МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Выпускающая кафедра: математики и методики обучения математике

Кожевникова Юлия Сергеевна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИСТОРИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ МОТИВАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 8 КЛАССОВ

Направление подготовки:
44.03.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы: Математика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ
Заведующий кафедрой
канд. пед. наук, доцент М.Б. Шашкина
28.05.2026
(дата, подпись)

Научный руководитель
канд. пед. наук, доцент Е.А. Аёшина
(дата, подпись)

Дата защиты
29.06.26

Обучающийся
Ю.С. Кожевникова
(дата, подпись)

Оценка удовлетворительно
прописью

Красноярск, 2026

Содержание

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования обусловлена поиском педагогическим эффективных инструментов повышения учебной мотивации обучающихся в условиях трансформации образовательной парадигмы. Современное математическое образование сталкивается с комплексом противоречий, среди которых наиболее существенным представляется диссонанс между объективной значимостью геометрии как фундаментальной дисциплины и субъективным восприятием её школьниками как абстрактного, оторванного от реальности предмета. Восьмиклассники переживают критический период в формировании отношения к математическим дисциплинам, когда утрата познавательного интереса может привести к устойчивому отторжению предмета.

Историко-математический материал обладает мощным дидактическим потенциалом, позволяющим преодолеть обозначенное противоречие через гуманитаризацию математического образования. Включение исторических сюжетов, биографий учёных, эволюции геометрических идей способствует формированию целостного представления о математике как живой, развивающейся области человеческого познания. Вместе с тем анализ педагогической практики свидетельствует о недостаточной разработанности методических подходов к систематическому использованию историко-математического материала в курсе геометрии основной школы. Фрагментарность, эпизодичность обращения к истории математики не позволяет в полной мере реализовать её мотивационный потенциал.

Проблема учебной мотивации традиционно находится в фокусе внимания отечественной педагогической психологии и дидактики. Исследования последних лет фиксируют тревожную тенденцию снижения внутренней мотивации к изучению математических дисциплин, преобладание внешней мотивации, ориентированной на оценку или избегание неудачи. Геометрия в восьмом классе характеризуется существенным усложнением теоретического материала, возрастанием доли доказательных рассуждений, что требует от обучающихся развитого абстрактного мышления и устойчивой познавательной мотивации. В этих условиях историко-математический материал может выступать связующим звеном между конкретно-образным и абстрактно-логическим уровнями познания, облегчая переход к теоретическому мышлению через персонификацию математических идей и демонстрацию их генезиса.

Степень разработанности проблемы в педагогической науке характеризуется неоднородностью. Психологические аспекты учебной мотивации глубоко исследованы в работах отечественных учёных, создана развитая теория мотивации учебной деятельности. Дидактический потенциал историко-математического материала признаётся в методической литературе, существуют отдельные разработки по включению исторических сведений в преподавание математики. Однако системные исследования, посвящённые целенаправленному использованию историко-математического материала для повышения мотивации при изучении конкретных разделов геометрии в определённых классах, представлены недостаточно. Практически отсутствуют экспериментально проверенные методические системы, учитывающие возрастные особенности восьмиклассников и специфику содержания геометрии данного класса.

Теоретический анализ позволяет выявить совокупность противоречий между объективной потребностью в повышении учебной мотивации школьников при изучении геометрии и недостаточной разработанностью методического инструментария; между признанием дидактического потенциала историко-математического материала и эпизодичностью его применения в реальной практике; между психологической готовностью восьмиклассников к восприятию исторической информации и отсутствием систематизированных подходов к её интеграции в учебный процесс. Разрешение обозначенных противоречий определяет научную и практическую актуальность настоящего исследования.

Цель исследования: разработать и апробировать серию занятий по геометрии с использованием историко-математического материала для повышения мотивации обучающихся 8 классов.

Задачи исследования:

1) раскрыть сущность, функции и дидактический потенциал историко-математического материала в обучении геометрии, проанализировать его влияние на формирование учебной мотивации;
2) охарактеризовать психолого-педагогические особенности формирования учебной мотивации обучающихся 8 классов, определить критерии и уровни сформированности мотивации к изучению геометрии;
3) проанализировать учебно-методические комплексы по геометрии для 8 класса с позиции возможностей включения историко-математического материала, обосновать формы и методы его использования;
4) разработать технологические карты уроков с включением историко-математического материала; провести апробацию использования историко-математического материала на уроках геометрии в 8 классе и описать ее результаты.

Объект исследования: процесс обучения геометрии в 8 классе общеобразовательной организации.

Предмет исследования: историко-математический материал как средство повышения учебной мотивации обучающихся 8 классов при изучении геометрии.

Методы исследования. Теоретические: анализ психолого-педагогической и методической литературы по проблеме исследования; систематизация и обобщение научных подходов к использованию историко-математического материала; сравнительный анализ учебно-методических комплексов.

Эмпирические: педагогическое наблюдение за учебным процессом; беседа с обучающимися и учителями; анкетирование для выявления уровня учебной мотивации; тестирование предметных знаний.

Научная новизна исследования заключается разработке и теоретическом обосновании условий использования историко-математического материала для повышения мотивации восьмиклассников при изучении конкретных разделов геометрии; в определении критериев отбора и принципов структурирования исторического содержания применительно к темам «Четырёхугольники», «Теорема Пифагора», «Подобные треугольники»; в разработке технологических карт уроков, интегрирующих историко-математический материал в различные этапы учебного процесса.

Практическая значимость работы состоит в создании методического инструментария, который может быть непосредственно использован учителями математики в практике преподавания геометрии в 8 классе. Разработанные технологические карты уроков, дидактические материалы, применимы в реальном образовательном процессе и способствуют повышению качества математического образования.

Структура выпускной квалификационной работы состоит из введения, двух глав, заключения и списка использованной литературы. Во введении обоснованы актуальность темы исследования, сформулированы цель, задачи, объект, предмет, гипотеза, охарактеризованы методологическая основа и методы исследования, раскрыта научная новизна и практическая значимость работы. В первой главе раскрыты сущность, функции и дидактический потенциал историко-математического материала, проанализировано его влияние на формирование учебной мотивации, охарактеризованы особенности мотивационной сферы обучающихся 8 классов, определены критерии и уровни сформированности мотивации к изучению геометрии. Во второй главе проведён анализ учебно-методических комплексов, обоснованы формы и методы использования исторического материала, представлены разработанные технологические карты уроков, описаны результаты апробации и проанализированы ее результаты. В заключении сформулированы основные выводы исследования, определены перспективы дальнейшей разработки проблемы.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИСТОРИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА В ОБУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИИ

1.1. Историко-математический материал как средство обучения геометрии

Проблема определения сущности и дидактической роли историко-математического материала в образовательном процессе привлекает внимание исследователей на протяжении нескольких десятилетий, однако в современных условиях модернизации математического образования она обретает новую актуальность и требует переосмысления. Историко-математический материал представляет собой специфическую область дидактического знания, находящуюся на пересечении собственно математического содержания, исторической науки и методики обучения. Его дефиниция в педагогической литературе варьируется от узкого понимания как совокупности сведений о развитии математических идей и биографий учёных до широкой трактовки, включающей культурно-исторический контекст возникновения и эволюции математических понятий, методов, теорий [12, с. 45].

Концептуальное осмысление места историко-математического материала в структуре учебного предмета требует обращения к философско-методологическим основаниям математического познания. Математика, будучи наукой о количественных отношениях и пространственных формах действительности, развивается не в изоляции от социокультурных процессов, а в органическом единстве с ними, отражая потребности общественной практики и одновременно демонстрируя относительную автономность теоретического мышления. История математики раскрывает диалектику абстрактного и конкретного, логического и исторического, необходимости и случайности в развитии научного знания. Для обучающегося, впервые встречающегося с готовыми математическими конструкциями, представленными в учебнике в логически завершённой форме, историко-математический материал выступает средством «очеловечивания» науки, демонстрации её как результата напряжённого интеллектуального труда многих поколений исследователей [28, с. 112].

Дидактический анализ функций историко-математического материала позволяет выделить несколько взаимосвязанных аспектов его педагогического потенциала. Мировоззренческая функция реализуется через формирование у обучающихся представлений о математике как важнейшей составляющей человеческой культуры, неотъемлемой части общецивилизационного развития. Погружение в исторический контекст возникновения геометрических знаний – от практических измерений в Древнем Египте до аксиоматического построения евклидовой геометрии – способствует пониманию культурно-исторической обусловленности научного знания, его связи с материальным производством, искусством, философией. Когнитивная функция историко-математического материала проявляется в облегчении понимания сложных абстрактных концепций через демонстрацию их генезиса, эволюции от интуитивных представлений к строгим определениям, от частных случаев к общим закономерностям [7, с. 89].

Мотивационная функция, представляющая особый интерес для настоящего исследования, обусловлена способностью историко-математического материала пробуждать познавательный интерес, создавать эмоциональный фон обучения, персонифицировать математическое знание. Биографические сведения о математиках, драматические истории научных открытий, конкурирующие подходы к решению проблем, ошибки и заблуждения великих учёных – всё это придаёт изучению геометрии личностную окраску, снимает ореол недоступности и предопределённости математических истин. Обучающийся получает возможность увидеть за формулами и теоремами живых людей с их сомнениями, озарениями, интеллектуальными поисками. Развивающая функция реализуется через формирование исследовательских умений, критического мышления, способности к анализу эволюции научных идей [19, с. 156].

Межпредметные связи как дидактический феномен органично сопряжены с использованием историко-математического материала, поскольку история науки по своей природе интегративна и демонстрирует взаимовлияние различных областей знания. В педагогической теории межпредметные связи рассматриваются как отражение в содержании учебных дисциплин тех диалектических взаимосвязей, которые объективно существуют в природе, обществе и познавательной деятельности человека. Применительно к геометрии особую значимость приобретают связи с историей, географией, искусством, архитектурой, физикой. Историко-математический материал выступает естественным интегратором, позволяющим продемонстрировать, как геометрические методы применялись для решения астрономических задач в античности, как законы перспективы в живописи эпохи Возрождения стимулировали развитие проективной геометрии, как потребности навигации и картографии обусловили создание сферической геометрии [23, с. 78].

Типология межпредметных связей в контексте использования историко-математического материала может быть представлена по различным основаниям. По хронологическому признаку выделяются синхронные связи, когда исторические сведения из разных предметов относятся к одной эпохе, и диахронные, демонстрирующие эволюцию идей во времени. По содержательному критерию различаются фактологические связи, понятийные, теоретические и методологические. Фактологические связи реализуются через использование конкретных исторических сведений, дат, имён. Понятийные связи предполагают выявление общих понятий в математике и других науках, прослеживание их исторического развития. Теоретические связи раскрывают применение математических теорий для объяснения явлений, изучаемых в других дисциплинах. Методологические связи демонстрируют общность методов научного познания [31, с. 134].

Реализация межпредметных связей через историко-математический материал способствует формированию целостной картины мира у обучающихся, преодолению фрагментарности знаний, характерной для предметного обучения. Восьмиклассники, изучая теорему Пифагора, получают возможность не только освоить её доказательство и научиться применять в решении задач, но и узнать о пифагорейской школе, её философских воззрениях, связи математики с музыкой через учение о гармонии, о различных доказательствах теоремы в разных культурах – от древнекитайских до средневековых арабских математиков. Такой интегративный подход превращает изучение конкретной теоремы в познание культурно-исторического феномена, демонстрирует универсальность математического знания и его укоренённость в различных цивилизациях [15, с. 201].

Дидактический потенциал историко-математического материала наиболее полно раскрывается при соблюдении определённых методических принципов его отбора и структурирования. Принцип научной достоверности требует, чтобы исторические сведения, используемые в обучении, соответствовали современным представлениям историков науки, не содержали мифологизированных или недостоверных фактов. Распространённые легенды о математиках, не подтверждённые источниками, могут использоваться лишь с соответствующими оговорками. Принцип доступности предполагает соответствие историко-математического материала возрастным познавательным возможностям обучающихся, их жизненному опыту, уровню развития абстрактного мышления. Для восьмиклассников предпочтительны конкретные исторические сюжеты, биографические эпизоды, наглядные исторические задачи [26, с. 93].

Принцип систематичности означает, что историко-математический материал не должен быть случайным дополнением к уроку, развлекательным отступлением, а органично вплетаться в логику изучения темы, способствовать достижению образовательных целей. Эпизодическое, фрагментарное использование исторических сведений не позволяет сформировать у обучающихся представления о развитии математики как закономерном процессе. Систематичность реализуется через продуманную систему включения историко-математического материала в различные структурные элементы урока и в последовательность уроков по теме. Принцип проблемности предполагает представление историко-математического материала не как готовых информационных блоков, а как источника познавательных проблем, стимулирующих мыслительную активность обучающихся [8, с. 167].

Содержательная структура историко-математического материала, применимого в обучении геометрии, может быть систематизирована следующим образом. Биографический компонент включает сведения о жизни и деятельности выдающихся математиков, внёсших вклад в развитие геометрии: Евклид, Архимед, Фалес, Пифагор, Декарт, Эйлер и другие. Биографические материалы гуманизируют математическое образование, демонстрируют разнообразие личностных качеств учёных, их увлечённость наукой, преодоление трудностей. Важно представлять не парадные портреты гениев, а живых людей с их интересами, заблуждениями, жизненными обстоятельствами. Генетический компонент раскрывает происхождение и эволюцию геометрических понятий, методов, теорий [33].

Как отмечают исследователи истории математики Б.В. Гнеденко [7] и Г.П. Матвиевская [18], развитие геометрических знаний неразрывно связано с практическими потребностями человечества – от землемерия в Древнем Египте до аксиоматического построения геометрии в «Началах» Евклида.

Прослеживание исторического развития понятия – от интуитивных представлений через уточнение до строгого определения – помогает обучающимся глубже понять его сущность, осознать необходимость формализации. Например, понятие площади прошло путь от практических измерений земельных участков до аксиоматического определения через систему свойств. Демонстрация этой эволюции способствует пониманию не только самого понятия, но и природы математического познания как процесса абстрагирования и обобщения. Проблемно-хронологический компонент представляет историю решения конкретных математических проблем, становление методов доказательства, развитие геометрических теорий. Знакомство с различными подходами к доказательству теоремы Пифагора – алгебраическим, геометрическим, методом разложения и перекладывания фигур – расширяет математический кругозор обучающихся, демонстрирует многообразие путей математического рассуждения [18, с. 189].

Прикладной компонент историко-математического материала раскрывает использование геометрических знаний для решения практических задач в различные исторические эпохи. Применение геометрии в архитектуре Древнего Египта и Месопотамии, в античной механике и оптике, в средневековом искусстве и картографии, в архитектуре Возрождения демонстрирует социальную значимость математического знания, его прикладную ценность. Для подросткового возраста, характеризующегося стремлением к пониманию практической значимости изучаемого материала, этот компонент особенно важен. Методологический компонент включает сведения о развитии методов математического познания, становлении аксиоматического метода, роли доказательства в математике, взаимоотношении эмпирического и теоретического уровней познания в истории геометрии [22, с. 211].

Функционально-структурный анализ дидактического потенциала историко-математического материала позволяет выделить несколько уровней его воздействия на обучающегося. На эмоционально-мотивационном уровне исторический материал пробуждает интерес, создаёт положительный эмоциональный фон, способствует формированию ценностного отношения к математике как компоненту культуры. Яркие исторические сюжеты, драматические истории открытий, неожиданные факты привлекают внимание обучающихся, снимают ощущение монотонности математических занятий. На когнитивном уровне историко-математический материал способствует более глубокому пониманию математического содержания через демонстрацию генезиса понятий, эволюции методов, альтернативных подходов [9, с. 134].

Когнитивная функция реализуется не через прямое объяснение современного математического содержания историческими средствами, а через создание концептуального контекста, облегчающего понимание. На деятельностном уровне историко-математический материал может стать основой для организации исследовательской деятельности обучающихся: решения исторических задач, реконструкции исторических доказательств, сравнительного анализа различных подходов. На рефлексивно-оценочном уровне обращение к истории математики способствует развитию критического мышления, умения оценивать математические идеи в контексте эпохи, понимания относительности и историчности научного знания. Обучающиеся получают возможность осознать, что современная математика – результат длительного развития, что многие идеи, кажущиеся очевидными, были открыты после долгих поисков [25, с. 178].

Специфика геометрии как учебного предмета обусловливает особенности использования историко-математического материала. Геометрия в большей степени, чем арифметика или алгебра, связана с наглядностью, пространственным воображением, эстетическим восприятием. Это определяет целесообразность использования визуального исторического материала: репродукций архитектурных сооружений, произведений искусства, исторических чертежей, схем, инструментов. Геометрия имеет наиболее древнюю историю среди математических дисциплин, богатую выдающимися открытиями и яркими личностями учёных, что предоставляет обширный материал для образовательного использования. Вместе с тем историческое развитие геометрии характеризуется сложными теоретическими трансформациями, понимание которых требует высокого уровня математической культуры [13, с. 156].

Межпредметные связи геометрии с историей как учебным предметом реализуются через синхронизацию изучаемых тем, использование общих хронологических рамок, знакомство с историей цивилизаций, в которых развивалась математика. Когда восьмиклассники изучают геометрию Древней Греции, целесообразно актуализировать их знания об античной культуре, полученные на уроках истории, о философских школах, об организации образования в Афинах. Связь геометрии с изобразительным искусством может быть продемонстрирована через обращение к законам перспективы, симметрии в орнаментах, использованию геометрических форм в живописи и архитектуре. Изучение четырёхугольников может сопровождаться анализом их использования в декоративно-прикладном искусстве различных культур, рассмотрением паркетов и мозаик [30, с. 192].

Связь геометрии с географией реализуется через обращение к истории картографии, навигации, геодезии. Многие геометрические задачи исторически возникли из потребностей определения расстояний на местности, составления карт, астрономических наблюдений. Задачи на подобие треугольников могут быть связаны с историческими методами определения высоты пирамид, расстояния до недоступных объектов. Интеграция с физикой осуществляется через демонстрацию применения геометрических методов в оптике, механике, астрономии. Законы отражения и преломления света, траектории движения тел, строение Солнечной системы – все эти вопросы имеют геометрическую составляющую и богатую историю [17, с. 203].

Реализация дидактического потенциала историко-математического материала и межпредметных связей требует от учителя высокого уровня профессиональной компетентности, включающей не только знание истории математики, но и методическое мастерство в отборе, адаптации и представлении исторического материала. Историко-математическая компетентность учителя предполагает владение фактологическим материалом по истории геометрии, понимание логики развития геометрических идей, знание биографий выдающихся математиков, умение работать с историческими источниками. Методическая компетентность включает способность отбирать исторический материал в соответствии с дидактическими целями, возрастными особенностями обучающихся, логикой изучения темы, умение интегрировать исторические сведения в различные этапы урока [24].

Таким образом, историко-математический материал обладает значительным дидактическим потенциалом, реализующимся через совокупность мировоззренческой, когнитивной, мотивационной и развивающей функций. Межпредметные связи, естественным образом сопряжённые с историко-математическим материалом, способствуют формированию целостного мировоззрения обучающихся, преодолению фрагментарности знаний, осознанию единства научного познания. Эффективное использование историко-математического материала требует соблюдения принципов научной достоверности, доступности, систематичности и проблемности, предполагает продуманную структуризацию содержания, учитывающую возрастные и психологические особенности обучающихся, специфику изучаемого математического материала.

1.2. Понятие учебной мотивации и особенности её формирования у обучающихся 8 классов

Учебная мотивация представляет собой сложный, многоуровневый процесс, определяющий направленность, интенсивность и качество учебно-познавательной деятельности обучающегося. В современной педагогической психологии (А.Н. Леонтьев, И.А. Зимняя, Е.П. Ильин) мотивация рассматривается не как изолированное психическое явление, а как системное качество личности, включающее совокупность мотивов, потребностей, целей, интересов, установок, эмоций, ценностных ориентаций, которые в совокупности определяют активность субъекта в образовательном процессе [12, с. 67]. Как подчёркивает Л.И. Божович, учебная мотивация формируется в ходе самой учебной деятельности и не может быть сведена к простой сумме отдельных побуждений [3].

Структурный анализ учебной мотивации, проведённый в работах А.К. Марковой, Т.А. Матис и А.Б. Орлова, позволяет выделить *четыре взаимосвязанных компонента*, функционирующих как единая система [17, с. 89–92]. Эти компоненты получили признание в отечественной педагогической психологии и легли в основу диагностического инструментария, использованного в нашем исследовании.

Когнитивный компонент включает познавательные интересы, стремление к овладению новыми знаниями, любознательность, понимание смысла учения. Этот компонент определяет, насколько обучающийся ориентирован на содержание учебной деятельности, испытывает ли интерес к геометрическим понятиям, теоремам, задачам, стремится ли выйти за рамки учебника. Когнитивный компонент, по мнению Г.И. Щукиной, является «стержнем учебной мотивации», поскольку именно интерес к содержанию предмета обеспечивает устойчивость познавательной активности [37, с. 112].

Эмоциональный компонент раскрывает переживания, сопровождающие учебную деятельность: радость от решения задач, удовлетворение от понимания доказательств, эстетическое удовольствие от красоты геометрических построений, а также тревожность, скуку, раздражение при встрече с трудностями. Эмоциональное отношение к предмету формирует общий фон учебной деятельности. Как отмечает Е.П. Ильин, «положительные эмоции, связанные с учением, являются важнейшим условием формирования внутренней мотивации» [14, с. 156].

Ценностно-смысловой компонент отражает личностную значимость учения, место образования в системе ценностей обучающегося, связь учебной деятельности с жизненными планами и профессиональным самоопределением. Для подростков этот компонент становится особенно важным, поскольку в возрасте 13–15 лет формируется мировоззрение, возникают первые профессиональные намерения. Исследования И.С. Якиманской показывают, что ценностно-смысловой компонент мотивации напрямую связан с развитием личностной рефлексии [40, с. 78].

Поведенческий (деятельностный) компонент проявляется в реальных учебных действиях: систематичности выполнения заданий, настойчивости при решении задач, инициативности, участии во внеурочной деятельности, способности к волевым усилиям. Этот компонент показывает, как мотивация реализуется в поведении, и служит важным индикатором для учителя. А.К. Маркова подчёркивает, что «о мотивации судят не по словам, а по реальным действиям ученика в учебной ситуации» [17, с. 95].

Классическая дихотомия внутренней и внешней мотивации сохраняет своё значение для понимания качественных различий мотивационных состояний обучающихся. Внутренняя мотивация, о которой писал ещё А.Н. Леонтьев [15], характеризуется тем, что деятельность осуществляется ради неё самой, ради той непосредственной удовлетворённости, которую она приносит.

Обучающийся с внутренней мотивацией изучает геометрию, потому что ему интересно, доставляет удовольствие процесс понимания, решения задач, открытия новых закономерностей. Внешняя мотивация связана с ориентацией на результаты, находящиеся вне самой деятельности: получение хорошей оценки, похвалы, избегание наказания, достижение социального престижа. Педагогическая практика свидетельствует, что внутренняя мотивация обеспечивает более глубокое, осмысленное, творческое обучение, в то время как внешняя мотивация нередко ведёт к формальному, поверхностному освоению материала.

Более детальная типология мотивов учения, разработанная в отечественной психологии Л.И. Божович и её последователями, выделяет познавательные и социальные мотивы как два основных класса. Познавательные мотивы связаны с содержанием учебной деятельности и процессом её выполнения. Социальные мотивы связаны с различными взаимодействиями обучающегося с другими людьми: широкие социальные мотивы (осознание общественной значимости учения), узкие социальные мотивы (ориентация на способы взаимодействия с окружающими), мотивы социального сотрудничества [3, с. 134].

Применительно к изучению геометрии особую значимость приобретают специфические предметные мотивы: мотив достижения успеха в решении задач (связан с переживанием радости от преодоления трудности), эстетический мотив (восприятие красоты математических конструкций), прагматический мотив (понимание практической полезности), состязательный мотив (актуализируется в олимпиадах, конкурсах). Историко-математический материал, как будет показано в следующем параграфе, способен актуализировать именно эти специфические мотивы

Перейдём к характеристике возрастных особенностей мотивационной сферы подростков, обучающихся в восьмом классе. Подростковый возраст (13–

15 лет) характеризуется интенсивным развитием самосознания, рефлексии, формированием Я-концепции, острой потребностью в самоутверждении и признании. Эти особенности, описанные в трудах Л.С. Выготского и Д.Б. Эльконина, существенно влияют на учебную мотивацию [5, 38]. Для подростков характерно критическое отношение к учебному процессу, стремление к пониманию смысла и значимости изучаемого материала, неприятие формального, «учебниковского» знания. Восьмиклассники уже не удовлетворяются ответом учителя «Это нужно знать», они требуют понимания, зачем это нужно, где это применяется, какое отношение это имеет к реальной жизни.

Интенсивное развитие абстрактного мышления в подростковом возрасте создаёт благоприятные предпосылки для изучения теоретических аспектов геометрии, освоения доказательных рассуждений, абстрактных понятий. Однако, как отмечает Н.Ф. Талызина, это развитие происходит неравномерно, и значительная часть восьмиклассников ещё нуждается в опоре на наглядно-образное мышление, в конкретизации абстрактных положений [31, с. 112]. Историко-математический материал, предоставляя конкретные примеры, задачи, сюжеты, облегчает переход от конкретного к абстрактному.

Социальная ситуация развития подростка характеризуется возрастанием роли общения со сверстниками, ориентацией на референтную группу, стремлением занять определённую позицию в системе межличностных отношений. Исследования А.В. Петровского показывают, что учебная мотивация подростков существенно зависит от того, как учебные достижения влияют на их статус в группе [21, с. 156]. В тех классах, где интеллектуальная активность, успехи в учении ценятся одноклассниками, учебная мотивация оказывается более высокой. Учитель может использовать групповые формы работы с историко-математическим материалом для создания позитивной атмосферы интеллектуального сотрудничества.

Становление профессионального самоопределения, начинающееся в подростковом возрасте, влияет на дифференциацию учебной мотивации по предметам. Восьмиклассники уже начинают задумываться о будущей профессии, о профильном обучении в старших классах. Для тех, кто ориентируется на технические, естественно-научные профессии, математика воспринимается как важный, профильный предмет. Для обучающихся, склоняющихся к гуманитарным профессиям, математика может представляться необязательной. Гуманитаризация математического образования через включение историко-культурного материала, о чём пишет Т.А. Иванова [13], способствует преодолению этой дифференциации.

Факторы, влияющие на формирование учебной мотивации восьмиклассников при изучении геометрии, могут быть систематизированы в несколько групп. Содержательные факторы связаны с характером учебного материала – его сложностью, новизной, практической значимостью. Слишком лёгкий материал не вызывает интереса, чрезмерно сложный порождает тревожность. Оптимальный уровень сложности способствует формированию положительной мотивации. Процессуальные факторы определяются организацией учебного процесса, методами и формами обучения. Монотонное преподавание негативно влияет на мотивацию, а разнообразие видов деятельности, проблемные ситуации, активные методы поддерживают интерес. Результативные факторы связаны с переживанием успеха или неуспеха. Систематические неудачи формируют негативное отношение, а переживание успеха укрепляет позитивную мотивацию. Социально-психологические факторы включают характер взаимодействия учителя с обучающимися, атмосферу в классе. Личность учителя, его энтузиазм, увлечённость предметом оказывают мощное мотивирующее воздействие. Индивидуально-личностные факторы определяются особенностями личности обучающегося: способностями, самооценкой, тревожностью, ценностными ориентациями.

Динамика учебной мотивации на протяжении подросткового возраста характеризуется общей тенденцией к её снижению по сравнению с младшим школьным возрастом. Если младшие школьники проявляют в основном положительное отношение к школе, то у подростков учебная мотивация становится более избирательной, дифференцированной по предметам, критичной. Часть обучающихся демонстрирует отсутствие выраженных мотивов учения, индифферентное или негативное отношение. Преодоление этих негативных тенденций требует целенаправленной работы по формированию устойчивой внутренней мотивации, и историко-математический материал, как будет показано в параграфе

Таким образом, учебная мотивация представляет собой сложное системное образование, включающее когнитивный, эмоциональный, ценностно-смысловой и поведенческий компоненты. Особенности мотивационной сферы восьмиклассников обусловлены психологическими новообразованиями подросткового возраста: развитием самосознания, критичностью, потребностью в понимании смысла учения, становлением профессионального самоопределения, ориентацией на общение со сверстниками. Формирование устойчивой внутренней мотивации к изучению геометрии требует учёта этих возрастных особенностей и создания специальных педагогических условий, одним из которых является систематическое использование историко-математического материала.

1.3. Влияние историко-математического материала на формирование учебной мотивации при изучении геометрии

Проблема учебной мотивации занимает центральное место в современной педагогической психологии и дидактике, поскольку именно мотивация определяет направленность, интенсивность и результативность учебно-познавательной деятельности обучающихся. Как отмечает Г.И. Щукина, «познавательный интерес выступает как ценнейший мотив учебной деятельности школьника» [37, с. 45]. В контексте математического образования вопрос формирования устойчивой внутренней мотивации приобретает особую актуальность в связи с распространённым феноменом математической тревожности, негативными установками по отношению к предмету. Геометрия как учебная дисциплина, по наблюдению Ю.М. Колягина [15, с. 112], характеризуется высоким уровнем абстракции, требовательностью к развитию пространственного мышления и логической культуры, что создаёт дополнительные трудности для формирования положительной мотивации у значительной части обучающихся.

В работах А.К. Марковой [17] и Е.П. Ильина [14] показано, что на мотивационную сферу можно воздействовать через её структурные компоненты. Историко-материал способен актуализировать когнитивный компонент (потребность в новых знаниях), обогащать эмоциональный компонент (переживания удивления, восхищения), формировать ценностно-смысловой (демонстрация значимости геометрии) и стимулировать поведенческий (решение исторических задач). Об этом подробно пишет И.М. Смирнова: «Включение исторических сюжетов в преподавание математики очеловечивает науку, делает её эмоционально близкой школьнику» [28, с. 112].

Проблема учебной мотивации занимает центральное место в современной педагогической психологии и дидактике, поскольку именно мотивация определяет направленность, интенсивность и результативность учебно-познавательной деятельности обучающихся. В контексте математического образования вопрос формирования устойчивой внутренней мотивации приобретает особую актуальность в связи с распространённым феноменом математической тревожности, негативными установками по отношению к предмету, преобладанием внешней мотивации избегания неудачи над внутренней мотивацией познания [14, с. 87]. Геометрия как учебная дисциплина характеризуется высоким уровнем абстракции, требовательностью к развитию пространственного мышления и логической культуры, что создаёт дополнительные трудности для формирования положительной мотивации у значительной части обучающихся.

Психологический анализ структуры учебной мотивации, проведенный в параграфе 1.2, позволил выделить несколько взаимосвязанных компонентов, каждый из которых может быть позитивно затронут при использовании историко-математического материала. Когнитивная составляющая мотивации связана с потребностью в новых знаниях, стремлением к пониманию сущности явлений, познавательным интересом. Историко-математический материал способен актуализировать эту потребность, представляя математическое знание не как застывшую систему истин, а как результат увлекательного процесса научного поиска, полного загадок, нерешённых проблем, неожиданных открытий. Знакомство с историей возникновения геометрических понятий и теорем демонстрирует обучающимся, что математика развивается, что многие вопросы, кажущиеся очевидными, требовали столетий напряжённого интеллектуального труда для своего решения [21, с. 134].

Эмоциональный компонент мотивации включает переживания, связанные с учебной деятельностью, эмоциональное отношение к предмету, эмоциональный фон обучения. Традиционное преподавание геометрии нередко характеризуется эмоциональной нейтральностью или даже негативной эмоциональной окраской, связанной с трудностями освоения материала, страхом перед ошибками в доказательствах, тревожностью при решении задач. Историко-математический материал привносит в урок эмоциональное разнообразие: удивление перед изяществом древних доказательств, восхищение интеллектуальными достижениями математиков, сопереживание драматическим историям открытий, юмор при знакомстве с курьёзными эпизодами из истории науки. Биографические сведения о математиках гуманизируют образ науки, делают её ближе и понятнее [6, с. 156].

Ценностно-смысловой компонент мотивации отражает понимание обучающимся личностной значимости изучаемого материала, его места в системе собственных ценностей и жизненных планов. Для подростков характерна потребность в осмыслении практической и личностной значимости школьных предметов, критическое отношение к абстрактному, оторванному от жизни знанию. Историко-математический материал, демонстрирующий прикладное значение геометрии в различных сферах человеческой деятельности – от архитектуры до навигации, от искусства до военного дела – способствует осознанию ценности геометрических знаний. Обучающиеся получают возможность увидеть, что геометрия не только абстрактная наука, но и мощный инструмент решения практических задач, что геометрические идеи лежат в основе выдающихся достижений человеческой цивилизации [27, с. 178].

Поведенческий (деятельностный) компонент мотивации, включающий в себя также социальные аспекты, связан со стремлением к признанию, самоутверждению, занятию определённой позиции в группе сверстников, а также с реальными учебными действиями. Историко-математический материал предоставляет возможности для организации различных форм социального взаимодействия обучающихся: обсуждение исторических проблем в группах, подготовка сообщений и презентаций, соревнование в решении исторических задач: обсуждение исторических проблем в группах, подготовка сообщений и презентаций о математиках, соревнование в решении исторических задач. Знание интересных исторических фактов, умение рассказать о них повышает статус обучающегося в классном коллективе, способствует развитию коммуникативных навыков. Межпредметные связи, реализуемые через историко-математический материал, обогащают социальный контекст обучения, создают возможности для интеграции знаний из различных предметных областей, что особенно ценно для обучающихся с гуманитарными склонностями [10].

Механизмы влияния историко-математического материала на формирование учебной мотивации могут быть раскрыты через анализ ключевых психологических феноменов, сопровождающих процесс обучения. Одним из центральных механизмов выступает актуализация познавательного интереса – избирательной направленности личности на познание предметов, явлений, закономерностей окружающего мира, сопровождающейся положительными эмоциями. Познавательный интерес характеризуется стремлением проникнуть в сущность познаваемого, не ограничиваясь поверхностным знакомством. Историко-математический материал обладает высоким потенциалом для актуализации познавательного интереса благодаря сочетанию новизны информации, её необычности для обучающихся, связи с личностями учёных, драматизму исторических сюжетов [16, с. 145].

Важным психологическим механизмом является персонификация знания – придание абстрактным математическим конструкциям личностного измерения через связь с конкретными людьми, их биографиями, интеллектуальными поисками. Когда обучающиеся узнают, что теорема Пифагора связана с именем древнегреческого философа, основавшего школу, члены которой считали числа основой мироздания, что существует множество различных доказательств этой теоремы, предложенных математиками разных эпох и стран, теорема перестаёт быть безликой формулой из учебника и обретает человеческое лицо. Персонификация способствует эмоциональному вовлечению обучающихся, создаёт возможность для идентификации с учёными, для переживания процесса открытия [29, с. 167].

Механизм проблематизации реализуется через представление историко-математического материала в проблемной форме, когда обучающимся предлагается не готовое знание, а познавательная задача, требующая размышления. Исторические проблемные ситуации обладают особой привлекательностью, поскольку они аутентичны – это реальные проблемы, с которыми сталкивались математики прошлого. Предложение обучающимся попытаться решить историческую задачу методами, доступными математикам определённой эпохи, создаёт интеллектуальный вызов, стимулирует мыслительную активность. Даже если обучающиеся не находят решения самостоятельно, знакомство с историческим решением воспринимается с особым интересом после собственных попыток [11, с. 189].

Контекстуализация математического знания – помещение его в культурно-исторический, социально-практический контекст – способствует преодолению распространённого восприятия математики как оторванной от реальности, абстрактной науки. Когда обучающиеся узнают, что геометрия возникла из практических потребностей измерения земельных участков в Древнем Египте после разливов Нила, что пропорции и подобие использовались архитекторами античности и Возрождения для создания гармоничных сооружений, что навигация в эпоху Великих географических открытий требовала точных геометрических расчётов, математика обретает конкретность, связь с жизнью. Контекстуализация особенно важна для обучающихся с преобладанием конкретно-образного мышления, для которых абстрактный материал представляет значительную трудность [20].

Гуманитаризация математического образования, осуществляемая через включение историко-математического материала, создаёт возможности для привлечения к активному изучению предмета обучающихся с гуманитарными интересами и склонностями. Традиционное преподавание математики ориентировано преимущественно на логико-аналитический тип мышления, что создаёт трудности для значительной части школьников. Исторический материал, биографии учёных, связь математики с искусством, философией, культурой апеллируют к образно-эмоциональной сфере, к гуманитарному мышлению.

Обучающийся, испытывающий трудности в освоении формально-логического аспекта геометрии, может найти точку опоры в её историко-культурном измерении, что создаёт позитивный эмоциональный фон, снижает тревожность, способствует формированию положительного отношения к предмету [4, с. 134].

Межпредметные связи, реализуемые через историко-математический материал, оказывают влияние на учебную мотивацию через несколько каналов. Во-первых, интеграция знаний из различных предметных областей способствует формированию целостной картины мира, что соответствует возрастным особенностям подростков, стремящихся к обобщению, систематизации знаний, пониманию связей между явлениями. Разрозненные предметные знания, не складывающиеся в единую систему, воспринимаются как малозначимые, формальные. Демонстрация связей между геометрией, историей, искусством, физикой повышает субъективную значимость каждой из дисциплин, способствует пониманию их места в общей системе научного познания [32, с. 156].

Во-вторых, межпредметные связи создают возможности для переноса мотивации с одного учебного предмета на другой. Обучающийся, интересующийся историей, может через историко-математический материал заинтересоваться и самой математикой. Ученик, увлечённый искусством, обнаруживая геометрические закономерности в произведениях живописи и архитектуры, может по-новому взглянуть на геометрию. Этот механизм особенно важен для тех школьников, у которых к математике сформировалось негативное отношение, но есть устойчивые интересы в других областях. В-третьих, межпредметные связи обогащают арсенал методов и форм обучения, делают уроки более разнообразными, снимают монотонность, характерную для традиционного преподавания математики [5, с. 178].

Специфика влияния историко-математического материала на мотивацию изучения геометрии в восьмом классе определяется содержательными и психологическими особенностями этого этапа математического образования. В восьмом классе происходит существенное усложнение геометрического материала: изучаются четырёхугольники с их многообразными свойствами, теорема Пифагора как одна из центральных теорем планиметрии, теория подобия треугольников. Абстрактность материала возрастает, требования к строгости доказательств повышаются. Это может приводить к снижению мотивации у обучающихся, не обладающих развитым абстрактным мышлением. Именно в этих условиях историко-математический материал может сыграть компенсаторную роль, предоставляя конкретную, образную опору для понимания абстрактных конструкций [36, с. 145].

Изучение четырёхугольников может сопровождаться обращением к их использованию в архитектуре различных эпох и культур, к паркетам и мозаикам, к историческим задачам на построение. Теорема Пифагора, обладающая богатейшей историей, предоставляет широчайшие возможности для мотивационного использования историко-математического материала: история пифагорейской школы, множество различных доказательств теоремы из разных культур, пифагоровы тройки, применение теоремы в античной астрономии. Тема подобия треугольников может быть обогащена историческими задачами на определение высоты и расстояния до недоступных объектов, рассказами о том, как Фалес определил высоту пирамиды, о применении подобия в картографии и навигации [38, с. 167].

Эмпирические исследования, проводившиеся в последние годы, подтверждают позитивное влияние систематического использования историко-математического материала на учебную мотивацию обучающихся. Анкетирование школьников показывает, что исторические сведения о математике воспринимаются ими как интересные, привлекательные, способствующие лучшему пониманию материала. Учителя, активно использующие историко-математический материал, отмечают повышение внимания на уроках, увеличение количества обучающихся, проявляющих инициативу, желание подготовить сообщения, презентации по истории математики. Вместе с тем исследования фиксируют и определённые риски: при чрезмерном увлечении историческим материалом возможно отвлечение от основного математического содержания, поверхностное его освоение [37, с. 189].

Условия эффективности использования историко-математического материала для повышения учебной мотивации могут быть сформулированы следующим образом. Систематичность использования исторического материала предполагает его органичное включение в учебный процесс, а не эпизодические вкрапления. Обучающиеся должны воспринимать исторический аспект как неотъемлемую составляющую изучения геометрии, а не как развлекательное отступление. Соответствие историко-математического материала содержанию изучаемой темы означает, что исторические сведения должны непосредственно относиться к изучаемым понятиям, теоремам, методам, способствовать их пониманию или демонстрировать их значимость [2, с. 201].

Учёт возрастных особенностей обучающихся требует адаптации историко-математического материала к познавательным возможностям восьмиклассников. Объём исторической информации, её сложность, форма представления должны соответствовать уровню развития подростков. Для восьмого класса предпочтительны конкретные, яркие исторические сюжеты, биографические эпизоды, визуальный материал. Пространные теоретико-методологические экскурсы в историю науки, сложные исторические концепции окажутся малопонятными и неинтересными. Разнообразие форм представления исторического материала – рассказ учителя, сообщения обучающихся, работа с историческими текстами, решение исторических задач, просмотр видеоматериалов, виртуальные экскурсии – поддерживает интерес, предотвращает монотонность [35, с. 134].

Проблемность подачи историко-математического материала означает, что исторические сведения должны не просто информировать обучающихся, но стимулировать их мыслительную активность, создавать познавательные противоречия, требующие разрешения. Можно предложить обучающимся сравнить различные исторические доказательства теоремы, оценить их изящество, строгость, доступность. Можно поставить вопрос о том, почему определённая теорема была открыта именно в данную эпоху, какие культурные и практические факторы этому способствовали. Эмоциональная насыщенность историко-математического материала предполагает отбор ярких, драматичных, неожиданных исторических фактов, способных вызвать эмоциональный отклик [39, с. 156].

Таким образом, историко-математический материал и реализуемые через него межпредметные связи оказывают многостороннее позитивное влияние на формирование учебной мотивации при изучении геометрии, воздействуя на все её компоненты: когнитивный (пробуждая интерес к содержанию), эмоциональный (обогащая переживаниями), ценностно-смысловой (демонстрируя значимость геометрии) и поведенческий (стимулируя активность). Это влияние осуществляется через актуализацию познавательного интереса, эмоциональное обогащение учебного процесса, персонификацию и контекстуализацию математического знания, гуманитаризацию математического образования, формирование целостной картины мира. Эффективность использования историко-математического материала для повышения мотивации определяется соблюдением принципов систематичности, соответствия содержанию и возрасту, разнообразия форм, проблемности и эмоциональности представления исторической информации.

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИСТОРИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА НА УРОКАХ ГЕОМЕТРИИ В 8 КЛАССЕ

2.1. Анализ учебно-методических комплексов и возможности включения историко-математического материала в курс геометрии 8 класса

Учебно-методический комплекс по геометрии для основной школы представляет собой систему дидактических средств, обеспечивающих реализацию целей математического образования в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта. В современной российской образовательной практике существует несколько линий УМК по геометрии, различающихся концептуальными подходами, структурой изложения материала, методическим аппаратом, что создаёт вариативность образовательного пространства и предоставляет учителям возможность выбора [14, с. 56]. Анализ учебно-методических комплексов с позиции возможностей включения историко-математического материала представляет значимую методическую задачу, поскольку содержание и структура учебника определяют рамки и направления работы учителя.

Наиболее распространённым в российских школах является УМК по геометрии для 7-9 классов авторов Л.С. Атанасяна, В.Ф. Бутузова, С.Б. Кадомцева и других, выдержавший многочисленные переиздания и обеспечивающий классический подход к изложению планиметрии. Структура учебника для восьмого класса включает главы, посвящённые четырёхугольникам, площади многоугольников, подобным треугольникам, окружности. Методический аппарат учебника включает теоретический материал, представленный в строгой логической последовательности, систему задач различного уровня сложности, вопросы для повторения. Историко-математический материал в учебнике присутствует в весьма ограниченном объёме: краткие исторические справки в конце некоторых параграфов, рубрика «Об аксиомах геометрии» в приложении [1, с. 78].

Исторические сведения, включённые в учебник Атанасяна, носят преимущественно фактологический характер: сообщаются даты жизни математиков, перечисляются их достижения, приводятся отдельные исторические факты. Эти материалы расположены обособленно от основного текста, не интегрированы в изложение теории и не связаны непосредственно с задачным материалом. В пособии для учителя, входящем в УМК, историко-математическому материалу также уделяется минимальное внимание: присутствуют отдельные методические рекомендации по использованию исторических сведений, но они не носят системного характера. Таким образом, УМК Атанасяна, обеспечивая качественное изложение геометрического содержания, не предоставляет учителю развёрнутой методической поддержки в использовании историко-математического материала, что требует самостоятельного поиска и адаптации исторических сведений [28, с. 89].

УМК по геометрии авторов А.В. Погорелова представляет альтернативный подход к построению курса планиметрии, ориентированный на более строгое аксиоматическое изложение, раннее введение понятия движения. Для восьмого класса в учебнике Погорелова рассматриваются четырёхугольники, теорема Пифагора, декартовы координаты на плоскости, движение, векторы. Изложение материала характеризуется лаконичностью, строгостью формулировок, ориентацией на развитие логического мышления. Историко-математический материал в учебнике Погорелова практически отсутствует: нет исторических справок, биографических сведений, упоминаний о развитии геометрических идей. Учебник сосредоточен исключительно на систематическом изложении теории и формировании умений решать задачи [19, с. 102].

Такой подход, обеспечивая строгость и логичность курса, лишает обучающихся возможности увидеть геометрию в культурно-историческом контексте, что может негативно влиять на мотивацию, особенно у обучающихся с гуманитарными склонностями. Отсутствие исторического материала в учебнике Погорелова создаёт для учителя, желающего использовать такой материал, ещё большую необходимость в самостоятельной методической работе по подбору, адаптации и включению исторических сведений в учебный процесс. Вместе с тем строгая структурированность учебника, чёткость формулировок облегчают интеграцию дополнительных материалов, поскольку не создают избыточности информации.

УМК по геометрии авторов И.Ф. Шарыгина, позиционирующийся как гуманитарно ориентированный курс, в большей степени учитывает возрастные особенности обучающихся основной школы, ориентируется на развитие пространственных представлений, интуиции, наглядно-образного мышления. Учебник для восьмого класса включает главы о четырёхугольниках, движении и векторах, площади, подобии. Изложение материала отличается от традиционных учебников менее формализованным стилем, большей опорой на наглядность, включением экскурсов в историю и приложения геометрии. Историко-математический материал присутствует в учебнике Шарыгина в значительно большем объёме, чем в учебниках Атанасяна и Погорелова [32, с. 115].

В учебнике присутствуют специальные рубрики «Из истории геометрии», содержащие сведения о развитии геометрических идей, о выдающихся математиках, о применении геометрии в различных областях человеческой деятельности. Исторический материал не только даёт дополнительную информацию, но иногда используется для мотивации введения новых понятий, для демонстрации различных подходов к решению задач. Методическое пособие для учителя содержит рекомендации по использованию историко-математического материала, предлагает дополнительные исторические сведения. Таким образом, УМК Шарыгина предоставляет учителю более богатые возможности для работы с историко-математическим материалом, хотя и в этом учебнике исторический компонент не является доминирующим [11, с. 134].

Содержательный анализ программы геометрии восьмого класса позволяет выделить темы, наиболее благоприятные для включения историко-математического материала. Тема «Четырёхугольники» открывает широкие возможности для исторических экскурсов. Четырёхугольники различных видов – параллелограммы, прямоугольники, ромбы, квадраты, трапеции – активно использовались в архитектуре, декоративно-прикладном искусстве, инженерных конструкциях с древнейших времён. Паркеты и мозаики из четырёхугольников украшали дворцы и храмы в различных культурах. Исторические задачи на нахождение площадей земельных участков четырёхугольной формы составляют значительную часть древних математических текстов [23, с. 156].

Изучение параллелограмма может сопровождаться рассказом о его использовании в античной архитектуре, о шарнирных механизмах, основанных на свойствах параллелограмма. Прямоугольник и квадрат, наиболее распространённые в человеческой практике фигуры, имеют богатую историю применения. Можно рассказать о роли прямоугольных форм в планировке древнеримских городов, о символическом значении квадрата в различных культурах, о квадратуре круга как одной из знаменитых задач античности. Ромб, менее распространённый в практике, но обладающий эстетической привлекательностью, использовался в орнаментах, в геральдике, в конструкциях некоторых сооружений. Трапеция встречается в архитектурных формах, в инженерных конструкциях [6, с. 178].

Тема «Площадь многоугольников» также предоставляет богатые возможности для историко-математического материала. Измерение площадей –

одна из древнейших практических задач математики, возникшая из необходимости определения размеров земельных участков для налогообложения, раздела земли, планирования посевов. Само слово «геометрия» происходит от греческих корней, означающих «землемерие», что свидетельствует о практическом происхождении науки. Можно рассказать обучающимся о том, как измеряли площади в Древнем Египте, Вавилоне, Древнем Китае, какие методы использовались, какие единицы измерения применялись. Исторические задачи на вычисление площадей из папируса Ахмеса, вавилонских клинописных табличек, древнекитайских трактатов могут быть предложены обучающимся для решения [15, с. 192].

Формулы площади прямоугольника, параллелограмма, треугольника, трапеции имеют древнее происхождение, хотя формулировались первоначально в геометрической форме, без использования алгебраической символики. Понятие площади прошло длительную эволюцию от конкретных измерений до абстрактного математического понятия, определяемого через систему аксиом. Знакомство с этой эволюцией способствует более глубокому пониманию сути понятия площади. Теорема Пифагора, изучаемая в восьмом классе, является одной из центральных теорем геометрии и обладает исключительно богатой историей, что делает её идеальным объектом для включения историко-математического материала [30, с. 145].

История теоремы Пифагора начинается задолго до самого Пифагора: соотношение между сторонами прямоугольного треугольника было известно в Древнем Вавилоне, о чём свидетельствуют клинописные таблички, в Древнем Египте, в Древней Индии, в Древнем Китае. Пифагор, живший в VI веке до н.э., основал философско-математическую школу, в которой числа и их соотношения считались основой мироздания. Пифагорейцы рассматривали прямоугольный треугольник со сторонами 3, 4, 5 как священную фигуру, использовали его в ритуалах. Доказательство теоремы, принадлежащее пифагорейской школе, не сохранилось, и существует множество версий о том, каким оно могло быть [25, с. 167].

За более чем две с половиной тысячи лет существования теоремы было предложено несколько сотен различных доказательств, что свидетельствует о её фундаментальном значении и привлекательности для математиков. Доказательства теоремы Пифагора можно классифицировать по методам: алгебраические, геометрические (основанные на равновеликости фигур), доказательства методом разложения и перекладывания, доказательства, использующие подобие треугольников. Знакомство обучающихся с различными доказательствами расширяет их математический кругозор, демонстрирует многообразие математических методов, развивает гибкость мышления. Можно показать древнекитайское доказательство из трактата «Чжоу би суань цзин», доказательство Евклида из «Начал», доказательство, приписываемое индийскому математику Бхаскаре и сопровождавшееся единственным словом «Смотри!» [37, с. 189].

Пифагоровы тройки – наборы трёх натуральных чисел, удовлетворяющих соотношению теоремы Пифагора, – изучались математиками древности и средневековья. Простейшие пифагоровы тройки (3, 4, 5), (5, 12, 13), (8, 15, 17) использовались в практических вычислениях. Вавилонская табличка Plimpton 322 содержит список пифагоровых троек, что свидетельствует о развитой теории чисел в Древнем Вавилоне. Применение теоремы Пифагора в античной науке было весьма широким: она использовалась в астрономии для вычисления расстояний до небесных тел, в оптике для изучения законов отражения света, в архитектуре для проектирования зданий, в навигации для определения расстояний и направлений [18, с. 201].

Тема «Подобные треугольники» также предоставляет возможности для включения историко-математического материала. Понятие подобия, основанное на пропорциональности, имеет древнее происхождение. Пропорции изучались ещё пифагорейцами, развитая теория пропорций была создана Евдоксом и изложена в V книге «Начал» Евклида. Применение подобия в практике связано с решением задач на определение недоступных расстояний и высот. Классический пример – определение высоты пирамиды Фалесом Милетским, одним из «семи мудрецов» Древней Греции, жившим в VI веке до н.э. Согласно преданию, Фалес измерил высоту пирамиды, сравнив длину тени от пирамиды с длиной тени от вертикального шеста известной высоты [10].

Этот метод основан на подобии треугольников, образованных вертикальными объектами и их тенями. Аналогичный метод использовался для определения расстояний до кораблей в море, ширины рек, глубины колодцев. Подобие применялось в картографии для создания масштабных изображений местности, в архитектуре для построения планов зданий, в изобразительном искусстве для создания правильной перспективы. Художники эпохи Возрождения, разрабатывая законы линейной перспективы, активно использовали геометрическое подобие. Можно рассказать обучающимся о работах Леона Баттисты Альберти, Пьеро делла Франческа, Леонардо да Винчи, посвящённых математическим основам живописи [26, с. 156].

Анализ возможностей включения историко-математического материала в учебный процесс по геометрии восьмого класса показывает, что такой материал может использоваться на различных этапах урока и в различных формах. На этапе мотивации и актуализации знаний в начале урока исторический сюжет, занимательный факт, биографический эпизод могут привлечь внимание обучающихся, пробудить интерес к теме, создать положительный эмоциональный настрой. Например, урок по теореме Пифагора можно начать с рассказа о пифагорейской школе, об удивительных открытиях и странных обычаях пифагорейцев. На этапе изучения нового материала историко-математический материал может использоваться для мотивации введения нового понятия, для демонстрации генезиса математической идеи, для представления альтернативных подходов [33].

Например, при изучении формул площадей можно рассказать, как решались задачи на вычисление площадей в древности, какие методы использовались до открытия общих формул. При изучении подобия можно продемонстрировать исторические методы определения недоступных расстояний, а затем показать, как эти методы обосновываются теоремами о подобии. На этапе закрепления материала можно предложить обучающимся решить исторические задачи, реконструировать исторические доказательства, сравнить различные методы решения. Решение исторических задач привлекательно для обучающихся новизной, необычностью формулировок, связью с реальной историей. На этапе обобщения и систематизации знаний исторический материал позволяет представить изученные понятия и теоремы в широком контексте развития геометрии [4, с. 192].

Таким образом, анализ учебно-методических комплексов по геометрии для восьмого класса показывает, что наиболее распространённые УМК содержат лишь минимальное количество историко-математического материала, что создаёт для учителя необходимость самостоятельного поиска, отбора и методической адаптации исторических сведений. Вместе с тем содержание курса геометрии восьмого класса предоставляет богатые возможности для включения историко-математического материала, особенно при изучении тем «Четырёхугольники», «Площадь многоугольников», «Теорема Пифагора», «Подобные треугольники». Исторический материал может использоваться на различных этапах урока в разнообразных формах, способствуя повышению мотивации, углублению понимания математического содержания, формированию целостного представления о геометрии как развивающейся области человеческого познания и культуры.

2.2. Формы и методы использования историко-математического материала в учебном процессе

Формы организации учебной деятельности с использованием историко-математического материала могут быть классифицированы по различным основаниям: *по степени самостоятельности обучающихся, по характеру взаимодействия участников, по включённости в структуру урока, по использованию средств обучения.*

По степени самостоятельности обучающихся выделяются репродуктивные формы, предполагающие восприятие готовой исторической информации, и продуктивные формы, требующие самостоятельного поиска, анализа, интерпретации исторического материала. Восприятие рассказа учителя о истории математики – базовая репродуктивная форма, эффективная при условии, что рассказ эмоционально окрашен, содержит яркие детали, апеллирует к воображению обучающихся. Восьмиклассники уже достаточно критичны и не удовлетворяются сухим изложением фактов, поэтому рассказ должен быть увлекательным, содержать элементы драматизма, неожиданные повороты. Эффективен приём персонификации исторического материала, когда история математической идеи рассказывается через биографию учёного, через его личные драмы, конфликты, триумфы [27, с. 89].

Прослушивание аудиозаписей, просмотр видеоматериалов, презентаций с историко-математическим содержанием также относятся к репродуктивным формам, но обладают преимуществом наглядности, мультимедийности, что соответствует особенностям восприятия современных подростков, выросших в цифровой среде. Видеофрагменты из научно-популярных фильмов о математике, анимации, демонстрирующие исторические доказательства или решения задач, виртуальные экскурсии по местам, связанным с жизнью математиков, обогащают образовательный опыт, делают историю математики более конкретной и осязаемой. Продуктивные формы работы с историко-математическим материалом активизируют познавательную деятельность обучающихся, развивают исследовательские умения, критическое мышление [19, с. 112].

Самостоятельный поиск историко-математической информации по заданной теме или проблеме, подготовка сообщений, докладов, рефератов формирует умения работать с различными источниками информации, отбирать существенное, структурировать материал, представлять его аудитории. Для восьмиклассников целесообразно предлагать конкретные, чётко очерченные темы, снабжать рекомендательными списками источников, оказывать методическую поддержку. Решение исторических задач – особая форма работы, сочетающая математическую деятельность с исторической информацией. Исторические задачи из древнеегипетских папирусов, вавилонских табличек, китайских и индийских трактатов, средневековых европейских и арабских математических сочинений привлекают обучающихся необычностью формулировок, связью с реальной историей [8, с. 134].

Многие исторические задачи формулировались в виде занимательных сюжетов, что делает их привлекательными для подростков. Решение таких задач требует не только применения математических знаний, но и понимания исторического контекста, интерпретации старинных формулировок, реконструкции методов, доступных математикам прошлого. Можно предложить обучающимся решить задачу на вычисление площади поля из папируса Ахмеса, затем обсудить, какие методы использовали древнеегипетские писцы, сравнить исторические методы с современными. Реконструкция исторических доказательств теорем – творческая форма работы, требующая значительных интеллектуальных усилий. Можно предложить восьмиклассникам попытаться доказать теорему Пифагора методом, доступным древним грекам, не использующим алгебраическую символику [32, с. 156].

По характеру взаимодействия участников образовательного процесса выделяются индивидуальные, парные, групповые и коллективные формы работы с историко-математическим материалом. Индивидуальная работа – подготовка реферата, решение исторической задачи, изучение биографии математика – развивает самостоятельность, ответственность, исследовательские умения. Для подростков, переживающих становление индивидуальности, возможность самостоятельного выбора темы, способа представления материала имеет особую значимость. Парная работа над историко-математическим материалом – совместный поиск информации, обсуждение исторической проблемы, подготовка презентации – способствует развитию коммуникативных умений, учит сотрудничеству, позволяет распределить функции в соответствии со склонностями участников [15, с. 178].

Групповая работа в малых группах по 3-5 человек – обсуждение исторического вопроса, подготовка групповой презентации, решение комплекса исторических задач с распределением ролей – соответствует возрастной потребности подростков в общении со сверстниками, создаёт условия для взаимообучения, для проявления лидерских качеств. Коллективные формы – классная дискуссия по историко-математической проблеме, урок-конференция с представлением докладов, викторина по истории математики – создают атмосферу интеллектуального сотрудничества, стимулируют состязательность, позволяют каждому обучающемуся внести вклад в общий результат. Для подростков, ориентированных на признание в группе сверстников, успешное выступление на конференции, знание интересных исторических фактов повышает статус, способствует самоутверждению [23, с. 192].

По включённости в структуру урока историко-математический материал может использоваться как на отдельных этапах урока – мотивационном, основном, заключительном, так и пронизывать весь урок, составляя его основное содержание. Использование исторического сюжета на мотивационном этапе урока в начале занятия создаёт интригу, привлекает внимание, формирует установку на восприятие нового материала. Например, урок по теореме Пифагора можно начать с рассказа о загадочной личности Пифагора, об удивительном ритуале жертвоприношения быка, совершённом, согласно легенде, после открытия теоремы. Такое начало пробуждает любопытство, создаёт эмоциональный настрой. Включение историко-математического материала в основную часть урока при изучении нового материала способствует более глубокому пониманию [11, с. 145].

Например, при изучении формулы площади треугольника можно рассказать, как вычислялись площади треугольных участков в древности, какие приёмы использовались, как постепенно была выведена общая формула. При закреплении материала решение исторических задач позволяет применить новые знания в необычном контексте, что способствует их осмыслению и запоминанию. На заключительном этапе урока краткая историческая справка о дальнейшем развитии изученной темы, о применении теоремы в других областях математики и науки расширяет кругозор обучающихся, показывает перспективы. Уроки, полностью посвящённые историко-математической тематике, – уроки-экскурсии в историю математики, уроки-конференции, интегрированные уроки математики и истории – могут проводиться как обобщающие по теме или как внеклассные мероприятия [26, с. 167].

Методы использования историко-математического материала представляют собой способы взаимосвязанной деятельности учителя и обучающихся, направленные на достижение образовательных целей. Классификация методов может осуществляться по различным основаниям: *по* источнику знаний, по характеру познавательной деятельности, по дидактическим целям.

По источнику знаний выделяются словесные, наглядные и практические методы. Словесные методы – рассказ, объяснение, беседа – являются основными при работе с историко-математическим материалом. Рассказ учителя об истории математической идеи, о жизни учёного, о применении математики в древних цивилизациях должен быть живым, образным, содержать конкретные детали, обращаться к эмоциям и воображению обучающихся [6, с. 189].

Эффективен приём сюжетного рассказа, когда история излагается как драматическое повествование с завязкой, развитием действия, кульминацией и развязкой. Беседа с обучающимися по историко-математической теме активизирует их мыслительную деятельность, позволяет актуализировать имеющиеся знания, сформулировать вопросы, высказать гипотезы. Можно начать изучение теоремы Пифагора с беседы: «Что вы знаете о Пифагоре? Когда и где он жил? Чем он занимался? Почему его имя связано с одной из важнейших теорем геометрии?» Такая беседа пробуждает любознательность, создаёт проблемную ситуацию. Объяснение учителя используется, когда необходимо раскрыть сложные исторические связи, интерпретировать исторические тексты, проанализировать эволюцию математических идей [33].

Наглядные методы – демонстрация иллюстраций, портретов математиков, репродукций исторических документов, фотографий архитектурных сооружений, схем, чертежей, анимаций – обеспечивают конкретизацию исторического материала, создают зрительные образы, облегчают понимание и запоминание. Визуальный ряд особенно важен для подростков, у которых наглядно-образное мышление ещё играет существенную роль. Демонстрация портрета Пифагора, изображения пифагорейской школы, чертежа одного из доказательств теоремы делает рассказ более наглядным и убедительным. Анимации, показывающие динамику геометрических преобразований в историческом доказательстве, помогают понять логику рассуждений [18, с. 167].

Практические методы – решение исторических задач, выполнение исторических построений, реконструкция исторических методов вычислений –

обеспечивают активную деятельность обучающихся с историко-математическим материалом. Решая задачу из древнеегипетского папируса, обучающийся не просто узнаёт о древней математике, а «погружается» в неё, пытается мыслить, как древний математик, что создаёт глубокое, прочное понимание. Выполнение построений с помощью инструментов, доступных древним геометрам, – циркуля и линейки без делений – позволяет оценить изобретательность античных математиков. По характеру познавательной деятельности методы классифицируются на объяснительно-иллюстративные, репродуктивные, проблемного изложения, частично-поисковые и исследовательские [30, с. 189].

Объяснительно-иллюстративный метод предполагает изложение учителем историко-математического материала с использованием иллюстраций, после чего обучающиеся воспроизводят полученную информацию. Этот метод эффективен для передачи большого объёма фактологической информации, но не развивает самостоятельность мышления. Репродуктивный метод требует от обучающихся воспроизведения исторических знаний, пересказа биографических сведений, воспроизведения исторических доказательств. Метод проблемного изложения предполагает, что учитель ставит историко-математическую проблему и раскрывает путь её решения, демонстрируя логику научного поиска. Например, учитель может поставить вопрос: «Как древние египтяне определяли площадь треугольного участка земли, если у них не было формулы площади треугольника?» [10].

Затем учитель раскрывает исторические методы, показывает их логику и ограничения. Обучающиеся следят за ходом рассуждений, учатся проблемному мышлению. Частично-поисковый метод предполагает, что обучающиеся под руководством учителя участвуют в решении историко-математической проблемы. Учитель ставит проблему, направляет поиск, задаёт наводящие вопросы, а обучающиеся высказывают гипотезы, ищут решения. Например, обучающимся можно предложить, зная современное доказательство теоремы Пифагора, попытаться реконструировать, каким могло быть доказательство в античности, когда не было алгебраической символики. Исследовательский метод предполагает самостоятельную работу обучающихся над историко-математической проблемой [25, с. 134].

Обучающиеся формулируют проблему, ищут источники информации, анализируют их, делают выводы, представляют результаты. Этот метод наиболее продуктивен для развития исследовательских умений, но требует значительного времени и высокого уровня самостоятельности. Для восьмиклассников исследовательский метод применим преимущественно во внеурочной деятельности, в проектной работе. По дидактическим целям выделяются методы, направленные на формирование мотивации, на усвоение нового материала, на закрепление, на обобщение и систематизацию, на контроль и оценку. Для формирования мотивации эффективны методы эмоционального воздействия: яркий рассказ, демонстрация необычных фактов, создание интриги, апелляция к любознательности [37, с. 156].

Для углубления понимания нового материала эффективны методы, демонстрирующие генезис понятий, альтернативные подходы, исторический контекст возникновения идей. Для закрепления материала используются методы решения исторических задач, реконструкции исторических доказательств. Для обобщения и систематизации эффективны методы сравнительного анализа различных исторических подходов, построения хронологических и логических схем развития геометрии. Учёт психолого-педагогических особенностей восьмиклассников при выборе форм и методов использования историко-математического материала предполагает ориентацию на развивающееся абстрактное мышление при сохранении опоры на наглядность [4, с. 178].

Восьмиклассники уже способны к пониманию абстрактных концепций, к прослеживанию логических связей, к теоретическим обобщениям, что позволяет знакомить их с эволюцией математических идей, с различными подходами к доказательствам. Вместе с тем наглядность остаётся важной, и историко-математический материал должен сопровождаться визуальными образами: портретами, схемами, чертежами, фотографиями. Критичность мышления подростков требует, чтобы историко-математический материал был достоверным, чтобы легенды и мифы представлялись с соответствующими оговорками. Обучающиеся могут задавать вопросы о достоверности исторических сведений, и учитель должен быть готов обсуждать источники информации, степень их надёжности [35, с. 192].

Потребность подростков в понимании смысла и значимости изучаемого материала делает особенно ценным тот аспект историко-математического материала, который демонстрирует практическое применение геометрии, её роль в развитии цивилизации. Рассказы о том, как геометрия использовалась в строительстве пирамид, в навигации, в картографии, в искусстве, убеждают обучающихся в значимости предмета. Стремление подростков к самоутверждению и признанию может быть удовлетворено через предоставление возможностей для публичного представления самостоятельно подготовленного историко-математического материала. Успешное выступление с докладом о математике, демонстрация знания интересных исторических фактов повышают статус обучающегося в классе [2, с. 145].

Социальная ситуация развития подростка, характеризующаяся возрастанием роли общения со сверстниками, определяет целесообразность использования групповых форм работы с историко-математическим материалом. Совместная подготовка презентации, обсуждение исторической проблемы в группе, решение задач в парах соответствуют возрастным потребностям, создают комфортную социальную среду обучения. Становление профессионального самоопределения у восьмиклассников делает актуальным знакомство с профессиями, связанными с математикой, с биографиями учёных как возможными образцами для подражания. Рассказ о том, как математик пришёл к своему призванию, какие трудности преодолевал, каких успехов достиг, может оказать влияние на профессиональный выбор обучающихся [38, с. 167].

Индивидуальные различия обучающихся в интересах, способностях, темпе работы требуют дифференциации форм и методов работы с историко-математическим материалом. Для одних обучающихся более привлекательны биографии учёных, для других – решение исторических задач, для третьих – связь геометрии с искусством. Предоставление выбора темы сообщения, формы представления материала, уровня сложности исторических задач позволяет учитывать индивидуальность каждого обучающегося. Для обучающихся с высоким уровнем мотивации и способностей можно предлагать сложные исследовательские задания, углублённое изучение историко-математических вопросов. Для обучающихся с трудностями в освоении математики историко-математический материал может стать точкой опоры, способом найти интерес к предмету через его гуманитарный аспект [39, с. 189].

Таким образом, формы и методы использования историко-математического материала в обучении геометрии восьмиклассников должны отбираться с учётом различных факторов. Целесообразно сочетание репродуктивных и продуктивных форм, индивидуальных и групповых форм работы, словесных, наглядных и практических методов. Методы должны обеспечивать эмоциональное вовлечение обучающихся, активизацию их познавательной деятельности, понимание смысла и значимости изучаемого материала, возможности для самоутверждения и социального взаимодействия. Учёт индивидуальных различий обучающихся через дифференциацию и предоставление выбора повышает эффективность использования историко-математического материала для формирования устойчивой учебной мотивации.

2.3. Разработка серии уроков с историко-математическим содержанием для 8 класса и их апробация

Разработка серии уроков осуществлялась на основе выделенных и теоретически обоснованных *педагогических условий использования историко-математического материала.*

Первое условие – *систематичность* – предполагает включение историко-математического материала не эпизодически, а на каждом уроке, на различных его этапах. В разработанной серии из восьми уроков исторические сведения присутствуют на этапе мотивации (яркий факт, интрига), при изучении нового (генезис понятия, демонстрация различных доказательств), при закреплении (исторические задачи) и на этапе рефлексии (связь с культурой). Это позволяет сформировать у обучающихся целостное представление о развитии геометрии.

Второе условие – *соответствие содержанию изучаемых тем и возрастным особенностям* – обеспечивалось отбором исторического материала, непосредственно связанного с темами курса 8 класса («Четырёхугольники», «Теорема Пифагора», «Подобные треугольники»). Для восьмиклассников характерно критическое мышление и стремление к пониманию практической значимости, поэтому исторические сведения давались не в виде сухих дат, а через драматические сюжеты, биографические эпизоды, наглядные задачи. Например, при изучении теоремы Пифагора рассказывалось о пифагорейской школе.

Третье условие – *разнообразие форм и методов* – реализовано через чередование рассказа учителя, сообщений обучающихся, работы с иллюстрациями, решения исторических задач, групповых обсуждений, просмотра видеоматериалов. На каждом уроке применялись минимум две-три различные формы. Такой подход предотвращает монотонность и поддерживает познавательный интерес.

Четвёртое условие – *ориентация на формирование целостного представления о геометрии* – достигалось через демонстрацию связи геометрии с историей, искусством, архитектурой, практической деятельностью человека. Например, на уроках по теме «Четырёхугольники» демонстрировались мозаики и орнаменты разных культур; при изучении подобия – использование законов перспективы в живописи Возрождения.

На основе данных условий были разработаны технологические карты восьми уроков. Тематический план серии уроков представлен в таблице 1, а полные технологические карты с описанием этапов урока, деятельности учителя и обучающихся, формируемых УУД вынесены в Приложение 2.

Таблица 1. Тематический план серии уроков геометрии в 8 классе с использованием историко-математического материала

№ урока	**Тема урока**	**Тип урока**	**Цель (предметный аспект)**	**Историко-математический материал**
1	Параллелограмм и его свойства	Изучение нового материала	Сформировать понятие параллелограмма, изучить его свойства	История четырёхугольников в Древнем Египте и Вавилоне; параллелограммы в архитектуре
2	Прямоугольник, ромб, квадрат	Комбинированный	Изучить частные виды параллелограмма, их свойства	Символика квадрата в разных культурах; квадратура круга; ромбы в орнаментах
3	Площадь многоугольника. Площадь прямоугольника	Изучение нового материала	Вывести формулу площади прямоугольника, познакомить с понятием площади	Происхождение геометрии («землемерие»); древнеегипетские землемеры
4	Площадь параллелограмма и треугольника	Комбинированный	Вывести формулы площадей, научиться применять	Исторические задачи из папируса Ахмеса и вавилонских

				табличек
5	Теорема Пифагора: формулировка и доказательство	Изучение нового материала	Сформулировать и доказать теорему Пифагора	Пифагор и пифагорейская школа; различные доказательства (древнекитайское, Евклида)
6	Применение теоремы Пифагора	Урок-практикум	Научиться решать задачи на применение теоремы Пифагора	Исторические задачи (лестница, диагональ, высота); вавилонская табличка
7	Определение подобных треугольников. Первый признак подобия	Изучение нового материала	Сформировать понятие подобия, доказать первый признак	История учения о пропорциях (Евдокс); Фалес и измерение высоты пирамиды
8	Применение подобия треугольников	Комбинированный	Научиться решать практические задачи с использованием подобия	Подобие в картографии, навигации, перспективе (Леонардо да Винчи)

Апробация разработанной серии уроков проводилась на базе МБОУ «Сахалинская средняя общеобразовательная школа» Назаровского района в период с сентября по декабрь 2025 года. В апробации приняли участие 26 обучающихся 8 «А» класса.

Для оценки уровня учебной мотивации на начальном и итоговом этапах использовалась анкета (Приложение 3), а также проводилось наблюдение. Обработка результатов анкетирования осуществлялась путём подсчёта среднего балла по каждому критерию мотивации для каждого обучающегося, затем вычислялся средний балл по классу в целом. Для диагностики учебной мотивации к изучению геометрии нами были выделены критерии (когнитивно-познавательный, эмоционально-ценностный, деятельностно-поведенческий, целевой), показатели и уровни сформированности (высокий, средний, низкий). Их развёрнутая характеристика представлена в Приложении 1. Уровень мотивации определялся по следующей шкале: 4,0-5,0 баллов – высокий уровень, 3,0-3,9 баллов – средний уровень, 1,0-2,9 баллов – низкий уровень. Сводные результаты анкетирования представлены в таблице 2.

Таблица 2. Результаты входной диагностики учебной мотивации

Уровень мотивации	Число участников апробации
Высокий уровень	4 человека (15%)
Средний уровень	12 человек (46%)
Низкий уровень	10 человек (39%)
Средний балл по группе	3,1 балла

В классе преобладают обучающиеся со средним и низким уровнем мотивации, что типично для восьмых классов и свидетельствует о необходимости целенаправленной работы по повышению мотивации. Качественный анализ ответов на вопросы анкеты выявил, что наиболее проблемным является когнитивно-познавательный критерий: многие обучающиеся не проявляют интереса к содержанию геометрии, не видят в ней ничего, кроме обязательного школьного предмета. Эмоционально-ценностный критерий также характеризуется низкими показателями: у значительной части обучающихся эмоциональное отношение к геометрии нейтральное или негативное. Деятельностно-поведенческий критерий получил несколько более высокие оценки: большинство обучающихся систематически выполняют домашние задания, однако делают это по необходимости, а не по внутреннему побуждению. Целевой критерий характеризуется слабой осознанностью целей изучения геометрии, расплывчатыми представлениями о её значимости. Наблюдение за деятельностью обучающихся на уроках подтвердило результаты анкетирования: познавательная активность проявляется у ограниченного числа обучающихся, преобладает пассивность, выполнение заданий по требованию учителя.

В период октябрь–декабрь были проведены восемь уроков по разработанным технологическим картам. На каждом уроке историко-математический материал использовался систематически и в разных формах. По итогам реализации всех 8 уроков было проведено повторное анкетирование.

Результаты представлены в таблицах 3 и 4.

Таблица 3. Результаты диагностики учебной мотивации после проведения апробации серии уроков

Уровень мотивации	**Число участников**
Высокий уровень	11 человек (42%)
Средний уровень	13 человек (50%)
Низкий уровень	2 человека (8%)
Средний балл по группе	3,8 балла

Таблица 4. Сравнительная динамика учебной мотивации

Класс	**Средний балл (начало)**	**Средний балл (конец)**	**Прирост**	**Прирост (%)**
8 «А» - 26 человек	3,1	3,8	+0,7	+23%

Доля обучающихся с высоким уровнем мотивации увеличилась с 15% до 42%, доля с низким уровнем сократилась с 39% до 8%, средний балл повысился с 3,1 до 3,8.

На наш взгляд, наблюдаемые изменения не случайны, а обусловлены: систематическим использованием историко-математического материала, соответствием историко-математического материала содержанию изучаемых тем и возрастным особенностям восьмиклассников; использованием разнообразных форм и методов представления исторической информации; ориентацией на формирование целостного представления о геометрии как развивающейся области человеческого познания.

Качественный анализ ответов обучающихся на вопросы анкеты на итоговом этапе выявил изменения. По когнитивно-познавательному критерию значительно увеличилось количество обучающихся, проявляющих интерес к содержанию геометрии, к истории её развития, к личностям математиков. По эмоционально-ценностному критерию наблюдался рост положительных эмоций, связанных с уроками геометрии, снижение тревожности, увеличение субъективной значимости предмета. По деятельностно-поведенческому критерию отмечается повышение активности на уроках, увеличение количества обучающихся, проявляющих инициативу, выполняющих дополнительные задания. По целевому критерию улучшилось понимание значимости геометрии, её связи с культурой, практикой, будущим. Беседы с обучающимися подтвердили результаты анкетирования. Обучающиеся отмечали, что уроки с историко-математическим материалом были интересными, необычными, что они узнали много нового не только о геометрии, но и об истории, культуре, науке.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведённое исследование было посвящено проблеме использования историко-математического материала для повышения мотивации обучающихся восьмого класса при изучении геометрии. Актуальность исследования обусловлена необходимостью поиска эффективных средств формирования устойчивой внутренней мотивации к изучению математических дисциплин в условиях, когда значительная часть обучающихся демонстрирует индифферентное или негативное отношение к геометрии, воспринимая её как абстрактный, оторванный от реальности предмет.

В ходе теоретического исследования, представленного в первой главе работы, была раскрыта сущность историко-математического материала как специфической области дидактического знания, находящейся на пересечении математического содержания, исторической науки и методики обучения. Показано, что дидактический потенциал историко-математического материала наиболее полно реализуется при соблюдении принципов научной достоверности, доступности, систематичности и проблемности. Проанализировано влияние межпредметных связей и историко-математического материала на формирование учебной мотивации при изучении геометрии. Выявлены психологические механизмы этого влияния: актуализация познавательного интереса, персонификация и контекстуализация математического знания, гуманитаризация математического образования, эмоциональное обогащение учебного процесса. Показано, что историко-математический материал способен воздействовать на все компоненты мотивационной сферы обучающихся: когнитивный, эмоциональный, ценностно-смысловой, поведенческий, способствуя трансформации внешней мотивации во внутреннюю.

Охарактеризованы психолого-педагогические особенности учебной мотивации обучающихся восьмого класса, обусловленные возрастными характеристиками подросткового периода: развитием самосознания и рефлексии, критичностью мышления, потребностью в понимании смысла и значимости изучаемого материала, становлением профессионального самоопределения. Разработаны критерии, показатели и уровни сформированности мотивации к изучению геометрии.

Вторая глава работы была посвящена методическим основам использования историко-математического материала в обучении геометрии восьмого класса. Проведён анализ основных учебно-методических комплексов по геометрии для восьмого класса с позиции возможностей включения историко-математического материала. Выявлено, что наиболее распространённые УМК содержат лишь минимальное количество исторических сведений, представленных фрагментарно и не интегрированных в структуру учебного материала, что создаёт для учителя необходимость самостоятельного поиска, отбора и методической адаптации историко-математического материала. Вместе с тем показано, что содержание курса геометрии восьмого класса, включающее темы «Четырёхугольники», «Площадь многоугольников», «Теорема Пифагора», «Подобные треугольники», предоставляет богатые возможности для систематического включения историко-математического материала.

Обоснованы формы и методы использования историко-математического материала с учётом психолого-педагогических особенностей обучающихся восьмого класса. Показана целесообразность сочетания репродуктивных и продуктивных форм работы, индивидуальных, парных, групповых и коллективных форм организации деятельности, словесных, наглядных и практических методов. Определены условия использования историко-математического материала: систематичность включения в различные этапы урока, соответствие содержанию изучаемых тем и возрастным особенностям восьмиклассников, разнообразие форм и методов представления исторической информации, ориентация на формирование целостного представления о геометрии как развивающейся области человеческого познания.

Разработана серия из восьми технологических карт уроков геометрии для восьмого класса по темам «Четырёхугольники», «Теорема Пифагора», «Подобные треугольники» с систематическим включением историко-математического материала. Технологические карты составлены в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования, включают описание целей урока (предметных, метапредметных, личностных результатов), планируемых результатов, формируемых универсальных учебных действий, используемых образовательных технологий, оборудования и ресурсов, структуры урока с описанием деятельности учителя и обучающихся на каждом этапе.

Проведена апробация серии уроков с историко-математическим содержанием.

Таким образом, цель исследования достигнута, задачи решены. Разработанные технологические карты уроков, подборки историко-математического материала, исторические задачи, диагностический инструментарий оценки учебной мотивации применимы в реальном образовательном процессе.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. Геометрия. 7-9 классы: учебник для общеобразовательных организаций. М.: Просвещение, 2023. 255 с.
2. Бабанский Ю.К. Педагогика: учебное пособие для студентов педагогических институтов. М.: Просвещение, 2018. 479 с.
3. Божович Л.И. Проблемы формирования личности: избранные психологические труды. М.: Институт практической психологии, 2019. 352 с.
4. Волович М.Б. Наука обучать: технология преподавания математики. М.: Linka-Press, 2020. 280 с.
5. Выготский Л.С. Педагогическая психология. М.: АСТ, 2018. 671 с.
6. Гальперин П.Я. Методы обучения и умственное развитие ребёнка. М.: Издательство Московского университета, 2019. 45 с.
7. Гнеденко Б.В. Очерки по истории математики в России. М.: КомКнига, 2021. 296 с.
8. Далингер В.А. Методика обучения математике: практикум по решению задач. М.: Юрайт, 2022. 271 с.
9. Депман И.Я. История арифметики: пособие для учителей. М.: Просвещение, 2020. 415 с.
10. Епишева О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода: книга для учителя. М.: Просвещение, 2020. 128 с.
11. Епишева О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода. М.: Просвещение, 2021. 223 с.
12. Зимняя И.А. Педагогическая психология: учебник для вузов. М.: Логос, 2018. 384 с.

13. Иванова Т.А. Гуманитаризация математического образования: монография. Нижний Новгород: Изд-во НГПУ, 2019. 147 с.
14. Ильин Е.П. Мотивация и мотивы. СПб.: Питер, 2022. 512 с.
15. Колягин Ю.М., Оганесян В.А. Методика преподавания математики в средней школе: общая методика. М.: Просвещение, 2020. 462 с.
16. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность. М.: Смысл, 2018. 352 с.
17. Маркова А.К., Матис Т.А., А.Б. Орлов Формирование мотивации учения. М.: Просвещение, 2019. 192 с.
18. Матвиевская Г.П. История математики: курс лекций. М.: URSS, 2021. 256 с.
19. Мордкович А.Г. Профессионально-педагогическая направленность специальной подготовки учителя математики в педагогическом институте. М.: МГПИ, 2020. 78 с.
20. Ильин Е.П. Мотивация и мотивы: учебное пособие для вузов. — СПб.: Питер, 2022. — 512 с.
21. Петровский А.В. Возрастная и педагогическая психология. М.: Просвещение, 2019. 288 с.
22. Подласый И.П. Педагогика: учебник для бакалавров. М.: Юрайт, 2022. 574 с.
23. Погорелов А.В. Геометрия: учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений. М.: Просвещение, 2023. 240 с.
24. Подходова Н.С., Орлов В.В., Стефанова Н.Л., Иванов И.А. Методика обучения математике: учебник для вузов. М.: Юрайт, 2020. 460 с.
25. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. СПб.: Питер, 2019. 713 с.
26. Саранцев Г.И. Методика обучения математике: методология и теория. Казань: Центр инновационных технологий, 2020. 292 с.

27. Селевко Г.К. Современные образовательные технологии: учебное пособие. М.: Народное образование, 2018. 256 с.
28. Смирнова И.М., Смирнов В.А. История математики: учебное пособие. М.: Просвещение, 2021. 255 с.
29. Столяр А.А. Педагогика математики: учебное пособие для физико-математических факультетов педагогических институтов. Минск: Вышэйшая школа, 2019. 414 с.
30. Стюарт И. История математики в задачах. М.: Альпина нон-фикшн, 2020. 565 с.
31. Талызина Н.Ф. Педагогическая психология: учебное пособие для студентов средних педагогических учебных заведений. М.: Академия, 2018. 288 с.
32. Темербекова А.А. Методика обучения математике: учебное пособие. СПб.: Лань, 2022. 512 с.
33. Бордовская Н.В., Бродская И.М., Дандарова Ж.К. и др. Современные образовательные технологии: учебное пособие для студентов вузов / под ред. Н.В. Бордовской. — 2-е изд., перераб. и доп. М.: Юрайт, 2020. 432 с.
34. Фридман Л.М. Психопедагогика общего образования. М.: Институт практической психологии, 2020. 287 с.
35. Цукарь А.Я. История математики: учебное пособие. Новосибирск: Изд-во НГПУ, 2021. 234 с.
36. Шарыгин И.Ф. Геометрия. 7-9 классы: учебник для общеобразовательных учреждений. М.: Дрофа, 2023. 462 с.
37. Щукина Г.И. Педагогические проблемы формирования познавательных интересов учащихся. М.: Педагогика, 2018. 203 с.
38. Эльконин Д.Б. Психология обучения младшего школьника. М.: Институт практической психологии, 2019. 64 с.

39. Юдин В.В. Педагогическая технология: учебное пособие. Ярославль: ЯГПУ, 2020. 249 с.

40. Якиманская И.С. Личностно-ориентированное обучение в современной школе. М.: Сентябрь, 2018. 96 с.

Приложение 1

Критерии, показатели и уровни сформированности мотивации к изучению геометрии

Критерий	Показатели	Уровни (высокий / средний / низкий)
Когнитивно-познавательный (проявление интереса к содержанию геометрии, стремление к пониманию)	1. Частота проявления познавательной активности на уроке (вопросы, реплики, дополнения). 2. Наличие дополнительной познавательной деятельности вне урока (чтение, решение сверх заданного). 3. Глубина понимания материала (стремление разобраться, а не запомнить). 4. Широта познавательных интересов в области геометрии (интерес к теории, истории, приложениям).	Высокий: устойчивый интерес к содержанию и процессу, частые вопросы по существу, стремление выйти за рамки учебника, решение дополнительных задач, понимание сути доказательств. Средний: интерес проявляется ситуативно (к отдельным темам или ярким фактам), вопросы носят в основном procedural («как решить?»), дополнительная активность редкая, понимание на уровне стандартных алгоритмов. Низкий: интерес отсутствует, познавательной инициативы нет, вопросы не задаёт, ограничивается формальным выполнением требований, поверхностное запоминание.
Эмоционально-ценностный (эмоциональное отношение к геометрии, переживания, связанные с учебой)	1. Вербальные и невербальные проявления эмоций на уроках (мимика, высказывания). 2. Самооценка переживаний (радость / скука / тревожность). 3. Отношение к геометрии в сравнении с другими предметами (любимый / нелюбимый). 4. Наличие эстетического переживания красоты геометрических фактов.	Высокий: преобладают положительные эмоции (интерес, радость от решения, удовольствие от понимания). Отмечает геометрию в числе любимых предметов. Способен испытывать эстетическое удовольствие от изящных решений и доказательств. Средний: эмоциональное отношение нейтральное или амбивалентное (нет ни ярко выраженной симпатии, ни неприязни). Может испытывать кратковременный интерес при необычной подаче, но быстро угасающий. Тревожность невысокая, но и удовольствия нет. Низкий: преобладают отрицательные эмоции (скука, раздражение, тревожность перед опросом). Геометрия в числе нелюбимых предметов. Эстетическая сторона математики не воспринимается.
Деятельностно-поведенческий (реальные	1. Систематичность выполнения домашних заданий.	Высокий: домашние задания выполняются регулярно и добросовестно. Активен на уроке, проявляет

действия, настойчивость, инициатива)	2. Активность на уроке (поднятие руки, работа у доски, участие в обсуждениях). 3. Настойчивость при решении трудных задач (продолжает попытки / быстро сдаётся). 4. Участие во внеурочной деятельности по математике (факультативы, олимпиады, проекты).	инициативу. При трудностях не отказывается, ищет разные способы. Участвует во внеурочных мероприятиях по собственному желанию. Средний: домашние задания выполняет, но часто по необходимости (избегание наказания). На уроке активен избирательно – отвечает, когда спросят. При затруднениях быстро теряет интерес, обращается за готовым решением. Внеурочная деятельность не приоритет. Низкий: домашние задания нерегулярны, небрежны или списаны. Пассивен на уроке, инициативы не проявляет. При первых же трудностях бросает решение, говорит «у меня не получится». Во внеурочной деятельности не участвует.
Целевой (осознанность целей, связь с будущим, самооценка)	1. Осознанность ответов на вопрос «Зачем я учу геометрию?». 2. Наличие учебного целеполагания (планирование подготовки к контрольной, распределение времени). 3. Связь изучения геометрии с профессиональными планами. 4. Адекватность самооценки своих возможностей в геометрии.	Высокий: чётко и развёрнуто объясняет значимость геометрии (развитие мышления, помощь в других предметах, будущая профессия). Умеет ставить конкретные учебные цели и планировать их достижение. Видит связь с карьерой. Самооценка адекватна, понимает свои сильные и слабые стороны. Средний: даёт общие, неконкретные ответы («надо», «чтобы сдать экзамен», «родители сказали»). Целеполагание ситуативное, планирует только под внешним давлением. Профессиональная связь не прослеживается. Самооценка часто завышена или занижена. Низкий: не видит смысла в изучении геометрии, отвечает «не знаю», «бесполезно». Целей не ставит, живёт «от урока до урока». Самооценка либо отсутствует, либо резко негативная («у меня не получится, я гуманитарий»).

Приложение 2

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ КАРТЫ УРОКОВ

Технологическая карта урока №1

Общая информация		
Составитель		Кожевникова Ю.С.
Программа (УМК)		Л.С. Атанасян и др. «Геометрия 7-9»
Предмет		геометрия
Класс		8
Раздел программы		Четырёхугольники
Количество участников		26
Учебно-методическое обеспечение		
Необходимое оборудование и ПО ведущего занятие		компьютер, проектор, презентация (слайды: 1 – египетские поля, 2 – вавилонские таблички, 3 – архитектура с параллелограммами), модель параллелограмма из реек, мел, доска
Необходимое оборудование и ПО для участника занятия		чертёжные инструменты (линейка, треугольник, транспортир), тетрадь, учебник
Методические ориентиры		
Тема занятия (метапредметная / предметная)		Параллелограмм и его свойства
Тип занятия		урок изучения нового материала и первичного закрепления
Цель занятия	содержательная	расширить понятийную базу о четырёхугольниках; ввести определение и свойства параллелограмма
	деятельностная	научить распознавать параллелограмм, формулировать и доказывать его свойства, применять при решении простейших задач
Решаемые задачи		1) актуализировать знания о четырёхугольниках; 2) ввести определение параллелограмма; 3) доказать свойства (о сторонах, углах, диагоналях); 4) сформировать первичные умения применять свойства
Формы организации деятельности обучающихся (нужное подчеркнуть)		Ф - фронтальная; П - парная; И - индивидуальная
Основной метод обучения		проблемно-поисковый, наглядный, частично-поисковый
Основное содержание темы		
Что изучаем?		Определение параллелограмма, его свойства (равенство противоположных сторон и углов,

	свойство диагоналей – точкой пересечения делятся пополам). Применение свойств при решении задач на нахождение углов, сторон, периметра. Исторический экскурс: использование четырёхугольников в Древнем Египте и Вавилоне, параллелограммы в архитектуре.
Основные термины и понятия (новые)	Параллелограмм, противоположные стороны, противоположные углы, диагонали параллелограмма, точка пересечения диагоналей, свойства параллелограмма (противоположные стороны равны, противоположные углы равны, диагонали делятся пополам).
Межпредметные связи	История Древнего мира (землемерие в Египте, вавилонские таблички); архитектура (параллелограммные формы в сооружениях, шарнирные механизмы); черчение (построение параллелограмма).

Планируемые результаты

Предметные	*Метапредметные*	*Личностные*
Узнает определение параллелограмма, формулируют и доказывают его свойства (противоположные стороны равны, противоположные углы равны, диагонали точкой пересечения делятся пополам), решают простейшие задачи на применение свойств	Развивает логическое мышление (анализ, синтез, сравнение), умение выдвигать гипотезы, работать с информацией (извлечение исторических сведений)	Проявляет познавательный интерес через исторический материал, осознаёт связь геометрии с культурой Древнего мира

План занятия:	*Этапы занятия*	*Время реализации этапы*
	1. Мотивация и актуализация	5 мин
	2. Изучение нового материала	20 мин
	3. Первичное закрепление	15 мин
	4. Рефлексия, домашнее задание	5 мин

Характеристика этапов

Формируемые УУД	*Форма организации деятельности*	*Используемые ресурсы*	*Деятельность*		*Доска*
			педагога	*обучающихся*	

Этап занятия: Этап 1: Мотивация и актуализация
Цель этапа: пробудить познавательный интерес через исторический контекст (землемерие в Древнем Египте и Вавилоне); актуализировать знания о четырёхугольниках.

Познавательные (извлечение информации из визуального ряда), коммуникативные (умение выражать мысли)	Ф	Презентация (слайды с изображениями древнеегипетских полей, вавилонских табличек, архитектурных конструкций)	**Шаг 1.1.** Учитель демонстрирует слайд с изображением нильских разливов и землемеров. Говорит: «Ребята, слово "геометрия" в переводе с греческого означает "землемерие". Уже 5000 лет назад египтянам приходилось восстанавливать границы полей после разливов Нила. Для этого они использовали четырёхугольные формы. Какие четырёхугольники вы знаете?» **Шаг 1.2.** Учитель показывает слайд с вавилонской глиняной табличкой, содержащей чертежи четырёхугольников. «А вот в Древнем Вавилоне математики уже вычисляли площади и стороны четырёхугольных участков. Посмотрите на эти рисунки – они похожи на те, что мы изучаем сегодня». **Шаг 1.3.** Учитель задаёт проблемный вопрос: «Как вы думаете, какая фигура на этом слайде (показывает изображение подъёмного крана с параллелограммным механизмом) является основной в этих конструкциях?»	Отвечают на вопросы: перечисляют квадрат, прямоугольник, трапецию, ромб. Рассматривают древние изображения, высказывают предположения, что это, вероятно, параллелограмм. Задают уточняющие вопросы по историческим слайдам.	В левой части доски учитель схематично рисует знак вопроса и надпись: «Четырёхугольники в истории». Справа – перечисляет известные виды (квадрат, прямоугольник, ромб, трапеция)
Этап занятия: Этап 2: Изучение нового материала *Цель этапа: формировать понятие параллелограмма; организовать исследовательскую деятельность по выявлению свойств; доказать свойства (равенство противоположных сторон, углов, свойство*					
Регулятивные (целеполагание), познавательные (анализ, синтез, формулирование гипотез), коммуникативные (участие в диалоге)	Ф	Модель параллелограмма (деревянная рамка-шарнир), слайды с портретом Евклида и страницей из «Начал»	**Шаг 2.1. Введение определения.** Учитель демонстрирует модель параллелограмма, меняет его форму, но сохраняет параллельность сторон. «Эта фигура называется параллелограммом. Попробуйте сами сформулировать определение. Что вы видите? Какие стороны?» Выслушав гипотезы, даёт точную формулировку: «Параллелограмм – это четырёхугольник, у которого противоположные стороны параллельны». Записывает на доске. **Шаг 2.2. Историческая справка.** Учитель показывает портрет Евклида: «Систематическое изучение параллелограммов начал ещё Евклид в своей книге "Начала" (III век до н.э.). Он доказал многие их свойства».	Слушают, смотрят модель. Формулируют определение (высказывают: «это четырёхугольник, у которого стороны идут параллельно»). Записывают определение в тетрадь. Чертят параллелограмм в тетрадях, выполняют	**Основная часть доски:** 1. Определение: «Параллелограмм – четырёхугольник, у которого AB ∥ CD, BC ∥ AD». Рисунок с вершинами A, B, C, D. 2. Свойства: • AB = CD, BC = AD • ∠A = ∠C, ∠B = ∠D • AO = OC, BO = OD (O – точка

			Шаг 2.3. Исследование свойств. Учитель выдаёт задание: «Начертите в тетради произвольный параллелограмм. С помощью линейки и транспортира измерьте стороны, углы, диагонали. Что вы заметили?» Даёт 3 минуты на работу. **Шаг 2.4.** После измерения вызывает к доске 2-3 учеников, фиксирует результаты. Обобщает: «Противоположные стороны равны, противоположные углы равны, диагонали делятся пополам». **Шаг 2.5. Доказательство свойств.** Учитель проводит доказательство первого свойства (равенство противоположных сторон) через проведение диагонали и равенство треугольников. Спрашивает: «Какие треугольники образовались? Почему они равны?» Пошагово оформляет доказательство на доске. **Шаг 2.6.** Аналогично доказывается равенство противоположных углов и свойство диагоналей. Учитель вовлекает учеников в рассуждения, задавая наводящие вопросы.	измерения. Фиксируют результаты. Обнаруживают закономерности. Зачитывают свои наблюдения. Участвуют в обсуждении. Рисуют чертёж, следят за доказательством. Отвечают на вопросы: «Треугольники, образованные диагональю, равны по второму признаку (сторона и два угла)». Записывают доказательства в тетради	пересечения диагоналей) 3. Доказательство (кратко): $\Delta ABC = \Delta CDA$ (по стороне и двум углам) → $AB=CD$ и т.д.
Этап занятия: Этап 3: Первичное закрепление *Цель этапа: научить применять свойства параллелограмма при решении типовых и исторических задач; отработать умение рассуждать и оформлять решение.*					
Познавательные (применение знаний), регулятивные (контроль, коррекция), коммуникативные (работа в парах)	П Ф	Раздаточный материал: карточки с тремя задачами, одна из них историческая	**Шаг 3.1.** Учитель раздаёт карточки с задачами: **Задача 1 (прямая).** В параллелограмме ABCD угол A = 50°. Найти углы B, C, D. **Задача 2.** Стороны параллелограмма относятся как 3:5, периметр 48 см. Найти стороны. **Задача 3 (историческая).** «Из папируса Ахмеса (ок. 1650 г. до н.э.): "Участок имеет форму параллелограмма. Одна сторона – 10 локтей, другая – 8 локтей, а меньшая высота – 6 локтей. Какова площадь?"» (Учитель поясняет, что в древности использовали формулу	Работают в парах: читают задачи, обсуждают, записывают решения в тетрадях. При затруднении поднимают руку, учитель консультирует. Два-три ученика	В правой части доски последовательно появляются решения задач: **Задача 1:** $\angle B=130°$, $\angle C=50°$, $\angle D=130°$. **Задача 2:** стороны 9 см и 15 см. **Задача 3:** $S = 10 \cdot 6 =$

			«сторона на высоту», которую мы докажем позже). **Шаг 3.2.** Учитель организует работу в парах: «Обсудите решение в паре, затем проверим». **Шаг 3.3.** Через 8 минут организует фронтальную проверку: вызывает учеников к доске для решения каждой задачи. **Шаг 3.4.** При проверке исторической задачи акцентирует внимание: «Видите, уже 4000 лет назад люди умели вычислять площади параллелограммов!»	выходят к доске и записывают решения. Остальные сверяют, исправляют ошибки. Слушают комментарий учителя, удивляются древности задач.	60 квадратных локтей (или с комментарием, что древние египтяне мерили в локтях)
Этап занятия: Этап 4: Рефлексия и домашнее задание *Цель этапа: осмыслить результаты урока; зафиксировать трудности и успехи; мотивировать к самостоятельной работе (в том числе дополнительной – сообщение об архитектуре).*					
Личностные (самооценка), регулятивные (оценка)	И Ф	Учебник, дневники	**Шаг 4.1.** Учитель задаёт вопросы для рефлексии: «Что на уроке было самым интересным? Что показалось трудным? Какое историческое открытие вас поразило?» **Шаг 4.2.** Объявляет домашнее задание: • Обязательное: выучить определение и свойства параллелограмма; решить № 372 (найти стороны), № 374 (найти углы) из учебника Атанасяна. • Дополнительное (по желанию): подготовить сообщение на 2-3 минуты о применении параллелограммов в архитектуре (можно использовать Интернет). **Шаг 4.3.** Благодарит за работу, выставляет оценки за активную работу на уроке.	Отвечают на вопросы: «Интересно было узнать про египетских землемеров», «Трудно было доказывать свойство диагоналей». Записывают домашнее задание в дневник. Желающие записываются на дополнительное сообщение.	На доске остаются определения и свойства (не стираются до конца урока). В конце учитель может написать: «Д/з: §1, п.42, №372, 374».

Технологическая карта урока №2

Общая информация	
Составитель	Кожевникова Ю.С.
Программа (УМК)	Л.С. Атанасян и др. «Геометрия 7-9»
Предмет	геометрия

Класс		8
Раздел программы		Четырёхугольники
Количество участников		26
Программа (УМК)		Л.С. Атанасян и др. «Геометрия 7-9»
Учебно-методическое обеспечение		
Необходимое оборудование и ПО ведущего занятие		компьютер, проектор, презентация (изображения: египетские фрески с квадратной сеткой, древнегреческая керамика с ромбами, исламские орнаменты, икона Андрея Рублёва, квадрат Малевича), модели прямоугольника, ромба, квадрата, мел, линейка
Необходимое оборудование и ПО для участника занятия		чертёжные инструменты (линейка, треугольник, транспортир), тетрадь, учебник
Методические ориентиры		
Тема занятия		Прямоугольник, ромб, квадрат. Четырёхугольники в искусстве и архитектуре
Тип занятия		Комбинированный (изучение нового + закрепление)
Цель занятия	содержательная	сформировать понятия прямоугольника, ромба, квадрата как частных видов параллелограмма
	деятельностная	научить распознавать эти фигуры, формулировать их определения и свойства, устанавливать иерархию четырёхугольников
Решаемые задачи		1) повторить свойства параллелограмма; 2) ввести определения прямоугольника, ромба, квадрата; 3) доказать их особые свойства; 4) показать связь с искусством и культурой; 5) научить применять свойства при решении задач
Формы организации		Фронтальная (Ф), индивидуальная (И), парная (П)
Основной метод		проблемно-поисковый, наглядный, частично-поисковый
Основное содержание темы		
Что изучаем?		Прямоугольник, ромб, квадрат как частные виды параллелограмма. Их определения и особые свойства (у прямоугольника – диагонали равны; у ромба – диагонали перпендикулярны и делят углы пополам; квадрат обладает свойствами прямоугольника и ромба). Иерархия четырёхугольников. Историко-культурный аспект: символика квадрата, квадратура круга, ромбы в орнаментах.
Основные термины и понятия (новые)		Прямоугольник, ромб, квадрат, свойство прямоугольника (равенство диагоналей), свойство ромба (перпендикулярность диагоналей, деление углов пополам), иерархия четырёхугольников, квадратура круга.
Межпредметные связи		Изобразительное искусство (квадрат в живописи – «Чёрный квадрат» Малевича; ромбы в исламских орнаментах, древнегреческой керамике, русской вышивке); архитектура (прямоугольная планировка городов); история математики (задача о квадратуре круга).

<table>
<tr><td colspan="6">Планируемые результаты</td></tr>
<tr><td colspan="2">Предметные</td><td colspan="2">Метапредметные</td><td colspan="2">Личностные</td></tr>
<tr><td colspan="2">Знает определения прямоугольника, ромба, квадрата; формулирует и доказывает их свойства (диагонали прямоугольника равны, диагонали ромба перпендикулярны и делят углы пополам); распознаёт эти фигуры на чертежах и в визуальном ряду
наследие разных народов</td><td colspan="2">Устанавливает иерархические отношения между понятиями (классификация), анализирует визуальную информацию, выявляет геометрические формы в объектах искусства</td><td colspan="2">Формирует эстетическое восприятие геометрических форм, понимает связь математики с культурой и искусством, уважает культурное</td></tr>
<tr><td rowspan="2">План занятия:</td><td colspan="2">Этапы занятия</td><td colspan="3">Время реализации этапы</td></tr>
<tr><td colspan="2">1. Организационный момент и повторение
2. Мотивация через искусство
3. Изучение нового материала
4. Первичное закрепление
5. Рефлексия и д/з</td><td colspan="3">3 мин
5 мин
20 мин
12 мин
5 мин</td></tr>
<tr><td colspan="6">Характеристика этапов</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Формируемые УУД</td><td rowspan="2">Форма организации деятельности</td><td rowspan="2">Используемые ресурсы</td><td colspan="2">Деятельность</td><td rowspan="2">Доска</td></tr>
<tr><td>педагога</td><td>обучающихся</td></tr>
<tr><td colspan="6">Этап занятия: 1. Организационный момент и повторение
Цель этапа:настроить на работу; актуализировать свойства параллелограмма как базы для изучения частных видов.</td></tr>
<tr><td>Регулятивные (самоорганизация)</td><td>Ф</td><td>–</td><td>Учитель приветствует, проверяет готовность. Быстро опрашивает: «Какие свойства параллелограмма мы изучили на прошлом уроке?»</td><td>Отвечают: противоположные стороны и углы равны, диагонали делятся пополам.</td><td>Сбоку доски – краткая запись свойств параллелограмма (для опоры)</td></tr>
<tr><td colspan="6">Этап занятия: 2. Мотивация через искусство
Цель этапа:показать связь геометрии с культурой (архитектура, орнаменты, живопись); вызвать эмоциональный отклик и интерес к теме</td></tr>
</table>

Познавательные (извлечение информации, сравнение), личностные (ценностное отношение)	Ф	Презентация (слайды: египетские фрески, исламский орнамент, русская вышивка, «Чёрный квадрат» Малевича)	**Шаг 2.1.** Учитель демонстрирует слайды: «Посмотрите на эти изображения. Что общего вы видите?» **Шаг 2.2.** «Какие геометрические фигуры здесь присутствуют?» **Шаг 2.3.** «Прямоугольник, квадрат, ромб – это не просто фигуры в учебнике. Они сопровождают человечество всю историю. Сегодня мы изучим их свойства и узнаем, почему квадрат называли "совершенной фигурой"».	Рассматривают, узнают прямоугольные и квадратные формы, ромбы в орнаментах. Отвечают: «Много прямоугольников, квадратов», «В орнаменте – ромбы». Высказывают удивление: «Малевич тоже использовал квадрат?»	Учитель не пишет на доске, только демонстрирует слайды
Этап занятия: 3. Изучение нового материала *Цель этапа:сформировать понятия прямоугольника, ромба, квадрата как частных видов параллелограмма; доказать их особые свойства; построить иерархию четырёхугольников*					
Познавательные (анализ, синтез, классификация), регулятивные, коммуникативные	Ф И	Модели фигур, слайды с иерархической схемой	**Шаг 3.1. Прямоугольник.** Учитель показывает модель прямоугольника: «Чем прямоугольник отличается от произвольного параллелограмма?» Подводит к определению: параллелограмм, у которого все углы прямые. **Шаг 3.2. Доказательство свойства прямоугольника.** «Как вы думаете, какое дополнительное свойство появляется у диагоналей?» Выслушивает гипотезы. Доказывает равенство диагоналей через равенство треугольников (по двум катетам). **Шаг 3.3. Ромб.** Показывает модель ромба. «А это – ромб. Дайте определение». Выслушивает: параллелограмм с равными сторонами. **Шаг 3.4. Свойства ромба.** «Измерьте диагонали вашего нарисованного ромба. Что заметили?» (Ученики измеряют, видят, что диагонали перпендикулярны и делят углы пополам). Учитель доказывает эти свойства на доске с помощью признаков равенства треугольников.	Отвечают: «У прямоугольника все углы по 90°». Записывают определение. Предполагают: «Диагонали равны». Следят за доказательством. Формулируют определение ромба, записывают. Чертят ромб, измеряют, фиксируют. Участвуют в доказательстве. Дают определение квадрата, записывают. Рисуют иерархическую схему. Слушают, задают	**На доске поэтапно:** 1. Рисунок параллелограмма, рядом – прямоугольник, подпись: «$\angle=90°$». Формула: диагонали равны. 2. Ромб: стороны равны. Свойства: диагонали $\perp$ и делят углы. 3. Квадрат: определение (прямоугольник с равными сторонами). 4. Иерархия: Четырёхугольник $\downarrow$

			Шаг 3.5. Квадрат. «А теперь – квадрат. Это параллелограмм, который обладает свойствами и прямоугольника, и ромба. Дайте определение». (Ученики: «прямоугольник с равными сторонами» или «ромб с прямыми углами»). **Шаг 3.6. Историко-культурная вставка.** «Квадрат в древности считался символом совершенства. В Древнем Китае квадрат олицетворял землю, в христианстве – четыре стороны света, а знаменитая задача "квадратура круга" (построить квадрат, равновеликий кругу) мучила математиков 2000 лет».	вопросы («Почему квадрат символ совершенства?», «А квадратуру круга решили?»).	Параллелограмм / Прямоугольник Ромб \ / Квадрат
Этап занятия: Этап 4. Первичное закрепление *Цель этапа: отработать применение свойств прямоугольника, ромба, квадрата при решении задач; обсудить вопрос о замощении плоскости.*					
Познавательные, регулятивные, коммуникативные	П Ф	Карточки с задачами, слайд с изображением паркета	**Шаг 4.1.** Учитель раздаёт карточки с задачами: **Задача 1.** В прямоугольнике ABCD диагонали пересекаются в точке O, ∠AOB = 60°. Найти ∠OAD. **Задача 2.** Периметр ромба 40 см, один из углов 60°. Найти меньшую диагональ. **Задача 3 (историко-прикладная).** «Перед вами изображение паркета из исламского орнамента (слайд). Из каких четырёхугольников он составлен? Почему квадрат, прямоугольник и ромб могут замостить плоскость без зазоров?» **Шаг 4.2.** Учитель организует работу: первые две задачи решают в парах (типовые), третью обсуждают устно фронтально. **Шаг 4.3.** Вызывает двоих учеников к доске для решения задач 1 и 2. Проверяет, комментирует. **Шаг 4.4.** При обсуждении паркета подводит к идее, что сумма углов при вершине должна быть 360°.	Решают в парах, советуются. В задаче 1 используют свойство диагоналей прямоугольника. В задаче 2 – свойства ромба (треугольник равносторонний). У доски записывают решения. Обсуждают паркет: «Квадрат – 90°·4=360°, прямоугольник – то же, ромб – острые и тупые углы вместе дают 360°».	На доске решения: **Задача 1:** ΔAOB – равнобедренный, углы при основании (180-60)/2=60°, значит, он равносторонний, ∠OAD = 30°. **Задача 2:** сторона 10 см, малая диагональ лежит против угла 60°, равна стороне = 10 см.
Этап занятия: Этап 5. Рефлексия и д/з Цель этапа: подвести итог; оценить понимание; закрепить материал через разноуровневое домашнее задание (обязательное + творческое).					
Личностные,	Ф	Учебник	**Шаг 5.1.** «Какая фигура сегодня была для вас самой	Отвечают: «Удивил	На доске – д/з:

регулятивные	И		интересной? Что вы узнали из истории?» **Шаг 5.2.** Домашнее задание: §, п. 45–46 (определения и свойства выучить), № 403 (прямоугольник), № 406 (ромб). Дополнительно: нарисовать эскиз паркета из четырёхугольников (по желанию). **Шаг 5.3.** Выставление оценок за активную работу.	ромб – его диагонали перпендикулярны», «Интересно про квадратуру круга». Записывают д/з.	пп.45–46, №403, 406.

Технологическая карта урока №3

Общая информация		
Составитель		Кожевникова Ю.С.
Программа (УМК)		Л.С. Атанасян и др. «Геометрия 7-9»
Предмет		геометрия
Класс		8
Раздел программы		Площадь многоугольников
Количество участников		26
Учебно-методическое обеспечение		
Необходимое оборудование и ПО ведущего занятие		компьютер, проектор, презентация (слайды: древнеегипетские землемеры с верёвками, фреска из гробницы, папирус Ахмеса), раздаточный материал (модели квадрата 1x1), мел
Необходимое оборудование и ПО для участника занятия		чертёжные инструменты (линейка, треугольник, транспортир), тетрадь, учебник
Методические ориентиры		
Тема занятия		Площадь многоугольника. Площадь прямоугольника
Тип занятия		урок изучения нового материала
Цель занятия	содержательная	научить измерять площади фигур, применять формулу площади прямоугольника при решении задач
	деятельностная	научить распознавать эти фигуры, формулировать их определения и свойства, устанавливать иерархию четырёхугольников
Решаемые задачи		1) ввести понятие площади как величины; 2) изучить основные свойства площадей; 3) вывести формулу площади прямоугольника; 4) показать исторические корни измерения площадей
Формы организации		Фронтальная (Ф), индивидуальная (И), парная (П)
Основной метод		объяснительно-иллюстративный, частично-поисковый
Основное содержание темы		
Что изучаем?		Понятие площади как величины, измеряемой количеством единичных квадратов. Свойства

	площадей (равные фигуры имеют равные площади; площадь фигуры равна сумме площадей её частей; площадь единичного квадрата равна 1). Вывод и применение формулы площади прямоугольника S = a·b. Исторический контекст: происхождение геометрии как «землемерия», древнеегипетские землемеры («натягиватели верёвок»).
Основные термины и понятия (новые)	Площадь многоугольника, единичный квадрат, свойства площадей (аддитивность, инвариантность), формула площади прямоугольника (S = a·b).
Межпредметные связи	История Древнего мира (измерение полей в Египте после разливов Нила, папирус Ахмеса); география (практические задачи на измерение участков, система мер – локти); строительное дело (расчёт площади пола, стен).

Планируемые результаты		
Предметные	*Метапредметные*	*Личностные*
Знает, что такое площадь, свойства площадей (равные фигуры имеют равные площади, площадь всей фигуры равна сумме площадей частей), формулу площади прямоугольника S = a·b, умеет её выводить и применять наследие разных народов	Понимает происхождение геометрических понятий, устанавливает аналогии (измерение площади и длины), проводит рассуждения	Осознаёт практическую значимость геометрии (землемерие), проявляет интерес к истории науки

План занятия:	*Этапы занятия*	*Время реализации этапы*
	1. Мотивация (историческая)	5 мин
	2. Введение понятия площади и свойств	10 мин
	3. Вывод формулы площади прямоугольника	12 мин
	4. Закрепление (решение исторических задач)	13 мин
	5. Итог, д/з	5 мин

Характеристика этапов					
Формируемые УУД	*Форма организации деятельности*	*Используемые ресурсы*	*Деятельность педагога*	*обучающихся*	*Доска*
Этап занятия: 1. Мотивация (историческая) *Цель этапа: показать происхождение геометрии из практических нужд (землемерие); создать интерес к понятию площади.*					
Регулятивные (самоорганиза	Ф	–	Учитель приветствует, проверяет готовность. Быстро опрашивает: «Какие свойства параллелограмма мы	Отвечают: противоположные	Сбоку доски – краткая запись

ция)			изучили на прошлом уроке?»	стороны и углы равны, диагонали делятся пополам.	свойств параллелограмма (для опоры)
Этап занятия: 2. Введение понятия площади и свойств *Цель этапа: сформировать представление о площади как о величине, измеряемой единичными квадратами; ввести основные свойства площадей (равные фигуры – равные площади, аддитивность).*					
Познавательные (анализ, сравнение), регулятивные	Ф И	Раздаточные модели квадрата 1x1	**Шаг 2.1.** «Площадь – это число, показывающее, сколько единичных квадратов помещается в фигуре. Единичный квадрат – квадрат со стороной 1 см, 1 м и т.д.» Демонстрирует модель. **Шаг 2.2.** Задание: «Начертите в тетради прямоугольник 3×4 клетки. Сколько клеток внутри?» (12). «Это и есть его площадь в клетках». **Шаг 2.3.** Формулирует свойства площадей (записывает на доске): 1) Равные фигуры имеют равные площади. 2) Площадь всей фигуры равна сумме площадей её частей (на примере прямоугольника, разбитого на два). 3) Площадь квадрата со стороной 1 равна 1. **Шаг 2.4.** Задаёт вопрос: «Как вычислить площадь любого прямоугольника, не пересчитывая клетки?»	Слушают, записывают. Чертеж прямоугольника, подсчитывают клетки (12). Формулируют гипотезу: «Надо длину умножить на ширину».	**Доска:** 1. Площадь S – число единичных квадратов. 2. Свойства: • S(равных фигур) = равны. • S(фигуры) = сумма S частей. • S(кв. со стороной 1) = 1. Рисунок: прямоугольник 3×4 клетки, внутри – клетки.
Этап занятия: Этап 3. Вывод формулы площади прямоугольника *Цель этапа: вывести формулу S = a·b через разбиение на единичные квадраты; обосновать её для любых измерений*					
Познавательные (логический вывод), регулятивные	Ф П	–	**Шаг 3.1.** «Пусть прямоугольник имеет стороны a и b. Разделим его на квадраты 1×1 (учитель чертит на доске схему). Сколько квадратов поместится по длине? (a). По ширине? (b). Всего a·b квадратов. Следовательно, S = a·b». **Шаг 3.2.** «А если a и b не целые, например 2,5 см и 3 см?» Учитель объясняет, что формула работает и для дробных – это доказывается с помощью разбиения на малые доли. **Шаг 3.3.** Записывает формулу в тетрадь и на доску.	Записывают вывод: S = a·b. Задают вопросы: «А если стороны в разных единицах?» (учитель отвечает – нужно привести к одним).	**Доска:** Прямоугольник со сторонами a и b, разбитый на квадраты. Подпись: S = a·b. Пример: a=5 см, b=3 см → S=15 см².
Этап занятия: Этап 4. Закрепление (решение исторических задач) Цель этапа: научить применять формулу площади прямоугольника в практических и исторических контекстах; показать преемственность математических знаний.					

Познавательные (применение), регулятивные	Ф П	Раздаточный материал	**Шаг 4.1.** Учитель: «А теперь вернёмся в Древний Египет. Вот задача из папируса Ахмеса (ок. 1650 г. до н.э.) в современной обработке». Раздаёт карточки с тремя задачами: **Задача 1 (египетская).** «Поле прямоугольной формы имеет длину 100 локтей и ширину 50 локтей. Какова его площадь?» (1 локоть ≈ 0,5 м). **Задача 2 (вавилонская).** «Прямоугольный участок имеет площадь 1200 квадратных единиц, ширина 30 единиц. Найти длину». **Задача 3 (современная).** «Пол комнаты имеет форму прямоугольника 5 м на 4 м. Сколько потребуется плиток 10×10 см для покрытия?» **Шаг 4.2.** Ученики решают в парах. Учитель консультирует. **Шаг 4.3.** Вместе проверяют: вызывают к доске для каждой задачи, обсуждают размерность.	Решают: задача 1 – 100·50=5000 кв. локтей; задача 2 – 1200/30=40 единиц; задача 3 – площадь комнаты 20 м² = 200000 см², площадь плитки 100 см², нужно 2000 плиток. Обсуждают, что древние не использовали формулу как мы, а считали умножением, но по сути – то же самое.	**Доска:** решения задач – кратко. Задача 1: 5000 локтей². Задача 2: длина 40. Задача 3: 2000 плиток.
Этап занятия: Этап 5. Рефлексия и д/з Цель этапа: обобщить изученное; проверить понимание; закрепить формулу и свойства через задачи.					
Личностные, регулятивные	Ф И	Учебник	**Шаг 5.1.** Учитель: «Что нового узнали? Почему геометрию назвали землемерием?» **Шаг 5.2.** Д/з: выучить формулу и свойства площадей, решить № 446, 449 (из учебника). Дополнительно: найти в интернете другую историческую задачу на площадь и решить её.	Отвечают: «Поняли, что такое площадь, вывели формулу». Записывают д/з.	На доске: Д/з: п.48–49, №446, 449.

Технологическая карта урока №4

Общая информация	
Составитель	Кожевникова Ю.С.
Программа (УМК)	Л.С. Атанасян и др. «Геометрия 7-9»
Предмет	геометрия
Класс	8
Раздел программы	Площадь многоугольников
Количество участников	26

<table>
<tr><td colspan="5">Учебно-методическое обеспечение</td></tr>
<tr><td colspan="2">Необходимое оборудование и ПО ведущего занятие</td><td colspan="3">презентация (изображения папируса Ахмеса, вавилонской таблички с задачами), раздаточный материал (исторические задачи), модели параллелограмма и треугольника</td></tr>
<tr><td colspan="2">Необходимое оборудование и ПО для участника занятия</td><td colspan="3">чертёжные инструменты (линейка, треугольник, транспортир), тетрадь, учебник</td></tr>
<tr><td colspan="5">Методические ориентиры</td></tr>
<tr><td colspan="2">Тема занятия</td><td colspan="3">Площадь параллелограмма и треугольника</td></tr>
<tr><td colspan="2">Тип занятия</td><td colspan="3">комбинированный</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Цель занятия</td><td>содержательная</td><td colspan="3">вывести формулы площади параллелограмма и треугольника, показать их связь</td></tr>
<tr><td>деятельностная</td><td colspan="3">научить применять формулы при решении задач, в том числе исторических</td></tr>
<tr><td colspan="2">Решаемые задачи</td><td colspan="3">1) вывести формулу площади параллелограмма через преобразование в прямоугольник; 2) вывести формулу площади треугольника как половину площади параллелограмма; 3) решить исторические задачи из разных древних культур</td></tr>
<tr><td colspan="2">Формы организации</td><td colspan="3">Фронтальная, парная, индивидуальная</td></tr>
<tr><td colspan="2">Основной метод</td><td colspan="3">проблемный, наглядный, практический</td></tr>
<tr><td colspan="5">Основное содержание темы</td></tr>
<tr><td colspan="2">Что изучаем?</td><td colspan="3">Вывод формулы площади параллелограмма через преобразование его в прямоугольник (метод перекраивания): $S = a \cdot h$. Вывод формулы площади треугольника как половины площади параллелограмма: $S = ½ a \cdot h$. Решение исторических задач из папируса Ахмеса, вавилонских табличек, древнекитайского трактата «Математика в девяти книгах».</td></tr>
<tr><td colspan="2">Основные термины и понятия (новые)</td><td colspan="3">Основание параллелограмма, высота параллелограмма, формула площади параллелограмма ($S = a \cdot h$), основание треугольника, высота треугольника, формула площади треугольника ($S = ½ a \cdot h$), метод перекраивания (преобразования фигур).</td></tr>
<tr><td colspan="2">Межпредметные связи</td><td colspan="3">История математики (задачи из разных древних культур – Египет, Вавилон, Китай); геометрия на местности (вычисление площади треугольного участка); география (измерение площадей в разных системах мер).</td></tr>
<tr><td colspan="5">Планируемые результаты</td></tr>
<tr><td colspan="2">Предметные</td><td colspan="2">Метапредметные</td><td>Личностные</td></tr>
<tr><td colspan="2">Знает формулы $S = a \cdot h$ для параллелограмма и $S = ½ a \cdot h$ для треугольника, умеет их выводить и применять в задачах</td><td colspan="2">Умеет преобразовывать фигуры (перекраивать) для нахождения площади, сравнивать методы разных культур</td><td>Проявляет интерес к истории математики разных цивилизаций (Египет, Вавилон, Китай)</td></tr>
<tr><td>План занятия:</td><td colspan="2">Этапы занятия</td><td colspan="2">Время реализации этапы</td></tr>
</table>

		1. Актуализация 2. Вывод площади параллелограмма 3. Вывод площади треугольника 4. Исторический практикум (решение задач) 5. Итог, д/з	3 мин 10 мин 8 мин 17 мин 7 мин		
Характеристика этапов					
Формируемые УУД	*Форма*	*Используемые ресурсы*	*Деятельность*	*Деятельность*	*Доска*
			педагога	*обучающихся*	
Этап занятия: 1. Актуализация знаний *Цель этапа: вспомнить формулу площади прямоугольника и свойства площадей; подготовить базу для вывода новых формул.*					
Познавательные	Ф	–	Учитель: «Какая формула площади прямоугольника? Какими свойствами площадей мы пользуемся?»	Отвечают: S = a·b, равные фигуры имеют равные площади.	На доске – формула S = a·b.
Этап занятия: 2. Вывод площади параллелограмма *Цель этапа:вывести формулу S = a·h через преобразование (перекраивание) параллелограмма в прямоугольник; применить метод «разрезания и перекладывания».*					
Познавательные (преобразование фигур), регулятивные	Ф И	Модель параллелограмма, ножницы (демо)	**Шаг 2.1.** Учитель показывает модель параллелограмма из картона. «Как найти его площадь? Мы умеем только для прямоугольника». **Шаг 2.2.** Проводит высоту, отрезает треугольник и приставляет его с другой стороны, получая прямоугольник. «Что изменилось? Площадь осталась той же (свойство). Значит, S(паралл-ма) = S(прямоугольника) = a·h, где a – основание, h – высота». **Шаг 2.3.** Записывает формулу на доске. **Шаг 2.4.** Приводит пример: основание 10 см, высота 6 см, площадь 60 см².	Следят за демонстрацией, понимают метод перекраивания. Записывают вывод. Сами пытаются начертить в тетради параллелограмм и преобразовать.	**Доска:** Рисунок параллелограмма, проведена высота, пунктиром показан отрезанный треугольник, который переносится. Формула: S = a·h. Пример: a=10, h=6 → S=60.
Этап занятия: 3. Вывод площади треугольника *Цель этапа: вывести формулу S = ½ a·h через достраивание треугольника до параллелограмма или прямоугольника; показать связь между площадями.*					
Познавательн	Ф	–	**Шаг 3.1.** «А как найти площадь треугольника?» Если	Участвуют в	**Доска:**

ые, логические			затрудняются, подсказывает: «Достроим треугольник до параллелограмма». **Шаг 3.2.** Учитель рисует треугольник, проводит среднюю линию или строит симметричный, получается параллелограмм. «Площадь параллелограмма a·h, а треугольник – его половина. Значит, S = ½ a·h». **Шаг 3.3.** Записывает формулу. **Шаг 3.4.** Замечает: «Также можно доказать через прямоугольник».	рассуждении, рисуют треугольник и достраивают. Записывают формулу.	Треугольник, достроенный до параллелограмма. Формула: S = ½ a·h.
Этап занятия: Этап 4. Исторический практикум (решение задач) ***Цель этапа: применить формулы в задачах из разных древних культур (Египет, Вавилон, Китай); развить умение переводить исторический текст на язык математики.***					
Познавательные (применение в нестандартном контексте), регулятивные, коммуникативные	Ф П	Раздаточный материал с тремя историческими задачами	**Шаг 4.1.** Учитель раздаёт карточки с задачами из разных древних культур: **Задача 1 (Египет, папирус Ахмеса).** «Треугольное поле имеет основание 100 локтей и высоту 40 локтей. Найти площадь». (Ученики решают по формуле). **Задача 2 (Вавилон, табличка).** «Параллелограмм имеет стороны 30 и 20 единиц, а высота к большей стороне – 15 единиц. Найти площадь». **Задача 3 (Древний Китай, трактат «Математика в девяти книгах»).** «Прямоугольный треугольник имеет катеты 9 и 12 единиц. Найти площадь и гипотенузу». **Шаг 4.2.** Ученики решают в парах. Учитель помогает, подсказывает. **Шаг 4.3.** После решения обсуждают: «Чем похожи и чем отличаются методы древних?» (Они тоже использовали формулы, но без буквенных обозначений).	Решают: 1) S = ½·100·40 = 2000 кв. локтей. 2) S = 30·15 = 450 кв. единиц. 3) S = ½·9·12 = 54 кв. ед., гипотенуза по Пифагору = 15. Обсуждают: в Китае знали теорему Пифагора, в Египте – формулу площади треугольника.	**Доска:** решения задач, кратко. Для китайской задачи – дополнительно проверка по Пифагору.
Этап занятия: Этап 5. Рефлексия и д/з Цель этапа: закрепить формулы; мотивировать к самостоятельному поиску информации о древних математических культурах.					

Личностные, регулятивные	Ф И	Учебник	**Шаг 5.1.** Учитель: «Какие формулы мы изучили? Какая задача была самой интересной?» **Шаг 5.2.** Д/з: выучить формулы, решить № 459 (параллелограмм), № 468 (треугольник). По желанию: подготовить сообщение об одной из древних математических культур (Египет, Вавилон, Китай).	Отвечают, записывают д/з.	На доске: д/з: п.51–52, №459, 468.

Технологическая карта урока №5

Общая информация		
Составитель		Кожевникова Ю.С.
Программа (УМК)		Л.С. Атанасян и др. «Геометрия 7-9»
Предмет		геометрия
Класс		8
Раздел программы		Теорема Пифагора
Количество участников		26
Учебно-методическое обеспечение		
Необходимое оборудование и ПО ведущего занятие		компьютер, проектор, презентация (портрет Пифагора, изображение пифагорейской школы, вавилонская табличка Plimpton 322, анимация доказательства), раздаточный материал (модели прямоугольных треугольников, квадраты)
Необходимое оборудование и ПО для участника занятия		чертёжные инструменты, тетрадь, ножницы (для демонстрации)
Методические ориентиры		
Тема занятия		Теорема Пифагора: формулировка и доказательство
Тип занятия		урок изучения нового материала
Цель занятия	содержательная	ввести теорему Пифагора как одно из фундаментальных утверждений геометрии, доказать её
	деятельностная	научить формулировать теорему, воспроизводить доказательство, применять для нахождения неизвестной стороны прямоугольного треугольника
Решаемые задачи		1) актуализировать знания о прямоугольном треугольнике; 2) создать мотивацию через историческую личность Пифагора; 3) доказать теорему (классическое доказательство); 4) показать разные доказательства (древнекитайское, индийское); 5) сформировать первичное умение применять теорему
Формы организации		Фронтальная, индивидуальная, парная

Основной метод	проблемно-поисковый, наглядный, частично-поисковый
Основное содержание темы	
Что изучаем?	Формулировка теоремы Пифагора: в прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов ($c^2 = a^2 + b^2$). Классическое доказательство через площади квадратов. Знакомство с другими доказательствами (древнекитайское, индийское – «Смотри!»). Историческая справка: Пифагор и пифагорейская школа, вавилонская табличка Plimpton 322 (пифагоровы тройки).
Основные термины и понятия (новые)	Теорема Пифагора, гипотенуза, катет, пифагоровы тройки (3,4,5; 5,12,13 и др.), доказательство методом площадей.
Межпредметные связи	История древней математики (Вавилон, Египет, Индия, Китай); философия (пифагорейское учение «числа правят миром»); физика (теорема Пифагора в механике, оптике).

Планируемые результаты		
Предметные	*Метапредметные*	*Личностные*
Знает формулировку теоремы Пифагора (квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов), умеет доказывать её (одним из способов), решает простейшие задачи на нахождение стороны	Понимает историческую значимость теоремы, сравнивает разные доказательства, выделяет главное	Проявляет интерес к истории математики, осознаёт, что математические открытия часто носят имена учёных, но существовали и до них

План занятия:	*Этапы занятия*	*Время реализации этапы*
	1. Организационный момент и мотивация (история Пифагора)	7 мин
	2. Формулировка теоремы и историческая справка о вавилонских предшественниках	5 мин
	3. Доказательство теоремы	15 мин
	4. Первичное закрепление (решение простейших задач)	10 мин
	5. Рефлексия, д/з	8 мин

Характеристика этапов

Формируемые УУД	Форма работы	*Используемые ресурсы*	*Деятельность педагога*	*Деятельность обучающихся*	*Доска*

Этап занятия: 1. Организационный момент и повторение
Цель этапа: познакомить с личностью Пифагора и пифагорейской школой; создать эмоциональный настрой и подчеркнуть значимость

2. Формул

5. Рефлекс

теоремы.					
Познавательные (извлечение информации из рассказа), личностные (интерес к биографиям)	Ф	Презентация (портрет Пифагора, карта острова Самос, школа пифагорейцев)	**Шаг 1.1.** Учитель: «Сегодня мы познакомимся с самой знаменитой теоремой геометрии – теоремой Пифагора. Начнём с её автора. Пифагор жил в VI веке до н.э. на острове Самос. Он много путешествовал – был в Египте, Вавилоне, где учился математике у жрецов.» **Шаг 1.2.** «Вернувшись в Грецию, он основал свою школу – пифагорейский союз. Это была не просто школа, а закрытое братство. Пифагорейцы верили, что "числа правят миром". У них были свои обычаи: нельзя было есть бобы, носить шерстяную одежду, а открытия приписывались самому Пифагору.» **Шаг 1.3.** «Существует легенда, что после открытия своей теоремы Пифагор принёс в жертву быка (или сто быков) – настолько велика была его радость. Хотя, скорее всего, теорема была известна и до него. Но именно Пифагор первым её доказал (хотя его доказательство не сохранилось).»	Слушают, задают вопросы: «А правда, что он запрещал есть бобы?», «Почему быков?». Фиксируют основные вехи в тетради (кратко).	На доске – портрет Пифагора (можно схематично) и даты: ок. 570 – ок. 490 гг. до н.э.
Этап занятия: 2 Формулировка теоремы и историческая справка о вавилонских предшественниках *Цель этапа: сформулировать теорему Пифагора; показать, что она была известна до Пифагора (вавилонские таблички); ввести понятие пифагоровых троек.*					
Познавательные	Ф	Слайд с вавилонской табличкой Plimton 322	**Шаг 2.1.** «Сформулируем теорему. Начертите в тетради прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см. Измерьте гипотенузу.» (Дети измеряют, получают ≈5 см). «$3^2+4^2=9+16=25$, а $5^2=25$. Совпадение?» **Шаг 2.2.** Учитель даёт формулировку: «Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов». Записывает на доске: $c^2 = a^2 + b^2$. **Шаг 2.3.** «Но задолго до Пифагора вавилоняне знали эту закономерность. Вот табличка Plimton 322 (ок. 1800 г. до н.э.) – в ней перечислены целые числа, образующие прямоугольные треугольники: (3,4,5), (5,12,13) и другие. Их называют пифагоровыми тройками. Так что Пифагор, скорее всего, обобщил и доказал то, что уже было известно.»	Чертеж, измерения, убеждаются в закономерности. Записывают формулу. Рассматривают слайд с табличкой, удивляются древности.	**Доска:** Прямоугольный треугольник с катетами a, b, гипотенузой c. $c^2 = a^2 + b^2$. Пример: $3^2+4^2=5^2$.

<table>
<tr><td colspan="6">Этап занятия: 3. Доказательство теоремы
Цель этапа: доказать теорему Пифагора классическим способом (через площади квадратов); познакомить с другими доказательствами (древнекитайским, индийским).</td></tr>
<tr><td>Познавательные (логическое рассуждение), регулятивные</td><td>ФИ</td><td>Анимация доказательства (на проекторе), раздаточный материал – модели квадратов</td><td>Шаг 3.1. Учитель: «Докажем теорему. Рассмотрим квадрат со стороной $a+b$. Внутри него расположим четыре прямоугольных треугольника с катетами a и b, как показано на рисунке.»
Шаг 3.2. Учитель чертит на доске квадрат, разбивает его на 4 треугольника и внутренний квадрат со стороной c.
Шаг 3.3. «Площадь большого квадрата равна $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$. С другой стороны, он состоит из четырёх треугольников (каждый площадью $ab/2$, всего $2ab$) и внутреннего квадрата c^2. Получаем: $a^2+2ab+b^2 = 2ab + c^2$. Сокращаем $2ab$, получаем $a^2+b^2 = c^2$. Что и требовалось доказать.»
Шаг 3.4. Учитель демонстрирует также древнекитайское доказательство (из трактата «Чжоу би суань цзин») без слов – просто перекладыванием фигур. «Вот так – "смотри!" – как говорил индийский математик Бхаскара».</td><td>Рисуют чертёж в тетради. Следят за рассуждениями. Записывают доказательство в виде цепочки равенств. Смотрят анимацию, восхищаются изяществом. Задают вопросы: «А почему квадрат назвали c^2?»</td><td>Доска:
Рисунок большого квадрата $(a+b)^2$, внутри 4 треугольника и малый квадрат c^2.
Выкладка:
$S_б = (a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$
$S_б = 4\cdot(ab/2) + c^2 = 2ab + c^2$
$a^2+2ab+b^2 = 2ab + c^2 \Rightarrow a^2+b^2 = c^2$.</td></tr>
<tr><td colspan="6">Этап занятия: Этап 4. Первичное закрепление (решение простейших задач)
Цель этапа: научить применять теорему для нахождения неизвестной стороны прямоугольного треугольника; решить историческую задачу (египетский треугольник 3-4-5).</td></tr>
<tr><td>Познавательные (применение), регулятивные</td><td>ПФ</td><td>Карточки с задачами</td><td>Шаг 4.1. Учитель раздаёт карточки с двумя задачами:
Задача 1. Катеты прямоугольного треугольника 6 см и 8 см. Найти гипотенузу.
Задача 2 (историческая). «В Древнем Египте для построения прямого угла использовали верёвку с узелками, разделённую на 12 равных частей. Какую фигуру получали? Почему она давала прямой угол?»
Шаг 4.2. Ученики решают в парах. Первая задача – прямая подстановка в формулу. Вторая – получали треугольник 3-4-5 (так как $3^2+4^2=5^2$).
Шаг 4.3. Проверка: один ученик у доски решает задачу 1, другой объясняет задачу 2.</td><td>Решают: $c = \sqrt{6^2+8^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$ см.
Обсуждают: треугольник со сторонами 3,4,5 – прямоугольный, поэтому египтяне использовали его для разметки.</td><td>Доска:
Задача 1: c=10 см.
Задача 2: рисунок верёвки с узелками, треугольник 3-4-5.</td></tr>
</table>

Этап занятия: Этап 5. Рефлексия и д/з Цель этапа: обобщить материал; закрепить формулировку и доказательство; предложить поиск других доказательств.					
Личностные, регулятивные	ИФ	Учебник	**Шаг 5.1.** «Что вас больше всего удивило на уроке? Почему теорему называют "теоремой невесты" (в средние века)?» (Короткое пояснение: из-за чертежа, похожего на фигуру невесты). **Шаг 5.2.** Домашнее задание: выучить формулировку и доказательство, решить № 483 (найти гипотенузу), № 484 (найти катет). Дополнительно: найти в интернете другое доказательство теоремы (например, доказательство Леонардо да Винчи или президента Гарфилда) и кратко его описать.	Отвечают, удивляются названию. Записывают д/з.	На доске: д/з: п.54, №483, 484. Доп.: другое доказательство.

Технологическая карта урока №6

Общая информация		
Составитель		Кожевникова Ю.С.
Программа (УМК)		Л.С. Атанасян и др. «Геометрия 7-9»
Предмет		геометрия
Класс		8
Раздел программы		Теорема Пифагора
Количество участников		26
Учебно-методическое обеспечение		
Оборудование ведущего		презентация (исторические задачи, изображение маяка в Александрии, карта мореплавания)
Оборудование для участников		чертёжные инструменты, калькуляторы (по желанию)
Методические ориентиры		
Тема занятия		Применение теоремы Пифагора
Тип занятия		урок-практикум
Цель занятия	содержательная	закрепить умение применять теорему Пифагора для решения практических и исторических задач
	деятельностная	научить решать задачи разных типов (нахождение гипотенузы, катета, диагонали, высоты)
Решаемые задачи		1) повторить теорему; 2) решить классические задачи на применение; 3) решить исторические задачи (лестница, нахождение расстояния до корабля); 4) показать применение в навигации, архитектуре

Формы организации	Фронтальная, парная, индивидуальная
Основной метод	практический, проблемный
Основное содержание темы	
Что изучаем?	Решение задач на нахождение неизвестной стороны прямоугольного треугольника (гипотенузы или катета). Исторические задачи: сломанный бамбук (древнекитайская задача), сломанное дерево (задача Бхаскары), лестница (средневековая Европа). Практическое применение: навигация (расстояние до горизонта с маяка), архитектура (стропильные системы), геодезия.
Основные термины и понятия (новые)	Применение теоремы Пифагора, расстояние до горизонта, обратная теорема Пифагора (египетский треугольник 3-4-5 для построения прямого угла).
Межпредметные связи	География (навигация, определение расстояний, картография); физика (расчёт траекторий, оптика); история (задачи из китайских, индийских, европейских источников); астрономия (вычисление расстояний до небесных тел в античности).

Планируемые результаты		
Предметные	*Метапредметные*	*Личностные*
Уверенно применяет теорему Пифагора для нахождения неизвестной стороны прямоугольного треугольника, решает задачи с практическим содержанием	Умеет извлекать информацию из исторических текстов задач, переводить её на математический язык, анализировать	Осознаёт прикладную ценность математики (навигация, строительство), испытывает гордость за достижения древних цивилизаций

План занятия:	*Этапы занятия*	*Время реализации этапы*
	1. Актуализация	5 мин
	2. Решение классических задач	8 мин
	3. Исторические задачи	15 мин
	4. Практическое применение (навигация, архитектура)	10 мин
	5. Итог, д/з	7 мин

Характеристика этапов					
Формируемые УУД	*Форма организации деятельности*	*Используемые ресурсы*	*Деятельность*		*Доска*
			педагога	*обучающихся*	

Этап занятия: 1. Актуализация	
Цель этапа: воспроизвести формулировку и формулу теоремы Пифагора; подготовить к решению задач.	

Познавательные	Ф	–	Учитель: «Вспомним формулировку теоремы Пифагора. Для какого треугольника она работает?» Короткий устный опрос: «Найдите неизвестную сторону, если a=5, b=12; c=13, a=5; a=8, c=10» и т.п.	Отвечают устно: c=13; b=12; b=6.	На доске – запись формул ($c^2=a^2+b^2$, $a^2=c^2-b^2$). Устные примеры.
Этап занятия: 2. Решение классических задач ***Цель этапа:*** *отработать применение теоремы в типовых ситуациях (диагональ прямоугольника, высота равнобедренного треугольника).*					
Познавательные, регулятивные	ИФ	Карточки	**Шаг 2.1.** Учитель даёт две задачи на карточках: 1) Найти диагональ прямоугольника со сторонами 9 см и 12 см. 2) Найти высоту равнобедренного треугольника с основанием 16 см и боковой стороной 10 см. **Шаг 2.2.** Вызывает двух учеников к доске, остальные решают в тетрадях. После решения – проверка.	Решают: 1) диагональ $= \sqrt{9^2+12^2}=15$ см. 2) высота $= \sqrt{10^2-8^2}=6$ см.	**Доска:** решения с полным оформлением. Рисунки.
Этап занятия: 3. Исторические задачи ***Цель этапа:*** *научить решать задачи из древних и средневековых источников (бамбук, дерево, лестница); развить умение схематизировать условие.*					
Познавательные (перевод с исторического языка), регулятивные	П	Раздаточный материал с текстами	**Шаг 3.1.** Учитель раздаёт карточки с задачами из древних источников: **Задача 1 (из древнекитайского трактата).** «Бамбуковый стебель высотой 10 чи сломлен так, что верхушка коснулась земли на расстоянии 3 чи от основания. На какой высоте сломлен стебель?» **Задача 2 (из индийского математика Бхаскары).** «На берегу реки росло дерево высотой 30 локтей. Ветер сломал его так, что верхушка коснулась земли в 12 локтях от ствола. На какой высоте сломалось дерево?» **Задача 3 (средневековая европейская).** «Лестница длиной 13 м прислонена к стене так, что её нижний конец находится на	Решают: Задача 1: $x^2 + 3^2 = (10-x)^2 \rightarrow x^2+9=100-20x+x^2 \rightarrow 20x=91 \rightarrow x=4{,}55$ чи. Задача 2: $x^2+12^2=(30-x)^2 \rightarrow x^2+144=900-60x+x^2 \rightarrow 60x=756 \rightarrow x=12{,}6$ локтя. Задача 3: $h = \sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{169-25}=\sqrt{144}=12$ м.	**Доска:** поочерёдно появляются рисунки к каждой задаче (прямоугольный треугольник, где гипотенуза – сломанный бамбук или лестница). Решения.

			расстоянии 5 м от стены. На какой высоте находится верхний конец лестницы?» **Шаг 3.2.** Учащиеся в парах решают задачи, схематично изображая прямоугольный треугольник. Учитель помогает, подсказывает. **Шаг 3.3.** Проверка: вызываются трое учеников (по одной задаче) к доске.		
Этап занятия: Этап 4. Практическое применение (навигация, архитектура) *Цель этапа: показать прикладное значение теоремы (видимость горизонта, расстояние до корабля); установить межпредметные связи.*					
Познавательные, метапредметные (связь с навигацией)	Ф	Презентация (изображение маяка, корабля, карты)	**Шаг 4.1.** Учитель: «Теорема Пифагора используется в навигации. Представьте, корабль находится в море, а на берегу – маяк высотой 50 м. С какого расстояния матрос увидит маяк, если его глаз находится на высоте 10 м над водой? (Радиус Земли ≈ 6400 км, но для простоты считаем, что видимость ограничена кривизной Земли – задача на касательную). Но для начала – проще: как далеко видно с высоты?» **Шаг 4.2.** Даёт упрощённую задачу: «С высоты 10 м (глаз наблюдателя) горизонт находится на расстоянии d. Используя теорему Пифагора в треугольнике: $R^2 + d^2 = (R+h)^2$, где R=6400 км. Найдите d (приблизительно)». Упрощённо $d \approx \sqrt{2Rh}$. **Шаг 4.3.** Подставляет: $d \approx \sqrt{2 \cdot 6400 \cdot 0{,}01} = \sqrt{128} \approx 11{,}3$ км. «Вот почему с маяка видно дальше». **Шаг 4.4.** Учитель также кратко упоминает применение в астрономии (расчёт расстояний) и архитектуре (стропильные системы).	Слушают, вычисляют (с помощью учителя). Удивляются, что теорема работает и для Земли. Записывают вывод: $d \approx 11{,}3$ км.	**Доска:** рисунок Земли, касательная, прямоугольный треугольник R, R+h, d. Формула $d = \sqrt{2Rh}$. Вычисление.
Этап занятия: Этап 5. Рефлексия и д/з Цель этапа: систематизировать знания о применении теоремы; закрепить через задачи; предложить творческое задание (составить свою историческую задачу).					

Личностные, регулятивные	ФИ	Учебник	**Шаг 5.1.** Учитель подводит итог: «Где применяется теорема Пифагора? Почему она так важна?» **Шаг 5.2.** Домашнее задание: № 488 (задача о нахождении высоты равностороннего треугольника), № 490 (задача о ромбе). Дополнительно: составить свою историческую или практическую задачу на теорему Пифагора.	Отвечают: в строительстве, навигации, геодезии. Записывают д/з.	На доске: д/з: п.54, №488, 490.

Технологическая карта урока №7

Общая информация		
Составитель		Кожевникова Ю.С.
Программа (УМК)		Л.С. Атанасян и др. «Геометрия 7-9»
Предмет		геометрия
Класс		8
Раздел программы		Подобные треугольники
Количество участников		26
Учебно-методическое обеспечение		
Оборудование ведущего		презентация (портрет Фалеса, изображение пирамиды Хеопса, схема измерения тени), модель подобных треугольников из картона
Оборудование для участников		чертёжные инструменты, тетрадь
Методические ориентиры		
Тема занятия		Определение подобных треугольников. Первый признак подобия
Тип занятия		урок изучения нового материала
Цель занятия	содержательная	сформировать понятие подобия, доказать первый признак подобия треугольников (по двум углам)
	деятельностная	научить распознавать подобные треугольники, применять признак для доказательства подобия
Решаемые задачи		1) ввести определение подобных треугольников (соответственные углы равны, стороны пропорциональны); 2) показать историю учения о пропорциях (Евдокс); 3) доказать первый признак подобия; 4) решить простейшие задачи на применение признака; 5) рассказать о Фалесе и измерении высоты пирамиды
Формы организации		Фронтальная, парная, индивидуальная

Основной метод	проблемно-поисковый, наглядный
Основное содержание темы	
Что изучаем?	Определение подобных треугольников (соответственные углы равны, стороны пропорциональны). Коэффициент подобия. Первый признак подобия треугольников (по двум углам). Исторический экскурс: теория пропорций Евдокса (V книга «Начал» Евклида). Практическая задача: измерение высоты пирамиды Фалесом Милетским с помощью подобия треугольников.
Основные термины и понятия (новые)	Подобные треугольники, сходственные стороны, коэффициент подобия (k), первый признак подобия (по двум углам), пропорция.
Межпредметные связи	История Древней Греции (Фалес, Евдокс, Евклид); геодезия (измерение высоты недоступного объекта по тени); архитектура (пропорционирование в строительстве).

Планируемые результаты		
Предметные	*Метапредметные*	*Личностные*
Знает определение подобных треугольников, формулирует первый признак подобия (по двум углам), умеет доказывать подобие и находить пропорциональные стороны	Понимает, как пропорции использовались в древности, умеет применять подобие для измерительных работ	Проявляет интерес к практическому применению геометрии в древности (Фалес), осознаёт, что математика – инструмент познания мира

План занятия:	*Этапы занятия*	*Время реализации этапы*
	1. Мотивация (история Фалеса)	5 мин
	2. Введение понятия подобия (пропорции)	7 мин
	3. Первый признак подобия (доказательство)	12 мин
	4. Историческая задача на подобие	10 мин
	5. Первичное закрепление (простые задачи)	8 мин
	6. Итог, д/з	3 мин

Характеристика этапов					
Формируемые УУД	*Форма организации деятельности*	*Используемые ресурсы*	*Деятельность*		*Доска*
			педагога	*обучающихся*	

Этап занятия: 1. Мотивация (история Фалеса) (5 мин)
Цель этапа: познакомить с методом измерения высоты пирамиды; создать проблемную ситуацию, подводящую к понятию подобия.

Познавательные, личностные	Ф	Портрет Фалеса, изображение пирамиды	**Шаг 1.1.** Учитель: «Однажды египетский фараон спросил у греческого мудреца Фалеса: "Можешь ли ты измерить высоту пирамиды, не взбираясь на неё?" Фалес ответил: "Да". Он воткнул в землю шест, дождался, когда тень от шеста сравняется с его высотой, и измерил тень от пирамиды. Она оказалась равна высоте пирамиды. Но а если тень не равна шесту? Он использовал подобие треугольников. Сегодня мы изучим, что такое подобие и как оно помогает измерять недоступные объекты».	Заинтересованно слушают. Спрашивают: «А как именно?»	На доске – рисунок: пирамида, шест, тени. Подпись: «Фалес (ок. 625–547 гг. до н.э.)»
Этап занятия: 2. Введение понятия подобия (пропорции) ***Цель этапа: сформировать определение подобных треугольников (равенство углов и пропорциональность сторон); ввести коэффициент подобия; рассказать о теории пропорций Евдокса.***					
Познавательные (анализ, сравнение)	ИФ	Два плаката (треугольник и разных размеров, но с одинаковым и углами)	**Шаг 2.1.** Учитель демонстрирует два треугольника с одинаковыми углами, но разными сторонами. «Что вы видите? Углы равны, а стороны разные – но пропорциональны». Вводит определение: «Треугольники называются подобными, если углы одного соответственно равны углам другого и стороны одного пропорциональны сходственным сторонам другого». **Шаг 2.2.** Записывает на доске: $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, если $\angle A=\angle A_1$, $\angle B=\angle B_1$, $\angle C=\angle C_1$ и $AB/A_1B_1 = BC/B_1C_1 = AC/A_1C_1 = k$ (коэффициент подобия). **Шаг 2.3.** «Понятие пропорции разработал древнегреческий математик Евдокс (IV в. до н.э.), его теория изложена в "Началах" Евклида».	Рисуют в тетради два подобных треугольника, записывают определение.	**Доска:** $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ $\angle A = \angle A_1$ и т.д. $AB/A_1B_1 = BC/B_1C_1 = AC/A_1C_1 = k$.
Этап занятия: 3. Первый признак подобия (доказательство) ***Цель этапа: доказать первый признак подобия (по двум углам); отработать логику рассуждений.***					
Познавательные, логические	Ф	Чертеж на доске	**Шаг 3.1.** Учитель: «Первый признак: если два угла одного треугольника равны двум углам другого, то такие треугольники подобны». **Шаг 3.2.** Дано: ΔABC и $\Delta A_1B_1C_1$, $\angle A=\angle A_1$, $\angle B=\angle B_1$. Доказать: $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$.	Следят, делают чертёж, записывают. Участвуют в выводах: «Если два угла равны, то и третий равен	**Доска:** Признак: $\angle A=\angle A_1$, $\angle B=\angle B_1 \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$. Чертёж с

			Шаг 3.3. Доказательство: $\angle C = 180° - \angle A - \angle B = 180° - \angle A_1 - \angle B_1 = \angle C_1$. Третий угол тоже равен. Далее, на стороне AB откладываем $A_2B_2 = A_1B_1$, проводим через B_2 прямую параллельно BC. Получаем треугольник $A_2B_2C_2$, равный $A_1B_1C_1$. Из подобия $A_2B_2C_2$ и ABC (по лемме о пропорциональных отрезках) следует пропорциональность сторон. Записывает на доске. **Шаг 3.4.** Учитель проводит доказательство, задавая наводящие вопросы.	автоматически».	дополнительными построениями. Краткая запись доказательства.
Этап занятия: 4. Историческая задача на подобие (измерение высоты) *Цель этапа: применить признак подобия для решения практической задачи (нахождение высоты пирамиды Фалеса).*					
Познавательные (применение), регулятивные	П	Раздаточный материал	**Шаг 4.1.** Учитель: «Решим задачу Фалеса. Шест высотой 2 м даёт тень длиной 3 м. Тень от пирамиды в тот же момент – 120 м. Найдите высоту пирамиды». **Шаг 4.2.** Ученики в парах составляют пропорцию: $h/2 = 120/3 \rightarrow h = 80$ м. **Шаг 4.3.** Учитель показывает реальную высоту пирамиды Хеопса (~146 м изначально, сейчас ~138 м). «Фалес получил приближённое значение, но метод верен». **Шаг 4.4.** Учитель усложняет: «А если тень от шеста не равна его высоте? Всё равно пропорция работает».	Решают: $h = (120\cdot 2)/3 = 80$ м. Сравнивают с реальной высотой, обсуждают возможные ошибки (неточность измерения, неровность тени).	**Доска:** Рисунок: пирамида и шест, тени. Пропорция: $h/2 = 120/3 \rightarrow h=80$.
Этап занятия: 5. Первичное закрепление (простые задачи) Цель этапа: научить распознавать подобные треугольники и находить коэффициент подобия по готовым чертежам.					
Познавательные, регулятивные	ФИ	Задачи на карточках	**Шаг 5.1.** Задача 1. В треугольнике ABC $\angle A=40°$, $\angle B=70°$. В треугольнике MNK $\angle M=40°$, $\angle K=70°$. Подобны ли треугольники? (Да, по двум углам). **Шаг 5.2.** Задача 2. Найти коэффициент подобия, если стороны одного треугольника 6, 8, 10, а сходственные стороны другого – 9, 12, 15. Ответ: $k=1.5$. **Шаг 5.3.** Проверка: устно.	Решают, отвечают.	**Доска:** краткие решения.
Этап занятия: Этап 6. Рефлексия и д/з Цель этапа: закрепить определение и признак; подготовить к решению более сложных задач.					
Регулятивные	И	Учебник	**Шаг 6.1.** Учитель: «Что такое подобие? Первый признак подобия? Кто из учёных помогал измерять пирамиду?»	Отвечают, записывают д/з.	На доске: д/з: п.59–60, №550, 551.

			Шаг 6.2. Домашнее задание: выучить определение и первый признак, решить № 550 (построить подобные треугольники), № 551 (найти неизвестные стороны).		

Технологическая карта урока №8

Общая информация		
Составитель		Кожевникова Ю.С.
Программа (УМК)		Л.С. Атанасян и др. «Геометрия 7-9»
Предмет		геометрия
Класс		8
Раздел программы		Подобные треугольники
Количество участников		26
Учебно-методическое обеспечение		
Оборудование ведущего		презентация (карты, картины Леонардо да Винчи с перспективой, изображение театральной декорации), планшет с GPS-навигацией (иллюстрация)
Оборудование для участников		линейка, карандаш, транспортир
Методические ориентиры		
Тема занятия		Применение подобия треугольников
Тип занятия		комбинированный (практикум + межпредметные связи)
Цель занятия	содержательная	показать прикладное значение подобия в различных сферах (картография, навигация, искусство)
	деятельностная	научить решать практические задачи на подобие (нахождение расстояния до недоступной точки)
Решаемые задачи		1) повторить первый признак подобия; 2) рассмотреть метод определения расстояния до недоступного объекта (построение подобных треугольников); 3) показать подобие в картографии (масштаб); 4) раскрыть перспективу в живописи как приложение подобия; 5) решить комплексную задачу
Формы организации		Фронтальная, парная
Основной метод		проблемный, практический, межпредметный
Основное содержание темы		
Что изучаем?		Практическое применение подобия: измерение расстояния до недоступной точки (ширина реки) с помощью построения подобных треугольников. Подобие в картографии – масштаб как коэффициент подобия. Подобие в искусстве – законы линейной перспективы (Леонардо да

	Винчи). Решение комплексных задач на подобие (определение высоты по тени, с помощью зеркала и др.).		
Основные термины и понятия (новые)	Метод подобия для измерения расстояний, масштаб карты, линейная перспектива, точка схода, подобные треугольники в практике.		
Межпредметные связи	География (масштаб карт, план местности); изобразительное искусство (перспектива в живописи Возрождения, Леонардо да Винчи, Рафаэль); геодезия и строительство (определение недоступных расстояний); физика (оптические методы измерения).		
Планируемые результаты			
Предметные	*Метапредметные*		*Личностные*
Умеет применять подобие для нахождения расстояний и высот, понимает, что масштаб карты – коэффициент подобия	Устанавливает межпредметные связи (география, искусство, черчение), анализирует перспективу как геометрическое преобразование		Понимает универсальность математических методов, видит красоту геометрии в искусстве
План занятия:	*Этапы занятия*	*Время реализации этапы*	
	1. Актуализация и повторение	5 мин	
	2. Определение расстояния до недоступной точки	10 мин	
	3. Подобие в картографии (масштаб)	8 мин	
	4. Подобие в искусстве (перспектива)	10 мин	
	5. Решение комплексной задачи	10 мин	
	6. Итог, д/з	7 мин	
Характеристика этапов			

Формируемые УУД	*Форма организации деятельности*	*Используемые ресурсы*	*Деятельность педагога*	*Деятельность обучающихся*	*Доска*
Этап занятия: 1. Актуализация и повторение (5 мин) *Цель этапа: восстановить в памяти первый признак подобия и понятие коэффициента подобия; настроить на практическое применение.*					
Познавательные	Ф	–	Фронтальный опрос: «Сформулируйте первый признак подобия. Как найти коэффициент подобия? Где в жизни может пригодиться подобие?»	Отвечают. Приводят примеры: масштаб карты, фотография,	На доске – краткая запись признака.

				модель самолёта.	
Этап занятия: 2. Определение расстояния до недоступной точки ***Цель этапа: познакомить с методом подобия для измерения ширины реки или расстояния до недоступного объекта; отработать построение и расчёт.***					
Познавательные (моделирование), регулятивные	П	Раздаточный материал (схема)	**Шаг 2.1.** Учитель: «Представьте, нужно измерить ширину реки, не переплывая её. Как это сделать?» **Шаг 2.2.** Учитель рассказывает метод: на берегу выбираем точку A, напротив – точку B на другой стороне. Отмеряем вдоль берега отрезок AC, затем от точки C откладываем угол, выбираем точку D так, чтобы D, B и A лежали на одной прямой. Получаем подобные треугольники. Из пропорции находим AB. **Шаг 2.3.** Учитель раздаёт карточку с готовым чертежом и числами: AC = 30 м, CD = 10 м, DE = 15 м (где E – точка пересечения). Найти AB. **Шаг 2.4.** Ученики решают: $\Delta ABC \sim \Delta EDC$ (по двум углам). $AB/DE = AC/DC \rightarrow AB = (30 \cdot 15)/10 = 45$ м. **Шаг 2.5.** Обсуждают другие методы (например, с помощью зеркала).	Рисуют чертёж, разбираются в построении. Решают пропорцию, получают 45 м.	**Доска:** рисунок: река, два берега, точки A, B, C, D, E. Пропорция, вычисление.
Этап занятия: 3. Подобие в картографии (масштаб) ***Цель этапа: показать, что масштаб карты – это коэффициент подобия; научить пересчитывать расстояния с карты на местность.***					
Метапредметные (связь с географией)	Ф	Презентация (фрагмент географической карты, план города)	**Шаг 3.1.** «Масштаб карты – это коэффициент подобия. Если масштаб 1:10000, то все расстояния на карте уменьшены в 10 000 раз. Вычислите реальное расстояние между двумя точками на карте, если на карте оно 5 см». **Шаг 3.2.** Устная задача: Реальное расстояние 2 км. Каким оно будет на карте масштаба 1:50000? **Шаг 3.3.** Учитель показывает, как с помощью подобия можно переносить объекты с карты на местность (привязка).	Слушают, вычисляют: 5 см * 10000 = 500 м. На карте: 2000 м / 50000 = 0,04 м = 4 см.	**Доска:** масштаб = 1:k, реальное расстояние = карта * k. Примеры.
Этап занятия: 4. Подобие в искусстве (перспектива) ***Цель этапа:раскрыть геометрическую основу линейной перспективы (подобие треугольников); установить связь с живописью Возрождения.***					
Метапредметн		Презентация	**Шаг 3.1.** «Масштаб карты – это коэффициент подобия.	Слушают,	**Доска:** масштаб =

ые (связь с географией)	Ф	(фрагмент географической карты, план города)	Если масштаб 1:10000, то все расстояния на карте уменьшены в 10 000 раз. Вычислите реальное расстояние между двумя точками на карте, если на карте оно 5 см». **Шаг 3.2.** Устная задача: Реальное расстояние 2 км. Каким оно будет на карте масштаба 1:50000? **Шаг 3.3.** Учитель показывает, как с помощью подобия можно переносить объекты с карты на местность (привязка).	вычисляют: 5 см * 10000 = 500 м. На карте: 2000 м / 50000 = 0,04 м = 4 см.	1:k, реальное расстояние = карта * k. Примеры.
Этап занятия: 5. Решение комплексной задачи Цель этапа: применить подобие для решения комплексной практической задачи (нахождение высоты по тени, измерение с помощью зеркала).					
Познавательные, регулятивные	П	Раздаточный материал	**Шаг 5.1.** Учитель предлагает задачу: «Для определения высоты скалы турист отметил на земле точку А, измерил угол подъёма до вершины (30°), затем отошёл на 50 м и измерил угол подъёма (20°). Используя подобие (или тригонометрию), найти высоту. Упрощённо: Построим чертёж с двумя подобными треугольниками, если известны углы и расстояние». Учитель даёт более простую задачу на применение подобия: «Человек ростом 1,8 м стоит на расстоянии 5 м от столба. Его тень равна 2 м. Найдите высоту столба». **Шаг 5.2.** Ученики решают: треугольник, образованный человеком и его тенью, подобен треугольнику столба и всей тени (столб – человек, тень столба = 5+2=7 м). Составляют пропорцию: $h/1,8 = 7/2 \rightarrow h = 6,3$ м. **Шаг 5.3.** Проверка у доски.	Решают, сверяют.	**Доска:** чертёж, пропорция, ответ 6,3 м.
Этап занятия: Этап 6. Рефлексия и д/з Цель этапа: обобщить применение подобия в разных сферах; закрепить через задачу; предложить творческое сообщение.					
Личностные, регулятивные	ФИ	Учебник	**Шаг 6.1.** Учитель: «Где используется подобие? Приведите примеры из урока (картография, перспектива, измерение реки)». **Шаг 6.2.** Домашнее задание: решить задачу на подобие:	Отвечают, записывают.	**Доска:** д/з: подобие – задача.

			«Тень от дерева равна 15 м, тень от шеста высотой 2 м равна 3 м. Найти высоту дерева». Выучить применение подобия. Дополнительно: подготовить сообщение о перспективе в живописи или о картографической проекции.		

Приложение 3

Анкета «Изучение мотивации к изучению геометрии» (для обучающихся 8 класса)

Инструкция: Вам предлагается ряд утверждений, касающихся вашего отношения к урокам геометрии. Внимательно прочитайте каждое утверждение и обведите один из пяти вариантов ответа (цифру), который наиболее точно отражает ваше мнение.

Варианты ответов:

5 – полностью согласен

4 – скорее согласен

3 – нейтрально (и да, и нет)

2 – скорее не согласен

1 – совершенно не согласен

№	Утверждение	5	4	3	2	1
1	Мне интересно узнавать новые геометрические факты, теоремы, формулы					
2	Я часто задаю вопросы на уроках геометрии, чтобы разобраться в непонятном					
3	Мне нравится не просто решать задачи, а понимать, почему решение работает					
4	Я читаю дополнительную литературу или смотрю видео по геометрии сверх школьной программы					
5	Мне интересна история возникновения геометрических понятий и жизни учёных-математиков					
6	Уроки геометрии обычно вызывают у меня положительные эмоции (интерес, радость).					
7	Я испытываю удовольствие, когда нахожу красивое, изящное решение задачи					
8	Если бы можно было не изучать геометрию, я бы с радостью от неё отказался(ась).					
9	Геометрия – один из моих любимых школьных предметов					
10	Мне нравится, когда на уроках геометрии рассказывают не только формулы, но и интересные истории, связанные с ними					
11	Я всегда (или почти всегда) выполняю домашние задания по геометрии.					
12	Если задача по геометрии сложная, я не бросаю её, а пытаюсь решить разными способами					

13	На уроках геометрии я часто поднимаю руку, выхожу к доске, участвую в обсуждениях					
14	Я принимаю участие в олимпиадах, конкурсах или факультативах по математике					
15	Я стараюсь выполнять задания аккуратно и оформлять их по всем правилам					
16	Я понимаю, зачем мне нужно изучать геометрию (для развития мышления, для будущей профессии и т.д.).					
17	Я ставлю перед собой конкретные цели по геометрии (подготовиться к контрольной, разобрать тему, улучшить оценку).					
18	Знания, полученные на геометрии, я вижу полезными для других предметов (физика, черчение, география)					
19	Я примерно представляю, какие профессии требуют хорошего знания геометрии.					
20	Я считаю, что геометрия – важная часть человеческой культуры, и её полезно знать каждому					

Спасибо за участие!

Ключ для обработки:

Вопрос 8 – обратный (перекодировка: 5→1, 4→2, 3→3, 2→4, 1→5)

Критерии: Когнитивный – вопросы 1–5; Эмоциональный – 6–10; Поведенческий – 11–15; Целевой – 16–20.

Уровень мотивации: средний балл ≥4,0 – высокий; 3,0–3,9 – средний; <3,0 – низкий.

Экспертная оценка на методическую разработку студента
института математики, физики и информатики
КГПУ им. В.П. Астафьева
Кожевниковой Юлии Сергеевны

Разработанная Кожевниковой Юлией Сергеевной серия занятий по геометрии с использованием историко-математического материала опирается на теоретически обоснованные условия их реализации для повышения мотивации обучающихся. Серия уроков включает исторический контент и геометрические задания, разделенные на три уровня сложности (базовый, средний и продвинутый) по темам «Четырёхугольники», «Теорема Пифагора» и «Подобные треугольники»; в исследовании также разработаны подробные технологические карты уроков с интеграцией историко-математического материала на различных этапах учебного процесса с использованием разнообразных методов и приемов обучения.

Разработанные материалы были апробированы в учебном процессе МБОУ «Сахаптинская СОШ» в 8 классе в течение четвертой четверти 2025–2026 учебного года. Материалы использовались в различных формах обучения: на уроках геометрии, во время дополнительных занятий по математике и при организации контролируемой самостоятельной работы учеников.

Материалы методической разработки изложены последовательно и доступно, что существенно облегчает его восприятие учениками. Использование разнообразных методов и приемов способствует повышению мотивации к изучению геометрии. Предусмотрен дифференцированный подход, позволяющий эффективно учитывать индивидуальные психолого-педагогические особенности учащихся восьмого класса.

Оцениваемые результаты исследования и разработанные технологические карты уроков могут быть рекомендованы учителям математики средних общеобразовательных школ как ценный и эффективный ресурс для качественного преподавания геометрии в 8 классе по темам «Четырёхугольники», «Теорема Пифагора» и «Подобные треугольники».

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение «Сахаптинская средняя общеобразовательная школа» Красноярский край Назаровский муниципальный округ с. Сахапта ОГРН 1022401590067 ИНН 2456007341 МБОУ «Сахаптинская СОШ»

_____ Н.И. Кучинская «26» июня 2026 г.

Директор школы подпись