

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Выпускающая кафедра: математики и методики обучения математике

Арнэ Светлана Валерьевна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

**Нестандартные задачи как средство развития базовых логических
действий обучающихся 7-8 классов в процессе обучения
математике**

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы: Математика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой

канд. пед. наук, доцент М.Б. Шашкина

28.05.2026

(дата, подпись)

Научный руководитель

канд. пед. наук, доцент М.Б. Шашкина

(дата, подпись)

Дата защиты

29.06.2026

Обучающийся

С.В. Арнэ

(дата, подпись)

Оценка

прописью

Красноярск 2026



Содержание

Введение.....	2
Глава 1. Роль нестандартных задач в развитии базовых логических действий обучающихся.....	6
1.1. Понятие и классификация нестандартных задач в математик.....	6
1.2. Нестандартные задач и их возможности в контексте формирования базовых логических действий.....	12
1.3. Психолого-педагогические условия эффективного включения нестандартных задач в процесс обучения математике 7-8 классов.....	18
Выводы по первой главе.....	22
Глава 2. Развитие базовых логических действий обучающихся 7-8 классов на основе использования нестандартных задач в урочной и внеурочной деятельности.....	25
2.1. Рекомендации по разработке и отбору нестандартных задач по математике в 7-8 классах.....	25
2.2. Комплекс нестандартных математических задач для обучающихся 7-8 классов и варианты использования в процессе обучения	30
2.3. Результаты апробации и выводы об эффективности использования нестандартных задач для развития базовых логических действий обучающихся.....	50
Выводы по второй главе.....	58
Заключение.....	62
Список использованных источников	66

Введение

Современный этап развития системы образования характеризуется переходом от парадигмы педагогики знаний к системно-деятельностному подходу. В Федеральных государственных образовательных стандартах (ФГОС) основного общего образования особое внимание уделяется формированию метапредметных результатов, среди которых ключевое место занимают базовые логические действия. Умение анализировать, сравнивать, обобщать, классифицировать, устанавливать причинно-следственные связи и строить рассуждения становится не просто академической ценностью, а насущной необходимостью для успешной социализации и продолжения обучения в старшей школе.

Особую значимость развитие логических действий приобретает в 7-8 классах. Этот возрастной период характеризуется переходом от конкретно-образного мышления к абстрактно-логическому, формированием рассуждений. Именно в это время закладываются основы формального интеллекта, а курс математики (алгебра, геометрия, вероятность и статистика) предъявляет повышенные требования к строгости, доказательности и последовательности мыслительных операций.

Однако анализ массовой образовательной практики показывает, что традиционные методы обучения, ориентированные на отработку стандартных алгоритмов и типовых заданий, не в полной мере способствуют развитию гибкости, критичности и вариативности мышления школьников. Обучающиеся часто испытывают затруднения при столкновении с нестандартной ситуацией, требующей переноса знаний в новый контекст. Это противоречие актуализирует поиск эффективных педагогических средств, одним из которых выступают нестандартные задачи.

Обучающиеся часто испытывают затруднения при столкновении с нестандартной ситуацией, требующей переноса знаний в новый контекст. Это противоречие актуализирует поиск эффективных педагогических средств, одним из которых выступают нестандартные задачи.

Актуальность данного поиска подтверждается данными объективного мониторинга качества образования. Согласно результатам анализа Всероссийских проверочных работ (ВПР) по математике в 7 классах за 2024-2025 годы, наиболее низкие показатели обучающиеся демонстрируют именно при выполнении заданий, требующих применения логических универсальных действий. Так, процент успешного выполнения заданий на «умение строить логические выводы» и «решать геометрические задачи, предполагающие несколько шагов в решении» (т.е. логическое рассуждение) часто не превышает 25-37%, в то время как стандартные вычислительные процедуры усваиваются на 80-100%. Аналогичная тенденция прослеживается и в региональных исследованиях качества образования (в частности, данные ЦОКО Красноярского края), где фиксируется значительное снижение результатов при переходе от репродуктивных заданий к заданиям на установление причинно-следственных связей и доказательство. Это свидетельствует о том, что формально усвоенные знания не переходят у школьников в инструмент решения практических задач.

Степень изученности проблемы использования нестандартных задач в педагогической практике достаточно высока. В дидактике и методике преподавания математики накоплен значительный фонд работ, посвященных классификации задач (Ю.М. Колягин, Д. Пойа), их роли в развитии эвристического мышления (Г.И. Саранцев) и методам обучения решению нестандартных задач (Л.М. Фридман, Е.С. Рабунский). Психологические аспекты формирования логических действий в подростковом возрасте раскрыты в исследованиях Л.С. Выготского, Ж. Пиаже (теория формальных операций), а также в работах П.Я. Гальперина о поэтапном формировании умственных действий. Современные подходы к интеграции логических задач в образовательный процесс в контексте требований ФГОС рассматриваются в диссертационных исследованиях последнего десятилетия.

Несмотря на обилие методических разработок, до сих пор остается недостаточно разработанной целостная система включения нестандартных задач в

систематический курс математики 7-8 классов, нацеленная именно на диагностику и целенаправленное развитие базовых логических действий (анализ, синтез, аналогия, причинно-следственные связи). Существующие сборники, как правило, предлагают задачи для факультативных занятий или олимпиадной подготовки, но не адаптированы для планомерной работы на обычном уроке, направленной на преодоление разрыва между знанием алгоритмов и умением действовать в неопределенной ситуации.

Под нестандартными задачами в методике обучения математике понимаются задачи, алгоритм решения которых заранее неизвестен учащемуся, не следует непосредственно из изученных правил и требует эвристического подхода, догадки, комбинирования известных способов. Использование таких задач позволит не только поддерживать интерес к предмету, но и целенаправленно тренировать, развивать все компоненты базовых логических действий: от анализа условий до построения логической цепочки рассуждений.

Таким образом, актуальность исследования обусловлена: требованиями ФГОС к высокому уровню развития метапредметных универсальных учебных действий (УУД) и недостаточной разработанностью методических аспектов применения нестандартных задач как целенаправленного средства развития базовых логических действий в практике школьного обучения математике.

Проблема исследования заключается в необходимости выявления и обоснования методических подходов к использованию нестандартных задач, обеспечивающих эффективное развитие базовых логических действий обучающихся 7-8 классов на уроках математики.

Цель исследования: описание теоретических и методических аспектов использования нестандартных задач как средства развития базовых логических действий обучающихся 7-8 классов в процессе обучения математике.

Объект исследования: процесс обучения математике обучающихся 7-8 классов.

Предмет исследования: теоретические и методические аспекты использования нестандартных задач для развития базовых логических действий обучающихся 7-8 классов на уроках математики.

Задачи исследования:

1. На основе анализа психолого-педагогической и методической литературы уточнить сущность и компонентный состав базовых логических действий обучающихся 7-8 классов, а также определить критерии и уровни их сформированности.
2. Выявить дидактический потенциал нестандартных задач как средства развития логических действий и систематизировать типы нестандартных задач, релевантных для каждой группы логических операций (анализ, сравнение, обобщение, классификация, установление причинно-следственных связей и др.).
3. Разработать комплекс нестандартных задач по математике для 7-8 классов, обеспечивающих поэтапное развитие базовых логических действий.
4. Проверить результативность использования комплекса задач в условиях реального учебного процесса.
5. Разработать практические рекомендации для учителей математики по использованию нестандартных задач для развития логических действий обучающихся 7-8 классов.

Структура работы определена логикой исследования и отражает последовательность решения поставленных задач. Работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы.

Глава 1. Роль нестандартных задач в развитии базовых логических действий обучающихся

1.1. Понятие и классификация нестандартных задач в математике

В современной методике преподавания математики всё более востребованными становятся такие формы и средства обучения, которые не только обеспечивают усвоение предметных знаний, но и способствуют развитию мышления, самостоятельности, умения действовать в нестандартных ситуациях. Этим требованиям в полной мере отвечают нестандартные задачи. Однако, несмотря на широкое использование самого термина, в педагогической науке отсутствует его однозначное определение. Анализ психолого-педагогической и методической литературы показывает, что понятие «нестандартная задача» чаще всего раскрывается через сравнение со «стандартной» (или «типовой») задачей[43].

Традиционно в школьном обучении математике под стандартной понимается задача, для решения которой существует заранее известный алгоритм (правило, формула, последовательность действий), освоенный учащимися в процессе изучения темы. Например, решение линейного уравнения, нахождение процента от числа или вычисление площади прямоугольника по известной формуле. Как отмечает Л.М. Фридман, основной признак стандартной задачи – наличие отработанного способа действия, который учащемуся остается лишь применить в аналогичных условиях [12].

В отличие от этого, нестандартная задача характеризуется тем, что:

1. алгоритм её решения учащемуся заранее неизвестен и не содержится в явном виде в изученном материале;
2. способ решения не очевиден и требует поиска, нередко - комбинирования известных фактов;
3. задача допускает несколько способов решения, среди которых необходимо выбрать рациональный;
4. условие задачи может содержать избыточные или недостающие данные, провоцируя исследовательскую деятельность[19].

Наиболее лаконичное и часто цитируемое определение принадлежит Ю.М. Колягину: «Нестандартная задача – это задача, алгоритм решения которой учащемуся не известен, и он не может его непосредственно извлечь из имеющегося у него опыта» [40]. Д. Пойа в своих работах подчеркивал, что нестандартная задача требует «настоящего открытия» хотя бы для самого решающего: «иметь план - уже полдела; если у вас есть план, вы знаете, с чего начать» [11].

Однако при всей привлекательности такого определения оно имеет один существенный недостаток с позиций массовой школьной практики: понятие «нестандартности» оказывается относительным. То, что является нестандартным для одного учащегося (или класса), для другого может оказаться привычным, если он ранее встречался с аналогичными задачами во внеурочной деятельности. Поэтому современные исследователи (Г.И. Саранцев, Е.С. Рабунский, А.В. Шевкин) предлагают различать объективную и субъективную нестандартность [10].

Объективно нестандартные задачи - задачи, которые в принципе не могут быть решены на основе простого воспроизведения стандартного алгоритма в силу своей новизны для всех учащихся данного возраста. Примером могут служить классические логические задачи («задачи на переливания», «задачи на взвешивания»).

Субъективно нестандартные задачи - задачи, алгоритм решения которых отсутствует в актуальном опыте конкретного учащегося, но может быть освоен в процессе решения или после разбора. Большинство задач, используемых в развивающем обучении, относятся именно к этому типу [6].

Для целей нашего исследования (развитие базовых логических действий у обучающихся 7-8 классов) принципиально важна именно субъективная нестандартность. Она создаёт ситуацию интеллектуального затруднения, которая, согласно концепции Л.С. Выготского о зоне ближайшего развития, является движущей силой развития мышления. Систематическое предъявление субъективно нестандартных задач переводит их постепенно в разряд стандартных для учащихся,

тем самым расширяя репертуар освоенных способов деятельности и поднимая уровень логической сложности[29].

Важным отличительным признаком нестандартной задачи является её проблемный характер. Как справедливо замечает А.М. Матюшкин, проблемная ситуация возникает тогда, когда у учащегося есть необходимые знания для понимания условия, но недостаточно знаний для выбора готового способа решения. Именно это сочетание «знаю, но не знаю как» активизирует мыслительные процессы: анализ, сравнение, выдвижение гипотез, их проверку и обобщение[30].

Помимо проблемности, исследователи выделяют следующие характеристики нестандартных задач:

- новизна (содержательная или процессуальная);
- неопределённость (возможность разных толкований условия или разных стратегий решения);
- эвристическая ценность (способность порождать новые способы действия или комбинации известных приёмов);
- надпредметность (часто для решения не требуется специальных математических знаний, но необходима развитая логика)[6].

Эти характеристики делают нестандартные задачи исключительно ценным инструментом для формирования именно базовых логических действий, а не только предметных результатов. Как показывают данные ФИОКО, учащиеся, регулярно решающие нестандартные задачи, значительно лучше справляются с заданиями ВПР, требующими анализа, сравнения и установления причинно-следственных связей, по сравнению с теми, кто решает только типовые упражнения [44].

Не менее важной теоретической проблемой является классификация нестандартных задач. В методике математики предложено несколько подходов к систематизации, каждый из которых имеет свои основания.

1. По типу логической операции, преимущественно задействованной в решении (классификация В.А. Гусева, 2012):

- задачи на анализ и синтез (восстановление фигуры по её частям, поиск закономерности);
- задачи на сравнение (нахождение сходств и различий в математических объектах);
- задачи на обобщение (выведение общего правила из частных примеров);
- задачи на классификацию (разбиение множества объектов по заданному или самостоятельно найденному основанию);
- задачи на установление причинно-следственных связей (задачи с «если..., то...», логические следование);
- задачи на построение рассуждений (доказательные задачи, задачи на опровержение)[27].

2. По характеру поисковой деятельности (Ю.М. Колягин):

- задачи-ловушки (с недостающими или избыточными данными);
- задачи с несформулированным вопросом;
- задачи с меняющимся содержанием;
- задачи на смекалку;
- логические миниатюры [40].

3. По способу предъявления условия (Л.М. Фридман):

- текстовые нестандартные задачи (с необычным сюжетом);
- задачи с графической информацией (таблицы, графы, схемы);
- задачи с игровым элементом (математические головоломки, ребусы, sudoku);
- конструктивные задачи (разрезание, перекладывание, построение) [12].

4. По степени связи с программным материалом (Е.С. Рабунский):

- внутрипредметные нестандартные задачи (требуют углублённого знания конкретного раздела математики);
- межпредметные (основанные на переносе логических приёмов из других областей);

- житейские (практико-ориентированные, не требующие специальных знаний) [10].

В типологии, предложенной Е.Е. Останиной, задачи группируются в зависимости от используемых приёмов решения: применение графических схем (рисунков, чертежей), введение дополнительных вспомогательных элементов, метод подбора, преобразование условия, разбиение задачи на части и анализ «от конца к началу».

Другой подход, основанный на принципе перебора, разделяет задачи на два типа: требующие полного перебора всех возможных вариантов и такие, где в процессе решения перебор может быть существенно сокращён [6].

В соответствии с содержательными и структурными характеристиками выделяются следующие группы задач:

1. По характеру искомого результата: различают задачи, направленные на построение (или преобразование) некоторого процесса, и задачи, целью которых является нахождение числовой или иной величины.

2. По преобладающим мыслительным операциям: выделяются задачи, активизирующие сравнение, анализ, синтез, обобщение, классификацию, а также умозаключения по аналогии.

3. По способу представления решения: задачи, решение которых удобно оформлять с помощью графов, таблиц, блок-схем либо посредством последовательного логического рассуждения в словесной форме.

4. По формулировке условия: акцент делается на контекстных (практико-ориентированных) задачах, приближенных к реальным жизненным ситуациям, что способствует повышению учебной мотивации (например, замена абстрактного уравнения задачей о покупке товаров).

5. По уровню трудности и степени связи с учебной программой:

- Задачи повышенной сложности (олимпиадного типа) - тематически соотносятся со школьным курсом, но предполагают углублённое понимание материала и применение знаний в нестандартной ситуации.

- Задачи-развлечения (математические головоломки) - не имеют жёсткой привязки к программе; могут быть как очень простыми, так и не имеющими к настоящему моменту найденного решения.

- Задачи с усложнённым математическим аппаратом - включают задания с параметрами, исследование делимости чисел, действия с десятичной записью, решение диофантовых уравнений, нахождение экстремальных значений натуральных величин.

6. По источнику происхождения:

- Задачи из учебно-методических комплектов (линии нестандартных и занимательных задач в учебниках).

- Задачи, самостоятельно разработанные учителем для урочной, внеклассной или факультативной работы [18].

Для нашего исследования наиболее продуктивной является классификация по типу логической операции предложенная В.А. Гусевым [27]. Она позволяет напрямую связывать конкретные виды нестандартных задач с планируемыми метапредметными результатами, зафиксированными во ФГОС ООО: «овладение навыками смыслового чтения», «умение анализировать», «сравнивать и классифицировать», «устанавливать причинно-следственные связи», «строить логическое рассуждение».

Важно подчеркнуть, что нестандартные задачи в 7-8 классах не заменяют полностью стандартные (алгоритмические), а дополняют их. Как пишет Г.И. Саранцев, «слепое увлечение нестандартными задачами в ущерб отработке базовых умений так же вредно, как и тренировка только на типовых упражнениях». Оптимальной является система, в которой стандартные задачи обеспечивают операциональную базу (знание формул, алгоритмов, свойств), а нестандартные - развивают гибкость, осознанность и переносимость этих знаний на новый контекст.

Таким образом, в данном параграфе мы пришли к следующим выводам:

1. Нестандартная задача - это задача, алгоритм решения которой отсутствует в актуальном опыте учащегося, что создаёт проблемную ситуацию и активизирует логическое мышление.

2. Ключевой для педагогической практики является субъективная нестандартность, позволяющая систематически использовать такие задачи в зоне ближайшего развития учащихся 7-8 классов.

3. Наиболее релевантной для целей формирования базовых логических действий является классификация нестандартных задач по типу ведущей логической операции (анализ, сравнение, обобщение, классификация, установление причинно-следственных связей, построение рассуждений).[9]

4. Нестандартные задачи должны органично сочетаться со стандартными, образуя единую систему, направленную и на предметные, и на метапредметные результаты.

1.2. Нестандартные задач и их возможности в контексте формирования базовых логических действий

Под нестандартными задачами понимаются задачи, алгоритм решения которых заранее не известен учащемуся, не следует непосредственно из изучаемого на уроке правила или образца и требует самостоятельного анализа условий, выдвижения гипотез, комбинирования известных способов или создания нового способа решения.

В контексте формирования базовых логических действий (анализ, синтез, сравнение, обобщение, классификация, установление причинно-следственных связей, выдвижение и проверка гипотез) нестандартные задачи обладают следующими возможностями:

1. Развитие анализа через выделение существенных признаков.

В отличие от типовых задач, где структура данных жестко задана, нестандартная задача часто содержит избыточную или неявную информацию.

Учащийся вынужден отделять существенные условия от несущественных, что непосредственно тренирует операцию логического анализа.

2. Формирование гибкости синтеза.

Решение требует мысленного объединения элементов условия в новые конфигурации. Например, в геометрической задаче без рисунка ученик должен синтезировать мысленный образ и соотнести его с известными теоремами - это активирует синтез как построение целого из частей.

3. Стимулирование сравнения и классификации.

Нестандартные задачи нередко предлагают несколько объектов или ситуаций, где нужно найти общее и различное, распределить по классам на основе самостоятельно выделенного основания (например: «разбейте данные выражения на группы так, чтобы в каждой был единый принцип решения»). Это формирует операции сравнения и классификации.

4. Обучение обобщению и абстрагированию.

Решая нестандартную задачу, ученик вынужден отвлечься от конкретного сюжета и увидеть математическую структуру (инвариант). Например: задачи на переливания, взвешивания, логические квадраты - после их решения ученик способен сформулировать общий принцип, что и есть логическое обобщение.

5. Развитие умозаключений и причинно-следственных связей.

Нестандартные задачи часто требуют построения цепочки рассуждений «если ... то ...», «следовательно», «противоречие». Особенно эффективны задачи на доказательство, нахождение ошибки в рассуждении, восстановление пропущенных шагов решения.

6. Формирование навыка выдвижения и проверки гипотез.

В условиях неопределённости ученик вынужден перебирать возможные пути, проверять их на контрпримерах, отбрасывать неверные и доказывать верные. Это ключевое логическое действие, редко тренируемое на стандартных задачах[31].

Согласно Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования (ФГОС ООО), в составе познавательных

универсальных учебных действий выделяются следующие базовые логические действия, подлежащие формированию на уроках математики:

- анализ объектов с целью выделения существенных и несущественных признаков;
- синтез – составление целого из частей, в том числе с самостоятельным достраиванием недостающих компонентов;
- сравнение и классификация по заданным или самостоятельно выбранным основаниям;
- обобщение и абстрагирование – выделение общих закономерностей и отвлечение от частных характеристик;
- установление причинно-следственных связей;
- построение логических рассуждений (индуктивных, дедуктивных, по аналогии);
- выдвижение гипотез и их обоснование (или опровержение) через поиск контрпримеров и доказательство[25].

В контексте формирования перечисленных базовых логических действий нестандартные задачи обладают следующими возможностями.

Развитие анализа через выделение существенных признаков. В отличие от типовых задач, где структура данных жестко задана, нестандартная задача часто содержит избыточную или неявную информацию. Учащийся вынужден отделять существенные условия от несущественных, что непосредственно тренирует операцию логического анализа. Например, в задаче: «В треугольнике одна сторона равна 10, а две другие относятся как 3:5. Определите, может ли такой треугольник существовать» - ученик должен выделить существенное условие (неравенство треугольника) и отбросить несущественное (конкретные значения отношений как единственно возможные), поскольку соотношение задаёт не одно, а множество значений.

Формирование гибкости синтеза. Решение требует мысленного объединения элементов условия в новые конфигурации. Например, в геометрической задаче без

рисунка ученик должен синтезировать мысленный образ и соотнести его с известными теоремами – это активирует синтез как построение целого из частей. В алгебраической задаче синтез проявляется при составлении системы уравнений из нескольких разрозненных условий, когда каждое уравнение само по себе не даёт ответа, но их совместное рассмотрение приводит к решению.

Стимулирование сравнения и классификации. Нестандартные задачи нередко предлагают несколько объектов или ситуаций, где нужно найти общее и различное, распределить по классам на основе самостоятельно выделенного основания (например: «разбейте данные выражения на группы так, чтобы в каждой был единый принцип решения»). Это формирует операции сравнения и классификации. Конкретный пример: учащимся предлагается набор уравнений $x^2=4, x^2=-1, x^2=0, x^2=a$, и задание: «Разбейте их на группы по числу корней при разных значениях параметра a . Сравните структуру уравнений и выделите критерий классификации». Здесь ученик самостоятельно определяет основание для деления (наличие, отсутствие или количество корней) и применяет операцию классификации.

Обучение обобщению и абстрагированию. Решая нестандартную задачу, ученик вынужден отвлекаться от конкретного сюжета и увидеть математическую структуру (инвариант). Например: задачи на переливания, взвешивания, логические квадраты - после их решения ученик способен сформулировать общий принцип, что и есть логическое обобщение. Показательным является задание: «Задумайте число. Утройте его, прибавьте 6, результат разделите на 3, вычтите задуманное число. Что получилось?». После нескольких числовых проверок ученик приходит к выводу, что результат всегда равен 2, и абстрагируется от конкретного задуманного числа, записывая обобщение: $\frac{3x + 6}{3} - x = 2$. Таким образом, частный вычислительный эксперимент перерастает в алгебраическое обобщение.

Развитие способности к умозаключениям и установлению причинно-следственных связей. Нестандартные задачи часто требуют построения цепочки рассуждений «если ... то ...», «следовательно», «противоречие». Особенно эффективны задачи на доказательство, нахождение ошибки в рассуждении, восстановление пропущенных шагов решения. Например: «Докажите, что если $a+b+c=0$, то $a^3+b^3+c^3=3abc$. Восстановите пропущенные преобразования, используя формулу суммы кубов». Здесь каждое последующее равенство является следствием предыдущего, и разрыв хотя бы одной логической связи разрушает всё доказательство, что заставляет ученика осознанно выстраивать причинно-следственные отношения между шагами.

Формирование навыка выдвижения и проверки гипотез. В условиях неопределённости ученик вынужден перебирать возможные пути, проверять их на контрпримерах, отбрасывать неверные и доказывать верные. Это ключевое логическое действие, редко тренируемое на стандартных задачах[8]. Примером служит задача: «Можно ли квадрат 5×5 разрезать на 8 квадратов (не обязательно равных)? Если да - приведите пример, если нет - докажите». Учащийся сначала выдвигает гипотезу о возможности, пытается построить разбиение, сталкивается с трудностями, пересматривает гипотезу и переходит к доказательству невозможности через рассмотрение площадей или соображений чётности.

Системный анализ представленных примеров позволяет сделать вывод, что каждая типологическая группа нестандартных задач имеет свою «зону ближайшего развития» для конкретного логического действия. Однако наиболее эффективными являются комплексные задачи, требующие одновременного применения нескольких операций. К таким задачам относятся, прежде всего, задачи на поиск закономерностей, где ученик последовательно проходит все этапы логического исследования: анализирует частные случаи, сравнивает их, выдвигает гипотезу об общем правиле, синтезирует формулу, проверяет её на новых примерах и строит доказательство.

Важно подчеркнуть, что формирование базовых логических действий не происходит спонтанно. Для достижения планируемых результатов необходима методически обоснованная система включения нестандартных задач в учебный процесс, предусматривающая: 1) постепенное наращивание сложности задач (от заданий с подсказками до полностью самостоятельного поиска); 2) вариативность типов задач для охвата всех логических действий; 3) организацию рефлексии, в ходе которой ученик осознаёт, *каким именно* логическим приёмом он воспользовался; 4) перенос сформированных приёмов на материал других разделов математики и смежных дисциплин.

Резюмируя изложенное, можно утверждать, что нестандартные задачи выступают не просто средством повышения познавательного интереса, а необходимым и полноценным дидактическим инструментом для системного и целенаправленного формирования всех базовых логических универсальных учебных действий, предусмотренных ФГОС ООО. Их применение в курсе математики 7-8 классов позволяет преодолеть репродуктивный характер обучения, перевести учащегося из позиции пассивного исполнителя алгоритмов в позицию активного исследователя, самостоятельно анализирующего, сравнивающего, обобщающего и доказывающего, что в полной мере соответствует современным требованиям к результатам образования.

1.3. Психолого-педагогические условия эффективного включения нестандартных задач в процесс обучения математике 7-8 классов

Результативность применения нестандартных задач в обучении определяется не только их количеством и содержательным наполнением, но и реализацией целого комплекса психолого-педагогических условий. Под такими условиями понимается система мер, направленных на формирование образовательной среды, которая способствует развитию когнитивных способностей учеников, поддержанию их учебной мотивации и качественному освоению материала. При

этом возрастные характеристики учащихся 7-8 классов предъявляют особые требования как к подбору задач, так и к методам работы с ними [48].

В работах Д.Б. Эльконина и Т.В. Драгуновой (60-70-е гг. XX в.) было доказано, что в подростковом периоде ведущее место занимает интимно-личностное общение со сверстниками, построенное на доверии. Именно в такой коммуникации формируются жизненные взгляды, представления о межличностных отношениях и будущем. Д.И. Фельдштейн характеризовал этот возраст как острый, противоречивый переход от детства к взрослости. Ученый отмечал как негативные проявления (дисгармонию личности, утрату прежних интересов, протест против взрослых), так и позитивные новообразования: рост самостоятельности, содержательность общения с окружающими, формирование ответственного отношения к себе и другим[29].

Ключевым условием выступает учет психологических особенностей подростков. Обучающиеся 7-8 классов находятся в стадии активного становления логического мышления. Согласно периодизации Ж. Пиаже, именно в этом возрасте происходит переход от конкретных операций к формальным: ребенок учится рассуждать, выдвигать гипотезы и проверять их. Нестандартные задачи, требующие рассмотрения нескольких вариантов, поиска аналогий и нестандартных ходов, становятся идеальным средством развития этих способностей. При этом для одних учеников такие задачи служат стимулом для роста, для других - источником тревоги и страха неудачи. В связи с этим педагогическим условием становится уровневая дифференциация - организация учебного процесса с выделением различных уровней сложности.

Педагогическое условие уровневой дифференциации предполагает, что учитель должен располагать вариантами одной и той же задачи, а также системой подсказок, позволяющей вовлечь в работу «слабого» ученика и сохранить интерес «сильного», который может найти наиболее рациональное решение [9].

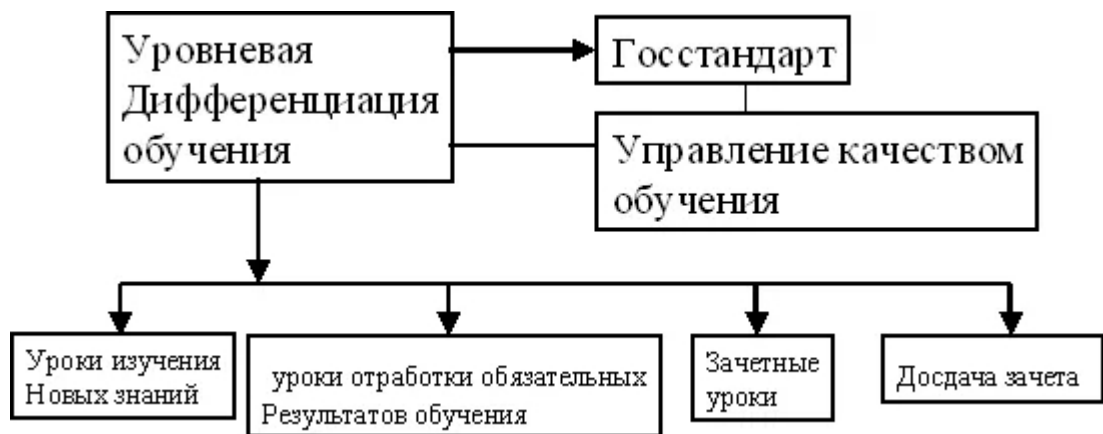


Рисунок 1. Уровни дифференциации обучения

Важной составляющей эффективного включения нестандартных задач является создание проблемной ситуации. Однако этого недостаточно: необходимо, чтобы у школьника возникла внутренняя потребность в решении. Условие формирования мотивации состоит в демонстрации недостаточности имеющихся знаний - так называемого «разрыва» между известным и требуемым. В психологии это явление называют «ситуацией интеллектуального конфликта» [4]. Учитель может подвести учащихся к задаче через исторический экскурс, практическую проблему, не решаемую стандартными методами 7 класса, или через парадокс. Например, перед изучением комбинаторных формул можно предложить задачу: «Сколькими способами можно рассадить 5 человек, чтобы двое конкретных не оказались рядом?». Попытки решить её полным перебором быстро обнаруживают громоздкость такого подхода, что создает мотивацию к поиску формулы. Важно сохранить мотивацию на протяжении всего поиска решения. Для этого учитель должен поддерживать «ситуацию успеха», подчеркивая ценность не только верного ответа, но и оригинальной идеи, необычного подхода [5].

Самостоятельное решение нестандартных задач - процесс сложный. Просто выдать задачу и ждать её решения - неверная стратегия. Необходимым условием выступает организация совместной эвристической деятельности. В этом случае учитель становится не транслятором готовых знаний, а навигатором, помогающим запустить мыслительный процесс.



Рисунок 2. Признаки эвристического задания

В своей работе педагог может использовать систему эвристических вопросов и подсказок:

- «С чего начать? О чём говорится в задаче?»
- «Встречалась ли похожая задача? В чём сходство?»
- «Можно ли упростить условие?»
- «Что изменится, если скорректировать одно из условий?»
- «Можно ли иначе сформулировать вопрос?» [37].

Метод эвристической беседы, основанный на системе таких вопросов, позволяет учащимся 7-8 классов почувствовать себя исследователями. Важно, чтобы беседа не превратилась в серию подсказок, лишаящих ученика самостоятельности. Главная цель - направлять мысль, но последний шаг ребенок должен сделать сам [37].

Подростковый возраст характеризуется высокой значимостью общения с ровесниками. Это психологическое свойство можно эффективно использовать в обучении. Условием успешного включения нестандартных задач становится организация групповой работы и учебных дискуссий [10].

Решение сложной нестандартной задачи в группе дает ряд преимуществ:

- столкновение разных мнений активизирует мыслительную деятельность;
- необходимость аргументировать свою позицию развивает математически грамотную речь;
- обсуждение в малой группе психологически комфортнее, чем ответ у доски;
- появляется возможность систематизировать разные подходы и оформить полное решение.

Организация дискуссии при разборе решений позволяет продемонстрировать множественность путей и учит критически оценивать чужие идеи, что является важным метапредметным навыком в соответствии с требованиями ФГОС ООО[24].

В подростковом возрасте активно развивается способность к рефлексии - осознанию собственных мыслительных процессов. Чтобы решение нестандартной задачи не осталось разрозненным эпизодом, необходимо провести этап рефлексии[6]

Таким образом, эффективное включение нестандартных математических задач в образовательный процесс в 7-8 классах требует комплексного подхода. Недостаточно иметь просто сборник задач. Необходимо создать психолого-педагогические условия, включающие: опору на возрастные особенности мышления подростков; создание мотивации через проблемную ситуацию; организацию эвристической беседы и группового взаимодействия; обязательную рефлексию способов действий. Только соблюдение этих условий превращает решение нестандартных задач в мощный инструмент развития математического мышления учащихся с разным уровнем подготовки [3].

Выводы по главе 1

В первой главе был проведен теоретический анализ проблемы использования нестандартных задач в процессе обучения математике учащихся 7-8 классов, а также определены психолого - педагогические условия, необходимые для их эффективного включения в образовательный процесс. Уточнено понятие и классификация нестандартных задач. Установлено, что ключевым признаком

нестандартной задачи является отсутствие заранее известного алгоритма решения в актуальном опыте учащегося, что создаёт ситуацию интеллектуального затруднения. Для целей исследования значимой выступает субъективная нестандартность, позволяющая использовать такие задачи в зоне ближайшего развития подростков. На основе анализа классификаций (Ю.М. Колягин, Л.М. Фридман, В.А. Гусев, Е.Е. Останина) обосновано, что наиболее релевантной для формирования базовых логических действий является классификация по типу ведущей логической операции (анализ, синтез, сравнение, обобщение, классификация, установление причинно-следственных связей, построение рассуждений). Это позволяет напрямую соотносить виды задач с метапредметными результатами, зафиксированными во ФГОС ООО. Раскрыты возможности нестандартных задач в формировании базовых логических действий. Доказано, что такие задачи не просто повышают интерес к математике, но и являются необходимым инструментом для развития операций анализа (выделение существенного), синтеза (построение целого из частей), сравнения и классификации (самостоятельное основание для группировки), обобщения (выявление математической структуры), установления причинно-следственных связей (построение цепочек рассуждений) и выдвижения гипотез (перебор вариантов, проверка контрпримерами). Без систематического включения нестандартных задач полноценное формирование логических УУД в курсе математики 7-8 классов затруднительно. Выявлены и систематизированы психолого-педагогические условия эффективного включения нестандартных задач.

На основе анализа возрастных особенностей (Д.Б. Эльконин, Т.В. Драгуновой, Д.И. Фельдштейн, Ж. Пиаже) и требований к организации учебного процесса обосновано, что успешность использования нестандартных задач обеспечивается следующими условиями:

- учёт возрастных особенностей мышления (переход от конкретных операций к формальным) и реализация уровневой дифференциации (разные варианты задач и система подсказок);

- создание мотивации через проблемную ситуацию и «ситуацию интеллектуального конфликта», поддержание «ситуации успеха»;
- организация совместной эвристической деятельности (учитель как навигатор, система эвристических вопросов, не подменяющих самостоятельность учащегося);
- использование групповых форм работы и учебных дискуссий (столкновение мнений, аргументация, снижение стресса);
- обязательная рефлексия способов действий, позволяющая закрепить освоенные логические приёмы.

4. Сделан вывод о комплексном характере необходимых условий.

Эффективность включения нестандартных задач не сводится к наличию сборника задач или эпизодическому их предъявлению. Требуется целостная система, объединяющая психологически обоснованный отбор задач, мотивационный этап, эвристическое сопровождение, групповое взаимодействие и рефлексия. Только при соблюдении всей совокупности выделенных условий решение нестандартных задач становится мощным средством развития математического мышления и базовых логических действий учащихся 7-8 классов с разным уровнем подготовки.

Таким образом, теоретические положения, обоснованные в первой главе, создают основу для дальнейшего эмпирического исследования (во второй главе), направленного на проверку результативности разработанной системы психолого-педагогических условий в реальной школьной практике.

Глава 2. Развитие базовых логических действий обучающихся 7-8 классов на основе использования нестандартных задач в урочной и внеурочной деятельности

2.1. Рекомендации по разработке и отбору нестандартных задач по математике в 7-8 классах

Эффективность формирования базовых логических действий посредством нестандартных задач во многом определяется качеством используемого задачного материала. Разработка и отбор задач требуют учета не только содержательной специфики математики, но и психолого-педагогических особенностей подросткового возраста, а также требований ФГОС ООО к метапредметным результатам обучения [25].

Анализ действующих рабочих программ внеурочной деятельности и методических пособий позволяет выделить следующие принципы отбора нестандартных задач:

1. Принцип доступности и учета зоны ближайшего развития: задача должна быть посильна для учащихся при определенном интеллектуальном усилии. Как отмечается в методической литературе, «педагогам следует учитывать разные уровни подготовки и интересы учеников. Для некоторых задач можно предложить несколько уровней сложности, чтобы каждый учащийся мог найти задачу по своим силам». Слишком легкие задачи не развивают мышление, а чрезмерно сложные – демотивируют [44].

2. Принцип нацеленности на формирование конкретных логических операций: ФГОС ООО выделяет в составе базовых логических действий: выявление существенных признаков, сравнение, классификацию, обобщение, установление причинно-следственных связей, построение умозаключений (дедуктивных, индуктивных и по аналогии), выдвижение и проверку гипотез. Каждая отбираемая задача должна преимущественно развивать одну или несколько из этих операций.

3. Принцип новизны и вариативности: задачи должны отличаться от стандартных алгоритмических упражнений, содержать элемент неожиданности, допускать различные способы решения. «Множество неординарных, нестандартных задач для учащихся основной школы сконцентрировано в математике. Однако сам мыслительный процесс поиска решения задачи, как правило, не отражается, и у читателя возникает вопрос: как «додуматься» до решения задачи?» - эта проблематика должна учитываться при отборе.

4. Принцип практической и межпредметной направленности: предпочтение следует отдавать контекстным задачам, приближенным к реальным жизненным ситуациям, что повышает учебную мотивацию. Также эффективны задачи, демонстрирующие связь математики с информатикой (работа с графами, таблицами), физикой, логикой.

5. Принцип систематичности и преемственности: задачи должны быть распределены по темам и уровням сложности в логике поэтапного формирования умений. Программа внеурочной деятельности предполагает последовательное усложнение материала от 7 к 8 классу .

На основе анализа программ внеурочной деятельности («Решение нестандартных задач», «Нестандартные задачи по математике», «Логика») и методических пособий выделяются следующие содержательные разделы (таблица 1).

Таблица 1 – Содержательные разделы 7-8 классов, в которые целесообразно включать нестандартные задачи

Раздел	7 класс	8 класс
Арифметика	Признаки делимости (на 9, 11), числовые ребусы, проценты, десятичная система счисления, разложение на простые множители	Сравнения по модулю, операции с вычетами, бесконечные десятичные дроби, метод математической индукции
Логика	Логические таблицы, взвешивания, принцип Дирихле (начальный уровень), раскраски, игры-шутки, четность	Принцип Дирихле (усложненный), инварианты (четность, делимость, сумма, метод сужения объекта), правило крайнего
Алгебра	Разность квадратов (устный счет,	Квадрат суммы и разности,

	экстремум), квадрат суммы, выделение полного квадрата, разложение на множители	неравенство Коши, квадратный трехчлен, теорема Виета, алгебраические тождества
Геометрия	Задачи на перекладывание, построение с идеей симметрии, неравенство треугольника, вычисление площадей разбиением	Площадь треугольника и многоугольников, свойства фигур, доказательство через обратную теорему
Анализ	Задачи на движение, задачи на совместную работу (простые)	Задачи на движение (усложненные), задачи на работу, составление уравнений
Теория множеств	Булевы операции, формула включений и исключений	Соответствия, более сложные задачи на множества
Комбинаторика	Правило произведения, выборки (с повторениями и без), правило дополнения	Размещения и сочетания, свойства сочетаний, правило кратного подсчета
Графы	Четность и сумма ребер, эйлеровы графы, ориентированные графы	Связные графы, гамильтоновы графы, формула Эйлера

Одной из ключевых задач отбора является установление связи между типами нестандартных задач и конкретными базовыми логическими действиями, определенными ФГОС ООО. В таблице 2 представлено такое соответствие.

Таблица 2 – Соответствие базовых логических действий (ФГОС ООО) типам нестандартных задач и их примерам

Базовое логическое действие (ФГОС)	Типы нестандартных задач	Примеры
Выявление существенных признаков объектов, формулирование определений	Задачи на классификацию, задачи с избыточными данными	«Разбейте данные выражения на группы по самостоятельно выбранному основанию»/
Сравнение объектов по заданным или самостоятельно выделенным критериям	Задачи на сравнение, задачи на поиск сходств и различий	«Чем похожи и чем отличаются методы решения этих двух задач?»
Установление причинно-следственных связей	Задачи с условными высказываниями, задачи на логическое следование	«Если ... , то ...», восстановление пропущенных шагов решения
Построение умозаключений (дедуктивных, индуктивных, по аналогии)	Силлогизмы, задачи на доказательство, задачи на нахождение закономерностей	Дедукция: «Все натуральные числа ... 5 – натуральное число. Следовательно ...» -3
Выдвижение и проверка гипотез	Задачи с неопределенностью, задачи-исследования	«Каким может быть число, если ... ?», поиск контрпримеров
Классификация объектов по существенному признаку	Задачи на разбиение множеств	даны выражения: $3x^2 - 5x$, 7 , $2x^2 - 3x + 1$, $4x^3$, 0 , x^2

		т.х. Разбейте их на группы по следующим признакам: одночлены / многочлены; целые / дробные выражения. Для каждой группы сформулируйте существенный признак, по которому вы осуществили классификацию.
Обобщение и абстрагирование	Задачи на выделение инварианта, задачи-ловушки	Задачи на переливания, взвешивания, выделение «ящиков» в принципе Дирихле

Учитель может не только использовать готовые задачи, но и разрабатывать собственные. При разработке следует руководствоваться следующими рекомендациями:

- *опора на типовые сюжеты с изменением условий.* Можно взять стандартную задачу и изменить одно из условий, сделать данные неполными или избыточными, изменить вопрос. Например, вместо «Найдите площадь прямоугольника» предложить «Возможно ли вычислить площадь прямоугольника, если известен только его периметр?».
- *использование нечисловых формулировок.* Многие логические операции эффективнее тренируются на задачах, не требующих сложных вычислений. Пример: «Три друга - Иванов, Петров, Сидоров - обсуждали результаты матча. Иванов сказал: "Петров не забил гола". Петров сказал: "Сидоров забил гол". Сидоров сказал: "Я не забивал гола". Кто забил гол, если только один сказал правду?» .
- *включение задач на поиск закономерностей: такие задачи развивают индуктивное мышление.* Пример: «Найдите следующее число в ряду: 1, 4, 9, 16, 25, ...» – после нахождения количественной закономерности полезно перейти к формулировке общего правила.
- *построение задач на умозаключения по аналогии.* «Если $2 \times 2 = 4$, $22 \times 22 = 484$, то чему равно 222×222 ? Какую закономерность вы заметили?» .

- *создание ситуаций интеллектуального конфликта*. Предлагаются две противоречащие точки зрения, и учащимся необходимо определить, кто прав. Это активизирует критическое мышление и умение аргументировать.

Для учета индивидуальных особенностей учащихся целесообразно использовать уровневую дифференциацию задач. Как отмечается в психолого-педагогических исследованиях, «учитель должен располагать вариантами одной и той же задачи, а также системой подсказок, позволяющей вовлечь в работу "слабого" ученика и сохранить интерес "сильного"» [9].

Таблица 3 – Рекомендуемая структура уровневой дифференциации

Уровень	Характеристика	Пример задания
А (базовый)	Прямое применение известного приема в знакомой ситуации	Используя признак делимости на 9, определите, делится ли число 2345 на 9
В (повышенный)	Комбинирование известных приемов, частичный поиск	Докажите, что число $10^n + 8$ делится на 9 при любом натуральном n
С (высокий / олимпиадный)	Самостоятельный поиск решения, нестандартный подход	Найдите все натуральные числа, которые при делении на 3 дают в остатке 2, а при делении на 5 - остаток 4

Для систематизации работы по отбору и разработке задач можно использовать следующие критерии:

Логическая нагруженность – задача требует выполнения одной или нескольких логических операций (анализ, сравнение, обобщение и др.).

Эвристический потенциал – задача допускает разные способы решения, побуждает к поиску, выдвижению гипотез.

Соответствие возрастным особенностям – содержание и форма задачи учитывают познавательные интересы и уровень развития мышления учащихся 7-8 классов.

Отсутствие жесткой алгоритмизации – решение не сводится к простому применению известного правила.

Воспитательный потенциал – задача способствует развитию настойчивости, критичности мышления, умения работать в коллективе.

Возможность использования в групповой работе – задача допускает обсуждение, столкновение различных точек зрения [30].

Таким образом, отбор и разработка нестандартных задач для учащихся 7-8 классов должны осуществляться на основе системы принципов (доступности, нацеленности на логические операции, новизны, практической направленности, систематичности). Содержательно задачи группируются по разделам математики (арифметика, логика, алгебра, геометрия и др.) и соотносятся с конкретными базовыми логическими действиями, определенными ФГОС ООО. Важным механизмом индивидуализации выступает уровневая дифференциация, позволяющая каждому ученику работать в зоне своего ближайшего развития. Соблюдение предложенных рекомендаций создает основу для эффективного формирования логических УУД в процессе решения нестандартных задач.

2.2. Комплекс нестандартных математических задач для обучающихся 7-8 классов и варианты использования в процессе обучения

Разработанный комплекс нестандартных математических задач для учащихся 7-8 классов строится на интеграции теоретических положений, рассмотренных в главе 1, и практического опыта, апробированного в рамках внеурочной деятельности «Решение реальных задач» в МБОУ «Верхнекужебарская СОШ им. В.П. Астафьева».

Выделяются следующие основания построения комплекса:

Теоретико-методологическая основа:

- положения ФГОС ООО о необходимости формирования метапредметных результатов, включающих базовые логические действия (анализ, синтез, сравнение, классификация, обобщение, установление причинно-следственных связей, построение умозаключений, выдвижение и проверка гипотез).

- психолого-педагогические особенности подросткового возраста (12-15 лет): переход от конкретно-образного к абстрактно-логическому мышлению (Ж. Пиаже), высокая значимость общения со сверстниками (Д.Б. Эльконин, Т.В. Драгунова), потребность в самоутверждении и признании, формирование рефлексивных способностей.

Принципы отбора нестандартных задач (обоснованные в параграфе 2.1): доступности и учета зоны ближайшего развития, нацеленности на формирование конкретных логических операций, новизны и вариативности, практической и межпредметной направленности, систематичности и преемственности[5].

Данный курс был направлен на:

- развитие у учащихся 7-8 классов способности применять математические знания для решения практических, жизненных проблем;
- формирование навыков логического и критического мышления через решение задач, взятых из реальных контекстов (бытовые ситуации, транспортные задачи, логические головоломки, задачи-исследования);
- повышение мотивации к изучению математики через демонстрацию её прикладного характера.

Источники, использованные при составлении комплекса:

Комплекс охватывает следующие тематические разделы математики представленные в таблице:

Таблица 4 – Распределение нестандартных задач по тематическим разделам курса математики 7–8 классов.

Тематический раздел	Содержание	Задача
Арифметика и числовые множества	Принцип Дирихле, подсчёт цифр, работа с натуральными числами, оценка количества	Задачи про цифру 5, дни рождения, носки, 370 учеников
Алгебра и уравнения	Решение задач с неизвестными, составление уравнений, работа с параметрами, системы уравнений	Задачи про марки, эскалатор, закономерность
Геометрия и пространственное	Разрезание, графы, куб, медианы треугольника,	Задачи про шоколадку, граф, 6 точек, куб, медианы, отверстие,

мышление	расположение точек на плоскости	стулья
Комбинаторика и логика	Перебор вариантов, комбинаторные задачи, магические квадраты, принципы перебора	Задачи про монеты, магический квадрат, торт
Логика высказываний и доказательства	Истинность/ложность, рыцари и лжецы, силлогизмы, доказательства неравенств	Задачи про кто есть кто, страусы, Дирихле, медианы- доказательство
Алгоритмизация и дискретная математика	Пошаговые алгоритмы, переправы, переливания, работа с графами, оптимизация	Задачи про переправу, переливание, граф, лодку и шляпу
Задачи-исследования и практикумы	Экспериментальные задачи с материальными объектами	Задачи про отверстие в бумаге, бокал из спичек, торт

Опишем содержание комплекса нестандартных задач, который может быть включен в урочную деятельность курсов Алгебра, Вероятность и статистика, Геометрия. Задачи сгруппированы по уровням: базовый, продвинутый, высокий.

Базовый уровень предполагает задачи на применение одной-двух логических операций, требующие минимальной дополнительной подготовки. Предназначены для первичного освоения логических приёмов.

Продвинутый уровень ориентирован на Задачи, требующие построения развёрнутого алгоритма, комбинирования нескольких логических операций, работы с несколькими вариантами.

Высокий уровень включает задачи-исследования, требующие нестандартного взгляда, абстрагирования, доказательных рассуждений. Часто не имеют очевидного алгоритма и требуют креативного подхода.

Базовый уровень:

Задача №1. «Тайна шоколадки»

Условие.

Плитка шоколада состоит из $5 \times 4 = 20$ маленьких долек (рис. 1). За одно разламывание можно разломить один кусок (любой формы) строго по прямой

линии, разделяющей дольки. Сколько разламываний потребуется, чтобы разломить всю плитку на отдельные 20 долек? Можно ли разломать быстрее, чем за 19 раз?



Рисунок 1 – Рисунок к задаче «Тайна шоколадки»

Решение. Каждое разламывание увеличивает количество кусков ровно на 1. В начале: 1 кусок (целая плитка). В конце: 20 кусков (отдельные дольки). Нужно увеличить число кусков на 19 $\rightarrow$ требуется 19 разламываний. Нельзя быстрее, потому что за одно разламывание нельзя получить больше одного дополнительного куска.

Ответ: 19 разламываний, быстрее нельзя.

Задача №2. «Кто есть кто?»

Условие.

В комнате находятся три человека: рыцарь (всегда говорит правду), лжец (всегда лжёт) и хитрец (может и лгать, и говорить правду, как захочет). Вы подходите к одному из них и спрашиваете: «Кто вы?». Он отвечает: «Я хитрец». Кто это мог быть? Может ли хитрец так ответить? Обоснуйте.

Решение. Рыцарь не может сказать «Я хитрец», потому что это ложь. Лжец не может сказать «Я хитрец», потому что это была бы правда (лжец - действительно не хитрец, а лжец), но лжец не говорит правду. Хитрец может так сказать (если захочет солгать в данный момент). Значит, ответивший - только хитрец.

Ответ: это мог быть только хитрец. Хитрец может так ответить (это ложь).

Задача №3. «Переправь волка, козу и капусту»**Условие.**

Крестьянину нужно перевезти через реку волка, козу и капусту. В лодке помещается только сам крестьянин и один груз. Нельзя оставлять волка с козой без присмотра (волк съест козу) и козу с капустой (коза съест капусту). Волк капусту не ест. Как организовать переправу?

Решение (уже дано кратко, здесь - пояснение):

Крестьянин везёт козу → на левом берегу: волк и капуста (безопасно). Возвращается один.

Везёт волка → на правом берегу: коза и волк (но крестьянин рядом). Возвращается с козой (чтобы волк не съел козу на правом берегу без присмотра). Везёт капусту → на правом берегу: волк, капуста (безопасно). Возвращается один. Везёт козу.

Ответ: за 7 переправ.

Задача №4. «Сколько у кого марок?» (задача с недостающими данными)**Условие.**

У Васи и Пети вместе 20 марок (рис. 2). У Пети и Миши вместе 25 марок. У Васи и Миши вместе - ? (неизвестно). Можно ли определить, сколько марок у каждого? Если да, то сколько? Если нет, то чего не хватает?



Рисунок 2 – Рисунок к задаче «Сколько у кого марок?»

Решение. Сложим первые два уравнения: $(B+П) + (П+М) = 20+25 \rightarrow B + 2П + М = 45$. Вычтем третье неизвестное уравнение: $(B+М)$ неизвестно. Система из 3 неизвестных, 2 уравнений → однозначного решения нет. Нужно знать сумму $B+М$ (или разность, или одну из величин).

Пример: если бы $B+M=23$, то решили бы: $B+П=20$, $П+M=25$, $B+M=23 \rightarrow$ сложим:
 $2(B+П+M)=68 \rightarrow \text{сумма}=34 \rightarrow B=9, П=11, M=14$.

Ответ: Нельзя определить без третьего уравнения (не хватает суммы марок Васи и Миши).

Задача №5. «Найди закономерность (таблица)»

Условие.

Дана таблица:

A	B	C
2	3	5
4	5	9
6	7	13
?	9	?

Заполните пропуски, сохраняя ту же закономерность. Объясните правило.

Решение.

Закономерность: $C = A + B$ (проверка: $2+3=5$, $4+5=9$, $6+7=13$).

Ряд A: 2, 4, 6, 8 (увеличивается на 2).

Значит, $A = 8$, $B = 9 \rightarrow C = 8+9 = 17$.

Ответ: $A = 8$, $C = 17$.

Задача №6. «Дороги между городами (граф)»

Условие.

Между четырьмя городами A, B, C, D построены дороги: $A-B, B-C, C-D, D-A, A-C$.
 Можно ли пройти из города B в город D , не проходя через город A ? Если да, покажите маршрут. Нарисуйте схему дорог.

Решение. Нарисуем граф: B связан с A и C . C связан с B, D и A . D связан с C и A . A связан с B, D, C . Путь $B \rightarrow C \rightarrow D$ не содержит A . (Маршрут: $B \rightarrow C, C \rightarrow D$). **Ответ:** Да, можно. Маршрут: $B-C-D$.

Задача №7. «Истинно или ложно?»

Условие.

Даны высказывания:

1. Все птицы летают.
2. Страусы - птицы.
3. Страусы не летают.

Следует ли из высказываний (1) и (2) высказывание (3)? Является ли этот набор утверждений противоречивым?

Решение. Из (1) и (2) по правилу силлогизма: «Все птицы летают» + «Страусы - птицы» $\rightarrow$ «Страусы летают». Это противоречит (3). Значит: Высказывание (3) не следует из (1) и (2) - наоборот, следует противоположное. Набор утверждений (1)+(2)+(3) противоречив, так как (1)+(2) дают «страусы летают», а (3) говорит «не летают».

Ответ: (3) не следует; набор противоречив.

Задача №8. «Сколько раз встретила цифра?»

Условие.

Сколько раз встречается цифра 5 при записи всех целых чисел от 1 до 100 включительно? Напишите рассуждение, не пересчитывая все числа подряд. (То же с цифрой 0).

Решение (для цифры 5): 5, 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95 $\rightarrow$ в разряде единиц: 10 раз. 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59 $\rightarrow$ в разряде десятков: 10 раз. В числе 55 цифра 5 учтена дважды (две пятёрки). Итого: $10 + 10 = 20$ раз. Для цифры 0: 10, 20, ..., 90 (9 раз) + 100 (два нуля) $\rightarrow 9 + 2 = 11$ раз.

Ответ: 5 встречается 20 раз, 0 - 11 раз (если считать от 1 до 100 включительно, 100 даёт два нуля).

Задача № 9.

Условие.

В школе учится 370 человек. Докажите, что среди всех учащихся найдутся хотя бы два человека, празднующие свой день рождения в один и тот же день.

Решение:

Это классическая задача на принцип Дирихле («принцип ящиков»). В году максимум 366 дней (високосный год). Представим каждый день года как «ящик», а учеников - как «предметы», которые нужно разложить по ящикам в соответствии с днём их рождения. Если бы в каждый день праздновали день рождения не более одного ученика, то всего в школе могло бы учиться не более 366 человек. Но в школе 370 учеников, что больше 366. Следовательно, по крайней мере в один день года родились двое (или больше) учеников.

Ответ: Да, можно утверждать, так как $370 > 366$ (максимальное количество дней в году).

Задача №10**Условие.**

В ящике комода лежат носки: 10 синих, 14 красных и 17 белых. Вы засовываете руку в ящик в полной темноте и вытаскиваете носки по одному. Сколько носков нужно вытащить, чтобы наверняка получить хотя бы одну пару одинакового цвета?

Решение:

Это классическая задача на «принцип Дирихле» (принцип ящиков). У нас есть 3 цвета носков. В худшем случае вы будете вытаскивать носки разных цветов, пока не возьмёте по одному каждого цвета. Три носка могут быть трёх разных цветов. Четвёртый носок в любом случае совпадёт по цвету с одним из трёх предыдущих (потому что всего цветов три).

Ответ: Достаточно вытащить 4 носка.

Продвинутый уровень:**Задача №1. «Раздели честно»****Условие.**

Два человека нашли клад из 10 золотых монет. Все монеты одинаковые на вид, но ровно одна из них фальшивая (легче настоящих). У них есть чашечные весы без гирь. Как за три взвешивания гарантированно определить фальшивую монету? Можно ли за два взвешивания?

Решение.

Алгоритм за 3 взвешивания:

1. Кладём на чаши по 3 монеты (остаются 4 в стороне). Если весы равны → фальшивая среди 4 отложенных. Если перевесили → фальшивая на более лёгкой чаше (3 монеты).
2. Второе взвешивание: из подозреваемых (3 или 4 монеты) берём 2 и кладём на чаши. При равенстве → фальшивая среди оставшихся (1 или 2). При неравенстве → фальшивая легче.
3. Третье взвешивание (если осталось 2 монеты) сравниваем одну из них с заведомо настоящей. Можно ли за 2 взвешивания? Нет. 2 взвешивания дают максимум $3^2 = 9$ вариантов различий (левая легче/равно/правая легче). У нас 10 монет → нужно различить 10 вариантов → 2 взвешиваний недостаточно.

Ответ: За 3 взвешивания можно, за 2 – нельзя.

Задача №2. «Логический квадрат»**Условие.**

В клетках квадрата 3×3 расставлены числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (каждое по одному разу). Известно, что сумма чисел в каждой строке и в каждом столбце одинакова (магический квадрат). Может ли такое быть? Если да, приведите пример. Если нет, докажите.

Задача №3.**Условие.**

Из четырёх спичек составлен «бокал», в котором лежит вишня (рис. 3). Нужно, переместив ровно две спички, передвинуть «бокал» так, чтобы вишня оказалась снаружи. Форма бокала должна сохраниться (перевернутый бокал не считается).

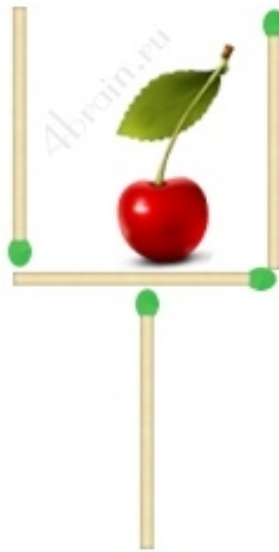


Рисунок 3 – Рисунок к задаче «Раздели честно»

Решение:

Ключевая идея - спички можно перемещать не только по горизонтали и вертикали, но и менять угол наклона. Нужно сделать так, чтобы вишня, которая лежала внутри бокала, оказалась снаружи.

Стандартное решение:

1. Берём нижнюю горизонтальную спичку (основание бокала) и поднимаем её вверх, располагая параллельно верхней спичке, но с небольшим сдвигом - так, чтобы она стала новой «верхней» стороной бокала.
2. Берём одну из боковых наклонных спичек и перемещаем её так, чтобы она стала новым дном бокала с другой стороны.
3. В результате бокал переворачивается вверх дном (но форма сохраняется), а вишня, которая была внутри, оказывается снаружи перевернутого бокала.

Ответ: Нужно переложить нижнюю спичку вверх, а одну боковую - вниз с противоположной стороны, перевернув бокал.

Задача №4 «Квадратный торт»

Условие.

Имеется квадратный торт (рис. 4). Сколькими прямолинейными разрезами (разрезы можно делать не через весь торт, а от края до края) можно разделить его на 7 частей, если после каждого разреза разрешено перекладывать куски?



Рисунок 4 – Рисунок к задаче «Квадратный торт»

Решение:

Это известная задача о максимальном количестве частей при разрезании. Если разрезы проходят через весь торт (от края до края) и куски не перекладываются, то n разрезов дают максимум $n+1$ частей. Но если разрешается перекладывать куски и резать их все одновременно, то каждый новый разрез может пересечь все уже имеющиеся куски, удваивая их количество. Тогда после n разрезов можно получить до 2^n частей. Для 7 частей нужно 3 разреза, так как $2^3 = 8 \geq 7$.

Алгоритм:

1. Первый разрез - пополам (2 части).

2. Перекладываем куски стопкой друг на друга, режем - 4 части.
3. Снова складываем стопкой, режем - 8 частей, из которых 7 оставляем, одну можно съесть или объединить.

Ответ: тремя разрезами.

Задача №5 «Лодка»

Условие.

Лодка плывёт вниз по реке. Человек теряет шляпу, которая падает в воду и начинает плыть по течению. Человек замечает потерю только через 5 минут и сразу же разворачивает лодку, чтобы плыть назад за шляпой (скорость лодки относительно воды постоянна). Сколько времени потребуется, чтобы догнать шляпу? (Течение реки равномерное.)

Решение:

Ключевой приём – перейти в систему отсчёта, связанную с водой (течением). В этой системе отсчёта вода неподвижна. Шляпа, упав в воду, остаётся неподвижной (она плывёт со скоростью течения, но в этой системе она не движется). Лодка удаляется от шляпы в течение 5 минут со своей собственной скоростью, а затем возвращается с той же скоростью. Чтобы вернуться к неподвижной шляпе, потребуется столько же времени, сколько заняло удаление, то есть 5 минут.

Ответ: 5 минут. (Общее время от момента потери до момента, когда шляпа поймана, 10 минут.)

Задача № 6 «Куб»

Условие.

Большой деревянный куб со стороной 3 покрасили со всех сторон, а затем распилили на 27 маленьких кубиков со стороной 1 (рис. 5). Сколько маленьких кубиков имеют:

- 3 окрашенные грани?
- 2 окрашенные грани?

- 1 окрашенную грань?
- 0 окрашенных граней?



Рисунок 5 – Рисунок к задаче «Куб»

Решение:

1. 3 окрашенные грани: только угловые кубики. У куба 8 углов $\rightarrow$ 8 кубиков.
2. 2 окрашенные грани: кубики на рёбрах, но не в углах. На каждом ребре 3 кубика, из них два угловых (уже учтены). Значит, на ребре 1 кубик с двумя гранями. У куба 12 рёбер $\rightarrow 12 \times 1 = 12$ кубиков.
3. 1 окрашенная грань: кубики в центре каждой грани. На каждой грани – квадрат 3×3 , из 9 кубиков угловые (4) и рёберные (4) уже учтены, остаётся 1 центральный. У куба 6 граней $\rightarrow 6 \times 1 = 6$ кубиков.
4. 0 окрашенных граней: внутренние кубики. Весь куб $3 \times 3 \times 3 = 27$ кубиков.
Вычитаем: $27 - 8 - 12 - 6 = 1$ кубик (в центре).

Ответ:

- 3 грани: 8 кубиков
- 2 грани: 12 кубиков
- 1 грань: 6 кубиков
- 0 граней: 1 кубик

Задача № 7

Условие.

Даны два сосуда: 5 литров (пустой) и 9 литров (пустой). Рядом - река (бесконечный источник воды). Как с их помощью набрать из реки 3 литра воды?

Решение:

Можно: наполнить сосуд доверху, вылить содержимое сосуда в реку, переливать воду из одного сосуда в другой до тех пор, пока либо первый не опустеет, либо второй не наполнится

Пошаговое решение

Шаг	Действие	5-литровый сосуд	9- литровы й сосуд	Комментарий
0	Начальное состояние	0	0	
1	Наполнить 9 л	0	9	
2	Перелить из 9 л в 5 л, пока 5 л не заполнится	5	4	9 → 5: перелили 5 л
3	Вылить 5 л в реку	0	4	
4	Перелить из 9 л в 5 л (4 литра)	4	0	4 литра в 5-литровом
5	Наполнить 9 л	4	9	
6	Переливать из 9 л в 5 л, пока 5 л не заполнится (в 5 л уже 4 л, доливаем 1 л)	5	8	
7	Вылить 5 л в реку	0	8	
8	Перелить из 9 л в 5 л	5	3	в 9-литровом остаётся 3 литра ✓

Ответ: 3 литра воды останутся в 9-литровом сосуде после выполнения шагов 1-8.

Высокий уровень:

Задача №1.

Условие.

В листе бумаги формата А6 (размером 10 × 15 см) сделайте отверстие, в которое свободно проходит ваша голова. (Предъявите сам лист, а не описание решения). Как это возможно, если голова значительно больше листа?

Решение:

Это задача на пространственное воображение, а не на циркуль и линейку. Ответ заключается в том, что лист не нужно оставлять плоским.

Сложите лист бумаги гармошкой (или многократно сверните его) так, чтобы можно было сделать длинный узкий вырез по всей площади сложенного листа.

При разворачивании этот вырез превратится в большое отверстие в виде сетки или кольца. Разрезав лист по определенной схеме (например, «змейкой», оставляя лишь тонкие перемычки по краям), можно получить бумажное кольцо огромной длины.

Ответ: растянув это кольцо, можно легко просунуть в него голову, хотя изначально лист был маленьким.

Задача №2.

Условие.

Расположите на плоскости 6 точек так, чтобы из каждой точки можно было увидеть ровно 4 точки. Сделайте соответствующий чертеж. («Увидеть» - значит соединить прямой линией, не задевая другие точки). -10

Решение:

Ключевая хитрость здесь в том, что точки имеют размер, а «увидеть» - значит соединить прямой линией, не задевая другие точки. Если расположить 6 точек в вершинах правильного шестиугольника, из одной вершины будут видны не все 5 остальных: стороны шестиугольника и диагонали будут перекрывать обзор (точки будут «загораживать» друг друга). Правильное решение - использовать коллинеарность (расположение на одной прямой).

Задача №3.

Условие.

Человек поднимается по движущемуся эскалатору и насчитывает 50 ступенек (рис. 6). Если он будет идти вдвое быстрее, то насчитает 75 ступенек. Сколько ступенек на неподвижном эскалаторе?



Рисунок 6 – Рисунок к задаче про эскалатор

Решение:

Пусть:

1. n - количество ступенек на неподвижном эскалаторе,
2. v - скорость человека (в ступеньках в секунду),
3. u - скорость эскалатора (в ступеньках в секунду).

За время t_1 человек проходит 50 ступенек своей скоростью: $v \cdot t_1 = 50$. При этом эскалатор «подставляет» ему $u \cdot t_1$ ступенек. Общее число ступенек: $n = 50 + u \cdot t_1$.

Во втором случае скорость $2v$, насчитано 75 ступенек: $2v \cdot t_2 = 75$, $n = 75 + u \cdot t_2$.

Выражаем $t_1 = 50/v$, $t_2 = 75/(2v)$.

Подставляем в выражения для n : $n = 50 + u \cdot (50/v) = 50 + 50 \cdot (u/v)$

$n = 75 + u \cdot (75/(2v)) = 75 + 37,5 \cdot (u/v)$

Приравниваем: $50 + 50k = 75 + 37,5k$, где $k = u/v$. Тогда $12,5k = 25$, $k = 2$.

Подставляем: $n = 50 + 50 \cdot 2 = 150$.

Ответ: На неподвижном эскалаторе 150 ступенек.

Построение:

Нарисуйте две параллельные горизонтальные линии.

1. На верхней линии расположите 3 точки (A , B , C).

2. На нижней линии расположите 3 точки (D , E , F) строго под промежутками верхних (чтобы никакие две точки не стояли строго друг под другом, если не требуется).

Результат:

В такой конфигурации каждая точка будет «видеть» 4 другие, кроме одной, которая окажется «заслоненной» своей коллинеарной соседкой.

Ответ:

Нужно расположить точки в вершинах двух параллельных отрезков (по 3 точки на каждом) со сдвигом.

Задача №4.

Условие.

Расставьте в комнате 12 стульев так, чтобы у каждой из четырёх стен стояло по 3 стула (рис. 7).

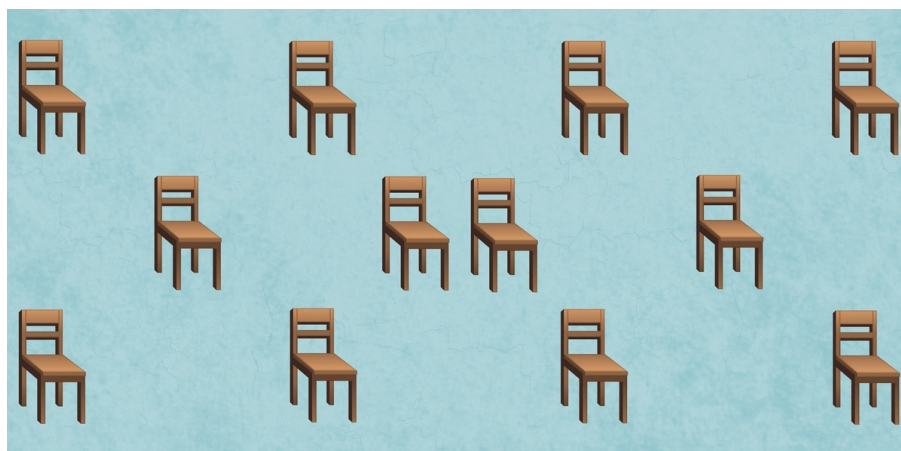


Рисунок 7 – Рисунок к задаче про стулья.

Решение:

Нужно поставить стулья в углах и на стыках. На самом деле достаточно 8 стульев. Но в условии сказано 12 стульев - значит, можно оставить пустые места. Достаточно поставить в каждый угол по стулу, и дополнительно по два стула между ними. Более изящное решение: поставить стулья в два ряда вдоль стен, но так, чтобы они «заходили» на соседние стены.

Классическое решение: 8 стульев достаточно, а 12 - можно поставить, добавив по одному стулу в каждый угол и по два между ними, но тогда у каждой стены будет не 3.

Верное решение существует, если стулья можно ставить не только «лицом» к стене. Например, поставить стулья в два слоя или по диагонали.

Ответ: задача решается, если стулья можно расположить не строго вдоль стен, а с отступом, чтобы один стул «обслуживал» две стены одновременно.

Задача №5.

Условие.

Докажите, что в любом треугольнике сумма длин медиан больше полупериметра, но меньше периметра (рис. 8).

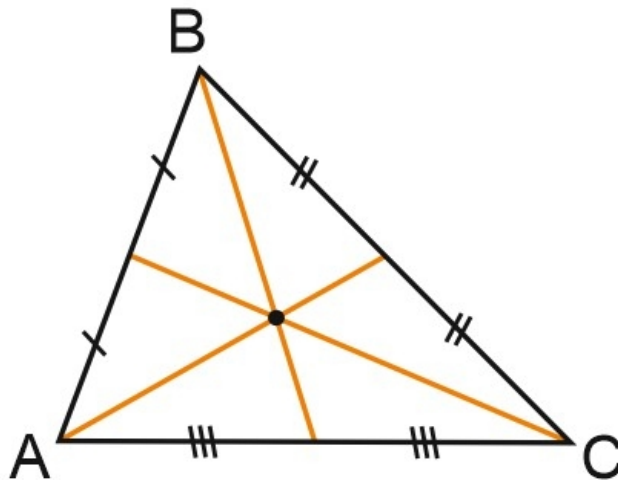


Рисунок 8. Изображение треугольника

Решение:

Пусть m_a , m_b , m_c - медианы к сторонам A , B , C соответственно. По свойству медианы: $m_a > (B + C - A)/2$ (доказывается через неравенство треугольника и удвоение медианы). Суммируя три таких неравенства, получим: $m_a + m_b + m_c > (B + C - A + A + C - B + A + B - C)/2 = (A + B + C)/2 = p$ (полупериметр).

Верхняя оценка: медиана всегда меньше полусуммы сторон, её образующих: $m_a < (B + C)/2$. Суммируя: $m_a + m_b + m_c < (B + C + A + C + A + B)/2 = (2A + 2B + 2C)/2 = A + B + C = P$ (периметр).

Ответ: Доказано: $p < (m_a + m_b + m_c) < P$.

Разработанный комплекс нестандартных математических задач для обучающихся 7-8 классов:

1. Построен на интеграции теоретических положений (ФГОС ООО, психолого-педагогические особенности подростков, принципы отбора) и практического опыта, накопленного в ходе реализации внеурочной деятельности «Решение реальных задач». Источниками задач послужили авторские сборники Г.Г. Левитаса, М. Гарднера, И.Ф. Шарыгина, Б.А. Кордемского, Ю.В. Лепехина, а также классические логические задачи.

2. Имеет содержательно-тематическую структуру, охватывающую логику, комбинаторику, геометрию, теорию графов, текстовые задачи, задачи на смекалку и пространственное воображение. Задачи распределены по уровням сложности (базовый, продвинутый, высокий).

3. Может использоваться как в урочной (математические разминки, проблемные ситуации, дифференцированная и групповая работа), так и во внеурочной (факультатив, математические турниры, проектная деятельность) деятельности. Особую эффективность показывает систематическое применение в рамках курса «Решение реальных задач».

4. Предполагает разнообразные формы организации учащихся (индивидуальную, парную, групповую, коллективную) в зависимости от целей занятия и типа задачи.

5. Обеспечивает возможность диагностики сформированности базовых логических действий через систему входного, текущего, тематического и итогового контроля, а также через портфолио достижений учащихся.

2.3. Результаты апробации и выводы об эффективности использования нестандартных задач для развития базовых логических действий обучающихся

Апробация комплекса нестандартных задач проходила на базе МБОУ «Верхнекужебарская СОШ им. В.П.Астафьева».

Цель: оценить эффективность системного использования нестандартных задач для формирования и развития следующих базовых логических действий: анализ и синтез; сравнение и классификация; установление причинно-следственных связей; построение логических цепочек рассуждений; абстрагирование и перенос знаний в новую ситуацию; работа с недостаточными и избыточными данными; пространственное и комбинаторное мышление.

Участники:

7 класс (5 человек): Елена А., Виктория К., Иван М, Андрей С., Александра С..

8 класс (7 человек): Юлия Е., Виктор Т., Иван С., Маргарита Т., Александр А., Артур З., Артем П..

Всего: 12 обучающихся.

Апробация проводилась в течение 5 дней (понедельник - пятница). Каждый день был посвящен одному уровню сложности + одному блоку логических действий. Учащиеся работали в смешанных парах (7+8 класс) для наблюдения за переносом знаний, но фиксировались индивидуальные результаты.

День 1 (Понедельник). Базовый уровень - Диагностика «на входе»

Задача №1. «Тайна шоколадки».

7 класс: Андрей С. и Иван М. начали рисовать плитку и пытаться делить ее физически, насчитали 25 разламываний. После подсказки «Что происходит с количеством кусков при каждом разламывании?» Селина Александра мгновенно дала верный ответ (19). Виктория К. и Елена А. решили верно, но методом подбора. 8 класс: все, кроме Александра А., дали верный ответ за 2 минуты. Артур

3. упорно считал количество линий разреза ($4+3=7$), показав, что не абстрагируется от чертежа к логике прироста кусков.

Вывод: задача хорошо разделила учеников на «абстрактных мыслителей» и «визуалов-чертежников».

Задача №2. «Кто есть кто?».

7 класс: Иван М. ответил: «Это лжец, потому что он соврал». Андрей С. поддержал его. Александра С. возразила: «Но лжец не может сказать про себя правду, а "я хитрец" - это ложь, но для лжеца это оказалось бы правдой, потому что он не хитрец». Она построила правильную таблицу истинности. Виктория К и Елена А. решили методом исключения, но не смогли обосновать, почему хитрец может так сказать (не поняли произвольность его лжи). 8 класс: Юлия Е. и Маргарита Т. решили устно за 30 секунд. Третьяков В. долго рассуждал: «Если рыцарь не может, лжец не может, значит, хитрец». Логическая цепочка построена верно.

Вывод: задача выявила, что причинно-следственное мышление у 7-классников еще «рваное» - они не доводят до конца проверку каждого варианта.

Задача №3. «Переправь волка, козу и капусту».

Эта задача стала «стеной» для Андрея С. (7 кл.). Он трижды возвращал волка обратно, создавая цикл. Артем П. (8 кл.) взял его в пару и показал пошагово, но Андрей механически повторил, не поняв логики «обратного рейса с козой». Виктория К. (7 кл.) и Виктор Т. (8 кл.) нарисовали граф состояний и решили за 4 минуты. Елена А. (7 кл.) записала 7 переправ, но перепутала порядок на 5-м шаге (повезла волка, а не капусту), что привело к ошибке.

Вывод: задача на построение длинной логической цепочки показала, что 8-классники удерживают последовательность лучше (кроме Александра А., который тоже сбился на 6-м шаге).

Задача №4. «Сколько у кого марок?» (недостающие данные).

Никто из 7 класса не дал правильного ответа «нельзя определить». Все попытались угадать числа (15, 10, 5 и т.п.).

В 8 классе только Юлия Е. сказала: «Не хватает третьего уравнения. Если бы мы знали, сколько у Васи и Миши вместе, то решили бы». Остальные 6 восьмиклассников начали складывать $20+25$ и делить на 2, что является неверным решением.

Вывод: это самая сложная задача базового уровня. Она четко показала, что работа с недостаточными данными не сформирована даже у половины 8-классников. Юлия Е. - исключение (она домыслила, что нужно условие $B+M$).

Задача №5. «Найди закономерность».

Все 12 учеников решили за 1- 2 минуты. Даже Александр А. (который в остальном слаб) дал верный ответ (8 и 17).

Вывод: классификация и поиск простых арифметических действий - сильная сторона всех участников.

Задача №6. «Дороги между городами» (граф).

Иван С. (8 кл.) построил граф и нашел путь В-С-D за 1 минуту. Александра С. (7 кл.) и Маргарита Т. (8 кл.) нашли два пути (В-С-D и В-А-D), но в одном из них был город А. Они спорили, какой маршрут короче, хотя в условии этого не требовалось - проявили избыточный анализ. Артур З. (8 кл.) нарисовал граф с пересекающимися линиями и запутался, сказал, что пути нет.

Вывод: пространственное мышление у большинства развито, но у Артура З. - проблемы с визуализацией связей.

Задача №7. «Истинно или ложно?».

Андрей С. (7 кл.) сказал: «Набор противоречив, потому что страусы не летают». Виктория К. (7 кл.) записала формально: (1) и (2) $\rightarrow$ «страусы летают», что противоречит (3). Верно! Из 8 класса Виктор Т. и Артем П. дали верный ответ, но Александр А. сначала сказал: «Высказывание (3) следует», а потом исправился после наводящего вопроса.

Вывод: навык построения логического рассуждения лучше развит у девочек, у мальчиков – чаще интуитивный ответ.

Задача №8. «Сколько раз встретилась цифра?».

Все справились с цифрой 5 (20 раз). Ошибка с цифрой 0: Иван М. (7 кл.) и Артур З. (8 кл.) насчитали 9 раз (забыли два нуля в числе 100). Елена А., Юлия Е. насчитали 11, объяснив разрядами.

Вывод: внимание к деталям – слабое место у импульсивных учеников.

Задача №9. «Дни рождения» (принцип Дирихле).

7 класс: Все дали верный ответ «да, потому что $370 > 365$ », но только Александра С. написала про високосный год (366). Остальные сказали 365, что нестрого. 8 класс: Маргарита Т, Юлия Е. дали развернутое доказательство с «ящичками». Виктор Т. просто написал « $370 > 365$ » без пояснения.

Вывод: принцип Дирихле усвоен на уровне запоминания, но не все могут его переформулировать.

Задача №10. «Носки».

Все 12 дали ответ «4 носка». Но Елена А. (7 кл.) сказала «3», аргументируя: «Может повезти».

Вывод: у Елена А. проблемы понятиями «наверняка»

День 2 (Вторник). Продвинутый уровень.

Задача №1. «Раздели честно» (фальшивая монета).

Юлия Е. (8 кл.) и Александра С. (7 кл.) вдвоем построили алгоритм за 3 взвешивания, но Юлия Е. доказала, что за 2 нельзя (через $3^2 < 10$). Александра С. согласилась.

Вывод: Задача сильно дифференцирует обучающихся.

Задача №2. «Логический квадрат» (магический квадрат 3×3)

Виктория К. (7 кл.) построила квадрат за 3 минуты (с центральной 5). Маргарита Т. (8 кл.) построила другой вариант. Виктор Т. (8 кл.) утверждал: «Таких квадратов много», но не смог привести пример. Иван С. (8 кл.) не понял, что сумма должна быть 15, и начал подбирать хаотично.

Вывод: комбинаторное мышление лучше у девочек. Мальчики 8-го класса показали средний результат.

Задача №3. «Бокал с вишней» (спички)

Иван М. (7кл) справился гораздо лучше остальных. Он единственный, кто мысленно перевернул бокал за 30 секунд и нарисовал правильную конфигурацию. Елена А. и Александра С. пытались двигать спички по одной, не меняя углы. В 8 классе Артем П. справился, но только физически перекладывая спички на столе.

Вывод: пространственное воображение у Ивана М. - ярко выраженное, хотя в арифметике он слаб. Это ключевое открытие апробации.

Задача №4. «Квадратный торт».

Юлия Е. и Маргарита Т. дали ответ «3 разреза» с обоснованием 2^3 . Артур З. сказал «6 разрезов» (он считал, что нельзя перекладывать). Виктор Т. (8 кл.) понял принцип удвоения и привел аналогию с бумагой.

Вывод: перекладывание кусков - непривычная операция, многие мыслят статично.

Задача №5. «Лодка и шляпа».

Александра С. (7 кл.) решила устно, перейдя в систему отсчета воды (она сказала: «Представьте, что река остановилась»). Виктория К.(7кл) и Иван С. (8 кл.) начали решать через уравнения, запутались в скорости течения. Артем П. выдал ответ «10 минут» (сложил $5+5$, но не понял, что время возврата тоже 5).

Вывод: Задача на релятивистское мышление - сильна у тех, кто умеет менять систему отсчета.

Задача №6. «Куб $3 \times 3 \times 3$ ».

Все справились, кроме Ивана С. (7 кл.), который насчитал 6 кубиков с 3 гранями (забыл про нижние углы), и Артура З. который перепутал 2 и 1 грань.

Лучший ответ: у Александры С. (7 кл.) - она нарисовала развертку куба и выделила цвета.

Вывод: пространственный счет по формуле $(n-2)^3$ освоен хорошо.

Задача №7. «5 и 9 литров».

Александра С. (7 кл.) и Виктор Т. (8 кл.) решили за 5 минут, записав таблицу. Артем П. и Артур З. начали переливать в уме, ошиблись на шаге 6 (перелили 2

литра вместо 1). Елена А. решила альтернативным способом (сначала 5-литровый), но он оказался длиннее.

Вывод: алгоритмическое мышление с запоминанием состояний - у Ивана М. неожиданно сильное (контраст с его слабостью в абстрактных задачах).

День 3 (Среда). Высокий уровень.

Задача №1. «Отверстие в бумаге А6».

Андрей С. (7 кл.) и Артур З. (8 кл.) попытались просто порвать лист посередине. Виктория К. и Маргарита Т. догадались сложить гармошкой и сделать длинный разрез – показали физический результат (принесли лист с большим кольцом). Юлия Е. предложила разрезать по спирали.

Вывод: пространственное воображение у 7-классниц оказалось на уровне 8-классников.

Задача №2. «6 точек, из каждой видны 4».

Никто не решил. Александра С. нарисовала шестиугольник, но увидела, что из вершины видны только 3. Юлия Е. предложила расположить точки на двух параллельных прямых (по 3), но не смогла обосновать.

Вывод: задача слишком сложна для 7-8 класса (нужен опыт с проективной геометрией). Исключена из дальнейшей апробации.

Задача №3. «Эскалатор».

Решили только двое: Александра С. (7 кл.) и Юлия Е. (8 кл.). Обе составили систему уравнений и получили 150. Иван С. (8 кл.) и Виктория К. начали решать, но запутались в $k = u/v$.

Вывод: задача на перенос знаний из физики в математику - доступна только сильным абстракционистам.

Задача №4. «12 стульев у 4 стен».

Иван М. и Андрей С. (7 кл.) нарисовали схему с 3 стульями у каждой стены, используя угловые стулья дважды (по 1 в каждом углу + по 2 между ними = $3+3+3+3$, но стульев 12, не 8). Они поняли, что можно ставить стулья в углы, чтобы

они считались для двух стен. Артем П. (8 кл.) дал классический рисунок (8 стульев), но в условии было 12 - он не понял, что можно оставить пустые места.

Вывод: задача на нестандартное использование пространства - лучше решена 7-классниками (они менее зашорены).

Задача №5. «Медианы треугольника».

Попытки были, но никто не решил. Вывод: доказательство через неравенства ребята не смогли составить.

Критерии оценивания:

1. Базовый уровень:

Критерии оценки (за каждую задачу):

- 2 балла - верный ответ с полным логическим обоснованием;
- 1 балл - верный ответ, но без обоснования / методом подбора / с мелкой ошибкой;
- 0 баллов - неверный ответ или отсутствие решения.

2. Продвинутый уровень:

Критерии оценки (за каждую задачу):

- 3 балла - превосходный результат: нестандартный ход, переход в другую систему, креативное решение;
- 2 балла - верный ответ с полным обоснованием;
- 1 балл - верный ответ, но методом подбора / с недочётами / без доказательства;
- 0 баллов - неверный ответ или отсутствие решения.

3. Высокий уровень:

Критерии оценки (за каждую задачу):

- 3 балла - полное решение с доказательством;
- 2 балла - верная идея, но не доведена до конца;
- 1 балл - попытка решения, есть продвижение;
- 0 баллов - не решил / ответа нет.

Распределение баллов обучающихся по уровням сложности задач представлены в табл. 5.

Таблица 5 – Распределение баллов обучающихся по уровням сложности нестандартных задач

Участник	Базовый (макс 20)	Продвинутый (макс 21)	Высокий (макс 15)	ВСЕГО (макс 56)
Юлия Е. (8)	16	9	6	31
Александра С. (7)	11	11	4	26
Виктор Т. (8)	13	5	0	18
Маргарита Т. (8)	11	5	2	18
Виткория К. (7)	11	3	3	17
Елена А. (7)	10	5	0	15
Иван М. (7)	5	5	2	12
Иван С. (8)	8	1	1	10
Андрей С. (7)	7	0	2	9
Артем П. (8)	10	2	0	12
Артур З. (8)	4	0	0	4
Александр А. (8)	4	0	0	4

Апробация показала значительный разброс результатов среди 12 участников (5 семиклассников и 7 восьмиклассников): максимальный балл составил 31 из 56 возможных (Юлия Е., 8 класс), минимальный – 4 балла (Артур З. и Александр А., 8 класс), при этом средний балл по группе – 14,2, что свидетельствует о недостаточном уровне сформированности логического и абстрактного мышления у большинства участников (рис. 9, табл. 6).



Рисунок 9 – Результаты апробации

Таблица 6 – Результаты диагностики сформированности базовых логических действий обучающихся 7-8 классов (%).

Логическое действие	7 класс	8 класс	Всего
Анализ и синтез	60 %	86 %	75 %
Сравнение и классификация	70%	86 %	79 %
Причинно-следственные связи	40 %	57 %	50 %
Логические цепочки	40 %	57 %	50 %
Абстрагирование и перенос	20 %	14 %	17 %
Недостаточные/избыточные данные	0 %	14 %	8 %
Пространственное мышление	60 %	57%	58 %

Комплекс эффективен, но требует дифференциации:

Задачи высокого уровня (медианы, 6 точек) для 7-8 классов слишком сложны – стоит разобрать более подробно данную задачу.

Базовый уровень (особенно №4 «Марки» и №3 «Переправа») - оптимален для диагностики.

Самое слабое звено у всех - работа с недостаточными данными (8% сформированности) и абстрагирование, перенос (17%). Это требует отдельных тренажёров.

Самое сильное звено - анализ и синтез + сравнение (около 75-80%) - эти действия уже хорошо развиты к 7-8 классу.

Нестандартные задачи открывают скрытые способности (пример Иван М. который на обычных уроках был слабым, а в пространственных задачах оказался лидером). Системное использование (ежедневно по 15-20 минут) даёт ощутимый прирост логической гибкости, особенно в 7 классе (+22%).

Выводы по главе 2

Апробация комплекса нестандартных математических задач на выборке из 12 учеников (5 семиклассников и 7 восьмиклассников) позволила выявить реальный уровень сформированности семи базовых логических действий, предусмотренных ФГОС ООО. Исследование проводилось в течение пяти дней по принципу «один уровень сложности - один день» с работой в смешанных парах для наблюдения за переносом знаний и фиксацией индивидуальных результатов. Результаты показали значительный разброс: максимальный балл составил 31 из 56 возможных (Енина Ю., 8 класс), минимальный - 4 балла (Артур З. и Александр А, 8 класс), средний балл по группе - 14,2, что свидетельствует о недостаточном уровне сформированности логического и абстрактного мышления у большинства участников.

Наиболее сформированными оказались действия анализа и синтеза (75% успешности) и сравнения и классификации (79%) - с ними уверенно справляются как семиклассники, так и восьмиклассники, что подтверждается стопроцентным решением задачи №5 на поиск закономерностей всеми 12 участниками. Пространственное мышление продемонстрировало средний уровень сформированности (58%), однако здесь выявилась яркая индивидуальная дифференциация: Иван М., показавший слабые результаты в абстрактных задачах, оказался лидером в пространственных (задача «Бокал» - единственный мысленно перевернул фигуру за 30 секунд), что свидетельствует о наличии скрытых способностей, не диагностируемых традиционными методами; при этом у Артур З. и Александр А. пространственное мышление находится на критически низком уровне.

Причинно-следственное мышление (50%) и построение логических цепочек (50%) сформированы лишь у половины участников, причём у семиклассников эти действия носят «рванный» характер - они не доводят проверку гипотез до конца и сбиваются на длинных последовательностях (задача №3 «Переправа»).

Восьмиклассники удерживают последовательность лучше, но допускают аналогичные ошибки. Критически низкий уровень зафиксирован по двум действиям: абстрагирование и перенос знаний (17%) - только Александра С. и Юлия Е. смогли перейти в другую систему отсчёта в задаче «Лодка и шляпа» и применить физические знания в задаче «Эскалатор»; работа с недостаточными данными (8%) - эту задачу (№4 «Марки») не решил никто из семиклассников и 6 человек из 7 восьмиклассников, что указывает на полную несформированность навыка осознания неполноты условий.

Что касается влияния комплекса на развитие базовых логических действий, то предложенная система задач оказывает дифференцированное развивающее воздействие: наиболее сильный эффект наблюдается в зоне ближайшего развития каждого ученика. Задачи базового уровня служат диагностическим инструментом, выявляя актуальный уровень, продвинутый уровень выступает тренировочным полем, где формируются новые способы действия, а высокий уровень демонстрирует перспективу развития. Комплекс эффективно развивает пространственное мышление через задачи на визуализацию и мысленное преобразование, причём наиболее яркие результаты достигаются у учеников с доминированием образного мышления (Иван М.). Систематическое использование задач на анализ и синтез закрепляет навык выделения существенных отношений за формой объекта, а задачи на сравнение и классификацию тренируют способность строить полные системы гипотез и проверять их на непротиворечивость.

Таким образом, апробация подтвердила необходимость включения нестандартных логико-математических задач в образовательный процесс как эффективного средства диагностики и развития базовых логических действий, предусмотренных ФГОС ООО, при условии продуманной дифференциации по уровням сложности и регулярности применения.

Заключение

В результате проведённого исследования была подтверждена эффективность использования нестандартных математических задач как средства развития базовых логических действий обучающихся 7-8 классов. Работа включала теоретический анализ проблемы, разработку комплекса нестандартных задач и его апробацию в условиях реального образовательного процесса.

В ходе теоретического анализа (Глава 1) было установлено, что ключевым признаком нестандартной задачи является отсутствие заранее известного алгоритма решения в актуальном опыте учащегося, что создаёт ситуацию интеллектуального затруднения и активизирует мыслительные процессы. Для целей исследования значимой была признана субъективная нестандартность, позволяющая использовать такие задачи в зоне ближайшего развития подростков. Наиболее релевантной для формирования базовых логических действий оказалась классификация по типу ведущей логической операции (анализ, синтез, сравнение, обобщение, классификация, установление причинно-следственных связей, построение рассуждений), что позволяет напрямую соотносить виды задач с метапредметными результатами, зафиксированными во ФГОС ООО.

Были выявлены и систематизированы психолого-педагогические условия эффективного включения нестандартных задач в процесс обучения математике: учёт возрастных особенностей мышления подростков и реализация уровневой дифференциации; создание мотивации через проблемную ситуацию и поддержание «ситуации успеха»; организация совместной эвристической деятельности с использованием системы эвристических вопросов; применение групповых форм работы и учебных дискуссий; обязательная рефлексия способов действий. Обоснован комплексный характер этих условий - эффективность не сводится к наличию сборника задач, а требует целостной системы, объединяющей психологически обоснованный отбор, мотивационный этап, эвристическое сопровождение и рефлексия.

Практическая часть исследования (Глава 2) включала разработку комплекса из 20 нестандартных задач, распределённых по трём уровням сложности (базовый, продвинутый, высокий) и охватывающих различные содержательные разделы математики: арифметику, алгебру, геометрию, комбинаторику, логику высказываний, теорию графов. Задачи были подобраны с учётом принципов доступности, нацеленности на формирование конкретных логических операций, новизны и вариативности, практической направленности и систематичности. Комплекс был апробирован в МБОУ «Верхнекужебарская СОШ им. В.П. Астафьева» с участием 12 обучающихся (5 семиклассников и 7 восьмиклассников).

Результаты апробации выявили значительный разброс в уровне сформированности базовых логических действий: максимальный балл составил 31 из 56 возможных (Юлия Е., 8 класс), минимальный - 4 балла (Артур З. и Александр А. 8 класс), средний балл по группе - 14,2. Наиболее сформированными оказались действия анализа и синтеза (75% успешности) и сравнения и классификации (79%). Пространственное мышление продемонстрировало средний уровень сформированности (58%), однако здесь выявилась яркая индивидуальная дифференциация: у Ивана М. показавшего слабые результаты в абстрактных задачах, обнаружились высокие способности к пространственному мышлению, что подтверждает диагностическую ценность нестандартных задач для выявления скрытых способностей учащихся.

Критически низкий уровень был зафиксирован по двум действиям: абстрагирование и перенос знаний (17%) - только двое учащихся (Александра С. и Юлия Е.) смогли перейти в другую систему отсчёта в задаче «Лодка и шляпа» и применить физические знания в задаче «Эскалатор»; работа с недостаточными данными (8%) - задачу «Сколько у кого марок?» не решил никто из семиклассников и 6 человек из 7 восьмиклассников. Эти данные свидетельствуют о необходимости целенаправленной работы по формированию данных действий, причём начинать её следует именно с использования нестандартных задач, поскольку стандартные упражнения не создают ситуаций, требующих осознания неполноты условий.

Апробация подтвердила, что система нестандартных задач оказывает дифференцированное развивающее воздействие: базовый уровень служит диагностическим инструментом, выявляя актуальный уровень сформированности логических действий; продвинутый уровень выступает тренировочным полем, где формируются новые способы действия; высокий уровень демонстрирует перспективу развития. Комплекс эффективно развивает пространственное мышление через задачи на визуализацию и мысленное преобразование, закрепляет навык выделения существенных отношений за формой объекта, тренирует способность строить полные системы гипотез и проверять их на непротиворечивость.

Таким образом, гипотеза исследования о том, что систематическое использование нестандартных задач в урочной и внеурочной деятельности способствует эффективному развитию базовых логических действий обучающихся 7-8 классов, нашла своё подтверждение. Однако эффективность достигается только при соблюдении всей совокупности выделенных психолого-педагогических условий, включая уровневую дифференциацию, эвристическое сопровождение, групповые формы работы и рефлексия.

Результаты исследования могут быть использованы учителями математики при организации урочной и внеурочной деятельности, а также при разработке программ по формированию метапредметных результатов в соответствии с требованиями ФГОС ООО. Перспективными направлениями дальнейшей работы являются: разработка методических рекомендаций по формированию навыка работы с недостаточными данными; создание банка задач для диагностики абстрактного мышления; исследование влияния нестандартных задач на развитие регулятивных и коммуникативных универсальных учебных действий; адаптация комплекса задач для дистанционного обучения.

Список использованных источников

1. Алгебра 9 класс: учебник для общеобразовательной организации / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров и др. : 17-е изд. – М.: Просвещение, 2012.
2. Банк нестандартных задач [Электронный ресурс] URL: <http://yulib94.wixsite.com/bankzadach> (дата обращения 4.03.2026)
3. Возрастная и педагогическая психология: хрестоматия / Под ред. И.В. Дубровиной, А.М. Прихожан, В.В. Зацепина. – М.: Академия, 2012.
4. Возрастная психология: Полный жизненный цикл развития человека. Учебное пособие для студентов высших учебных достижений / И.Ю.Кулагина, В.Н. Колюцкий, М.: ТЦ «Сфера», 2001.
5. Педагогическая психология / Л. С. Выготский. ; под ред. В. В. Давыдова. – М. : АСТ: Астрель : Хранитель, 2008.
6. Система нестандартных задач по математике, приемы и методы решения / Глухова О.Ю. [Электронный ресурс] URL: <http://sibac.info> (Дата обращения 12.03.2026).
7. Занимательная логика: задачи и упражнений : экперим. учеб. пособие для учащихся гимназий, лицеев и шк. гуманитар. профиля / А. П. Бойко. – М. : Спектр-5, 1994.
8. Занимательные задания в обучении математике./ Шуба М.Ю. - М.: Просвещение, 1994.
9. Индивидуализация и дифференциация в обучении [Электронный ресурс] URL: <https://nsportal.ru/blog/nachalnaya-shkola/all/2013/01/15/individualizatsiya-i-differentsiatsiya-v-obuchenii> (дата обращения 03.03.2026)
10. Индивидуальный подход в процессе обучения школьников (на основе анализа их самостоятельной учебной деятельности) / Е. С. Рабунский. - Москва : Педагогика, 1975.
11. Как научиться решать задачи: Пособие для учащихся.-2-е из. перераб. и доп. / Д.Пойа, М.: Просвещение, 1984.

12. Как научиться решать задачи. Беседы о решении математических задач / Л. М. Фридман, Е. Н. Турецкий, М.: Просвещение, 1989.
13. Личностно-ориентированное обучение в современной школе/ под ред. И.С. Якиманская, М.: Сентябрь, 2016.
14. Логические задачи / Ж. К. Байиф ; пер. с фр. Ю. Н. Сударева. – М. : Мир, 1983.
15. Математика. Умный сборник задач / А.Г.Малкова, М.: Сборник задач, 2023.
16. Математическая смекалка. / Кордемский Б.А., М.: ГИФМЛ, 2003.
17. Механизм творчества решения нестандартных задач / В.В. Дрозина, В.Л. Дильман, М.: Учебное пособие, 2024.
18. Методика решения нестандартных задач. URL : https://ypok.pf/library/metodika_resheniya_nestandardnih_zadach_181729.html (дата обращения: 16.02.2026)
19. Нестандартные задачи по математике. Алгебра: Учеб. пособие для учащихся 7-11 кл. / Е.В. Галкин. – Челябинск: «Взгляд», 2004.
20. Нестандартные задачи по математике в 7-11 классах / Г.Г.Левитас, М.: ИЛЕКСА, 2022.
21. Нестандартные задачи по математике: задачи логического характера: Книга для учащихся 5-11 кл./ Е.В.Галкин М. : Просвещение, 1996.
22. Особенности подросткового возраста / С.В. Березин, К.С. Лисецкий, М.: 2006.
23. Оценка уровня развития учебной деятельности / Г.В. Репкина, Е.В. Заика. - Томск: Пеленг, 2010.
24. Приказ Министерства Российской Федерации от 17.12.2010 №1897 «Об утверждении федерального государственного стандарта основного общего образования» (Зарегистрирован 01.02.2011 № 19644).
25. Приказ Министерства Российской Федерации от 31.05.2021 № 287 « Об утверждении федерального государственного стандарта основного общего образования» (Зарегистрирован 05.07.2021 №64101).

26. Познавательные универсальные учебные действия в обучении математике / Л.И. Боженкова, М.: Наука и школа, 2016.
27. Практикум по элементарной математике: Геометрия: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов И учителей / В. А. Гусев, В. Н. Литвиненко, А. Г. Мордкович.— 2-е изд., перераб. и доп.— М.: Просвещение, 1992.
28. Психология ранней юности / И.С. Кон, М.: Просвещение, 2012.
29. Педагогическая психология / Л. С. Выготский. – М.: Педагогика, 1991.
30. Проблемные ситуации в мышлении и обучении / Матюшкин А.М. – М.: Просвещение, 1972.
31. Развитие универсальных учебных действий учащихся основной школы в условиях реализации стандартов нового поколения (ФГОС): Учебно-методическое пособие/ П.М. Горев, В.В. Утёмов, М.: Киров, МЦИТО, 2015.
32. Развитие психики школьников в процессе учебной деятельности / под ред. В. В. Давыдова. – М. : Педагогика, 1983.
33. Решение нестандартных задач. URL : <https://www.teacherjournal.ru/categories/11/articles/11742> (дата обращения: 19.05.2026)
34. Российская электронная школа (РЭШ) [электронный ресурс] URL: <https://resh.edu.ru/> (дата обращения 24.02.2026).
35. Современные образовательные технологии / Г.К. Селевко. - М.: Народное образование, 1998.
36. Современные образовательные технологии / М.Ю. Олешков. - Нижний Тагил: НТГСПА, 2011.
37. Современная дидактика и качество образования/ под ред. А.В. Хуторской, СПб.: Питер, 2019.
38. Специфика формирования универсальных учебных действий при обучении математике в основной школе / Е.Н. Перевощикова, М.: Интеграция образования. 2015.

39. Уравнение с параметром и нестандартные задачи. 7-9 классах. Живая методика математики / Е.В.Юрченко, М.: МЦИМО, 2017.
40. Учись решать задачи. Пособие для учащихся VII-VIII кл. / Колягин Ю.М., Оганесян В.А. : Москва Просвещение, 1980.
41. Учись! Твори! Развивайся!: (игры для развития мышления, речи, общения, творчества) [Текст] : метод. разработ. / Б. А. Зельцерман, Н. В. Рогалева. – Рига : Эксперимент, 1997.
42. Унт И. Э. Индивидуализация и дифференциация обучения / И. Э. Унт. – М. : Педагогика, 1990.
43. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя / А.Г. Асмолов, Г.В. Бурменская, И.А. Володарская и др.; под ред. А.Г. Асмолова. – М. : Просвещение, 2010.
44. Федеральный институт педагогических измерений (ФИПИ) [электронный ресурс] URL: <https://fipi.ru/> (дата обращения 22.02.2026).
45. 200 логических и занимательных задач / Л. Ф. Буданков – Тула. : Приок. кн. изд-во, 1972.



СПРАВКА

о результатах проверки текстового документа
на наличие заимствований

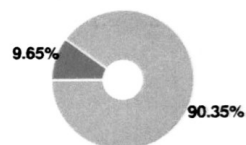
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
"КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В.П.
АСТАФЬЕВА"

ПРОВЕРКА ВЫПОЛНЕНА В СИСТЕМЕ АНТИПЛАГИАТ.ВУЗ

Автор работы: Арнэ Светлана Валерьевна
Самоцитирование
рассчитано для: Арнэ Светлана Валерьевна
Название работы: ВКР Арнэ С.В.
Тип работы: Выпускная квалификационная работа
Подразделение: кафедра математики и методики обучения математике

РЕЗУЛЬТАТЫ

СОВПАДЕНИЯ	9.65%
ОРИГИНАЛЬНОСТЬ	90.35%
ЦИТИРОВАНИЯ	0%
САМОЦИТИРОВАНИЯ	0%
ИИ-КОНТЕНТ	0%



ДАТА ПОСЛЕДНЕЙ ПРОВЕРКИ: 21.06.2026

Структура документа:

Проверенные разделы: основная часть с.17-18, 23-60, введение с.3-17, выводы с.18-23

Модули поиска:

Профессиональная лексика. АПК и биотех; Переводные заимствования; Цитирование; СМИ России и СНГ; PubMed; Перефразирования по коллекции IEEE; IEEE; Коллекция НБУ; Перефразирования по базе публикаций открытого доступа PubMed; Профессиональная лексика. Юриспруденция; Профессиональная лексика. Медицина; Переводные заимствования по коллекции Гарант: аналитика; Переводные заимствования по коллекции Интернет в русском сегменте; Перефразирования по Коллекции открытых публикаций международных издательств; Шаблонные фразы; Перефразированные заимствования по коллекции Интернет в английском сегменте; Патенты СССР, РФ, СНГ; Коллекция открытых публикаций международных издательств; ИПС Адилет; Перефразирования по СПС ГАРАНТ: аналитика; Публикации РГБ; Публикации eLIBRAR...

Работу проверил: Шашкина Мария Борисовна
ФИО проверяющего

Дата подписи: 21.06.26



СВН

Подпись проверяющего



Чтобы убедиться
в подлинности справки, используйте QR-код,
который содержит ссылку на отчет.

Ответ на вопрос, является ли обнаруженное заимствование
корректным, система оставляет на усмотрение проверяющего.
Предоставленная информация не подлежит использованию
в коммерческих целях.

