

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Выпускающая кафедра: математики и методики обучения математике

Ракутина Маргарита Руслановна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

**Интерактивные цифровые образовательные ресурсы
для математической подготовки обучающихся 9 класса**

Направление подготовки:
44.03.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы:
Математика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ
Заведующий кафедрой
канд. пед. наук, доцент М.Б. Шапкина

28.05.2026

(дата, подпись)

Научный руководитель
канд. пед. наук, доцент М.А. Кейв

(дата, подпись)

Дата защиты

30.06.26

Обучающийся
М. Р. Ракутина

(дата, подпись)

Оценка хорошо

прописью

Красноярск 2026



ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
Глава 1. Теоретические аспекты применения интерактивных цифровых образовательных ресурсов в процессе математической подготовки обучающихся 9 класса	6
1.1. Интерактивные цифровые образовательные ресурсы для обучения математике	6
1.2. Дидактические условия применения интерактивных цифровых образовательных ресурсов в процессе математической подготовки обучающихся 9 класса	25
Глава 2. Методические аспекты по применению интерактивных цифровых образовательных ресурсов в процессе математической подготовки обучающихся 9 класса	40
2.1. Методическая разработка урока по теме «Элементы комбинаторики» для 9 класса на основе интерактивных цифровых образовательных ресурсов	40
2.2. Методические рекомендации по применению интерактивных цифровых образовательных ресурсов в процессе обучения теме «Обобщение знаний: элементы комбинаторики» для 9 класса, апробация и анализ ее результатов	51
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	69
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	72

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы использование цифровых ресурсов в школьном обучении стало обычной практикой. Особенно заметны эти изменения на уроках математики, где всё чаще применяются электронные образовательные платформы, интерактивные задания, тренажёры и программы для визуализации математических объектов. Вместе с тем сам факт использования цифровых ресурсов ещё не гарантирует повышения качества обучения. На практике учитель сталкивается с вопросом, какие именно инструменты действительно помогают учащимся понять материал и в какой момент урока их применение будет оправданным.

Для учащихся 9 класса данная проблема имеет особое значение, поскольку именно в этот период возрастает объём изучаемого материала, увеличиваются требования к самостоятельности школьников и начинается подготовка к государственной итоговой аттестации. В связи с этим возрастает необходимость поиска таких способов организации учебной работы, которые позволяли бы не только объяснять новый материал, но и поддерживать устойчивый интерес к его изучению.

Обращение к интерактивным цифровым образовательным ресурсам связано также с требованиями федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования, в котором предусмотрено использование современных цифровых технологий в образовательном процессе. При этом основное внимание уделяется не количеству используемых ресурсов, а их педагогической целесообразности и влиянию на результаты обучения. Математика, как предмет, требующий развития абстрактного мышления и навыков решения сложных задач, особенно нуждается в инновационных подходах, способных визуализировать сложные концепции, обеспечить мгновенную обратную связь и создать условия для активной познавательной деятельности [38].

Проблема исследования заключается в противоречии между высоким потенциалом интерактивных цифровых образовательных ресурсов в

активизации познавательной деятельности обучающихся 9 класса и недостаточной разработанностью методических подходов к их целенаправленному и системному применению в процессе математической подготовки. Несмотря на обилие доступных цифровых ресурсов, педагоги сталкиваются с трудностями в выборе наиболее эффективных инструментов, их интеграции в структуру урока и оценке дидактической целесообразности использования в контексте конкретных учебных задач.

Степень разработанности тематики отражает неоднозначную ситуацию в современной педагогике. С одной стороны, вопросы цифровизации образования активно исследуются такими учёными, как Е. С. Полат, А. А. Андреев, М. В. Моисеева, которые рассматривают общие принципы использования информационно-коммуникационных технологий в обучении. С другой стороны, специфика применения интерактивных цифровых ресурсов именно в математическом образовании, особенно на этапе основной школы, изучена недостаточно полно. Отсутствуют комплексные исследования, систематизирующие дидактические условия эффективного внедрения ИЦОР в процесс обучения математике в 9 классе, что создаёт потребность в целенаправленной разработке методических рекомендаций для педагогов.

Объект исследования: математическая подготовка обучающихся 9 класса.

Предмет исследования: дидактические условия применения интерактивных цифровых образовательных ресурсов в процессе математической подготовки обучающихся 9 класса.

Цель исследования: обосновать выбор цифровых ресурсов для обучения математики в 9 классе.

Задачи исследования:

1. Проанализировать специальную литературу и имеющийся педагогический опыт по теме исследования.

2. Охарактеризовать понятие «интерактивные цифровые образовательные ресурсы».

3. Выделить дидактические условия применения интерактивных цифровых образовательных ресурсов в процессе математической подготовки обучающихся 9 класса.

4. Разработать методические рекомендации по применению интерактивных цифровых образовательных ресурсов для математической подготовки обучающихся 9 класса.

Глава 1. Теоретические аспекты применения интерактивных цифровых образовательных ресурсов в процессе математической подготовки обучающихся 9 класса

1.1. Интерактивные цифровые образовательные ресурсы для обучения математике

В рамках данной работы цифровые образовательные ресурсы целесообразно рассматривать не как отдельное техническое дополнение к уроку, а как часть той учебной среды, в которой сегодня фактически работает учитель. За последние годы школьная практика заметно изменилась, поскольку рядом с учебником, тетрадью и классной доской появились электронные платформы, интерактивные задания, онлайн-тренажёры и сервисы для организации обратной связи. Для урока математики это значимое подспорье, так как многие темы требуют не только объяснения правила, но и постепенного показа способа действия, возможности вернуться к ошибке и выполнить несколько похожих заданий в разном темпе. Поэтому цифровые инструменты могут быть полезны тогда, когда они не подменяют содержание урока внешней наглядностью, а помогают учителю точнее организовать объяснение, закрепление и контроль учебного материала.

Электронные образовательные ресурсы дают возможность размещать учебные материалы в цифровой форме и обеспечивать доступ к ним через интернет, что особенно важно в тех случаях, когда учащемуся нужно повторить материал дома, выполнить тренировочные задания или обратиться к дополнительному объяснению. При этом доступность ресурса не должна пониматься только как возможность открыть его с компьютера, планшета или телефона, поскольку для учебного процесса гораздо важнее, чтобы школьник понимал, как именно использовать этот материал и какую учебную задачу он с его помощью решает. В связи с этим меняется и работа учителя, которому приходится не просто передавать готовую информацию, а отбирать цифровые задания, распределять их по этапам урока, объяснять порядок работы с ними и постепенно увеличивать долю самостоятельной

деятельности учащихся. Е. Г. Евсеева также подчеркивает, что цифровые технологии могут поддерживать учебную мотивацию и способствовать развитию коммуникативных навыков, если они используются не изолированно, а в связи с обсуждением, проверкой решений и взаимодействием учащихся между собой [15].

Цифровые ресурсы включают достаточно широкий круг ресурсов, которые отличаются по назначению и по способу включения в урок. Одни из них используются для предъявления материала, другие помогают организовать тренировку, третьи дают возможность проверить ответ и сразу получить результат, а отдельные сервисы позволяют выстроить совместную работу учащихся над заданием. Поэтому их нельзя сводить только к техническим устройствам или к набору программ, поскольку в учебной практике они выступают как инструмент решения конкретных дидактических задач. К цифровым образовательным ресурсам можно отнести электронные учебники и обучающие программы, тренажёры и системы контроля, информационно-справочные материалы, демонстрационные и моделирующие программы, лабораторные комплексы, игровые образовательные ресурсы и коммуникационные платформы. Для учителя математики принципиально важно не количество используемых сервисов, а то, насколько выбранный ресурс соответствует теме урока, уровню подготовки учащихся и тому результату, который должен быть достигнут после выполнения задания.

Дидактический потенциал цифровых ресурсов проявляется в повышении мотивации к обучению, активизации познавательной деятельности, формировании навыков самостоятельной работы, развитии аналитического мышления, обеспечении индивидуализации обучения, расширении возможностей наглядной демонстрации материала. При этом эффективность применения цифровых ресурсов зависит от правильного выбора инструментария и грамотного методического сопровождения. Важное условие - соответствие цифровых ресурсов возрастным

особенностям обучающихся и дидактическим задачам, которые они выполняют [16].

Цифровые образовательные ресурсы становятся более значимыми для урока тогда, когда в них предусмотрены не только готовые материалы для просмотра, но и элементы взаимодействия, благодаря которым ученик может выполнить действие, проверить предположение, изменить исходные данные или получить ответ системы на свой выбор. В математике нужна наглядность. Многие понятия, если их просто объяснять словами, усваиваются тяжело. Но стоит ученику самому увидеть, как меняется модель, сравнить разные ходы решения, то становится понятнее. Поэтому интерактивные модели, виртуальные лаборатории и подобные инструменты действительно помогают обучающимся погрузиться в работу с материалом. При оценке таких ресурсов необходимо смотреть на несколько вещей: подходят ли они под программу, удобно ли с ними на уроке, дают ли они настоящий контакт с содержанием и можно ли их использовать в удаленном доступе [17].

Сейчас в педагогической практике все больше ценят цифровые ресурсы, где ученик не просто читает текст или смотрит чужое объяснение, а сам выполняет задание, участвует в обсуждении, проходит быструю проверку или добавляет свой вариант решения. И вот здесь интерактивность важна методически. Потому что она дает учителю возможность выстроить работу класса и сразу на уроке видеть, насколько обучающиеся поняли материал. Для всего этого используют разные сервисы: инструменты для интерактивного видео, онлайн-доски, платформы с проверочными заданиями, среды для совместной работы.

Интерактивные цифровые образовательные ресурсы - это несколько групп инструментов, которые можно использовать на разных этапах. Одни платформы хороши для того, чтобы выложить учебные материалы. Другие - чтобы быстро создать задания с выбором ответа, встроенными вопросами или автоматической проверкой. Третьи - чтобы провести оценивание или

рефлексию после работы. На уроках математики такие инструменты используют для создания интерактивных рабочих листов, онлайн-тестирования, работы с виртуальными лабораториями и графическими калькуляторами. Ю. В. Абраменкова обращает внимание, что интерактивное видео - отдельный ценный инструмент. В него можно вставлять задания и вопросы, и тогда ученик вынужден периодически возвращаться к содержанию, отвечать, связывать увиденное с темой [1]. Для этого исследования интерактивность важна в первую очередь как способность поддерживать учебное действие самого ученика.

Если ресурс позволяет визуализировать математический объект, изменить параметры модели, сравнить результаты, выполнить проверочное задание или получить обратную связь, то он может быть включён в урок не ради внешней наглядности, а для решения конкретной дидактической задачи. В математической подготовке обучающихся 9 класса это особенно заметно при изучении тем, где требуется удерживать несколько условий задачи, видеть зависимость между элементами и последовательно проверять правильность рассуждений. Поэтому цифровые ресурсы целесообразно использовать не как замену объяснению учителя, а как способ усилить те этапы урока, на которых учащимся необходимы наглядность, самостоятельная тренировка, проверка результата и последующее обсуждение допущенных ошибок.

Большинство авторов однозначно позиционируют цифровые ресурсы как интерактивные инструменты, создающие современную образовательную среду, способствующую эффективному усвоению математического материала и развитию различных компетенций учащихся. В частности, такая позиция прослеживается в трудах А. В. Золкиной, Н. В. Ломоносовой, Д. А. Петрусевич [18].

Различные авторы приводят различные классификации цифровых образовательных ресурсов. Так, исследователи Филатова З.М., Галямова Э.Х. классифицируют цифровые ресурсы на несколько групп:

- сервисы для проведения онлайн-встреч (Zoom, Яндекс-телемост, Сферум);
- платформы для обмена материалами (Google Docs, онлайн-доски);
- инструменты для мониторинга и контроля (LearningApps, Kubbu, Quizlet).

Использование цифровых технологий требует от преподавателя определенной информационной компетентности. Подготовка занятий с использованием цифровых ресурсов может требовать больше времени по сравнению с традиционным форматом, но предоставляет значительно больше возможностей для творческого подхода к организации обучения. Сегодня отмечается неоднозначность адаптации преподавателей к цифровым технологиям, особенно старшего поколения. Однако комбинирование цифровых ресурсов обеспечивает учебный процесс разнообразными методиками, способствующими повышению эффективности образовательного процесса [39].

В школьной практике всё чаще используется понятие цифровой образовательной платформы, под которой понимается не отдельный сайт с учебными материалами, а более широкая форма организации учебной работы с применением информационных технологий. Для учителя математики такая платформа может быть удобна в тех случаях, когда необходимо объединить объяснение материала, тренировочные задания, проверку результатов и обратную связь в одном образовательном пространстве. Однако её значение определяется не самим фактом использования цифрового сервиса, а тем, насколько он помогает выстроить урок более последовательно и сделать работу учащихся понятной для контроля и коррекции.

Цифровые образовательные ресурсы в этом случае выступают как технологическая часть цифровой образовательной платформы, поскольку именно через них учащиеся получают доступ к заданиям, моделям, справочным материалам и инструментам проверки. В математическом

образовании особый интерес представляют программы GeoGebra, Maple и другие подобные средства, так как они позволяют не только показывать готовые чертежи или вычисления, но и изменять параметры объектов, наблюдать результат этих изменений и использовать визуализацию там, где обычного словесного объяснения оказывается недостаточно. Именно поэтому интерактивные и анимационные возможности цифровых инструментов имеют значение при изучении сложных математических и физических понятий, которые требуют наглядной опоры и постепенного осмысления [30].

Компьютерные технологии дают возможность создавать динамические модели, с помощью которых учащийся может увидеть не статичную схему, а изменение объекта или зависимости во времени. Для урока математики это важно потому, что многие ошибки школьников возникают не из-за незнания формулы, а из-за того, что они не понимают связи между элементами задачи. Вместе с тем цифровой инструмент должен оставаться средством учебной работы, а не заменой объяснения учителя и обсуждения решения в классе. Его использование становится оправданным тогда, когда модель, тренажёр или виртуальная среда помогают учащимся провести небольшое математическое исследование, проверить предположение, сравнить варианты решения и тем самым перейти от простого воспроизведения правила к более осознанной работе с материалом [2].

Т. С. Зимнякова, С. В. Ларин и Е. И. Ларина обращают внимание на то, что цифровая образовательная платформа вместе с размещёнными в ней цифровыми ресурсами должна рассматриваться прежде всего с позиции качества учебного содержания. Для практикующего учителя важно, чтобы цифровой материал не был набором внешне привлекательных заданий, а действительно помогал объяснять тему, организовывать самостоятельную работу и получать информацию о том, какие трудности возникли у учащихся. Поэтому при разработке и отборе цифрового контента необходимо

учитывать не только техническую сторону ресурса, но и его методическую пригодность для конкретного урока и конкретного класса [17].

Кроме того, С. В. Ларин и соавторы рассматривают интерактивные цифровые ресурсы для обучения математике через возможности компьютерной анимации и систем динамической математики, уделяя особое внимание программе GeoGebra как инструменту визуализации учебного материала. В их работах подчёркивается, что цифровые технологии позволяют создать на уроке такую учебную ситуацию, в которой традиционное объяснение дополняется изменяемой моделью, а учащийся получает возможность наблюдать не только конечный результат, но и сам процесс преобразования математического объекта.

Компьютерная анимация рассматривается как перспективное направление в образовании, позволяющее создавать новую реальность для визуализации математических процессов. При этом выделяются различные виды анимации: геометрическая, алгебраическая и текстовая, которые могут эффективно дополнять друг друга в учебном процессе. Анимационные рисунки выступают как часть технологической поддержки обучения, помогающая в поиске и реализации решений. Тем не менее, авторы акцентируют внимание на том, что цифровые инструменты должны служить вспомогательным средством для решения математических задач, а не заменять их [24].

Интерактивные ресурсы цифрового обучения активно используются для поддержки экспериментально-исследовательского стиля обучения, сокращения рутинной трудоемкости решения задач, визуализации математических процессов, внесения динамического компонента в обучение, повышения интереса учащихся через дидактический эффект новизны. Особое внимание уделяется интерактивным возможностям цифровых ресурсов, позволяющим организовать управляемое изменение геометрических чертежей, преобразование алгебраических выражений, динамическую

визуализацию математических процессов, экспериментальную деятельность учащихся.

При использовании цифровых технологий главным остается математический контент с его проблемами и задачами. Компьютерные инструменты должны естественно интегрироваться в образовательный процесс, не отвлекая от сути изучаемого материала и не требуя чрезмерных технических знаний от участников образовательного процесса [25].

Цифровизация образования рассматривается как необходимый ответ на современные вызовы общества, связанные с формированием личности, способная эффективно действовать в условиях цифровой экономики. Особенно актуально применение цифровых ресурсов в математике. У этих ресурсов есть две главные роли. Первая - сделать математические понятия и правила наглядными, чтобы их можно было увидеть, а не просто представить в голове. Вторая - помочь справиться с вычислительными трудностями и организовать самопроверку, чтобы ученик сам видел, где ошибся. Только важно понимать: цифровые ресурсы не вытесняют традиционные методы, а работает вместе с ними, предоставляя новые возможности, чтобы осмыслить и усвоить материал [23].

Например, анимационные рисунки. Они меняют привычный порядок изучения. Ученик сначала смотрит, как математическое понятие или утверждение работает на практике, видит, что это действительно так, убеждается в этом. И только потом переходит к строгим логическим доказательствам. Такой способ дает более глубокое понимание.

Цифровые образовательные ресурсы позволяют организовать исследовательскую деятельность учащихся, дают возможность самостоятельно придумывать и решать задачи, что способствует формированию активной познавательной позиции и развитию математической интуиции. При этом использование компьютерных технологий помогает учителю повысить технологическую оснащенность и достигать более высоких образовательных результатов [7].

Применительно к урокам математики внедрение цифровых образовательных платформ стало ведущей средой обучения, однако это сопровождается определёнными проблемами, главной из которых является недостаточная степень погружения обучающихся в учебный процесс и ограниченное взаимодействие с преподавателями. Цифровые инструменты в математическом образовании должны решать несколько ключевых задач. Во-первых, они должны обеспечивать визуализацию и наглядность математических понятий, что особенно важно при изучении абстрактных математических концепций. Во-вторых, цифровые ресурсы должны помогать в организации эффективной самостоятельной работы и самопроверки знаний [20].

Существует два основных типа цифровых ресурсов в образовании:

- специально разработанные с дидактическими целями;
- платформы общего назначения (социальные сети, облачные сервисы).

Дидактический потенциал цифровых инструментов в математике проявляется в трёх основных функциях:

- поддержка математической активности учащихся через автоматизацию рутинных операций;
- отработка математических навыков с помощью разнообразных заданий и автоматизированной обратной связи;
- разработка новых математических концепций через организацию специальных учебных ситуаций.

При этом эффективное использование цифровых инструментов в математическом образовании зависит от трёх критических факторов: правильного проектирования технологии обучения, качественной реализации преподавателем своих функций, соответствующего образовательного контекста. Особое внимание уделяется проблеме взаимодействия преподавателя и учащихся в цифровой среде. Современные цифровые платформы должны создавать единое коммуникативное пространство,

объединяющее всех участников образовательного процесса. При этом важно не просто использовать цифровые инструменты как дополнение к традиционному обучению, а интегрировать их в учебный процесс как полноценный элемент педагогической системы [21].

Преимущества цифровых ресурсов проявляются прежде всего в тех ситуациях, когда учащимся нужно увидеть математический объект не только в готовом виде, но и в процессе изменения его параметров, поскольку обычная запись в тетради не всегда позволяет достаточно ясно показать зависимость между величинами или ход преобразования. Наиболее полезными для урока являются возможности визуализации, проведения небольших учебных экспериментов, анализа данных, выполнения алгебраических преобразований и получения быстрой обратной связи по результатам работы. Вместе с тем применение цифровых средств требует от учителя постоянного методического контроля, потому что без продуманного включения в структуру урока даже удобный сервис может превратиться в внешнее оформление занятия и не повлиять на понимание материала. Поэтому цифровые инструменты должны использоваться вместе с традиционными способами преподавания математики, а их результативность во многом зависит от того, насколько активно педагог направляет работу учащихся и отслеживает изменения в их учебных результатах [22].

Интерактивные цифровые ресурсы занимают в этой системе особое место, поскольку именно они позволяют не только предъявлять материал, но и организовывать действия учащихся с ним. Е. П. Круподерова, Н. Е. Иванова и Ю. И. Матвеева изучают возможности интерактивных досок, систем визуализации, онлайн-тренажёров и других инструментов. По их мнению, эти инструменты могут быть эффективны на разных этапах урока: при объяснении новой темы, закреплении материала, организации самостоятельной работы и выполнении учебных проектов. Для уроков математики это действительно важно, ведь один и тот же цифровой ресурс может решать различные задачи в зависимости от того, как учитель

формулирует задание и какую форму взаимодействия выбирает для класса [20].

На уроках математики применяются разнообразные компоненты цифровой образовательной среды: электронные учебники и библиотеки, сервисы для онлайн-визуализации, инструменты для создания цифровых учебных материалов, платформы для совместной работы, также инструменты для создания различных опросов, для проведения тестирования и анкетирования. Их применение может способствовать развитию анализа, синтеза, абстрагирования и обобщения, если учащиеся не просто выбирают готовый ответ, а объясняют ход решения, сравнивают способы выполнения задания и обсуждают полученный результат. В этом отношении интерактивные возможности цифровых инструментов имеют практическую ценность, поскольку они позволяют создавать наглядные материалы, организовывать групповую работу, проводить текущую проверку знаний и использовать системы компьютерной математики там, где это действительно помогает понять содержание темы [21].

Понятие цифровой образовательной среды связано не только с передачей учебной информации в электронном виде, но и с созданием условий, при которых обучение может быть более гибким и учитывать различия между учащимися по темпу работы, уровню подготовки и степени самостоятельности. При этом технологическая сторона цифрового обучения не должна рассматриваться отдельно от методической задачи урока. В педагогической литературе указывается, что в образовательной сфере сегодня применяются технологии искусственного интеллекта и интернета вещей, системы виртуальной и дополненной реальности, а также блокчейн-технологии, которые используются для защиты и подтверждения образовательных данных. Однако В. Г. Маняхина отмечает, что в школьном курсе математики данные средства имеют значение только тогда, когда они помогают учителю организовать понятную, безопасную и содержательно

оправданную учебную деятельность, а не выступают как самоцель или показатель формальной цифровизации урока [26].

Эффективное использование цифровых средств обучения возможно только при условии их интеграции в общую педагогическую систему. В настоящее время выделяют перспективные направления развития цифровой образовательной среды: смешанное обучение, адаптивные образовательные технологии, микрообучение, геймификация образовательного процесса, технологии скринкастинга.

При этом отмечают существующие проблемы внедрения цифровых технологий в образование: разрозненность цифрового образовательного контента, недостаточная интеграция между преподавателями и IT-специалистами, слабая структуризация имеющихся ресурсов, высокие временные затраты на освоение новых технологий [27].

Чтобы цифровые ресурсы действительно давали результат, педагогам надо постоянно развивать свои навыки в цифровой дидактике. Уметь подстраивать новые технологии под конкретный учебный процесс, а еще выстраивать для каждого ученика свою траекторию, с учетом его темпа и возможностей. Цифровые ресурсы являются просто инструментом, который помогает учить эффективнее, делает процесс более гибким [13].

Пользоваться цифровыми образовательными ресурсами лучше комплексно, не вырывая по отдельности, а охватывая разные стороны учебной деятельности. Можно выделить несколько главных направлений. Цифровые платформы - это среда, где строится обучение, в ней возможны и синхронные, и асинхронные форматы общения. Особенно ценится возможность смешивать разные форматы: очные и дистанционные, индивидуальные и групповые.

Электронные ресурсы, кроме того, выступают как инструменты для создания и использования интерактивного контента. Многие авторы подчёркивают, как важно разрабатывать свои собственные цифровые материалы: инфографику, видеоуроки, скрайб-презентации, чат-боты. Это не

просто готовые платформы, а авторские разработки, которые можно использовать на конкретном классе [28].

Методы цифрового обучения рассматриваются как особая категория педагогических инструментов, включающая метод перевернутого цифрового класса, метод имитации цифрового обучения, метод цифровой коммуникации, метод цифрового следа, метод тестирования цифровых ресурсов.

В любом случае, в настоящее время традиционные методы обучения должны быть трансформированы и дополнены цифровыми технологиями. При этом важно не просто механическое внедрение цифровых инструментов, а их органичная интеграция в педагогический процесс с учетом специфики предмета и особенностей обучающихся. Успешное использование цифровых ресурсов требует от педагогов постоянного совершенствования компетенций в области цифровых технологий и умения адаптировать их к конкретным образовательным задачам. При этом цифровые инструменты рассматриваются не как замена традиционным методам, а как средство повышения эффективности образовательного процесса и создания более гибкой и адаптивной образовательной среды [5].

В целом, практически все авторы сходятся в едином мнении о том, что цифровые средства обучения представляют собой комплекс программных, технических и методических инструментов, обеспечивающих эффективную организацию учебного процесса в цифровой образовательной среде. Под цифровыми средствами обучения в математическом образовании понимается широкий спектр инструментов, включая:

- электронные образовательные платформы и сайты с учебными материалами;
- демонстрационные программы для визуализации математических объектов;
- имитационно-моделирующие программы;
- контролирующие программы для тестирования;

- интерактивные презентации и тренажеры;
- специализированные математические пакеты;
- средства для создания авторского цифрового контента [29].

Классификацию цифровых ресурсов математике удобнее рассматривать не как формальное деление программ на группы, а как способ понять, какую учебную задачу решает каждый инструмент на уроке. К базовым средствам обычно относят программы, с помощью которых учитель готовит презентации, текстовые материалы, таблицы и другие вспомогательные материалы для объяснения или закрепления темы. Специализированные математические программы, среди которых можно назвать GeoGebra, Desmos и Advanced Grapher, имеют более узкое назначение, поскольку они позволяют строить графики, работать с геометрическими объектами, выполнять вычисления и показывать учащимся математические зависимости в наглядной форме. Особую категорию представляют интерактивные средства - онлайн-доски и конструкторы интерактивного контента, так как они позволяют организовать совместную работу и делают процесс выполнения заданий более открытым для обсуждения. Контролирующие системы применяются в тех случаях, когда нужно провести тестирование, проверочную работу или оперативную диагностику усвоения материала, чтобы учитель мог быстро выявить типичные ошибки и скорректировать дальнейшую работу [2].

Для данной темы важны исследования С. В. Титовой, в которых автор рассматривает интерактивность не просто как техническую характеристику цифрового ресурса, но и как условие более самостоятельной работы обучающегося с учебным материалом. К ключевым проявлениям интерактивности С. В. Титова относит автоматизированную обратную связь, возможность регулировать темп выполнения заданий, выбирать порядок изучения тем, редактировать и дополнять информацию, а также создавать собственные образовательные продукты. На уроках математики эти признаки приобретают особое значение, так как обучающийся получает возможность

не просто просматривать готовое объяснение, а выполнять действие, проверять результат и при необходимости возвращаться к допущенной ошибке. В работах С. В. Титовой также раскрывается мультимедийный потенциал цифровых ресурсов, который проявляется через использование видео, анимации, трёхмерной графики и технологий дополненной реальности, благодаря чему учебный материал становится более наглядным и легче воспринимается учащимися, особенно если речь идёт об абстрактных математических объектах [30].

Наряду с обучающими и контролирующими ресурсами в образовательной практике применяются коммуникационные инструменты, включая мессенджеры и платформы для совместной работы. Их значение состоит в том, что они позволяют поддерживать связь между участниками образовательного процесса, обсуждать задания, распределять работу в группе и возвращаться к материалам урока после его завершения. Однако для математической подготовки такие средства имеют смысл только в том случае, когда они помогают организовать учебное взаимодействие вокруг конкретной задачи, а не используются лишь как дополнительный канал передачи информации [1].

Согласно нормативным документам Минпросвещения РФ, к рекомендуемым цифровым ресурсам относятся [29]:

- Федеральная государственная информационная система «Моя школа»;
- Платформа «Сферум» для коммуникации;
- Электронные образовательные ресурсы из федерального перечня;
- Специализированные математические программы с образовательной лицензией;
- Системы дистанционного обучения [29].

Особое внимание уделяется электронным образовательным платформам и онлайн-сервисам, среди которых выделяются:

- системы управления обучением (Дневник.ру, Moodle);

- платформы для видеоконференций (Яндекс.Телемост, Zoom);
- инструменты для создания презентаций (Prezi);
- интерактивные доски (Padlet) [23].

Современные цифровые ресурсы представляют собой комплексный инструментарий, обеспечивающий эффективное освоение предмета в условиях цифровой образовательной среды. Ключевым аспектом их функционирования выступает интерактивность, которая проявляется через возможность активного взаимодействия учащихся с учебным материалом и мгновенную визуализацию математических объектов [6].

Одним из существенных свойств цифровых инструментов является возможность подстраивать учебный материал под уровень подготовки конкретного учащегося, поскольку в одном классе обычно есть школьники, которые быстро выполняют задания и готовы переходить к более сложным примерам, и те, кому необходимо больше времени на повторение базовых действий. В этом отношении адаптивная персонализация образовательного контента позволяет учителю точнее распределять учебную нагрузку и не ограничиваться одинаковым набором заданий для всех. Кроме того, многие современные платформы имеют встроенную автоматизированную проверку, благодаря которой учащийся получает результат сразу после выполнения задания, а педагог может быстрее увидеть, какие ошибки повторяются чаще всего и какие вопросы требуют дополнительного объяснения [8].

Для уроков математики имеет значение и возможность организовать совместную работу в цифровой среде, особенно когда учащимся предлагается не только найти ответ, но и обсудить способ решения, распределить действия внутри группы и представить результат классу. В таких ситуациях цифровые инструменты помогают сделать работу более открытой, поскольку ход выполнения задания можно фиксировать на общей доске, в совместном документе или в интерактивной форме. Т. Н. Носкова в качестве дополнительного преимущества отмечает то, что многие ресурсы доступны с разных устройств, поэтому ученик может обращаться к

материалу не только в кабинете информатики или математики, но и дома, если ему нужно повторить тему или завершить начатую работу [27].

При включении цифровых технологий в образовательный процесс необходимо учитывать, что один и тот же ресурс может дать разный результат в зависимости от возраста учащихся, содержания темы и того, насколько понятно учитель объяснил цель его использования. Для обучающихся 9 класса особенно важно, чтобы цифровое задание не превращалось в самостоятельную техническую активность, оторванную от математического содержания, а было связано с конкретным способом решения, повторением правила или проверкой понимания. Поэтому цифровые инструменты следует сочетать с объяснением учителя, работой у доски, обсуждением решений и письменным выполнением заданий, поскольку только в таком случае они помогают выстроить более устойчивую связь между наглядностью, практикой и осмыслением математического материала [28].

Применение цифровых ресурсов также предполагает наличие технической поддержки и регулярное обновление учебного контента, поскольку устаревший или неудобный ресурс может затруднить работу на уроке и отвлечь внимание учащихся от изучаемой темы. В то же время при грамотном использовании цифровые инструменты выполняют важные учебные функции, среди которых особенно заметны визуализация математических понятий, демонстрация зависимостей и автоматизация части вычислительных действий. Это позволяет сократить время на однотипные операции и уделить больше внимания обсуждению смысла решения, анализу ошибки и выбору наиболее рационального способа выполнения задания [31].

Цифровые технологии дают возможность организовать на уроке элементы учебного исследования, когда учащиеся не только применяют готовую формулу, но и проверяют закономерность, изменяют исходные данные, сравнивают результаты и делают вывод на основе выполненных действий. Для математики такой формат особенно полезен, поскольку он

помогает школьникам увидеть, что правило не существует отдельно от задачи, а проявляется в конкретных зависимостях и способах преобразования.

Цифровая среда дает возможность подстроиться под разный темп работы. Один ученик может быстрее перейти на более сложное задание, а другой - спокойно повторить тот же материал, но на более простом уровне [14].

Кроме того, когда обучающийся постоянно работает с цифровыми ресурсами, у него развивается самостоятельность. Он привыкает сам читать инструкцию, выполнять действие по заданному алгоритму, проверять себя и разбираться в своей ошибке без того, чтобы каждый раз ждать подсказки от учителя. Но это не значит, что цифровые ресурсы могут заменить обычное преподавание математики. Они начинают приносить пользу только тогда, когда их встроили в общую логику урока и когда с их помощью решают то, что обычными способами сделать трудно или вообще нельзя.

Насколько эффективно получится использовать цифровые ресурсы почти целиком зависит от учителя. От того, умеет ли он грамотно внедрить новые инструменты в уже сложившуюся педагогическую практику, понимает ли специфику своего учебного процесса и считается с реальными потребностями учеников [32].

Цифровая среда при этом способна поддерживать индивидуальный темп работы: один обучающийся быстрее переходит к более сложному заданию, а другой получает возможность повторить материал на более доступном уровне [14].

Благодаря работе с цифровыми образовательными ресурсами постепенно развиваются и навыки самостоятельной учебной деятельности. Обучающийся учится читать инструкцию, выполнять задание по предложенному алгоритму, проверять полученный результат и анализировать свои ошибки без постоянного ожидания подсказки учителя. Вместе с тем цифровые инструменты не стоит рассматривать как полноценную замену традиционному преподаванию математики - их польза

раскрывается только тогда, когда они встроены в общую логику урока и помогают решать задачи, которые обычными способами выполнить трудно или невозможно.

Эффективность применения цифровых ресурсов напрямую зависит от квалификации педагога и его умения грамотно встраивать новые инструменты в сложившуюся педагогическую практику, учитывая специфику учебного процесса и потребности учащихся [32].

Следует отметить, что цифровые ресурсы не заменяют традиционные методы преподавания математики, а служат инструментом для повышения эффективности образовательного процесса. При этом успех их применения зависит от квалификации педагога и его способности интегрировать новые инструменты в привычную педагогическую практику [16].

В современных условиях особое внимание уделяется формированию профессиональной цифровой компетентности учителей математики. Она включает в себя умение создавать качественный цифровой образовательный контент, организовывать продуктивное взаимодействие в цифровой среде, применять современные образовательные технологии, понимать принципы цифровой дидактики, а также способность постоянно повышать свою квалификацию в области цифровых технологий [3].

Таким образом, цифровые образовательные ресурсы представляют собой сложный комплекс инструментов, требующий системного подхода к их внедрению и использованию в учебном процессе. На основе проведенного аналитического обзора литературы по проблеме интерактивных цифровых образовательных ресурсов можно сформулировать следующие обобщающие выводы.

Современные исследования показывают, что интерактивные цифровые ресурсы представляют собой комплексные технологические решения, включающие в себя различные программные продукты и электронные образовательные ресурсы, обеспечивающие активное взаимодействие обучающихся с учебным материалом. В педагогической науке сложилось

понимание того, что к интерактивным цифровым средствам относятся программно-технические комплексы, позволяющие осуществлять визуализацию математических объектов и процессов, моделирование математических ситуаций, автоматизированную проверку заданий, организацию обратной связи, создание адаптивной образовательной среды [37].

1.2. Дидактические условия применения интерактивных цифровых образовательных ресурсов в процессе математической подготовки обучающихся 9 класса

Г. К. Касимова рассматривает цифровые образовательные ресурсы не только с технической стороны, но и через их влияние на социально-психологическую организацию обучения [19]. Согласно ее концепции, цифровые ресурсы понимаются как средства, которые позволяют собирать, хранить, обрабатывать и представлять данные в электронном виде, причём к данной группе относятся также технологии искусственного интеллекта и системы машинного обучения. Для настоящего исследования такое понимание цифровых ресурсов ценно тем, что автор не приписывает им самостоятельной педагогической роли, поскольку они не могут сами по себе определить содержание обучения, характер взаимодействия в классе и воспитательные ориентиры образовательного процесса. Они становятся полезными только тогда, когда учитель понимает их назначение и умеет включать их в учебную работу таким образом, чтобы они поддерживали деятельность учащихся, а не подменяли её внешней технологической формой. Поэтому использование цифровых ресурсов связано с необходимостью развития цифровой культуры как у педагогов, так и у школьников.

Проблема цифровой культуры в данном контексте имеет практическое значение, поскольку речь идёт не только об умении пользоваться устройствами или образовательными платформами, но и о понимании границ

их применения. Если учащийся воспринимает цифровой ресурс как источник готового ответа, а учитель использует его только для формального разнообразия урока, то образовательный эффект оказывается ограниченным. Г. К. Касимова обращает внимание на то, что цифровая культура включает определённые нормы, правила и ограничения, которые регулируют работу человека в цифровой среде. Именно поэтому интерактивные цифровые образовательные ресурсы приносят пользу только в том случае, когда все участники образовательного процесса понимают не только возможности таких ресурсов, но и риски, связанные с их некритичным использованием [19].

К числу таких рисков относится, например, ослабление субъектной позиции ученика: школьник перестаёт быть активным участником на уроке и фактически действует по логике программы, не осмысливая собственные действия. Особой осторожности требует применение искусственного интеллекта, так как он не является субъектом воспитания и не может заменить собой педагогическое взаимодействие между учителем и учеником. Искусственный интеллект лишь воспроизводит те цели, ценности и способы обработки информации, которые были заложены разработчиками или заданы пользователем. Поэтому, определяя дидактические условия использования цифровых образовательных ресурсов необходимо учитывать, что они должны применяться при сохранении ведущей роли педагога, уважении к личности каждого участника учебного процесса, поддержке самостоятельности учащихся и формировании ответственного отношения к работе в цифровой среде [19].

Цифровые технологии не должны заменять живое общение между участниками образовательного процесса. Они должны выступать вспомогательным инструментом, поддерживающим развитие человека как целостной личности. Успешное применение цифровых образовательных ресурсов возможно только при условии:

- правильного понимания их возможностей и ограничений;

- сформированной цифровой культуры;
- сохранения баланса между цифровыми и традиционными методами обучения;
- обеспечения защиты интересов всех участников образовательного процесса.

Практически все авторы делают акцент не столько на технических аспектах применения цифровых ресурсов, сколько на социально-психологических и культурных условиях их эффективного использования в образовании [24].

Титова С.В. [37] акцентирует внимание на дидактических требованиях к интерактивным цифровым образовательным ресурсам, которые включают:

- модульно-иерархичное построение контента;
- мультимедийность представления информации;
- интерактивность и автоматизированную обратную связь;
- геймификацию образовательного процесса;
- адаптивность содержания.

Автор подробно рассматривает условия эффективного применения цифровых ресурсов, среди которых:

- учёт психофизических особенностей обучающихся;
- обеспечение эргономичности интерфейса;
- техническая совместимость с различными устройствами;
- возможность работы как онлайн, так и офлайн;
- наличие системы навигации и поиска.

В работах, посвящённых цифровым образовательным ресурсам, отдельно выделяется их адаптивность, поскольку именно она позволяет учителю выстраивать учебную работу не только по единому для всего класса сценарию, но и с учётом того, что учащиеся отличаются уровнем подготовки, темпом выполнения заданий и особенностями восприятия материала. Для математической подготовки это имеет существенное значение, так как один школьник может быстро перейти от простого примера к задаче повышенной

сложности, а другому необходимо больше времени на повторение базового способа решения. Кроме того, авторы обращают внимание на возможность включения внешних образовательных ресурсов и аутентичной информации, что расширяет содержание цифровой среды и делает её менее замкнутой на один источник. Вместе с тем внедрение таких ресурсов сопровождается определёнными трудностями, поскольку не все функции оказываются понятными учащимся сразу, а работа в цифровой среде требует специальных учебных стратегий, которые необходимо формировать постепенно [37].

О. П. Скворцова и П. А. Галкина рассматривают цифровые образовательные ресурсы применительно к математическому образованию и показывают, что разные группы инструментов имеют неодинаковое дидактическое назначение [34]. В их работе особое внимание уделяется интерактивным цифровым ресурсам, поскольку именно они позволяют учащемуся не только воспринимать объяснение, но и выполнять действия с математическим объектом, изменять параметры модели, получать результат и обсуждать его с учителем или одноклассниками. Для данной темы такой подход важен потому, что в обучении математике цифровой ресурс должен оцениваться не по внешней привлекательности, а по тому, какую учебную операцию он помогает выполнить и какую трудность учащегося позволяет преодолеть.

Системы динамической математики, среди которых авторы называют GeoGebra и Desmos, рассматриваются как инструменты, которые дают возможность визуализировать математические понятия и наблюдать их изменение в зависимости от заданных условий. С помощью таких программ учащиеся могут работать с интерактивными моделями, что особенно полезно при изучении тем, где важно увидеть связь между элементами, а не только запомнить готовую формулу. Адаптивные обучающие платформы, такие как Учи.ру и Яндекс.Учебник, О. П. Скворцова и П. А. Галкина связывают с индивидуализацией обучения. Эти сервисы позволяют подбирать задания в соответствии с уровнем подготовки обучающегося и обеспечивают

оперативную обратную связь, благодаря чему обучающийся сразу видит результаты своих действий и может вернуться к ошибке [34].

Интерактивные среды и симуляторы авторы рассматривают как инструменты для практического применения математических знаний в ситуациях, приближенных к реальным. При этом они подчеркивают роль таких ресурсов в развитии интереса к предмету через игровую форму. Что касается дидактических условий использования цифровых ресурсов, авторы выделяют несколько ключевых аспектов. Прежде всего, методическая грамотность учителя - определяющий фактор эффективности использования цифровых ресурсов. Авторы также указывают на необходимость сочетания традиционных и цифровых методов обучения. В статье подробно рассматриваются практические вопросы интеграции цифровых ресурсов, а именно:

1. Использование интерактивных инструментов для объяснения нового материала;
2. Применение адаптивных тренажеров для закрепления знаний;
3. Организация совместной работы с помощью цифровых инструментов;
4. Создание интерактивных тестов для контроля знаний [34].

Авторы также обращают внимание на потенциальные риски использования цифровых средств, в том числе, возможность подмены математического содержания техническими эффектами, риск формирования «клипового» мышления, угрозу снижения алгоритмических навыков, проблему цифрового неравенства. При этом подчеркивается, что успешное применение цифровых образовательных ресурсов возможно только при условии методически выверенной интеграции, где учитель выступает главным координатором образовательного процесса, а цифровые инструменты служат средством достижения педагогических целей [25].

Лангуев К.А. [23] рассматривает цифровую интерактивную среду преимущественно с точки зрения здоровьесбережения. Автор выделяет следующие важные аспекты:

1. Необходимость правильной организации рабочего места с учетом эргономических требований;
2. Обязательность соблюдения временных норм работы с цифровыми устройствами;
3. Важность включения в учебный процесс физкультурных пауз и гимнастики для глаз;
4. Потребность в специальном оборудовании (ионизаторы, ортопедические подушки, подставки для рук).

В работе подчеркивается, что на данный момент отсутствуют единые гигиенические подходы к безопасному использованию цифровых ресурсов, что создает определенные трудности в их эффективном применении [23].

Лазарева М.В., Овечкин Д.Е. [22] также изучали дидактические условия организации цифровой образовательной среды. В отношении дидактических условий авторы выделяют несколько важных аспектов:

1. Необходимость тщательного планирования внедрения цифровых технологий;
2. Специальную подготовку учителей;
3. Правильный выбор образовательных платформ;
4. Соответствие оборудования требованиям;
5. Систему регулирования образовательного процесса.

Авторы акцентируют внимание на том, что цифровая образовательная среда не должна заменять традиционные методы обучения, а должна выступать их важным дополнением. Эффективность применения цифровых ресурсов зависит от:

1. Качества подготовки педагогов;
2. Соответствия технологий образовательным стандартам;

3. Возможности адаптации под индивидуальные потребности учащихся;
4. Обеспечения информационной безопасности;
5. Удовлетворенности всех участников образовательного процесса.

Успешное внедрение цифровых технологий требует комплексного подхода, учитывающего как технологические, так и социально-педагогические аспекты образовательного процесса [22].

Акиндинов В.В., Лосева А.С. и соавт. [2] выделяют несколько важных аспектов:

- необходимость наличия у всех участников качественного оборудования и интернета;
- важность выбора оптимального набора образовательных сервисов;
- потребность в специальных знаниях преподавателей для создания интерактивного контента;
- значимость модерации количества используемых информационных ресурсов.

При этом отмечается, что преподаватели, имеющие опыт работы с компьютерными технологиями, находятся в более выгодном положении при переходе на дистанционное обучение. Однако даже им часто не хватает времени и компетенций для создания качественного интерактивного образовательного контента. Поэтому современные цифровые ресурсы активно развиваются в направлении создания готовых виртуальных лабораторий, мобильных приложений, интерактивных симуляторов. Несмотря на наличие средств, не следует перегружать обучающихся множеством различных информационных ресурсов - лучше выбрать основной сервис для работы и минимальное количество дополнительных инструментов для постоянной работы с ними [2].

Сегодня наиболее широкое распространение получили такие типы цифровых устройств, как ноутбуки, планшеты, смартфоны. Эти устройства

используются школьниками как для учебной, так и для досуговой деятельности [28].

В соответствии с действующей нормативно-правовой базой Российской Федерации, регламентирующей образовательный процесс, определены ключевые организационно-педагогические условия применения цифровых средств обучения на уроках математики. Согласно Федеральному государственному образовательному стандарту (ФГОС) [38], современная образовательная организация обязана обеспечить информационную образовательную среду, представляющую собой комплекс цифровых образовательных ресурсов и технологических средств информационно-коммуникационных технологий.

Материально-техническое оснащение кабинетов математики должно включать специализированное оборудование, обеспечивающее развитие цифровых компетенций обучающихся. Образовательная организация обязана предоставить библиотеку электронных образовательных ресурсов по всем темам математического курса и гарантировать безопасный доступ учащихся к верифицированным образовательным материалам [38].

Методические условия реализации цифрового обучения предусматривают включение в рабочие программы возможности использования электронных образовательных ресурсов. К цифровым ресурсам относятся мультимедийные программы, электронные учебники, задачки, виртуальные лаборатории и игровые образовательные программы [29].

Организационно-педагогические условия применения цифровых технологий определяются следующими нормативными положениями:

1. Обязательное наличие системы современных педагогических технологий;
2. Соответствие цифровых ресурсов установленным техническим характеристикам;

3. Обеспечение информационной безопасности образовательного процесса;

4. Создание условий для индивидуализации обучения.

Содержательные требования к цифровым образовательным ресурсам включают:

1. Верифицированность образовательного контента;
2. Соответствие учебной программе;
3. Наличие системы защиты от несанкционированного доступа;
4. Возможность использования в различных форматах обучения.

Педагогическая эффективность применения цифровых ресурсов обеспечивается следующими условиями:

1. Дифференциация целей и задач урока с учетом индивидуальных особенностей учащихся;
2. Обеспечение объективности оценки знаний;
3. Формирование навыков самостоятельной работы в цифровой среде;
4. Развитие алгоритмического мышления [29].

В соответствии с Распоряжением Правительства РФ №427-р «Цифровая трансформация образования» [30] и Постановлением №2040 «О проведении эксперимента по внедрению цифровой образовательной среды» [29], все указанные условия являются обязательными для реализации современной модели математического образования. При этом цифровые технологии выступают не как замена традиционных методов обучения, а как инструмент, дополняющий и обогащающий образовательный процесс. Особую значимость приобретает подготовка педагогических кадров к эффективному использованию цифровых средств обучения, что регламентируется требованиями ФГОС к квалификации современного учителя математики.

Рассмотрим более детально дидактические условия применения интерактивных цифровых ресурсов в процессе математической подготовки обучающихся 9 класса.

Дидактические условия применения интерактивных цифровых средств обучения на уроках математики в 9 классе следует рассматривать как совокупность требований к тому, как учитель выбирает цифровой ресурс, в какой момент урока его использует и каким образом связывает работу с ним с содержанием изучаемой темы [29-31; 32; 33]. Прежде всего необходимо определить, какую конкретную учебную задачу должен решить выбранный инструмент, поскольку интерактивный опрос, электронный тест, онлайн-тренажёр или система мгновенной обратной связи дают разный педагогический результат. На этапе актуализации знаний такие средства могут быть полезны для быстрой диагностики уровня подготовки класса, так как учитель получает возможность сразу увидеть, какие понятия уже усвоены, а какие требуют повторного объяснения перед переходом к новому материалу.

Не менее важным является методическое планирование работы с цифровыми инструментами, поскольку их применение должно быть связано с логикой урока, а не вставляться в занятие только ради внешнего разнообразия. При объяснении нового материала в 9 классе оправдано использование интерактивных презентаций с анимацией математических процессов, виртуальных лабораторий и динамических чертежей, если они помогают учащимся увидеть изменение математического объекта, понять связь между элементами задачи или проследить ход преобразования. В этом случае цифровой ресурс выполняет не декоративную, а содержательную функцию, поскольку он поддерживает объяснение учителя и делает абстрактный материал более доступным для восприятия.

Организационные условия применения цифровых ресурсов связаны с тем, что работа учащихся должна быть заранее продумана по форме, времени и уровню сложности. На этапе закрепления знаний целесообразно применять

электронные тренажёры с функцией автоматической проверки, интерактивные сборники задач и элементы адаптивного обучения. Они дают возможность работать в своем темпе и мгновенно узнавать о правильности ответа. Для отработки практических навыков можно задействовать онлайн-конструкторы, графические редакторы и специализированные среды для построения графиков. Однако такие ресурсы эффективны лишь тогда, когда обучающиеся понимают, какое именно математическое действие они выполняют и как полученный результат связан с изучаемой темой.

Не менее важным условием является технологическое обеспечение. Оно также относится к числу обязательных условий. Даже хорошо подобранный цифровой образовательный ресурс не может быть полноценно использован при отсутствии необходимого оборудования, стабильного интернет-соединения или необходимого программного обеспечения. При организации самостоятельной работы обучающимся должен быть обеспечен доступ к проверенным цифровым материалам, электронным учебникам и справочным системам, а учитель - заранее представлять, с какими трудностями они могут столкнуться. В противном случае значительная часть учебного занятия будет уходить не на решение математических задач, а на технические действия, не имеющие прямого отношения к содержанию урока.

Педагогическое сопровождение означает, что ученики знакомятся с новыми цифровыми инструментами постепенно. Их не оставляют один на один с незнакомой платформой или заданием, где ничего не понятно. Учителю нужно объяснить, в каком порядке что делать на электронном ресурсе, показать, как самому проверить свой ответ, научить информационной грамотности и помочь развить алгоритмическое мышление. Без этих навыков осознанно пользоваться цифровой средой не получится. Что касается контроля и оценки, то здесь можно задействовать электронные системы тестирования, интерактивные диагностики, онлайн-платформы для проверки домашнего задания. Но итоговые результаты учитель обязан разбирать сам, а не просто смотреть на автоматически выставленные баллы.

Временной регламент - очень важный момент. Необходимо чередовать цифровые виды деятельности с обычными: оставлять время на то, чтобы записать решение, поговорить вслух, выйти к доске, разобрать ошибки. И, конечно, не забывать про санитарные нормы по работе с электронными устройствами. Поэтому наиболее обоснованным является такое сочетание традиционных и цифровых методов обучения, при котором интерактивные средства помогают достичь образовательной цели урока, но не становятся его самостоятельной целью. В конечном счёте успешность применения цифровых ресурсов зависит от профессиональной компетентности учителя, его умения адаптировать выбранный инструмент к конкретной теме, уровню подготовки класса и тем трудностям, которые возникают у учащихся при изучении математики.

Примером реализации указанных дидактических условий может служить урок алгебры в 9 классе по теме «Комбинаторика», цель которого состоит в том, чтобы сформировать у учащихся первоначальное представление о базовых комбинаторных понятиях и закрепить умение применять их при решении задач. При проектировании такого урока важно заранее определить, какие цифровые ресурсы действительно помогают учащимся понять материал, а какие могут только усложнить организацию занятия, поскольку сама тема требует не внешней наглядности, а последовательного перехода от перебора вариантов к осознанному использованию правил и формул.

Этап актуализации знаний целесообразно начинать с короткого интерактивного опроса, который легко провести через такие онлайн-платформы, как Kahoot или Quizizz. Вопросы при этом могут быть предложены по ранее пройденным понятиям, связанным с перестановками и сочетаниями. Такое задание не требует много времени, но позволяет учителю быстро увидеть, насколько класс в целом готов к дальнейшей работе, какие определения обучающиеся вспоминают уверенно, а какие требуют

дополнительного пояснения перед переходом к более сложным комбинаторным задачам.

При знакомстве с новой темой вполне оправдано использовать интерактивную презентацию, например, в PowerPoint или Google Slides, но не как замену объяснения учителя, а как инструмент для пошаговой демонстрации хода рассуждений. К примеру, при разборе задачи на подсчет возможных вариантов удобно показывать построение дерева вариантов, открывая его уровни один за одним и связывая каждый новый шаг с выбором очередного элемента. В ряде случаев полезно обратиться к среде GeoGebra или аналогичным цифровым инструментам, чтобы представить комбинаторную схему более наглядно и проиллюстрировать зависимость между количеством исходных элементов и числом получаемых вариантов.

На этапе закрепления знаний можно задействовать электронные тренажёры, например, размещённые на платформах «ЯКласс» или «Решу ЕГЭ». Когда задание проверяется автоматически, ученик видит свой результат сразу. Это удобно, ведь если ошибся, можно тут же попробовать разобраться, в чём дело, и не ждать, пока учитель проверит все вручную. Но тут есть один важный момент, особенно в комбинаторике. Важен не только правильный ответ, а еще и понимание, почему именно здесь сработало правило размещения, а в другом мы вообще не смотрим на порядок и просто выбираем элементы. Поэтому простого тренажера недостаточно. Его можно сочетать с обсуждением, когда вслух проговаривают решения, и с обычной записью в тетрадь.

С точки зрения техники, урок должен быть организован так, чтобы обучающиеся без проблем заходили в электронные учебники, справочники и проверенные образовательные сайты по комбинаторике. Там обычно есть и определения, и примеры, и задания. Все это можно давать на самостоятельную работу. Учителю лучше заранее подобрать нужные ссылки или сложить все в одно место, например, в тематическую папку или облачное хранилище.

На таких уроках необходимо педагогическое сопровождение. Новые цифровые ресурсы для ученика - не всегда очевидные инструменты, ему нужно четко понимать последовательность шагов. До того как обучающиеся начнут выполнять интерактивные задания, стоит дать короткую инструкцию о том, как вводить ответ, зачем нужны подсказки (и можно ли ими пользоваться), как исправлять ошибку, повлияет ли автоматическая проверка на оценку за урок. Когда ученики постепенно занимаются с цифровыми ресурсами, они не только осваивают конкретную платформу, но и становятся более самостоятельными. У них появляется привычка самому проверить себя, понять, из-за чего получился неверный ответ, а не просто ждать готовую оценку.

Контроль и оценивание на таком уроке удобно сделать через Google Forms или аналогичные инструменты - систему для электронного тестирования. Обучающиеся выполняют небольшую диагностику по комбинаторике. Для учителя удобство такого инструмента заключается в том, что все результаты собираются в удобную для анализа таблицу. Однако полученные данные не стоит рассматривать просто как готовые оценки. Это прежде всего материал для выявления типичных затруднений. Если большинство обучающихся допускает ошибки в заданиях одного типа, значит, что соответствующий способ решения нужно повторить на следующем уроке или разобрать дополнительно.

Временной регламент работы с цифровыми ресурсами - важная составляющая, которая связана с общей структурой занятия. На интерактивные задания лучше выделить 15-20 минут урока, распределив это время между коротким опросом, демонстрацией материала и выполнением тренировочных упражнений. После завершения цифрового блока необходимо возвращаться к традиционным формам работы: решение задач у доски, запись в тетради, коллективное обсуждение разных способов рассуждения и работа в группах. Чередование видов деятельности позволяет

избежать перегрузки обучающихся и сохранить содержательную линию урока.

Таким образом, применение интерактивных цифровых образовательных технологий на уроке по теме «Комбинаторика» не должно строиться вокруг самого факта использования платформ, презентаций или онлайн-тестов. Главное - это учебная задача, которую с их помощью решают. Проверенные образовательные платформы, которые соответствуют требованиям методической поддержки, безопасности персональных данных, технической стабильности и возможности работы в разных режимах, стоит включать в урок только при условии, что они действительно согласованы с содержанием темы и уровнем подготовки обучающихся. Практика показывает, что наиболее результативным является такое использование цифровых инструментов, при котором они встроены в обычную систему преподавания математики, учитывают возрастные особенности девятиклассников, опираются на техническую готовность образовательной организации и предполагают методическую подготовленность самого учителя.

Глава 2. Методические аспекты по применению интерактивных цифровых образовательных ресурсов в процессе математической подготовки обучающихся 9 класса

2.1. Методическая разработка урока по теме «Элементы комбинаторики» для 9 класса на основе интерактивных цифровых образовательных ресурсов

Урок по теме «Обобщение знаний: элементы комбинаторики»

Цели урока:

1. Обучающие: обеспечить закрепление знаний, умений и навыков (ЗУН) учащихся по теме «Элементы комбинаторики»; отработать применение теоретических знаний при решении задач; добиться чёткого понимания и верного воспроизведения правил, определений и формулировок; усовершенствовать вычислительные навыки школьников.
2. Развивающие: стимулировать развитие аналитико-синтетического мышления, смысловой памяти, произвольного внимания и речевой деятельности учащихся.
3. Воспитательные: расширить общий кругозор учащихся, познакомить их с ключевыми моментами истории развития комбинаторики; способствовать формированию культуры общения и навыков командной работы.

Особенности применения цифровых образовательных ресурсов (ЦОР) на уроке:

Цифровые образовательные ресурсы позволяют сделать урок более интерактивным, наглядным и мотивирующим для учащихся. Их целесообразно использовать дозированно - на разных этапах занятия для решения конкретных дидактических задач.

Примеры ЦОР и сценарии их применения:

1. Интерактивные тренажёры (например, на платформах «ЯКласс», «Учи.ру»):

- Как: в рамках устной работы или на этапе закрепления - предложить 2-3 интерактивные задачи на перестановки, размещения и сочетания с мгновенной проверкой ответа.

- Объём: 5-7 минут на 2-3 задания.

- Эффект: мгновенная обратная связь помогает учащимся сразу увидеть ошибки и скорректировать ход рассуждений.

2. Видеофрагменты или подкасты об истории математики (например, из коллекций «Российская электронная школа»):

- Как: вместо традиционного устного сообщения учителя - показать короткий (3-4 минуты) ролик о вкладе Паскаля, Ферма или Лейбница в развитие комбинаторики.

- Объём: до 5 минут.

- Эффект: визуализация и голос диктора делают историческую справку более запоминающейся и эмоционально окрашенной.

3. Онлайн-доска (Miro, Jamboard):

- Как: во время математической регаты - каждая команда записывает решение задачи на выделенном участке доски, учитель и другие команды могут комментировать в режиме реального времени.

- Объём: на протяжении всей регаты (15-20 минут).

- Эффект: повышается вовлечённость, появляется возможность для взаимного обучения и публичной дискуссии.

4. Генератор случайных задач (специальные веб-приложения или Google-формы с перемешиванием вопросов):

- Как: для составления индивидуальных карточек с заданиями или для жеребьёвки «экипажей».

- Объём: 3-5 минут на подготовку.

- Эффект: экономия времени учителя, объективность распределения заданий.

5. Мини-опросы и викторины (Kahoot!, Quizizz):

- Как: на этапе подведения итогов - провести быструю викторину из 5–7 вопросов по ключевым понятиям темы.
- Объём: 5-7 минут.
- Эффект: игровой формат снижает стресс, даёт учителю оперативную обратную связь об уровне усвоения материала.

Дополнительные материалы к уроку:

1. Аудиозапись «Из истории комбинаторики».
2. Тексты заданий для каждого экипажа.
3. Иллюстративные номера для трёх экипажей.
4. Флажки.
5. Карточки с заданиями на вычисления.

Этапы урока:

1. Организационный момент.
2. Устная работа: решение простейших комбинаторных задач (с использованием интерактивного тренажёра).
3. Математическая регата по теме «Перестановки. Размещения. Сочетания» (с применением онлайн-доски для визуализации решений).
4. Историческая справка «Из истории комбинаторики» (с демонстрацией короткого видеоклипа).
5. Подведение итогов урока (с проведением мини-викторины через Kahoot! или аналогичный сервис).

Ход урока

1. Организационный момент

Учитель: Сегодняшний урок необычный. На нём мы повторим тему «Элементы комбинаторики». После небольшой разминки (устной работы), мы проведём математическую регату - соревнование между тремя экипажами.

2. Устная работа

Учитель: Приступаем к разминке. Задачи решаем устно, при желании можно записать решение в тетради. Для начала запишите в тетрадях число и «Классная работа».

Задача 1. На завтрак Марат может выбрать плюшку, бутерброд или пряник и запить их чаем либо кофе. Сколько всего вариантов завтрака доступно Марату?

Решение. Сначала составим все варианты с кофе:

- кофе и плюшка;
- кофе и бутерброд;
- кофе и пряник.

Всего получается три варианта. Аналогично для чая - тоже три варианта. Таким образом, Марат может выбрать завтрак из 6 вариантов.

Учитель. В жизни нередко возникают ситуации, когда нужно составить разные комбинации из ограниченного набора элементов и посчитать, сколько таких комбинаций возможно. Подскажите, как называются задачи подобного типа?

Ответ. Задачи, где требуется перебрать все возможные варианты или комбинации, называют комбинаторными.

Учитель. А как именуется раздел математики, который занимается решением таких задач?

Ответ. Раздел математики, изучающий комбинаторные задачи, называется комбинаторикой.

Задача 2. Сколько трёхзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, 7, если каждую цифру разрешается использовать в записи числа только один раз?

Учитель. Для решения можно применить метод полного перебора вариантов и выписать все возможные комбинации. Чтобы наглядно представить этот перебор, используют схему - так называемое «дерево вариантов».

А теперь подумайте: как решить задачу устно, без выписывания чисел и построения дерева вариантов?

Рассуждение. Первую цифру можно выбрать 4 способами. После этого останется три цифры, значит, вторую цифру можно выбрать 3 способами. Для третьей цифры останется два варианта. Общее количество трёхзначных чисел найдём как произведение: $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$.

Учитель. Какое правило комбинаторики легло в основу этого решения?

Ответ. Мы использовали комбинаторное правило умножения.

Учитель. Заметим, что «дерево вариантов» - это геометрическая иллюстрация правила произведения.

Задача 3. Из города А в город В ведут 5 дорог, а из города В в город С - 3 дороги. Сколько существует путей из А в С, проходящих через В?

Решение. Из А в В можно добраться 5 способами, а из В в С - 3 способами. По правилу произведения общее число путей составит $5 \cdot 3 = 15$.

Задача 4. Сколькими способами можно рассадить 5 человек на 5 стульях, если каждый раз нужно менять порядок рассадки?

Решение. Количество способов равно $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$.

Задача 5. Сколько существует способов разложить 6 разных писем по одному в 6 конвертов?

Решение. Число способов составляет $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$.

Учитель. В задачах 4 и 5 мы работали с произведением последовательных натуральных чисел. Как принято обозначать такое произведение?

Ответ. Произведение первых n подряд идущих натуральных чисел обозначают как $n!$:

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n.$$

Учитель. Приведите несколько примеров вычисления факториала.

Ответ.

$$2! = 1 \cdot 2 = 2;$$

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6;$$

и так далее.

Учитель. Теперь выполним несколько вычислительных упражнений - они даны на карточках:

1. $6! - 5!$;
2. $49! 51!$;
3. что больше и во сколько раз: $6! \cdot 5!$ или $5! \cdot 6!$?

Учитель. Отлично, разминка прошла успешно - мы повторили ключевые понятия и готовы перейти к математической регате!

Математическая регата

Учитель. Теперь переходим к основной части урока, которая будет проходить в форме математической регаты. В работе участвуют три экипажа под номерами 1, 2 и 3, а я буду координировать выполнение заданий и фиксировать результаты каждого тура.

Первый заплыв направлен на проверку теоретических знаний по теме «Перестановки. Размещения. Сочетания». На этом этапе каждому экипажу предлагается тестовое задание, которое позволяет вспомнить основные определения и сразу увидеть, насколько уверенно участники команды различают базовые комбинаторные понятия. За каждый правильный ответ экипаж получает 1 балл, при этом важно не только выбрать вариант, но и кратко пояснить, почему именно он является верным.

Задания первого тура

ТЕСТ 1. Выберите верное определение.

А. Перестановкой из n элементов называется каждое расположение этих элементов в определённом порядке.

В. Сочетанием из n элементов по k , где $k \leq n$, называется любое множество, состоящее из любых k элементов, взятых в определённом порядке из данных n элементов.

С. Размещением из n элементов по k называется любое множество, составленное из k элементов, выбранных из n элементов.

После выбора ответа команде необходимо дать пояснение, так как при изучении комбинаторики особенно важно не просто запомнить формулировку, а понять, учитывается ли в задаче порядок элементов и все ли элементы исходного множества используются.

ТЕСТ 2. Выберите правильное утверждение:

А. Число сочетаний можно вычислить по формуле $C_n = n!$

В. Формула для вычисления числа размещений из n элементов по k :
 $A_n^k = n(n-1)(n-2) \cdot \dots \cdot (n-(k-1))$.

С. Число всевозможных перестановок из n элементов вычисляется по формуле $P_n^k = k!(n-k)!n!$.

По итогам первого тура два экипажа, набравшие наибольшее количество баллов, проходят во второй заплыв. Третий экипаж отправляется на «утешительный» заплыв.

Задания «утешительного» заплыва

1. Повторите по лекциям определения понятий:

- перестановки;
- сочетания;
- размещения.

2. Выпишите в тетрадь формулы для вычисления:

- перестановок;
- сочетаний;
- размещений.

3. Решите задачи:

а) Сколькими способами можно разместить за круглым столом 12 человек?

○ **б)** Вычислите:

- $5!$;
- $6! \cdot 2!$;
- $9! - 8!$;
- $33!35!$;

– $14! \cdot 3! 16!;$

– $10! 8!.$

в) В чемпионате участвуют 12 команд. Сколькими различными способами могут быть распределены 3 различные медали?

г) Из 15 членов туристической группы надо выбрать 3-х дежурных. Сколькими способами можно сделать этот выбор?

Второй заплыв (тур): решение задач

Каждой команде предлагаются задачи с вариантами ответов. За каждый верный ответ экипаж получает 1 балл.

Задания второго тура

1. Из города А в город В ведут 3 дороги, из города В в С - 2 дороги, из С в Д - 4 дороги. Сколькими способами можно проехать из города А в город Д через города В и С?

А. $3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$ способа;

Б. $3 + 2 + 4 = 10$ способов;

С. Другое решение.

2. Курьер должен разнести пакеты в 8 различных учреждений. Сколько маршрутов может он выбрать?

А. $1 + 2 + 3 + \dots + 8;$

В. $8!;$

С. Другое решение.

3. Сколькими способами из класса, в котором учатся 30 школьников, можно выбрать 2-х для участия в олимпиаде?

А. 870;

В. 345;

С. $230!.$

4. В классе учатся 16 мальчиков и 12 девочек. Для уборки территории требуется выделить 4 мальчиков и 3 девочек. Сколькими способами это можно сделать?

А. $C_{16}^4 + C_{12}^3;$

В. $C_{16}^4 \cdot C_{12}^3$;

С. Другое решение.

5. Сколько различных стартовых шестёрок можно образовать из числа 10 волейболистов?

А. C_{10}^6 ;

В. A_{10}^6 ;

С. Другое решение.

4. Историческая справка

Экипажи приглашаются в «кают-компанию» - здесь они смогут отдохнуть и послушать радиогазету под названием «Из истории комбинаторики». Тем временем «Центр управления» регатой займётся подведением итогов. Если результаты окажутся равными, регата продолжится: команды отправятся на дополнительный заплыв.

Из истории комбинаторики

Комбинаторика - это раздел математики, который изучает комбинации и перестановки объектов. Она возникла в XVII веке. Долгое время эта область находилась на периферии основного направления развития математики. Ситуация кардинально изменилась с появлением быстродействующих вычислительных машин и последовавшим расцветом конечной математики. Сегодня комбинаторные методы находят применение в теории случайных процессов, статистике, математическом программировании, вычислительной математике и других областях.

Задачи, связанные с выбором объектов, их упорядочиванием и поиском оптимальных решений, люди решали ещё в глубокой древности. Например, охотники выбирали наилучшее расположение во время охоты, воины - во время сражения, а ремесленники - оптимальное размещение инструментов во время работы. По мере усложнения общественных и производственных отношений возрастала потребность в общих понятиях порядка, иерархии и группировки.

Комбинаторные навыки пригождались и в досуге. Точную дату появления интеллектуальных игр, требующих расчёта и стратегического мышления, установить невозможно. Однако археологические находки, в том числе предметы из захоронения египетского фараона Тутанхамона, свидетельствуют о существовании подобных игр в древности.

Английский поэт Уордсворд так описывал суть таких игр:

Не нужно нам владеть клинком,
Не ищем славы громкой.
Тот побеждает, кто знаком
С искусством мыслить, тонким.

Со временем возникли разнообразные игры - нарды, карты, шашки, шахматы и другие. В каждой из них игрокам нужно было анализировать различные сочетания фигур. Побеждал тот, кто лучше изучал комбинации: знал выигрышные схемы и умел избегать проигрышных.

Существенный толчок развитию комбинаторики дали азартные игры, особенно игра в кости. Участники бросали два или три кубика и выигрывал тот, у кого сумма очков оказывалась больше. Игроки пытались понять, почему одни суммы выпадают чаще, а другие - реже. Эта задача оказалась непростой, особенно при использовании трёх или четырёх костей.

В XVI веке этой проблемой занимались известные итальянские математики Джироламо Кардано и Никколо Тарталья, а в XVII веке - Галилео Галилей, Блез Паскаль и Пьер Ферма. Работы Паскаля и Ферма положили начало двум новым разделам математики - комбинаторике и теории вероятностей.

Не только азартные игры стимулировали математические исследования. Ещё одной причиной стали шифры. Короли, дипломаты, заговорщики и сами учёные использовали шифрование. С развитием сложности шифров к их созданию и расшифровке всё чаще привлекали математиков. Например, в конце XVI века, во время войны Франции с Испанией, Франсуа Виет занимался расшифровкой переписки противников

французского короля Генриха III. Навыки работы с шифрами также помогали учёным расшифровывать письменность древних народов.

Позже комбинаторные методы нашли применение в биологии, химии и физике. А с появлением компьютеров роль комбинаторики кардинально изменилась: она стала одной из ключевых областей, определяющих магистральное направление развития современной науки.

Задания дополнительного заплыва

Количество дополнительных задач зависит от оставшегося времени урока. При необходимости можно ограничиться одной задачей - до победы одного из экипажей.

1. Из 30 участников собрания надо выбрать председателя и секретаря. Сколькими способами можно это сделать?

А. 870;

В. 435;

С. Другой ответ.

2. Пять мальчиков и четыре девочки хотят сесть на девятиместную скамейку так, чтобы каждая девочка сидела между двумя мальчиками. Сколькими способами они могут это сделать?

А. A_9^2 ;

В. C_9^2 ;

С. Другой ответ.

3. Номер машины в некотором городе состоит из двух различных букв, взятых из набора М, Н, К, Т, С, и трёх различных цифр. Сколько машин можно обеспечить такими номерами?

А. $C_5^2 + C_{10}^3$;

В. $A_5^2 \cdot A_{10}^3$;

С. Другой ответ.

5. Итоги урока

На этом этапе объявляются результаты регаты и даётся общая оценка работы учащихся на уроке:

1. Экипаж, занявший первое место, получает оценку «5» всем участникам.
2. Экипаж, занявший второе место, получает оценку «4».
3. Участники экипажа, который участвовал в «утешительном» заплыве, сдают тетради учителю. Их оценка будет выставлена на следующем уроке.

Таким образом, в ходе разработки урока по теме «Обобщение знаний: элементы комбинаторики» реализован комплексный подход, сочетающий традиционные и современные педагогические методы. В основе занятия лежит игровая технология - математическая регата, которая повышает мотивацию учащихся, формирует навыки командной работы и здорового соперничества. Проблемное обучение реализуется через постановку задач с постепенным усложнением: от простых комбинаторных вопросов на разминке до комплексных заданий в рамках регаты, требующих применения теоретических знаний на практике.

Элементы развивающего обучения в представленной разработке проявляются прежде всего в том, что учащимся предлагаются не однотипные вычислительные упражнения, а задания, требующие выбора способа решения, сопоставления условий и объяснения полученного ответа. При работе с комбинаторными задачами школьники обращаются к анализу, сравнению, обобщению и последовательному перебору вариантов, поэтому содержание урока связано не только с повторением формул, но и с развитием аналитико-синтетического мышления, смысловой памяти и произвольного внимания. Личностно ориентированная направленность урока обеспечивается за счёт дифференциации заданий и самой структуры математической регаты, поскольку «утешительный» заплыв даёт команде, допустившей ошибки на первом этапе, возможность вернуться к основным определениям и восполнить пробелы, а дополнительный заплыв позволяет продолжить соревнование при равном количестве баллов и сохранить учебную активность сильных учащихся.

Воспитательный компонент урока раскрывается через организацию командной работы и включение исторической справки о развитии комбинаторики. Обучающиеся в ходе таких занятий не просто решают задачи. Они учатся договариваться внутри группы, приходить к общему решению, отстаивать свою точку зрения с аргументами и воспринимать результаты других команд. Исторический материал тоже работает на содержание урока. Он помогает понять, что комбинаторика - не просто сухой набор формул. Это раздел математики, который возник из реальных практических задач. Благодаря такому подходу тема перестает быть только элементом программы. Она начинает восприниматься как область знания, связанная с культурой, логикой и жизненными ситуациями, где надо что-то выбирать или подсчитывать.

В этой разработке цифровые ресурсы - не самостоятельная цель, а именно рабочие инструменты. Под каждую дидактическую задачу на определенном этапе свой инструмент. Например, интерактивные тренажеры удобны для быстрой проверки базовых вещей и для моментальной обратной связи. И если ошибся, то можно самому в ошибке разобраться, не дожидаясь учителя. Короткие видео помогают оживить историческую справку, сделать ее не скучной. Но их нужно вставлять дозированно, не вместо обсуждения, а как дополнение к нему. Онлайн-доска - удобный инструмент для команд: можно зафиксировать решение в одном месте, чтобы все видели. Это дает возможность потом сравнить разные логики, прокомментировать чужой вариант, устроить обсуждение всем классом. Генераторы случайных задач полезны для жеребьевки, чтобы раздать задания экипажам. А платформы для викторин, например, Kahoot!, удобны в самом конце урока, когда учителю нужно понять, что усвоили обучающиеся.

Ценность такой разработки с педагогической точки зрения в том, что она не избавляется от привычных форм работы, а просто добавляет к ним цифровые ресурсы. Каждый цифровой инструмент в этой разработке

выполняет свою роль. Тренажеры усиливают этап закрепления и помогают отрабатывать навыки. Онлайн-доска делает групповую работу нагляднее. Видео - лучше запоминать исторический материал. Викторины - быстро провести итоговую проверку. При этом учитель сохраняет ведущую роль. Именно он определяет последовательность, регулирует время, комментирует ошибки и возвращает класс к математическому смыслу выполняемых действий. Если цифровые ресурсы встроены в такую логику, они не только повышают наглядность, но и освобождают время от организационных моментов, чтобы больше заниматься методической поддержкой обучающихся.

Но есть и ограничения, которые надо иметь в виду при реальном использовании. Самая очевидная проблема связана с технической оснащённостью. Для полноценной работы с онлайн-доской, тренажерами, видео и викторинами нужен стабильный интернет, работающие устройства и базовое умение учеников пользоваться выбранными платформами. Если этого нет, цифровые инструменты могут скорее нарушить темп урока, чем помочь. Кроме того, игровая форма требует четкого тайминга. Если слишком долго обсуждать результаты или затягивать соревновательную часть, может не хватить времени на отработку, а для комбинаторики это критически важный этап.

Чтобы снизить эти риски, лучше заранее подготовить варианты заданий на бумаге. Тогда при техническом сбое структура урока сохранится, и учебное время не будет потеряно. Также стоит для каждого тура регаты задать временные границы и использовать таймер - ученики должны видеть, сколько минут отводится на обсуждение и на ответ. После работы с цифровыми ресурсами важно возвращаться к традиционным формам: устные объяснения, письменное решение задач у доски, разбор ошибок. Если онлайн-викторину провести не получается, ее легко заменить устным блиц-опросом или карточками с короткими заданиями, при этом дидактическая задача останется той же. В результате урок остается гибким и может быть

проведен в разных технических условиях, а цифровые ресурсы сохраняют вспомогательную роль и работают на усвоение темы, а не на внешнюю эффективность занятия.

2.2. Методические рекомендации по применению интерактивных цифровых образовательных ресурсов в процессе обучения теме «Обобщение знаний: элементы комбинаторики» для 9 класса, апробация и анализ ее результатов

Апробация разработанной методики

Цель исследования - оценить эффективность педагогической работы по формированию знаний и умений учащихся 9 класса в рамках изучения темы «Элементы комбинаторики».

Задачи исследования:

1. Определить исходный уровень знаний учащихся по теме «Элементы комбинаторики» (констатирующий этап).
2. Реализовать педагогические меры по улучшению понимания и усвоения материала.
3. Оценить уровень знаний учащихся после выполнения педагогических мероприятий (контрольный этап).
4. Проанализировать и сопоставить результаты на обоих этапах.

Участники исследования: 8 учащихся 9 класса МКОУ «Никольская СОШ».

Констатирующий этап исследования. На констатирующем этапе учащимся было предложено выполнить практическое задание, состоящее из 10 задач разного уровня сложности. Задания охватывают ключевые аспекты темы: перестановки, размещения, сочетания, применение правила умножения, решение прикладных комбинаторных задач.

Практическое задание для констатирующего этапа исследования

1. Сколькими способами можно рассадить 4 учеников за парты в ряду, если каждая парта предназначена для одного человека?

2. Сколько трёхзначных чисел можно составить из цифр 2, 4, 6, 8, если цифры в числе не повторяются?
3. В классе 15 учеников. Сколькими способами можно выбрать старосту и его заместителя?
4. Из 10 книг надо выбрать 3 для домашней библиотеки. Сколькими способами это можно сделать?
5. У Маши есть 5 разных блузок и 4 юбки. Сколько различных комплектов одежды она может составить, если каждый комплект состоит из одной блузки и одной юбки?
6. Сколькими способами можно расставить 6 книг на полке?
7. В команде 7 человек. Надо выбрать капитана и его помощника. Сколькими способами это можно сделать?
8. Из 8 участников кружка надо выбрать двоих для выступления на конференции. Сколькими способами можно сделать этот выбор?
9. Пароль состоит из двух букв (из набора А, Б, В, Г) и двух цифр (из набора 1, 2, 3). Буквы и цифры не повторяются. Сколько различных паролей можно составить?
10. В меню столовой 3 вида первых блюд, 4 вида вторых и 2 вида десертов. Сколькими способами можно выбрать обед, состоящий из первого, второго и десерта?

Критерии оценки и уровни усвоения материала:

Каждое задание оценивается в 1 балл. Максимальный балл за всю работу - 10.

Критерии оценивания:

За верное решение с указанием формулы и полным ответом - 1 балл.

За верный ответ без обоснования или с неполным обоснованием - 0,5 балла.

За неверный ответ или отсутствие решения - 0 баллов.

Уровни усвоения материала:

Низкий уровень (0–3 балла): учащийся испытывает значительные трудности в решении комбинаторных задач, не владеет базовыми понятиями (перестановки, размещения, сочетания), не применяет правило умножения, допускает ошибки в простых вычислениях.

Средний уровень (4–6 баллов): учащийся решает типовые задачи на перестановки и правило умножения, но затрудняется с задачами на сочетания и размещения, допускает ошибки при выборе подходящей формулы, может решить задачу только по образцу.

Высокий уровень (7–10 баллов): учащийся уверенно применяет формулы перестановок, размещений и сочетаний, правильно выбирает метод решения в зависимости от условия задачи, грамотно обосновывает ход решения, допускает минимальное количество ошибок или не допускает их вовсе.

Результаты констатирующего этапа фиксируются в сводной таблице, где для каждого учащегося указаны: номер задания, полученный балл, общий балл и уровень усвоения материала. На основе этих данных планируется дальнейшая педагогическая работа: для учащихся с низким уровнем - дополнительные консультации и отработка базовых навыков, для среднего уровня - углубление знаний и решение усложнённых задач, для высокого уровня - задания повышенной сложности и исследовательские задачи по комбинаторике.

Контрольный этап исследования. После завершения формирующего этапа исследования, в ходе которого были реализованы педагогические меры по улучшению понимания и усвоения темы «Элементы комбинаторики» (включая уроки с применением цифровых средств обучения, интерактивные задания, математическую регату и дополнительные консультации для учащихся с низким уровнем знаний), был проведён контрольный этап. Его цель - оценить эффективность проведённой работы, выявить динамику изменения уровня знаний учащихся и определить, насколько успешно школьники научились применять теоретические знания на практике.

Задачи контрольного этапа:

1. Провести повторное тестирование учащихся по теме «Элементы комбинаторики».
2. Сравнить результаты констатирующего и контрольного этапов.
3. Оценить эффективность педагогических мер, реализованных на формирующем этапе.
4. Выявить оставшиеся пробелы в знаниях и наметить направления дальнейшей работы.

Участники: 8 учащихся 9 класса, принимавшие участие в констатирующем этапе исследования.

Практическое задание для контрольного этапа. Учащимся предлагается выполнить 10 заданий, аналогичных по структуре заданиям констатирующего этапа, но с новыми условиями и повышенной сложностью отдельных задач. Задания охватывают все ключевые аспекты темы и требуют не только применения формул, но и логического анализа условий.

1. В фотоальбоме 6 свободных мест. Сколькими способами можно разместить в нём 4 фотографии, если каждая фотография должна занимать отдельное место?
2. Сколько четырёхзначных чисел можно составить из цифр 3, 5, 7, 9, если цифры в числе не повторяются и число должно быть чётным?
3. В классе 12 учеников участвуют в олимпиаде. Сколькими способами можно распределить между ними золотые, серебряные и бронзовые медали?
4. Из 15 участников туристического похода надо выбрать 4 человека для разведки маршрута. Сколькими способами это можно сделать?
5. У Анны есть 6 шарфов и 5 шапок. Она решила, что не будет носить шарф и шапку одного цвета. Если 2 шарфа и 2 шапки красные, сколько различных комплектов (шарф + шапка) она может составить?
6. Сколькими способами можно расставить 5 разных книг на полке так, чтобы две определённые книги стояли рядом?

7. В команде 8 человек. Надо выбрать троих для выполнения особого задания. Сколькими способами это можно сделать, если два участника отказываются работать вместе?

8. Из 9 участников кружка надо выбрать двоих для выступления на конференции и ещё одного - для подготовки презентации. Сколькими способами можно распределить роли?

9. Пароль состоит из трёх букв (из набора А, Б, В, Г, Д) и двух цифр (из набора 1, 2, 3, 4). Буквы и цифры не повторяются. Сколько различных паролей можно составить, если буква «А» обязательно должна присутствовать?

10. В кафе есть 4 вида салатов, 5 видов горячих блюд и 3 вида напитков. Клиент решил заказать салат и горячее блюдо, а напиток выберет только если останется время. Сколько вариантов заказа у клиента, если он может отказаться от напитка?

Критерии оценки и уровни усвоения материала (аналогичны констатирующему этапу).

Результаты констатирующего этапа исследования.

На констатирующем этапе исследования был проведён входной контроль знаний учащихся 9 класса по теме «Элементы комбинаторики». Цель тестирования - определить исходный уровень освоения ключевых понятий и навыков: перестановок, размещений, сочетаний, правила умножения и их применения для решения прикладных задач.

В исследовании приняли участие 8 учащихся 9 класса общеобразовательной школы. Учащимся было предложено выполнить практическое задание из 10 задач разного уровня сложности. Каждое задание оценивалось в 1 балл; максимальный балл за всю работу - 10. Результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1. Сводная таблица распределения учащихся по уровням усвоения материала

Уровень усвоения	Количество учащихся	Доля от общего числа (%)
Низкий	4	50
Средний	3	38
Высокий	1	12
Всего	8	100

Анализ результатов констатирующего этапа позволил установить, что у большинства учащихся знания по теме «Элементы комбинаторики» сформированы недостаточно устойчиво. Низкий уровень усвоения материала, соответствующий 0–3 баллам, был выявлен у 4 человек, что составило 50 % от общего числа участников. Эти учащиеся испытывали затруднения даже при выполнении простых комбинаторных заданий, поскольку не всегда могли определить, какая формула должна применяться в конкретной задаче, смешивали перестановки, размещения и сочетания, допускали ошибки при вычислении факториалов и неуверенно использовали правило умножения в прикладных ситуациях.

Средний уровень, соответствующий 4–6 баллам, показали 3 человека, то есть 38 % учащихся. Данная группа справилась с частью типовых заданий, прежде всего с теми, где требовалось применить правило умножения или выполнить простые действия с перестановками, однако при переходе к задачам на сочетания и размещения возникали заметные трудности. Особенно сложными оказались задания, в которых необходимо было не только вспомнить формулу, но и понять, учитывается ли порядок выбора элементов. При этом даже в правильно решённых заданиях обоснование часто оставалось неполным, что показывает недостаточную сформированность умения объяснять ход рассуждения.

Высокий уровень, соответствующий 7–10 баллам, был зафиксирован только у 1 учащегося, что составило 12 %. Этот результат показывает, что лишь один участник диагностики уверенно ориентировался в основных

понятиях комбинаторики, правильно выбирал способ решения, последовательно объяснял свои действия и допускал минимальное количество ошибок. Следовательно, на момент проведения констатирующего этапа прочное владение материалом было характерно не для группы в целом, а только для отдельного учащегося.

Наибольшие затруднения вызвали задания, в которых требовалось совместить несколько правил или учесть дополнительное условие. К таким заданиям относились задания 9 и 10, предполагающие комбинированное применение изученных способов решения, задание 4, где учащимся нужно было различить размещения и сочетания, а также задание 2, в котором необходимо было учитывать чётность составляемого числа. Эти ошибки показывают, что школьники чаще действовали по внешним признакам задачи, чем по её математическому смыслу, поэтому при изменении условия им было трудно выбрать правильный способ решения.

Полученные данные свидетельствуют о том, что исходный уровень подготовки учащихся 9 класса по теме «Элементы комбинаторики» нельзя считать достаточным. Половина участников диагностики продемонстрировала низкий уровень освоения материала, а это указывает на необходимость специально организованной работы, направленной на повторение базовых понятий, различение перестановок, размещений и сочетаний, отработку выбора формулы в зависимости от условия задачи и развитие умения пояснять решение. В дальнейшей работе необходимо было не только увеличить количество тренировочных заданий, но и использовать такие приёмы обучения, которые позволяли бы учащимся видеть различия между типами задач, получать обратную связь и постепенно переходить от простого применения формулы к осознанному рассуждению. Именно результаты констатирующего этапа стали основанием для проведения формирующего этапа исследования, ориентированного на повышение уровня знаний и практических умений учащихся по теме «Элементы комбинаторики».

Результаты контрольного этапа исследования.

Контрольный этап исследования был проведён после реализации формирующего этапа, в рамках которого применялась разработанная методическая разработка уроков с использованием цифровых средств обучения (интерактивные тренажёры, онлайн-доска, видеофрагменты, мини-опросы и викторины).

Цель контрольного этапа - оценить динамику уровня знаний учащихся по теме «Элементы комбинаторики», выявить эффективность проведённой педагогической работы и определить, насколько успешно школьники научились применять теоретические знания на практике.

В исследовании приняли участие те же 8 учащихся 9 класса, что и на констатирующем этапе. Учащимся было предложено выполнить практическое задание из 10 задач разного уровня сложности, аналогичных по структуре заданиям констатирующего этапа, но с новыми условиями и повышенной сложностью отдельных задач. Результаты представлены в таблице 2.

Таблица 2. Сводная таблица распределения учащихся по уровням усвоения материала (контрольный этап)

Уровень усвоения	Количество учащихся	Доля от общего числа (%)
Низкий	1	12
Средний	3	38
Высокий	4	50
Всего	8	100

По результатам контрольного этапа исследования было проведено распределение учащихся 9 класса по уровням усвоения материала по теме «Элементы комбинаторики». Всего в исследовании приняли участие 8 школьников. Из них 1 учащийся (12% от общего числа) продемонстрировал низкий уровень усвоения материала: он по-прежнему испытывает

затруднения при решении комбинаторных задач, допускает ошибки в выборе формул (перестановки, размещения, сочетания) и в вычислениях.

3 учащихся (38 % от общего числа) показали средний уровень - они успешно справляются с типовыми заданиями на применение правила умножения и перестановки, однако сталкиваются с трудностями при решении задач на сочетания и размещения либо при необходимости комбинировать несколько подходов.

Наибольший прогресс отмечен у 4 учащихся (50 % от общего числа), которые достигли высокого уровня усвоения: эти школьники уверенно оперируют формулами комбинаторики, грамотно обосновывают выбор метода решения, корректно учитывают дополнительные условия в задачах и допускают минимальное количество ошибок либо не допускают их вовсе. Таким образом, общее распределение по уровням среди всех 8 учащихся составило 100 %.

Таблица 3. Сравнение результатов констатирующего и контрольного этапов

Уровень усвоения	Констатирующий этап (кол-во / %)	Контрольный этап (кол-во / %)	Изменение (кол-во)	Изменение (%)
Низкий	4 (50 %)	1 (12 %)	–3	–38
Средний	3 (38 %)	3 (38 %)	0	0
Высокий	1 (12 %)	4 (50 %)	+3	+38

Анализ результатов контрольного этапа показал, что после проведённой работы уровень усвоения темы «Элементы комбинаторики» у учащихся стал заметно выше. Если на констатирующем этапе низкий уровень был выявлен у 4 человек, что составляло 50 % от общего числа участников, то после формирующего этапа в данной группе остался только 1 учащийся, или 12 %. Это позволяет сделать вывод о том, что количество

школьников, испытывающих выраженные трудности при решении комбинаторных задач, существенно сократилось. Учащиеся стали увереннее различать основные типы комбинаторных заданий, реже смешивали перестановки, размещения и сочетания, а также более осознанно применяли правило умножения.

Количество учащихся со средним уровнем осталось прежним. Данный результат показывает, что часть школьников смогла закрепить базовые способы решения и стала увереннее выполнять типовые задания, однако при усложнении условия у них сохранялись отдельные затруднения. Прежде всего это проявлялось в задачах, где требовалось самостоятельно определить, учитывается ли порядок элементов, или совместить несколько правил в одном решении. Поэтому средний уровень в данном случае можно рассматривать как промежуточный результат, при котором учащиеся уже не демонстрируют серьёзных пробелов, но ещё нуждаются в дополнительной тренировке и разборе более сложных заданий.

Наиболее заметная положительная динамика проявилась в увеличении числа учащихся с высоким уровнем. Если на начальном этапе высокий результат показал только 1 человек, что составляло 12 %, то на контрольном этапе таких учащихся стало 4, или 50 %. Это свидетельствует о том, что у значительной части класса сформировалось более устойчивое понимание темы. Эти школьники стали увереннее выбирать способ решения, правильно применять формулы комбинаторики, объяснять ход рассуждений и допускать меньше вычислительных и логических ошибок. Следовательно, проведённая работа способствовала не только повышению количества правильных ответов, но и более осмысленному выполнению заданий по теме «Элементы комбинаторики».

Наиболее заметный прогресс наблюдается в решении задач, требующих:

- комбинированного применения нескольких правил (задания 9 и 10);

- выбора между размещениями и сочетаниями (задание 4);
- учёта дополнительных условий (чётность числа в задании 2).

Учащиеся стали чаще давать полные обоснования решений, меньше допускать вычислительных ошибок и лучше ориентироваться в условиях задач. Для наглядности данные представлены на рисунке 1.

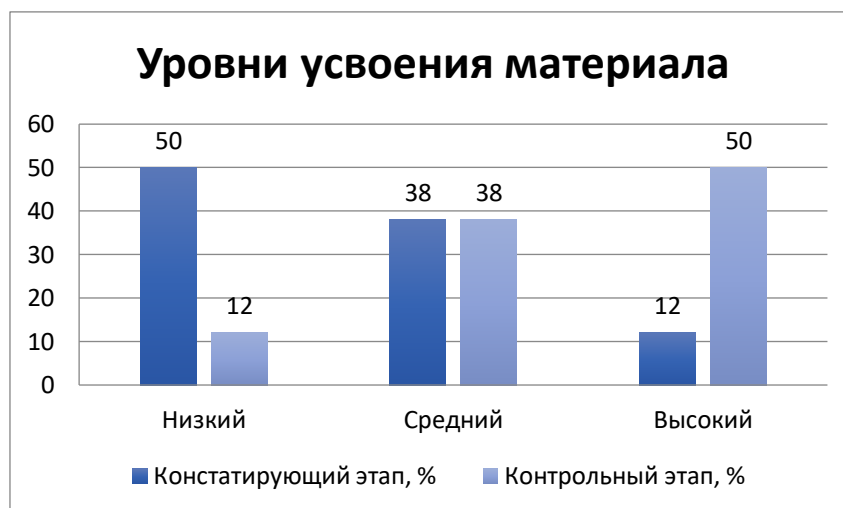


Рисунок 1. - Уровни усвоения учебного материала на констатирующем и контрольном этапах, %

Результаты контрольного этапа демонстрируют эффективность разработанной методической разработки уроков по теме «Элементы комбинаторики». Значительное снижение доли учащихся с низким уровнем знаний (на 38 %) свидетельствует о том, что применение цифровых средств обучения и игровых технологий (математическая регата, интерактивные тренажёры, викторины) способствовало:

- углублённому пониманию теоретических понятий (перестановки, размещения, сочетания);
- развитию навыков выбора подходящей формулы в зависимости от условия задачи;
- формированию умения обосновывать решения и комментировать ход рассуждений;
- повышению мотивации и вовлечённости учащихся в учебный процесс.

Полученные данные свидетельствуют о положительной динамике в освоении темы «Элементы комбинаторики» с применением цифровых образовательных ресурсов. При этом результаты исследования следует рассматривать не как универсальное доказательство эффективности любых цифровых средств, а как подтверждение того, что при методически продуманном включении интерактивных заданий, тренажёров, онлайн-досок и викторин в структуру урока учащиеся лучше различают основные виды комбинаторных задач, увереннее выбирают способ решения и чаще обосновывают ход своих рассуждений. Поэтому представленная методическая разработка может быть рекомендована для использования в школьной практике при условии её адаптации к уровню подготовки конкретного класса, техническим возможностям образовательной организации и задачам отдельного урока.

По итогам проведённого исследования, включавшего констатирующий и контрольный этапы оценки знаний учащихся 9 класса по теме «Элементы комбинаторики», были сформулированы методические рекомендации по применению цифровых инструментов на уроках математики. Полученные результаты показали, что цифровые средства дают заметный учебный эффект не тогда, когда они просто добавляются к традиционному уроку, а тогда, когда каждый ресурс связан с конкретным этапом занятия и помогает решить понятную дидактическую задачу. В процессе формирующего этапа выяснилось, что когда учитель объясняет, потом идет работа в командах, интерактивные задания и быстрая обратная связь - это вместе дает хороший результат. Материал усваивается лучше, интерес удерживается, и постепенно у обучающихся начинают формироваться навыки решения комбинаторных задач.

Главным, без чего цифровые ресурсы не принесут пользы, является их встраивание в структуру урока под конкретную задачу каждого этапа. На этапе актуализации знаний и для создания мотивации можно взять короткие научно-популярные видео про историю комбинаторики или про то, где она

применяется в жизни. Подходящие материалы есть на платформе «Российская электронная школа» или на тематических каналах Rutube, но необходимо, чтобы они соответствовали возрасту обучающихся и теме занятия. Видео о вкладе Паскаля, Ферма или Лейбница помогает показать, что комбинаторика - это часть серьезной математической науки. Только такое видео не должно длиться больше 3-4 минут. Если смотреть дольше, внимание учеников снизится.

Чтобы отработать базовые понятия и вычислительные приемы, удобно взять интерактивные тренажеры с платформ «ЯКласс» или «Учи.ру». Плюс в том, что ученик сразу после своего ответа видит результат и может понять, на каком шаге ошибся. На этапе устной работы или первичного закрепления достаточно 2-3 заданий на перестановки, размещения и сочетания - минут на 5-7. Такой короткий вход в тренажеры помогает быстрее запомнить формулы и ускорить простые действия. Но учителю потом необходимо возвращаться к тем заданиям, где ошибок было много, и разбирать их. Особенно при подготовке к ОГЭ. Там недостаточно просто выбрать верный вариант, нужно ещё объяснить самому себе (и проверяющему), почему в этой задаче работает именно такой способ, а не другой.

Для групповой работы можно использовать онлайн-доску, например, Miro или Jamboard. Во время математической регаты каждая команда фиксирует свое решение на отдельном участке доски, а учитель видит, как идут рассуждения, и может при необходимости задавать уточняющие вопросы. Это удобно для комплексных задач, где важно сравнить разные способы и обсудить, какой вариант точнее или рациональнее. Работу с онлайн-доской следует ограничить 15-20 минутами. Потом обязательно переключаться на устные ответы, записи в тетрадях, решение у обычной доски.

Для дифференцированной работы и соревновательных моментов можно использовать генераторы случайных задач. Сделать такие генераторы несложно. Например, на базе обычных веб-приложений или даже Google

Форм, если в настройках включить перемешивание вопросов. Они удобны, когда нужно быстро раздать задания по командам, сделать индивидуальные карточки или провести жеребьевку «экипажей». Учитель экономит время, и распределение заданий получается объективным. К тому же можно заранее сделать несколько уровней сложности. Тогда каждая группа получит задачи по своему уровню. На подготовку такого генератора уходит не много времени. Но применять его имеет смысл только при одном условии, если учитель заранее проверил, корректно ли работают задания, и знает, что делать, если случится технический сбой.

На этапе, когда подводят итоги и делают рефлексию, удобно проводить короткие опросы или викторины через Kahoot или Quizizz. Игровой формат снимает лишнее напряжение, обучающиеся включаются в итоговую проверку, а учитель получает информацию о том, какие темы усвоены, а какие надо еще раз пройти. Викторина на 5-7 вопросов может содержать задания на выбор правильного определения, на сопоставление формул, на определение типа комбинаторной задачи или на быструю интерпретацию условия. Результаты система сама сохраняет. Их хорошо использовать не только для того, чтобы поставить оценку или объявить победителей регаты. Они еще показывают неверные ответы класса, что помогает планировать следующие уроки.

Важными моментами являются гигиена и психолого-педагогические нормы. После 15-20 минут цифровой активности нужно сменить вид деятельности: провести устную работу, решать задания письменно, выйти к доске, сделать короткую физминутку. Например, после интерактивного тренажера можно предложить решить такую же задачу в тетради. А после работы с онлайн-доской устроить устное обсуждение алгоритма решения. В этом случае цифровые ресурсы не заменяют привычные формы математической работы, а помогают сделать их более точными, наглядными и управляемыми.

Важным условием эффективности применения ЦОР является предварительная подготовка педагога. Учителю необходимо:

- изучить функционал выбранных платформ и сервисов, протестировать их на предмет соответствия дидактическим задачам;
- разработать сценарии уроков с чётким указанием, на каком этапе и с какой целью используется тот или иной инструмент;
- подготовить резервные офлайн-аналоги для случаев технических сбоев (например, печатные карточки с задачами вместо онлайн-викторины);
- продумать критерии оценки деятельности учащихся при работе с цифровыми ресурсами, включая не только правильность ответа, но и полноту обоснования, скорость выполнения, активность в групповой работе.

Дополнительно рекомендуется формировать у школьников навыки цифровой грамотности и ответственного поведения в сети. При работе с онлайн-платформами следует акцентировать внимание на этических аспектах взаимодействия (корректность комментариев на доске, уважение к мнению других), а также на правилах информационной безопасности (не разглашение личных данных, использование надёжных паролей).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведённое исследование на тему «Интерактивные цифровые образовательные ресурсы для математической подготовки обучающихся 9 класса» позволило достичь поставленной цели - обосновать выбор цифровых инструментов обучения математике в 9 классе - и решить все задачи в полном объёме. Полученные результаты подтвердили, что системное применение интерактивных цифровых образовательных ресурсов в процессе математической подготовки учащихся 9 класса существенно повышает качество усвоения материала, активизирует познавательную деятельность школьников и способствует формированию устойчивых предметных компетенций.

В ходе анализа специальной литературы и педагогического опыта по теме исследования были систематизированы современные подходы к использованию цифровых технологий в образовании. Установлено, что цифровизация не просто дополняет традиционные методы обучения, а трансформирует педагогическую парадигму, создавая условия для более эффективной познавательной деятельности.

Особое внимание было уделено работам Е. С. Полат, А. А. Андреева, М. В. Моисеевой и ещё ряда авторов. Они пишут об общих принципах работы с информационно-коммуникационными технологиями. Но исследований, где бы разбиралось, как использовать ИЦОР именно в школьном курсе математики, оказалось совсем немного. Этот пробел только подтвердил актуальность выбранной темы и необходимость в понятных практических рекомендациях.

Характеризуя понятие «интерактивные цифровые образовательные ресурсы», удалось выделить их ключевые черты и возможные классификации. ИЦОР определены как динамичные ресурсы, которые позволяют пользователю взаимодействовать с содержанием: получать мгновенный отклик на свои действия, видеть абстрактные вещи в наглядном виде, моделировать разные учебные ситуации. К ним можно отнести

интерактивные тренажеры вроде «ЯКласс» или «Учи.ру», онлайн-доски типа Miro или Jamboard, короткие научно-популярные видео, генераторы случайных задач и платформы для викторин - Kahoot!, Quizizz и им подобные. Показано, что ключевыми преимуществами таких инструментов являются индивидуализация обучения, повышение мотивации учащихся и возможность оперативной диагностики уровня знаний.

Выделение дидактических условий применения ИЦОР в процессе математической подготовки обучающихся 9 класса позволило сформировать целостную модель их интеграции в учебный процесс. Установлено, что эффективность использования цифровых ресурсов зависит от ряда факторов: соответствия инструмента дидактической задаче, чёткого хронометража работы с экраном (не более 15-20 минут непрерывно), чередования цифровых и традиционных форм деятельности, наличия резервных офлайн-аналогов на случай технических сбоев, а также предварительной подготовки педагога к работе с платформой. Особое значение имеет дифференцированный подход: для учащихся с низким уровнем знаний целесообразно использовать интерактивные тренажёры с пошаговым разбором решений, для среднего уровня - онлайн-доски для коллективной работы, а для высокого - сложные задачи с элементами исследования.

Разработанные методические рекомендации по применению ИЦОР стали практическим результатом исследования. Они включают сценарии уроков по теме «Элементы комбинаторики» с поэтапным включением цифровых инструментов, критерии выбора ресурсов в зависимости от дидактических целей, способы оценки эффективности их применения и рекомендации по соблюдению гигиенических норм. Например, на этапе актуализации знаний предлагается использовать короткие видеофрагменты об истории комбинаторики, на этапе закрепления - интерактивные тренажёры для отработки формул перестановок и сочетаний, а на этапе рефлексии - викторины в Kahoot! для быстрой диагностики уровня усвоения.

Дополнительно прописаны алгоритмы действий педагога при технических неполадках и советы по формированию цифровой грамотности учащихся.

Экспериментальная апробация предложенных подходов, свидетельствует о положительной динамике в освоении темы «Элементы комбинаторики» с применением цифровых образовательных ресурсов. Из этого можно сделать вывод о том, что интерактивные цифровые образовательные ресурсы не стоит ставить на место привычных способов преподавания математики. Это скорее дополнительный инструмент, который усиливает отдельные этапы урока, но только если их применение методически обоснованно. В ходе работы установлено, что когда используешь цифровые тренажеры, онлайн-доски, интерактивные задания и короткие проверочные формы, то обучающиеся начинают лучше различать основные комбинаторные понятия, внимательнее выбирать формулу в зависимости от условия и чаще объяснять, как они рассуждали.

В целом, исследование подтвердило: если интерактивные цифровые образовательные ресурсы использовать системно и дозировано, они положительно влияют на математическую подготовку девятиклассников.

Дальнейшее изучение данной темы может быть связано с подробным анализом каждого цифрового ресурса отдельно. Например, какие лучше развивают самостоятельность, какие сильнее подтягивают навык аргументации, а какие лучше вообще оставить только для тренировки и контроля.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абраменкова Ю.В. Цифровые средства в работе учителя: учебно-методическое пособие. В 2 частях. Часть 1 / Ю.В. Абраменкова, В.Д. Хазан, Д.А. Скворцова. – Донецк: ДонГУ, 2025. – 83 с.
2. Акиндинов В.В., Лосева А.С. Цифровые средства в дистанционной среде обучения при реализации образовательных программ // Наука и образование. – 2023. - №1. – С. 1-7.
3. Алексеева Е.Е. Методические особенности формирования математической грамотности учащихся как составляющей функциональной грамотности // Мир науки, культуры, образования. - 2020. - № 4 (83). - С.214-218.
4. Аминов И.Б. Использование современных компьютерных технологий на уроках математики // Вопросы науки и образования. – 2018. – № 3(15). – С. 158-162.
5. Амонова Х.И. Особенности активных методов обучения // Педагогические науки. – 2021. - №1. – С. 80-81.
6. Березина Н.О., Степанова М.И. Влияние цифровых средств обучения на самочувствие обучающихся средних классов // Здоровье населения и среда обитания. - 2020. - № 8 (329). - С. 20–25.
7. Богомолова Е.С., Лангуев К.А., олюшина Е.А. Гигиенические аспекты дистанционного образования обучающихся // Вопросы школьной и университетской медицины и здоровья. - 2020. - №3. - С.35-39.
8. Бушуева В.В., Лоцилин А.Н., Тихомирова, Е.А. Методы активного обучения студентов // Преподавателю социально-гуманитарных дисциплин. – 2020. - №1. – С. 99-106.
9. Бушуева Е. А. Приемы конструирования идей решения заданий с параметрами в содержании ЕГЭ // Молодой ученый. - 2023. - № 27 (474). - С. 201-202.
10. Быстрова Н.В., Цыплаков С.А., Пулькина Е.Е. Современные педагогические технологии как основа проектирования образовательного

процесса // Проблемы современного педагогического образования. - 2019. - № 65-2. - С. 79-81.

11. Вайндорф-Сысоева М.Е. Методы цифрового обучения: классификация, средства и инструменты, матрица согласования // Вестник Томского государственного университета. – 2024. – № 501. – С. 164-172.

12. Воистинова Г.Х., Солощенко М.Ю. Математическая логика. Конструирование задач // Современные проблемы образования и науки: электронный научный журнал. - 2019. - № 1. - С. 116-125.

13. Галямова Э.Х. Анализ зарубежных практик применения цифровых средств в подготовке будущего учителя // Вестник Марийского государственного университета. – 2023. – №2 (50). – С. 175-184.

14. Долотин Ю.Г., Коростелев Д.А. Концепция проектирования интерактивных компьютерных тренажеров и их применение в учебном процессе // Ученые записки Орловского государственного университета. Серия: Гуманитарные и социальные науки. – 2021. - №3(92). – С. 176-184.

15. Евсеева Е.Г. Проектирование учителем математики электронных средств формирования комбинаторного мышления у обучающихся // Человеческий капитал. – 2024. – № 12(192). – С. 243-252.

16. Евсеева Е.Г., Скворцова Д.А. Методы и формы подготовки будущих учителей математики к цифровому обучению // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2025. – №2 (66). – С. 55-67.

17. Зимнякова Т.С., Ларин С.В., Ларина Е.И. Особенности использования цифровых образовательных ресурсов в обучении математике и физике // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В. П. Астафьева. – 2019. - №1. – С. 26 – 32.

18. Золкина А. В., Ломоносова Н. В., Петрусевич Д. А. Оценка востребованности применения геймификации как инструмента повышения эффективности образовательного процесса // Science for Education Today. - 2020. - № 3. - С. 127–143.

19. Касымова Г. К., Валеева Г. В., Сетяева Н. Н., Арпентьева М. Р. Социально-психологические проблемы развития субъектов цифрового образования // Психопедагогика в правоохранительных органах. - 2022. - Т. 27. - № 4(91). - С. 456–466.
20. Круподерова Е.П., Иванова Н.Е., Матвеева Ю.И. Проектирование предметной цифровой среды обучения математике // Проблемы современного педагогического образования. – 2025. - №1. – С. 159 – 161.
21. Круподерова Е.П., Круподерова К.Р., Печенева И.А. Организация «перевернутого обучения» математике в условиях предметной цифровой образовательной среды // Проблемы современного педагогического образования. – 2020. - №1. – С. 229 – 231.
22. Лазарева М.В., Овечкин Д.Е. Цифровая образовательная среда как средство повышения качества обучения школьников // Гуманитарные исследования Центральной России. – 2023. - №4(29). – С. 53 – 59.
23. Лангуев К.А. Цифровая образовательная среда: гигиеническая оценка влияния факторов новой среды на состояние здоровья учащихся // Материалы VI Национального конгресса с международным участием «Здоровые дети - будущее страны». – 2022. – Т5. - №2. – С. 300-302.
24. Ларин С.В., Майер В.Р., Кочеткова Т.О. Особенности создания и использования компьютерных анимационных рисунков в обучении математике // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В. П. Астафьева. – 2020. – №1. – С. 6 – 14.
25. Ларин С.В., Чилбак-оол С.В. Анимационные рисунки как средство цифровых технологий обучения математике // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева. – 2020. - №53(3). – С. 54 – 61.
26. Маняхина В.Г. Формирование в рамках практической подготовки готовности будущего учителя к работе в цифровой среде и реализации смешанного обучения // Проблемы современного педагогического образования. – 2024. – №84-3. – С. 310-314.

27. Носкова Т.Н. Дидактика цифровой среды. – Санкт-Петербург: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2020. – 382 с.

28. Постановление №2040 «О проведении эксперимента по внедрению цифровой образовательной среды». – Режим доступа: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/74922819/?ysclid=mltwowvg1y488850255> (дата обращения – 19.02.2026).

29. Постановление Правительства РФ от 7 декабря 2020 г. № 2040 «О проведении эксперимента по внедрению цифровой образовательной среды» (вместе с «Положением о проведении на территории отдельных субъектов Российской Федерации эксперимента по внедрению цифровой образовательной среды») // КонсультантПлюс: [сайт]. URL: https://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_370409/?ysclid=m8m4vf60x4806541929 (дата обращения: 18.02.2026). – Текст: электронный.

30. Распоряжение Правительства РФ №427-р «Цифровая трансформация образования». – Режим доступа: <https://docs.edu.gov.ru/document/id/2637> (дата обращения - 19.02.2026).

31. Самарина А. Е., Бояринов Д. А. Дидактический потенциал цифровой математической среды Teacher Desmos в высшем образовании // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2022. – № 12. – С. 1–21.

32. Скафа Е.И. Реализация принципов цифровой дидактики в обучении будущих учителей математики // Донецкие чтения 2022: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности: Материалы VII Международной научной конференции, посвящённой 85-летию Донецкого национального университета, Донецк, 27–28 октября 2022 года / под общей редакцией С.В. Беспаловой. Том 6 Часть 3. – Донецк: Донецкий национальный университет, 2022. – С. 66-69.

33. Скачкова Н. В. Использование цифровой дидактики в профессиональном образовании // Вестник Томского государственного педагогического университета. - 2022. - №5 (223). - С. 28–37.

34. Скворцова О.П. Современные цифровые средства обучения на уроках математики: дидактический потенциал и практика применения // Вестник науки. – 2025. – Т.3. - №11(92). – С. 694 – 700.

35. Современные образовательные технологии в рамках реализации федерального проекта «Цифровая образовательная среда»: учебно-метод. пособие / авт.-сост. Н. Ю. Блохина, Г. А. Кобелева. Киров: ИРО Кировской области, 2020. - 70 с.

36. Стрекалова Н.Б., Санько А.М. Научное знание в педагогике о средствах обучения // Вестник Самарского университета. – 2024. – Т.30. - №3. – С. 72-88.

37. Титова С.В. Проектирование цифрового учебника как инновационного средства обучения // Вестник Московского университета. – 2022. - №3. – С. 41 – 60.

38. ФГОС Основное общее образование // утвержден Приказом Минобрнауки России от 17.12.2010 N 1897 (ред. от 11.12.2020). – Режим доступа: <https://fgos.ru/fgos/fgos-ooo> (дата обращения - 19.02.2026).

39. Филатова З.М., Галямова Э.Х. Разработка учебного занятия с использованием инструментов и средств цифрового обучения // Проблемы современного педагогического образования. – 2022. – №1. – С. 213 – 216.

40. Чоросова О. М., Алексеева А. З. Теория и практика электронного обучения в СВФУ // Педагогический журнал. - 2019. - Т.9. - № 6-1. - С. 156–167.



АНТИПЛАГИАТ
ОБНАРУЖЕНИЕ ЗАИМСТВОВАНИЙ

СПРАВКА

о результатах проверки текстового документа
на наличие заимствований

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
"КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В.П.
АСТАФЬЕВА"

ПРОВЕРКА ВЫПОЛНЕНА В СИСТЕМЕ АНТИПЛАГИАТ.ВУЗ

Автор работы: Ракутина Маргарита Руслановна
Самоцитирование
рассчитано для: Ракутина Маргарита Руслановна
Название работы: Интерактивные цифровые образовательные ресурсы для математической подготовки обучающихся 9 класса
Тип работы: Выпускная квалификационная работа
Подразделение: институт математики, физики и информатики

РЕЗУЛЬТАТЫ

■ ОТЧЕТ О ПРОВЕРКЕ КОРРЕКТИРОВАЛСЯ: НИЖЕ ПРЕДСТАВЛЕНЫ РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРКИ ДО КОРРЕКТИРОВКИ

СОВПАДЕНИЯ	14.18%	СОВПАДЕНИЯ	14.18%
ОРИГИНАЛЬНОСТЬ	85.82%	ОРИГИНАЛЬНОСТЬ	85.82%
ЦИТИРОВАНИЯ	0%	ЦИТИРОВАНИЯ	0%
САМОЦИТИРОВАНИЯ	0%	САМОЦИТИРОВАНИЯ	0%
ИИ-КОНТЕНТ	0%		

ДАТА И ВРЕМЯ КОРРЕКТИРОВКИ: 14.06.2026 07:07

ДАТА ПОСЛЕДНЕЙ ПРОВЕРКИ: 14.06.2026

Структура
документа:

Проверенные разделы: основная часть с.24-67, введение с.1-24, выводы с.68-71

Модули поиска:

Переводные заимствования по коллекции Гарант: аналитика; Шаблонные фразы; Сводная коллекция научных работ Беларуси; Кольцо вузов; Перефразирования по коллекции IEEE; Профессиональная лексика. Медицина; Патенты СССР, РФ, СНГ; Публикации РГБ; Перефразирования по Коллекции открытых публикаций международных издательств; Цитирование; Профессиональная лексика. Юриспруденция; IEEE; Перефразированные заимствования по коллекции Интернет в английском сегменте; Перефразированные заимствования по коллекции Интернет в русском сегменте; Переводные заимствования IEEE; ИПС Адилет; Коллекция НБУ; Переводные заимствования; PubMed; СМИ России и СНГ; Профессиональная лексика. АПК и биотех; Публикации eLIBRARY; Сводная коллекция ЭБС; СПС ГАРАНТ: аналитика; Перефразирования по...

Работу проверил: Кейв Мария Анатольевна

ФИО проверяющего

Дата подписи:

14. 06. 2026



Handwritten signature

Подпись проверяющего



Чтобы убедиться
в подлинности справки, используйте QR-код,
который содержит ссылку на отчет.

Ответ на вопрос, является ли обнаруженное заимствование
корректным, система оставляет на усмотрение проверяющего.
Предоставленная информация не подлежит использованию
в коммерческих целях.

ОТЗЫВ НАУЧНОГО РУКОВОДИТЕЛЯ
на выпускную квалификационную работу
Ракутиной Маргариты Руслановны
**ИНТЕРАКТИВНЫЕ ЦИФРОВЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ
ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 9 КЛАССА**
направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, направленность (профиль)
образовательной программы Математика, заочная форма обучения

Обучение школьников цифрового поколения невозможно представить без использования цифровых технологий. Цифровизация образования сегодня отнюдь не являются внешними приметами повышения качества учебного процесса. За ними видится смена педагогической парадигмы, переход к принципиально новому типу обучения посредством организации более эффективной познавательной деятельности обучаемого. Выпускная работа Ракутиной М.Р. посвящена методике применения интерактивных цифровых ресурсов обучения в процессе математической подготовки обучающихся 9 класса.

В теоретической части работы достаточно полно охарактеризовано понятие: «интерактивные цифровые образовательные ресурсы». Указано, что на уроках математики можно применять разнообразные компоненты цифровой образовательной среды: электронные учебники и библиотеки, сервисы для онлайн-визуализации, инструменты для создания цифровых учебных материалов, платформы для совместной работы, инструменты для создания различных опросов и проведения тестирования и анкетирования. Интерактивные возможности цифровых инструментов имеют практическую ценность, поскольку они позволяют создавать наглядные материалы, организовывать групповую работу, проводить текущую проверку знаний и использовать системы компьютерной математики там, где это действительно помогает понять содержание темы.

Особую практическую значимость составляет вторая часть работы, в которой представлены методические разработки уроков по теме «Элементы комбинаторики» для 9 класса на основе интерактивных цифровых образовательных ресурсов. На базе МКОУ «Никольская СОШ» проведена апробация разработанных дидактических материалов.

Ракутина Маргарита Руслановна все поставленные перед ней задачи выполнила самостоятельно, но не в достаточно полном объеме. Продемонстрировала базовый уровень методологической и предметной готовности. Выполненная работа удовлетворяет требованиям, предъявляемым к выпускным квалификационным работам бакалавра в КГПУ им. В.П. Астафьева и заслуживает оценки «ХОРОШО».

Научный руководитель:
кандидат педагогических наук,
доцент кафедры математики и
методики обучения математике



/ Кейв М.А.

Приложение
к Регламенту размещения
выпускной квалификационной работы обучающихся,
по основным профессиональным образовательным программам
в КГПУ им. В.П. Астафьева

Согласие
На размещение выпускной квалификационной работы обучающегося
в ЭБС КГПУ им. В.П. Астафьева

Я, Ракутина Маргарита Руслановна

(фамилия, имя, отчество)

разрешаю КГПУ им. В.П. Астафьева безвозмездно воспроизводить и размещать (доводить до всеобщего сведения) в полном объеме и по частям написанную мною в рамках выполнения основной профессиональной образовательной программы выпускную квалификационную работу бакалавра / специалиста / магистра / аспиранта

(нужное подчеркнуть)

на тему: Интерактивные цифровые образовательные ресурсы для математической подготовки обучающихся 9 класса

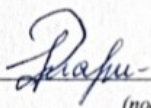
(название работы)

(далее – ВКР) в сети Интернет в ЭБС КГПУ им. В.П. Астафьева, расположенном по адресу <http://elib.kspu.ru>, таким образом, чтобы любое лицо могло получить доступ к ВКР из любого места и в любое время по собственному выбору, в течение всего срока действия исключительного права на ВКР.

Я подтверждаю, что ВКР написана мною лично, в соответствии с правилами академической этики и не нарушает интеллектуальных прав иных лиц.

20.05.2026

(дата)


(подпись)