлетворение личных познавательных интересов, необходимых для применения в практической деятельности, для изучения смежных дисциплин, продолжения образования;

Развивающие:

- развитие математического стиля мышления, комбинаторных возможностей интеллекта учащихся, вероятностно-статистической интуиции, формирование адекватных представлений о свойствах случайных явлений;

- формирование качеств личности, необходимых человеку для полноценной жизни в современном обществе (ясность и точность мысли, критичность мышления, интуиция, логическое мышление, алгоритмическая культура, способность к преодолению трудностей, умения ориентироваться в изменчивом информационном мире).

Воспитательные:

- воспитание культуры умственного труда;
- становление самосознания;
- воспитание понимания значимости комбинаторики, теории вероятностей, статистики для научно - технического прогресса.

Особенности структуры и содержания линии. На каждом этапе обучения различны. Изучение элементов комбинаторики, вероятности, статистики целесообразно начинать в 5 классе и продолжать в течение всего дальнейшего периода обучения (постепенный переход от простого к сложному). На всех ступенях обучения фактически формируются одни и те же виды деятельности, но на разных уровнях и различными средствами. Рассмотрю примерное содержание обучения для каждого этапа обучения.

5-6 классы Существование и построение комбинаций с какими-либо заданными свойствами. Перебор возможных вариантов. Достоверное, невозможное, случайное событие. Сравнение шансов наступления случайных событий на основе интуитивных соображений, на классической, статистической основах, с помощью геометрических соображений. Представление данных. Чтение таблиц, диаграмм.

7—9 классы Комбинаторные правила произведения и сложения. Решение комбинаторных задач на правила умножения и сложения. Эксперимент со случайными исходами, случайное событие. Операции над событиями. Частота события. Вероятность события. Вычисление вероятности наступления случайных событий на классической, статистической, геометрической

основах.[9] Первичная обработка статистических данных. Наглядное представление статистической информации. Статистические характеристики. Статистические исследования. Статистическое оценивание и прогноз.

10—11 классы Размещения, перестановки, сочетания. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля. Вероятностное пространство. Вероятность события. Вероятности суммы и произведения событий. Решение задач. В ходе изложения вопросов данной линии включаются сведения по историческому становлению и развитию изучаемых явлений.

В результате освоения образовательной программы в рамках изучения «Элементы комбинаторики и теории вероятностей» выставляются следующие требования:

В результате изучения данных тем учащиеся должны:

- понимать вероятностный характер многих закономерностей окружающего мира;
- решать комбинаторные задачи методом перебора, с использованием известных комбинаторных правил и формул;
- использовать комбинаторные схемы для вычисления вероятностей случайных событий в классической модели;
- вычислять вероятности наступления случайных событий на статистической основе, с помощью геометрических соображений;
- использовать приобретенные знания и умения для анализа реальных числовых данных, представленных в виде таблиц, диаграмм, графиков, для сбора и анализа информации статистического характера, для решения учебных и практических задач.

## Глава 2. Электронный образовательный ресурс «Комбинаторика» для обучающихся старшей школы

### §1. Анализ цифровых образовательных ресурсов по «Комбинаторике»

Роль средств обучения в учебном процессе меняется в зависимости от возможностей, предоставляемых данными средствами. Традиционно обучение строится на взаимодействии учителя и учащегося, обучающего и обучаемого. Педагогика и методика образования накопили значительный багаж форм и методов обучения (способов передачи знаний). Задача учителя найти такие средства обучения, которые обеспечат оптимальные формы передачи знаний, формирования компетенций с учетом возрастных и психологических особенностей и возможностей каждого обучающегося.

Рассмотрим предлагаемые нам средства направленные на изучение, такого раздела математики как «Комбинаторика».

Первый цифровой образовательный ресурс (ЦОР), который я рассмотрела – это «Сила Знаний».

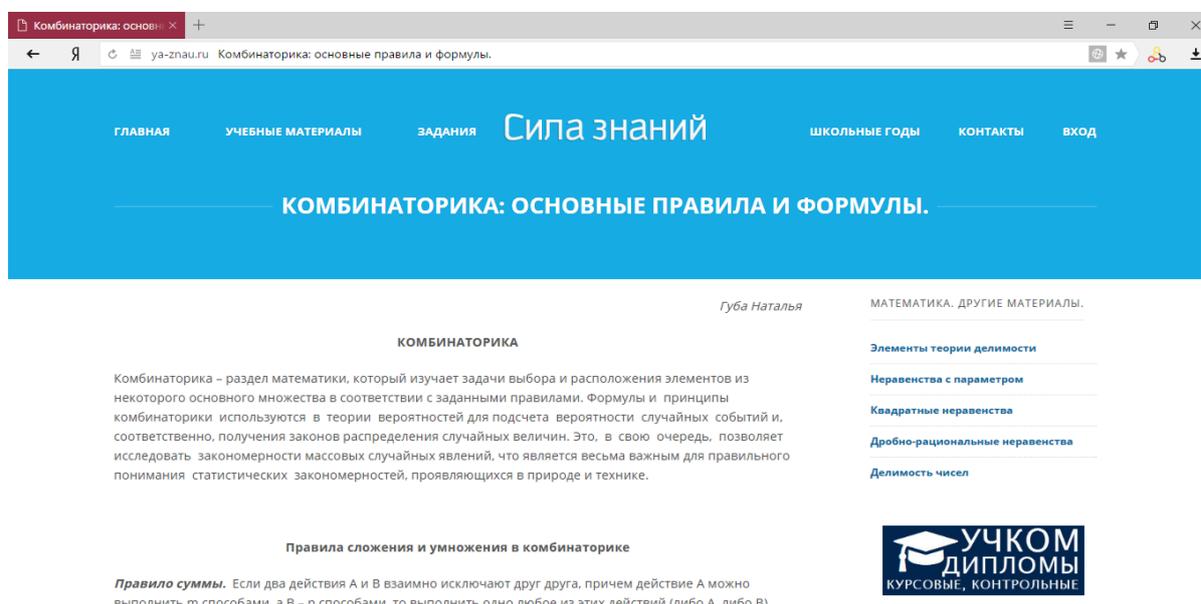


Рисунок 1. Сила знаний

На данном ресурсе нам предоставляется только теоретические материалы: правила суммы и умножения, перестановка, размещение и сочетания. На этом блок, отведенный комбинаторики заканчивается. Перейдем к следующему ресурсу.



Рисунок 2. MathschooL

Исследуем ресурс математика для школы. На данном ресурсе рассматриваются элементы комбинаторики, после каждого правила разработчиками сайта предложен разобранный пример по применению правила. К сожалению, предложено только по одному примеру применения правил, что не достаточно для понимания материала у учащихся.

Из всех рассмотренных электронных ресурсах самый продуктивный, на мой взгляд, оказался сайт МатБюро.

В отличие от остальных предложенных ресурсов на данном помимо теоретической части сопровождаемой примерами есть и практическая часть, но состоящая только из 3 заданий на каждое правило.

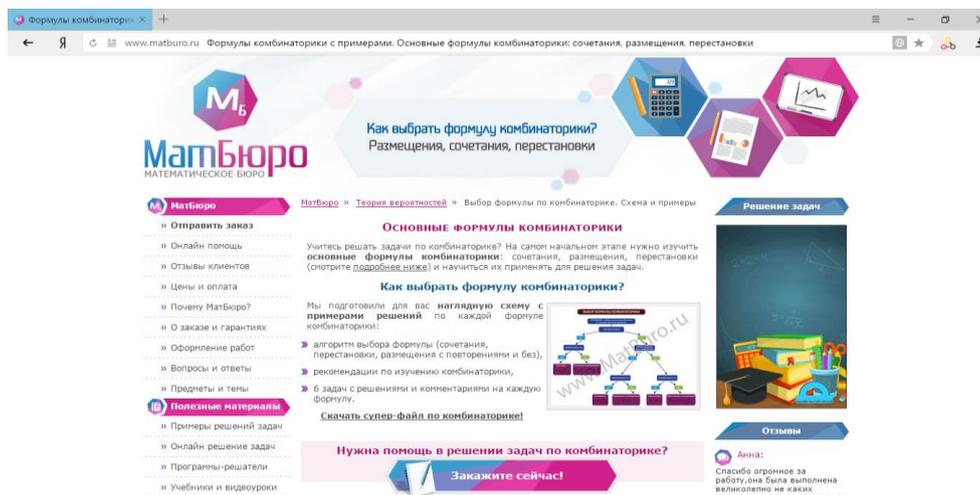


Рисунок 3. МатБюро

Проведя анализ предложенных в свободном доступе ресурсов, нами был сделан вывод, что данных ресурсов недостаточно для восполнения недостатка в заданиях, предложенных в электронных ресурсах по теме «Комбинаторика».

## §2. Инструментально программные средства. Bootstrap.

Для создания электронного образовательного ресурса, кроме Web-браузеров, необходимо иметь программы для редактирования HTML-документов. Помимо этого необходимо определиться с помощью какого средства(программы) его реализовать. Непосредственно для создания сайта предусмотрено большое количество разнообразных программ.

Создание сайта можно выполнить следующими способами:

- сайт, созданный на HTML и CSS;
- сайт, созданный с использованием шаблона или конструктора;
- сайт, созданный при помощи визуального редактора.

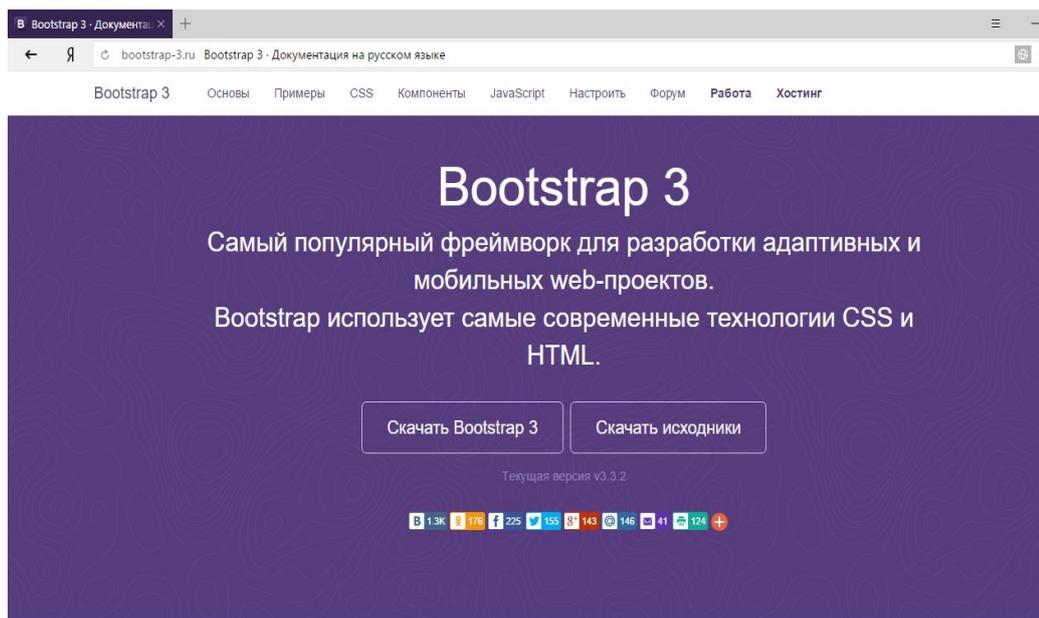
Рассмотрим некоторые программы для создания сайтов:

Программа Dreamweaver, достоинство данной программы заключается в наличии визуального редактора, что позволяет сделать макет страницы таким, чтобы он состоял из различных частей.

Данная программа проста в использовании, что позволяет ее использование людям далеким от HTML. Основной и решающий недостаток

данной программы заключается в ее небольшом функционале. Рассматривая конструктор сайтов, мы пришли к выводу что, несмотря на быстроту создания сайтов, так же существует недостаток в функционале[16].

Рассмотрев различные средства создания сайтов, мы пришли к выводу, что для решения поставленных нами целей наиболее подходящим является фреймворк — Bootstrap.



*Рисунок 4. Фреймворк — Bootstrap*

Фреймворк — Bootstrap, является набором инструментов включающих в себя HTML и CSS, направленный на более быстрое и эффективное создание сайтов и веб-приложений в нашем случае мы будем использовать его для создания электронного образовательного ресурса. В данное время Bootstrap находится на пике популярности и можно однозначно сказать, что на основе фреймворка можно создать любой интерфейс. В настоящее время большей популярностью пользуется 3 версия Bootstrap.

Причиной популярности Bootstrap является наличие большого количества преимуществ. Основным достоинством Bootstrap является экономия времени, так как при его использовании мы работаем уже с готовыми классами и дизайном. Так же к неотъемлемым достоинствам Bootstrap можем отнести адаптивность, динамические макеты Bootstrap

качественно отображаются на различных устройствах без необходимости в изменении разметки. Все страницы на сайте оформляются в едином стиле, независимо от используемого браузера сайт будет хорошо отображаться во всех браузерах. К плюсам Bootstrap так же можно отнести простоту в использовании и открытость инструмента.

Как уже было сказано выше Bootstrap включает в себя элементы HTML, CSS и JavaScript, наряду с ними в Bootstrap используется динамический язык стиля LESS, благодаря чему, разработчики сайта могут по своему усмотрению управлять цветом, шрифтом и т. д.

Рассмотрев различные средства для создания ЭОР, определили, что самым подходящим для достижения поставленной нами цели будет являться Фреймворк — Bootstrap.

### **§3. Структура электронного образовательного ресурса по «Комбинаторика» для обучающихся старшей школы**

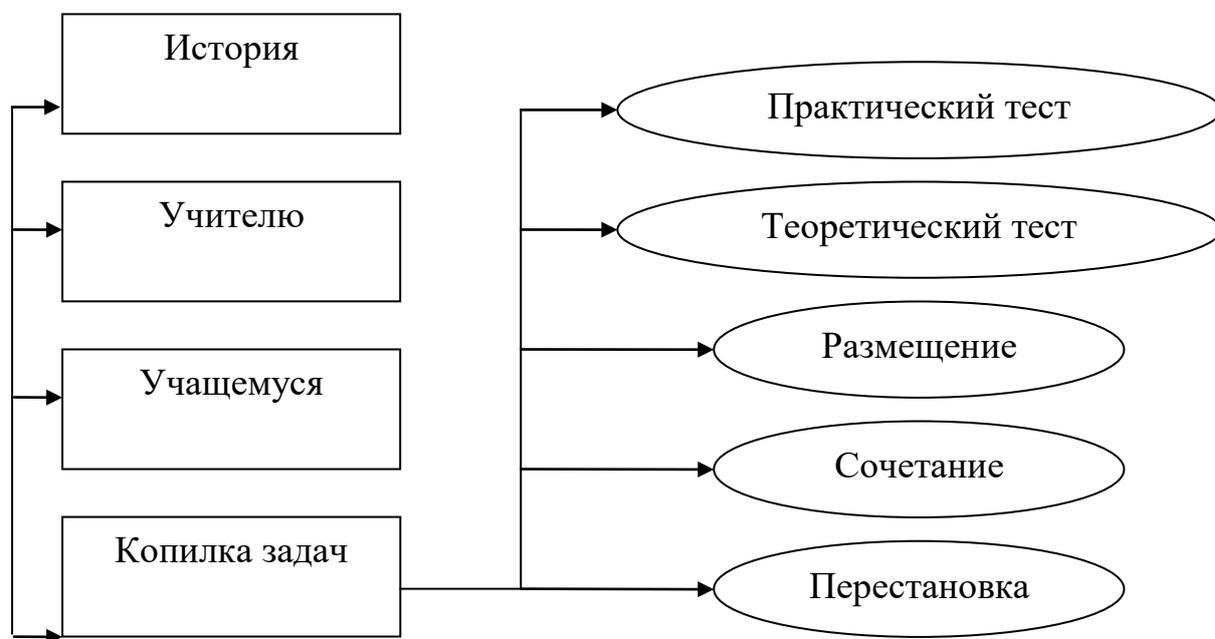
Целью данной выпускной квалификационной работы является разработка электронного образовательного ресурса по «Комбинаторике для старшей ступени обучения. Одной из основных задач для выполнения данной цели служит разработка структуры электронного ресурса.

Создание электронного учебного пособия заключается в создании страниц и размещении на них различных теоретических материалов, задач, тестовых страниц. Они могут иметь разные местоположения и размеры, текст может отличаться высотой, шрифтом, цветом.

Структура электронного обучающего ресурса построена по типу иерархии и включает в себя 4 раздела, один из которых имеют подразделы (Рисунок 5). В пособие включены разделы:

- «История»;

- «Учителю»;
- «Учащемуся»;
- «Копилка задач».



*Рисунок 5. Структура ЭОР*

Стартовая страница моего электронного образовательного ресурса является точкой входа в учебное пособие и содержит следующую информацию:

- Название электронного учебного пособия «Комбинаторика» и само понятие «Комбинаторика»;
- Афоризмы о математике;
- Историческую справку с иллюстрациями.

Следующий раздел «Учителю» содержит методические материалы для учителя с возможностью скачивания. После данного раздела следует раздел «Ученику» содержащий теоретические материалы. После изучения

теоретического материала обучающемуся предлагается наработать практические навыки решения задач, а в последствии пройти тестирование.

Основные разделы электронного образовательного ресурса расположены в навигационном меню. Из которых, первый раздел «История», второй раздел «Учителю», третий раздел «Учащемуся» простые разделы, а четвертый раздел «Копилка задач» составной, состоящий из трех страниц содержащих практические задачи и двух страниц содержащих итоговое тестирование.

Тесты, содержащиеся в разделе «Копилка задач», а именно «Теоретический тест» состоящий из 6 заданий и «Практический тест» состоящий из 10 заданий имеют следующие критерии:

- 1) В теоретический тесте, оценка «ОТЛИЧНО» ставится, если выполнено, верно, все 6 заданий, в случае, если допущена одна или две ошибки ставится оценка «ХОРОШО». Оценка «УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО» ставится, если выполнено, верно, только половина заданий, т.е. 3, если же выполнено, верно, меньше 3 заданий, но ставится оценка «НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО».
- 2) В тесте, имеющем практическую направленность, «ОТЛИЧНО» ставится, если выполнено, верно, 9 -10 заданий, в случаи, если правильно выполнено 7-8 заданий ставится оценка «ХОРОШО». Оценка «УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО» ставится, если выполнено, верно, 5-6 заданий, если же выполнено, меньше 4 заданий, но ставится оценка «НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО».

В процессе использования Фреймворк — Bootstrap дизайна всех страниц учебного ресурса выдержаны в одном стиле. Каждая страница теоретического материала разбита на логически законченные части. Страницы с тестовыми заданиями выдержаны в одном стиле со страницами,

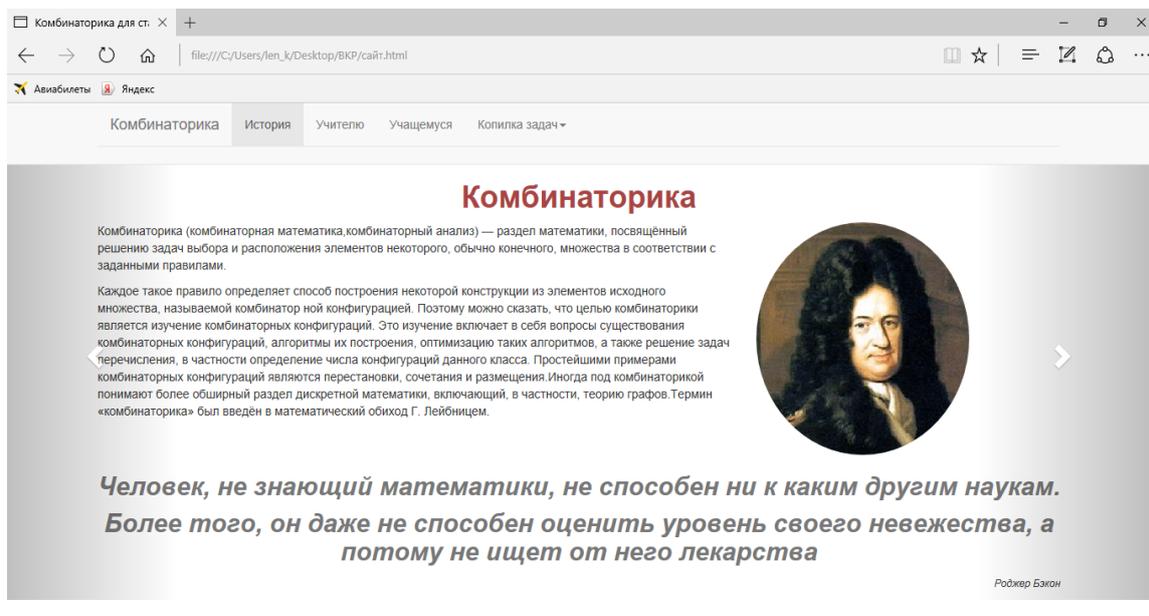
содержащими теоретический материал. Каждая логически законченная часть содержит подходящие описанию иллюстрации по темам. Переход по страницам осуществляется с помощью навигационного меню.

Материал электронного учебного ресурса содержится в папках. Каждая документ соответствует одной подтеме учебника. Запуск электронного учебного пособия осуществляется двойным щелчком левой кнопки мыши по файлу «сайт».html в папке «Комбинаторика», после чего появится стартовое окно.

В данном параграфе была изложена структура электронного ресурса, создаваемого с помощью вспомогательного инструмента Bootstrap, описание данного образовательного ресурса «Комбинаторика» представлено в следующем параграфе.

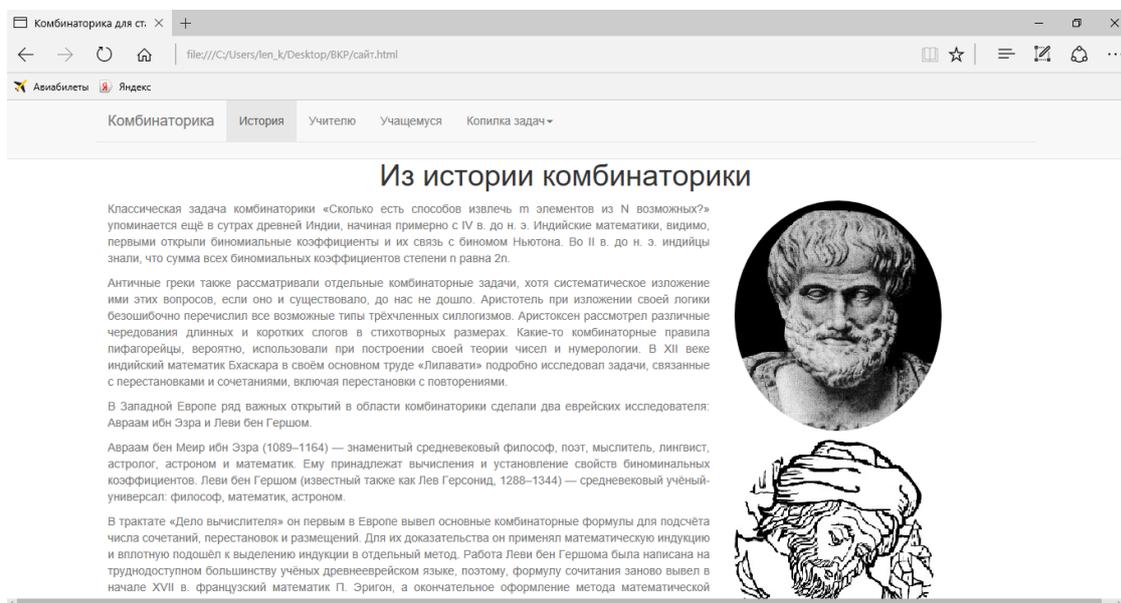
#### **§4. Описание электронного образовательного ресурса по «Комбинаторика» для обучающихся старшей школы.**

Электронное учебное пособие открывается при запуске файла сайт.html из папки ВКР «Комбинаторика». Отправной точкой учебного пособия является стартовая страница, на которой отображается название ресурса определение понятия комбинаторика. Термин «комбинаторика» был введён в математический обиход Г. Лейбницем и имеет следующее определение: «Комбинаторика – раздел математики, посвящённый решению задач выбора и расположения элементов некоторого, обычно конечного, множества в соответствии с заданными правилами».[1] Данное понятие вместе с «афоризмами» находятся в панели карусели.(Рисунок 6(а))



*Рисунок б(а). Стартовая страница*

При переходе по странице мы оказываемся в мире поэтапного становления комбинаторики. В каждом периоде выбран ученный, сделавший наибольший вклад в развитие раздела дискретной математике комбинаторика.(Рисунок б(б))



*Рисунок б(б). Стартовая страница «История»*

Раздел «Учителю» (Рисунок 7) представляет собой методическую копилку для учителя. Здесь представлен конспекты уроков (Приложение А) и

презентации к ним и возможная программа элективного курса по комбинаторике для учащихся 10 – 11 классов.

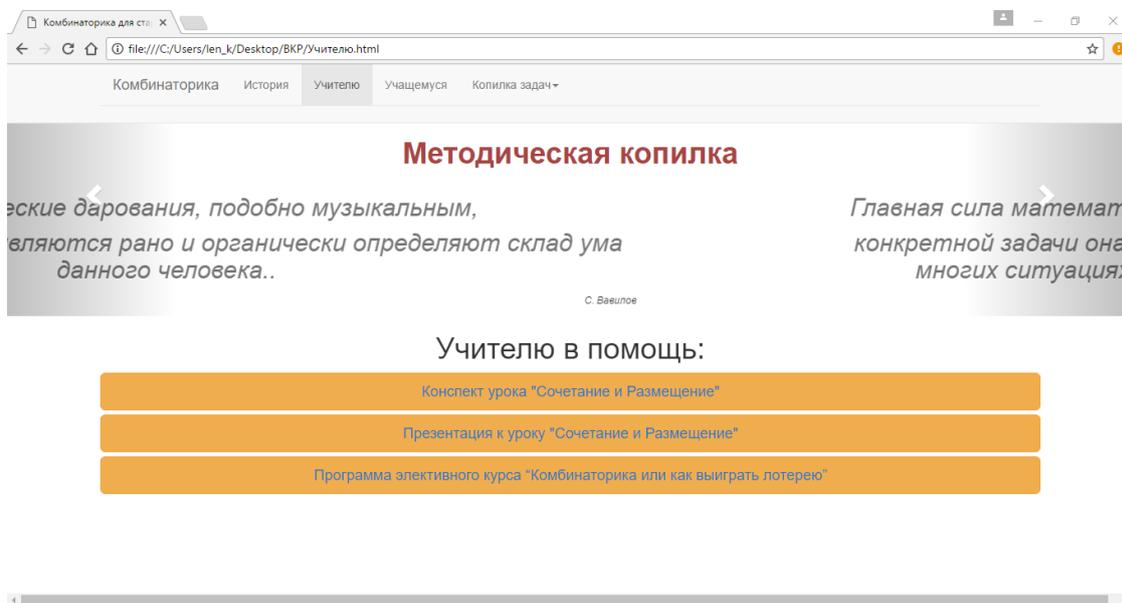


Рисунок 7. Раздел «Учителю»

Далее в навигационном меню расположен раздел «Учащемуся», в котором находятся основные формулы комбинаторики. А именно Перестановка (Рисунок 8(а)), Сочетание (Рисунок 8(б)), Размещение (Рисунок 8(в)) и Бином Ньютона.

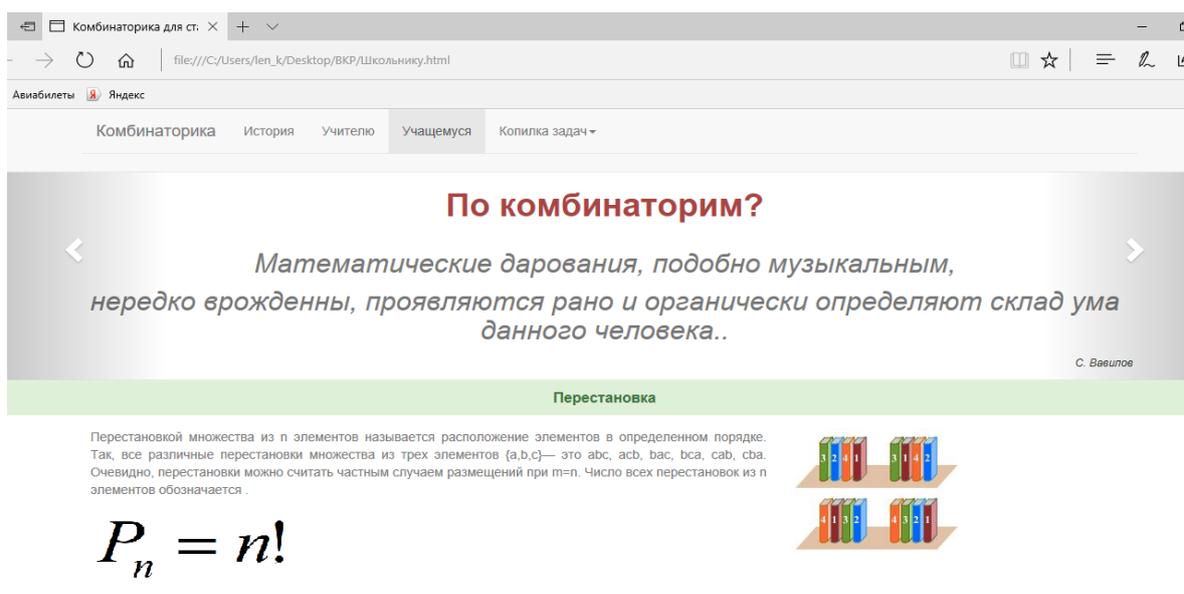


Рисунок 8(а). «Учащемуся»

Комбинаторика для ст. x +

file:///C:/Users/len\_k/Desktop/ВКР/Школьнику.html

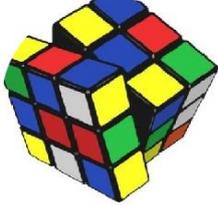
Авиабилеты Яндекс

Комбинаторика История Учителю Учащемуся Копилка задач

---

**Сочетание**

Сочетаниями из  $n$  элементов по  $k$  называются соединения, которые можно образовать из  $n$  элементов, собирая в каждое соединение  $k$  элементов; при этом соединения отличаются друг от друга только самими элементами (различие порядка их расположения во внимание не принимается).

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$



---

**Размещение**

*Рисунок 8(б). «Учащемуся»*

Комбинаторика для ст. x +

file:///C:/Users/len\_k/Desktop/ВКР/Школьнику.html

Авиабилеты Яндекс

Комбинаторика История Учителю Учащемуся Копилка задач

---

**Размещение**

Размещениями множества из  $n$  различных элементов по  $m$  элементов ( $m \leq n$ ) называются комбинации, которые составлены из данных  $n$  элементов по  $m$  элементов и отличаются либо самими элементами, либо порядком элементов. Число всех размещений множества из  $n$  элементов по  $m$  элементов обозначается через  $v$ . Число размещений множества из  $n$  элементов по  $m$  элементов равно . . .

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$



---

**Бином Ньютона**

Выведем формулу, позволяющую возводить двучлен (бином)  $(a+b)$  в любую целую неотрицательную степень. Это формула бинома Ньютона. Она имеет следующий вид. Докажем данную формулу методом математической индукции по  $n$ , где  $n \geq 0$ . Формула верна при  $n = 0, 1, 2$ . В самом деле, Пусть формула верна при  $n = k$ . Докажем ее при  $n = k + 1$ . Раскрыв скобки и сгруппировав слагаемые по степеням  $a$ , получим: С учетом свойства 4 и того, что  $i$ , имеем: Итак, индукция завершена, значит истинность формулы доказана. В формуле бинома Ньютона для  $(a + b)^n$  сумма степеней  $a$  и  $b$  в каждом слагаемом равна  $n$ . Числа называются биномиальными коэффициентами. При вычислении биномиальных коэффициентов удобно применять треугольник Паскаля. В качестве примера найдем: а)  $(a + b)^5$ ; б)  $(x^2 - 1)^4$ . Легко убедиться, что хорошо

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1

---

*Рисунок 8(в). «Учащемуся»*

После изучения теоретического материала обучающимся предлагается развить навыки решения задач основных комбинаций. Данные задачи могут служить, как для основного материала при решении задач непосредственно на уроке по данной теме в 11 классе, так и для дополнительного материала для самостоятельной отработки учениками навыков решения комбинаторных задач в домашних условиях. По каждой комбинации в ЭОР включено по 10

задач. В каждый подраздел раздела «Копилка задач» мною было разработано по 10 задач:

Перестановка (Рисунок 9):

Задача 1: В ходе референдума округ входящий в «Укарнию» стал независимым. Теперь им нужно выбрать флаг. Голосованием было выбраны цвета: синий, красный и белый цвета. Сколько различных трехцветных флагов можно сделать, комбинируя одобренные цвета.

Задача 2: Классному руководителю 11 «А» класса поступило задание составить список учеников для участия в районном конкурсе «Брей Ринг». Для участия в конкурсе требуется только отличники, их в классе 5 в зависимости от очереди учащимся будут заданы темы для участия в конкурсе. Сколькими способами можно составить список из 5 учеников?

Задача 3: Оля забыла пароль для сейфа, помнит только какие были цифры. Код состоит из 3 цифр, сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 8, 7, 3, если каждая цифра входит в изображение числа только 1 раз?

Задача 4: Девушка поменяла пин код на телефоне, и забыла его, но на этот случай оставила подсказку. Она перечислила числа, которые использовала, а именно 0,1,2,3. Сколько вариантов пин кода можно получить из этих чисел?

Задача 5: В 11 классе учащиеся решили сделать совместное фото. В классе 11 человек среди них три подруги которые всегда стоят вместе. Сколько существует вариантов расставить учащихся для фото?

Задача 6: В летние каникулы учащиеся, вместе с классным руководителем, поехали в Краеведческий музей. В классе 26 человек, перед отъездом учитель составляет список детей, распределяет их по парам.

Сколько различных способов распределить детей, чтобы: а) Ира и Карина не были в одной паре б) Кирилл и Артем были в одной паре?

Задача 7: Сашу заинтересовало, сколько различных слов (не обязательно осмысленных) можно составить из слова «ПЕРЕСТАНОВКА». Определите количество возможных слов.

Задача 8: Четверо друзей долго гуляли и наконец, то увидели скамейку. Сколькими способами можно им разместиться на этой скамейке?

Задача 9: Библиотекарю посетители вернули 9 различных книг, три из которых учебники. Сколькими способами можно расставить книги на полке так, чтобы все учебники стояли рядом?

Задача 10: Представьте, что вам нужно составить расписание участия 16 музыкальных групп в концерте, сколько вариантов у вас есть для этого?

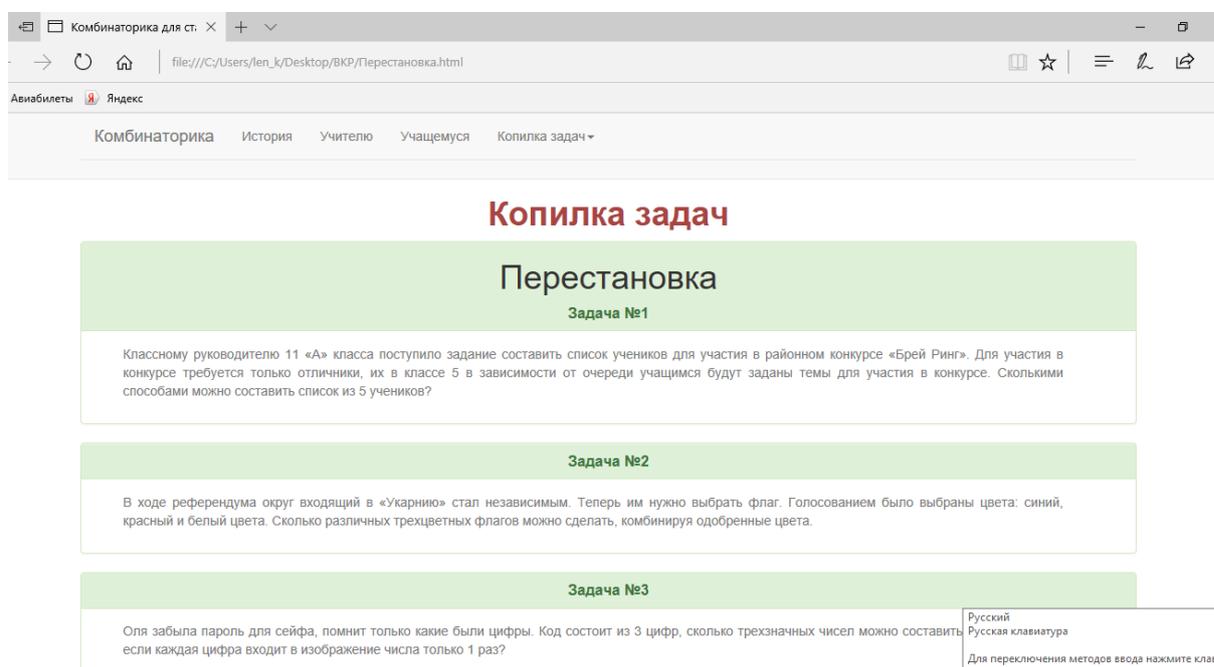


Рисунок 9. «Копилка задач» страница «Перестановка»

Сочетание (Рисунок 10);

Задача 1: Для участия в олимпиаде по математике требуется 4 человека. Нужно определить, сколько вариантов для такого, чтобы сформировать команду из 24 человек.

Задача 2: Для поездки на международный форум необходима делегация из 3 человек. Сколько способов можно получить, если в министерстве могут поехать туда только 15 человек?

Задача 3: На новый год было закуплен ящик фруктов. Карине разрешили взять 2 фрукта. Сколько различных вариантов получить свои фрукты есть у Карины, если всего в ящике 10 видов фруктов?

Задача 4: Бригадир должен отправить на работу бригаду из 4 человек. Сколько варианта у бригадира, чтобы составить бригаду, если всего у него 13 работников?

Задача 5: На день рождения Алины было приглашено 15 человек. При встрече они поприветствовали друг друга рукопожатиями. Сколько всего было сделано рукопожатий?

Задача 6: В летнем оздоровительном лагере отряд, состоящий из 30 человек, решили обменяться фотокарточками. Сколько всего фотокарточек потребовалось для этого?

Задача 7: Учащемуся при подготовке к олимпиаде по математике встретилась следующая задача: «Сколько различных плоскостей можно провести через 10 точек, если никакие три из них не лежат на одной прямой и никакие четыре точки не лежат в одной плоскости?» помогите ученику получить ответ.

Задача 8: У одного нумизмата имеется 10 монет для обмена, а у другого – 8. Сколько способов существует, для того, чтобы обменять 2 монеты одно на 2 монеты другого?

Задача 9. В группе физика – математического института обучаются 23 человека, среди которых 10 юношей и 13 девушек. Сколько возможно выбрать 2-х человек одного пола, для прохождения флюорографии?

Задача 10. На осенний бал 9 «В» классу нужно разучить вальс. Сколькими способами можно составить пару, если в классе 10 мальчиков и 13 девушек.

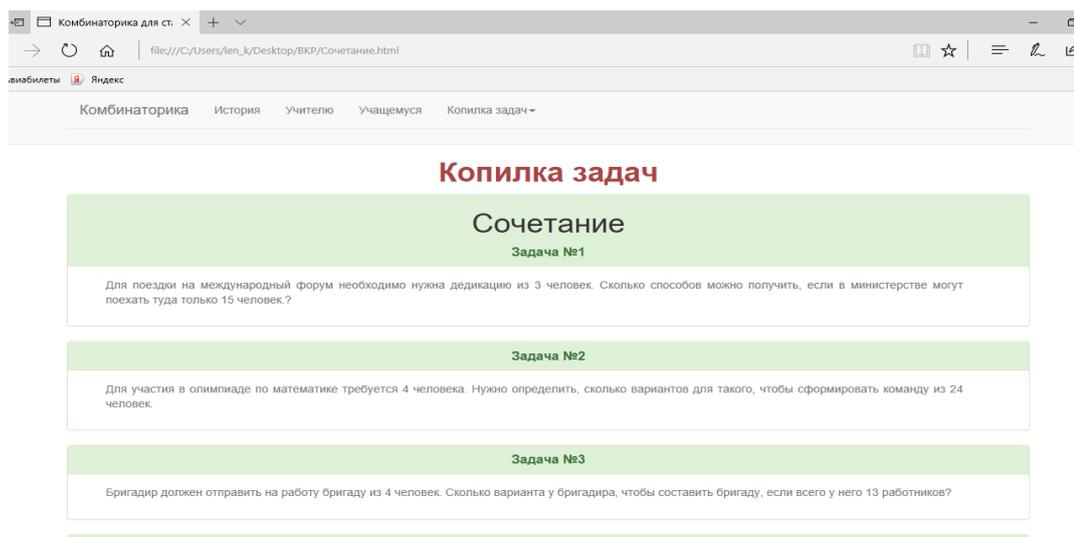


Рисунок 10. «Копилка задач» страница «Сочетание»

- Размещение (Рисунок 11);

Задача 1: В футбольной команде «Динамо» после неудачного результата, сезона был полностью заменен состав. В связи с этим потребовалось выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать если в команде 11 игроков?

Задача 2: Завучу по учебной работе нужно составить расписание уроков на день. В день у 5 «В» класса проводиться 5 уроков. Определите возможное количество вариантов расписания, если всего 14 предметов, с условием, что ни один предмет не может быть дважды в день.

Задача 3: Для распределения номеров по сотовым компаниям нужно узнать общее количество номеров. Сколько номеров можно составить, если телефонный номер состоит из 7 цифр?

Задача 4: Для участия в лотереи, проводимой в честь открытия супермаркета, нужно загадать 3 числа от 1 до 15. К концу рабочего дня из ящика, где находятся 15 пронумерованных шаров, вытянут три шара. Определите, сколько комбинаций может возникнуть при этом?

Задача 5: Подруги, в составе 6 человек, решили на выходные отправиться в трехдневный круиз. Определите сколько способов разместить их в четырехместной каюте.

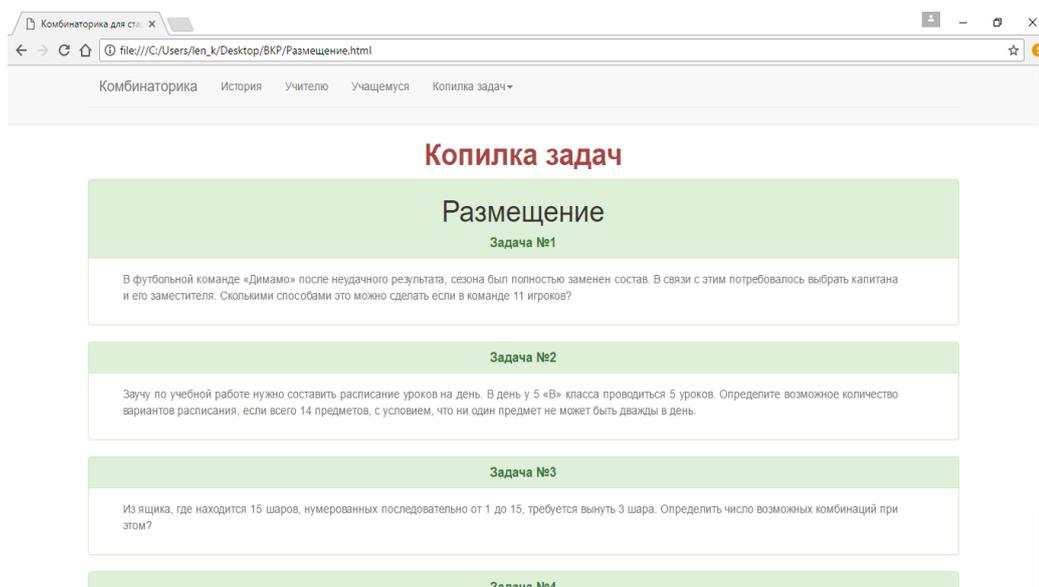
Задача 6: Кирилл загадал трёхзначное число и сказал, что использовал при этом только нечетные и различные цифры. Сколько вариантов было у него, чтобы загадать число?

Задача 7: На выборах в школьный совет победили 9 человек - Кирилл, Алина, Виола, Лена, Ирина, Виктор, Илья, Филипп и Ольга. Из них нужно выбрать председателя, заместителя и секретаря. Сколькими способами это можно сделать?

Задача 8: Женя, Леша и Володя сели в карты. Сколькими способами им можно сдать по одной карте, если в колоде 36 карт?

Задача 9: Для участия в районном конкурсе учитель года от школы нужно выбрать 4 человека. Сколькими способами это можно сделать, если в школе 25 учителей желающих поучаствовать?

Задача 10: На последней странице школьного альбома осталось свободных 6 мест. Сколькими способами можно вложить в свободные места а) 4 фотографии; б) 6 фотографий



*Рисунок 11. «Копилка задач» страница «Размещение»*

После отработки навыков решения комбинаторных задач, учащимся необходимо пройти итоговое тестирование, подразумевающее под собой прохождение теста по теоретическим аспектам и тест практической направленности. Для проверки теоретических знаний мною был разработан следующий тест, состоящий из 6 вопросов:

1) Раздел математики, в котором изучаются вопросы выбора или расположения элементов множества в соответствии с заданными правилами:

1. Теория графов;
2. Математическая статистика;
3. Комбинаторика;
4. Математическая логика.

2) Соединения, содержащие по  $m$  предметов из  $n$ , различающихся друг от друга хотя бы одним предметом:

1. Перестановка;

2.Бином Ньютона;

3.Сочетание;

4.Размещение.

3)Каким символом обозначается биномиальный коэффициент:

1.  $A_n^k$ ;

2.  $C_n^m$ ;

3.  $P_n$ ;

4.N.

4) Соединения, которые можно составить из  $n$  элементов, меняя всеми возможными способами их порядок:

1.Перестановка;

2.Бином Ньютона;

3.Сочетание;

4.Размещение.

5) Каким символом обозначается «Перестановка»:

1.  $A_n^k$ ;

2.  $C_n^m$ ;

3.  $P_n$ ;

4.N.

б) Соединения, состоящие из  $n$  элементов, выбранных из элементов  $m$  разных видов, и отличающиеся одно от другого хотя бы одним элементом:

1.Размещение;

2.Сочетание с повторением;

3.Сочетание;

4.Перестановка.

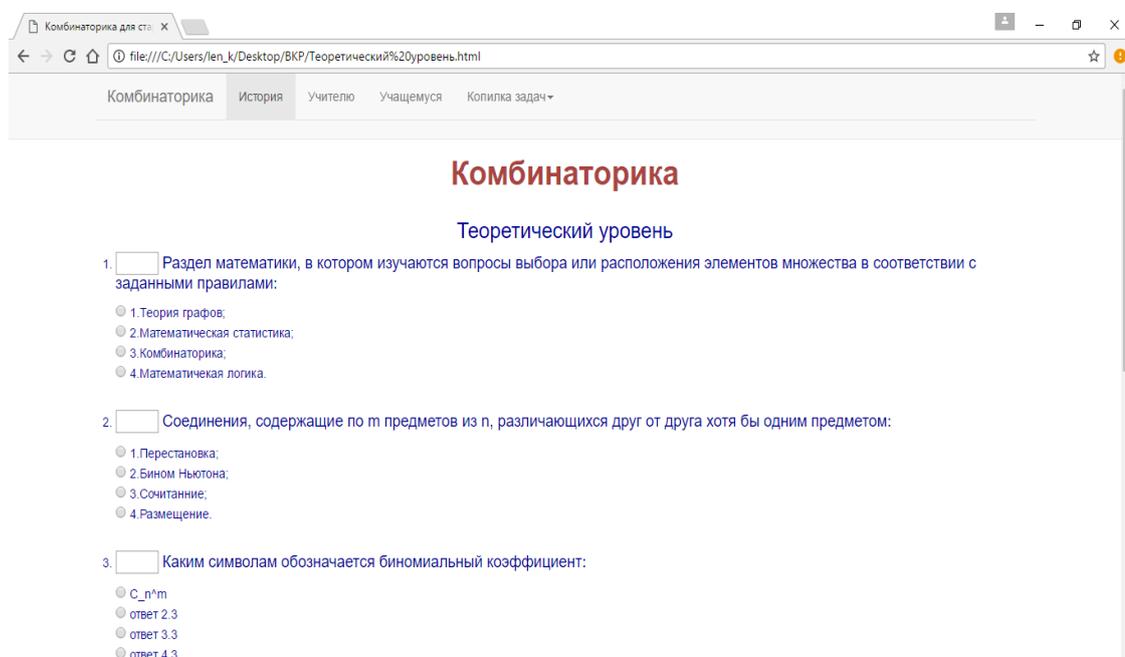


Рисунок 12. «Копилка задач» страница «Теоретический тест»

После выполнения теоретического теста ученики переходят к выполнению разработанного мною «Практического теста»:

1) Сколько возможных вариантов выбрать двух друзей из 4:

1) 6

2) 4

3) 2

4) 8

2) Сколько существует способов посадить 4 – х пассажиров с салоне машины:

1) 4                      2) 16                      3) 24                      4) 12

3) Определите число, на которое будет делиться 30!

1) 108                      2) 91                      3) 72                      4) 62

4) Сколько различных трехцветных флагов можно сделать, из 4 цветов?

1)                      2)                      3)                      4)

5) Сколькими способами можно составить пару, из 10 мальчиков и 13 девушек разного пола:

1) 120                      2) 130                      3) 140                      4) 150

6) Какое количество чисел можно составить из цифр 4,5,1,4,7:

1) 24                      2) 36                      3) 45                      4) 60

7) Какое количество вариантов разметить 3 человек в четырехместном купе:

1) 36                      2) 16                      3) 24                      4) 12

8) Сколько слов получается при перестановке букв «А», «Л», «Ё», «Н», «А»:

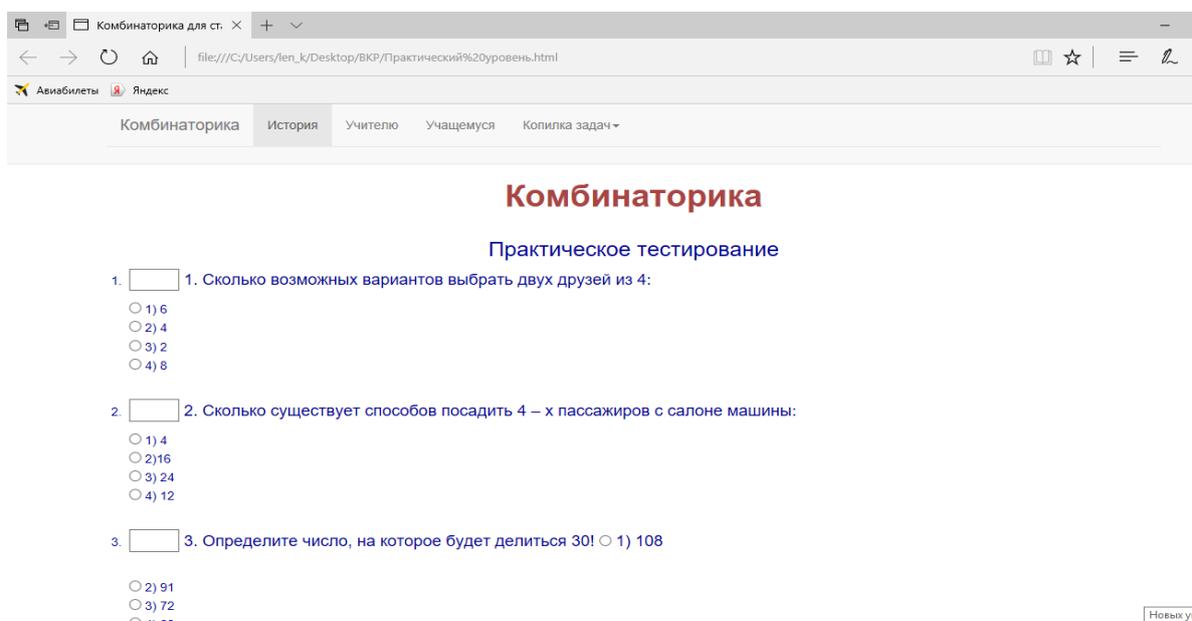
1) 15                      2) 35                      3) 25                      4) 120

9) Определите количество сыгранных партий в шахматном турнире, в котором участвуют 9 человек и играют по одно партии:

1) 36                      2) 18                      3) 72                      4) 16

10) Сколькими способами это можно выбрать капитана и его заместителя, если в команде 10 игроков

1) 90                      2) 100                      3) 110                      4) 120



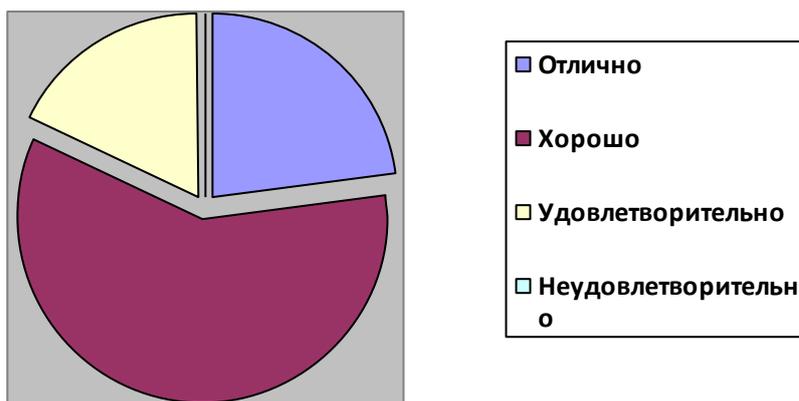
*Рисунок 13. «Копилка задач» страница «Практический тест»*

После создания описанного выше электронного образовательного ресурса предназначенного для учащихся старшей ступени обучения. Была проведена апробация материалов данного ресурса на учащихся 11 «И» изучающих математику на базовом уровне. Результаты апробации подробнее описаны в следующем параграфе.

#### **§5. Результаты апробации электронного образовательного ресурса по «Комбинаторика» для обучающихся старшей школы.**

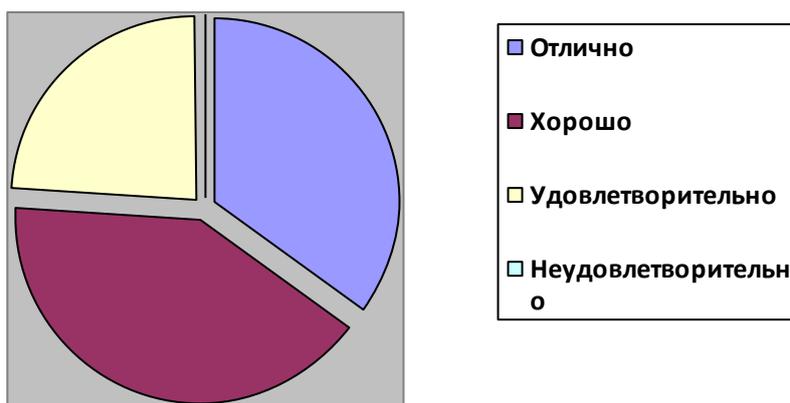
Электронный учебник использовался на уроках математики, которые я проводила в 11 «И» классе, состоящем из 17 человек, из них 13 девочек и 4 мальчика. В данном классе математика изучается на базовом уровне. Мною была проведена система уроков по теме «Комбинаторика» с использованием материалов ЭОР, учащиеся решали задачи из данного электронного образовательного ресурса представленные им на электронной доске. По окончании данной темы было проведено итоговое тестирование, результат получился следующим:

С первым тестом, направленным на проверку теоретических знаний обучающиеся справились со следующими результатами: оценку «неудовлетворительно» никто не получил, оценку «удовлетворительно» получили 3 человека, что составляет 18% от общего числа, оценку «хорошо» 10 человек – 59%, оценку «отлично» получили 4 человека – 23%. (Рисунок 13)



*Рисунок 13. Схема результатов «Теоретического теста»*

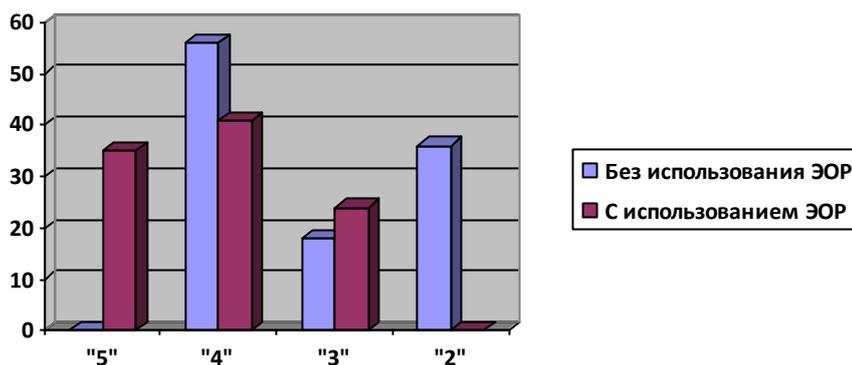
Со вторым практическим тестом все учащиеся справились, 4 человека получили оценку «удовлетворительно», что составляет 24%, 7 человек оценку «хорошо» - 41% и 6 человек получили оценку «отлично» - 35%. (Рисунок 14)



*Рисунок 14. Схема результатов «Практического теста»*

Если сравнивать данные результаты с результатами диагностики проведенной на классе, не использующем электронный образовательный

ресурс результаты которой представленным мною в статье «К вопросу о сформированности у обучающихся старшей ступени общеобразовательной школы основ математической компетентности в области комбинаторика», где 36% класса получили оценку «неудовлетворительно», 18% оценку «удовлетворительно» и оставшиеся 56% заработали оценку «хорошо»[7].



*Рисунок 14. Сравнительная диаграмма*

Рассмотрев сравнительную диаграмму(Рисунок14) однозначно, можно сделать вывод об эффективности электронного образовательного ресурса.

## **Заключение**

Тема «Комбинаторика», не смотря на то, что совсем недавно вошла в курс математики в школе, отмечается особой важностью, так как стала постепенно проникать в итоговую аттестацию в 9 и 11 классах.

Выявив и охарактеризовать требования, к образовательным результатам проведя анализ существующих ресурсов в области «Комбинаторика» мною была разработана структура электронного ресурса состоящее из четырех разделов. На основе разработанной структуры с помощью Фреймворк — Bootstrap был создан электронный образовательный ресурс по «Комбинаторике» для обучающихся старшей школы включающий в себя 4 раздела. Полученный ЭОР полезен, как для учителя при подготовке к проведению уроков по комбинаторике, так и для обучающихся, так как способствует развитию навыков решения комбинаторных задач.

Проведенная мною апробация в 11 «И» показала, что материалы ЭОР положительно влияют на освоения обучающимися навыков решения комбинаторных задач.

Вследствие всего вышесказанного можно сделать вывод, что цель данной ВКР была достигнута. В дальнейшем планируется расширить ЭОР, включить в него теория вероятности.

## Список использованных источников

1. Виленкин, А. Н. Комбинаторика: учеб. пособие / А. Н. Виленкин, П. А. Виленкин. – М. : МЦНМО, 2015– 400 с.
2. Зайнутдинова Л.Х.. Создание и применение электронных учебников. Астрахань, ООО "ЦНТЭП", 2013 – 364 с.
3. Зими́на О.В. Печатные и электронные учебники в современном высшем образовании: Теория, методика, практика./ Кириллов А.И. – М.: Изд-во МЭИ, 2012. – 169 с.
4. Иванов В.Л. Структура электронного учебника. // Информатика и образование. 2011 - № 6.
5. Изергин Н.Д. и др. Создание и использование информационных средств обучения / Н.Д.Изергин [и др.] – Коломна: Изд-во Коломен. Ин-та МГОУ, 2015 – 159 с.
6. Кейв М.А. Дискретная математика для бедующего учителя: учебное пособие; Красноярск государственный педагогический университет им.В.П.Астафьева. – Красноярск, 2008. – 100 с.
7. Ковалёва Е.А. «К вопросу о сформированности у обучающихся старшей ступени общеобразовательной школы основ математической компетентности в области комбинаторики»: Современная математика и математическое образование в контексте развития проблемы и перспективы: материалы научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников. Красноярск. Гос. Пед. Ун-т им.В.П.Астафьева – Красноярск, 2016 – 156 с.
8. Козлов, О.А. Некоторые аспекты создания и применения компьютеризированного учебника О.А. Козлов, Е.А. Солодова // Информатика и образование. – 2015. – № 3. – С. 97-99.
9. Кудрицкий, Геннадий Александрович. Комбинаторика и возвышение в степень [Электронный ресурс]: монография / Г.А. Кудрицкий, Г.Д. Кадзов;

- Санкт-Петербургский государственный политехнический университет. — Санкт-Петербург, 2014. URL:<http://elib.spbstu.ru/dl/2/4923.pdf>.
10. Лаврентьев, В.Н. Электронный учебник / В.Н. Лаврентьев, Н.И. Пак // Информатика и образование. – 2013. – № 9. – С. 91-97. (дата обращения 19.01.2017)
  11. Максимов, Г.Н. Электронный учебник – что это? / Г.Н. Максимов, А.В. Вишняков // Открытое образование. – 2012. – № 2. – С. 19-22
  12. Мартынов Д.В.. Разработка и использование электронных образовательных ресурсов / ВМК МГУ – 2012.
  13. МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ПИСЬМО от 23 сентября 2003 года N 03-93ин/13-03 О введении элементов комбинаторики, статистики и теории вероятностей в содержание математического образования основной школы [Электронный ресурс] URL: <http://docs.cntd.ru/document/901882934> (дата обращения 21.02.2017)
  14. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / [А. Г. Мордкович и др. под ред. А. Г. Мордковича. — 3-е изд., стер. — М. : Мнемозина, 2015. — 264 с.
  15. Панюкова, Т. А. Комбинаторика и теория графов / Т.А. Панюкова. - Москва: Гостехиздат, 2014. - 216 с.
  16. Перепелица Ф.А. Эффективная разработка веб-сайтов. Bootstrap. Учебное пособие. — СПб: Университет ИТМО, 2015.— 71 с.
  17. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам: учеб. пособие / Д. Т. Письменный. – М. : Айрис-Пресс, 2012. – 288 с.
  18. Просолупов, Е. В. Курс лекций по дискретной математике. Часть 1. Множества, отношения, комбинаторика / Е.В. Просолупов. - М.: Издательство СПбГУ, 2012. - 84 с.
  19. Райгородский, А. М. Вероятность и алгебра в комбинаторике / А.М. Райгородский. - М.: МЦНМО, 2010. - 48 с.

20. Смольникова И.А. Электронная поддержка учебно-методической деятельности. – МИСиС, 2012.
21. Тайлакова Д. Н. Технология моделирования и создания электронного учебника [Текст] / Д. Н. Тайлакова // Молодой ученый. — 2013. — №5. — С. 772-775.
22. Шахмейстер, А. Х. Комбинаторика. Статистика. Вероятность / А.Х. Шахмейстер. - М.: КДУ, Петроглиф, МЦНМО, 2014. - 296 с.
23. Шкерина Л. В. Теоретические основы и технологии измерения и обеливания профессиональных компетенций студентов - бушующих учителей математике/Багачук А.В., Кейв. М.А., Шашкина М.Б.// Красноярск: Монография, 2013.
24. Яковлев, И. В. Комбинаторика для олимпиадников / И.В. Яковлев. - М.: МЦНМО, 2016. - 80 с.
25. Яшников С.А. Создание электронного учебника. // Издательство ИНФРА – М, 2016 – 45с

**Класс:** 11 «И»

**Тип урока:** комбинированный.

**Длительность:** 2 учебных часа по 35 мин.

**Цели урока:**

*образовательные:* формирование способности воспроизводить общие правила комбинаторики и типы соединений; формирование умения применять теоретические знания при решении задач с использованием правила размещения и сочетания;

*воспитательные:* воспитание умения слушать и вступать в диалог, участвовать в коллективном обсуждении проблем, интегрироваться в группу сверстников и строить продуктивное взаимодействие, настойчивости в достижении цели и заинтересованности в конечном результате труда;

*развивающие:* развитие умения анализировать, обобщать изучаемые факты, выделять и сравнивать существенные признаки, выбирать наиболее эффективные способы решения задач в зависимости от конкретных условий; рефлексия способов и условий действия; контроль и оценка процесса и результатов деятельности.

**Оборудование к уроку:** учебник «Алгебры и начала математического анализа» 11 класс Мардкович, компьютер, проектор, доска, карточки с заданиями для работы в парах(домино), самостоятельная работа.

**Структура урока:**

- 1.Организационный этап (1 мин)
- 2.Актуализация знаний (10 мин)
- 3.«Открытие» нового знания (20 мин)
- 4.Первичное закрепление (34 мин)
- 5.Рефлексия ( 3 мин)

6. Домашняя работа( 1 мин)

## Ход урока

### 1. Организационный этап

Здравствуйте!! Сегодня мы продолжим изучать раздел Комбинаторика. Какие правила нам осталось изучить? Правильно тема сегодняшнего урока «Сочетание и Размещение».

### 2. Актуализация знаний

*Учитель:* Прежде чем мы перейдем непосредственно к ним для начала давайте вспомним, в чем заключается правило умножения:

*Правило умножения:* Если испытание **A** имеет **n** исходов, после наступления каждого из которых **B** имеет **k** исходов, то число всех возможных исходов последовательного проведения испытаний **A** и **B** равно **n\*k**.

Данное правило применимо не только к двум, но и к трём, четырем и т.д. испытаниям. Если перемножить число всех исходов испытания, то в ответе получится число всех испытаний. Сейчас мы с вами рассмотрим соответствующий пример:

*Пример:* Учительница подготовила к контрольной работе 4 примера на решение линейных неравенств, 5 текстовых задач (две на движение и три на работу) и 6 примеров на решение квадратных уравнений (в двух из них  $D < 0$ ). В контрольной должно быть по одному на каждую из трех тем.

*Найти общее число:*

- а) всех возможных вариантов контрольной;
- б) тех возможных вариантов, в которых встретится задача на движение;
- в) тех возможных вариантов, в которых у квадратного уравнения будут корни;

г) тех возможных вариантов, в которых не встретятся одновременно задача на работу и квадратное уравнение, не имеющее корней.

*Решение:*

а) При выборе неравенства есть 4 исхода, при выборе задачи есть 5 исходов, при выборе квадратного уравнения есть 6 исходов. По правилу умножения получаем, что число всех вариантов контрольной работы равно  $4 * 5 * 6 = 120$ . *Ответ: 120*

б) В предыдущем рассуждении меняется число исходов при выборе текстовой задачи: их всего два. Значит, можно составить  $4 * 2 * 6 = 48$  вариантов такой контрольной работы. *Ответ: 48*

в) По сравнению с пунктом а) меняется число исходов при выборе уравнения: только в четырех случаях корни есть. Значит, можно составить  $4 * 5 * 4 = 80$  вариантов такой контрольной работы. *Ответ: 80*

г) Из общего числа вариантов (120) мы вычтем те варианты, в которых встретятся одновременно и задача на работу, и квадратное уравнение, не имеющее корней. По сравнению с пунктом а) для них меняется число исходов при выборе текстовой задачи (3 варианта) и число исходов при выборе уравнения (только в 2 случаях корней нет). Значит, можно составить  $4 * 3 * 2 = 24$  варианта такой контрольной работы, а условию задачи удовлетворяют остальные  $120 - 24 = 96$  вариантов. *Ответ: 96*

*Учитель:* В курсе алгебры 9 класса вы познакомились с таким понятием как факториал и теоремой о перестановке. Давайте вспомним определение «эн факториала»: Произведение подряд идущих первых  $n$  натуральных чисел обозначается  $n!$  и называется «эн факториалом». Вычислите, чему будет равен  $4! = 24$ ,  $2! = 2$ ,  $5! = 120$ ,  $1! = 1$ ,  $0! = 1$ . Хорошо, теперь давайте, вспомнит теорему о перестановках:

*Th1:*  $n$  различных элементов можно расставить по одному на  $n$  различных место ровно  $n!$  способами.

Как правило, эту теорему записывают в виде краткой формулы:  $P_n = n!$   $P_n$  - это число перестановок из  $n$  различных элементов, оно равно  $n!$

*Пример:*

К хозяину дома пришли гости А, Б, С, D. За круглым столом — пять разных стульев.

- а) Сколькими способами можно рассадить гостей за столом?
- б) Сколькими способами можно рассадить гостей за столом, если место хозяина дома уже известно?
- в) Сколькими способами можно рассадить гостей за столом, если известно, что гостя С следует посадить рядом с гостем А?

*Решение:*

- а) На 5 стульев должны сесть 5 человек (включая хозяина дома). Значит, всего имеется  $P_5$  способов их рассаживания:  $P_5 = 5! = 120$ . Ответ : 120
- б) Так как место хозяина фиксировано, то следует рассадить четырех гостей на четыре места. Это можно сделать  $P_4 = 4! = 24$  способами. Ответ : 24
- в) Сначала выберем место для гостя А. Возможны 5 вариантов. Если место гостя А уже известно, то гостя С следует посадить или справа, или слева от А, всего 2 варианта. После того как места для А и С уже выбраны, нужно трех человек произвольно рассадить на 3 оставшихся места:  $P_3 = 3! = 6$  вариантов. Остается применить правило умножения:  $5 \cdot 2 \cdot 6 = 60$ . Ответ : 60

### **3.«Открытие» нового знания**

Сегодня мы с вами рассмотрим еще две понятия. Начнем сочетания, запишите определение Число всех выборов  $k$  элементов из  $n$  данных без учета порядка называют числом сочетаний, из  $n$  элементов по  $k$  и обозначают  $C_n^k$

Число всех выборов  $k$  элементов из  $n$  данных с учётом их порядка называют числом размещений из  $n$  элементов по  $k$  и обозначают  $A_n^k$

Самое важно, что нужно запомнить это разницу между сочетанием и размещением:

- Два сочетания из  $n$  элементов по  $k$  считаются разными, если они отличаются друг от друга хотя бы одним элементом.

В сочетаниях не имеет значения, в каком порядке указаны элементы.

- Два размещения из  $n$  элементов по  $k$  считаются разными, если они различаются самими элементами или порядком их расположения.

Самыми распространенные вопросы :

- Сколькими способами можно выбрать 5 учеников из 30 для дежурства в столовой;
- Актив класса (староста, культорг, редактор стенгазеты, организатор спортивных мероприятий) – 4 человека из 30;
- 7 монет из 10 данных монет;

Используя эти обозначения сочетания и размещения которые мы рассмотрели, нетрудно записать ответы на поставленные выше вопросы:

- Сколькими способами можно выбрать 5 учеников из 30 для дежурства в столовой:  $C_{30}^5$
- Актив класса (староста, культорг, редактор стенгазеты, организатор спортивных мероприятий) – 4 человека из 30:  $A_{30}^4$
- 7 монет из 10 данных монет  $C_{30}^7$

Мы с вами записали ответ к данным вопросам в виде обозначения для того, чтобы конкретно ответить на вопрос нам понадобится следующая теорема:

*Теорема 4:*

Для любых натуральных чисел  $n$  и  $k$ , таких, что  $k < n$ , справедливы следующие соотношения:

$$2) A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \quad 4) C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Напоминаю что  $n$  это количество элементов, а  $k$  это количество выборок. Давайте вернемся к вопросам, пользуясь данной теоремой, теперь вычислим точное количество способов.

У теоремы 4 есть ряд важных следствий:  
 $C_n^n = 1$     $C_n^0 = 1$     $C_n^k = C_n^{n-k}$

#### **4.Первичное закрепление**

*Учитель:* Сейчас мы с вами будем уже на практике отрабатывать изученный материал(решение у доски):

Перестановка: ЭОР «Комбинаторика» -> Копилка задач-> Перестановка(1-4)

Сочетание: ЭОР «Комбинаторика» -> Копилка задач-> Сочетание (1-4)

Размещение: «Комбинаторика» -> Копилка задач-> Размещение (1-4)

(5 задача самостоятельно.)

*Учитель:* А сейчас мы с вами перейдем к решению задач аналогичных задачам, содержащимся в контрольной работе.

1) В городской думе 30 человек. Из них на общем заседании надо выбрать председателя, а также его первого, второго и третьего заместителей. Сколькими способами это можно сделать?

2) В яхт-клубе состоит 9 человек. Из них на общем собрании надо выбрать председателя, заместителя, секретаря и казначея. Сколькими способами это можно сделать?

3) Сколько различных четырёхзначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 при условии, что цифры могут повторяться?

#### **5.Рефлексия**

- Достигли ли мы своей цели?
- Каков результат нашей деятельности на уроке?
- Как вы думаете мы полностью изучили эту тему?

#### **6.Домашняя работа :**

Перестановка: ЭОР «Комбинаторика» -> Копилка задач-> Перестановка(6)

Сочетание: ЭОР «Комбинаторика» -> Копилка задач-> Сочетание (6)

Размещение: «Комбинаторика» -> Копилка задач-> Размещение (6)