

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. В.П. АСТАФЬЕВА
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт/факультет Институт математики, физики и информатики
(полное наименование института/факультета/филиала)

Выпускающая кафедра Кафедра математического анализа и методики
обучения математике в вузе
(полное наименование кафедры)

Фоменко Елена Владимировна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Тема МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ПРОИЗВОДНАЯ» В СТАРШЕЙ ШКОЛЕ В
УСЛОВИЯХ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОЕКТИВНОГО ПОДХОДА

Направление подготовки 44.03.05 Педагогическое образование
(код и наименование направления)

Профиль Математика и информатика
(наименование профиля для бакалавриата)



ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Зав. кафедрой, д.п.н., профессор Шкерина Л.В.

(ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы)

24.05.2016. Шкерина

(дата, подпись)

Руководитель, к.ф.-м.н., доцент Багачук А.В.

(ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы)

А.В. 24.05.2016.

(дата, подпись)

Дата защиты _____

Обучающийся Фоменко Е.В.

(фамилия, инициалы)

Е.В. 24.05.2016

(дата, подпись)

Оценка _____

(прописью)

Красноярск 2016

Содержание

Введение	3
Глава 1. Теоретические аспекты формирования метапредметных учебных действий у учащихся в процессе обучения математики	7
§1.1. Современные тенденции развития образования.....	7
§1.2. ОСНОВНЫЕ ИДЕИ ПРОЕКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ	13
§1.3. Обновление функций учителя математики в условиях реализации проективного обучения	22
Выводы по главе 1	31
Глава 2. Организация обучения математики, ориентированного на формирование метапредметных учебных действий	32
§2.1. Анализ содержания различных школьных учебников на предмет рассмотрения темы «Производная»	32
§2.2. Методические рекомендации использования проективного обучения при изучении темы «Производная»	49
§2.3. Апробация разработанных методических приемов	60
Выводы по главе 2	63
Заключение	64
Библиографический список	65
Приложения	70

Введение

Одной из главных особенностей современного периода реформирования школьного образования является ориентация школьного образования на широкую дифференциацию обучения, позволяющую удовлетворить потребности каждого учащегося, в том числе и тех, кто проявляет особый интерес и способности к тому или иному учебному предмету.

В настоящее время системно-деятельностный подход (СДП) положен в основу новых Федеральных государственных образовательных стандартов (ФГОС), в которых определены три группы требований к его проектированию и реализации: к формулированию целей образования как планируемых результатов деятельности школьников (предметных, метапредметных и личностных); к структуре основной образовательной программы; к условиям ее реализации. В Законе Российской Федерации «Об образовании» в статье 7 сказано, что государственные образовательные стандарты являются основой объективной оценки уровня образования и квалификации выпускников школ независимо от форм получения образования. Введение образовательных стандартов в школьную практику актуализировало решение вопросов, связанных с проектированием и реализацией образовательного процесса в соответствии с целями ФГОС. Новые образовательные стандарты отвечают идеям современных подходов в обучении, которые определяют целевую ориентацию учебного процесса.

В соответствии с требованиями ФГОС, предъявляемыми современной школе, обучение в ней должно ориентироваться на:

- формирование готовности у учащихся к саморазвитию и непрерывному образованию;
- проектирование и конструирование социальной среды развития обучающихся в системе образования;
- активную учебно-познавательную деятельность обучающихся;

– построение образовательной деятельности с учетом индивидуальных возрастных, психологических и физиологических особенностей обучающихся.

Все эти позиции представляют собой концептуальную основу проективного образования.

Таким образом, **актуальность** исследования обусловлена, с одной стороны приоритетами современной государственной образовательной политики, обозначенными в ряде стратегических документов (ФГОС, Закон РФ «Об образовании» и др.), и недостаточной готовностью школы к реализации данных требований, с другой стороны.

Существенный вклад в развитие теории проективного образования и реализацию его идей в образовательной практике внесли Н.А. Алексеев, Е.С. Заир-Бек, Г.Л. Ильин, И.А. Колесникова, О.Г. Прикот, Т.К. Смыковская, Н.Н. Суртаева, А.П. Тряпицина и др. Следует отметить, что сегодня идеи проективного подхода в дидактике являются инновационным направлением научной мысли. Проблемой внедрения проективного обучения занимаются такие зарубежные ученые как Р. Бервик, Д. Вилкинс, Т. Вудворт, К. Грейвс, К. Джонсон, Ф. Дубин, К. Кэндлин, Дж. Манби, Д. Нуан, Э. Олштейн, Дж. Ялден, Т. Хатчинсон и др. Анализ их позиций позволил сделать вывод о том, что главная задача педагога в условиях реализации проективного обучения в старшей школе не планирование искусственных успехов обучаемого, не написание пошаговых план-конспектов, а обновление организационно-методического обеспечения предметной подготовки, направленной на формирование универсальных учебных действий.

Однако, не смотря на то, что ключевые положения проективного образования на сегодняшний день достаточно изучены и разработаны, не в каждой современной российской школе уделяется достаточное внимание своевременности их реализации. Понимание проективного подхода учителями нередко бывает несколько упрощённым и не позволяет обогатить процесс обучения.

Из вышесказанного можно выделить следующую **проблему**: недостаточная разработанность методического обеспечения учебно-познавательной деятельности учащихся при обучении математике в старшей школе в условиях реализации проективного подхода.

Цель данного исследования: разработать, теоретически обосновать и апробировать методику изучения темы "Производная" в старшей школе в условиях реализации проективного подхода.

Объект данного исследования: процесс обучения математике учащихся 10 классов профильного уровня.

Предмет данного исследования: методика изучения темы "Производная" в старшей школе в условиях реализации проективного подхода.

При решении поставленной проблемы мы исходили из **гипотезы** о том, что если в процессе изучения раздела «Производная» в 10 классах использовать специальную методику, разработанную на основе использования проективного обучения, то это будет способствовать повышению мотивации в обучении и формированию метапредметных образовательных результатов.

Для реализации поставленной цели и проверки выдвинутой гипотезы решались следующие **задачи**.

- 1) На основе анализа психолого-педагогической и методической литературы выявить основные современные тенденции в образовании.
- 2) Описать основные положения проективного обучения в контексте математической подготовки учащихся.
- 3) Выявить и обосновать новые роли учителя при реализации проективного подхода в обучении математики.
- 4) Провести сравнительный анализ представления информации по теме «Производная» в программах и учебниках по математике различных авторов для общеобразовательных школ.

5) Разработать методическое обеспечение и апробировать его в старшей школе.

Содержание выпускной квалификационной работы представлено во введении, двух главах, заключении и приложениях. Библиографический список насчитывает 47 источника.

В первой главе «Теоретические аспекты реализации проективного подхода в процессе математической подготовки учащихся» раскрывается сущность и основные принципы проективного подхода в процессе обучения математике, а так же выявляются организационно-методические особенности математической подготовки учащихся в условиях реализации проективного обучения.

Во второй главе «Методическое обеспечение изучения дифференциального исчисления в старшей школе в условиях реализации проективного подхода» приводится сравнительный анализ представленной информации по теме «Производная» в программах и учебниках по математике различных авторов для общеобразовательных школ. Представлены фрагменты уроков, сопровождающиеся методическими рекомендациями в условиях реализации проективного подхода, описаны результаты опытно-экспериментальной работы.

Глава 1. Теоретические аспекты формирования метапредметных учебных действий у учащихся в процессе обучения математики

§1.1. Современные тенденции развития образования

Современное общество принято называть информационным в связи с развитием цивилизованного общества в доминирующей сфере общественного производства, которой является сбор, накопление, продуцирование, обработка, хранение, передача и использование информации. В информационном обществе изменятся как производство, так и весь уклад жизни, ценностный аспект, возрастет преимущество культурного досуга относительно к материальным ценностям. В отличие от индустриального общества, в котором все направлено на производство и потребление товаров, в постиндустриальном (информационном) обществе производятся и потребляются знания и интеллект, что ведет к увеличению процента умственного труда. Общество выдвигает иные требования к человеку, а именно способность к творческому мышлению, возрастает спрос на знания.

Условия образования человека в постиндустриальном обществе связаны с информационным, информационно-образовательным пространствами и информационно-образовательной средой. Информационное пространство – это пространство по созданию, хранению, переработки и использования информации. Цель использования информации в информационном пространстве – образование личности. В результате взаимной деятельности субъектов образовательного процесса и информационно-образовательного пространства возникает информационно-образовательная среда. Среда, созданная преимущественно для решения определенных задач образования, и являющаяся, по сути, частью информационно-образовательного пространства. Такая среда состоит из

информационных объектов, средств коммуникации, способов получения, переработки, использования, создания информации, коллективных (социальных) и индивидуальных субъектов образовательного процесса [17]. В структуре образовательной среды каждой образовательной организации можно выделить информационный (содержательный), процессуально-организационный (в том числе материально-технический) и межличностный компоненты. Образовательную среду характеризуют эмоциональный климат, благополучие личности, особенности микрокультуры, дух, комфортность и т. д., что непосредственно связано с индивидуальными особенностями субъектов и их взаимодействием. По отношению к информационно-образовательной среде эти характеристики являются базовыми, но сами в нее не входят. К основным характеристикам информационно-образовательной среды, значимым для организации процесса обучения, можно отнести:

1. открытость, обеспечивающаяся вследствие взаимодействия среды с информационно-образовательным пространством (здесь речь идет о безграничном количестве ресурсов, позволяющих организовать многовариантное обучение, удовлетворяя задачи развития личности ученика);

2. целостность, другими словами единство образовательного процесса – целей обучения, преподавания, деятельности учащихся и планируемого результата. Она возникает в результате сознательных действий субъектов образовательного процесса;

3. полифункциональность связана с тем, что источником знаний является среда и, одновременно, она же способствует организации различных форм индивидуальной работы учеников [15].

Информационно-образовательная среда позволяет реализовать дидактические возможности инновационных технологий, эффективно организовать индивидуальную и коллективную работу школьников, обеспечивая тем самым целенаправленное развитие их самостоятельной познавательной деятельности. Резюмируя названные выше характеристики

информационного общества, связанные с образованием личности, процесс обучения приобретает специфические особенности. В сравнении с традиционным обучением, главной задачей которого являлась передача определенной суммы знаний ученику, формирование ряда заранее определенных умений, в современном образовании цель учебного процесса – научить обучающегося ставить и решать познавательные цели и задачи, а для этого – уметь работать, перерабатывать, использовать и создавать информацию, ориентироваться в информационном пространстве.

Наряду с вышеописанной особенностью современного образовательного пространства можно выделить следующие основные тенденции развития образования в современном мире, представленные в виде таблицы (рис. 1), которые тесно взаимосвязаны с переходом к информационному обществу.

Основные тенденции современного образования	→	<i>Гуманизация</i>
	→	<i>Гуманитаризация</i>
	→	<i>Дифференциация</i>
	→	<i>Диверсификация</i>
	→	<i>Стандартизация</i>
	→	<i>Вариативность</i>
	→	<i>Многоуровневость</i>
	→	<i>Открытость</i>
	→	<i>Прагматизация</i>
	→	<i>Информатизация</i>
	→	<i>Индивидуализация</i>
	→	<i>Универсализация</i>
	→	<i>Непрерывность</i>

Рис. 1. Основные тенденции современного образования

Тенденции современного образования оказывались в поле зрения философов (Андриенко Е.В., Важеевская Н.Е., Гафурова Г.Р., Иванова Е. О.,

Майданкина Н.Ю., Сабуров Х.М., Хамидулина Н. А., Сексте Я.А., Чурекова Т. М. и другие).

Гуманизация образовательной системы – ее ориентация на развитие и становление отношений взаимного уважения учащихся и педагогов, основанных на признании прав каждого человека, сохранении и укреплении здоровья, чувства собственного достоинства, формировании личностного потенциала. Идея гуманизации основана на утверждении человека как высшей социальной ценности. Гуманистическое образование ориентировано на создание условий для самоутверждения, самореализации и самоопределения личности.

Гуманитаризация – ориентация на освоение содержания образования независимо от его уровня и типа; свободное общение с людьми разных национальностей, любых профессий и специальностей; хорошее знание родного языка и свободное владение иностранным; знание национальной и мировой истории и культуры; экономическая и юридическая грамотность человека. Гуманитаризация призвана формировать духовность, культуру личности, планетарное мышление, целостную картину мира. От уровня усвоения базовой гуманитарной культуры зависит развитие личности в гармонии с общечеловеческой культурой. На основе общечеловеческой культуры возможно развитие всех сторон личности, учета ее субъективных потребностей и объективных условий, связанных с материальной базой и кадровым потенциалом образования. В этой связи самоопределение личности в мировой культуре является стержневой линией гуманитаризации содержания образования.

Дифференциация образования может воплощаться на практике разными способами, например, через группировку обучаемых по признаку успеваемости, разделение учебных дисциплин на обязательные и по выбору, разделение учебных заведений на элитарные, массовые и предназначенные для обучаемых с задержками или отклонениями в развитии, составление

индивидуальных планов для отдельных учащихся или студентов в соответствии с их интересами и профессиональной ориентацией и др.

С этим явлением тесно связано понятие *диверсификации* или многообразия учебных заведений, образовательных программ и органов управления.

Стандартизация – ориентация системы на реализацию требований государственного образовательного стандарта. Оценка результата деятельности системы образования по выходу (outcome education), который определяется стандартами, унифицированными независимо от формы обучения.

Вариативность – создание в рамках образовательной системы условий для выбора и предоставление каждому субъекту шанса на успех [7].

Многоуровневость – организация многоэтапного образовательного процесса, обеспечивающего возможность достижения на каждом этапе того уровня образованности, который соответствует возможностям и интересам человека. Каждый уровень – это период, имеющий свои цели, сроки обучения и характерные особенности.

Открытость, что означает: определение целей образования не ограничивается государственным заказом, а расширяется потребностями в образовании, которые привносят ученики, их родители, учителя, все заинтересованные стороны. Программы задают базовый минимум, (т.е. необходимый ориентир, общее ядро), открытый для дополнений, которые зависят от культурных, региональных, этнических и других условий образования.

Прагматизация. Тенденция прагматизации современного образования обуславливает его развитие в направлении наиболее актуальных сфер жизнедеятельности общества. Данная тенденция зависит от рыночных отношений, конкуренции и наиболее востребованных направлений развития общества. Если востребованы на рынке труда программисты, то приоритетное развитие соответствующего направления образования будет

очевидным. Когда в России было недостаточно экономистов, юристов, менеджеров, образование сразу же отреагировало на этот «профессиональный дефицит». В различных учебных заведениях, как правило, открываются новые отделения, специальности, специализации, соответствующие актуальным потребностям рынка труда. Специфика прагматизации определяется тем, что данная тенденция не может быть запланирована и реализована с учетом только предполагаемого направления развития образования в тех или иных условиях. Условия могут измениться. Поэтому данная тенденция обусловлена только рыночными отношениями и соответственно конкуренцией, причем как на рынке образовательных услуг, так и на общем рынке труда [1].

Информатизация (компьютеризация) – широкое использование вычислительной техники и информационных технологий в процессе обучения. В современном мире происходит повсеместное формирование единого научно-образовательного пространства на основе постоянно обновляющихся средств телекоммуникаций и информационных технологий, а также организация образовательных программ различного уровня по дистанционной форме обучения. В образовательный процесс повсеместно внедряются информационные и коммуникативные технологии, значительно влияющие на темп (скорость получения необходимой информации) и характер обучения в сторону его интерактивности.

Индивидуализация – учет и развитие индивидуальных особенностей учащихся и студентов во всех формах взаимодействия с ними в процессе обучения и воспитания. Переход от преимущественно информативных форм к методам, форм и технологий обучения с использованием элементов проблемности, научного поиска, резервов самостоятельной работы, взаимодействия учащихся. Другими словами: переход от воспроизведения к пониманию, осмыслению, использования в жизнедеятельности.

Универсализация – направленность на формирование в образовательном процессе некоторых обобщенных приемов деятельности,

подготовка человека с широким спектром качеств, компетенций, который в дальнейшем может достаточно быстро перепрофилироваться, переквалифицироваться для определенного направления деятельности.

Непрерывность – процесс постоянного самообразования человека в быстро меняющихся условиях жизни современного общества [17].

Таким образом, в настоящем параграфе мы рассмотрели основные тенденции современного образования в условиях информационного общества, характеризующегося интенсивным развитием технологий и инновационными процессами во всех сферах общественной жизни.

§1.2. ОСНОВНЫЕ ИДЕИ ПРОЕКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ

Современная система образования характеризуется многовариантностью подходов в обучении, зависящих от целей обучения информационного общества. Рассмотрим некоторые из них, а именно: деятельностный, личностно-ориентированный, культурологический, компетентностный подходы.

Трудно не согласиться с В.А. Далингером, который утверждает, что цель образования рассматривается как подготовка человека к будущей деятельности в обществе, а содержание образования как освоение общих методов и форм человеческой деятельности [14].

Анализируя труды Л.С. Выготского, А.Н. Леонтьева, Д.Б. Эльконина, П.Я. Гальперина, В.В. Давыдова о деятельностном подходе, можно сделать вывод, что развитие личности в системе образования обеспечивается, прежде всего, формированием универсальных учебных действий (УУД), являющихся основой образовательного и воспитательного процесса [43].

Деятельностный подход в образовании – это вовсе не совокупность образовательных технологий и методик. Это своего рода философия образования, методологический базис. На первом месте стоит становление

личности, ее “самостроительство” в процессе деятельности в предметном мире, а только на втором накопление учащимися знаний умений навыков в узкой предметной области [45]. В этой связи, чтобы научить учеников самостоятельно и творчески учиться, необходимо включить их в специально организованную деятельность, сделать «хозяевами» этой деятельности. Для этого нужно сформировать у учеников мотивы и цели учебной деятельности («зачем учиться математике?»), обучить способам ее осуществления («как учиться»). Как было доказано психологами, что люди лучше усваивают то, что обсуждают с другими, а лучше всего помнят то, что объясняют другим [47].

В силу выше сказанного, важнейшим условием реализации деятельностного подхода является мотивация учения. Приёмы: пробуждение положительного эмоционального отношения к учёбе, новизна и актуальность изучаемого материала, создание ситуации успеха, поощрение и др. А. Цукерман говорил: «Прежде чем вводить новое знание, надо создать ситуацию... необходимости его появления». Другими словами создание проблемной ситуации [14].

Главная задача учителя на уроке – это обучать деятельности учащихся всевозможными эффективными методами, средствами и технологиями. Обучать деятельности – учить обучающего самостоятельно ставить перед собой цель и находить пути, в том числе средства, ее достижения (то есть оптимально организовывать свою деятельность), помогать обучающемуся сформировать у себя умения контроля и самоконтроля, оценки и самооценки [45].

Деятельностный подход лежит в основе многих педагогических технологий: проектной деятельности; интерактивных методов обучения; проблемно – диалогового обучения; витагенного подхода в преподавании; интегрированного обучения на основе межпредметных связей [14].

Личностно-ориентированный подход проектирует и реализует педагогический процесс, направленный на человека, который предстает как

цель, субъект, результат и главный критерий его эффективности. Он базируется на признании уникальности личности, ее интеллектуальной и нравственной свободы, права на уважение [34].

Соответственно, главной целью образования становится личность. Личностно-ориентированный подход в концепции В.В. Серикова понимается как совокупность основополагающих принципов:

- 1) этико-гуманистический принцип общения педагога и воспитанника, что можно назвать «педагогикой сотрудничества»;
- 2) принцип свободы личности в образовательном процессе, ее выбор приоритетов, формирование личностного опыта;
- 3) принцип индивидуальности в образовании как альтернатива коллективному обучению;
- 4) построение педагогического процесса (со специфическими целями, содержанием, технологиями), ориентированного на развитие и саморазвитие личностных свойств индивида [34].

Главным условием реализации личностно-ориентированного подхода, а именно, условием проявления личностных способностей учащегося в образовательном процессе, ученый считает создание «личностно-утверждающей» или личностно-ориентированной ситуации – учебной, познавательной, жизненной: «Есть только один способ реализовать личностный подход в обучении – сделать обучение сферой самоутверждения личности. Личностно-утверждающая ситуация – эта та, которая актуализирует силы ее саморазвития» [8].

Методологическую базу личностно-ориентированного образования разрабатывали как отечественные учёные-педагоги (К.Д. Ушинский, Л.С. Выготский, Д.Б. Эльконин, А.Н. Леонтьев, В.Ф. Шаталов, В.В. Давыдов, Е.В. Бондаревская, И.С., Якиманская и др.), так и зарубежные (К. Роджерс, А. Маслоу, Д. Дьюи, У. Килпатрик, Э. Эриксон и др.). Основатель личностно-ориентированного подхода (К. Роджерс) указывает, что не во всех ситуациях

обучения этот подход оптимально эффективен. Аналогичной позиции придерживаются и многие современные отечественные педагоги [34].

Компетентностный подход в образовании понимается как «единая система определения целей, отбора содержания, организационного и технологического обеспечения процесса подготовки обучающегося на основе выделения специальных, общих и ключевых компетенций, гарантирующих высокий уровень и результативность деятельности обучающегося» [13].

В современной психолого-педагогической литературе и практике активно разрабатывается компетентностный подход (В.А. Болотов, Э.Ф. Зеер, В.В. Сериков, А.В. Хуторской, И.Д. Фрумин и др.). В целом под компетенцией понимается круг вопросов, в которых человек хорошо осведомлен, обладает познаниями и опытом. Компетентный в определенной области человек имеет соответствующие знания и способности, позволяющие ему обоснованно судить об этой области и эффективно действовать в ней. Необходимость формирования школой ключевых компетенций у учащихся отмечена в «Концепции модернизации российского образования на период до 2010 года» [36]. Компетентность для учащегося – это образ его будущего, ориентир для освоения. В период обучения у него формируются те или иные составляющие «взрослых» компетентностей, и чтобы не готовиться лишь к будущему, но жить в настоящем, он осваивает эти компетентности с образовательной точки зрения. Компетентность всегда лично окрашена качествами конкретного ученика – от смысловых и мировоззренческих (например, «зачем мне необходима данная компетентность») до рефлексивно-оценочных («насколько успешно я применяю данную компетентность в жизни»). По отношению к личности ученика компетентности являются отражением, развитием личностных смыслов ученика, в направлении изучаемых им объектов.

Главной задачей учителя, как в деятельностном, личностно-ориентированном подходах, становится мотивировать учащихся на проявление инициативы и самостоятельности. Он должен создать условия

педагогическими средствами для организации самостоятельной деятельности учащимся, в которой он мог бы реализовать свои способности и интересы. Фактически педагог создает условия, развивающую среду, в которой становится возможным формирование у каждого учащегося на уровне развития его интеллектуальных и прочих способностей определенных компетенций. И, что очень важно, это происходит в процессе реализации собственных интересов и желаний, приложения усилий, взятия на себя ответственности. Отметим, что индивидуальное развитие каждого человека связано в первую очередь с приобретением умений, к которым у него уже есть предрасположенность (способность), а не с приобретением тематической информации, которая не только никогда не понадобится в практической жизни, но и, по сути, не имеет никакого отношения к его индивидуальности [34].

Культурологический подход предполагает решение воспитательных задач на основе культурных традиций, сложившихся в конкретном обществе, соответствующих особенностям и менталитету нации, бережно сохранившихся и передающих лучшие достижения культуры.

Проблемы культурологического образования являются наиболее обсуждаемыми в научных и педагогических кругах, в связи с внедрением в учебные планы новых модифицированных форм и стандартов, ориентированных в первую очередь на технические дисциплины, в которых культурологии отводится весьма скромное место.

Общие вопросы реализации культурологического подхода в образовательном процессе, его системообразующая роль обсуждаются в работах В.И. Андреева, Ю.А. Бельчикова, Е.В. Бондаревской, А.А. Кирсанова, А.Н. Ростовцева, В.А. Сластенина, Н.Е. Щурковой и др. Значение культурологических умений в повышении коммуникативной компетентности обсуждается в трудах И.А. Зимней, А.С. Карпова Т.А. Китайгородской, А.В. Мудрика и др.

Культурологический подход имеет существенное значение для определения путей и тенденций развития межкультурной компетенции будущего выпускника.

Идея использования ценностных ориентаций людей в социально-регулятивных целях не нова. Многие века этим успешно занималась религия, а идеологические органы тоталитарных режимов достигли в этой практике своих своеобразных рекордов. Вместе с тем культурологический подход к использованию ценностных ориентаций в социальном управлении имеет ряд принципиальных отличий, которые заключаются в следующем.

Во-первых, при этом преследуется иная цель – не поддержание политической и идеологической лояльности человека, а стимулирование его конструктивной социальной активности (требуется не верность и стойкость защитника, а мобильность и инициативность разведчика).

И, во-вторых, используются иные методы воздействия на волю человека – не угроза наказания за нелояльность, а пробуждение и активизация его заинтересованности в возможности интересной самореализации (принцип «охота пуще неволи») [44].

Введение в образование культурологического компонента прошло ряд стадий: от признания принципа «культуросообразности» (Ф.А.В. Дистервег) через введение в образовательную практику дисциплин культурологической направленности (история мировой художественной культуры, культурология, культура повседневности) – к обоснованию культурологического подхода как новой образовательной парадигмы, опирающейся на признание приоритета ценностей культуры [7, 20, 28 и др.].

Возникновение описанных выше подходов обучения является ответом на новый социальный заказ на образование в постиндустриальном обществе, вступившем, по мнению ученых, в конце XX века в четвертую глобальную научную революцию. Реализация этих подходов в учебном процессе направлена преимущественно на ценности, а не на конечные цели; означает определение индивидуальных образовательных траекторий, способствующих

возникновению и усилению познавательных интересов и способностей, личностно значимых ценностей и жизненных установок; предполагает ориентацию на развитие личности, а не отдельных ее свойств; подразумевает отношение к каждому ученику как к уникальности, несхожести и неповторимости.

На наш взгляд, выше рассмотренные современные подходы в обучении совместно характеризуют, в той или иной степени, так называемое проективное образование. В этой связи, целесообразно выявить особенности проективного подхода.

Человек не только «образовывается», то есть получает образование, но и сам образует мир – создает свое понимание, видение мира, свой путь в этом мире. Согласно концептуальным положениям проективного подхода, образование личности в таком понимании – это проектирование человеком своей жизнедеятельности, а сфера образования – область социальной жизни, в которой созданы условия, необходимые для этого проектирования. Такое образование получило название проективного. Непрерывность – неотъемлемое качество проективного образования личности и проявляется не только в форме педагогической психологии, возникшей всего лишь на рубеже 1920 веков.

В этом понимании любое социальное действие, любая форма или способ поведения, осуществляемые впервые или в незнакомых, неизвестных условиях на собственный страх и риск, в силу внешней необходимости или по внутреннему побуждению, – все это связано с проективным образованием личности, с проявлениями ее души. Все, что способствует решению жизненных задач, накоплению знаний о мире, о способах поведения в нем и тем самым помогает определению личности в этом мире, относится к проективному образованию личности.

Констатируя вышесказанное, можно утверждать, что сущность проективного образования определяется тем, что образовательный процесс инициируется и задается самим обучающимся. При этом организация

образовательной среды определяется действиями и намерениями самого обучающегося, его образовательными потребностями и целями, его успехами и неудачами, его способностями и возможностями, но главное – тем жизненно важным замыслом, проектом, который он формулирует и стремится реализовать средствами образования.

Особенность проективного образования – использование не только готовых, проверенных, объективных знаний, носителем которых выступали традиционно педагог или учебник, сколько информации – субъективной, ненадежной, противоречивой, из которой приходится выбирать наиболее достоверную, наиболее подходящую к решаемой жизненной задаче – будь то ссора сверстников, обмен квартиры, поиск лекарства от болезни, получение наследства. Это личная задача, на которую нет готового ответа, но который надо найти самостоятельно, хоть и в сотрудничестве с другими людьми. И знание, полученное при этом, носит глубоко личный характер, жизненно важно. Найденное знание становится личной истиной ищущего [16].

Развитию теории проектирования педагогических объектов и систем в настоящее время посвящаются свои исследовательские усилия Н.А. Алексеев, Е.С. Заир-Бек, Г.Л. Ильин, И.А. Колесникова, О.Г. Прикот, Т.К. Смыковская, Н.Н. Суртаева, А.П. Тряпицина и др. Можно констатировать, что педагогическое проектирование как научно-педагогическая область, в настоящее время находится в процессе своего становления, обобщения эмпирических фактов и результатов исследований. Проектировочная функция педагогической деятельности вычленяется в работах по методологии научно-педагогических исследований (В.В. Краевский, Н.В. Кузьмина, А.И. Щербаков и др.). В ряде психолого-педагогических работ раскрыты особенности проектирования педагогами собственной деятельности, развития педагогических умений и способностей (Н.Ф. Гоноблин, И.А. Зимняя, А.К. Маркова и др.) Следует отметить, что проблема проектирования в зарубежной педагогике является инновационным направлением научной мысли в современных условиях.

Проблемой проектирования обучения занимаются такие зарубежные ученые как Р. Бервик, Д. Вилкинс, Т. Вудворт, К. Грейвс, К. Джонсон, Ф. Дубин, К. Кэндлин, Дж. Манби, Д. Нунан, Э. Олштейн, Дж. Ялден, Т. Хатчинсон и др. Анализ их мнений позволил сделать вывод о том, что главная задача учителя в современных условиях – не планировать искусственные успехи обучаемого, не писать пошаговые планы-конспекты, а конструировать условия, максимально способствующие развитию у него различных компетенций. В этом заключается главное отличие проектирования от планирования. Бытует мнение, что проективное обучение основывается на всем известном «методе проектов», поэтому необходимо выявить их отличия. Анализ подходов отечественных ученых к сущности метода проектов в теории и практике обучения позволил нам считать метод проектов как учебное проектирование, действенный, эффективный, практичный метод формирования компетенции обучающихся, результативно апробированный в педагогической реальности. Но существует принципиальное отличие проектного обучения от проективного обучения. Проектное обучение предполагает не решение готовых учебных задач, а генерацию, формулировку и разработку идей, замыслов и проектов в широком социальном контексте. Проектное обучение, как и проектное обучение, предполагает составление проектов, но эти проекты не носят чисто учебного характера, а берутся из потребностей социальной жизни, возможно из личной жизни и опыта проектировщика, выбираются или формулируются самим педагогом и выполняются не в ходе учебной деятельности, а посредством учебной деятельности [46].

Преподаватель, использующий в своей деятельности проективные технологии, реализует иные функции, которые подробнее рассмотрим в следующем параграфе.

Таким образом, в настоящем параграфе мы рассмотрели современные подходы в обучении, а именно: деятельностный, личностно-ориентированный, культурологический, компетентностный, лежащие в

основе проективного обучения; обусловленные созданием специальных дидактических условий для формирования универсальных учебных действий обучающегося; соответствующие требованиям постиндустриального общества.

§1.3. Обновление функций учителя математики в условиях реализации проективного обучения

Классно-урочную систему не сломать и в рамках ее нужно модерировать функции учителя, для реализации проективного обучения, рассмотренного в предыдущем параграфе. В последние годы проблема обновления организационно-методического обеспечения предметной подготовки учащихся вызывает повышенный интерес со стороны педагогической общественности. Об этом свидетельствуют и основные программные документы по модернизации отечественного образования, принятые в последние годы и определяющие перспективу его долгосрочного развития национальная образовательная инициатива «Наша новая школа», Федеральный Государственный Образовательный Стандарт, стратегия развития информационного общества в Российской Федерации, новый закон «Об образовании в РФ.

Задача современной школы – подготовить выпускника, обладающего необходимым набором современных знаний, умений, способов деятельности и личностных качеств, позволяющих ему уверенно чувствовать себя в самостоятельной жизни. Трудно не согласиться с академиком В. С. Лазаревым, который утверждает, что достичь требуемых по ФГОС результатов образования на основе сегодняшнего содержания образовательных программ и ассоциативно-репродуктивной технологии обучения невозможно. Введение нового стандарта образования, безусловно, требует взаимосвязанных качественных изменений во всех компонентах

школьной образовательной системы, то есть необходимость системной модернизации. Для успешного решения таких сложных задач опоры на опыт, здравый смысл и интуицию совершенно недостаточно, необходимо создание специальных дидактических условий с использованием инновационных педагогических технологий [22].

Исходя из выше обозначенной проблемы и предыдущего параграфа, можно констатировать, что существует необходимость обновления функций учителя-предметника в условиях реализации проектированного обучения.

Анализируя совместную деятельность учителя и ученика, многие дидакты (Прозументова Г.Н., Пикулик О. В., Новикова Л.И. и др.) указывают на то, что содержание образования не может иметь своим определением значение, заданное вне деятельности, оно порождается в собственной деятельности учителя и ученика, и может быть разным в зависимости от качества вовлеченности учителя и ученика в совместную деятельность [8]. При этом совместная деятельность всех участников образовательного процесса в условиях реализации проективного обучения возможна лишь при субъект-субъектных позициях. Перевод на позиции субъектов деятельности, установление субъект-субъектных отношений порождает проблему равенства ценностно-смысловых позиций участников образовательного процесса, установления особых партнерских отношений. Для традиционной организации системы образования понятия равноправия и партнерства применительно к образовательной практике не уместны, поскольку изначально предполагается функциональное неравенство учителя и учащегося, так как фактически их социальные позиции, уровни предметной компетентности и актуальные психические возможности не равны. И такую ситуацию, зачастую, приходится наблюдать в образовательной практике [46].

Идея сотрудничества, сформулированная в работах теоретиков общей и педагогической психологии (Л.С. Выготский, В.В. Давыдов, И.А. Зимняя, А.Н. Леонтьев, Д.Б. Эльконин и др.) и передовых практиков (А.С. Макаренко, А.В. Сухомлинский и др.). Разделяя точку зрения Г.Н

Прокументовой, мы считаем, что высшей и основной для педагогической деятельности формой взаимодействия субъектов образовательного процесса является партнерское взаимодействие [35]. Здесь учитель выступает как один из равноправных участников совместной деятельности. Он доверяет учащимся, то есть помогает им понять, открыть, исследовать самих себя (переживания, восприятие, отношение к изучаемым явлениям). Он помогает ученику открыть личный опыт, индивидуальный смысл окружающего мира. Поэтому педагогическая культура партнерства – это культура личностного диалога (диалога индивидуальных смыслов), культура организации совместного исследования, исследования самих себя и других людей в отношении к миру [36, 37].

Следуя изложенному, ведущей функцией учителя является содействие образованию обучающегося, которое состоит в создании средствами педагогической деятельности условий для проявления самостоятельности, творчества, ответственности ученика в образовательном процессе и формирования у него мотивации непрерывного образования [11]. Функция содействия образованию учащихся проявляется: в отборе учителем содержания образования; в использовании гуманитарных педагогических технологий; в создании открытой образовательной среды; в выборе разнообразных способов оценки и учета достижений обучающихся. Следует отметить, что создание условий, содействующих образованию учеников, возможно в том случае, если учитель сам готов к пониманию изменений на основе профессиональной педагогической рефлексии, служащей основой его самообразования. Таким образом, функции учителя, направленные на себя – осуществление рефлексии и самообразования определяют реализацию ведущей функции профессионально-педагогической деятельности – содействие образованию обучающегося, и потому могут быть квалифицированы как сопутствующие.

Наряду с названными функциями, в литературе выделяются две соподчиненные функции деятельности учителя: функция проектирования,

проявляющаяся в деятельности учителя в совместном с учениками проектировании индивидуальных образовательных траекторий; управленческая функция, которая реализуется в двух направлениях: при участии учителя в определении образовательной политики; при координации деятельности субъектов образовательного процесса (коллег и социальных партнеров учителя) [10].

В этой связи меняется и характер взаимодействия учителя и ученика. Необходимым условием готовности учащихся к диалогическому общению является наличие базовых знаний по математике, коммуникативного опыта, установки на самоизложение и восприятие других точек зрения [32]. Эффективность диалога повышается с включением так называемых опорных мотивов, т.е. тех волнующих учащихся вопросов и проблем, благодаря которым может формироваться собственный смысл изучаемого материала школьного курса математики, его личностная ориентация.

В ходе реализации проективного подхода обучения учитель и учащийся проходят совместный путь, который может быть реализован в нескольких моделях.

С одной стороны, педагог знает путь поиска ответа на интересующий учащегося вопрос, предлагает пройти этот путь учащемуся, чаще всего, предлагая или наверняка зная искомый результат. С другой стороны, педагог может знать путь поиска и исследования, но не знать конечного результата. В этом случае он предлагает учащемуся самостоятельно решить проблему или комплекс проблем. И наконец, педагог владеет методикой и различными методами познания, он может обучить им учащегося, но они оба не знают ни пути поиска (исследования), ни конечного результата [36, 37].

Основываясь на вышеизложенном, и исходя из собственного опыта авторов, безусловно, функции профессиональной деятельности педагога в условиях реализации проективного подхода неразрывно связаны, прежде всего, с изменением позиции учителя в образовательном процессе и овладении им новых ролей. Среди них можно выделить следующие.

Педагог – консультант. Сущность предлагаемой модели состоит в том, что отсутствует традиционное изложение материала учителем, обучающая функция заменяется консультированием, которое может осуществляться как в реальном, так и в дистанционном режиме. Консультирование сосредоточено на решении конкретной проблемы. Предполагается, что консультант либо знает готовое решение, которое он может предписать консультируемому, либо он владеет способами деятельности, которые указывают путь решения проблемы. Консультирование может проходить в различных моделях (рис. 2): экспертное, проектное, процессное [30].

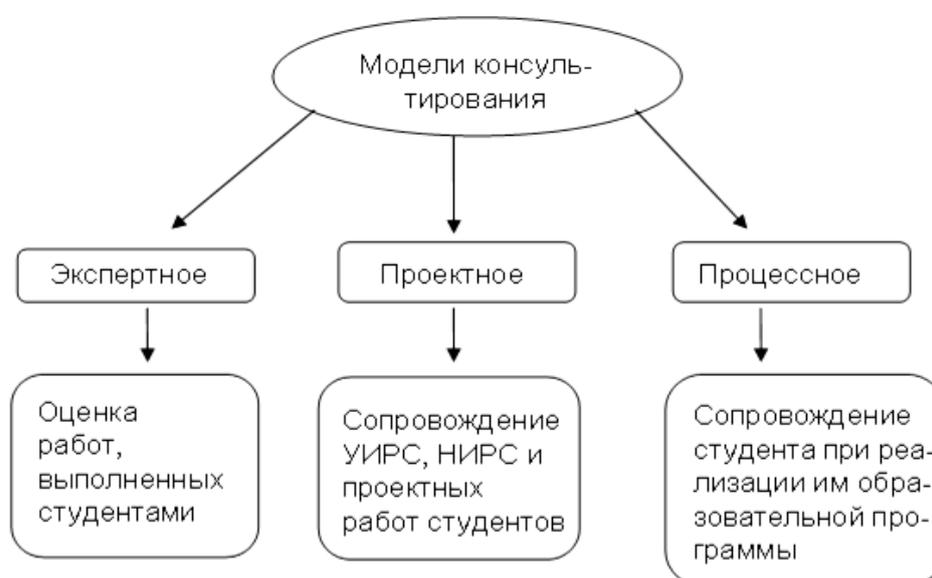


Рис. 2. Модели консультирования

На уроках математики данную модель взаимодействия участников учебного процесса, более эффективно применять в старшей школе, когда у учащихся уже сформирована по большей части когнитивная база школьного курса математики и некоторую часть учебного материала можно предложить ученикам для самостоятельного изучения. Например, при изучении темы «Вычисление производных» (тип урока: «открытие» новых знаний), в 10 классе. К уроку, учитель может подготовить перфокарты с пропусками по предложенной теме, выполняя задания, ученик будет обращаться к учебному материалу по новой теме или в трудных ситуациях к учителю-консультанту. При этом, главная цель учителя в такой модели обучения – научить ученика учиться.

Педагог-модератор. Как известно, модерирование – это деятельность, направленная на раскрытие потенциальных возможностей обучающегося и его способностей. В основе модерирования лежит использование специальных технологий, помогающих организовать процесс свободной коммуникации и обмена мнениями, суждениями и подводящих ученика к принятию решения за счет реализации внутренних возможностей. Вести модераторскую деятельность – значит, в первую очередь уметь слушать, связывать, примирять, сглаживать, а также осторожно направлять и руководить.

Основными методами работы педагога-модератора являются такие, которые побуждают учеников к деятельности и активизируют их, выявляют существующие у них проблемы и ожидания, организуют дискуссионный процесс.

На наш взгляд, востребованной данная модель в процессе математической подготовки может быть в основной школе. Так, например, при изучении способов доказательства неравенств в 8 классе, где учитель выступает в роли модератора. На учебном занятии, учитель разбивает класс на несколько групп, раздает задания группам, после обсуждения заданий в группе, он корректирует, руководит, направляет учеников по данной теме, побуждая наводящими вопросами в дискуссионном режиме.

Педагог – фасилитатор. Фасилитатор открыт, естественен, относится к ученикам с принятием и доверием, пытается взглянуть на проблемы их глазами. Он руководствуется как основной целью интересами учеников и не ставит себе жесткие конкретные цели. Педагоги-фасилитаторы, «провоцируют» самостоятельность и ответственную свободу учащихся и при оценивании результатов учебной работы. В этом случае педагог создает благоприятные условия для самостоятельного и осмысленного учения, активизирует и стимулирует познавательные мотивы, любознательность, поощряет проявление солидарности и кооперации в учебной работе, а,

следовательно, содействует развитию активной личностной позиции и самореализации учеников.

По мнению Э.Ф. Зеера и О.Н. Шахматовой, в состав ключевых квалификаций педагога-фасилитатора должны входить:

- педагогический гуманизм, присоединение к эмоциональному состоянию учащихся и оказание помощи в преодолении негативных эмоций и субъективных трудностей;

- социально-коммуникативная компетентность;

- социальный интеллект – способность, определяющая продуктивность взаимодействия с учащимися;

- сверхнормативная профессионально-педагогическая активность готовность и потребность в инновационной деятельности, проявление творческой инициативы;

- социально-психологическая толерантность – ретпимость к молодежному образу жизни и поведению, этническим особенностям; эмоциональная устойчивость и самообладание;

- педагогическая рефлексия – качество, позволяющее анализировать собственные поступки.

- социальная ответственность – способность к осуществлению самоконтроля и контроля за взаимодействием с учащимися, прогнозирование и коррекция становления учеников.

Результатом перехода педагога на фасилитационное общение служит: развитие готовности к самоизменению, саморазвитию и самореализации в области профессиональной деятельности; изменение ценностных ориентации мотивационных установок; осознание собственной оптимистической профессиональной перспективы; повышение культуры управления; преодоление профессиональных кризисов, стагнации деформаций, сопротивление «эмоциональному выгоранию». Использование учителем практико-ориентированных заданий, соответствующих интересам учащихся, в процессе математической подготовки представляет собой реализацию

описанной функции учителя (изучение темы «Проценты» в 5 классе и др.).
Учитель мотивирует учеников и содействует учебному процессу.

Педагог-тьютор осуществляет педагогическое сопровождение обучающихся. Он разрабатывает групповые задания, организует групповые обсуждения какой-либо проблемы. Деятельность тьютора, как и педагог-консультанта, направлена не на воспроизводство информации, а на работу с субъектным опытом обучающегося. Преподаватель анализирует познавательные интересы, намерения, потребности, личные устремления каждого. Он разрабатывал специальные упражнения и задания, опирающиеся на современные коммуникационные методы, личную и групповую поддержку, продумывает способы мотивации и варианты фиксации достижений, определяет направления проектной деятельности. Общение с тьюторами может осуществляться через тьюториалы, дневные семинары, группы взаимопомощи, компьютерные конференции [10].

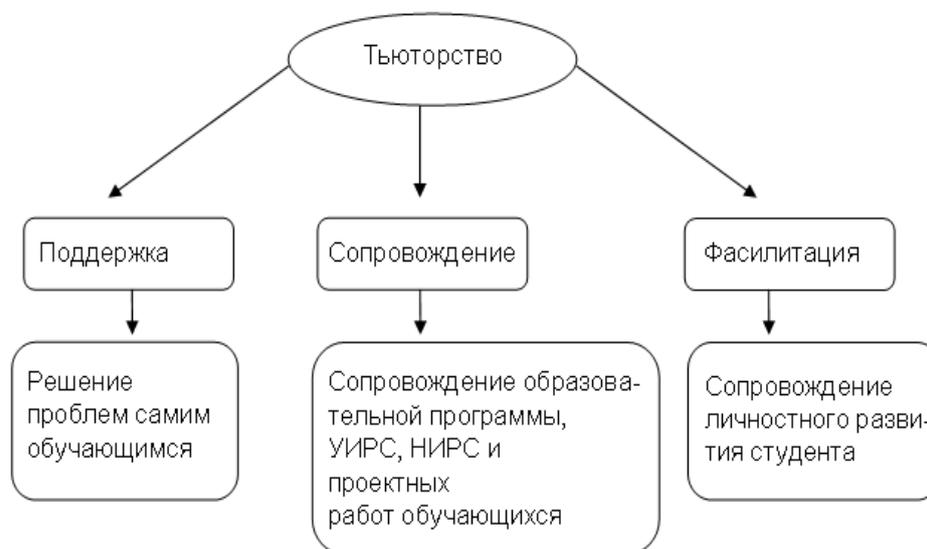


Рис. 3. Основные направления тьюторства

Выделим основные направления тьюторства, ими являются (рис. 3): поддержка, сопровождение, фасилитация. Примерами реализации данной модели взаимодействия педагога и учащихся являются некоторые фрагменты уроков, представленные во второй главе.

В заключении отметим, что опытно-экспериментальная работа, осуществляемая нами в естественных условиях образовательного процесса

МАОУ "Лицей №6 "Перспектива"" г. Красноярска убедила нас в перспективности реализации представленных идей с целью обновления функций учителя-предметника в условиях реализации проектированного обучения.

Таким образом, в настоящем параграфе мы рассмотрели новые функции учителя, возможные модели взаимодействия педагога и ученика на уроках математики в условиях реализации проективного обучения, отвечающие требованиям основных программных документов по модернизации отечественного образования, принятых в последние годы.

Выводы по главе 1

1. При рассмотрении современных тенденций развития системы образования, ряда нормативных документов выявлена потребность в обновлении организационно-методического обеспечения предметной подготовки учащихся старшей школы.

2. На основе анализа литературы, а так же собственного практического опыта выявлено, что основные позиции существующих дидактических подходов (деятельностного, личностно-ориентированного, культурологического, компетентностного) составляют базу проективного обучения, отвечающего требованиям современного образования.

3. Выделены и описаны модели взаимодействия различных участников образовательного процесса, отвечающие основным принципам проективного обучения.

4. Дана характеристика обновленным функциям учителя математики, необходимым для реализации основных положений проективного обучения в процессе математической подготовки учащихся.

Глава 2. Организация обучения математики, ориентированного на формирование метапредметных учебных действий

§2.1. Анализ содержания различных школьных учебников на предмет рассмотрения темы «Производная»

Анализируя Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (ФГОС ООО) и несколько программ для лицеев, гимназий и общеобразовательных школ составителей Е.А. Семенко [47] и Е.А. Седова [41], мы выяснили, что, в результате изучения курса математики по теме «Производная» учащиеся 10 классов должны:

- правильно употреблять функциональную терминологию (числовая последовательность, предел числовой последовательности, предел функции, производная, производная n -ого порядка, дифференцирование сложной и обратной функций, экстремумы, критические точки, наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке, максимумы и минимумы функции);
- объяснять геометрический и физический смысл производной;
- вычислять производные многочленов;
- выводить и использовать формулы производных элементарных функций, правила нахождения производных сложной и обратной функций;
- составлять уравнения касательной к графику функции.
- использовать производную при описании свойств функций (возрастание/убывание, экстремумы, наибольшее и наименьшее значения);
- использовать производную при построении графиков функций, решении оптимизационных задач. [47].

Проанализировав литературу [5, 19, 25, 26, 27], можно сделать следующие выводы, что при формировании и изучении понятий школьного курса выделяют исторический и логический подход.

Исторический подход к формированию понятий в школьном преподавании предусматривает повторение в обучении основных этапов, через которые прошли понятия в процессе развития науки. В этом подходе имеются, несомненно, положительные стороны, но придерживаться исторической схемы при обучении математике нецелесообразно. В тех случаях, когда процесс развития понятия в науке включает в себя пересмотр основных концепций, на базе которых оно возникло вначале, а, следовательно, переход от одной трактовки к другой (гипотельной), исторический метод целесообразно заменить логическим.

Суть логического подхода заключается в том, что изучение материала делится на три этапа.

1. Выявление базиса.
2. Выявление ядра теории.
3. Вывод теоретических знаний.

Первый этап является основополагающим и именно в нем формируется изучаемое понятие. Это можно представить в соответствующей последовательности.

1. Рассмотрение примеров объектов, входящих в объем понятия.
2. Введение термина, обозначающего понятия.
3. Рассмотрения примеров объектов, входящих и не входящих в понятие.
4. Формирование определения понятия.
5. Сообщение дополнительных сведений, указание существенных и не существенных признаков.
6. Систематизация знаний.

Второй этап, не менее важный в логическом подходе. В его основу входит раскрытие понятийной связи и основы теории. Понятийные связи можно разделить на внутрипонятийные и межпонятийные.

Содержание и глубина связей зависит от функций, которые они выполняют на каждом этапе овладения учебным материалом. Они усложняются, притерпевают изменения качественного характера.

Логический подход, отражающий понятийные связи позволяет лучше сохранить в памяти учебный материал. Ценность его применения состоит в том, что по мере дальнейшего изучения материала эти связи могут периодически обновляться. Логический подход способствует развитию динамичности умственной деятельности. Методы работы по данному подходу могут быть различны:

- а) по готовому плану преподаватель излагает учебный материал;
- б) преподаватель предлагает выразить результаты изучаемого материала в виде плана или схемы;
- в) по готовому плану учащиеся самостоятельно проводят изучение или обобщение материала и т.д.

Третий этап предполагает целостность теории на практике.

В итоге логический подход к изучению понятия способствует развитию логического мышления, выступает средством предупреждения и ликвидации формализма, позволяет сформировать такую систему знаний, которая предстает перед учащимися как динамичная, качественно изменяющаяся. Сокращает затраты учебного времени, помогает увидеть целостность изучаемого материала, позволяет проводить серию нестандартных занятий.

В разработке схемы формирования понятия производная в школьном обучении будет исходить из логического анализа современного понятия производной.

Общеизвестный и широко распространенный подход к введению понятия производной состоит в следующем.

1. Рассматривают две конкретные задачи (геометрическую, физическую (о скорости движения тела)).

2. Обнаруживается, что решение этих двух задач сводится к одним и тем же операциям.

3. Эти операции описываются в общем виде и вводится понятие производной.

4. Составляется алгоритм нахождения производной.

Рассмотрим подходы к изучению производной в школьном курсе математики у А.Н. Колмогорова, А.Г. Мордкович, Н.Я. Виленкина являющихся авторами действующих учебников по математике.

1. «Алгебра и начала анализа», под редакцией А.Н. Колмогорова.

Программа предусматривает изучение в 10 классах (А.Н. Колмогоров «Алгебра и начала анализа») модуля «Производная и ее применение». Этот раздел включает в себя темы:

– производная функции (приращение функции, понятие о производной, понятие о непрерывности и предельном переходе, правила вычисления производных, производная сложной функции, производные тригонометрических функций);

– применение непрерывности функции и производной (касательная к графику функции, приближенные вычисления значений функции, производная в физике и технике);

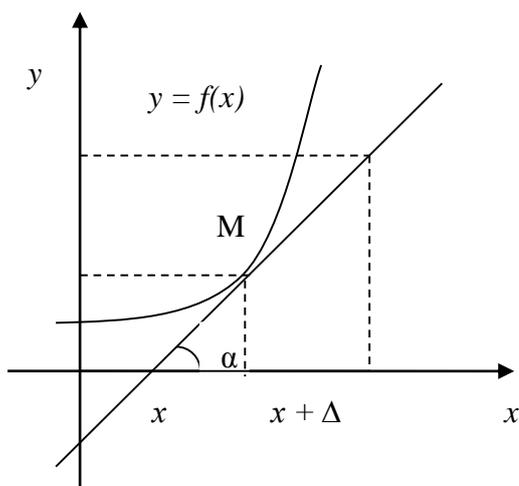
– применение производной к исследованию функции (признаки монотонности функции, критические точки функции, максимумы и минимумы, примеры применения производной к исследованию функции, наибольшее и наименьшее значения функции).

Особенность изучения производной функции в учебнике под редакцией А.Н. Колмогорова состоит в том, что определение предельного перехода, лежащее в основе определения понятия производной, не рассматривается. Автор лишь не строго с математической точки зрения описывает, что

означает стремление функции к какому-то конкретному числовому значению.

На первом этапе вводится понятие приращения функции, и затем рассматриваются две конкретные задачи:

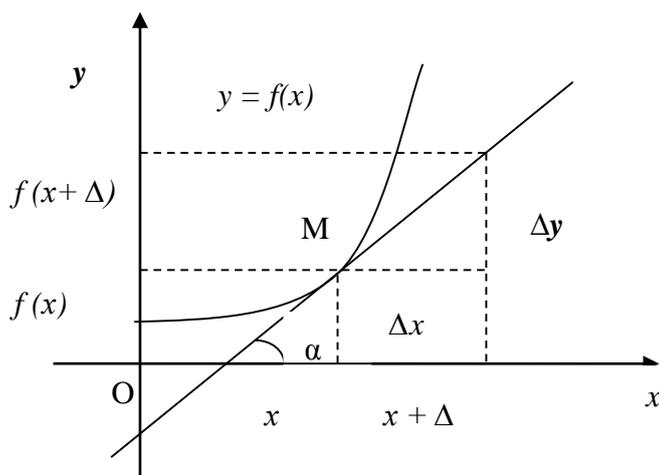
а) геометрическая (о построении касательных к кривой, представляющей собой график функции $y = f(x)$, в заданной на ней точке)



$$k = f'(a) = \operatorname{tg} \alpha$$

Рис. 4. Построение касательной к кривой

б) физическая (о нахождении скорости движущегося тела в данный момент времени).



$$k_{\text{сек.}} = \frac{\Delta y}{\Delta x};$$

$$k_{\text{кас.}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x};$$

$$k_{\text{кас.}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} k_{\text{сек.}}$$

Рис. 5. Построение касательной к кривой

Обнаруживается, что решение этих двух задач, различных по своему содержанию, сводится к одним и тем же операциям. Эти операции можно

описать в общем виде. Имеется некоторая функция, выражаемая уравнением $y = f(x)$ (в первой задаче это уравнение определяет кривую как график функции, а во второй задаче выражает путь как функцию от времени (рис. 4, 5)). При решении общих задач выполняются операции по следующему алгоритму:

1. От данного значения аргумента x переходим к новому значению $x_1 = x + \Delta x$, также принадлежащему области определения функции $y = f(x)$. Затем находим новое значение функции $\Delta y = f(x + \Delta x)$.

2. Находим приращение функции $\Delta y = f(x + \Delta x)$.

3. Находим отношение приращения функции к приращению аргумента

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}, \text{ при } \Delta x \rightarrow 0.$$

Последовательность этих операций рассматривается как одна сложная операция и называется дифференцированием функции $y = f(x)$. Различным значениям аргумента соответствуют в качестве результатов дифференцирования различные числа. Таким образом, в результате дифференцирования функции получается снова некоторая функция того же аргумента x . Эта новая функция обозначается через $f'(x)$ и называется производной данной функции $f(x)$ или просто: производной.

Так переходят к определению производной данной функции, как к числу, к которому стремится разностное отношение приращения этой функции к приращению аргумента, при стремлении последнего к нулю. Так как производная определяется числом, к которому стремится разностное отношение приращения этой функции к приращению аргумента, необходимо подчеркнуть, что это отношение является функцией от приращения аргумента (Δx), так как значение x считается фиксированным. После введения понятия производной вводится понятие непрерывности функции в точке, изучаются правила дифференцирования, производная сложной функции на примере функции $y = \sqrt{1 - x^2}$, производная тригонометрических

функций таких как: $y = \cos x$, $y = \sin x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$. Все формулы выводятся, руководствуясь определением производной.

Одним из важнейших моментов в изучении производной является установление связи между знаком производной и положением графика функции. Наглядная иллюстрация этой связи с помощью геометрических изображений вполне достаточна и убедительна (рис. 4). Если угловой коэффициент касательной в некоторой точке графика функции положителен, то касательная наклонена к положительному направлению оси абсцисс под острым углом, то есть, направлена вверх. Если же угловой коэффициент в некоторой точке графика отрицателен, то касательная наклонена к положительному направлению оси абсцисс под тупым углом, то есть, направлена вниз.

На втором этапе рассматривается практическое приложение производной:

1. Задачи с применением простейших свойств дифференцируемой функции.
2. Задачи на использование геометрического смысла производной.
3. Задачи, решаемые как чувствительность к изменению параметра.

Производная применяется к приближенному решению уравнений с помощью метода касательных, на примере квадратичной функции. Прежде всего, необходимо исследовать с помощью производной квадратичную функцию $y = ax^2 + bx + c$, где $a \neq 0$. Функция определена на всем множестве действительных чисел. Производная функции $y' = 2ax + b$. Производная $y' = 0$, при $x = -\frac{b}{2a}$.

Для дальнейшего исследования функции рассматриваются отдельно случаи, когда $a > 0$ и $a < 0$. При $a > 0$ y' как линейная функция возрастает, поэтому $x = -\frac{b}{2a}$, где она равна нулю, то есть для $x < -\frac{b}{2a}$, где $y' < 0$, а

правее $x = -\frac{b}{2a}$, то есть для $x > -\frac{b}{2a}$, $y' > 0$. Следовательно, функция $y = ax^2 + bx + c$ в точке $x = -\frac{b}{2a}$ переходит от убывания к возрастанию, то есть в этой точке функция имеет минимум, равный $a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c = \frac{4ac - b^2}{4a} = -\frac{D}{4a}$, где D – дискриминант.

Результат исследования можно представить в виде таблицы 1:

Из этой таблицы видно, что y_{min} является наименьшим значением функции на всей области определения, то есть $y \geq -\frac{D}{4a}$ (мы нашли и область значения функции).

Аналогично проводят исследование и при $a < 0$.

Таблица 1

Схема исследования квадратичной функции

$y = ax^2 + bx + c, (a > 0)$			
x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$y_{min} = -\frac{D}{4a}$	$+\infty$

Для построения параболы, кроме координат вершины $\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{D}{4a}\right)$, изображающей минимум (при $a < 0$) функции, обычно находят и точки пересечения параболы с осью абсцисс (нули функции).

После изучения производной и ее применения в учебнике приводятся сведения из истории дифференциального исчисления о происхождении терминов и обозначений, понятия действительного числа.

Окончанием изучения данного курса является введение понятия дифференциального уравнения.

Содержание этого учебника практически полностью соответствует обязательному минимуму содержания основных образовательных программ базового уровня. Учебник также содержит весь необходимый материал по теме «Производная и ее применение», предусмотренный профильным уровнем образовательного стандарта среднего (полного) общего образования по математике.

2. *«Алгебра и начала анализа», под редакцией А.Г. Мордковича 10 класс.*

Программа предусматривает изучение следующих вопросов: числовые последовательности, предел числовой последовательности, предел функции, определение производной, вычисление производных, уравнение касательной к графику функции, применение производной для исследования функции на монотонность и экстремумы, применение производной для отыскания наибольшего и наименьшего значений величин. Особенность введения понятия «Производная» по учебнику «Алгебра и начала анализа» под редакцией А.Г. Мордковича, – строгое математическое определение предела последовательности:

1) вводится понятие числовой последовательности, ее задания различными способами и ее свойства;

2) изучается предел числовой последовательности (его определение, геометрическая интерпретация, свойства сходящихся последовательностей, вычисление пределов числовой последовательности, сумма бесконечной геометрической прогрессии).

После этого плавно переходят к изучению предела функции (предел функции на бесконечности, предел функции в точке, приращение аргумента, приращения функции). Автор учебника вводит понятие «Производная» на языке «окрестностей» или по Коши, начиная при этом с геометрического описания. Используя понятие предела функции, решаются две задачи, приводящие к понятию производной, как и в учебнике под редакцией Н. Я. Виленкин:

– о скорости движения, то есть выводиться формула: $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}$ (рис.

5);

– о касательной к графику функции (рис. 4).

Решение данных задач подводит к определению производной. Определение производной: «Пусть функция $y = f(x)$ определена в точке x и в некоторой ее окрестности. Дадим аргументу x приращение Δx , такое, чтобы не выйти из указанной окрестности. Найдем соответствующее приращение функции Δy и составим отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. Если существует предел этого отношения при $\Delta x \rightarrow 0$, то указанный предел называют производной функции $y = f(x)$ в точке x и обозначают $y' = f'(x)$. Итак, $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x)$ » [26]. В этом же пункте рассматривается геометрический смысл производной.

После введения понятия производной останавливают внимание на формулах дифференцирования, правилах дифференцирования, дифференцировании функции $y = f(kx + m)$.

Далее вводится уравнение касательной к графику функции и алгоритм его составления.

Следом, используя все вышеперечисленные понятия, рассматривается применение производной для исследования функции на монотонность и экстремумы, а также для отыскания наибольшего и наименьшего значений величин. (Исследование функции на монотонность, точки экстремумов и их отыскание, построение графиков функций наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на промежутке, задачи на отыскание наибольшего и наименьшего значений величин)

После всего этого подводятся основные итоги, с какими терминами, обозначениями математического языка познакомились, какие формулы, правила и алгоритмы узнали в процессе обучения.

3. «Алгебра и начала анализа», под редакцией Н.Я. Виленкина.

Программа предусматривает изучение в 10 классах (Н.Я. Виленкин «Алгебра и начала анализа») главы «Производная и ее применение». Данный раздел включает следующие пункты:

- производная (приращение функции, дифференцируемые функции, производная, дифференциал функции, производная и скорость, касательная прямая к графику функции и ее уравнение, непрерывность и дифференцируемость);

- техника дифференцирования (дифференцирование линейной комбинации функций, дифференцирование степени функции и произведения функций, дифференцирование дроби, вторая производная);

- приложения производной (производная и экстремумы, отыскание наибольших и наименьших значений функции на отрезке, теорема Лагранжа и ее следствия, исследование функций на возрастание и убывание, достаточное условие экстремума, исследование графиков на выпуклость, точки перегиба, построение графиков функций, производные и доказательство неравенств, Бином Ньютона, некоторые свойства биномиальных коэффициентов, приложения бинома Ньютона для приближенных вычислений, приближенное решение уравнений методом хорд и касательных).

Изучение темы «Производная» автором начинается с рассмотрения трех задач: на вычисление мгновенной скорости прямолинейного движения, на вычисление тангенса угла наклона касательной к графику функции, на вычисление силы тока. Что приводит к понятию разностного отношения.

Определение производной дается как предел разностного отношения.

Понятие предела изучается ранее, в этом изложении данной темы сходно с авторским подходом А.Г. Мордковича. Определяются понятия приращения функции и дифференцирования функции. Определение: «Производной функции $y = f(x)$, заданной на интервале $(a; b)$, в точке x этого интервала называют предел отношения приращения функции в этой

точке к соответствующему приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю, т.е. $y' = f'(x)$, $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = f'(x)$ » [5].

Далее определяется механический ($v(t) = f'(t)$) и геометрический (угол наклона касательной) смыслы производной.

Вводятся правила дифференцирования: производная суммы, разности, произведения, частного, вынесения множителя за знак производной.

Вводятся формулы дифференцирования элементарных функций: производная степенной, показательной, логарифмической, тригонометрических функций. Доказываются соответствующие теоремы.

При нахождении производных элементарных функций пользуются наглядными представлениями. Представлен достаточный по объему дополнительный и углублённый материал, что позволяет учащимся более широко и глубоко овладеть техникой дифференцирования и ее использования при решении прикладных задач.

Вводится понятие дифференциала функции. Формулируется понятие дифференциала функции $df = f'(x)dx$ ($df = dy$).

Вычисляются приближенные значения функции. Определяется производная сложной функции.

Вводится производная обратной функции (отмечено звездочкой, для углубленного изучения). Формулируются определения: максимальной, минимальной, критической точек.

Применение производной: для нахождения точек максимума и минимума функции; для нахождения возрастания и убывания функции. Выводится уравнение касательной.

Формулируются и доказываются теоремы Ролля и Лагранжа. Определяются вторая производная и производные высших порядков, а также механический смысл второй производной.

Применение второй производной для определения выпуклости и вогнутости графика функции, а также геометрический смысл второй производной (отмечено звездочкой, для углубленного изучения).

Рассматриваются особенности экстремума функции с единственной критической точкой. Решаются задачи на оптимизацию. Использование производных для построения графиков функций (с применением второй производной).

Дополнительный углубленный материал, отмеченный звездочкой: нахождение асимптот (рассматриваются дробно-линейные функции), на разложение функции в ряд Тейлора.

Учебник содержит весь необходимый материал по теме «Производная и ее применение», предусмотренный профильным уровнем образовательного стандарта среднего (полного) общего образования по математике.

Особенностью данного учебника является насыщенность и наглядность иллюстраций по данной теме, а так же учебник наделен огромным количеством разного уровня заданий, в преимуществе практико-ориентированных, позволяющих отработать не только пройденный материал, а так же увидеть широту применения данной темы в других научных и профессиональных областях.

На наш взгляд, учебник данного автора является более перспективным и отвечающим всем требованиям ФГОС, как современный учебник.

Дифференциальному исчислению и его дальнейшему развитию посвящены многотомные монографии, однако подход Виленкина и Мордковича является, на наш взгляд, наиболее перспективным и отвечающим вехам времени. В статье «Что такое производная?» Н.Я. Виленкина и А.Г. Мордковича рассказано об основных понятиях дифференциального исчисления – о производной и дифференциале. В этой статье понятие производной рассматривается на основе свойства «линейности в малом».

Изучение данного раздела условно можно представить в виде алгоритма:

1. Свойство «линейности в малом».
2. Приращение функции.
3. Дифференцируемые функции.
4. Производная.

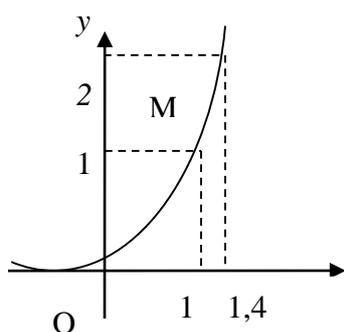


Рис. 6.1. График функции $y = x^2$

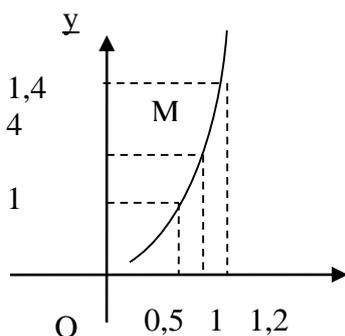


Рис. 6.2. График функции $y = x^2$

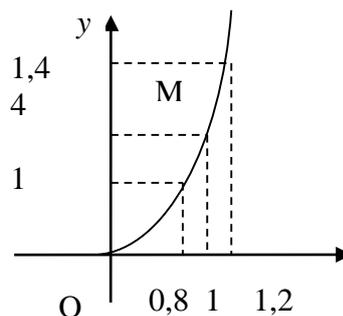


Рис. 6.3. График функции $y = x^2$

1. Три линии на рисунках 6 являются частями одной и той же параболы $y = x^2$, изображенной в разных масштабах. Рисунок 6.1 сделан в мелком масштабе, рисунок 6.2 в масштабе покрупнее, рисунок 6.3 – еще крупнее. На всех рисунках взята одна и та же точка $M(1;1)$ параболы, чтобы изучить поведение кривой в окрестности этой точки. На рисунке 6.1 ясно видно, что парабола искривлена. На рисунке 6.2 это искривление уже менее заметно, а на рисунке 6.3 его практически нет – график функции $y = x^2$, сделанный в крупном масштабе, на глаз почти не отличим от прямой линии. Чем крупнее мы выбираем масштаб, тем меньше график функции $y = x^2$ будет отличаться от некоторой прямой линии. То же самое было бы, если бы мы стали строить во все увеличивающемся масштабе график функции $y = x^2$ в окрестности любой другой точки. Не только парабола «напоминает» вблизи любой своей точки прямую – этим свойством обладают окружность, гиперболоа, синусоида и т.д. его можно назвать свойством «линейности в малом».

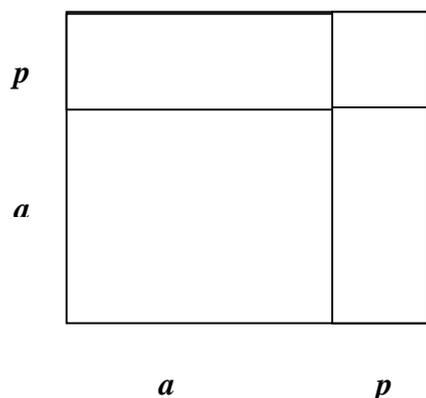


Рис. 7. Квадрат

2. На рисунке 7 изображен квадрат со стороной длины a ; площадь этого квадрата равна a^2 . Если длину стороны квадрата увеличить на p , то и его площадь увеличится – на величину площади фигуры, закрашенной на Рис. 6. Эту площадь называют приращением площади квадрата. Она равна $(a + p)^2 - a^2$, то есть $2ap - p^2$. Положим, что $p = \Delta x$, а приращение площади квадрата обозначим через Δy . Получим $\Delta y = 2\Delta ax + (\Delta x)^2$.

Точно также можно определить понятие приращения для любой функции $y = f(x)$, чтобы вычислить приращение функции при переходе от точки a к точке $a + \Delta x$, нужно:

- а) Найти значение $f(a)$ функции в точке a ;
- б) Найти значение $(f(a) + \Delta a)$ функции в точке $(a + \Delta a)$;
- с) Из второго значения вычесть первое.

Иными словами, приращение функции при переходе от точки a к точке $(a + \Delta a)$ равно $\Delta y = (f(a) + \Delta a) - fa$.

3. Теперь уже можно точнее объяснить, почему график функции $y = x^2$ «выпрямляется», когда мы увеличиваем масштаб. Поскольку все рисунки 6.1 – 6.3 одного и того же размера, то с увеличением масштаба на них умещаются все меньшие и меньшие части кривой. Это означает, что мы рассматриваем нашу функцию при меньших и меньших значениях Δx . Таким образом, «выпрямление» графика функции связано с особым поведением приращения этой функции при уменьшении приращения аргумента.

«Выпрямление» графика функции $y = x^2$ при увеличении масштаба оказалось связанным с возможностью разложения приращения функции на два слагаемых, одно из которых пропорционально приращению аргумента, а второе при малых значениях Δx пренебрежимо мало по сравнению с x .

Будем говорить, что величина β пренебрежимо мала по сравнению с Δx при стремлении Δx к нулю, если ее отношение к Δx стремится к нулю: $\beta = \alpha \Delta x$, где $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \alpha = 0$.

Функция $y = f(x)$ называется *дифференцируемой* в точке x , если ее приращение в этой точке можно представить в виде суммы двух слагаемых, первое из которых пропорционально приращению Δx аргумента, а второе пренебрежимо мало по сравнению с Δx . Иными словами, $\Delta y = A \Delta x + \alpha \Delta x$, где A – число, а α стремится к нулю, когда Δx стремится к нулю [27].

При изменении x коэффициент A является функцией от x . Эта функция называется производной от функции $y = f(x)$.

Не все функции дифференцируемы в любой точке. Если график функции имеет в некоторой точке излом, а тем более разрыв, то функция не будет дифференцируема в такой точке.

4. Дифференцируемые функции изучаются в средней школе. Для этих функций $\frac{\Delta y}{\Delta x} = A + \alpha$. Если теперь устремить Δx к нулю, то $\alpha \rightarrow 0$, откуда

$$A = f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

По учебнику автора А.Н. Колмогорова производная вводится как отношение приращения аргумента к приращению функции, при стремлении

$$\text{последнего к нулю: } f'(x) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y(x + \Delta x) - y(x)}{\Delta x}, \text{ при } \Delta x \rightarrow 0.$$

Все основные формулы и правила дифференцирования выводятся из определения производной, не вдаваясь в подробности. Но зато использование всех правил и формул дифференцирования прочно закрепляются на практике заданиями, которые решаются сразу же после изучения конкретного вопроса

темы. Учебник содержит необходимый минимум теории и много разнообразных практических заданий.

По учебнику автора А.Г. Мордковича производная вводится как предел отношения приращения функции к приращению аргумента при стремлении последнего к нулю:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{y(x + \Delta x) - y(x)}{\Delta x}, \text{ при } \Delta x \rightarrow 0.$$

Для подведения учащихся к этому понятию много внимания предварительно уделяется последовательностям и пределам. Все правила и формулы дифференцирования выводятся, опираясь на данное определение производной. В данном учебнике все вопросы изучаются более детально и конкретнее, чем в учебнике А.Н. Колмогорова. Приведены задания различной степени сложности, для разноуровневого обучения учащихся, а также задания для самостоятельного решения и контроля.

К данному учебнику прилагается задачник, а, следовательно, учебник А.Г. Мордковича содержит полный объем теоретического и практического материала. Учебник также содержит весь необходимый материал по теме «Производная и ее применение», предусмотренный профильным уровнем образовательного стандарта среднего (полного) общего образования по математике.

Так же и учебник Н.Я. Виленкина для 10 классов с углублённым изучением математики понятие производной дает через понятие предела с предварительным и подробным его изучением. Подробно рассматриваются различные приложения производной.

В статье Н.Я. Виленкина и А.Г. Мордковича рассматривается метод введения производных для школ с математической направленностью и глубоким изучением математического материала. Этот метод включает в себя рассмотрение свойств «линейности в малом». Материал изложения этого метода составлен на основе логического подхода и его изучение происходит с помощью составления алгоритмов.

Все рассмотренные источники представляют собой изложение материала, основываясь на логическом подходе. Более ярко логический подход выражен в учебнике авторов А.Г. Мордковича, Н.Я. Виленкина. В остальных источниках подход прослеживается хаотично. При изучении темы «Производной и ее применение» по данным источникам используются разнообразные схемы, алгоритмы, которые помогают последовательно изучать тему и решать задания по плану.

§2.2. Методические рекомендации использования проективного обучения при изучении темы «Производная»

Ранее в параграфе 1.3 были приведены основные модели взаимодействия учащегося и педагога в формате проективного образования, а так же примеры реализации данных моделей в процессе математической подготовки. В настоящем параграфе опишем некоторые методические особенности проектирования и реализации уроков в условиях реализации проективного подхода при обучении математике учащихся 10 классов профильного уровня.

Нами был выбран тип урока: открытие новых знаний по теме «Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке». Для проектирования и реализации урока по обозначенной теме использовались основные положения проективного подхода. Такой выбор не случаен, поскольку именно проективный подход в обучении, как было ранее отмечено в первой главе, способствует формированию универсальных учебных действий (УУД) у учащихся, а именно личностных, познавательных, регулятивных, коммуникативных.

В процессе данного урока планируется формирование следующих УУД:

– *Личностные*: установление связи между целью учебной деятельности и определением того, какое практическое значение в жизни имеет данная тема; формирование умения рационального использования рабочего времени.

– *Познавательные*: формирование мировоззрения учащихся за счет расширения представлений об окружающем мире; развитие интереса у учащихся к предмету.

– *Регулятивные*: постановка учебной задачи на основе того, что уже ранее изучили учащиеся; развитие построения речевого высказывания в устной и письменной форме; развитие мыслительной деятельности; развитие умения выделять существенную информацию; внесение необходимых корректив в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок.

– *Коммуникативные*: умение слушать и вступать в диалог; умение выражать свои мысли полно и точно; умение работать в команде, приходить к общему мнению.

Цели урока:

– *Личностные*: содействовать развитию умений работать в группе, обрабатывать информацию; мыслительных процессов: обобщение, систематизация; развить речь, аналитического и логического мышления; формировать качества личности, необходимые человеку для полноценной жизни в современном обществе, свойственных математической деятельности: ясности и точности мысли, критичности мышления, интуиции, способности к преодолению трудностей.

– *Метапредметные*: уметь планировать и оценивать процесс и результат своей деятельности; сформировать представления учащихся о понятиях наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции, как неотъемлемой части окружающего нас мира; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни на основе изученных понятий и свойств.

– *Предметные*: дать понятия наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке, знать формулировку теоремы о наибольшем и наименьшем значении функции, непрерывной на отрезке.

Этапы урока:

1. Мотивация к учебной деятельности.
2. Актуализация знаний и фиксация затруднения в пробном учебном действии.
3. Выявление места и причины затруднения.
4. Построение проекта выхода из затруднения.
5. Реализация построенного проекта.
6. Первичное закрепление во внешней речи.
7. Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону.
8. Включение в систему знаний и повторение.
9. Рефлексия деятельности на уроке

В начале занятия произведена актуализация знаний в форме устного счета (Приложение 1). Так же на этапе актуализации знаний учащихся, предложена серия графиков функций (Приложение 2), на которых необходимо учащимся назвать, где функция принимает наибольшее и наименьшее значения на отрезке, что необходимо для открытия новых знаний.

Кроме того, на уроке использовались элементы проблемного обучения, а именно, работа с проблемной ситуацией, развивающие познавательную деятельность обучающихся, на этапе выявления места и причины затруднения. Учащимися определяется потребность в поиске новых способов действий, так как не хватает имеющегося запаса знаний, то есть в нашем случае это необходимость поиска алгоритма для решения поставленной проблемной задачи. На данном этапе учащиеся определяют цель урока самостоятельно и озвучивают ее.

Учитель предлагает найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^3 - 3x^2 - 45x + 1$ на отрезках:

a) $[-4; 6]$;

b) $[0; 6]$;

c) $[-2; 2]$.

– Какие знания и умения вам потребуются, что бы исследовать функцию на монотонность? (*Знания производной, умения вычислять производную степенной функции*).

$$y' = 3x^2 - 6x - 45$$

– Что мы можем определить с помощью производной? (*С помощью производной определим критические и стационарные точки*).

$$3x^2 - 6x - 45 = 0$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$x_1 = -3, \quad x_2 = 5.$$

– Какие еще свойства можем определить? (*Промежутки убывания (возрастания) функции. Возрастает на $(-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$; убывает $(-3; 5)$*).

– Вычислите наибольшее и наименьшее значение функции на заданных отрезках. (*Не имеем графика функции*).

– Определив основные свойства функции с помощью производной, можем начертить эскиз графика функции? (*Да*).

– В ситуации если невозможно построить график функции, например функция $y = x^2 - \sin 2x$, каким образом вычислим наибольшее и наименьшее значение функции? (*Аналитически*).

– Вычислите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^3 - 3x^2 - 45x + 1$ на отрезке $[-4; 6]$, не чертя график? (*$x = -3$ и $x = 5$ принадлежат отрезку $[-4; 6]$, посчитаем значения функции в точках $x = -4, y = 69$; $x = -3, y = 82$; $x = 5, y = -174$; $x = 6, y = -161$*).

– Определите наибольшее и наименьшее значения функции. (*При $x = -3$, $y_{\text{наиб.}} = 82$; при $x = 5$, $y_{\text{наим.}} = -174$*).

– Для решения такого типа заданий, что нам необходимо? (*Использовать*

определённый алгоритм).

– Озвучьте цель урока. (*Описать алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения непрерывной на отрезке функции).*

Далее, учащимся предлагается самостоятельно в мини-группах определить алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке. Учащиеся представляют свои алгоритмы, в итоге учителем определяется самый близкий к «истинному» и вносятся корректировки.

Для первичного закрепления знаний учитель дает функцию $y = x^2 - 3x^3 + 2$ для нахождения наибольшего значения функции на отрезке $[-1; 5]$, работа выполняется самостоятельно, на этом этапе урока учитель консультирует, направляет учащихся при решении данного задания, после чего учащиеся самостоятельно проверяют свою работу по заранее подготовленному учителем эталону (Приложение 3).

Учитель раздает каждой группе задание (Приложение 4), состоящее из функции для исследования ее по найденному алгоритму, представить которое необходимо в творческой форме на ватманах.

Отметим, что на данном уроке, с одной стороны, учитель выполняет роль фасилитатора, создавая благоприятные условия для самостоятельного и осмысленного учения, активизируя и стимулируя познавательные мотивы учащихся, и, следовательно, содействуя развитию активной личностной позиции и самореализации учащихся. С другой стороны, педагог на различных этапах урока организует процесс свободной коммуникации и обмена мнениями, суждениями, подводящих учащихся к принятию решения за счет реализации внутренних возможностей. Тем самым, учитель выступает в роли модератора.

На этапе включения в систему знаний и повторение учитель проводит самостоятельную работу (Приложение 5) по пройденной теме, для контроля усвоенных знаний индивидуально каждого обучающегося.

Этап рефлексии деятельности на уроке организован следующим

образом:

Учитель. – «Перед вами карточка с изображением горы (рис. 7).



Рис. 8. Гора достижений

Если вы считаете, что хорошо потрудились на уроке, разобрались в методах применения производной к решению различных задач, то нарисуйте себя на вершине самой высокой горы. Если осталось что-то неясно, нарисуйте себя ниже. Я себя нарисовала на вершине горы, потому что мы организовали вашу работу так, что вы самостоятельно добыли знания, научились решать сложные задания. Покажите свои рисунки».

В качестве домашнего задания, возможно предложить такой проект: «Производная и ее применение». Цель такого проекта – ответить на вопрос: «Мы изучаем производную. А так ли это важно в жизни?» Можно выдвинуть гипотезу: *«Дифференциальное исчисление – это описание окружающего нас мира, выполненное на математическом языке. Производная помогает нам успешно решать не только математические задачи, но и задачи практического характера в разных областях науки и техники»*. *Результатом исследования могут быть презентация или буклет.*

Учащиеся отмечают свои достижения на рисунке и делятся впечатлениями, аргументируя свой результат.

Основные идеи проективного подхода, вложенные в данный урок:

– учитель на одном уроке выполняет несколько ролей на разных этапах: модератора, фасилитатора, консультанта;

– деятельность учащегося на протяжении всего урока активная: осознает необходимость изучения данной темы; сам ставит цель урока; ищет пути решения; самостоятельно закрепляет новые знания; проверяет свое решение по эталону; объясняет однокласснику новую тему; работая в группе, достигает общего результата, проявляет лидерские качества, адекватно реагирует на критику; анализирует собственную деятельность;

– при проектной деятельности, проявление творческого подхода учащихся.

Далее опишем методические особенности проектирования и реализации уроков в условиях проективного подхода при обучении математике в 10 «И (инженерном)» профильном классе. Учитывая направленность профиля учащихся, главными задачами учителя математики являются: демонстрация применения полученных ранее новых знаний в будущей профессиональной деятельности, создание условий способствующих развитию умений у учащихся использовать математические методы при решении профессиональных задач инженерной направленности. Использование исключительно стандартных форм обучения, таких как чтение лекций и решение типовых примеров, не способно в настоящее время удовлетворить потребности требовательного учащегося, однако полностью исключить их из учебной практики тоже нельзя.

На наш взгляд, одной из активных форм обучения в свете тенденций развития современного среднего образования в условиях проективного подхода, направленного на формирование целостного, высококультурного и образованного выпускника, являются деловые игры. Деловая игра является нестандартной для учащихся ситуацией, в которой он должен не только применить полученные на занятиях знания, но и получить опыт решения профессиональных задач математическими методами [13].

Нами была выбрана деловая игра, как форма организации урока, тип урока: урок общеметодологической направленности по теме: «Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке».

Цели данного урока:

– *Личностные*: создать условия для формирования чувства ответственности за результат работы, развития культуры коллективного общения; способности отстаивать свое мнение, слушать одноклассников; признавать свои ошибки;

– *Метапредметные*: создать условия для формирования умения анализировать нестандартные ситуации; планировать и оценивать процесс и результат своей деятельности; воспитать стремления к совершенствованию знаний; решать задачи с нестандартной формулировкой; развить познавательный интерес, внимательность и наблюдательность;

– *Предметные*: уметь применять алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке при решении нестандартных задач.

Этапы урока:

1. Мотивация.
2. Актуализация и фиксирование индивидуального затруднения в пробном действии (Необычная задача).
3. Этап закрепления с проговариванием во внешней речи (ярмарка).
4. Этап включения изученного в систему знаний (дело).
5. Этап рефлексии учебной деятельности на уроке (наши ошибки).

На этапе актуализации и фиксировании индивидуального затруднения в пробном действии учащимся предложена для решения следующая задача: *бумажному змею, имеющему форму кругового сектора, желают придать такую форму, чтобы он вмещал в данном периметре $p = 80$ см наибольшую площадь. Каковы должны быть размеры бумажного змея [41]*? На данном этапе учащиеся индивидуально пытаются выполнить задание, обговорив

идею решения задачи с учителем. Справившись с ней, проверяют свое решение по эталону (Приложение 6), заранее подготовленному учителем.

Класс разбит на 4-5 групп по 2-3 человек – отделы, возглавляемые "главными инженерами". Все "сотрудники" отдела (члены команд) подчиняются непосредственно "главному инженеру" своего отдела, а также "руководителю конструкторского бюро" – учителю математики.

На ярмарке, группам предлагаются следующие вопросы для обсуждения:

1. На промежутке $(0; 2)$ $y'(x) > 0$, на промежутке $(2; 3)$ $y'(x) < 0$. Является ли точка $x = 2$ точкой минимума?

2. Функция $y(x)$ непрерывна в точке $x = 3$, причем $y'(x) < 0$ на $(2; 3)$ и $y'(x) > 0$ на промежутке $(3; 4)$. Является ли точка $x = 3$ точкой максимума?

3. Является ли точка $x = 2$ критической для функции $y(x)$, если $D(y) = [-3; 2]$?

4. Для функции $y = \sqrt{x}$ производная равна $\frac{1}{2\sqrt{x}}$. В точке $x = 0$ производная не существует, значит $x = 0$ – критическая точка. Верно ли?

5. На отрезке $[a; b]$ функция имеет максимумы, равные 2 и 5, причем $y(a) = -3$ и $y(b) = 6$. Верно ли, что наибольшее значение функции равно 5, а наименьшее значение равно -3?

Главный инженер каждой группы озвучивает ответ на поставленный учителем вопрос, другие группы внимательно слушают и задают вопросы либо опровергают ответы, приводя аргументы.

Основная часть деловой игры (Этап дело), где каждый отдел занят решением практической задачи. Происходит процесс применения знаний на практике. Ведется беседа об оптимальных вариантах решения задач. Знакомство с различными профессиями. Например, можно рассказать об использовании отводного желоба в очистных сооружениях. Он строится из железобетона и внутри облицован плиткой.

При проектировании строительства этого сооружения необходимо учитывать принцип экономичности: выбрать минимальные размеры при максимальной пропускной способности.

Учитель на данном этапе урока консультирует учащихся, при затруднении в решение задач.

Задачи для отделов:

Задача 1. “ Много ли человеку земли надо”. У Л.Н. Толстого есть рассказ “ Много ли человеку земли надо”. В нем речь идет о крестьянине Пахоме, который мечтал о собственной земле. Вот, наконец, собрал Пахом необходимую сумму и предстал перед требованием старшины. Старшина ему ответил: “ Сколько за день земли обойдешь, вся твоя будет за 1000 руб. Но, если к заходу солнца не возвратишься на место, с которого вышел, пропали твои деньги”. Выбежал утром Пахом, прибежал на место и упал без чувств, обегав прямоугольник, периметром 40 км. Наибольшую ли площадь земли получил Пахом[12]?

Задача 2. "Два поезда". Два железнодорожных пути пересекаются под прямым углом. К месту пересечения одновременно мчатся по этим путям два поезда: один со станции, находящейся в 40 км от пересечения, другой со станции, находящейся в 50 км от того же места пересечения. Первый движется со скоростью 800 м, второй 600 м. Через сколько минут, считая с момента отправления, поезда были в наименьшем взаимном расстоянии? Как велико это расстояние [12]?

Задача 3. "Автомобиль". Для стоянки машин выделили площадку прямоугольной формы, примыкающую одной стороной к стене здания. Площадку обнесли с трех сторон металлической сеткой длиной 200 м, и площадь ее при этом оказалась наибольшей. Каковы размеры площадки[12]?

Сдав отчеты по выполненной работе над проектами, учащимся предлагаются вопросы для обсуждения, которые содержат часто встречающиеся ошибки.

Наши ошибки:

1. Определяя точки минимума функции, учащийся нашел, при каких значениях аргумента значения функции равны 0. Затем из этих значений он выбрал те, проходя через которые функция меняет знак с "-" на "+". Эти точки он назвал точками минимума. Прав ли он?

2. Определяя точки минимума функции, учащийся нашел те значения аргумента, при которых производная обращается в 0. Эти точки он назвал точками минимума. Прав ли он?

3. График производной функции $y = f'(x)$ (рис. 9). Определяя точки минимума, ученик указал точку $x = 2$. Прав ли он?

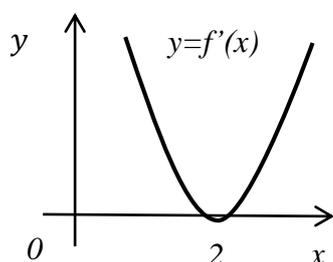


Рис. 9. График производной функции $y=f'(x)$

4. График производной функции $y = f'(x)$ (рис. 10). Определяя точки минимума, ученик указал точки $x = -4$, $x = 1$, $x = 3$. Прав ли он?

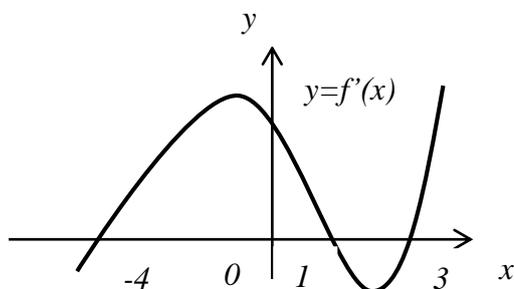


Рис. 10. График производной функции $y=f'(x)$

5. График производной функции $y = f'(x)$ (рис. 11). Определяя точки максимума, ученик указал точку $x = -2$. Прав ли он?

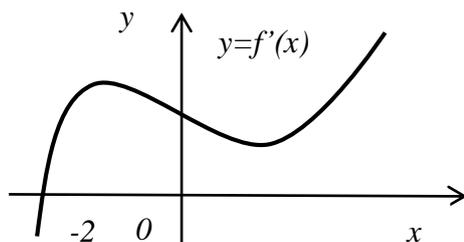


Рис. 11. График производной функции $y=f'(x)$

Работа каждой группы (отдела) оценивается баллами по результатам работы на всех этапах игры, а именно:

- а) ответы по теме "Применения производной;
- б) понимание условия задачи;
- в) составление математической модели и выполнение преобразований;
- г) исследование функции на наибольшее и наименьшее значения и получение результата.

По окончании урока учитель озвучивает домашнее задание, где каждый учащийся выбирает интересную задачу с нестандартной формулировкой (Приложение 7), при решении которой применялась бы производная. Учащемуся необходимо представить решение этой задачи в нестандартной форме, используя мультимедийные средства.

Основные идеи проективного подхода, вложенные в данный урок:

- учитель на одном уроке выполняет несколько ролей на разных этапах: модератора, фасилитатора, консультанта;
- деятельность учащегося на протяжении всего урока активная: ищет пути решения; проверяет свое решение по эталону; самостоятельно применяет новые знания; работая в группе, достигает общего результата, проявляет лидерские качества, адекватно реагирует на критику; анализирует чужую и собственную деятельность; при проектной деятельности и выполнению домашнего задания, проявляет творческий подход.

§2.3. Апробация разработанных методических приемов

Работа, осуществляемая нами в естественных условиях образовательного процесса в 10 «И» классе МАОУ "Лицей №6 "Перспектива"" г. Красноярск, с одной стороны, убедила нас в перспективности реализации представленных идей с целью формирования устойчивой мотивации у учащихся в изучении данной темы из школьного курса математики, а так же возможность формирования УУД у учащихся. С

другой стороны, выявила ряд трудностей и проблем, которые предстоит решать. К ним относятся: повышенные временные затраты учителей, собственные профессиональные стереотипы поведения и др. В апробации участвовало 13 обучающихся.

Задания, предложенные на уроках, решались самостоятельно и в мини-группах. Первый урок был посвящен актуализации имеющихся знаний для новой темы, где с помощью проблемной ситуации учащиеся с учителем открывали новые знания, то есть алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения непрерывной на отрезке функции. Так же первый урок преследовал своей целью заинтересовать учащихся. В конце урока были решены два примера, по алгоритму, который открыли учащиеся. Второй урок был построен так, что в начале урока учащиеся работают в группах над творческими проектами, закрепляя полученные знания, представляя итог работы классу и учителю, а в конце решают самостоятельную работу.

На деловой игре задания, решались самостоятельно и в группах. Форма организации данного урока выступала мотивацией обучения, так как подобраны задания соответствующие направлению профиля 10 класса. Начало занятия было посвящено актуализации имеющихся знаний, где учащиеся самостоятельно пробовали применить полученные знания на первых двух уроках, для решения нестандартной задачи. Основную часть занятия заняла работа над профессиональной задачей в группе. В конце урока были разобраны часто встречаемые ошибки при выполнении данного типа заданий. А так же предложено творческое домашнее задание.

На уроках была достигнута цель и выполнены все запланированные задания.

При решении некоторых заданий учителю приходилось направлять учащихся в решении. Когда задачи решались в тетрадях, учитель подходил к учащимся, у которых возникали вопросы по ходу решения, и помогал отыскать ошибки, разобраться в решении, а иногда учащиеся сами помогали своим одноклассникам, работая как индивидуально, так и в группах. Так как

в классе присутствовало тринадцать человек, то получалось организовать работу почти с каждым ребенком. В дальнейшем, хотелось бы учесть то, что в больших группах индивидуальную работу организовать сложнее.

К занятиям учащиеся отнеслись серьезно. Особенно учащихся увлекли творческие задания. Каждый из учащихся хотел похвастаться своим вкладом в работу и получившимся результатом.

Результаты апробирования показали, что уровень подготовленности учащихся по изученной теме вырос, учащиеся приобрели навыки решения учебных и практико-ориентированных задач на нахождение наибольшего и наименьшего значения непрерывной на отрезке функции.

Задания были подобраны в соответствии с уровнем подготовленности учащихся. В дальнейшем, если учащиеся уже знакомы с методом решения данных, задания можно выбирать сложнее, в соответствии с подготовкой учащихся.

Выводы по главе 2

1. Проанализировано содержание школьного курса математики на предмет изложения темы «Производная и ее применение», предусмотренная для изучения профильным уровнем, в программах и учебниках по математике различных авторов (А.Г. Мордкович, Н.Я. Виленкин, А.Н. Колмогоров.) для общеобразовательных школ. Все рассмотренные источники представляют собой изложение материала, основываясь на логическом подходе. Более ярко логический подход выражен в учебнике авторов А.Г. Мордковича, Н.Я. Виленкина.

2. Разработаны и апробированы методические рекомендации системы уроков по теме «Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке» для старших классов. Приведены фрагменты ряда уроков. Представлены результаты апробации.

Заключение

Проблема, рассмотренная в выпускной квалификационной работе, актуальна и всесторонне раскрыта. В результате выполнения выпускной квалификационной работы были решены следующие задачи:

- 1) Проанализирована психолого-педагогическая и методическая литература выявлены основные современные тенденции в образовании.
- 2) Описаны основные положения проективного обучения в контексте математической подготовки учащихся.
- 3) Выявлены и обоснованы новые роли учителя при реализации проективного подхода в обучении математики.
- 4) Проведен сравнительный анализ представления информации по теме «Производная» в программах и учебниках по математике различных авторов для общеобразовательных школ.
- 5) Разработано методическое обеспечение и апробировано в старшей школе.

В итоге, можно сделать вывод о том, что выдвинутая гипотеза была частично подтверждена, поскольку из-за недостатка времени не удалось провести полностью все занятия системы уроков. Как показали результаты проведенных занятий, занятия будут способствовать повышению качества математической подготовки обучающихся. Поэтому разработанная методика рекомендована для 10 классов инженерно-технического профиля, как мотивация в изучении данной темы. Корректировка разработанной методики необходима для применения ее в 10 профильных классах иной направленности обучения.

Библиографический список

1. Андриенко Е.В. Значение высшего образования в становлении педагогического профессионализма. Известия ЮФУ. Технические науки. 2005. № 7 (51). С. 135-136.
2. Блауберг И.В., Юдин Э.Г. Становление и сущность системного подхода. – М.: Наука, 1973. – 279 с.
3. Боровских А.В., Розов Н.Х. Деятельностные принципы в педагогике и педагогическая логика: Пособие для системы профессионального педагогического образования, подготовки и повышения квалификации научно-педагогических кадров. – М.: МАКС Пресс, 2010. – 80 с.
4. Важеевская Н.Е. Развитие современного образования: некоторые общие тенденции. Школа будущего. 2008. № 5. С. 8-13.
5. Виленкин Н.Я., Ивашев-Мусатов О.С., Шварцбург С.И. Алгебра и математический анализ. 10 кл.: Учеб. пособие для шк. и кл. с углубл. изуч. математики – М.: Мнемозина, 2006.– 335 с.
6. Воронцов А.Б. Практика развивающего обучения по системе Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова. – М.: ЦПРУ «Развитие личности», 1998. – 360 с.
7. Гафурова Г.Р. Инновационные тенденции в развитии современного образования. Россия и Европа: связь культуры и экономики материалы XI Международной научно-практической конференции: в 2-х частях. 2015. С. 106-107.
8. Гафурова Н.В., Феськова Е.В. Интеллектуально-личностное развитие учащихся в исследовательской деятельности. Краснояр. гос. ун-т.: Красноярск, 2004, с.
9. Гильманов С.А. Типы профессиональных установок педагога / С.А. Гильманов // Социально-экономические и психолого-педагогические проблемы непрерывного образования. Кемерово: КемГУ, 1995, 203–207с.

10. *Гладкая И.В., Глубокова Е.Н., Писарева С.А., Примчук Н.В. и др.* Учебный кейс «Свободный урок: организуем взаимодействие с классом»: уч-методич. пособие. – СПб.: «Свое издательство», 2014.
11. *Громько Ю.В.* Проектирование и программирование в образовании. – М., 1996, 320 с.
12. *Давыдов В.В.* Теория развивающего обучения. – М.: Интор, 1996. – 544 с.
13. *Далингер В.А.* Компетентностный подход и образовательные стандарты общего образования // Образовательно-инновационные технологии: теория и практика: монография / под ред. О.И. Кирикова. – Книга 2. – Воронеж: Изд-во ВГПУ, 2009. – С. 7–18.
14. *Далингер В.А.* Системно-деятельностный подход к обучению математике // Наука и эпоха: монография / под ред. О.И. Кирикова. – Воронеж: Изд-во ВГПУ, 2011. – С. 230–243.
15. *Иванова Е. О.* Тенденции развития образования в условиях информационного общества – Ярославский педагогический вестник. 2011. Т. 2. № 2. С. 12-14.
16. *Ильин Г. Л.* Концепция проективного образования личности в контексте эволюции понимания предмета психологии №3(24) июль—сентябрь 2010.
17. *Кавецкий И.Т., Рыжковская Т.Л., Коверзнева И.А., Игнатович В.Г., Лобан Н.А., Сабуров Х.М.* Влияния основных тенденций развития современного образования на формирование личности учащихся. Фундаментальные исследования. 2014. № 3. С. 613-616.
18. *Канке В. А.* История, философия и методология социальных наук : учебник для магистров– М. : ЮРАЙТ, 2014. – С. 8–52.
19. *Колмогоров А.Н.* Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / Под ред. Колмогорова А.Н., Абрамова А.М., Дудницына Ю.П. и др.,– М.: Просвещение, 2007.– 384 с.: ил.

20. *Крылова Н. Б.* Культурология образования. – М.: Народное образование, 2000. 272 с.
21. *Кузнецова, Г.М.* Программа для общеобразовательных школ, гимназий, лицеев. Математика 5-11 кл. / Г.М. Кузнецова, Н.М. Миндюк.– М.: Дрофа, 2004.– 172 с.
22. *Лазарев В.С.* Формирование познавательных действий в учебной деятельности // Педагогика. – 2014. – №6. – С. 3-12.
23. *Майданкина Н.Ю.* Тенденции в развитии современного непрерывного образования. VI Международной дистанционной научно-практической конференции. Под общей редакцией О. П. Чигишевой. 2014. С. 20-26.
24. *Малыгина О.А.* Обучение высшей математике на основе системно-деятельностного подхода: учеб. пособие. – М.: Изд-во ЛКИ, 2008. – 256 с.
25. *Мордкович А.Г., Смирнова И.М., Денищева Л.О. и др.* Алгебра и начала анализа 10-11 кл.: Учеб. для общеобразоват. учреждений. /; Под ред. А.Г. Мордковича.– М.: Мнемозина, 2002.– 375 с.: ил.
26. *Мордкович, А.Г.* Алгебра и начала анализа. 10 кл.: Учеб. для общеобразоват. учреждений (профильный уровень) / Мордкович А.Г., Семенов П.В.– М.: Мнемозина, 2006.– 287 с.: ил.
27. *Мордкович, Виленкин.* Статья "Что такое производная?" Научно-популярный физико-математический журнал "Квант" [Электронный ресурс]: URL: http://kvant.mccme.ru/1975/12/chto_takoe_proizvodnaya.htm (Дата обращения 15.01.2015).
28. *Мурзина И.Я.* Культурологическое образование сегодня: необходимо или достаточно// Современные проблемы науки и образования. 2014. №6. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.science-education.ru/120-16602> (Дата обращения 15.01.2015)
29. Национальная образовательная инициатива "Наша новая школа" 04 февраля 2010 г. Пр-271 [Электронный ресурс]: URL: <http://xn--80abucjiiibhv9a.xn-->

- p1ai/%D0%B4%D0%BE%D0%BA%D1%83%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%82%D1%8B/1450 (дата обращения 03.03.2016).
30. *Новикова Л.И.* Школа и среда / Новикова Л.И. – М.: Знание, 1979, 96с.
 31. Новый закон «Об образовании в РФ [Электронный ресурс]: URL: <http://www.zakonrf.info/zakon-ob-obrazovanii-v-rf/> (дата обращения 24.03.16).
 32. *Осмоловская И.* Учить по-разному / Осмоловская И.// Семья и школа. – 1995. – № 3. 34-37 с.
 33. *Пикулик О. В.* Педагогическое сопровождение саморазвития обучающихся в условиях сетевого взаимодействия 13.00.01 – общая педагогика, история педагогики и образования. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата педагогических наук Саратов , 2013.
 34. *Полат Е.С.* Личностно-ориентированные технологии обучения. 12 летняя школа. Проблемы и перспективы развития общего среднего образования / Полат Е.С. – М.: ИОСО РАО, 1999. 240 с.
 35. Постановление Правительства Российской Федерации от 4 октября 2000 г. N 751 г. Москва "О национальной доктрине образования в Российской Федерации" [Электронный ресурс]: URL: <http://www.rg.ru/2000/10/11/doktrina-dok.html> (дата обращения: 03.03.2016).
 36. *Прозументова Г.Н.* Школа совместной деятельности: концепция, проект, практика развития. Кн. I / под ред. Прокументовой Г.Н. – Томск, 1997. 24 с.
 37. *Прозументова Г.Н.* Экспериментальная программа школы совместной деятельности / Прокументова Г.Н., Ковалевская Е.Н. – Томск, 1992. 40 с.
 38. *Сексте Я.А.* Глобализация образования в XXI веке: современные тенденции и проблемы развития. Современное образование: традиции и инновации. 2015. № 2. С. 32-38.

39. *Старовойтова С.В.* Основы психологии и педагогики. Минск: Изд-во МИУ, 2010.
40. Стратегия развития информационного общества в Российской Федерации от 7 февраля 2008 г. N Пр-212 [Электронный ресурс]: URL: <http://rg.ru/2008/02/16/informacia-strategia-dok.html> (дата обращения 24.03.16).
41. *Тестов В. А.* Основные задачи развития математического образования // Образование и наука. 2014. № 4 (113). 3-17 с.
42. *Усатая Т.В.* Проектное образование в техническом университете // Известия Челябинского научного центра, вып. 2 (19), 2003.
43. Федеральный Государственный Образовательный Стандарт [Электронный ресурс]: URL: http://www.stupeni15.edusite.ru/DswMedia/_file_doc_fgos_oo.pdf (дата обращения 03.03.2016).
44. *Флиер А. Я.* Современная культурология: проблемы, возможности, задачи. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.culturalnet.ru/main/getfile/1579> (Дата обращения 15.01.2015).
45. *Фоменко Е.В., Кизелевич И.Е.* Системно-деятельностный подход как средство формирования требуемых результатов образования ФГОС. Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы... / отв. ред. А.В. Багачук: КГПУ им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2016. – 156 с.
46. *Фоменко, С.Л.* Проектное обучение как инновационный метод в системе повышения квалификации и переподготовки педагогических кадров / С.Л. Фоменко // Фундаментальные исследования. – 2010. – № 10 – С. 135-139.
47. *Юдин Э.Г.* Системный подход и принцип деятельности. – М.: Наука, 1978. – 342 с.

Задания для организации устного счета

Задание: Вычислите производные следующих функций:

	A	B	C
1	5^{10}	π	90
2	$2x$	x	$-10x$
3	$\frac{3}{x}$	$\frac{5}{x-1}$	$\frac{\pi}{x}$
4	$2x^5$	$3x^4$	$7x^3$
5	$(x-3)^3$	$(x+2)^2$	$(x-6)^4$
6	$\frac{2}{x^2}$	$\frac{3}{x^3}$	$-\frac{4}{x^2}$
7	$\frac{3}{(x+5)^2}$	$\frac{2}{(x-3)^2}$	$\frac{1}{(x-6)^2}$
8	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$\frac{2}{\sqrt{x}}$	$\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$
9	$\sin 2x$	$\sin 3x$	$\sin \frac{x}{4}$
10	$\cos 3x$	$\cos 2x$	$\cos 5x$
11	$\operatorname{ctg} 3x$	$\operatorname{ctg}(2x + \frac{\pi}{3})$	$\operatorname{ctg}(3x - \frac{\pi}{6})$
12	$3\cos 2x$	$2\cos 3x$	$4\cos 3x$
13	$4\operatorname{tg} 2x$	$3\operatorname{tg}(x + \frac{\pi}{3})$	$2\operatorname{tg}(2x + \frac{\pi}{6})$
14	$5\operatorname{ctg} 3x$	$3\operatorname{ctg} 3x$	$5\operatorname{ctg} 2x$
15	$\cos^2 x$	$\cos^2(x + \frac{\pi}{3})$	$\cos^3(x - \frac{\pi}{6})$
16	$\operatorname{tg}^2 x$	$\operatorname{tg}^2 2x$	$\operatorname{tg}^2 3x$
17	$2\sin^3 2x$	$3\cos^2 3x$	$2\operatorname{tg}^3 2x$

Задания для организации фронтального опроса

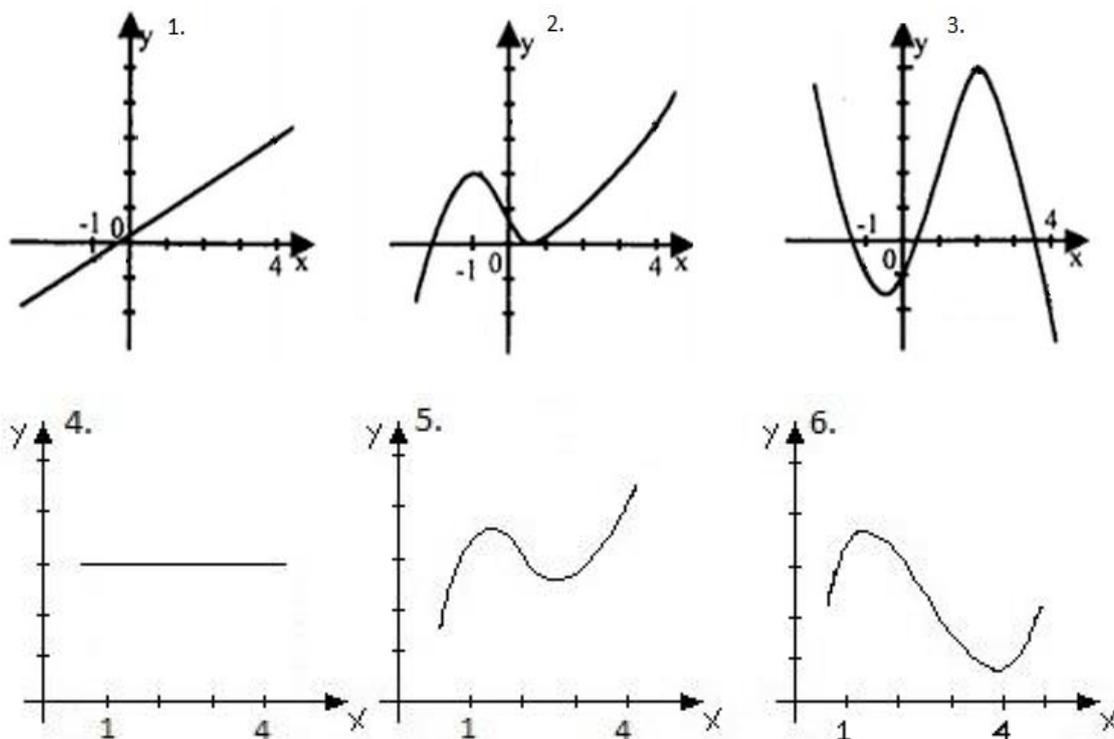


Рис. 12. Графики функций

Эталон решения задания для организации самопроверки учащихся.

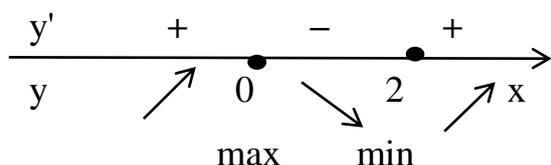
Решение.

Найдем производную заданной функции:

$$y' = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2).$$

Найдем стационарные точки функции:

Определим знаки производной функции и изобразим на рисунке поведение функции:



$$y(0)=2$$

$$y(-1)= - 2$$

$$y(2)= - 2$$

$$y(5)= 52$$

Ответ: $y_{\text{наиб.}} = y(5) = 52$.

Приложение 4

Задания для организации работы учащихся в группах над мини-проектами

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = (x + 3)^2(x + 5) - 1$ на отрезке $[-4; -1]$.
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = (x - 2)^2(x - 4) + 5$ на отрезке $[1; 3]$.
3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = (x + 6)^2(x + 3) + 11$ на отрезке $[-5; -2]$.
4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = (x - 8)^2(x + 1) + 7$ на отрезке $[0; 8]$.

Приложение 5

Задания для организации самостоятельной работы

1. Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 48x + 17$ на отрезке $[-7; 18]$.
2. Найдите точку минимума функции $y = -\frac{x^2+289}{x}$ на отрезке $[2; 21]$.
3. Найдите наименьшее значение функции $y = (x - 10)^2(x + 4) + 7$ на отрезке $[2; 14]$.

4. Найдите наибольшее значение функции $y = 15x - 3\sin x + 5$ на отрезке $[-\frac{3\pi}{2}; 0]$.

Приложение 6

Эталон решения задания для организации самопроверки учащихся

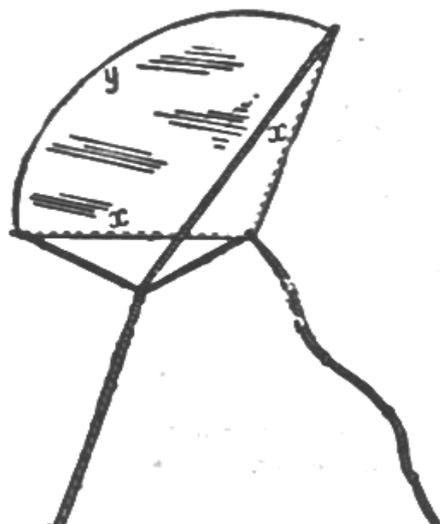


Рис.13. Воздушный змей

Решение.

Введем обозначения (рис. 13):

Пусть радиус сектора – x , дугу обозначим за y , тогда периметр можно

выразить так: $p = 2x + y$ и площадь равна: $S = \frac{xy}{2}$. Выразим и подставим в

формулу площади: $S = \frac{x(80 - 2x)}{2}$. Найдем производную функции S :

$$S' = \frac{80 - 4x}{2}$$

Исследуем функцию на интервале $(0 ; 80)$. Получаем, что в точке $x = 20$ функция принимает наибольшее значение, что нам и требовалось по условию задачи. Таким образом, мы нашли такие размеры кругового сектора $x = 20$ и $y = 40$, при которых площадь бумажного змея наибольшая.

Ответ: 20, 40.

Примерные задачи учеников

Задача 1. Функция прибыли фирмы имеет вид: $\Pi(Q) = R(Q) - C(Q) = 2/5 Q^2 - 4Q + 20$, где $R(Q)$ – выручка, $C(Q)$ – издержки. Сколько следует фирме производить продукции, если ее производственные мощности ограничены объемом производства $Q = 3$ [41].

Решение.

Задача сводится к исследованию функции на наибольшее значение на промежутке $[0;3]$.

$$\Pi'(Q) = 4/5 Q - 4$$

$$\Pi'(Q) = 0$$

$$Q = 5$$

Таким образом, $Q = 5$ – критическая точка. Проанализируем характер изменения производной (рис. 13)

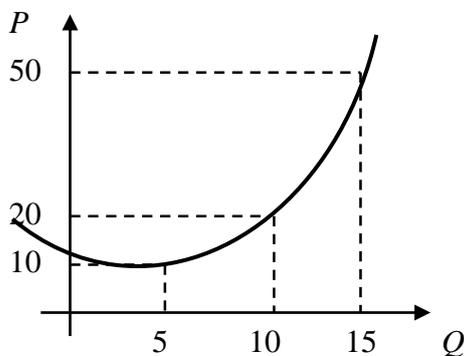


Рис.14. График функции $y = \Pi'(Q)$.

При $Q < 5$ $\Pi'(Q) < 0$ и прибыль убывает; при $Q > 5$ $\Pi'(Q) > 0$ и прибыль возрастает. Следовательно, в точке экстремума прибыль принимает минимальное значение, и таким образом этот объем производства не является оптимальным. Точка $Q = 5$ не принадлежит промежутку $[0; 3]$, и функция на нем убывает, следовательно, она принимает наибольшее значение при $Q = 0$. В этом случае при $Q = 3$, фирме выгодно ничего не производить (например, сдавать помещение в аренду).

Задача 2. Легенда об основании Карфагена гласит, что когда финикийский корабль пристал к берегу, местные жители согласились продать прибывшим столько земли, сколько можно оградить бычьей шкурой. Но хитрая финикийская царица Дидона разрешила эту шкуру на ремешки, связала их и оградилась ремнем большой участок земли, примыкавший к морю. Считая берег моря прямолинейным, а огражденный участок прямоугольным, перед Дидоной встала задача: как оградить прямоугольный участок имеющимися ремешками длиной l , чтобы площадь была наибольшей [12]?

Задача 3. База находится в лесу в 5 км от дороги, а в 13 км от базы на этой дороге есть железнодорожная станция. Пешеход по дороге идет со скоростью 5 км/ч, а по лесу – 3 км/ч. За какое минимальное время пешеход может добраться от базы до станции [12]?

Задача 4. Командиру межгалактического космического корабля, движущемуся по закону $x(t) = 1 + 9t + 3t^2 - t^3$, сообщили о том, что приборы зафиксировали неопознанный летающий объект, стремительно приближающийся к кораблю. Чтобы избежать столкновения, необходимо максимально увеличить скорость. Каким должно быть ускорение корабля в момент, когда скорость станет максимальной [12]?