

Красноярск 2016  
**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им.В.П.АСТАФЬЕВА**  
(КГПУ им.В.П.Астафьева)

Институт Институт математики, физики и информатики  
(одноименное название института/факультета)  
Кафедра Кафедра математического анализа и методики обучения  
математики в ВУЗе  
(полное наименование кафедры)

Т.И.Вахабова  
Выпускная квалификационная работа

Трудоемкость учебной деятельности при решении  
математических задач  
направление 44.03.01 Педагогическое образование  
профиль Математика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Зав.кафедрой Математического анализа  
и методики обучения  
математике в ВУЗе  
(полное наименование кафедры)



Л.В.Шкерина  
(И.О.Фамилия)

2016 г.

Руководитель

К.ф.м.н доцент каф. МАиМОМВ  
П.П.Дьячук

(полное наименование кафедры, И.О.Фамилия)

Дата защиты 20.06.2016  
Обучающийся Т.И.Вахабова

Оценка

Красноярск 2016

## Содержание

Введение.....	3
Глава 1. Педагогические особенности понятий «учебная деятельность» и «трудоемкость».....	6
1.1. Сущность понятия «трудоемкость».....	6
1.2. Основные современные психолого-педагогические концепции учебной деятельности.....	7
Глава 2. Педагогические основы обучения решению текстовых задач в курсе математики.....	15
2.1. Понятие «задача», «текстовая задача». Классификация задач.....	15
2.2. Методы решения задач.....	22
Глава 3. Исследование нормативной и фактической трудоемкости.....	31
3.1. Исследование нормативной трудоемкости при решении математических задач в пятом классе.....	31
3.2. Исследование фактической трудоемкости у учащихся при решении математических задач.....	36
Заключение.....	45
Литература.....	48
Приложение.....	51

## **Введение**

Представленная работа посвящена теме «Трудоемкость учебной деятельности при решении математических задач».

Все люди, проживая каждый день своей жизни, приобретают знания. Большинство значимых для дальнейшей жизни знаний мы получаем в школе. Школа - это дом знаний, где каждый ученик на протяжении 11 лет может получить все знания, которые ему будут необходимы в дальнейшей жизни. Но далеко не у всех есть интерес к получению знаний. Для этого у ребенка должен быть мотив.

Мотивы, побуждающие к приобретению знаний, могут быть различными. К ним относятся, прежде всего, широкие социальные мотивы: необходимо хорошо учиться, чтобы в будущем овладеть желаемой специальностью, чувство долга, ответственность перед коллективом и т.д. Однако, как показывают исследования, среди всех мотивов обучения самым действенным является интерес к предмету. Интерес к предмету осознается учащимися раньше, чем другие мотивы учения, им они чаще руководствуются в своей деятельности, он для них более значим, и поэтому является действенным, реальным мотивом учения. Из этого, конечно, не следует, что обучать школьников нужно лишь тому, что им интересно. Познание - труд, требующий большого напряжения. Поэтому необходимо воспитывать у учащихся силу воли, умение преодолевать трудности, прививать им ответственное отношение к своим обязанностям. Но одновременно нужно стремиться облегчить им процесс познания, делая его привлекательным.

Одним из предметов, который изучается в школе это математика. Математика имеет очень важное значение в жизни, она присутствует не только в процессе освоения профессии и реализации полученных знаний. Так или иначе, мы используем царицу наук практически в каждый момент времени. Именно поэтому математике начинают обучать достаточно рано.

Решая простые и сложные задачи, ребенок не просто учится складывать, вычитать и умножать. Он медленно, с азов постигает устройство современного мира. И речь тут идет не о техническом прогрессе или умении проверять сдачу в магазине. Математика формирует некоторые особенности мышления и оказывает влияние на отношение к миру. (1) Именно поэтому математике, как предмету для изучения, в школе отводится большая часть времени. После этого меня заинтересовал вопрос, а сколько времени ученик тратит на изучение математики за год в школе? И какую часть этого времени он тратит на решение задач? А какое время занимает решение математической задачи у учащихся?

Итак, **целью** данной работы стало определить трудоемкость учебной деятельности при решении математических задач в 5 классах.

**Объект нашего исследования** – школьники 5 класса.

**Предмет** работы – трудоемкость при решении математических задач в 5 классе.

Поставленная цель раскрывается с помощью следующих задач:

1. Проанализировать психолого-педагогическую литературу по теме исследования.
2. Определить нормативную трудоемкость учебной деятельности с помощью общеобразовательных программ по математике в 5 классе.
3. Выявить количество часов, затраченных на решение математических задач в 5 классе.
4. Определить нормативную и фактическую трудоемкость при решении математических задач у учащихся с разным уровнем успеваемости.

**Гипотеза исследования** заключается в предположении, что успеваемость по тому или иному предмету формируется в ходе изучения учебного предмета, и на него оказывают влияние очень многие факторы, в том числе трудоемкость домашних заданий, решения тестов, и задач.

В ходе исследования были использованы следующие **методы**: анализ психолого-педагогической литературы; наблюдение; методы математической обработки данных.

**Экспериментальная база исследования:** констатирующий эксперимент проводился на базе МКОУ Самойловской СОШ, Абанского района. В нем приняли участие 11 школьников в возрасте 10-11 лет.

**Структура выпускной квалификационной работы** состоит из введения, двух глав, выводов по главам, заключения, списка использованной литературы, приложения.

## **Глава 1. Педагогические особенности понятий «учебная деятельность» и «трудоемкость».**

### **1.1 Сущность понятия «трудоемкость»**

Для начала необходимо разобраться, что такое трудоемкость. Проанализировав литературу, мы столкнулись с разными трактовками понятия трудоемкости. С одной стороны, под трудоемкостью понимают время, затраченное на какую-либо деятельность. Так в большой советской энциклопедии можно найти такое толкование понятия трудоемкости. «Трудоемкость-показатель, характеризующий затраты рабочего времени на производство определённой потребительной стоимости или на выполнение конкретной технологической операции»[2].

В энциклопедическом словаре трудоемкость определяется как «экономический показатель, характеризующий затраты рабочего времени на изготовление единицы продукции или на выполнение определенной работы». [4]

Также в других источниках, под трудоемкостью понимают затрату времени за работу на единицу продукции (работ или услуг). Трудоемкость измеряется, как правило, в нормо-часах, то есть часах, затраченных на производство. Данный показатель является обратным показателю производительности труда [3].

С другой же стороны, под трудоемкостью принято считать сумму затрат живого труда на производство единицы продукции. Или же сумму трудозатрат на объем продукции, который был выпущен или объём выполненных работ.

Различают три вида трудоемкости:

1. Нормативная трудоемкость. Она рассчитывается на основе действующих норм труда, а также норм времени, выработки времени, обслуживания и численности. Используется для определения трудовых затрат, необходимых для изготовления отдельных изделий, и также на

выполнение производственной программы. Если перевести данное определение на математический язык, то нормативной трудоемкостью учебной деятельности будет являться планируемое время, отведенное на решение математических задач за учебный год.

2. Плановая трудоемкость отличается от нормативной на величину снижения трудозатрат, которые планируются в текущем периоде за счет реализации организационно-технических мероприятий.

3. Фактическая трудоемкость - это сумма трудозатрат на объем продукции, который был выпущен или объём выполненных работ. Если связывать данное определение с математикой, то можно сказать, что фактической трудоемкостью учебной деятельности при решении математических задач является количество усилий, прилагаемых на решение задач.

Показатели трудоемкости необходимы для расчета уровней производительности труда, оценки эффективности применения новых конструкций, материалов и технологических процессов, а также эффективности механизации работ, когда определяются трудовые затраты на единицу, либо на весь комплекс выполненных механизмами работ[19].

В нашем случае, под трудоемкостью мы будем понимать не только время, затраченное на выполнение математической задачи, но и сумму трудозатрат на объем решенных задач.

## **1.2. Основные современные психолого-педагогические концепции учебной деятельности.**

Если говорить об учебной деятельности, то для начала нам необходимо вспомнить понятие «обучение». Как уже известно «обучение - это специально организованный, управляемый процесс взаимодействия учителей и учеников, направленный на усвоение знаний, умений, навыков, формирование мировоззрения, развитие умственных сил и потенциальных возможностей обучаемых, закрепление навыков самообразования в

соответствии с поставленными целями».

Основу обучения составляют знания, умения, навыки. Знания - это отражение человеком объективной действительности в форме фактов, представлений, понятий и законов науки. Они представляют собой коллективный опыт человечества, результат познания объективной действительности. Умения - это готовность сознательно и самостоятельно выполнять практические и теоретические действия на основе усвоенных знаний, жизненного опыта и приобретенных навыков. Навыки - компоненты практической деятельности, проявляющиеся при выполнении необходимых действий, доведенных до совершенства путем многократных упражнений.

В любом воспитании всегда содержатся элементы обучения. Обучая - воспитываем, воспитывая - обучаем. Современная дидактика под обучением понимает совместную деятельность учителя и учащихся при ведущей роли учителя. Процесс обучения выделяет две стороны:

Преподавание – это деятельность одного учителя, которая направлена на изложение материала по программе, а также организацию учебно-познавательной деятельности учащихся, и проверку усвоения знаний, умений, навыков.

Учение же это сознательная деятельность учащихся, проходящая под руководством учителя, направленная на усвоение знаний, формирование умений и навыков, закрепление и применение знаний.

Для характеристики деятельности ученика пользуются понятиями «познавательная деятельность», «учебная деятельность», «учение». При этом в психолого-педагогической и методической литературе эти понятия имеют различное толкование.

Например, Щукина Г.И. отождествляет познавательную деятельность и учение, а Алексеев М.И. - учебную деятельность и учение. По мнению Рубинштейна С.Л. существует «два вида знания, точнее, два способа



научения и два вида деятельности, в результате которых человек овладевает новыми знаниями и умениями. Один из них специально направлен на овладение этими знаниями и умениями как на свою прямую цель. Другой приводит к овладению этими знаниями и умениями, осуществляя иные цели. Учение в последнем случае - несамостоятельная деятельность, а процесс, осуществляющийся как компонент и результат деятельности, в которую он включён. Учение, доведённое до завершающих результатов, обычно осуществляется обоими способами, в этом или ином соотношении». Поэтому необходимо выделить два основных понятия: познавательная деятельность (учение) и учебная деятельность.

«Познавательная деятельность» - это активное изучение человеком окружающей действительности, в процессе которого индивид приобретает знания, познает законы существования окружающего мира и учится не только взаимодействовать с ним, но и целенаправленно воздействовать на него. Оно содержит в себе понятие «учебная деятельность», т.к. познавательная деятельность, направленная на овладение знаниями, умениями и навыками, является учебной деятельностью. Учебную деятельность мы будем рассматривать как вид познавательной деятельности, прямая цель которой - овладение учащимися знаниями, умениями и навыками, в результате которой происходит изменения в самом ученике, в его развитии.

Любой процесс получения знаний как в результате организованный учебно-познавательной деятельности, так и стихийное приобретение знаний, умений и навыков, в психологии называют научением. Целенаправленное и организованное научение называют обучением. Обучение рассматривается как процесс стимуляции познавательной деятельности ученика и управления ею, в результате чего у ученика формируются знания, умения и навыки.

Понятие деятельности - одно из основных в современной психологии. А.Н. Леонтьев определял деятельность как молярную единицу «жизни

телесного материального объекта. В более узком смысле, - писал он, - т.е. на психологическом уровне, это единица жизни, опосредованный психологическим отражением, ... это не реакция и не совокупность реакций, а система, имеющая строение, свои внутренние переходы и превращения, своё развитие». Таким образом, деятельность - процесс активности человека, характеризуемый предметом (на что направлен данный процесс), потребностью и мотивом, целями и условием их достижения, действиями и операциями. Предмет деятельности - то, на что направлен процесс (создание продукта деятельности, приобретение знаний саморазвитие). Потребность в деятельности - это основной источник активности человека, его нужда в предмете деятельности. Форма проявления потребности - мотив - это то, что побуждает человека к деятельности, связано с удовлетворением определённой потребности. Цель деятельности - её направленность на определённый результат.

Без умения ставить цели и достигать их потребности и мотивы остаются нереализованными. Цели деятельности определяют выбор действий, условия достижения цели - выбор операций (способов выполнения действий).

Деятельность субъекта определяют потребности, которые «способны выполнить эту функцию лишь при условии, что они являются предметными», т.е. наполнены конкретным содержанием, которое черпается из окружающего мира. Развитие потребностей происходит в форме развития их предметного содержания.

Действия, как было отмечено выше, соотносятся с целями, операции - с условиями их содержания. Цель действия есть представление человека о результате действия, отвечающее его потребностям. Условия достижения цели (выполнение действия) составляют неспецифические особенности

предмета, действия, непосредственно несвязанные с достигаемой целью, а также особенности состояния человека в момент выполнения действия.

На начальном выполнении действия цель и условия выступают как задание, которое ставится перед человеком им самим или другими. Например, цель того или иного действия, входящее в другое действие, есть условие его выполнения.

В каждом выполняемом человеком действии различают результат этого действия и общие способы, с помощью которых выполняется данное действие. Если усилия человека направлены на овладение общими способами действий, то его деятельность становится целенаправленной.

Одно и то же действие осуществляет разные виды деятельности, переходят из одного в другой. Различают виды деятельности, в которых действия являются внутренними (мыслительная деятельность) и виды деятельности с внешними действиями (трудовая деятельность). Внутренние действия отделены от практических действий над самими предметами, продукт внешних действий воплощается в некотором предмете. В любой деятельности человека участвуют теоретические действия, которые могут протекать как во внутренней, так и во внешней форме. Теоретические действия проходят через внешнюю форму, постепенно становятся внутренними.

Таким образом, всякая деятельность, в том числе учебная и познавательная деятельность учащихся в обучении содержит как внутренние, так и внешние компоненты. Внутренняя деятельность производна от внешней. Между ними имеет место двусторонняя связь, взаимопереходы, потому что внешняя и внутренняя деятельность имеют одну и ту же макроструктуру.

Управление процессом обучения через обработку макроструктуры деятельности учащихся составляет сущность деятельного подхода в дидактических и методических исследованиях.

Под учебной деятельностью Д.Б. Эльконин, В.В. Давыдов и др. понимают деятельность учащихся по приобретению теоретических знаний о предмете изучения на основе его преобразования, экспериментирования с ними. Усвоение знаний в этом случае носит творческий характер. Однако, в ряде психолого-педагогических исследований показано, что полноценное усвоение знаний возможно только в том случае, когда данный процесс строится на основе формирования операционных структур умственной деятельности, поэтому в процессе обучения объектами усвоения школьника должны являться не только знания, но и приёмы, способы учебной деятельности.

Таким образом, содержание учебной деятельности составляют как теоретические знания, так и приёмы. Способы деятельности, то есть составляющие им умения и навыки. Поэтому можно сказать, что реализация учебной деятельности осуществляется посредством выполнения учащимися соответствующих действий.

Рассмотрим некоторые особенности, отличающие учебную деятельность от других видов деятельности.

Первая особенность учебной деятельности - направленность ученика на овладение определёнными знаниями и умениями. Учебная деятельность не только объективно направлена на осуществление целей образования, как и все другие деятельности, но субъективно направлена на это. Она адекватно мотивирована, тогда как все другие деятельности в процессе обучения мотивированы неадекватно, хотя они и направлены на осуществление указанных целей, но мотивируются учеником (например, мотивами оценки,

соревнования и т.д.). Выполняя учебную деятельность, ученик ставит перед собой вполне конкретные цели (освоить определённый учебный материал, овладеть каким-то действием, выработать привычку поведения и т.д.).

Вторая особенность учебной деятельности - направленность на освоение общих способов действий. Под способами действий в психологии понимают особые системы, операции, благодаря которым человек открывает свойства предметов и явлений, в отношении которых и при опоре на которые осуществляются различные преобразования.

Третья особенность учебной деятельности - изучение учебного материала строится по принципу содержательного обобщения, когда освоение знаний общего и абстрактного характера предшествует знакомству с более частными и конкретными знаниями, - последние выводятся из первых как из своей единой основы. При таком усвоении ученик первоначально выделяет и фиксирует общую «клеточку» изучаемого материала, а затем, опираясь на неё, рассматривает различные частные её проявления. Другими словами, данная особенность учебной деятельности состоит в том, что её содержанием являются теоретические знания.

Четвёртая особенность - результатом учебной деятельности является изменение самого ученика, его развитие, т.к. все конкретные цели учащегося имеют общее направление на конечную цель - воспитание всесторонне развитой социально зрелой личности.

Условиями правильной организации учебной деятельности являются: потребности самих учащихся осуществлять творческое преобразование учебного материала с целью овладения новыми знаниями; постановка учебной задачи, стимулирующей эту потребность; внимание учителя к полноценному выполнению учащимися учебных действий по решению учебной задачи. Таким образом, учитель обучает в соответствии с

требованиями учебной деятельности (методом решения школьниками учебных задач), опираясь на потребности и готовность школьников к овладению теоретическими знаниями, умеет построить перед ними на конкретном материале задачу и решить её с учащимися.

Теория учебной деятельности включает в себя три звена:

- мотивационно-ориентировочное (постановка учебной задачи),
- исполнительно-операционное (учебные действия для решения учебной задачи)
- контрольно-оценочное.

Основным содержанием учебной деятельности являются общие способы действий (алгоритмы, приёмы) по решению достаточно широких классов задач, когда деятельность учащихся направлена на овладение этими общими способами.

Исходя из вышесказанного, можно сделать вывод о том, что под трудоемкостью учебной деятельности понимается время и трудозатраты, затраченные деятельностью ученика, сутью которой является развитие способностей, необходимых для изучения учебного материала.

## **Глава 2. Педагогические основы обучения решению текстовых задач в курсе алгебры основной школы**

### **2.1. Понятие «задача», «текстовая задача». Классификация задач**

В психолого-педагогической литературе можно найти различные подходы к понятию «задача». В основном эти подходы едины по указанию проблемной ситуации как источника задачи, и различаются по характеристике места и роли субъекта в рассматриваемой ситуации.

Например, «задача» по словарю Ушакова означает «вопрос, требующий разрешения, то, что задано для решения, разрешения», или же как «цель, то, что необходимо осуществить, чего необходимо достигнуть». В словаре Ожегова говорится о том, что задача это «упражнение, которое выполняется посредством умозаключения, вычисления». Термин, применяемый к математике, звучит следующим образом: «задача - это проблемная ситуация (вопрос), которая требует решения посредством использования определённых умений, знаний, размышлений. Это цель, которая находится в рамках проблемной ситуации, что необходимо достичь, а также условие и требование». С точки зрения Л. М. Фридмана «любая задача представляет собой требование или вопрос, на который надо найти ответ, опираясь и учитывая те условия, которые указаны в задаче».

Разные авторы термину «задача» дают различные определения, но все они сходятся в том, что задача — это ситуация, требующая от субъекта умственного действия, направленного на нахождение неизвестного на основе использования его связей с известным.

На протяжении всей жизни человек решает самые различные задачи. В процессе обучения математике школьники решают огромное количество задач, приведенных в учебнике, задачнике или составленных учителем. В школе и институте он делает это по заданию преподавателей, на работе - выполняя служебные обязанности, в быту - в силу жизненной потребности.

«Основная часть нашего сознательного мышления связана с решением задач. Когда мы не развлекаемся и не мечтаем, наши мысли направлены к какой-то конечной цели. Мы ищем пути и средства к достижению этой цели.» (Д. Поля «Как решать задачу»).

В учебной и т.п. практике «задача» принимает более узкий смысл и обозначает упражнение, требующее нахождения решения по известным данным с помощью определённых действий (умозаключения, вычисления, перемещения элементов и т.п.), при соблюдении определённых правил, совершения этих действий (логическая задача, математическая задача, шахматная задача).

Задачи, решаемые учениками по различным школьным предметам, различаются между собой в содержании и цели. Однако они практически одинаковы по структуре деятельности, нужной для решения.

В процессе обучения математике задачи выполняют разнообразные функции. Ведущими функциями задач являются: обучающие, воспитывающие и развивающие.

Под обучающими функциями задачи будем понимать те, которые направлены на формирование у школьников системы знаний, умений и навыков. Эти знания, умения и навыки могут быть предусмотрены программой или служить ее расширению и углублению на различных этапах их усвоения. По характеру обучающие функции обычно подразделяются на общие, специальные и конкретные. Первые характеризуют функции задач, которые присущи не только процессу обучения математике, но и всем предметам естественно - математического цикла. К общим обучающим функциям задач обычно относят:

- 1) формирование некоторого понятия (на всех уровнях работы с ним) и установление различных связей между понятиями (от рода к виду, внутри - и межпредметные связи и т.п.);



2) подведение объекта под понятие и выведение следствия из факта принадлежности объекта объему данного понятия, описание объекта, его определение;

3) формирование ведущих идей, законов и установление связей между ними;

4) формирование основных видов умозаключений, способов и приемов их проведения;

5) формирование умений и навыков, моделирования учебного материала (чертежи, графики, таблицы, и т.п.) и т.д..

Под специальными обучающими функциями понимают те общие обучающие функции задач, которые могут быть соотнесены лишь с обучением математике. К специальным обучающим функциям могут быть отнесены те, которые связаны с формированием умений и навыков, характерных только для школьного курса математики. Из специальных обучающих функций выделяют конкретные (как их частные виды). Например, при формировании общего умения анализировать условие задачи выполняют общую обучающую функцию; при формировании умения решать математические задачи они выполняют специальную обучающую функцию; и, наконец, математические задачи «на части» (или другие) выполняют в обучении конкретную специальную функцию.

Не следует забывать и о воспитательных функциях задач, наиболее важными и актуальными среди которых являются следующие:

1) поддержание и возбуждение интереса к математике;

2) воспитание у школьников ответственного отношения к предмету;

3) воспитание потребности и умения учиться математике;

4) воспитание понимания диалектического характера познания в математике: от целенаправленного наблюдения процесса, явления, объекта к абстрактному мышлению (к обдумыванию отмеченных закономерностей их взаимосвязей, обоснований и т.д.), а от него - к практической проверке полученных результатов, к получению новых возможных закономерностей.

Под развивающими функциями задач будем понимать те, которые направлены на развитие мышления учащихся, на формирование качеств, присущих научному мышлению, на овладение приемами эффективной умственной деятельности. Рассматривают как общие, так и специальные развивающие функции задач.

К общим развивающим функциям задач можно отнести следующие:

- 1) формирование умений эффективно использовать в изучении математики методы научного познания, такие как наблюдение, сравнение, противопоставление, анализ и синтез, обобщение и специализация, и др.;
- 2) владение элементарной логической грамотностью;
- 3) владение умением выполнять умозаключения индуктивного и дедуктивного характера;
- 4) умение правильно ставить мысленный и/или практический опыт, выдвигать гипотезы, проверять их;
- 5) умение осуществлять выбор средств и методов для достижения поставленной цели, учитывая конкретные условия; и т.д.

К специальным развивающим функциям математических задач могут быть отнесены следующие:

- 1) умение математизировать простейшие ситуации жизненного характера;
- 2) умение выдвигать гипотезу о свойствах математического объекта, доказывать или опровергать ее;
- 3) умение распознавать то или иное математическое понятие в различных ситуациях;
- 4) умение правильно пользоваться математической символикой и т.п.

Рассмотренные функции задач в обучении математике позволяют определить требования к их подбору как по каждой теме курса, так и по курсу в целом в соответствии с целями обучения, воспитания и развития школьников.

Учебные математические задачи являются очень эффективным и часто незаменимым средством усвоения учащимися понятий и методов школьного курса математики, вообще математической теории.

Существует несколько классификаций видов задач в математике:

1. По содержанию выделяются задачи на доказательство, вычислительные, задачи на построение, комбинированные задачи.

2. По функциям. В данную группу можно отнести дидактические, развивающие, познавательные и контролирующие задачи.

3. Также задачи классифицируют по обучающей роли в изучении школьного курса, а именно задачи на усвоение, на овладение математической символикой, задачи на обучение доказательству и т.п.

4. Следующим видом станут задачи с количеством известных ученику компонентов, это шаблонные задачи, задачи-проблемы, и наконец, нестандартные задачи.

Мы же рассмотрим один из видов математических задач это текстовые. Они чаще встречаются на уроках математики, их можно подразделить на традиционные и нетрадиционные (проблемные). Традиционные текстовые задачи – это задачи на движение, работу, сплавы и смеси. Проблемные текстовые задачи – это и есть нестандартные задачи.

Теперь давайте вспомним, какие этапы нужно выполнить для решения текстовой математической задачи.

Решить задачу в широком смысле этого слова — это значит раскрыть связи между данными, заданными условием задачи, и искомыми величинами, определить последовательность применения общих положений математики (правил, законов, формул и т.п.), выполнить действия над данными задачи, используя общие положения, и получить ответ на требование задачи или доказать невозможность его выполнения. Термин «*решение задачи*» широко применяется в математике. Этим термином обозначают связанные между собой, но все же неодинаковые понятия:

1) решением задачи называют *результат*, т.е. ответ на требование задачи;

2) решением задачи называют *процесс нахождения* этого результата, т.е. вся деятельность человека, решающего задачу с момента начала чтения задачи до окончания решения;

3) решением задачи называют лишь те *действия*, которые производятся над условиями и их следствиями на основе общих положений математики для получения ответа задачи.

В условиях школьного обучения практически невозможно исчерпать все многообразие задач, с которыми учащиеся встретятся, окончив школу. Поэтому обучать в школе нужно таким методам и способам решения задач, которые являются общими для многих из них, и обучать так, чтобы достигался более высокий уровень умственного развития учащихся, делающий возможным в дальнейшем самостоятельное решение новых задач.

С начальных классов школьникам необходимо прививать культуру решения задач, заключающуюся в том, что

- поиск решения осуществляется на базе глубокого и всестороннего предварительного анализа задачи,

- каждая из совершенных в процессе решения задачи проб-попыток обосновывается, её результаты анализируются,

- после нахождения верного решения проводится ретроспективный анализ с целью выявления общих методов, примененных при решении, поиска более рационального решения (если это возможно).

Для того чтобы овладеть устойчивым умением решать задачи, нужно стараться работать в аудитории и дома самостоятельно. Нельзя научиться решать задачи, только наблюдая за тем, как это делают другие. Ни в коем случае не следует использовать при решении задач многочисленные решебники и прочие «пособия», заполненные книжный рынок. «Когда задачу решает другой, все ясно, когда решаешь сам, ничего не выходит» (Л. Эйлер). Процесс обучения в школе должен представлять движение ученика от

несамостоятельности к полной самостоятельности. Главная задача школы и учителя – развить у ученика способность самостоятельно добывать знания настолько хорошо, чтобы учитель в определенной мере стал ненужным.

Задача и решение её формирует у обучающихся умение ориентироваться в новых ситуациях, собирать информацию для выполнения иных заданий или изучения новых разделов науки, а также познание действительности.

Математическая задача - это проблемная ситуация, которая решается путём использования математических приёмов, требующих определённых умений и знаний. Задачи делятся на простые и составные, в зависимости от количества действий. Когда решение задания предполагает применение только одного действия, речь идёт о простой задаче. В случае использования более двух действий речь пойдёт о составных задачах. Но и те, и другие могут решаться несколькими способами.

*Пример 1.* Саше 7 лет, он на 3 года старше Тани. Сколько лет Тане?

Данная задача является простой.

*Пример 2.* Будем считать, что айсберг представляет собой прямоугольный параллелепипед. Известно, что его высота над водой равна 36 м, что составляет  $\frac{1}{6}$  часть всей его высоты. Ширина айсберга в 125 раз больше его высоты, но в 3 раза меньше его длины. Определите объём айсберга.

Данная задача является составной.

Решение одного задания различными путями является очень полезным, поскольку в этом случае начинают свою работу разные умственные операции, например, такие как анализ, обобщение, сравнение и прочие. Это, в свою очередь, положительно влияет на развитие математического мышления у обучающихся. Чтобы правильно решить задание, необходимо провести анализ и синтез проблемной ситуации, переформулировку задачи, найти индуктивный метод её решения, используя аналогию и прогнозирование. Всегда нужно помнить о том, что любая задача является

решаемой, необходимо только найти правильный путь, используя знания, умения и навыки, которые приходят в процессе обучения.

## 2.2 Методы решения математических задач

Существуют различные методы решения текстовых задач: арифметический, алгебраический, геометрический, логический, практический и др. В основе каждого метода лежат различные виды математических моделей. Например, при алгебраическом методе решения задачи составляются уравнения или неравенства, при геометрическом — строятся диаграммы или графики. Решение задачи логическим методом начинается с составления алгоритма.

Следует иметь в виду, что практически каждая задача в рамках выбранного метода допускает решение с помощью различных моделей. Так, используя алгебраический метод, ответ на требование одной и той же задачи можно получить, составив и решив совершенно разные уравнения, используя логический метод — построив разные алгоритмы. Ясно, что и в этих случаях мы также имеем дело с различными методами решения конкретной задачи, которые (с целью избежать разночтения и неоднозначность трактовки термина «метод решения») будем называть *способами решения*.

Иногда для краткости изложения вместо того чтобы говорить, что задача решена определенным способом в рамках, например, арифметического метода, будем говорить, что «задача решена арифметическим способом» или «задача решена арифметическим методом», или просто — «задача решена арифметически».

**Арифметический метод.** Решить задачу арифметическим методом — значит найти ответ на требование задачи посредством выполнения арифметических действий над числами. Одну и ту же задачу во многих случаях можно решить различными арифметическими способами. Задача считается решенной различными способами, если ее решения отличаются

связями между данными и искомыми, положенными в основу решений, или последовательностью использования этих связей.

*Пример 3.* Поют в хоре и занимаются танцами 82 студента, занимаются танцами и художественной гимнастикой 32 студента, а поют в хоре и занимаются художественной гимнастикой 78 студентов. Сколько студентов поют в хоре, занимаются танцами и художественной гимнастикой отдельно, если известно, что каждый студент занимается только чем-то одним?

Решение.

1-й способ.

1)  $82 + 32 + 78 = 192$  (чел.) — удвоенное число студентов, поющих в хоре, занимающихся танцами и художественной гимнастикой;

2)  $192 : 2 = 96$  (чел.) — поют в хоре, занимаются танцами и художественной гимнастикой;

3)  $96 - 32 = 64$  (чел.) — поют в хоре;

4)  $96 - 78 = 18$  (чел.) — занимаются танцами;

5)  $96 - 82 = 14$  (чел.) — занимаются художественной гимнастикой.

2-й способ.

1)  $82 - 32 = 50$  (чел.) — на столько больше студентов поют в хоре, чем занимаются художественной гимнастикой;

2)  $50 + 78 = 128$  (чел.) — удвоенное число студентов, поющих в хоре;

3)  $128 : 2 = 64$  (чел.) — поют в хоре;

4)  $78 - 64 = 14$  (чел.) — занимаются художественной гимнастикой;

5)  $82 - 64 = 18$  (чел.) — занимаются танцами.

**О т в е т:** 64 студента поют в хоре, 14 студентов занимаются художественной гимнастикой, 18 студентов занимаются танцами.

**Алгебраический метод.** Решить задачу алгебраическим методом — значит найти ответ на требование задачи, составив и решив уравнение или систему уравнений (или неравенств). Одну и ту же задачу можно также решить различными алгебраическими способами. Задача считается решенной различными способами, если для ее решения составлены различные

уравнения или системы уравнений (неравенств), в основе составления которых лежат различные соотношения между данными и искомыми.

*Пример 4.* Рабочий может сделать определенное число деталей за три дня. Если он в день будет делать на 10 деталей больше, то справится с заданием за два дня. Какова первоначальная производительность рабочего и сколько деталей он должен сделать?

Решение.

*1-й способ.* Пусть  $x$  д./день — первоначальная производительность рабочего. Тогда  $(x + 10)$  д./день — новая производительность,  $3x$  - д. — число деталей, которые он должен сделать. По условию получаем уравнение  $3x = 2(x + 10)$ , решив которое найдем  $x = 20$ . Первоначальная производительность рабочего 20 деталей в день, он должен сделать 60 деталей.

*2-й способ.* Пусть  $x$  д. — число деталей, которые должен сделать рабочий. Тогда  $x/2$  д./день — новая производительность,  $(x/2 - 10)$  д./день — первоначальная производительность рабочего. По условию получаем уравнение  $x = 3(x/2 - 10)$ , решив которое найдем  $x = 60$ . Рабочий должен сделать 60 деталей, его первоначальная производительность 20 деталей в день.

Ответ: 20 деталей в день; 60 деталей.

***Аналитико-Геометрический метод.*** Решить задачу аналитико-геометрическим методом — значит найти ответ на требование задачи, используя как алгебраические выражения, уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств, так и геометрические построения или свойства геометрических фигур. Одну и ту же задачу можно также решить различными геометрическими способами. Задача считается решенной различными способами, если для ее решения используются различные построения или свойства фигур.

*Пример 5.* Из двух городов А и В, расстояние между которыми 250 км, навстречу друг другу выехали два туриста. Скорость движения первого равна 20 км/ч, второго — 30 км/ч. Через сколько часов туристы встретятся?

Решение.



*1-й способ.* Математическую модель задачи представим в виде диаграммы. Примем длину одного отрезка по вертикали за 10 км, а длину одного отрезка по горизонтали — за 1 ч. Отложим на вертикальной прямой отрезок АВ равный 250 км. Он будет изображать расстояние между городами. Для удобства проведем еще одну ось времени через точку б. Затем на вертикальных прямых станем откладывать отрезки пути, пройденные каждым туристом за 1 ч, 2ч, 3ч. и т. д.(рис 1. а). Из чертежа видим, что через 5 ч они встретятся.

*2-й способ.* В прямоугольной системе координат по горизонтали отложим время движения (в часах), по вертикали — расстояние (в километрах).

Примем длину одного отрезка по вертикали за 10 км, а длину одного отрезка по горизонтали — за 1 ч. Построим графики, характеризующие движение каждого туриста. Движение первого туриста определяется функцией  $y = 20x$ , второго —  $y = 250 - 30x$ . Абсцисса точки их пересечения (точки О) указывает, через сколько часов туристы встретятся. (рис 1.б) . Из чертежа видно, что ее значение равно 5. Ордината указывает, на каком расстоянии от пункта А произойдет встреча. Ее значение равно 100.

*3-й способ.* Пусть время движения туристов до встречи изображается отрезком ОТ, а скорость сближения—отрезком OS. (рис 1. в). Тогда площадь S прямоугольника OSO<sup>1</sup>T (она равна OS · ОТ) соответствует расстоянию между городами А и В (пройденный путь есть произведение скорости движения на время движения). Учитывая, что туристы сближаются каждый час на  $20 + 30 = 50$  (км), расстояние между городами равно 250 км, имеем уравнение  $250 = 50 \cdot OT$ , решив которое находим  $OT = 5$  (ч). Итак, туристы встретятся через 5 ч.

Ответ: через 5 ч.

**Практический метод.** Решить задачу практическим методом — значит найти ответ на требование задачи, выполнив практические действия с предметами или их копиями (моделями, макетами и т.п.).

*Пример 6.* Некто истратил 30 р. своих денег, после чего удвоил оставшиеся деньги. Затем он истратил 60 р., после чего опять удвоил оставшиеся деньги. Когда он еще истратил 90 р., у него осталось 70 р. Сколько денег было вначале?

Решение. Чтобы определить, сколько денег было первоначально, возьмем оставшееся количество денег и выполним обратные операции в обратном порядке. Берем оставшиеся 70 р., добавляем к ним истраченные 90 р. (160 р.), затем делим эту сумму пополам и узнаем, сколько денег было до того, как второй раз удвоили оставшиеся деньги (80 р.). После этого добавляем 60 р. и находим, сколько денег было до того, как истратили 60 р. (140 р.). Делим эту сумму пополам и узнаем, сколько денег было до того, как первый раз удвоили оставшиеся деньги (70 р.), прибавляем истраченные в первый раз 30 р. и находим первоначальное количество денег (100р).

Ответ: первоначально было 100 р.

Иногда в ходе решения задачи применяются несколько методов: алгебраический и арифметический; геометрический, алгебраический и арифметический; арифметический и практический и т. п. В этом случае считают, что задача решается комбинированным (смешанным) методом.

*Пример 7.* Четыре товарища купили телевизор. Первый внес половину суммы, вносимой остальными, второй — треть того, что внесли все его товарищи, третий — четверть того, что все его товарищи, четвертый — оставшиеся 650 р. Сколько было уплачено за телевизор?

Решение. Пусть первый товарищ внес  $x$  р., второй —  $y$  р., третий —  $z$  р. Тогда, решая задачу чисто алгебраическим методом, по условию задачи получим достаточно громоздкую систему трех уравнений с тремя неизвестными:

Комбинированный метод позволяет получить ответ на требование задачи более простым путем.

Решение начнем алгебраическим методом.

Пусть первый товарищ внес  $x$  р., тогда все остальные внесли  $2x$  р. Отсюда находим стоимость телевизора:  $x + 2x = 3x$  (р.). Значит, первый внес  $1/3$  стоимости телевизора.

Пусть второй товарищ внес  $y$  р., тогда все остальные внесли  $3y$  р. Отсюда находим стоимость телевизора:  $y + 3y = 4y$  (р.). Значит, второй внес  $1/4$  стоимости телевизора.

Пусть третий товарищ внес  $z$  р., тогда все остальные внесли  $4z$  р. Отсюда находим стоимость телевизора:  $z + 4z = 5z$  (р.). Значит, третий внес  $1/5$  стоимости телевизора.

*Продолжим решение арифметическим методом.*

Первый, второй и третий внесли  $1/3 + 1/4 + 1/5 = 47/60$  стоимости телевизора. Значит, четвертый внес остальные  $1 - 47/60 = 13/60$  стоимости. По условию это составляет 650 р. Следовательно, телевизор стоит  $650 \cdot 60/13 = 3000$  р.

Ответ: 3000 р.

Возвращаясь к теме нашей работы, можно сделать вывод, что трудоемкость учебной деятельности при решении математических задач это время и сумма трудозатрат, затраченное деятельностью ученика, суть которой заключается в развитии способностей, необходимых для изучения учебного материала. В данном случае, мы будем рассматривать время, которое тратит ученик при решении математических задач, а именно в пятом классе, а также количество попыток, совершенных в нахождении правильного выбора действий при решении задач.

### **2.3. Анализ учебника математики Н.Я. Виленкина, В.И. Жохова 5 класса**

Проанализировав учебник авторов Н.Я. Виленкина, В.И. Жохова 5 класса о содержании задач, мы сделали следующий вывод. Текстовые задачи содержатся в каждом пункте, они могут предлагаться ученикам на любом этапе урока: в устной работе, при изучении нового материала, при

закреплении, при повторении ранее изученного и как задание для домашней работы.

Среди текстовых задач, встречаются и сюжетные. Сюжетные задачи - это наиболее традиционный вид математических задач. Они всегда занимали одно из ведущих мест в обучении математике, так как их функции в обучении весьма значительны, и среди них одна из важнейших - методологическая, суть которой заключается в том, что с их помощью обучаемый может познавать реальную действительность, осознавать те знания и умения, которые необходимы при решении любых задач, а не только сюжетных.

Общее количество сюжетных задач в учебниках авторов Н.Я. Виленкина, В.И. Жохова довольно велико, и они распределены по всему изучаемому материалу.

Учебник разбит на две главы: натуральные числа и дробные числа. В первой главе присутствуют задачи на все действия с натуральными числами, во второй главе с пониманием смысла дроби связаны три основные задачи на дроби, осознанного решения которых важно добиться от учащихся. Также определенное внимание уделяется решению текстовых задач на сложение и вычитание, данные которых выражены десятичными дробями. Во всех задачах используется самый разнообразный сюжет. Все сюжеты встречаются в жизни: сборка урожая, приготовление пищи, географическая тематика, заполнение емкости водой, нахождение массы тела, длины ленты, ткани и т.д.

В задачах на движение представлены реальные ситуации, которые можно разыграть на уроке: прогулки от дома до школы, от дома до кинотеатра, от кафе до стадиона, от одного населенного пункта до другого; соревнования на лыжах, велосипедах, автомобилях, по плаванию, движение на различном транспорте от одного пункта до другого; движение по течению реки и против течения на теплоходе, катере, корабле. Много встречается задач на определение возраста людей; на деление заработной платы между

рабочими; на распределение денежных средств между спортсменами, занявших призовые места. Меньше внимания уделяется решению задач арифметическим способом, а делается упор на отработку умений решать алгебраическим способом. После изучения темы "Решение задач с помощью уравнений" этот способ преобладает в дальнейшем. Имеются задачи на проценты.

Задачи в данном учебнике решаются как алгебраическим способом, так и арифметическим.

*Пример 8.* Средний возраст одиннадцати игроков футбольной команды - 22 года. Во время матча один из игроков получил травму и ушел с поля. Средний возраст оставшихся на поле игроков стал равен 21 году. Сколько лет футболисту, получившему травму?

Решение.

Первый способ.

Пусть  $x$  лет - возраст футболиста, получившего травму,  $21 \cdot 10 = 210$  - общий возраст футболистов, оставшихся на поле.

Составим уравнение  $(210+x): 11=22$ ;

$$210+x=22 \cdot 11;$$

$$210+x=242;$$

$$x=242-210;$$

$x=32$  (года) - возраст футболиста, получившего травму.

Второй способ.

1.  $22 \cdot 11 = 242$  года - сумма возрастов всех членов команды

2.  $21 \cdot 10 = 210$  лет - сумма возрастов 10 членов команды (без игрока, получившего травму)

3.  $242 - 210 = 32$  года - возраст футболиста, получившего травму.

Ответ: 32 года.

*Пример 9.* В шахматном турнире участвовали 7 человек, каждый с каждым сыграл по одной партии. Сколько партий они сыграли?

Решение.

Первый способ.

Каждый шахматист сыграл 6 партий, шахматистов 6 человек, значит

1.  $6 \cdot 6 = 36$  партий,

2.  $36 : 2 = 18$  партия.

Делим на 2, в противном случае каждая партия будет сосчитана дважды.

Второй способ.

Построим схему. Пусть каждый шахматист обозначен точкой, а каждая сыгранная партия стрелкой от одного шахматиста к другому.

Будем каждую партию считать один раз.

1)  $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$  партия.

### **Глава 3. Исследование нормативной и фактической трудоемкости**

#### **3.1. Исследование нормативной трудоемкости при решении математических задач в пятом классе**

Содержание образования конкретизируется с помощью учебных планов и программ. Что же такое учебный план? Это нормативный документ, в состав которого входят:

- структура и продолжительность учебных четвертей, учебного года и каникул;
- предметы, которые будут изучаться;
- предметы, которые будут изучаться в каждом классе;
- дисциплин, разделенные на обязательные и необязательные;
- распределение по часам изучение каждого предмета в отдельности, на каждый год.

Учебные планы бывают различными: базисными, типовыми и школьными. Если рассмотреть каждый план в отдельности, то базисный учебный план отвечает за продолжительность обучения, перечень изучаемых предметов, за недельную нагрузку и т.п. Что касается типового учебного план, то он создается на основе базисного плана, является основой для учебного плана школы. Учебный план школы составляется на основе базисного и типового плана и содержит в себе перечень обязательных предметов (в том числе и по выбору), факультативные предметы. Он отвечает за распределение предметов по годам обучения, и время, отводимое на каждый предмет в отдельности, как годовое, так и недельное.

Учебный план школы утверждается педагогическим советом школы. Помимо учебного плана важную роль играет учебная программа, которая определяет содержание основных знаний и умений по каждому учебному предмету, за логику и последовательность изучения тем, за общее количество времени на изучение определенных тем. Учебные программы подразделены на три вида: это типовые, рабочие и авторские программы. Мы возьмем более конкретную программу, которая существует у каждой школы. Это рабочая программа, которая составляется учителем, но при этом она должна соответствовать государственным стандартам и не выходить за ее рамки. Рабочая программа всегда учитывает методические возможности школы, уровень подготовки учащихся, и специфику школы. Данная программа основывается всегда на авторскую программу.

Мы решили проанализировать рабочую программу по математике 5 класса, выяснить сколько времени отводится на изучение данного предмета, и какое количество часов ученики затрачивают именно на решение задач. Другими словами, найти нормативную трудоемкость учебной деятельности на решение задач.

Рабочая программа полностью соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту ООО и составлена на основе примерной программы основного общего образования, федерального перечня учебников, рекомендованных и допущенных к использованию в образовательном процессе в образовательных учреждениях.

Рабочая программа по математике для 5 класса ориентирована на использование учебника Н.Я. Виленкина, В.И. Жохова и др. (М.: Мнемозина) и основана на авторской программе Жохов, В. И. Математика. 5-6 классы. Программа. Планирование учебного материала /И. Жохов. - М.: Мнемозина, 2011.

Просмотрев авторскую программу, мы обнаружили расписание, которую нам предлагает автор Жохов В.И по главам учебника (см. таблицу).

№ п/п	Содержание учебного материала	Примерные сроки изучения тем и проведения контрольных работ
§ 1. Натуральные числа и шкалы (15 уроков)		
1.	Обозначение натуральных чисел	3ч
2.	Отрезок. Длина отрезка. Треугольник	3ч
3.	Плоскость, прямая, луч	2ч
4.	Шкалы и координаты	3ч
5.	Меньше или больше	3ч



6.	Контрольная работа	1ч
§2 Сложение и вычитание натуральных чисел (21 час)		
7.	Сложение натуральных чисел и его свойства	5ч
8.	Вычитание	4ч
9.	Контрольная работа	1ч
10.	Числовые и буквенные выражения	3ч
11.	Буквенная запись свойств сложения и вычитания	3ч
12.	Уравнение	4ч
13.	Контрольная работа	1ч
§ 3. Умножение и деление натуральных чисел (27 уроков)		
14.	Умножение натуральных чисел и его свойства,	5ч
15.	Деление	7ч
16.	Деление с остатком	3ч
17.	<b>Контрольная работа</b>	1ч
18.	Упрощение выражений	5ч
19.	Порядок выполнения действий	3ч
20.	Квадрат и куб	2ч
21.	Контрольная работа	1ч
§ 4. Площади и объемы (12 уроков)		
22.	Формулы	2ч
23.	Площадь. Формула площади прямоугольника	2ч
24.	Единицы измерения площадей	3ч
25.	Прямоугольный параллелепипед	1ч
26.	Объемы. Объем прямоугольного параллелепипеда	3ч
27.	<b>Контрольная работа</b>	1ч
§ 5. Обыкновенные дроби (23 уроков)		
28.	Окружность и круг	2ч
29.	Доли. Обыкновенные дроби	4ч
30.	Сравнение дробей	3ч
31.	Правильные и неправильные дроби	2ч
32.	<b>Контрольная работа</b>	1ч
33.	Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями	3ч
34.	Деление и дроби	2ч
35.	Смешанные числа	2ч
36.	Сложение и вычитание смешанных чисел	3ч
37.	<b>Контрольная работа</b>	1ч
§ 6. Десятичные дроби. Сложение и вычитание десятичных дробей (13 уроков)		
38.	Десятичная запись дробных чисел	2ч
39.	Сравнение десятичных дробей	3ч
40.	Сложение и вычитание десятичных дробей	5ч

41.	Приближенные значения чисел. Округление чисел	2ч
42.	<b>Контрольная работа</b>	1ч
§ 7. Умножение и деление десятичных дробей (26 урока)		
43.	Умножение десятичных дробей на натуральные числа	3ч
44.	Деление десятичных дробей на натуральные числа	5ч
45.	<b>Контрольная работа</b>	1ч
46.	Умножение десятичных дробей	5ч
47.	Деление десятичных дробей	7ч
48.	Среднее арифметическое	4ч
49.	<b>Контрольная работа</b>	1ч
§ 8. Инструменты для вычислений и измерений (17 уроков)		
50.	Микрокалькулятор	2ч
51.	Проценты	5ч
52.	<b>Контрольная работа</b>	1ч
53.	Угол. Прямой и развернутый угол. Чертежный треугольник	3ч
54.	Измерение углов. Транспортир	3ч
55.	Круговые диаграммы	2ч
56.	<b>Контрольная работа</b>	1ч
Итоговое повторение курса математики 5 класса (15 часов)		
Итоговая контрольная работа (1 час)		

Таблица 1. Календарно-тематическое планирование.

Выше представлена таблица, в которой автор Жохов В.И указывает на примерные сроки изучения тем. В конце года у учащихся 5 класса должны пройти 170 уроков. Для нахождения нормативной трудоемкости учебной деятельности учащихся за год, мы перевели минуты в уроки, то есть 45мин это 1 урок. Мы посчитали, какое время тратит ученик на обучение математики в 5 классе. Итак,  $170\text{ур} \cdot 45\text{мин} = 7650\text{мин}$ /в год учебного процесса, то есть в 5 классе на математику отводится 7650 минут.

Затем мы узнали, сколько из этого времени отводится на решение задач. Для этого в рабочей программе 5 класса вычли все контрольные работы.

$$14\text{ур} \cdot 45\text{мин} = 630\text{ мин.}$$

После этого посчитали, сколько уроков отводится на изучение нового материала. Опираясь на программу, мы выявили, что на изучение одной темы необходим 1 урок, все остальные уроки остаются для закрепления изученного материала, то есть для решения задач, уравнений, примеров,

тестов и т.д. Мы выбрали из каждой темы в блоке по одному уроку, отводимых на каждый блок. У нас вышло следующее:

§ 1. Натуральные числа и шкалы (5ч)

§2 Сложение и вычитание натуральных чисел (5ч)

§ 3. Умножение и деление натуральных чисел (6ч)

§ 4. Площади и объемы (5 уроков)

§ 5. Обыкновенные дроби (8 уроков)

§ 6. Десятичные дроби. Сложение и вычитание десятичных дробей (4 урока)

§ 7. Умножение и деление десятичных дробей (5 уроков)

§ 8. Инструменты для вычислений и измерений (5 уроков)

Итого, на изучение нового материала за курс 5 класса примерно отводится 43 урока.

$43 \text{ур} * 45 \text{ мин} = 1935 \text{ мин/в год учебного процесса.}$

Из этих предположений можно сделать следующий вывод: примерное время, затраченное именно на решение математических задач в 5 классах составляет 5085 минут.

$7650 \text{мин} - 1935 \text{мин} - 630 \text{ мин} = 5085 \text{мин/в год}$  тратится на решение математических задач.

Из этого следует, что большую часть времени ученик посвящает себя решению задач.

### **3.2. Исследование фактической трудоемкости у учащихся при решении математических задач**

Основной целью нашего исследования было выявление времени и трудозатрат, отводимых на решение математических задач у детей с разной

успеваемостью. При этом рассмотреть в отдельности задачи разной сложности.

Наше исследование проходило в Самойловской СОШ в пятом классе. Количество учащихся составляет одиннадцать человек.

Исследование проходило в три этапа:

На первом этапе исследования, учащимся 5 класса было предложено решить задачу по теме: «Сложение и вычитание натуральных чисел», которая по своей сложности относилась к простой и решалась в одно действие. Затем была дана задача из этой же темы, но уже составная. Учитель же выступил в роли организатора, функцией которого было отсчет времени выполнения каждого задания каждого ученика.

Ребятам была представлена следующая простая задача:

«В городском сквере растут 340 деревьев. А в парке растут 270 деревьев. На сколько деревьев больше растет в городском сквере, чем в парке?»

После выполнения данной работы, все данные мы внесли в таблицу.

При этом учеников мы разбили по уровням успеваемости по предмету, так как мы предполагаем, что от уровня развития ребенка зависит время работы над задачей.

№п\п	Фамилия Имя	Успеваемость по предмету	Время затраченное на выполнение работы
1	Гречников Р.	средняя	0:0:34
2	Исаева А.	высокая	0:0:29

3	Осколков М.	высокая	0:0:14
4	Петрухин М.	средняя	0:0:46
5	Порунова А.	средняя	0:0:38
6	Сидехменов А.	средняя	0:0:46
7	Федоров С.	средняя	0:0:58
8	Федорченко Ф.	низкая	0:0:58
9	Федченко Н.	низкая	0:0:55
10	Черноок В.	средняя	0:0:42
11	Шалыгина Н.	высокая	0:0:28

Таблица 2. Показатели фактической трудоемкости учащихся 5 класса.

Задача, решение которой проводилась в несколько шагов, звучала следующим образом:

«В школе было 340 стульев. К 1 сентября привезли 230 новых стульев, а через неделю привезли еще 103 стула. Сколько всего стульев стало в школе?»

После выполнения данной задачи, мы также оформили результаты исследования в таблицу:

№п/п	Фамилия Имя	Успеваемость по предмету	Время затраченное на выполнение работы
1	Гречников Р.	средняя	0:0:41
2	Исаева А.	высокая	0:0:30
3	Осколков М.	высокая	0:0:21
4	Петрухин М.	средняя	0:0:45
5	Порунова А.	средняя	0:0:42
6	Сидехменов А.	средняя	0:0:52
7	Федоров С.	средняя	0:1:34
8	Федорченко Ф.	низкая	0:1:02
9	Федченко Н.	низкая	0:1:02
10	Черноок В.	средняя	0:0:58
11	Шалыгина Н.	высокая	0:0:46

Для большинства учащихся задачи не вызвали затруднений. Ребята с высокой успеваемостью выполнили первое задание довольно быстро, что составило примерно в среднем 23 секунды. Учащиеся со средней успеваемостью справились с данным заданием примерно за 44 секунды, ну и

последняя группа учеников, имеющая низкий уровень успеваемости, выполнила задание за 56 секунд. Что касается второй задачи, то время выполнения увеличилось лишь из того, что было дополнительное действие. При подсчете ребята использовали счет в столбик, что и послужило плюсом к их изначальному времени. Грубых ошибок и невыполненных заданий обнаружено не было.

Если представить результаты в диаграмме, то можно увидеть, что разницей во времени между решением простой и составной задачи не так уж высока.

В данной диаграмме представлена зависимость между уровнем успеваемости учащихся и среднего времени, затраченного на выполнение работы в секундах.

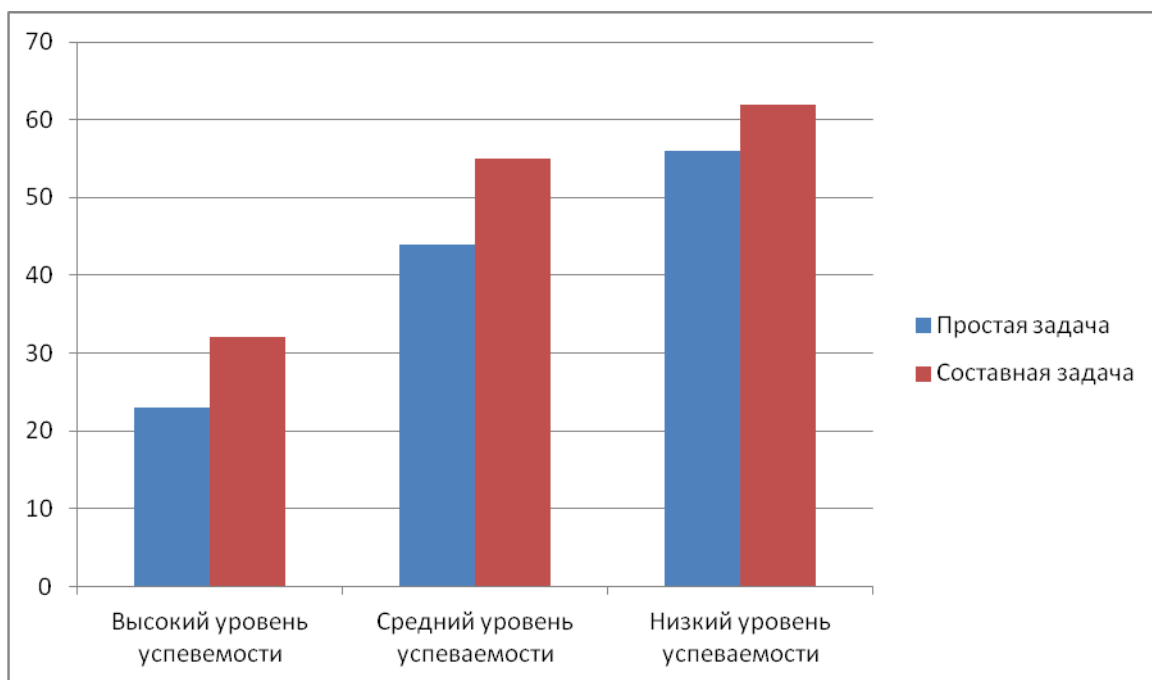


Рис.1. Зависимость между уровнем успеваемости учащихся и среднего времени, затраченного на выполнение работы

Второй этап исследования проходил в том же виде, но уже задачи были из другого раздела учебника. Ребятам также была предложена одна задача из простых по составу, и другая составная. Тематика задач была взята из

учебника 5 класса, звучавшая следующим образом: «Сложение и вычитание десятичных дробей».

Из простых задач взяли следующую задачу:

« Собственная скорость катера (скорость в стоячей воде) равна 21,6км/ч, а скорость течения реки равна 4,7 км/ч. Найдите скорость катера по течению».

Из составных взяли следующую задачу:

«В первый день плот проплыл 14,8 км, а во второй день проплыл на 1 км 700 метров больше чем в первый день. В третий день плот проплыл на 600 метров меньше чем во второй день. Сколько км всего проплыл плот?»

№п\п	Фамилия Имя	Успеваемость по предмету	Время затраченное на выполнение работы
1	Гречников Р.	средняя	0:1:20
2	Исаева А.	высокая	0:1:00
3	Осколков М.	высокая	0:1:04
4	Петрухин М.	средняя	0:2:00
5	Порунова А.	средняя	0:1:59
6	Сидехменов А.	средняя	0:1:16
7	Федоров С.	средняя	0:3:58
8	Федорченко Ф.	низкая	0:2:38
9	Федченко Н.	низкая	0:2:50
10	Черноок В.	средняя	0:2:45
11	Шалыгина Н.	высокая	0:0:38

Таблица 4. Показатели трудоемкости у учащихся 5 класса

Результаты данной работы были не плохими. Ребята должны были вспомнить правило сложения десятичных дробей, а именно правильную запись в столбик. Если снова посчитать среднее время выполнения работ ребят с различным уровнем успеваемости по предмету, то можно увидеть следующее:

Среднее время выполнение работы (в сек.) для учащихся с высоким уровнем успеваемости составило 54 секунды.

$$(60+64+38)=162/3=54 \text{ сек.}$$

Среднее время выполнение работы (в сек.) для учащихся со средним уровнем успеваемости составило 133 секунды.

$$(80+120+119+76+238+165)/6=798/6=133 \text{ сек.}$$

Среднее время выполнение работы (в сек.) для учащихся с низким уровнем успеваемости составило 164 секунды.

$$(158+170)/2=328/2=164 \text{ сек.}$$

С результатами затраченного времени у школьников на решение сложной задачи вы можете ознакомиться в следующей таблице.

№п\п	Фамилия Имя	Успеваемость по предмету	Время, затраченное на выполнение работы
1	Гречников Р.	средняя	0:2:35
2	Исаева А.	высокая	0:1:59
3	Осколков М.	высокая	0:1:14
4	Петрухин М.	средняя	0:2:46
5	Порунова А.	средняя	0:3:38
6	Сидехменов А.	средняя	0:2:43
7	Федоров С.	средняя	0:4:58
8	Федорченко Ф.	низкая	0:4:28
9	Федченко Н.	низкая	-:-:-
10	Черноок В.	средняя	0:3:42
11	Шалыгина Н.	высокая	0:2:18

Таблица 5. Показатели трудоемкости у учащихся 5 класса при решении сложной задачи

С данной работой у учеников возникли трудности. Один ребенок не справился с работой, можем допустить, что причиной этого стали пропуски занятий, которые привели к незнанию материала, пробелам в знаниях.

Анастасия не смогла связать десятичную дробь и целое число. Из-за этого у нее не сложились дальнейшие действия, тем самым ее ответ был предсказуемым, «не знаю, как выполнить задание». Ребята с высокой успеваемостью выполнили задание, но при этом также были проблемы с подсчетом различных чисел. Перевод из десятичной дроби в обычную дробь



ребят заставил сомневаться в своих действиях. Тем самым работа над задачей вызвала больше затраченного времени, чем в первом исследовании. Есть и такие ребята, которые пробовали решить задачу несколько раз, в итоге, поняв, что справится с этой задачей не так просто, ждали, когда кто-нибудь из одноклассников выдаст ответ, соответственно время выполнения тоже увеличивалось.

Итак, мы подсчитали среднее время, затраченное у учеников на решение задач. В результате получили следующие данные.

Среднее время выполнение работы (в сек.) для учащихся с высоким уровнем успеваемости составил примерно 110 секунд.

$$(119+74+138)=331/3= \text{примерно } 110 \text{ сек.}$$

Среднее время выполнение работы (в сек.) для учащихся со средним уровнем успеваемости составил 203 секунды.

$$(155+166+218+163+298+222)/6=1222/6=203 \text{ сек.}$$

Так как, из учащихся с низким уровнем успеваемости, один ребенок не справился с работой, то средним временем будем считать время другого ученика, который выполнил работу за 268сек.

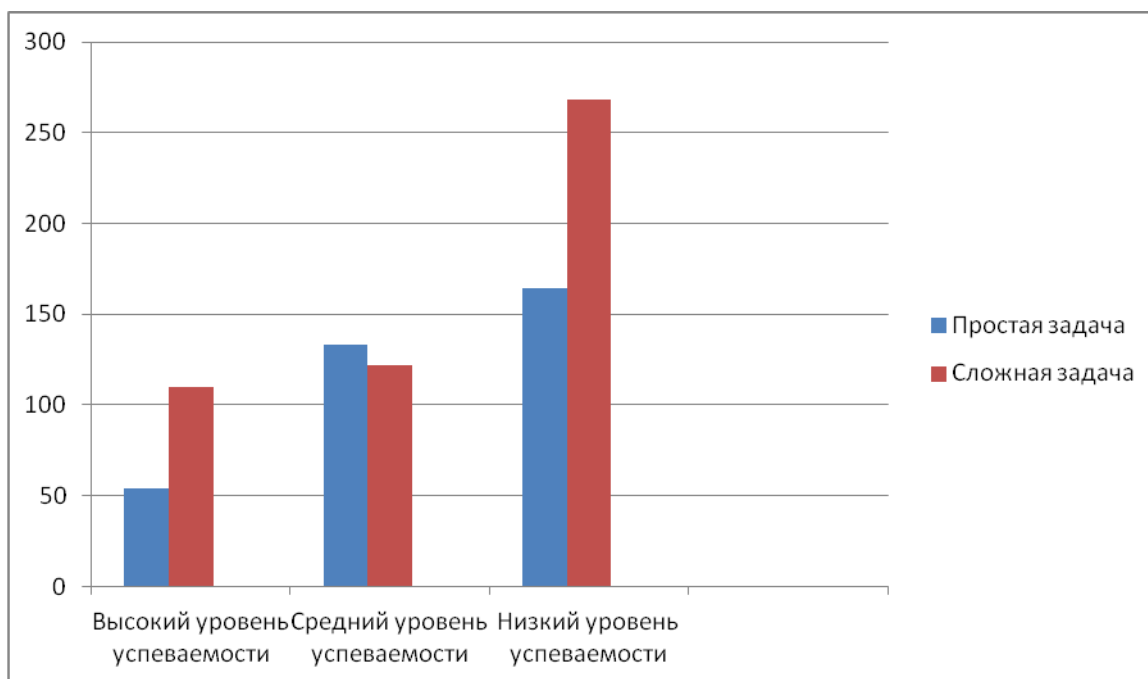


Рис.2. Показатели трудоемкости у учащихся 5 класса при решении задач

По диаграмме видно, что у ребят с высоким уровнем успеваемости время, затраченное на решение простой задачи почти в два раза меньше, чем время, затраченное на решение этой же задачи у детей со средним уровнем успеваемости, и в три раза меньше, чем у детей с низким уровнем. Что касается составной задачи, то можно сделать вывод, что ученики с высоким уровнем успеваемости и ученики со средним уровнем справились с заданием почти за одинаковый промежуток времени. Но дети с низким уровнем успеваемости выполнили задание, потратив много времени (268 секунд или почти 5 минут).

На последнем этапе вид работы изменился. Ученикам было предложено выполнить тест, где нужно было отметить правильный ответ из четырех предложенных вариантов на каждую задачу. Но при этом, если ребята отвечают неверно, к следующей задаче они не переходят. Организатор же подсчитывал количество совершенных попыток, при решении каждой задаче в тесте. Задач было 4. Тематика заданий была следующая:

- Обыкновенные дроби
- Площади и объемы
- Умножение и деление десятичных дробей
- Проценты

С тестами можно ознакомиться в приложении (Приложение 1).

После выполнения теста, все данные были внесены в таблицу.

№ п \ п	Фамилия Имя	Успеваемость по предмету	Время, затраченное на выполнение работы	Количество совершенных попыток при нахождении правильного ответа в задаче				
				Обыкновенные дроби	Площади и объемы	Умножение и деление десятичных	Проценты	

						х дроб ей		
1	Гречников Р.	средняя	0:6:23	2	1	2	1	2
2	Исаева А.	высокая	0:5:27	1	1	1	1	2
3	Осколков М.	высокая	0:4:39	1	1	2	1	2
4	Петрухин М.	средняя	0:6:46	2	2	1	1	2
5	Порунова А.	средняя	0:7:38	1	1	2	2	3
6	Сидехменов А.	средняя	0:6:43	2	1	1	2	2
7	Федоров С.	средняя	0:6:58	1	2	2	2	2
8	Федорченко Ф.	низкая	0:9:28	2	3	3	2	4
9	Федченко Н.	низкая	0:10:28	2	2	3	3	3
1 0	Черноок В.	средняя	0:7:22	1	1	2	3	3
1 1	Шалыгина Н.	высокая	0:4:18	1	1	1	1	2

Таблица 6. Показатели трудоемкости у учащихся 5 класса при решении теста

Метод тестирования позволяет объективно определить результаты обучения, выявить проблемы и недостатки обучения, как целого класса, так и каждого ученика в отдельности. Тестирование позволяет:

- учитывать индивидуальные особенности учащихся;
- проверять качество усвоения материала;
- разнообразить процесс обучения;
- сэкономить время на опрос;
- использовать тесты для компьютеризации обучения.

С помощью тестов можно проверить большой объем изученного материала, быстро «диагностировать» овладение учебным материалом большого количества учащихся. Содержание тестовых задач и многократное тестирование позволяет даже слабым ученикам выполнить часть работы, минуя психологический стресс, получить удовлетворительную оценку и овладеть объемом знаний, достаточным для этого.

В данном же случае, мы можем увидеть взаимосвязь между временем выполнения всей работы и суммой количества всех совершенных попыток в решении задач.

Проводя диагностику, мы сделали следующий вывод. При выборе верного ответа ученик концентрирует внимание на вычислениях, а не на оформлении решения. А сильные учащиеся некоторые задания выполняют устно и записывают ответ, уделяя больше времени на упражнения повышенного уровня сложности.

Если же рассмотреть решение этих задач, то все они решаются в одной действие, кроме задачи под номером пять. Как уже говорилось выше, на каждую задачу было предложено четыре варианта ответа. То есть в сумме количество наибольших попыток, при нахождении верного ответа на все задачи, будет равна  $5 \cdot 4 = 20$ , ну и соответственно наименьшее число попыток равна 5.

В нашем случае наименьшее число всех попыток выполнили два ребенка которые сделали 6 попыток. Эти учащиеся имеют высокий уровень успеваемости. Большинство же попыток сделал ребенок, имеющий низкий уровень успеваемости. Он совершил 13 попыток выполняя данные задачи.

Тем самым можно сказать о том, что ребенок имеющий высокую успеваемость по предмету выполняет наименьшее количество проб при нахождении верного ответа, тем самым и время выполнения данной работы сокращается.

### **Заключение**

Умение решать задачи является одним из основных показателей уровня математического развития школьников, глубины усвоения учебного материала. Поэтому любой экзамен по математике, любая проверка знаний содержит в качестве основной и наиболее трудной части решение задач.

За время обучения в школе ученик решит огромное количество задач, и, как правило, многие из них однотипные. Однако в итоге некоторые ученики овладевают общим умением решения задач, а многие, встретившись с задачей незнакомого или малоизвестного вида, теряются и не знают, как ее решать.

И одной из причин такого положения является то, что одни ученики вникают в процесс решения задач, стараются понять, в чем состоят приемы и методы решения задач. Другие же не задумываются над этим, стараются лишь как можно быстрее решить заданные задачи. Эти учащиеся не анализируют в должной степени решаемые задачи и не выделяют из решения общие приемы и способы. Задачи зачастую решаются лишь ради получения ответа.

У большинства учащихся, весьма смутные, а порой, и неверные представления о сущности процесса поиска решения задач, о самих задачах. Как могут учащиеся решить сложную задачу, если они не представляют, из чего складывается анализ задачи? Как могут они решить задачу на доказательство, если они не знают, в чем смысл доказательства?

А можно ли научиться решать любую задачу?

Конечно, любые задачи научиться решать невозможно, ибо как бы хорошо ученик не умел решать задачи, всегда может встретиться такая, которую он решить не сможет.

Ясно, что рассчитывать на изображение методики обучения решению задач, пригодной для всех детей и во всех случаях – все равно, что искать универсальное лекарство от всех болезней. Практическая ценность обучения школьников решению текстовых задач разнообразными способами в современных условиях заключается совсем не в том, чтобы раз и навсегда вооружить их приемами решения различных задач, которые будут возникать в дальнейшем обучении, а в том, что оно обогатит их опыт мыслительной деятельности. Ведь определенный прием решения задач может быть просто забыт или вытеснен в дальнейшем обучении общим приемом. Для того, чтобы развитие качества, таких как сообразительность, смекалка, не было подобным результатом процесса обучения решению текстовых задач, а было закономерным планируемым результатом обучения, необходима специальная организация самого процесса обучения.

Цель дипломной работы заключалась в том, чтобы определить трудоемкость учебной деятельности при решении математических задач в 5 классах.

В ходе исследования мы выполнили следующие задачи:

1. Проанализировали психолого-педагогическую литературу по теме исследования.
2. Определили нормативную трудоемкость учебной деятельности с помощью общеобразовательных программ по математике в 5 классе.
3. Выявили количество часов, затраченных на решение математических задач в 5 классе.
4. Определили нормативную и фактическую трудоемкость при решении математических задач у учащихся с разным уровнем успеваемости.

В результате работы мы выяснили что нормативная и фактическая трудоемкость при решении математических задач зависит от успеваемости учеников по предмету.

Ученики с высоким уровнем успеваемости затрачивают меньше времени при решении математических задач и делают наименьшее количество попыток и ошибок, когда ученики с низким уровнем успеваемости затрачивают больше времени и совершают больше попыток при решении математических задач. Это сводится к тому, что ученик, не имеющий достаточно знаний по предмету, не может научиться быстро и правильно решать математические задачи.

Наблюдения за учащимися показывают, что знания ученика будут прочными, если они приобретены не одной памятью, не заучены механически, а являются продуктом собственных размышлений и проб и закрепились в результате его собственной творческой деятельности над учебным материалом.

## Список литературы

1. Волович М.Б. Ключ к пониманию математики. – М., 1997.
2. Глейзер Г.И. История математики в школе: 4 – 6 классы: Пособие для учителей. – М., Просвещение, 1984.
3. Гусев В.А. Как помочь ученику полюбить математику. – М., 1994.
4. Далингер В.А. Обучение учащихся решению текстовых задач методом составления уравнений. – Омск, 1991.
5. Захарова А.Е. Текстовые задачи в курсе алгебры основной школы. Учебно-методические материалы спецкурса по методике преподавания математики «Избранные вопросы обучения алгебре в основной школе». М.: «Прометей», 2002.
6. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике: т.2. – М.: Просвещение, 1997.
7. Крутецкий В.А. Основы педагогической психологии. – М.: Просвещение, 1972.
8. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность. – М.: «Мысль», 1975.
9. Лященко Е.И. Проблема задач в школьном курсе математики. Задачи как цель и средство обучения математике учащихся средней школы. – ЛГПИ им. А.И. Герцена, 1981.
10. Математика в 5 классах: В помощь учителю / Под ред. А.И. Маркушевича. – М.: Просвещение, 1971.

11. Математика: 5-11 кл.: Программы. Тематическое планирование: Для общеобразоват. шк., гимназий, лицеев. /М-во образования РФ; Сост. Г.М.Кузнецова, Н.Г.Миндюк. – М.: Дрофа, 2000.- 320 с.
12. Математика: Учебник для 5 кл. общеобразоват. учреждений / Н.Я.Виленкин, В.И. Жохов, А.С.Чесноков, С.И.Шварцбурд. – 5-е изд., испр. И доп. – М.: Издательство “Русское слово” , 1998. – 358 с. ил.
13. Математика: Учебник для 6 кл. общеобразоват. учреждений / Н.Я.Виленкин, В.И. Жохов, А.С.Чесноков, С.И.Шварцбурд. – 6-е изд.– М.: Мнемозина, 1999. – 304 с.: ил.
14. Мухина В.С. Возрастная психология: Учебник. – М.: «Академия», 1999.
15. Оганесян В.А. и др. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика. – М., 1980.
16. Орехов Ф.А. Решение задач методом составления уравнений. – М.: Просвещение, 1971.
17. Пойа Д. Как решать задачу: Пособие для учителей. М., 1961.
18. Пойа Д. Математическое открытие. – М.: Наука, 1970.
19. Саранцев Т.И. Общая методика преподавания математики: Учебное пособие для студентов математических специальностей педагогических вузов. – Саранск, 1999.
20. Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике. – М.: Просвещение, 1995.
21. Совайленко В.К. Система обучения математике в 5 – 6 классах: Из опыта работы. – М.: Просвещение, 1991.



22. Сорокин П.И. Занимательные задачи по математике с решениями и методическими указаниями: Пособие для учителей I – IV кл. – М.: 1967

23. Шатилова А.В. Обучение школьников составлению математических задач: учебно–методическое пособие для студентов физико–математических факультетов педагогических вузов. – Издательство БГПИ, 1999.

24. Шевкин А.В. Обучение решению текстовых задач в 5 – 6 классах. – М.: Рус. слово, 2001.

25. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе. – М.: Просвещение, 1983.

26. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи: Пособие для учащихся. – М.: Просвещение, 1984.

**Вопрос № 1**

*В пятых классах одной школы 117 учащихся, из них  $\frac{4}{9}$  составляют девочки. Сколько мальчиков учится в пятых классах?*

- 13
- 52
- 65
- 56

**Вопрос № 2**

*Найдите площадь квадрата, сторона которого 11 см*

- 44 см<sup>2</sup>
- 121 см<sup>2</sup>
- 22 см<sup>2</sup>
- 121 см<sup>2</sup>

**Вопрос № 3**

*От дачи до озера 20 км. проедет ли это расстояние дачник на мотоцикле за 0,4 ч, если будет ехать со скоростью 45 км/ч*

- да
- нет

**Вопрос № 4**

*В магазин привезли 62 т картофеля. До обеда продали 15% всего количества. Сколько картофеля осталось ещё продать?*

- 9,3 т
- 52,7 т
- 53,7 т
- 0,93 т

**Вопрос № 5**

*Аня, Оля и Катя собрали 126 грибов. Аня собрала  $\frac{2}{9}$  всех грибов, Оля -  $\frac{25}{49}$  остальных. Сколько грибов собрала Катя?*

- 50
- 28

- 78
- 48