МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им.В.П.АСТАФЬЕВА
(КГПУ им.В.П.Астафьева)

Институт/факультет Институт математики, физики и информатики
(полное наименование института/факультета)

Кафедра алгебры, геометрии и методики их преподавания
(полное наименование кафедры)

Направление 44.03.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) образовательной программы «математика»
(код направления подготовки)

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ
Зав.кафедрой алгебры, геометрии и методики их преподавания
(полное наименование кафедры)
________ В.Р. Майер
(подпись) (И.О.Фамилия)
«09» июня 2017 г.

Выпускная квалификационная работа

КУРС ПО ВЫБОРУ «ГРАФЫ ВОКРУГ НАС» ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 9 КЛАССА КАК УСЛОВИЕ ФОРМИРОВАНИЯ МЕТАПРЕДПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ МАТЕМАТИКЕ

Выполнил студент
Покотило А.С. ________, 09.06.17
(И.О.Фамилия) (подпись, дата)

Форма обучения Заочная

Научный руководитель:
к.п.н, доцент, М.А. Кейв ________, 09.06.17
(ученая степень, должность, И.О.Фамилия) (подпись, дата)

Дата защиты ____________

Оценка ____________

Оглавление

Введение

В федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования обозначены новые требования к результатам освоения основной образовательной программы, среди которых: «умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач» [ФГОС ООО, 2010].

При построении рисунков графов, соответствующих какому-то явлению, мы имеем дело с так называемым знаковым моделированием. Если в изучаемом явлении выделить непустое множество каких-то элементов и множество бинарных отношений, заданных на первом множестве, то, как только удастся разумно соотнести вершинам графа интересующие нас объекты, а ребрам – отношения между ними, полученный граф становится математической моделью изучаемого явления, а свойства графа отражают структурные свойства этого явления [Кейв, 2009].

На современном этапе развития математического образования включение элементов теории конечных графов в обучение математике школьников весьма актуально. Прежде всего, это обусловлено тем, что язык и методы теории графов, проникая во многие сферы человеческой деятельности, становятся неотъемлемой составной частью общей математической культуры. Выпускная квалификационная работа посвящена методическим вопросам включения элементов теории графов в математическую подготовку школьников в ходе реализации курса по выбору «Графы вокруг нас».

Объектом исследования является процесс обучения учащихся 9 классов математике в рамках предпрофильной подготовки.

Предмет исследования – дидактические условия включения элементов теории графов в математическую подготовку школьников в условиях предпрофильной подготовки.

Цель исследования: разработать методику обучения элементам теории графов учащихся 9 классов в рамках курса по выбору «Графы вокруг нас».

Для достижения этой цели следует решить следующие *задачи*:

1. Проанализировать специальную литературу и имеющийся педагогический опыт по теме исследования.
2. Описать роль, место и значение элементов теории графов в школьном курсе математики.
3. Выделить дидактические условия для включения элементов теории графов в математическую подготовку школьников.
4. Разработать программу курса по выбору «Графы вокруг нас» для учащихся 9 классов.
5. Разработать конспекты занятий курса по выбору «Графы вокруг нас».

Настоящая квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения и библиографического списка.

Глава 1. Теоретические основания для включения элементов теории графов в математическую подготовку школьников

1.1. Элементы теории графов в школьном курсе математики

На протяжении последнего времени прослеживается тенденция к постепенному увеличению доли так называемых «дискретных» или конечных разделов математики (таких как комбинаторика, теория графов, математическая логика, кодирование и др.) в общем объеме математических знаний, которые изучаются школьниками и студентами вузов.

По мнению практикующих учителей математики, большим потенциалом для интеллектуального развития обучающихся обладает такой раздел дискретной математики, как теория графов.

Первое знакомство с теорией графов происходит еще в начальной школе, или даже вне школы. Хорошо известны, в частности, следующие занимательные задачи: «Можно ли нарисовать данную фигуру, не отрывая ручку от листа бумаги и не проводя никакую линию дважды?» или «Даны три дома и три колодца. Можно ли от каждого дома проложить три тропинки к каждому из колодцев так, чтобы эти тропинки не пересекались?». Первая из этих задач сводится к вопросу о том, является ли граф, изображением которого служит данная фигура, полуэйлеровым. Вторая из этих задач сводится к вопросу о том, является ли планарным полный двудольный граф, в каждой доле которого содержится три вершины.

Существует три основных подхода к введению понятия граф. Граф состоит из конечного множества вершин и множества ребер, где каждое ребро есть подмножество множества вершин, содержащее два элемента. Несколько иное определение: граф состоит из конечного множества вершин и симметричного антирефлексивного бинарного отношения на этом множестве вершин. И, наконец, граф состоит из конечного множества вершин, конечного множества ребер и отношения инцидентности между вершинами и ребрами, такого, что всякое ребро инцидентно двум вершинам, а любые две вершины инцидентны не более чем одному ребру [Кейв, 2009].

Теория графов предлагает модели для всякой системы с бинарными отношениями. Если в изучаемом явлении выделить непустое множество каких-то элементов и множество бинарных отношений, заданных на первом множестве, то, как только удастся разумно соотнести вершинам графа интересующие нас объекты, а ребрам – отношения между ними, полученный *граф становится математической моделью изучаемого явления, а свойства графа отражают структурные свойства этого явления*.

Если при этом первое множество разбивается на несколько подмножеств, то получаем так называемый граф с «цветными» вершинами. Если второе множество содержит более одного элемента, то получаем граф с «цветными» ребрами. Если для всех элементов первого множества важен порядок элементов в паре, то получаем граф с ориентированными ребрами; в противном случае получим граф смешанный или неориентированный.

Именно потому, что в каждом явлении (в каждой структуре) можно и, вообще говоря, не единственным способом выделить непустое множество элементов и множество бинарных отношений, связывающих элементы первого множества, графы применимы для изучения широкого круга явлений из самых разных областей знания.

С помощью графов можно описать строение конечных групп и компьютерных программ; рыночные и дружеские отношения; некоторые игры и головоломки; электрические цепи; карты дорог; химические соединения; изготовление печатных схем и многое другое.

Простой язык теории графов позволяет решать многочисленные, разнообразные и довольно нетривиальные задачи дискретной математики.

Одной из особенностей теории графов, которая, собственно, и позволяет ставить вопрос о введении элементов теории графов в школьный курс математики, является возможность представить граф (как математическую модель или как отвлеченный образ) геометрический – в виде простого, удобного (имеется в виду удобного для человека) в обращении рисунка: вершины отождествляются с точками на плоскости, а ребра – с линиями, соединяющими вершины. *Рисунок графа, являясь знаком, чувственно воспринимаемым материальным предметом, служит посредником между реальной действительностью и математической моделью.* При изображении графа определенные свойства изучаемого явления моделируются с помощью простых знаков – точек (одного цвета или нескольких цветов) и отрезков (одного цвета или нескольких цветов, направленных или ненаправленных). При построении рисунков графов, соответствующих какому-то явлению, мы имеем дело с так называемым знаковым моделированием. В процессе познания рисунки графов, как чувственные образы, становятся носителями богатого смыслового содержания [Кейв, 2009].

Перспективным и естественным является использование изобразительного языка графов в качестве служебных средств при решении различных методических вопросов обучения математике [Кейв, 2009]:

– графы как средство наглядности при обучении математике;

– графы как средство углубления и обогащения содержания школьной математики;

– графы как средство усиления взаимосвязей учебных дисциплин, изучаемых в школе;

– графы как средство развития прикладного направления математики.

Знакомство с теорией графов и ее языком прокладывает пути для учащихся, интересующихся математикой, в топологию, комбинаторный анализ и другие области современной математики и ее приложений; облегчает чтение и понимание научно-популярной и научной литературы.

С помощью графов можно аккуратно перебирать варианты в достаточно сложных комбинаторных задачах. Такой перебор дисциплинирует мышление школьников, позволяет не пропустить ни одного варианта и не повторить никакой вариант дважды.

Использование графов помогает обнаружить, продемонстрировать изоморфизм различных структур (понятие «изоморфизм» очень важное понятие математики, неявно присутствующее в школьном курсе математики), связующим звеном между которыми является графы и, в частности, его рисунок. А, как известно, формирование понятия изоморфизма и его использование способствует развитию важного качества современного математического мышления – умения обнаружить глубокое структурное сходство внешне различных систем предметов и отношений.

Использование графов естественно влечет проникновение в школьную математику в различных проявлениях идей оптимальности, очень важных для науки и практики. Это происходит в силу того, что ряд даже основных понятий теории графов связаны с идеей оптимальности. Так, например, полным графом является граф с максимальным числом ребер при заданном числе вершин; простой цикл является минимальным связным графом с заданным числом вершин. Дерево, содержащее все вершины графа, с одной стороны, есть максимальный подграф связного графа с заданным числом вершин, который не содержит циклов, а, с другой стороны, минимальный связный подграф. Развитию и проникновению идеи оптимальности будут способствовать упражнения и задачи, использующие понятия пути, потока и разреза в сети и др.

Специфика теории графов позволяет вводить основные понятия, методологически связывая их с практикой, показывая пути возникновения этих понятий при помощи формализации и обобщения различных сторон действительности. При этом в силу широкой применимости теории графов, изучение ее основ и методов может и должно происходить в процессе изучения основного курса математики, в процессе использования языка теории графов при обучении математике. При постепенном его введении, по мере необходимости и целесообразности, он будет «работать» на протяжении всего обучения математике [Кейв, 2009].

Рассмотрим несколько задач, наиболее часто встречающиеся в школьном курсе математики.

Задача 1. Десять человек приветствовали друг друга рукопожатиями. Пять человек сделали по семь рукопожатий, трое – по пять, двое – по четыре. Сколько всего было сделано рукопожатий?

Решение: Одно рукопожатие – это две вершины соединенные одним ребром. То есть, два человека и у них одно рукопожатие на двоих. Данную задачу можно переформулировать на языке графов следующим образом: дано 10 вершин, известны степени каждой вершины и нужно узнать, сколько ребер в этом графе. Чтобы узнать количество ребер в графе надо сложить степени каждой вершины и разделить пополам. Так как пять человек сделали по семь рукопожатий, то это значит, что из пяти вершин выходят по семь ребер, а всего ребер: 35. Аналогично рассуждаем и с остальными вершинами, получаем: (5*7+3*5+2*4)/2=(35+15+8)/2=58/2=29. Ответ: 29 рукопожатий.

Задача 2. Можно ли 15 телефонов соединить между собой так, чтобы каждый из них был связан ровно с 11 другими?

Решение: Переформулируем задачу на языке графов: можно ли построить такой граф, у которого 15 вершин и степень каждой вершины равна 11. Тогда ребер в этом графе: 15*11/2=82,5. Получили не натуральное число, значит нельзя соединить телефоны.

Задача 3. В государстве 100 городов, из каждого города выходит 4 дороги. Сколько всего дорог в государстве?

Решение: Одна дорога соединяет два города, т.е. две вершины соединены одним ребром. Применим второе свойство: 100*4/2=200.

Хочется отметить, что использовать графы в процессе обучения можно, даже не читая специальных курсов и факультативов. С одной стороны, графовые задачи, без сомнения, нужно использовать для развития сообразительности учеников на математических кружках, при подготовке к олимпиадам. С другой стороны, использование графов как языка на уроках алгебры, геометрии, информатики поможет решать методические задачи обучения математики и повысить качество этого обучения.

1.2. Дидактические условия для включения элементов теории графов в математическую подготовку школьников

Элементы теории графов, возможно, вводить в математическую подготовку школьников как на уроках математики (используя граф-схемы как математические модели для изучения математических понятий, в ходе решения задач или при построении классификаций и алгоритмов решения и т.п.) так и в ходе дополнительного математического образования школьников в рамках их предпрофильной подготовки.

В своем исследовании мы остановимся на втором варианте включения элементов теории графов в предпрофильную подготовку школьников, посредством курса по выбору «В стране графов».

Предпрофильная подготовка представляет собой систему педагогической, психологической, информационной и организационной поддержки учащихся основной школы, содействующей их самоопределению по завершению основного общего образования.

Это решение, безусловно, одно из важнейших в жизни каждого человека, и задача педагогов общеобразовательной школы – помочь учащимся этот выбор сделать осознанно, то есть объективно оценить свои силы и возможности, способности, интересы и склонности.

В предпрофильной подготовке решение этой проблемы идет через *курсы по выбору*, основная функция которых – профориентационная, в профильном обучении на решение этой задачи направлены *элективные курсы* (от латинского electus – избранный). Элективные курсы входят в школьный компонент матрицы базисного учебного плана (БУП), и для них не существует стандартов. Эта нестандартизированность, вариативность и краткосрочность является их особенностью.

Согласно ФГОС основного общего образования изучение дополнительных учебных предметов, курсов по выбору обучающихся должно обеспечить:

– удовлетворение индивидуальных запросов обучающихся;

– общеобразовательную, общекультурную составляющую при получении основного общего образования;

– развитие личности обучающихся, их познавательных интересов, интеллектуальной и ценностно-смысловой сферы;

– развитие навыков самообразования и самопроектирования;

– углубление, расширение и систематизацию знаний в выбранной области научного знания или вида деятельности;

– совершенствование имеющегося и приобретение нового опыта познавательной деятельности, профессионального самоопределения обучающихся.

Результаты изучения дополнительных учебных предметов, курсов по выбору обучающихся должны отражать:

1) развитие личности обучающихся средствами предлагаемого для изучения учебного предмета, курса: развитие общей культуры обучающихся, их мировоззрения, ценностно-смысловых установок, развитие познавательных, регулятивных и коммуникативных способностей, готовности и способности к саморазвитию и профессиональному самоопределению;

2) овладение систематическими знаниями и приобретение опыта осуществления целесообразной и результативной деятельности;

3) развитие способности к непрерывному самообразованию, овладению ключевыми компетентностями, составляющими основу умения:

самостоятельному приобретению и интеграции знаний, коммуникации и сотрудничеству, эффективному решению (разрешению) проблем, осознанному использованию информационных и коммуникационных технологий, самоорганизации и саморегуляции;

4) обеспечение академической мобильности и (или) возможности поддерживать избранное направление образования;

5) обеспечение профессиональной ориентации обучающихся [ФГОС ООО, 2010].

Типологию курсов по выбору определяет специфика образовательных задач, на решение которых они направлены (Таблица 1). В связи с этим, в практике предпрофильного и профильного обучения можно выделить следующие типы элективных курсов:

- предметно-ориентированные, направленные на формирование у учащихся предметных компетенций;
- межпредметные курсы, направленные на развитие у учащихся основ метапредметных компетенций;
- внепредметные элективные курсы, способствующие развитию у учащихся специфических личностных качеств и удовлетворению их познавательных интересов в различных областях деятельности человека.

Таблица 1

Классификация курсов по выбору

Тип элективного курса	Образовательные задачи	Вид деятельности учащегося
Предметно-ориентированные	Формирование у учащихся предметных компетенций посредством систематизации, обобщения, углубления и расширения «предметного поля»	Фундаментальное изучение дополнительных разделов, освоение специальных способов и методов учебного предмета

Межпредметные	Формирование у учащихся основ метапредметных компетенций	Комплексное применение различных способов, методов и синтеза знаний по ряду предметов в ходе решения разнообразных задач метапредметного характера
Внепредметные	Становление и развитие у учащихся специальных личностных качеств, восполнение «общекультурного вакуума», удовлетворение естественного любопытства к какой-то области знаний, которая отсутствует в традиционном учебном плане	Знакомство с различными областями деятельности человека. Освоение внепредметных знаний, учений и навыков. Участие в мастер-классах, тренингах личностного роста и др.

Как правило, элективные курсы – это авторские курсы, проектируемые самой школой, отдельными педагогами, в том числе с использованием инновационных технологий обучения. Программы элективных курсов должны проходить рецензирование и лицензирование, а по этому, они должны удовлетворять определенным требованиям.

Программа элективного курса или курса по выбору, должна:

- соответствовать концептуальным положениям профильного обучения и требованиям ФГОС общего образования;
- иметь практическую направленность;
- обладать логикой построения и подачи учебного материала;
- быть хорошо структурированной и связной по содержанию;
- быть реалистичной по времени и затраченным ресурсам;
- предполагать активные методы обучения, дающие учащимся осознанно и объективно сделать выбор для продолжения образования;
- иметь определенную степень новизны;
- обладать некоторой степенью обобщенности содержания, что позволяет развивать общеучебные и предметные умения и навыки.

В данном параграфе остановимся на рассмотрении технологии проектирования программы элективного курса или курса по выбору.

В соответствии с требованиями ФГОС основного общего образования, программы отдельных учебных предметов, курсов должны содержать:

1) пояснительную записку, в которой конкретизируются общие цели основного общего образования с учётом специфики учебного предмета;

2) общую характеристику учебного предмета, курса;

3) описание места учебного предмета, курса в учебном плане;

4) личностные, метапредметные и предметные результаты освоения конкретного учебного предмета, курса;

5) содержание учебного предмета, курса;

6) планируемые результаты изучения учебного предмета, курса;

7) тематическое планирование с определением основных видов учебной деятельности обучающихся;

8) описание учебно-методического и материально-технического обеспечения образовательного процесса [ФГОС ООО, 2010].

При разработке программы элективного курса или курса по выбору, автор – разработчик, прежде всего, должен ответить на следующие группы вопросов:

1. Каково функциональное назначение данного курса? На достижение каких образовательных результатов предпрофильной подготовки или профильного обучения данный курс направлен? Чем он будет полезен и интересен для учащихся?

2. На каком *содержательном материале и через какие формы работы* возможно наиболее полно реализовать задачи предпрофильной подготовки или профильного обучения? (помочь ученику сориентироваться в выборе профиля, восполнить пробелы его предыдущей подготовки, показать типичные для данного профиля виды деятельности, дать возможность ученику проявить себя и добиться успеха).

3. Чем содержание курса будет *качественно отличаться* от базового или профильного предмета?

4. Какими учебными и вспомогательными материалами обеспечен данный курс? (фонд библиотеки, хрестоматии, сборники, дидактические материалы и т.п.).

5. Какие *виды деятельности* учащихся возможны и целесообразны в рамках данного курса? Какова *доля самостоятельности* ученика в изучении данного курса, в чем он может проявить инициативу и самореализоваться? Какие технологии обучения наиболее целесообразны для реализации курса? (Например: учебные практики, проектная деятельность, исследовательская деятельность, творческие работы, интерактивные технологии, модульная технология, информационные технологии и др.).

6. Как или с помощью чего будет фиксироваться *динамика учебных достижений и интереса* к курсу, к профилю? Какие *критерии и средства оценки*, позволят оценить успехи учащихся в изучении данного курса? (анкетирование на первом и последнем занятии; собеседование в процессе работы после выполнения каждого вида обязательных работ; наблюдение за активностью на занятиях; анализ работ учащихся; тестирование; рейтинговая оценка; портфолио и др.).

7. Чем может завершиться для ученика изучение курса, какова *форма отчетности*? (итоговая контрольная работа; презентация проекта; доклад; научно-исследовательская работа; реферат; эссе и др.).

Ответив на данные вопросы, учитель фактически подготовится к составлению пояснительной записки к программе [Кейв, Власова, 2015].

Примерная структура программы включает в себя несколько компонентов:

1. Титульный лист.
2. Пояснительная записка (аннотация).
3. Учебно-тематический план.
4. Содержание курса по темам.
5. Учебно-методическое обеспечение.

В проектировании программы элективного курса каждый из данных компонентов играет важную роль. Особенно креативно автору – разработчику нужно подойти к выбору названия курса.

Название курса должно быть привлекательным. Оно должно, с одной стороны не быть похожим на школьное, а с другой стороны показывать то, чем ученики, посещающие его, будут заниматься. Например: «Комбинаторика или как выиграть в лотерею», «Криптография или как сохранить информацию», «Не сложные способы решения сложных задач или как сдать ОГЭ на 5».

Пояснительная записка включает в себя: сведения об актуальности курса – роль, место и значение курса в системе предпрофильного обучения; указание типа элективного курса; продолжительность по времени и количество часов в неделю; формулировка целей и задач курса с учетом типа курса и его функций; сведения о методах и формах организации занятий элективного курса (виды деятельности, предлагаемые учащимся); критерии, позволяющие оценить успехи учащихся в изучении данного курса; возможные социальные пробы и ожидаемый результат.

Учебно-тематическое планирование, как правило, оформляется в виде таблицы (таблица 2), с указанием наименований основных модулей, тем и разделов, теоретических и практических часов, ожидаемых образовательных результатов, предполагаемой деятельностью учащихся и возможными формами контроля.

Таблица 2

Учебно-тематическое планирование курса по выбору

№ п/п	Наименование модулей, тем, разделов	Кол-во часов	Образовательные цели	Вид деятельности учащихся	Формы контроля

В содержании курса по выбору необходимо указать основные дидактические единицы учебной информации, способы и методы, а также типы задач, которые будут предложены, участникам курса.

При проектировании программы курса необходимо учесть, что содержание курса должно:

– знакомить учащихся со способами деятельности;

– включать оригинальный материал, не дублировать содержание предметов обязательных для изучения;

– помогать учащимся оценить свой потенциал с точки зрения образовательной перспективы;

– ранее недоступный для изучения материал должен стать открытым для обсуждения;

– модульное построение содержания, поскольку возможны переходы учащихся с курса на курс.

Учебно-методическое обеспечение курса представляет собой некий кластер учебно-методических ресурсов, который может быть полезен как учащимся, изучающим курс, так и педагогу, реализующему его. В него могут входить:

– *методические рекомендации* (список литературы и методические рекомендации для учащегося, список литературы и методические указания педагогу по реализации программы, глоссарий и другая полезная информация);

– *учебные ресурсы* (учебные пособия, справочники, энциклопедии, электронные образовательные ресурсы: электронные учебники, сайты, электронные издания, Интернет-ресурсы и др.);

– *фонд оценочных средств* (диагностические карты, карты рейтинга, модель портфолио, тесты, контрольные вопросы, темы проектов и заданий и др.).

В приложениях к программе может содержаться материал дополняющий учебно-методическое обеспечение: тексты информационных материалов для лекций, семинаров, самостоятельной работы учеников; каталог заданий для самостоятельной работы и методические рекомендации по их выполнению; индивидуальные и дифференцированные задания, в том числе задания в тестовой форме; программы учебных практик и методические рекомендации по их проведению; тематика исследовательских работ и проектов; программы выполнения проектной и исследовательской деятельности, методические рекомендации по ее организации; образцы проектных и исследовательских работ и др. [Кейв, Власова, 2015].

Глава 2. Методика обучения элементам теории графов учащихся 9 классов в рамках курса по выбору «В стране графов»

2.1. Программа курса по выбору для учащихся 9 классов «Графы вокруг нас»

Пояснительная записка

Курс, который излагает основные положения теории графов, может привлечь внимание школьников, интересующихся как математикой в целом, так и её приложениями. На простых примерах учащиеся познакомятся с применением теории графов к решению различных практических задач.

Своей простотой, доступностью и наглядностью язык теории графов поможет учащимся отвлечься от математических штампов, ведь именно элементы теории графов очень часто применяются при решении логических, олимпиадных задач, которые требуют максимальной изобретательности и сообразительности.

Кроме того, понятие «граф» очень ёмко и тесно связано со многими основными понятиями, на которых базируется математика, в том числе школьная.

Теория графов привлекает существованием неразрешимых задач, в том числе имеющих нетрадиционную занимательную форму. Учащимся, заинтересовавшимся вопросами в области теории графов или её приложений, предстоит много увлекательных и перспективных дел. Поисковые и исследовательские задания, в рамках курса, будут способствовать формированию навыков самообразования, расширению и углублению знаний в программных и внепрограммных областях.

Цель курса – ознакомление на доступном уровне с основными понятиями и алгоритмами теории графов.

Задачи курса:

- развивать познавательный интерес школьников к элементам теории графов и к математике как науки, в целом;
- расширять математический и общенаучный кругозор учащихся, посредством применения языка теории графов к решению разнообразных задач;
- формировать и развивать навыки самообразования через поисковую и исследовательскую учебную работу;
- формировать навыки и опыт решения задач с применением графов как математических моделей.

Данный курс рассчитан на 18 часов (2ч. в неделю).

Учебно-тематическое планирование

№ занятия	Тема занятия	Кол-во часов	Форма занятия	Форма контроля.
1.	Введение в теорию графов. Понятие графа и его элементов.	2	Лекция-беседа. Практическое занятие.	Викторина.
2.	Коллекция графов.	2	Лекция-беседа. Практические занятия	
3.	Лабиринты и графы.		Лекция. Практические занятия	
4.	Рисование фигур одним росчерком.	2	Практическое занятие	Творческое задание
5.	Дерево и лес.	2	Лекция. Практические занятия	
6.	Раскраска графов.	2	Лекция. Практические занятия	Творческое задание
7.	Решение логических и олимпиадных задач при помощи теории графов.	2	Практическое занятие.	
8.	Приложение теории графов в различных областях науки.	2	Круглый стол.	Поисковые работы.
9.	Зачетный урок.	2	Выполнение зачетной работы.	Итоговая работа.
	Итого	18		

Содержание обучения

Тема 1. Введение в теорию графов. Понятие графа и его элементов.

В этой теме приводится историческая справка о первых упоминаниях графа - рассматриваются такие классические задачи как задача о кёнигсбергских мостах, раскраска карты в четыре цвета, задача о трёх домах и трёх колодцах. Вводятся основные понятия теории графов: граф, вершина графа, ребро, смежные вершины, смежные ребра, степень вершины. Рассматривается лемма о рукопожатиях.

На практическом занятии рассматриваются элементарные задачи на построение графов и использование леммы о рукопожатиях. Проводится викторина на закрепление материала.

Тема 2. Коллекция графов.

Рассматриваются разновидности графа: пустой граф, полный граф, двудольный граф, ориентированный граф, подграф, изоморфные графы.

На практическом занятии рассматриваются задачи на применение формулы подсчета ребер или вершин в полном графе, задачи на изоморфизм графов.

Тема 3. Лабиринты и графы.

В этой теме рассматривается опеределение маршрута в графе, его виды (незамкнутые, замкнутые). Вводится понятие связности в графе и устанавливается алгоритм поиска «в ширину».

На практическом занятии происходит поиск маршрутов в графе на примерах обхода лабиринтов.

Тема 4. Рисование фигур одним росчерком.

Определение понятий: эйлеров цикл и гамильтонов цикл, эйлеров граф и гамильтонов граф, рассматривается критерий эйлеровости. К рассмотрению предлагаются различные задачи о мостах и их вариации.

На практическом занятии закрепляется материал по средством решения задач на поиск эйлерова и гамильтонова циклов, задача коммивояжёра; рассматриваются головоломки на рисование фигур одним росчерком.

Тема 5. Дерево и лес.

Знакомство обучающихся с классом графов - деревья. Даётся определение дерева, леса. Рассматривается характеризационная теорема. Вводится понятие «нагруженный граф». Рассматривается остовное дерево, минимальное остовное дерево и алгоритм его поиска (алгоритм Краскала).

На практическом занятии материал закрепляется решением задач на применение понятия дерева, рассматриваются задачи на поиск минимального остовного дерева в нагруженном графе.

Тема 6. Раскраска графов.

Рассмотрение задачи о раскраске карты в четыре цвета. Вводится определение правильной раскраски вершин графа. Устанавливается алгоритм правильной раскраски вершин графа.

На практическом занятии обучающиеся выполняют практические задания, создают и раскрашивают собственные карты, решают задачу о составлении расписания.

Тема 7. Решение логических и олимпиадных задач при помощи теории графов.

Применение графов при решении некоторых типов логических задач; рассматриваются задачи на переливание, взвешивание, организацию круговых турниров и прочее.

Тема 8. Приложение теории графов в различных областях науки

Ознакомление учащихся с приложением теории графов в различных областях. Работа исследовательских и поисковых групп по вопросам использования графов в физике, программировании, биологии, химии и т.д.

Занятие проводится в виде круглого стола.

Планируемые результаты обучения

Предметные: знает основные понятия теории графов; владеет навыками практического использования методов решения задач на практике;

Метапредметные: умеет выделять существенные признаки объекта и отношения между объектами; умеет строить схемы; обнаруживает и формулирует учебную проблему; составляет план выполнения работы; развивает творческий подход при решении задач; развивает исследовательские учебные действия; осуществляет самонаблюдение, самоконтроль в процессе коммуникативной деятельности; умеет работать со справочной и специальной литературой.

Личностные: осознаёт роль теории графов в решении жизненных задач; проявляет целеустремленность в достижении результатов;

Формы и методы обучения и итоговый контроль

Помимо традиционных форм занятий, в организации занятий курса предусмотрено использование и нетрадиционных форм обучения, таких как: дискуссия, «мозговой штурм», деловые игры, круглый стол, пресс-конференция и другие. Также предусмотрены лабораторные работы.

Наряду с рефератами и докладами подразумевается подготовка научно-исследовательских работ как результат индивидуальной и групповой деятельности по итогам поисковой работы. Каждое занятие включает в себя познавательно-теоретическую часть, содержащую сведения из теории графов и практическую – решение и выполнение заданий на применение теоретических знаний и получение опыта построения математических моделей на языке теории графов.

2.2. Конспекты занятий курса по выбору для учащихся 9 классов «В стране графов»

Конспект занятия № 1

ТЕМА 1: Введение в теорию графов. Понятие графа и его элементов.(2 часа)

Цель урока: знакомство с понятием графа и его элементов; формирование умений применять язык теории графов к решению задач.

План:

1. Организационный момент.
2. Историческая справка.
3. Классические задачи.
4. Основные понятия.
5. Лемма о рукопожатиях.
6. Решение задач.
7. Викторина.
8. Рефлексия. Подведение итогов.

Ход занятия.

I. Организационный момент.

Учитель приветствует учащихся, проверяет их готовность к уроку. Отмечает отсутствующих.

II. Историческая справка.

Сегодня наша задача – выяснить, что такое граф.

Теория графов зародилась двести с лишним лет назад. Очень долго она находилась в стороне от главных направлений исследований ученых, была в царстве математики на положении Золушки, чьи дарования раскрылись в полной мере лишь тогда, когда она оказалась в центре общего внимания.

Первая работа по теории графов принадлежала известному швейцарскому математику Леонарду Эйлеру. В 1736 году в одном из своих писем он формулирует и предлагает решение задачи о семи кёнигсбергских мостах, ставшей впоследствии одной из классических задач теории графов.

Толчок к развитию теория графов получила на рубеже XIX и XX столетий, когда резко возросло число работ в области топологии и комбинаторики, с которыми ее связывают самые тесные узы родства. Графы стали использоваться при построении схем электрических цепей и молекулярных схем. Как отдельная математическая дисциплина теория графов была впервые представлена в работе венгерского математика Кенига в 30-е годы XX столетия.

III. Классические задачи теории графов.

Самая популярная задача из теории графов – это задача о кёнигсбергских мостах, о которой я уже упоминала. Звучит она так: город Кёнигсберг расположен на двух берегах и двух островах реки Преголя. Берега и острова реки соединены семью мостами. Жители так любили прогуливаться по мостам города, что невольно задались задачей: Можно ли, выйдя из дома, прогуляться по всем мостам по одному разу и вновь вернуться домой?

Ученики пробуют решить задачу самостоятельно. Для наглядности учитель раздает ученикам карточки с рисунком города и мостов (рис.1)

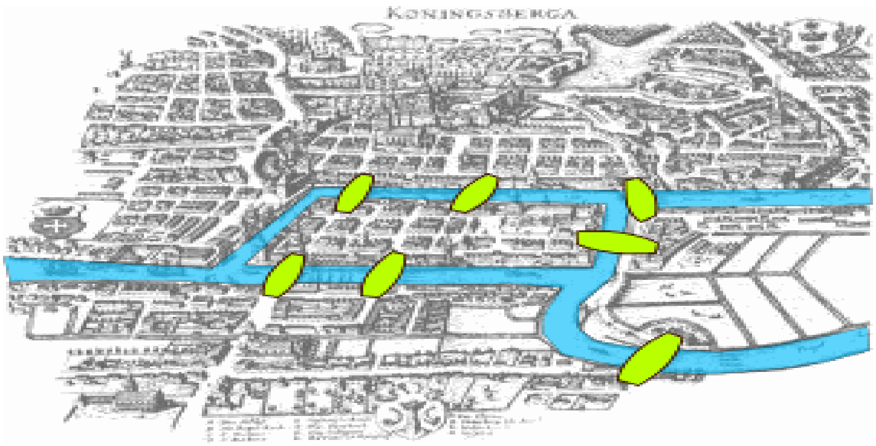

Рис.1. Город Кёнигсберг и 7 мостов через реку Преголя

Ученики приходят к выводу, что выйдя из дома и пройдясь по всем мостам по одному разу вернуться домой, не получается.

Учитель: при всей простоте формулировки эта задача является довольно сложной. Часть горожан считала, что можно пройтись по всем мостам всего лишь один раз, другая – что нельзя. И жители города решили поставить эту задачу перед великим математиком, членом Петербургской академии наук Леонардом Эйлером. Как и надлежит математику, Леонард Эйлер, прежде всего, постарался представить условия задачи в схематическом виде. Так родилось представление условия задачи с помощью графа. Наверняка, это было не первое использование графа для структурирования условия задачи, но благодаря великому математику, такой способ получил собственную теоретическую значимость, что позже и вылилось в теорию графов. Решать такую и подобные задачи с помощью графов мы научимся позже.

Еще одной классической задачей считается задача о трёх домах и трёх колодцах.

Учитель раздает карточки с изображением трёх домов и трёх колодцев (рис.2). Учитель: «Три соседа имеют три общих колодца, однажды эти соседи очень сильно поссорились между собой и теперь не хотят видеться. Возможно ли провести дорожки от каждого дома к каждому колодцу так, чтобы они не пересекались и озлобленные соседи не виделись?».

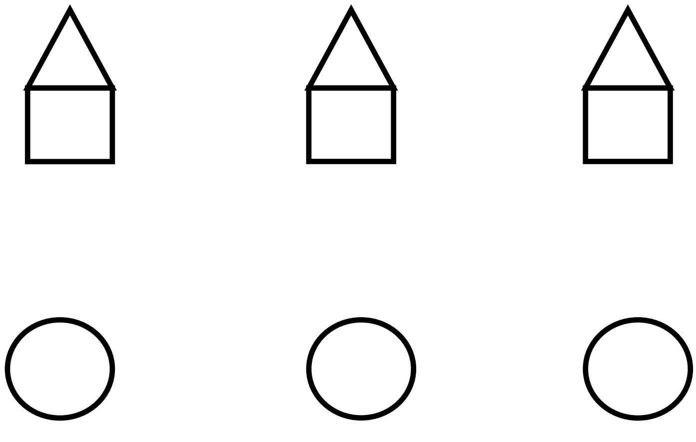

Рис.2. Задача о трёх домах и трёх колодцах.

Ученики пытаются решить задачу самостоятельно и приходят к выходу, что решения нет. Невозможно провести дорожки к колодцам так, чтобы дорожки не пересекались.

Чтобы решить такие задачи путем подбора решения, уходит много времени. Намного проще, если решать подобные задачи с помощью графов.

IV. Основные понятия.

Граф (от греческого графо - пишу) - множество V вершин и набор E неупорядоченных и упорядоченных пар вершин; обычно граф обозначают как G(V, E). Граф представляет собой непустое множество точек и множество отрезков, оба конца которых принадлежат заданному множеству точек. (Пример графа указан на рисунке 3.)

При этом вершины принято обозначать большими латинскими буквами, часто одинаковыми с индексами, соответствующими их порядку расположения на графе. Иногда также обозначают дуги графа маленькими латинскими буквами.

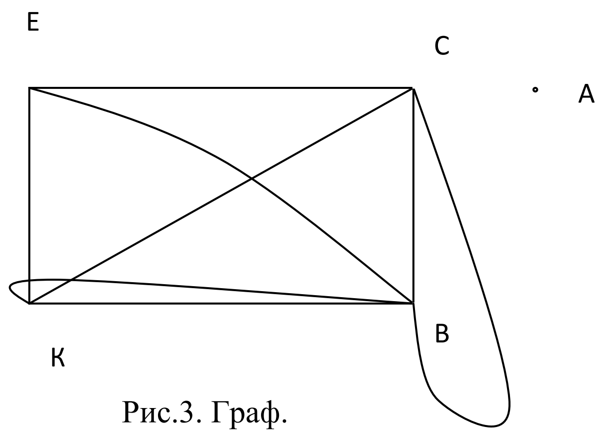

Рис.3. Граф.

Неупорядоченная пара вершин называется ребром, упорядоченная пара - дугой.

Пара вершин может быть соединена двумя или более ребрами (или, соответственно, дугами).

Вершину, не принадлежащую ни одному ребру, называют отдельной.

Дуга (или ребро) может начинаться и заканчиваться в одной и той же вершине, в этом случае соответствующая дуга (или ребро) называется петлей. На рисунке 4 изображена петля

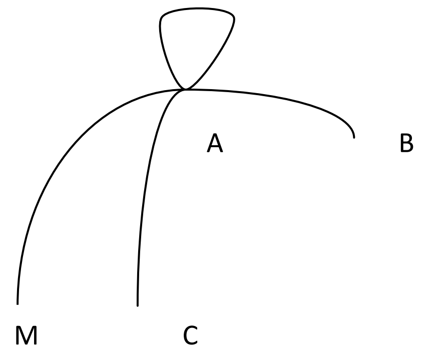

Рис.4. Граф с дугой (а,а).

Вершины, соединенные ребром или дугой, называются смежными. Ребра, имеющие общую вершину, тоже называются смежными. Ребра, соединяющие одну пару вершин, называются кратными. Ребро, соединяющее вершину с самой собой, называют петлей. Ребро (или дуга) и любая из его вершин называются инцидентными. Принято говорить, что ребро (А, В) соединяет вершины А и В, а дуга (А, В) начинается в вершине А и кончается в вершине В.

Степенью вершины графа называется количество ребер, исходящих из этой вершины.

V. Лемма о рукопожатиях.

Попробуем решить следующую задачу, чтобы разобраться, как работает лемма: Алёша, Боря, Вова, Гриша и Дима при встрече обменялись рукопожатиями (каждый пожал руку каждому по одному разу). Сколько всего рукопожатий было сделано?

Для решения этой задачи изобразим этих ребят графически, каждому будет соответствовать точка на плоскости названная первой буквой имени, а рукопожатие изобразим в виде ребра графа, соединяющего вершины (рис.5).

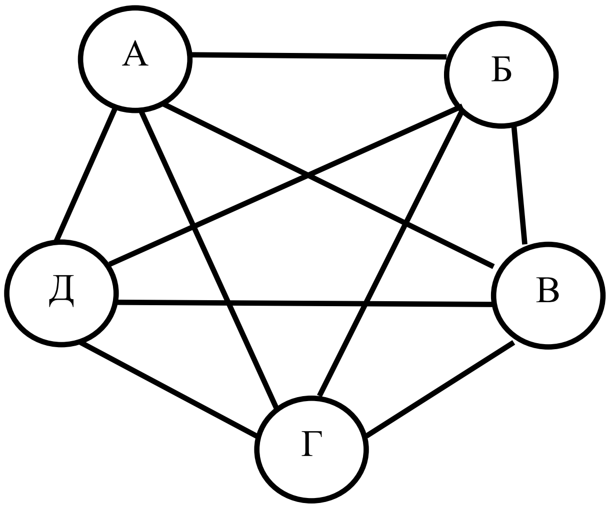

Рис.5. Задача о рукопожатиях.

В построенном графе получилось 10 ребер, которые соответствуют 10 рукопожатиям.

На самом деле задачу о рукопожатиях проще решить исходя из логических соображений: всего пять человек, каждый пожал руку четырём, но ведь если один пожал руку одному, то и другой пожал руку первому, то есть число рукопожатий равно: $(5 \cdot 4):2=10$.

VI. Решение задач.

Задача 1. В молодежном лагере каждый юноша дружит с 5 девушками, а каждая девушка с 4 юношами. Спрашивается, сколько юношей и девушек в лагере, если вместе их 90? (считается, что если юноша дружит с девушкой, то и девушка дружит с юношей.)

Задача 2. В соревновании по шахматам по круговой системе с двенадцатью участниками провели все встречи. Это означает, что каждая пара игроков встречается между собой один раз. Сколько встреч было сыграно?

Задача 3. Группа в составе которой Василий совершил туристическую поездку, состояла из 15 человек. Вернувшись из путешествия, Василий рассказал, что каждый участник группы был ранее знаком ровно с 5 другими участниками. Возможно ли это?

Задача 4. В одной компании при встрече каждый пожал руку каждому. Всего было сделано 15 рукопожатий. Сколько человек в компании?

Задача 5. Найдется ли граф с пятью вершинами, степени которых различны, т.е. равны 0,1,2,3,4?

Задача 6. Существует ли полный граф с 11 ребрами?

Задача 7. Нарисуйте граф, с 7 вершинами, две из которых имеют одинаковую степень?

VII. Викторина. (Закрепление материала).

В ходе закрепления материала учащиеся отвечают на вопросы учителя, находя материал в словаре, который раздается им в начале урока. Таким образом, развиваются навыки работы с текстом, со словарем и учащимися запоминается новая терминология.

1. Чем отличаются дуга и ребро графа?

Ребро не имеет направления, например, если в тексте задачи сказано, что вершины А и В соединены ребром, то это означает, что из вершины А можно попасть в вершину В, а из вершины В - в вершину А. Если же сказано, что вершины А и В соединены дугой, то это означает, что из А можно попасть в В, но из В нельзя попасть в А.

2. Какие способы задания графов вы знаете?

Граф можно задать множеством точек, соединенных линиями или стрелочками, матрицей смежностей или списком.

3. Всегда ли можно попасть из конца ориентированного графа в его начало?

Нет. Не всегда. В ориентированном графе из начала двигаются по дугам, а дуга имеет направление. Если проводить аналогии с геометрией, то ребро графа – это отрезок, а дуга графа – вектор. Мы знаем, что AB≠BA, поэтому из конца ориентированного графа не всегда можно попасть в его начало.

4. Верно ли, что ребро (а,в) инцидентно вершинам в и а?

Это верно, так как инцидентность ребра и его вершин означает, что в этих вершинах расположены концы ребра, и порядок, в котором перечисляются вершины, не имеет значения.

5. Что означают слова «упорядоченная пара вершин»?

Они означают, что для этих вершин сказано в задании, в каком порядке относительно друг друга они расположены.

6. Любой ли граф называется плоским?

Нет (демонстрируется учебное пособие, изображающее трехмерный граф). Плоский граф – это тот граф, который расположен на плоскости.

7. Являются ли ребра (A,B), (A,M), (A,A) и (A,C) на рисунке смежными? Верно ли, что смежных между собой ребер может быть в графе сколь угодно много?

Да, если эти ребра имеют общую вершину.

8. Могут ли быть смежными три вершины?

Нет, понятие смежности подразумевает, что речь идет о паре вершин.

9. Могут ли кратные ребра соединять смежные вершины?

Да, могут.

10. Как можно изобразить ребро графа?

В виде ненаправленной кривой или в виде кривой, направленной в две стороны.

12. Можно ли называть две вершины неупорядоченными, если они несмежные?

Нет. Неупорядоченные вершины должны быть соединены между собой ребром, а несмежные вершины не соединены между собой.

VIII. Рефлексия. Подведение итогов.

Учитель: я рада, что все работали хорошо, давайте вспомним основные моменты нашего урока. Чему вы научились во время занятия?

Учащиеся отвечают.

Учитель раздает каждому ученику карточки со смайликами (радостное лицо, равнодушное лицо и грустное).

Учитель: ребята, обратите внимание, я каждому раздала картинки с лицами, оставьте перед уходом мне на столе ту, которая соответствует вашим ощущениям от урока. Если не стесняетесь, подпишите свою картинку.

Конспект занятия № 2

ТЕМА: Коллекция графов.(2 часа)

Цель урока: знакомство с разновидностями графов; формирование умений применять язык теории графов к решению задач.

План:

1. Организационный момент.
2. Разновидности графов.
3. Решение задач.
4. Рефлексия
5. Итог урока.

Ход занятия.

I. Организационный момент.

Учитель приветствует обучающихся, проверяет их готовность к уроку, отмечает отсутствующих в классе.

II. Разновидности графов.

На прошлом занятии мы познакомились с таким понятием как граф.

На доске вы видите два рисунка (рис.6). Являются ли они графами?

Рисунок 6. Пустой и полный графы.

На этом рисунке изображены пустой и полные графы. Кто сможет дать определение пустому графу? Полному графу?

Ответ: пустой граф – граф, не имеющий рёбер. Полный граф – граф, у которого каждые две вершины смежные.

Теперь посмотрите на рисунок 7. Этот граф называется двудольным. Как вы думаете, почему?

Ответ: граф называется двудольным, потому что его можно разбить на две части таким образом, что каждое ребро графа соединяет какую-то вершину из одной части с какой-то вершиной другой части, то есть не существует ребра, соединяющего две вершины из одной и той же части.

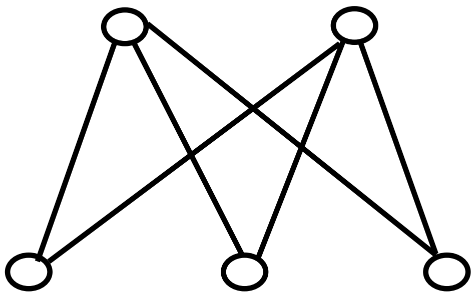

Рисунок 7. Двудольный граф.

На следующем рисунке 8 вы видите еще два графа. Чем отличаются они? Как можно назвать их?

Ответ: ориентированный и неориентированные графы.

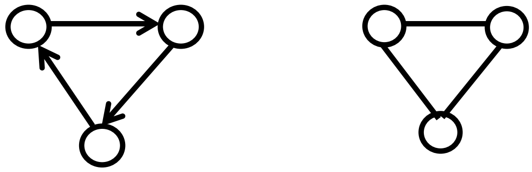

Рисунок 8. Ориентированный и неориентированный графы

Существует еще одна разновидность графов – изоморфизм.

Давайте посмотрим на рисунок 9 и попробуем понять, почему эти два графа называются изоморфными.

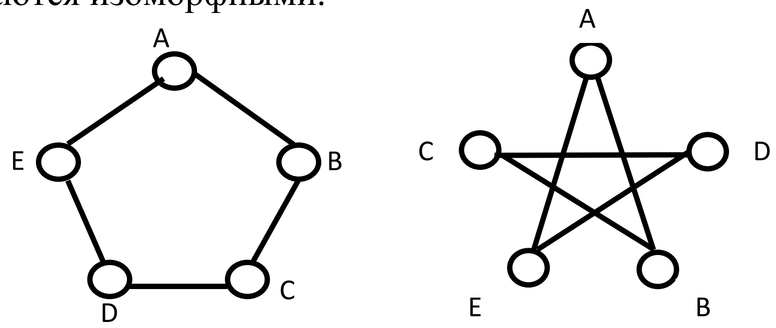

Рисунок 9. Изоморфные графы

Ответ: графы называются изоморфными, если между их вершинами установлено взаимооднозначное соответствие, т.е. любые две вершины первого графа соединены также, как две вершины второго графа.

III. Решение задач.

Задача 1.

На острове есть несколько населённых пунктов. Из каждого пункта выходят две проезжие дороги и три пешеходные тропы. Каждая проезжая дорога и каждая пешеходная тропа приводят к некоторому населённому пункту. Любые два населённых пункта связаны чем-то одним – или дорогой, или тропой. Сколько на острове населённых пунктов, проезжих дорог, и пешеходных троп?

Задача 2.

В игре «Спортлото – Шиш» розыгрыш главного приза проходит по следующим правилам. Каждый присутствующий в студии пишет независимо от других любое число различных пар различных целых чисел из множества от 1 до 7. Если у нескольких участников выписанные ими пары совпадут, то эти участники делят между собой 1 000 000 рублей. Сколько участников должно быть в студии, чтобы приз заведомо оказался разыгранным?

IV. Итоги урока. Рефлексия.

Учитель: я рада, что все работали хорошо, давайте вспомним основные моменты нашего урока. Чему вы научились во время занятия?

Учащиеся отвечают. Учитель раздает детям анкеты и просит их заполнить и перед выходом из класса положить на учительский стол.

На уроке я работал(а)	Активно\пассивно
Своей работой на уроке я	Доволен\не доволен
Урок был для меня	Увлекательный\скучный
За урок я	Устал(а)\не устал(а)
Материал урока был	Понятен\не понятен Полезен\бесполезен

Конспект занятия № 3

ТЕМА 3. Лабиринты и графы. (2 часа)

Цель урока: знакомство с понятиями «маршрут», «связность»; формирование умений применять язык теории графов к решению задач.

План:

1. Организационный момент.
2. Маршрут в графе.
3. Связность в графе.
4. Лабиринты в графах.
5. Итог урока. Рефлексия.

Ход занятия.

I. Организационный момент.

Учитель приветствует обучающихся, проверяет их готовность к уроку, отмечает отсутствующих в классе.

II. Маршрут в графе.

Маршрут графа – это чередующаяся последовательность вершин и ребер, которая начинается и заканчивается вершиной, в которой каждое ребро инцидентно двум вершинам.

В графах можно выделить различные маршруты:

- Маршрут является замкнутым, если его начальная и конечная вершины совпадают.
- Если все ребра различны, то незамкнутый маршрут называется цепью.
- Незамкнутый маршрут называется простой цепью, если все его вершины и ребра различны.
- Если в замкнутом маршруте все ребра различны, то маршрут называется циклом.
- Цикл называется простым, если все его вершины различны (кроме первой и последней).

Одна вершина достижима из другой, если между ними проложен маршрут.

III. Связность в графе.

Есть еще одно важное понятие, относящееся к графам – понятие связности.

Граф называется связным, если любые две его вершины можно соединить маршрутом, т.е. любые две вершины в таком графе достижимые.

Существует целый ряд задач, решение которых основано на понятии связности графа.

Задача 1. В стране Семерка 15 городов, каждый из городов соединен дорогами не менее, чем с семью другими. Докажите, что из каждого города модно добраться в любой другой.

Доказательство: Рассмотрим два произвольных А и В города и допустим, что между ними нет пути. Каждый из них соединен дорогами не менее, чем с семью другими, причем нет такого города, который был бы соединен с обоими рассматриваемыми городами (в противном случае существовал бы путь из А в В). Нарисуем часть графа, соответствующую этим городам (рис.10).

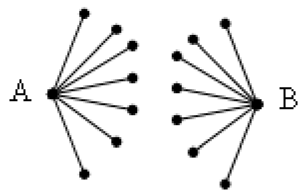

Рисунок 10. Часть графа, соответствующего городам А и В.

Теперь явно видно, что мы получили не менее различных 16 городов, что противоречит условию задачи. Значит утверждение доказано от противного.

Несвязный граф имеет вид нескольких «кусков» - частей (подграфов), каждый из которых – либо отдельная вершина без ребер, либо связный граф. Пример несвязного графа вы видите на рисунке 11.

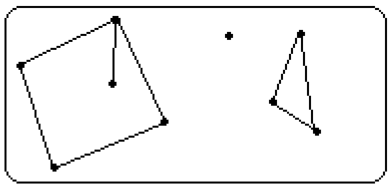

Рисунок 11. Несвязный граф.

Каждый такой связный подграф называется компонентой связности графа. Рассмотрим пример задачи, в которой используется понятиесвязности:

Задача 2. В Тридевятом царстве только один вид транспорта – ковер-самолет. Из столицы выходит 21 ковролиния, из города Дальний – одна, а из всех остальных городов, – по 20. Докажите, что из столицы можно долететь в города Дальний.

Доказательство*:* Предположим, что граф ковролиний Царства несвязный. Рассмотрим компоненту связности, которая включает в себя столицу Царства и другую компоненту связности, которая включает в себя город Дальний. Из столицы выходит 21 ковролиния, а из любых других городов, кроме города Дальний – по 20, поэтому, чтобы выполнялся закон о четном числе нечетных вершин необходимо, чтобы и город Дальний входил в эту же самую компоненту связности. Поэтому граф ковролиний Царства – связный граф, тогда из столицы существует путь по ковролиниям до города Дальний, что и требовалось доказать.

IV. Лабиринты в графах.

Теория лабиринтов занимается поиском выхода из лабиринтов и используется в самых разных отраслях науки – от медицины до информатики. Само слово «лабиринт» в переводе с греческого языка означает «подземный ход». Лабиринты бывают самые разные, они могут быть и пещерами, могут быть сделаны из живых изгородей. Иногда лабиринты использовались для наказания. Приговоренного приводили в лабиринт и оставляли там. Не зная устройства лабиринта, узник не мог найти выхода. В реальном лабиринте, не зная плана, отыскать реальный маршрут совсем нелегко. Но что же можно предпринять? Один из возможных вариантов – воспользоваться правилом одной руки. Двигаясь вглубь лабиринта, стены все время надо касаться одной рукой, а выходя наружу, надо идти, касаясь той же стены другой рукой. Некоторые лабиринты можно пройти только при помощи правила правой руки, другие – пользуясь правилом левой руки, а некоторые – любым из этих двух правил. А есть ли безвыходные лабиринты? Нет. При помощи графов можно доказать, что безвыходных лабиринтов не бывает. Действительно, представим лабиринт в виде графа, при этом все тупики и перекрестки будем считать вершинами графа, а коридоры – ребрами графа. Если мы обойдем каждый лабиринт, побывав в каждом коридоре на пути туда и на пути обратно, то есть, побывав в каждом коридоре дважды, то все ребра графа удвоятся. Тогда каждая вершина графа будет четной, следовательно, такой граф можно обойти за один обход. Таким образом, начав со входа мы закончим свой путь в той же точке, так как все вершины графа четные. Всякий раз, идя по любому коридору в первый раз, ставим при входе в коридор и на выходе из коридора по черточке, если идем по коридору вторично, то перечеркиваем черточки. Если подошли к перекрестку, на котором еще не разу не были, то дальше идем по любому коридору. Если же попали в тупик – идем обратно. Если подошли к перекрестку, где уже побывали, и подошли к нему по той дороге, по которой идем в первый раз, то немедленно отправляемся по ней обратно. Если подошли к перекрестку таким путем, каким уже дважды шли, то далее, если есть коридоры, по которым еще ни разу не ходили, идем по любому из них. Если же таких коридоров нет, идем по любому, пройденному один раз. Теперь, когда доказано, что любой лабиринт можно решить, выясним, как можно сделать это при помощи графов.

Допустим, нужно найти выход из лабиринта на рисунке 12.

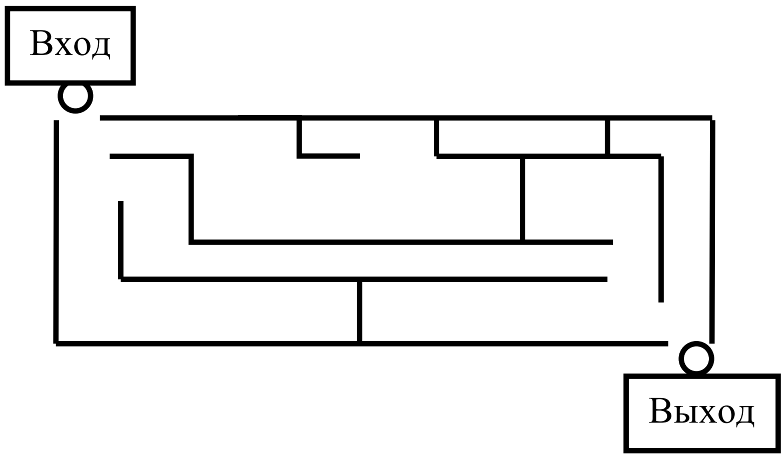

Рисунок 12. Лабиринт, требующий поиск выхода.

В нём есть вход, выход, коридоры-рёбра, тупики, перекрёстки.

Расставим вершины графа – перекрёстки и тупики (рис.13).

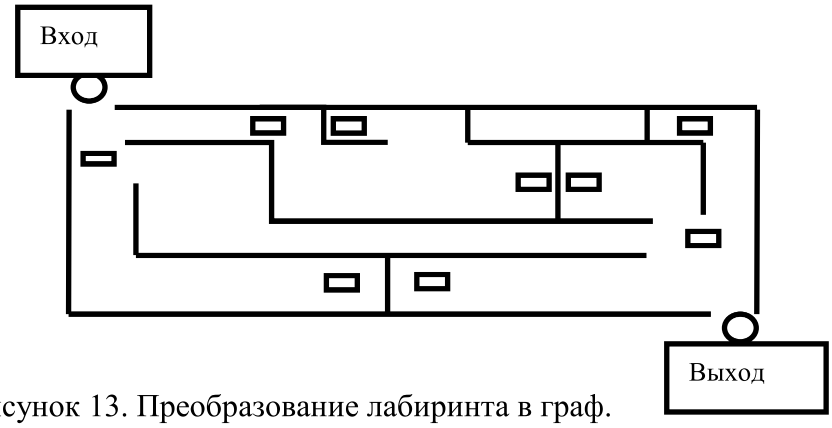

Рисунок 13. Преобразование лабиринта в граф.

Теперь зачеркнем тупиковые вершины (рис.14).

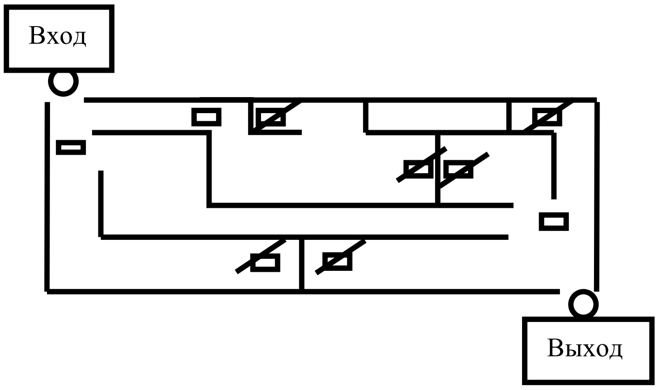

Рисунок 14. Преобразование лабиринта в граф.

И теперь путь по лабиринту очевиден (рис.15).

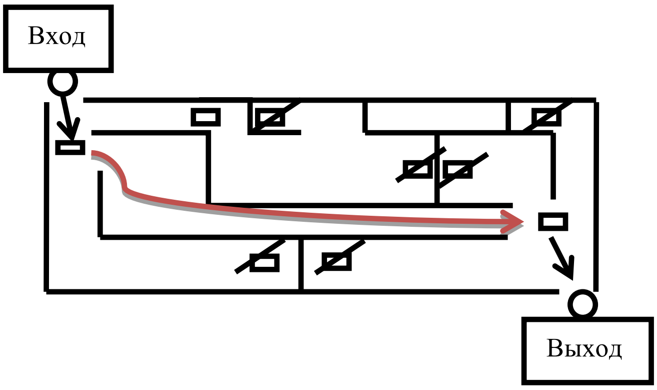

Рисунок 15. Лабиринт и путь по нему.

Рассмотрим ***задачу о катакомбах*** - поиск выхода из лабиринта, коридоры которого не обязательно находятся на одном уровне. Подобная ситуация возникает, например, при блуждании в пещерах. Отождествив коридоры лабиринта с ребрами, а перекрестки, тупики, входы и выходы - с вершинами, мы придем к связному графу, представляющему схему лабиринта. На рисунке 16 изображен интересный пример лабиринта в саду Хемптон Корт:

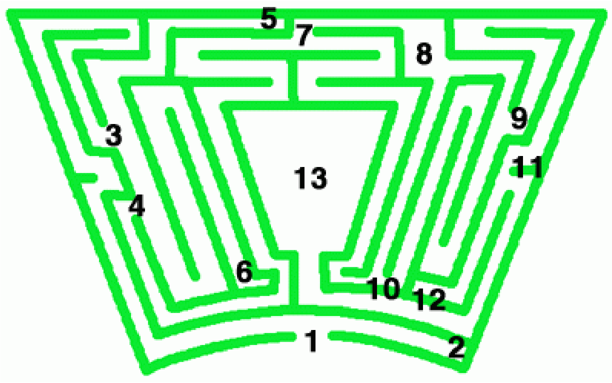

Рисунок 16. Лабиринт в саду Хэмптон Корт.

Построим соответствующий ему граф (рис.17).

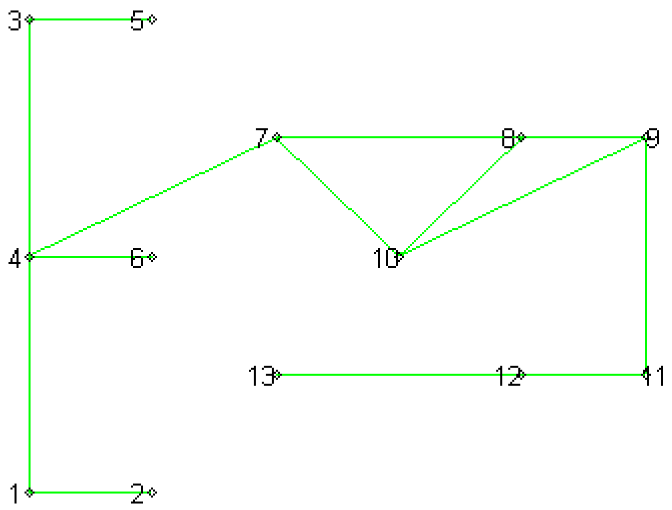

Рисунок 17. Граф, соответствующий рисунку 16.

Найдем в данном графе путь от входа в лабиринт (вершина 1) в центр лабиринта (вершина 13).

Теперь хорошо видно, что в центр лабиринта можно попасть, следуя по следующим вершинам:

1 - 4 - 7 - 10 - 9 - 11 - 12 - 13.

И, соответственно, выйти из центра лабиринта по маршруту:

13 - 12 - 11 - 9 - 10 - 7 - 4 - 1.

Итак, построение графа – один из способов решения лабиринта, то есть нахождения алгоритма его прохождения.

V. Итоги урока. Рефлексия.

Учитель: я рада, что все работали хорошо, давайте вспомним основные моменты нашего урока. Чему вы научились во время занятия?

Учащиеся отвечают. Учитель раздает детям анкеты и просит их заполнить и перед выходом из класса положить на учительский стол.

На уроке я работал(а)	Активно\пассивно
Своей работой на уроке я	Доволен\не доволен
Урок был для меня	Увлекательный\скучный
За урок я	Устал(а)\не устал(а)
Материал урока был	Понятен\не понятен Полезен\бесполезен

Конспект занятия № 4

ТЕМА 4. Рисование фигур одним росчерком (2 часа)

Цель урока: знакомство с понятиями «эйлеров цикл», «гамильтонов цикл»; формирование умений применять язык теории графов к решению задач.

План:

6. Организационный момент
7. Эйлеров цикл, эйлеров граф. Критерий эйлеровости.
8. Гамильтонов цикл, гамильтонов граф.
9. Рисование фигур единым росчерком.
10. Итоги урока. Рефлексия.

Ход занятия.

I. Организационный момент.

Учитель приветствует обучающихся, проверяет их готовность к уроку, отмечает отсутствующих в классе.

II. Эйлеров цикл, эйлеров граф. Критерий эйлеровости.

Эйлеровым циклом называется цикл, проходящий по каждому ребру графа ровно один раз. Соответственно граф, содержащий такой цикл называется эйлеровым.

Связный граф является эйлеровым тогда и только тогда, когда степень каждой его вершины четная.

Доказательство. Пусть G - эйлеров граф. Эйлеров цикл этого графа, проходя через каждую его вершину, входит в нее по одному ребру, а выходит по-другому. Это означает, что каждое прохождение вершины по циклу вносит слагаемое 2 в ее степень. Поскольку цикл содержит все ребра графа, то степени всех вершин будут четными.

Не все графы имеют эйлеровы циклы, но если эйлеров цикл существует, то это означает, что следуя вдоль этого цикла, можно нарисовать граф на бумаге, не отрывая карандаша и не обводя одну линию дважды.

III. Гамильтонов цикл, гамильтонов граф.

Граф называется гамильтоновым, если в нем имеется цикл, содержащий каждую вершину этого графа.

Уильям Роуэн Гамилтон выпустил головоломку, суть которой состояла в построении пути, который через каждую вершину проходит по одному разу. Задача похожа на задачу о нахождении эйлеровой линии, но однако до сих пор не найдены необходимые и достаточные условия существования в графе гамильтоновых линий.

Похожа на данную задачу и задача о коммивояжере, которая тоже состоит в построении цикла, проходящего по всем городам по одному разу, но при этом требуется минимизировать транспортные расходы. Алгоритма решения такой задачи также не существует.

Ученикам предлагается к решению задачи:

Задача 1. Шесть островов на реке в парке «Звезда» соединены мостами (рисунок 18). Можно ли, начав прогулку на одном из островов, пройти по каждому из мостиков ровно один раз и вернуться на тот же остров? В случае отрицательного ответа определите, сколько мостиков и между какими островами нужно построить, чтобы такая прогулка стала возможной.

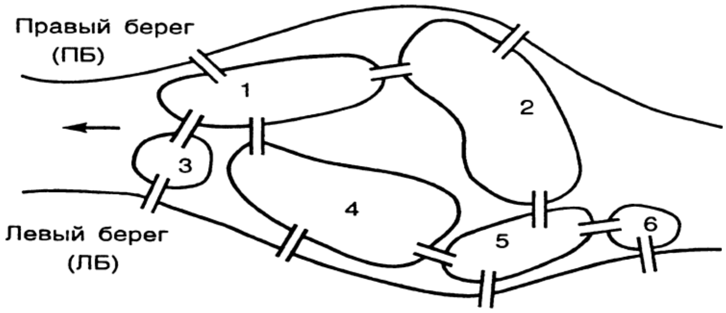

Рисунок 18. Парк «Звезда».

Задача 2. Путешественник Миша решил побывать во всех странах Европы, пересекая границу каждой только однажды. Возможно ли такое путешествие?

IV. Рисование фигур единым росчерком.

А теперь расскажу вам одну интересную историю: некто давал миллион рублей каждому, кто начертит следующую фигуру (рис 19). Но при этом вычерчивании ставилось одно условие. Требовалось, чтобы фигура была вычерчена единым непрерывным росчерком, т.е. не отнимая пера от бумаги и не удваивая ни одной линии.

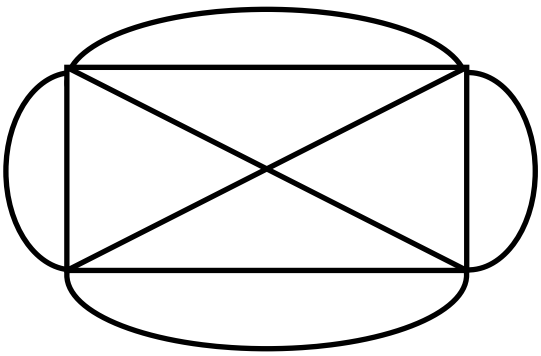

Рисунок 19. Фигура для рисования единым росчерком.

Ученики пробуют нарисовать эту фигуру в своих тетрадях одним росчерком.

Надежда стать «миллионером», решив такую задачу, может заставить испортить много бумаги и потратить много времени на попытки вычертить данную фигуру единым росчерком, но, увы, задача не имеет решения.

Сегодня мы попробуем разобраться, почему эта задача не имеет решения.

На доске вы видите шесть фигур (рис.11):

Задание 1: Нарисовать все фигуры в тетради единым росчерком.

Попытки вычерчивания фигур привели нас к неодинаковым результатам. Фигуры 1, 3 и 4 не удалось обойти одним росчерком. Напрашивается вопрос, почему? Может быть, существуют такие признаки, которые позволяют установить заранее, поддается ли данная фигура вырисовыванию одним росчерком, и если да, то с какой точки нужно начинать? Мы сейчас попытаемся выяснить эти признаки.

Будем называть точки фигуры вершинами, а линии, соединяющие эти точки, рёбрами. Тогда четной вершиной назовем вершину, из которой выходит четное число рёбер, а нечетной вершиной назовем вершину, из которой выходит нечетное количество рёбер.

Теперь вернемся к фигурам, которые мы уже нарисовали и попытаемся их исследовать.

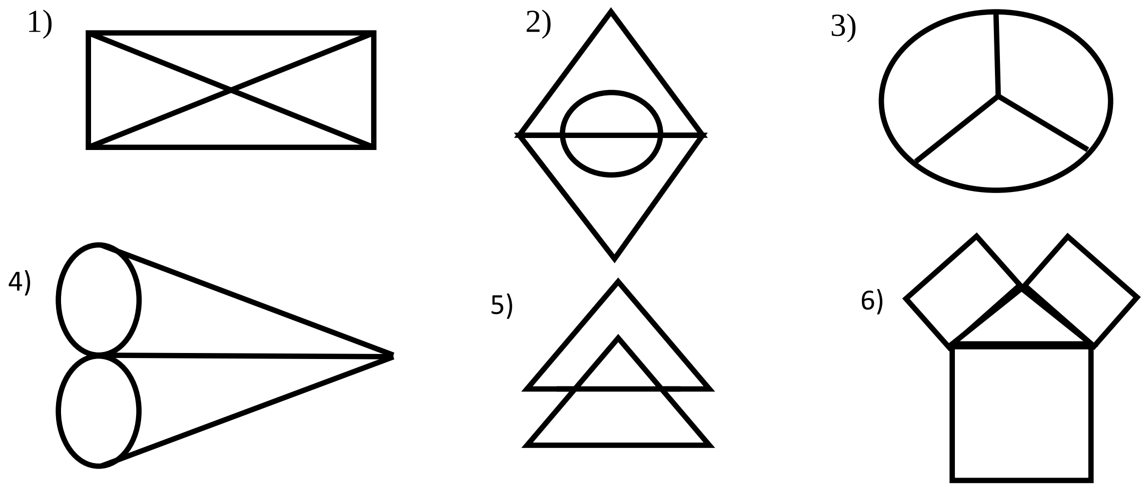

Рисунок 20. Фигуры для исследования.

Вопросы для исследования фигуры:

1. Сколько вершин у фигуры?
2. Какие это вершины?
3. Смогли ли мы эту фигуру обойти одним росчерком?

На основе этих трех вопросов дается характеристика каждой из шести данных фигур.

Попробуем сформулировать правила обхода фигур одним росчерком:

1. Если в фигуре все вершины четные, то отправляясь от любой вершины, всегда можно обойти её одним росчерком, причем обход фигуры завершится именно в той точке, с которой мы начинали.
2. Если в фигуре две нечетные вершины, а остальные четные, то такую фигуру можно обойти одним росчерком, но начинать нужно в одной нечетной вершине, а заканчивать во второй.
3. Если фигура имеет три и более нечетные вершины, то её нельзя обойти единым росчерком.

А теперь давайте вспомним фигуру, за которую предлагали миллион (рис 19), то легко можем догадаться почему никто так и не получил миллион. В этой фигуре четыре нечетные вершины, а значит, согласно правилу, её нельзя обойти единым росчерком.

Все фигуры, с которыми мы работаем, представляют не что иное, как графы.

Граф – это непустое множество точек и множество отрезков, оба конца которых принадлежат данному множеству точек.

Точками называются вершины графы, отрезки, соединяющие точки – рёбра графа.

При изображении графов на рисунках или схемах, ребра могут быть прямолинейными отрезками и криволинейными, расположение вершин произвольно.

Задание 2: Используя выведенные правила, выясните, возможно ли вывести единым росчерком следующие фигуры (рисунок 12). Если это возможно, обвести их.

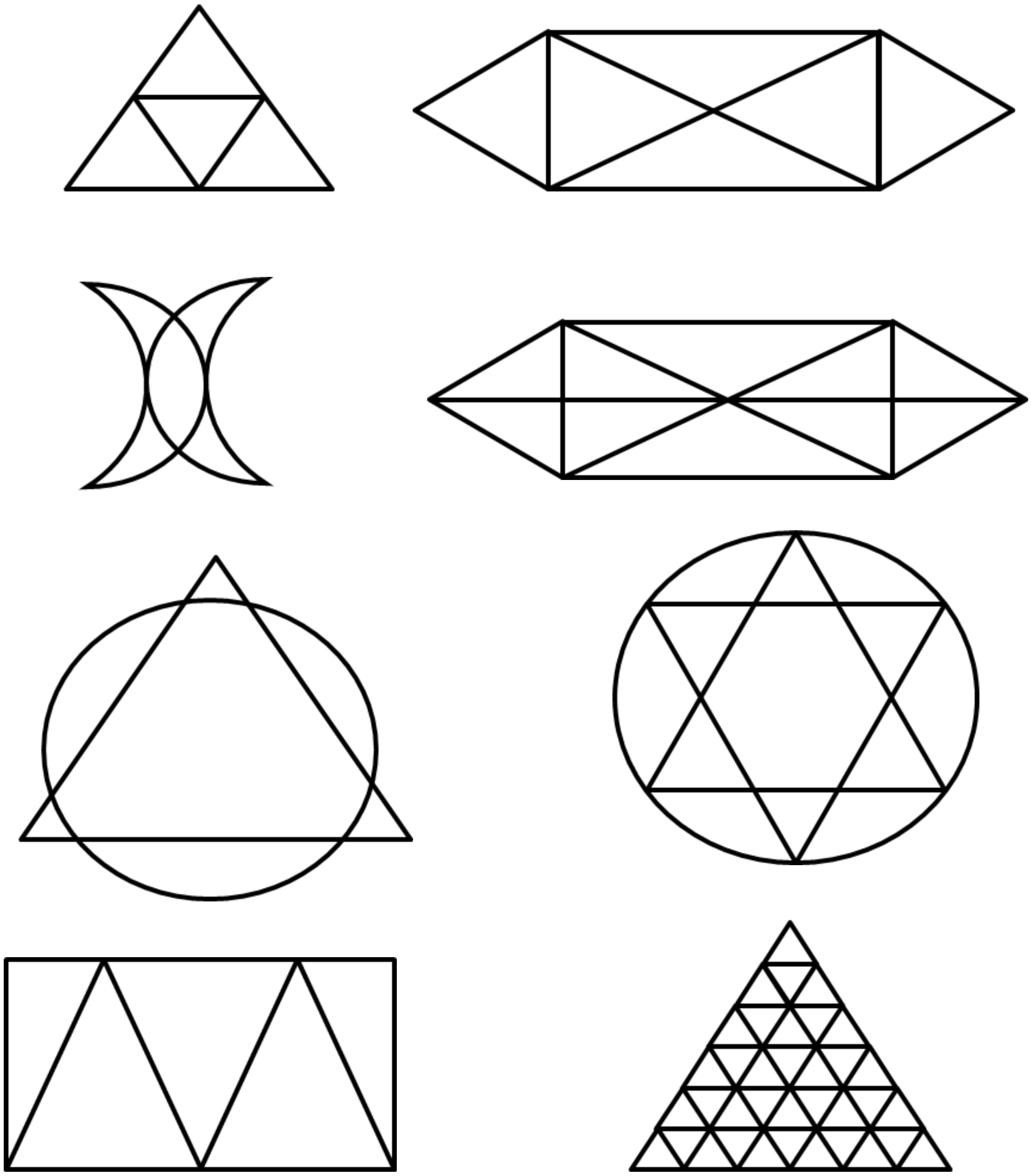

Рисунок 20. Фигуры для самостоятельного рисования единым росчерком.

V. Итоги урока. Рефлексия.

Учитель: я рада, что все работали хорошо, давайте вспомним основные моменты нашего урока. Чему вы научились во время занятия?

Учащиеся отвечают.

Учитель раздает каждому ученику карточки со смайликами (радостное лицо, равнодушное лицо и грустное).

Учитель: ребята, обратите внимание, я каждому раздала картинки с лицами, оставьте перед уходом мне на столе ту, которая соответствует вашим ощущениям от урока. Если не стесняетесь, подпишите.

Конспект занятия № 5

ТЕМА 5. Дерево и лес.

Цель: знакомство с понятием дерево и его свойствами; формирование умений применять язык теории графов к решению задач.

План занятия:

1. Организационный момент.
2. Понятие дерева, понятие леса.
3. Остовное дерево.
4. Характеризационная теорема.
5. Решение задач, поиск минимального остовного дерева.
6. Подведение итогов. Рефлексия

I. Организационный момент.

Учитель приветствует учащихся, проверяет их готовность к уроку. Отмечает отсутствующих.

II. Понятие дерева. Понятие леса.

Чтобы прийти к новому определению в теории графов, рассмотрим следующую задачу:

Лист бумаги разрезают на три части (рис. 21). Некоторые из полученных листов также разрезаются на три части. Несколько новых листиков вновь разрезают на три более мелкие части (рис.22) и т.д. Сколько получится листиков бумаги, если разрезают k листов?

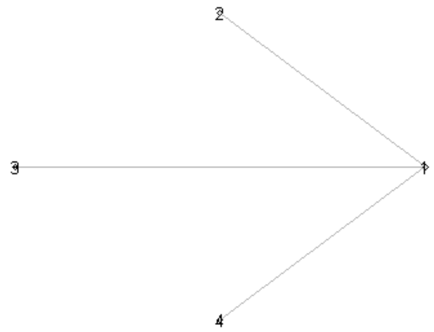

Рисунок 21. Граф в виде листа бумаги разрезанный на 3 части.

Решение. Листы бумаги обозначим вершинами графа. Причем количество всех вершин не будет совпадать с количеством получившихся листочков. Ответ мы получим, если будем считать вершины, от которых далее не отходит ни одного ребра (т.е. часть листа не разрезается дальше). Очевидно, что при разрезании одного листика на три части число листиков увеличивается на два (появляются три новых вместо одного). Если же разрезать k листов, то образуется 1+2k листов.

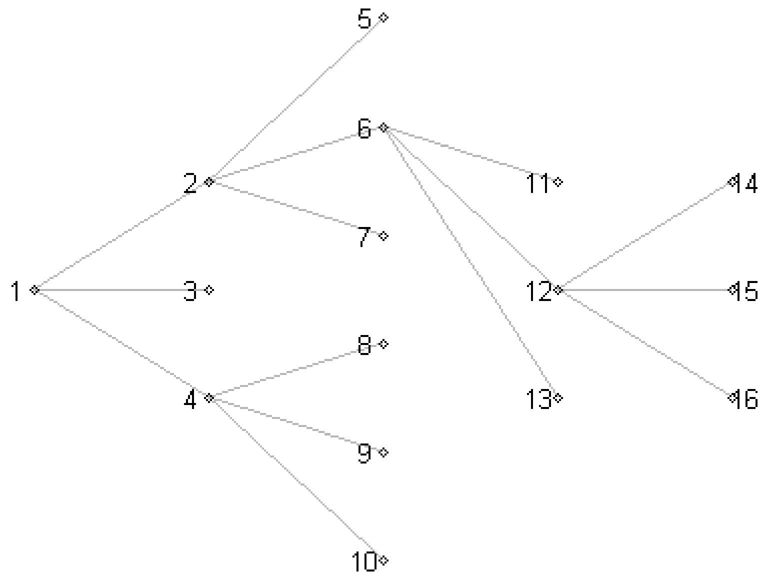

Рисунок 22. Граф в виде листа бумаги, разрезанного несколько раз.

Кстати, вам не кажется, что схемы на рисунках напоминают ветку дерева с листочками? Математики, обратив внимание на это сходство, назвали такие схемы «деревьями».

Дерево – это связный граф без циклов.

Дерево начинается с вершины, которая называется корнем дерева и является единственной вершиной «первого уровня». Далее идут вершины «второго уровня» и т.д., где вершины очередного уровня (каждая из вершин) будут связаны ровно с одной вершиной предыдущего уровня и не будут иметь никаких иных связей.

Верхняя вершина называется предком для связных с ней нижних вершин, а нижние вершины — потомками соответствующей верхней вершины. На любом дереве существует единственная вершина, не имеющая предка — корень, и может быть сколько угодно вершин, не имеющих потомков — листьев. Все остальные вершины имеют ровно одного предка и сколь угодно потомков. Примерами деревьев могут служить генеалогические и организационные диаграммы. Деревья используются при анализе электрических цепей, при представлении структур математических формул. Деревья используются для организации информации в системах управления базами данных (иерархическая база данных (нелинейная структура данных) может быть представлена деревом с корнем) и для представления синтаксических структур в компиляторах программ.

Пример. Рассмотрим оглавление книги, схематически представленное на рисунке 23 a). Это оглавление является деревом, которое в другой форме показано на рисунке 23 b). Отношение «Родитель-ребѐнок» отображается в виде линии. Деревья обычно рисуются сверху вниз, как на рисунке 23 b), так, что «родители» располагаются выше «детей».

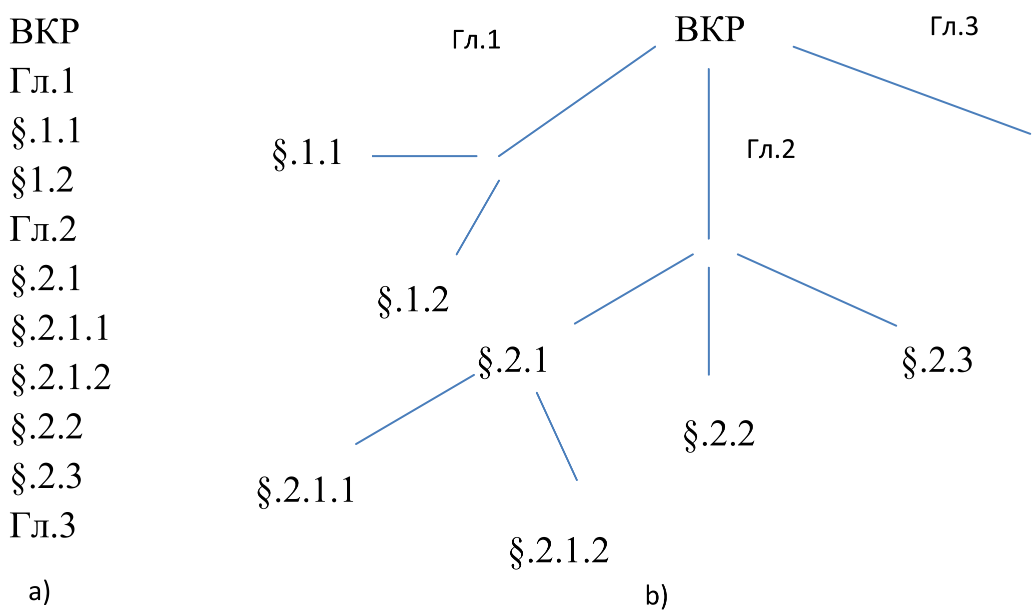

Рисунок 23. Оглавление ВКР и её представление в виде дерева.

Корнем этого дерева является узел ВКР, который имеет три поддерева соответственно с корнями Гл.1, Гл.2 и Гл.3. Эти отношения показаны линиями, идущими из корня ВКР к узлам Гл.1, Гл.2 и Гл.3. Узел ВКР является родителем узлов Гл.1, Гл.2 и Гл.3, которые являются детьми узла ВКР. Третье поддерево, с корнем Гл.3, состоит из одного узла, остальные два поддерева имеют нетривиальную структуру. Например, поддерево с корнем Гл.2 в свою очередь имеет три поддерева, которые соответствуют разделам ВКР Р.2.1, Р.2.2 и Р.2.3; последние два поддерева имеют по одному узлу, в то время как первое имеет два поддерева, соответствующие подразделам книги Р.2.1.1 и Р.2.1.2. Предок или потомок узла, не являющийся таковым самого себя, называется истинным предком или истинным потомком соответственно. В дереве только корень не имеет истинного предка. Узел, не имеющий истинных потомков, называется листом. Высотой узла дерева называется длина самого длинного пути из этого узла до какого-либо листа. На рисунке 23 b) высота узла Гл.1 равна 1, узла Гл.2 = 2, а узла Гл.3 = 0. Высота дерева совпадает с высотой корня. Каждой вершине дерева приписывается вес, т.е. число, соответствующее общему количеству вершин поддеревьев. Корневое дерево определяется упорядоченной последовательностью весов его вершин, в которой на первом месте стоит вес корня всего дерева, а затем следуют соответствующие последовательности для поддеревьев в порядке возрастания весовых характеристик их корней.

III. Остовное дерево.

Остовным деревом графа G называется его подграф – дерево, содержащее все вершины графа G. Стоимость остовного дерева вычисляется как сумма стоимостей всех рёбер, входящих в это дерево. Например, во взвешенном связном графе требуется найти остов минимального веса. Эта задача возникает при проектировании электропередачи, трубопроводов, дорог и т.п., когда требуется заданные центры соединить некоторой системой каналов связи так, чтобы любые два центра были связаны непосредственно соединяющим их каналом, либо через другие центры и каналы, и чтобы общая длина (или, например, стоимость) каналов связи была минимальной. Типичное применение остовных деревьев минимальной стоимости можно найти при разработке коммуникационных сетей. Здесь вершины графа представляют города, рёбра — возможные коммуникационные линии между городами, а стоимость рёбер соответствует стоимости коммуникационных линий. В этом случае остовное дерево минимальной стоимости представляет коммуникационную сеть, объединяющую все города коммуникационными линиями минимальной стоимости. Очевидно, что этот остовный подграф должен быть деревом. В качестве иллюстрации рассмотрим взвешенный граф изображённый на рисунке 24 а).

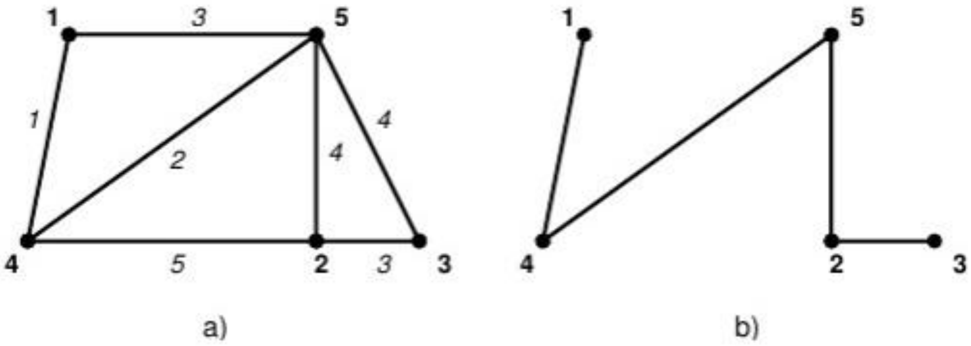

Рисунок 24. Граф и его остовное дерево.

Полагаем, что е1 = (1, 4), е2 = (4, 5). Среди оставшихся ребер минимальный вес имеет, например, ребро (1, 5). Однако, оно не пригодно для построения, поскольку составляет цикл с двумя предыдущими рѐбрами. Можно взять е3 = (2, 3), е4 = (2, 5). Тогда, рѐбра (1, 4), (4, 5), (2, 5), (2, 3) составляют остов минимального веса (см. рисунок 24 b).

Интересные факты:

- Граф, состоящий из изолированной вершины, тоже является деревом.
- Дерево обладает минимальным количеством ребер: n-1. Т.е., если удалить любое ребро из дерева, то мы нарушим связность графа.
- Если к дереву добавить любое новое ребро, мы получим ровно один цикл.

Как решить рассмотренную выше задачу, если мы возьмем два листочка?

Решение. Ответ очевиден: если мы будем один лист разрезать на k частей, а другой лист - на t частей, то всего листочков получится

1+2k+1+2t=2(1+k+t)

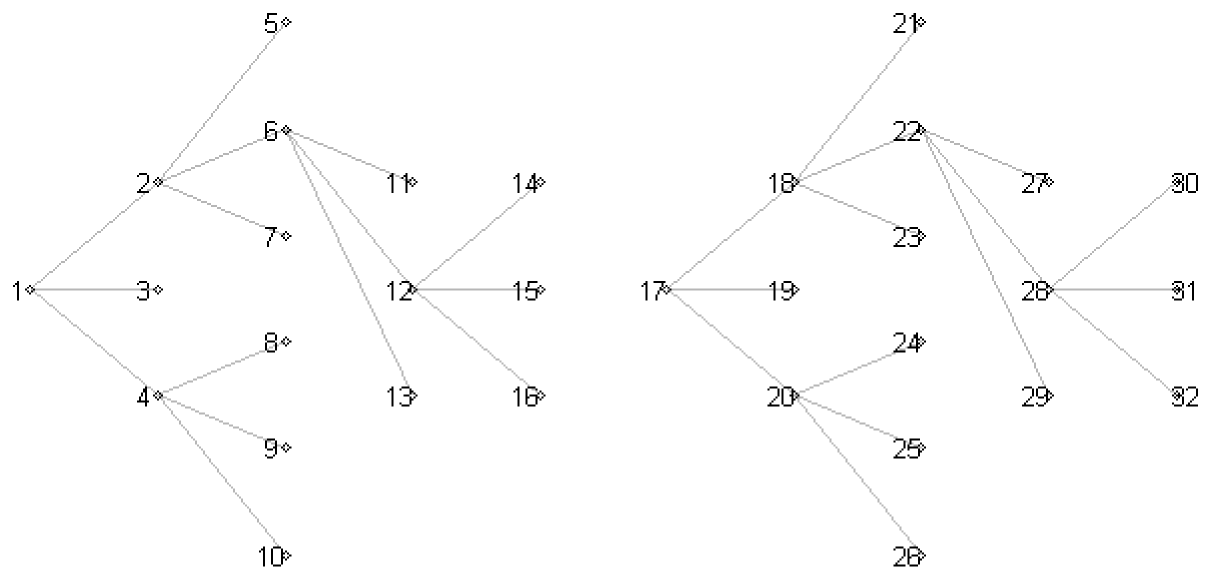

Рисунок 25. Лес.

Полученный граф немного сложней, чем прежний. Он состоит из двух деревьев. Такую схему называют "лесом". Лесом называется несвязный граф, представляющий объединение деревьев - компонент связности (рис.25).

IV. Характеризационная теорема для деревьев.

Пусть дан неорграф G, не имеющий петель и имеющий n вершин. Тогда следующие утверждения эквивалентны:

1. G является деревом;
2. G не имеет циклов и имеет n-1 ребро;
3. G – связный граф и имеет n-1 ребро;
4. G – связный граф и всякое его ребро является мостом;
5. Любые две несовпадающие вершины графа G соединяет единственная простая цепь;
6. G не имеет циклов, но если какую-либо пару его несмежных несовпадающих вершин соединить ребром, то получится граф, имеющий единственный цикл.

V. Минимальное остовное дерево.

Остовное дерево, у которого сумма весов ребер минимальна, назовем минимальным остовным деревом (МОД).

Многие практические задачи сводятся к построению МОД. Например, пусть требуется связать заданное множество населенных пунктов сетью дорог таким образом, чтобы минимизировать связанные с этим затраты. Если известна стоимость создания дороги между каждой парой пунктов – вес соответствующего ребра, то, найдя МОД в полном графе, вершинам которого соответствуют населенные пункты, мы решим задачу.

Разберем задачу:

Задача 1. В некотором районе было решено провести газопровод между пятью деревнями. От Кошкино до Мышкино идти 10 км, от Мышкино до Ступино – 3 км, от Кошкино до Малаховки – 6 км, от Малаховки до Чернеевки – 5 км, от Кошкино до Чернеевки – 7 км. Как необходимо провести трубу, чтобы она соединяла все пять деревень, и затраты при этом были минимальные?

Представим деревни в виде вершин графа, а дорогу между ними – ребрами этого графа (рис. 26).

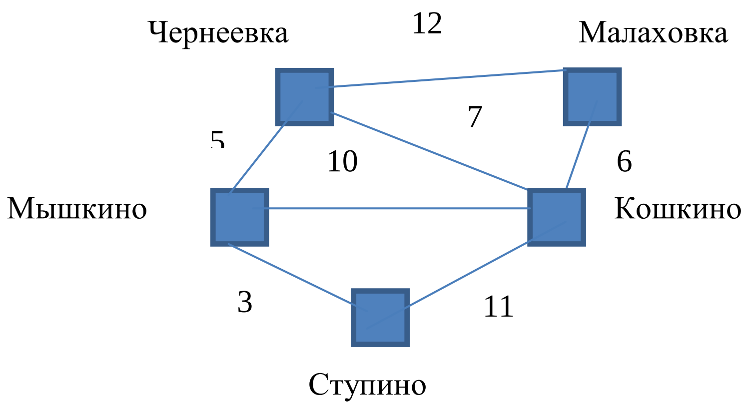

Рисунок 26. Представление задачи 1 в виде графа.

Смотрим от какого населенного пункта идет самая короткая дорога. Это дорога Ступино – Мышкино. Выбираем Ступино как начальную точку. «Идем» по дороге Ступино – Мышкино, это будет первое ребро минимального остовного дерева. От Мышкино отходит две дороги: в Кошкино и в Чернеевку, выбираем самый короткий путь – до Чернеевки, он равен 5, это второе ребро МОД. Дале, от Чернеевки снова две дороги, выбираем самую короткую – к Кошкино = 7. От Кошкино идем в Малаховку, длина пути = 6. (рисунок 27).

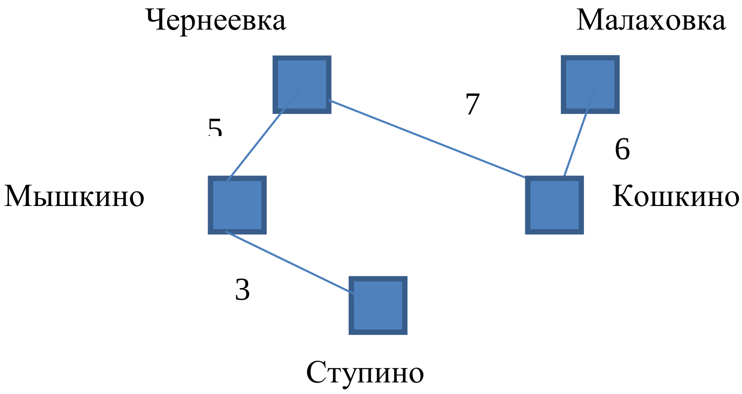

Рисунок 27. МОД задачи 1.

Посчитаем протяженность нашего газопровода. 3+5+7+6=21 км.

Задачи:

2. В дереве имеется 100 вершин степени 5, 100 вершин степени 3, а все остальные - висячие. Сколько висячих вершин в этом дереве?

3. Сколько число ребер нужно убрать из полного графа с 15 вершинами, чтобы получилось дерево?

4. Лес состоит из 10 деревьев. Всего в лесу 200 вершин. Сколько в нем ребер?

5. Создайте дерево с 20 вершинами.

6. Создайте лес, состоящий из 3 деревьев с 10 вершинами каждое.

VI. Подведение итогов.

Учитель: я рада, что все работали хорошо, давайте вспомним основные моменты нашего урока. Чему вы научились во время занятия?

Учащиеся отвечают. Учитель раздает детям анкеты и просит их заполнить и перед выходом из класса положить на учительский стол.

На уроке я работал(а)	Активно\пассивно
Своей работой на уроке я	Доволен\не доволен
Урок был для меня	Увлекательный\скучный
За урок я	Устал(а)\не устал(а)

Материал урока был	Понятен\не понятен Полезен\бесполезен

Конспект занятия № 6

Тема 6. Раскраска графов.(2 часа)

Цель: знакомство с понятием правильная раскраска вершин графа; формирование умений применять язык теории графов к решению задач.

План:

1. Организационный момент.
2. Задача о четырех красках.
3. Правильная раскраска вершин графа, алгоритм.
4. Творческое задание.
5. Задача о составлении расписания.
6. Итоги урока. Рефлексия.

Ход урока:

1. Организационный момент.

Учитель приветствует учащихся, проверяет их готовность к уроку, отмечает отсутствующих.

2. Задача о четырех красках.

В не таком уж далеком 1879 году английский математик Артур Кэпи привел формулировку одной задачи на заседании английского королевского научного общества, добавив, что не мог её решить, хоть и размышлял над ней долгое время. Формулировка задачи очень проста и не соответствует всей глубине и сложности проблемы: можно ли на любой политико-административной карте раскрасить страны так, чтобы никакие две страны, имеющие общую границу, не были раскрашены одинаковой краской, и чтобы были использованы всего четыре краски.

На языке графов эту задачу можно сформулировать так: дан произвольный полностью неориентированный граф G. Можно ли каждую вершину графа G раскрасить с помощью одной из четырех красок так, чтобы никакие две смежные вершины не были раскрашены в один цвет.

Эта задача не нашла еще своего решения. Удалось лишь доказать, что такую раскраску можно осуществить для всех плоских графов с числом вершин не превосходящим 38.

3. *Правильная раскраска вершин графа, алгоритм.*

Для определения хроматического числа графа может быть использован достаточно эффективно простой метод неявного перебора. Хроматическое число – это число минимального количества красок, в которое можно раскрасить вершины данного графа.

Предположим, что множество вершин как-то упорядочено и x_i — i-я вершина этого множества. Тогда первоначальная допустимая раскраска может быть получена так: окрасить x_i в цвет 1. Каждую из оставшихся вершин окрашивать последовательно: вершина x_i окрашивается в цвет с наименьшим возможным «номером» (т. е. выбираемый цвет должен быть первым в данном упорядочении цветом, не использованным при окраске какой-либо вершины, смежной x_i).

Покажем работу этого алгоритма на примере. Пусть дан граф, вершины которого надо раскрасить (рис. 1,а). Построим список вершин по убыванию степеней: степень 3 (deg=3) имеют вершины v_1 и v_4; степень 2 (deg=2) имеют вершины v_2, v_3 и v_5.

Выберем вершину с наибольшей степенью, например, v_1 и окрасим ее (рис. 28,б). Мы выбрали в качестве первого цвета синий (С). Вершины, смежные с вершиной v_1, а это вершины v_2, v_4 и v_5 не могут быть окрашены в синий цвет. Ищем вершины, которые можно окрасить в синий цвет. Это единственная вершина v_3. Окрашиваем ее в синий цвет (рис. 28,в). Синий цвет исчерпан, в него нельзя больше окрасить ни одну вершину. Выбираем из списка нераскрашенных вершин вторую вершину с максимальной степенью – это вершинаv_4 и окрашиваем ее во второй цвет (рис. 28 г). Пусть это будет красный (К) цвет. Из оставшихся не раскрашенными вершин, вершина v_5 не может быть раскрашена в красный цвет. Ищем вершины, которые можно окрасить в красный. Это единственная вершина v_2. Раскрасим ее в красный. Красный цвет исчерпан. Выбираем единственную не раскрашенную вершину v_5 и раскрашиваем ее в третий цвет – зеленый (З). На этом раскраска графа завершена. Количество используемых красок 3.

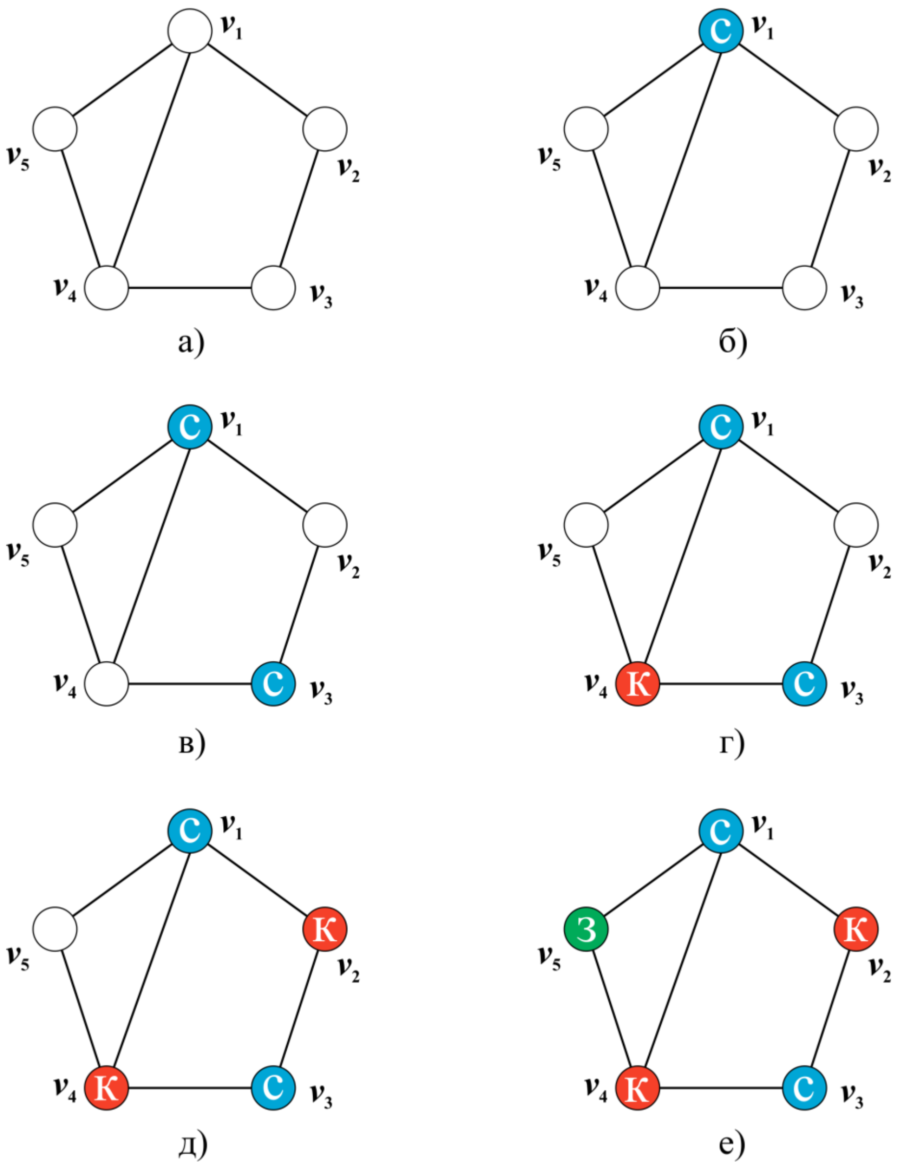

Рис. 28. Процесс раскраски графа

4. Творческое задание.

Учитель предлагает обучающимся создать собственные карты и раскрасить их правильно.

5. Задача о составлении расписания.

Предположим, что нужно прочесть несколько лекций за кратчайшее время. Чтение каждой лекции в отдельности занимает один час, но некоторые лекции не могут читаться одновременно (например, их читает один и тот же лектор). Построим граф G, вершины которого соответствуют лекциям, и две вершины смежны тогда и только тогда, когда соответствующие лекции нельзя читать одновременно. Очевидно, что любая правильная раскраска этого графа определяет допустимое расписание: лекции, соответствующие вершинам графа, составляющим цветной класс, читаются одновременно. И, обратно, любое допустимое расписание определяет правильную раскраску графа G. Оптимальные расписания соответствуют минимальным раскраскам, а число часов, необходимое для прочтения всех лекций, равно.

6. Итоги урока. Рефлексия.

Учитель: я рада, что все работали хорошо, давайте вспомним основные моменты нашего урока. Чему вы научились во время занятия?

Учащиеся отвечают.

Учитель раздает каждому ученику карточки со смайликами (радостное лицо, равнодушное лицо и грустное).

Учитель: ребята, обратите внимание, я каждому раздала картинки с лицами, оставьте перед уходом мне на столе ту, которая соответствует вашим ощущениям от урока. Если не стесняетесь, подпишите свою картинку.

Конспект занятия № 7

Тема 7. Решение логических и олимпиадных задач с помощью теории графов.

Цели: формирование навыков и опыта применения языка теории графов к решению задач.

План:

1. Организационный момент.
2. Решение логических задач с помощью графов.
3. Итоги урока. Рефлексия.

Ход занятия:

1. Организационный момент.

Учитель приветствует учеников, отмечает отсутствующих на уроке.

2. Решение логических задач с помощью графов.

Основа применения теории графов для решения логических задач служит выявление и последовательное исключение логических возможностей, задаваемых условиями задач. Это часто может быть истолковано с помощью построения и рассмотрения соответствующих графов.

Задача 1.

Из города А в город В ведут 3 дороги, а из города В в город С – четыре дороги. Сколькими способами можно проехать из А в С?

Решение: Представим условие задачи в виде графов. Возьмем одну дорогу, ведущую из А в В. Её можно продолжить до С четырьмя способами. То же самое можно проделать и с другими двумя дорогами, ведущими из А в В. Значит всего из А в С через В можно проехать 3*4=12 способами.

Задача 2.

Девять шахматистов проводят турнир в один круг (каждый должен сыграть с каждым из остальных по одному разу). Покажите, что в любой момент найдутся двое, закончившие одинаковое число партий.

Решение: Переведем условие задачи на язык графов. Каждому из шахматистов поставим в соответствие вершину графа, соединим ребрами попарно вершины, соответствующие шахматистам, уже сыгравшим между собой партию. Получим граф с девятью вершинами. Степени его вершин равняются числу партий, сыгранных соответствующими игроками. Покажем, что во всяком графе с девятью вершинами всегда найдутся хотя бы две вершины одинаковой степени. Каждая вершина графа с 9-тью вершинами может иметь степень, равную 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Предположим, что существует граф, все вершины которого имеют разную степень, т.е. каждое из чисел последовательности 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 является степенью одной и только одной из его вершин. Но этого не может быть. Действительно, если в графе есть вершина степени 0, то в нем не найдется вершина со степенью 8, так как эта вершина должна быть соединена со всеми остальными вершинами графа в том числе и с той, у которой степень =0. Иначе говоря, в графе с 9-тью вершинами не могут быть одновременно вершины степени 0 и 8. Следовательно найдутся хотя бы две вершины, степени которых равны между собой. Получили, что в любой момент времени найдутся хотя бы двое, сыгравшие одинаковое число партий.

Задача 3.

Беседуют трое друзей – Белокуров, Рыжов и Чернов. Брюнет сказал Белокурову: «Любопытно, что один из нач – блондин, второй – брюнет, а третий – рыжий, но ни у кого цвет волос не совпадает с фамилией». Какой цвет волос у каждого из друзей?

Задача 4.

В семье четверо детей. Им 5, 8, 13 и 15 лет. Зовут их Оля, Вова, Зоя и Катя. Сколько лет каждому ребенку, если одна девочка ходит в детский сад, Оля старше Вовы, а сумма лет Оли и Зои делится на три?

Задача 5.

Сколько существует различных трехзначных чисел, в записи которых участвуют лишь цифры 1, 2, 3 и 4?

Задача 6.

В пяти корзинах лежали яблоки пяти разных сортов. Яблоки первого сорта лежат в корзинах Г и Д, яблоки второго сорта – в корзинах А, Б, Г, в корзинах А, Б, В имеются яблоки пятого сорта, в корзине В имеются яблоки и четвертого сорта, а в корзине Д – третьего. Пронумеруйте каждую корзину так, чтобы в корзине 1 было хотя бы одно яблоко первого сорта, в корзине 2 – второго и т.д.

Задача 7.

Несколько друзей разговорились и выяснили, что каждый выписывает и читает два и только два журнала, каждый журнал читают 5 человек и любая комбинация читается одним человеком. Сколько названий журналов выписывают друзья и сколько их всего человек?

Задача 8.

Из трех человек, стоящих рядом, один правдивый (всегда говорит правду), второй лжец (всегда лжёт), а третий говорит и правду и ложь, смотря на обстоятельства, он дипломат. У стоящего слева спросили: «Кто стоит рядом с тобой?» он ответил : «Правдолюб». Стоящему в центре, задали вопрос: «Кто ты», он сказал «Я дипломат». Когда у стоящего справа спросили «Кто стоит рядом с тобой?», он ответил «лжец». Кто где стоит?

Задача 9.

В бутылке, стакане, кувшине и банке находятся молоко, лимонад, квас и вода. Известно, что вода и молоко не в бутылке; сосуд с лимонадом стоит между кувшином и сосудом с квасом; в банке не лимонад и не вода, стакан стоит между банкой и сосудом с молоком. В каком сосуде находится какая из жидкостей?

Задача 10.

Три подруги вышли в белом, зеленом и синем платьях и туфлях. Известно, что только у Ани цвета платья и туфель совпадали. Ни туфли, ни платье Валин не были белыми. Наташа была в зеленых туфлях.

III. Итог урока. Рефлексия.

Учитель: я рада, что все работали хорошо, давайте вспомним основные моменты нашего урока. Чему вы научились во время занятия?

Учащиеся отвечают. Учитель раздает детям анкеты и просит их заполнить и перед выходом из класса положить на учительский стол.

На уроке я работал(а)	Активно\пассивно
Своей работой на уроке я	Доволен\не доволен
Урок был для меня	Увлекательный\скучный
За урок я	Устал(а)\не устал(а)
Материал урока был	Понятен\не понятен Полезен\бесполезен

Конспект занятия № 8

Тема 8. Приложение теории графов в различных областях науки и техники.

Цель: формирование представлений у учащихся о различных приложения теории графов и ценностного отношения к математическим знаниям.

План занятия:

I. Организационный момент.

II. Сообщения от учащихся

III. Итоги урока. Рефлексия

Ход занятия:

I. Организационный момент.

Сегодня наше занятие пройдет в необычной форме – в форме круглого стола. Мы будем слушать выступающих и обсуждать их доклады. Прошу всех активно участвовать, задавать вопросы и отвечать на них.

II. Сообщения от учащихся.

Темы сообщений были сформулированы и отданы ученикам заранее.

Темы:

1. Графы и химия.

2. Графы и биология.
3. Графы и физика.
4. Графы и экономика.
5. Графы и информация
6. Графы и теория планирования и управления.
7. Графы и психология.

III. Итоги урока. Рефлексия.

Учитель раздает ученикам анкеты.

Учитель: прошу заполнить эти небольшие анкеты, можно не подписывать, ответы можно писать в свободной форме.

Сообщение на какую тему показалось вам более интересной?	
В каком докладе вы не разобрались?	
Как оцените работу выступающих?	
Как оцените свою работу?	

Конспект занятия № 9

Тема 9. ЗАЩИТА ПРОЕКТОВ.

Оборудование: мультимедийный проектор.

Цели: дать учащимся возможность самореализоваться и выступить со своими проектными исследованиями перед товарищами.

План занятия:

1. Организационный момент.
2. Защита проектов.
3. Итоги занятия.

Ход занятия:

I. ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ МОМЕНТ

Итак, друзья. Сегодня последнее занятие нашего элективного курса. Сегодня вы защитите проекты, над которыми работали долгое время. Желаю всем удачи.

II. ЗАЩИТА ПРОЕКТОВ.

Возможные темы для проектных исследований:

1. «Графы в головоломках».
2. «Операции на множестве графов».
3. «Графы и ориентированные графы – аналогии и отличия».
4. «Проблема раскраски карты».
5. «Графы в решении логических задач».
6. «Гамильтоновы пути в графе».
7. «Программа для решения задачи о транспортных перевозках».
8. «Задачи на связность графов».
9. «Рисунок, список дуг и матрица смежностей вершин – способы задания графа».
10. «Нахождение в графе эйлерова пути или цикла».
11. «Нахождение кратчайшего пути в графе».
12. «Решение лабиринта при помощи графа».

III. Итоги занятия.

Анкета.

Что такое теория графов? (Выскажите свое понимание).

Нравится ли Вам заниматься теорией графов? (Да, нет). Почему?

Какие задачи теории графов Вам известны?

Какие имена, связанные с теорией графов, Вы знаете?

Назовите известные Вам математические теории.

Какие из известных Вам математических теорий, на Ваш взгляд, связаны с теорией графов?

Как Вы считаете, оказала ли теория графов влияние на другие математические теории XX века?

Почему Вы выбрали именно этот элективный курс?

Заключение

Специфика теории графов позволяет вводить ее основные понятия в предметную область общего образования школьников «Математика и информатика», методологически связывая их с практикой, показывая пути возникновения этих понятий при помощи формализации и обобщения различных сторон действительности.

Одной из особенностей теории графов, которая, собственно, и позволяет ставить вопрос о введении ее элементов в школьный курс математики, является возможность представить граф (как математическую модель или как отвлеченный образ) геометрически – в виде простого, удобного в обращении рисунка: вершины отождествляются с точками на плоскости, а ребра – с линиями, соединяющими вершины. При построении рисунков графов, соответствующих какому-то явлению, мы имеем дело с так называемым знаковым моделированием.

Теория графов предлагает модели для всякой системы с бинарными отношениями. Если в изучаемом явлении выделить непустое множество каких-то элементов и множество бинарных отношений, заданных на первом множестве, то, как только удастся разумно соотнести вершинам графа интересующие нас объекты, а ребрам – отношения между ними, полученный граф становится математической моделью изучаемого явления, а свойства графа отражают структурные свойства этого явления.

Простой язык теории графов позволяет решать многочисленные и разнообразные задачи практического контекста.

В данной работе, на основе анализа теоретических аспектов включения элементов теории графов в математическое образование школьников, разработана методика обучения учащихся 9 классов курсу по выбору «Графы вокруг нас».

В рамках изучения данного курса учащиеся на простых примерах познакомятся с основными понятиями теории графов и с их приложениями к решению различных практических задач.

Для данного курса нами разработано следующее методическое обеспечение: программа курса, 9 конспектов занятий.

Все основные задачи исследования решены и цель достигнута.

Библиографический список

1. Андерсон, Дж. Дискретная математика и комбинаторика. – М.: Изд. дом «Вильямс», 2004.
2. Большой энциклопедический словарь: в 2-х т. / Гл. ред. А.М. Прохоров. – Сов. энциклопедия, 1991.
3. Березина, Л.Ю. Графы и их применение. – М.: Просвещение, 1979.
4. Генкин С.А., Интенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки. Киров: «АСА», 1994. 272с.
5. Готт, В.С. Удивительный неисчерпаемый познаваемый мир. – М.: Знание, 1974.
6. Елисеев, Е.М. Основы дискретной математики: учебное пособие / Е.М. Елисеев, М.Е. Елисеев. – Арзамас, АГПИ им. А.П. Гайдара, 2005.
7. Емеличев, В.А. Лекции по теории графов / В.А. Емеличев, О.И. Мельников, В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич. – М.: Наука, 1990.
8. Жданов, С.А. Сборник задач по дискретной математике: Учебное пособие /С.А. Жданов, В.Л. Матросов, В.А. Стеценко. – М.: МПГУ, 2005
9. Загоруйко, И.Т. Приложения теории графов. – Новосибирск , 1993.
10. Захарова, Ю.Ф. Дискретная математика и ее приложения: учебное пособие. – Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2006.
11. Игнатьев, Е.И. Хрестоматия по математике «В царстве смекалки, или арифметика для всех» – Ростов, 1995 г
12. Кейв М.А. Дискретная математика для будущего учителя: учебное пособие. – Красноярск: КГПУ им. В.П. Астафьева, 2009.
13. Кейв М.А. Дискретная математика: учебное пособие [электронное издание]. – Красноярск: КГПУ им. В.П. Астафьева, 2016.
14. Кейв М.А., Власова Н.В. Инновационные процессы в профильном образовании: учебное пособие. – Красноярск: КГПУ им. В.П. Астафьева, 2015.

15.Костин С.В. «Об использовании задач по теории графов для интеллектуального развития учащихся» ФБГОУ ВПО «Московский государственный технический университет радиотехники, электроники и автоматики»// Актуальные проблемы обучения математичке и информатике в школе и вузе. МПГУ. Москва. 2014. 543с.

16. Ловас, Л. и др. Прикладные задачи по теории графов /Л.Ловас, М.Д. Пламмер. – М.: Мир, 1998.

17. Матросов, В.Л. Лекции по дискретной математике / В.Л. Матросов, В.А. Стеценко. – М.: МГПУ, 1997.

18. Мельников, О.И. Занимательные задачи по теории графов – Минск: Тетрасистемс, 2001.

19. Мельников, О.И. Незнайка в стране графов. – М.: КомКнига/URSS, 2006

20. Мельников, О.И. Обучение дискретной математике: монография. – М.: Изд-во ЛКИ, 2008.

21. Мерлина Н.И., Карташова С.А., Элементы теории графов// Элективные курсы для профильной школы/ Н.И. Мерлина, А.В. Мерлин, С.А. Карташова, С.А. Ярдухина, А.К. Ярдухин. Чебоксары: Изд-во Чуваш. 2013. 306 с.

22. Никифорова, М. Занимательные логические задачи для 5-6 кл. // Газета «Математика» № 7, 2005 г., с 16-18; № 10, 2005 г. с. 4-7.

23. Оре, О. Теория графов. – М.: Наука, 1980.

24. Оре, О. Графы и их применение: Пер. с англ. / Под ред. и с предисл. И.М. Яглома. – М.: Издательство ЛКИ, 2008.

25. Ромасева Ю. А. Теория графов в школьном курсе математики [Текст] / Ю. А. Ромасева, Т. А. Конради, М. А. Кейв // Педагогический опыт: теория, методика, практика : материалы VIII Междунар. науч.–практ. конф. (Чебоксары, 13 июня 2016 г.) / редкол.: О. Н. Широков [и др.]. — Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2016. — № 3 (8). — С. 248–252. — ISSN 2412-0529.

26. Руцкий, А.Н. Дискретная математика: Учебное пособие. – Красноярск: РИО КГПУ, 2004.

27. Руцкий, А.Н. Сборник задач по дискретной математике. Часть 2. Теория графов. – Красноярск: РИО КГПУ, 2006.

28. Татт, У. Теория графов. – М.: Мир, 1988.

29. Уилсон, Р. Введение в теорию графов /Р. Уилсон. – М.: Мир, 1977.

30. Фарков, А.В. Математические олимпиады в школе. 5-11 класс. – М., 2004

31. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. 2010.Шевченко, В.Е. Некоторые способы решения логических задач. – Киев, Вища школа, головное изд-во, 1979 – 80 с.

32. Энциклопедия: Дискретная математика /Гл. ред. В.Я. Козлов. – М.: БРЭ, 2004.

33. Яблонский, С.В. Введение в дискретную математику /С.В. Яблонский. – М.: Высшая школа, 2003.