

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования  
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики  
Выпускающая кафедра: математики и методики обучения математике

**Ярикова Анна Алексеевна**  
ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

**ОЦЕНИВАНИЕ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ  
РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧАЮЩИХСЯ 10–11 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ  
ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ НА ОСНОВЕ ПРОЕКТНЫХ ЗАДАЧ**

Направление подготовки:  
44.03.01 Педагогическое образование  
Направленность (профиль) образовательной программы:  
Математика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ  
Заведующий кафедрой  
канд. пед. наук, доцент М.Б. Шапкина

28.05.2026

(дата, подпись)

Научный руководитель  
канд. пед. наук, доцент О.В. Берсенева

(дата, подпись)

Дата защиты

30.06.26

Обучающийся  
А.А. Ярикова

(дата, подпись)

Оценка хорошо

прописью

Красноярск 2026

## Содержание

|                                                                                                                                                                         |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Введение.....                                                                                                                                                           | 4  |
| Глава 1. Теоретические аспекты оценивания метапредметных образовательных результатов обучающихся 10–11 классов в процессе обучения математике на основе проектных задач |    |
| 1.1. Метапредметные образовательные результаты как современный педагогический феномен .....                                                                             | 9  |
| 1.2. Оценивание метапредметных образовательных результатов как педагогическая проблема.....                                                                             | 16 |
| 1.3. Проектные задачи как средство оценивания метапредметных образовательных результатов.....                                                                           | 23 |
| Выводы по первой главе .....                                                                                                                                            | 35 |
| Глава 2. Методические аспекты оценивания метапредметных образовательных результатов посредством проектных задач по математике                                           |    |
| 2.1. Конструирование проектных задач на материале курсов алгебры, начал анализа и геометрии.....                                                                        | 37 |
| 2.2. Примеры использования проектных задач для оценивания метапредметных образовательных результатов.....                                                               | 45 |
| 2.3. Описание результатов апробационной работы по использованию проектных задач при оценивании метапредметных образовательных результатов .....                         | 57 |
| Выводы по второй главе.....                                                                                                                                             | 67 |
| Заключение.....                                                                                                                                                         | 70 |
| Список использованной литературы.....                                                                                                                                   | 75 |
| Приложение А.....                                                                                                                                                       | 79 |
| Приложение Б.....                                                                                                                                                       | 82 |
| Приложение В.....                                                                                                                                                       | 85 |
| Приложение Г.....                                                                                                                                                       | 87 |

|                   |    |
|-------------------|----|
| Приложение Д..... | 89 |
| Приложение Е..... | 91 |
| Приложение Ж..... | 93 |

## Введение

Актуальность темы исследования обусловлена трансформационными процессами в современной системе российского образования, детерминированными переходом от знаниевой парадигмы к компетентностной модели обучения. Федеральные государственные образовательные стандарты среднего общего образования акцентируют внимание на необходимости формирования и оценивания метапредметных образовательных результатов, что требует от педагогического сообщества разработки инновационных инструментов диагностики, адекватных природе универсальных учебных действий. В контексте математического образования старшей школы проблема оценивания метапредметных результатов приобретает особую значимость, поскольку математика как учебный предмет обладает уникальным потенциалом для развития познавательных, регулятивных и коммуникативных компетенций обучающихся.

Современная педагогическая наука переживает период активного поиска эффективных средств оценивания образовательных результатов, выходящих за рамки традиционного контроля предметных знаний. Метапредметные образовательные результаты, представляющие собой освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия, обеспечивающие способность к самостоятельному приобретению новых знаний и умений, характеризуются сложностью диагностирования посредством стандартизированных контрольно-измерительных материалов. Данное противоречие актуализирует необходимость обращения к альтернативным оценочным инструментам, позволяющим выявить уровень сформированности универсальных учебных действий в условиях, максимально приближенных к реальной познавательной деятельности.

Математическое образование в 10–11 классах представляет собой завершающий этап систематического изучения алгебры, начал

математического анализа и геометрии, на котором происходит интеграция математических знаний и формирование целостной картины математической деятельности. Именно на данном этапе обучающиеся достигают необходимого уровня интеллектуальной зрелости для решения комплексных задач, требующих мобилизации разнообразных познавательных ресурсов. Проектные задачи, являющиеся прообразом проектной деятельности и представляющие собой систему заданий, направленных на получение завершённого продукта через применение освоенных способов действий, обладают значительным потенциалом для оценивания метапредметных результатов. Их использование позволяет диагностировать не только предметные умения, но и способность к планированию, контролю, коррекции деятельности, умение работать с информацией и взаимодействовать в группе.

Теоретические основы метапредметного подхода в образовании заложены в работах А.Г. Асмолова, разработавшего концепцию универсальных учебных действий как основы достижения образовательных результатов [1]; Ю.В. Громыко, предложившего идею метапредметов как мыследеятельностных организованностей [3]; А.В. Хуторского, обосновавшего метапредметное содержание образования [24]. Вопросы формирования метапредметных результатов в процессе обучения математике рассматривались Л.И. Боженковой [5], А.С. Гаврилюк [8], О.В. Тумашевой и О.В. Берсеновой [28], которые показали, что урок математики обладает значительным потенциалом для развития познавательных, регулятивных и коммуникативных универсальных учебных действий. Проблематика оценивания метапредметных результатов отражена в исследованиях В.П. Беспалько [15], В.А. Болотова и Н.Ф. Ефремовой [19], Г.И. Саранцева [22], подчёркивающих ограниченность традиционных контрольно-измерительных материалов для диагностики универсальных учебных действий и необходимость обращения к инструментам аутентичного оценивания. В

работах Е.С. Полат [21], А.Б. Воронцова [27], И.А. Чумаковой [28] обоснован потенциал проектной деятельности и проектных задач как средства оценивания метапредметных результатов. Однако, как показывает анализ специальной литературы, методические аспекты конструирования и использования проектных задач для оценивания метапредметных образовательных результатов именно в старшей школе при обучении математике представлены фрагментарно, отсутствуют систематизированные рекомендации для учителя. Данное обстоятельство определяет проблему исследования: каковы средства эффективного оценивания метапредметных образовательных результатов обучающихся 10–11 классов посредством проектных задач в процессе обучения математике.

Цель выпускной квалификационной работы – разработать и апробировать методические рекомендации по оцениванию метапредметных образовательных результатов в процессе обучения математике обучающихся 10-11 классов на основе проектных задач.

Задачи исследования:

1. на основе анализа психолого-педагогической литературы охарактеризовать метапредметные образовательные результаты как современный педагогический феномен, выявить и описать их структуру;
2. выявить подходы, ориентированные на оценивание метапредметных образовательных результатов обучающихся в процессе обучения математике в 10–11 классах;
3. обосновать педагогический потенциал проектных задач как средства оценивания метапредметных результатов;
4. охарактеризовать этапы конструирования проектных задач, ориентированных на оценивание метапредметных образовательных результатов;

5. разработать и апробировать примеры проектных задач, ориентированных на оценивание метапредметных образовательных результатов обучающихся 10–11 классов в процессе обучения математике.

Объект исследования – процесс обучения математике.

Предмет исследования – проектные задачи как средство оценивания метапредметных образовательных результатов обучающихся.

Методологическую основу исследования составили системно-деятельностный подход (Л.С. Выготский, А.Н. Леонтьев, Д.Б. Эльконин), определяющий сущность образовательных результатов через призму освоенных способов деятельности; компетентностный подход (И.А. Зимняя, А.В. Хуторской), акцентирующий внимание на функциональной грамотности обучающихся; концепция универсальных учебных действий (А.Г. Асмолов), раскрывающая структуру метапредметных результатов.

Методы исследования:

1. теоретические: анализ педагогической, психологической, методической литературы по проблеме исследования; систематизация и обобщение научных подходов к оцениванию метапредметных результатов; моделирование системы оценивания на основе проектных задач;

2. эмпирические: педагогическое наблюдение за деятельностью обучающихся; анкетирование учителей математики; тестирование старшеклассников; анализ продуктов учебной деятельности; констатирующий, формирующий и контрольный педагогический эксперимент;

Практическая значимость работы определяется возможностью использования разработанных методических инструментов учителями математики в практике работы с обучающимися старших классов: внедрением в образовательный процесс проектных задач по алгебре, началам анализа и геометрии; применением критериально-оценочного аппарата для оценивания метапредметных образовательных результатов обучающихся.

Структура выпускной квалификационной работы состоит из введения, двух глав, заключения и списка использованной литературы. Во введении обоснованы актуальность темы исследования, определены цель, задачи, объект, предмет, гипотеза, методологическая основа, методы и практическая значимость работы. В первой главе рассмотрена сущность метапредметных образовательных результатов как современного педагогического феномена, проанализирована проблематика их оценивания в процессе обучения математике в 10–11 классах, теоретически обоснован потенциал проектных задач как средства диагностики универсальных учебных действий. Во второй главе представлены результаты апробационной работы по оцениванию метапредметных образовательных результатов обучающихся на основе проектных задач. В заключении подведены итоги исследования, сформулированы выводы. В работе приведены таблицы, рисунки, схемы и приложения.

# **ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОЦЕНИВАНИЯ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧАЮЩИХСЯ 10–11 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ НА ОСНОВЕ ПРОЕКТНЫХ ЗАДАЧ**

## **1.1. Метапредметные образовательные результаты как современный педагогический феномен**

Трансформация образовательной парадигмы, произошедшая в начале XXI века в российской системе образования, ознаменовалась переходом от традиционной модели передачи предметных знаний к компетентностно–ориентированному обучению, акцентирующему внимание на формировании у обучающихся способности к самостоятельной познавательной деятельности. В контексте данной трансформации концепт метапредметных образовательных результатов приобрел статус базовой категории педагогической науки и практики, определяющей целевые ориентиры современного образования. Метапредметность как педагогический феномен отражает стремление преодолеть фрагментарность знаниевой системы и обеспечить целостность образовательного процесса через освоение обучающимися универсальных способов деятельности, применимых в различных предметных областях и жизненных ситуациях.

Учёные по-разному объясняют, что такое метапредметные результаты. Например, А.Г. Асмолов (один из разработчиков стандартов) говорит, что это такие способы действий, которые ученик может использовать и в школе, и в жизни. То есть он не просто заучил правило, а умеет применить его в новой ситуации. [1, с. 27]. Данная трактовка акцентирует деятельностную природу метапредметных результатов, подчеркивая их инструментальный характер. Г.Б. Голуб и О.В. Чуракова интерпретируют метапредметность через призму способности обучающихся к переносу освоенных способов действий из одной

предметной области в другую [2, с. 15]. Н.В. Громыко рассматривает метапредметные результаты как продукт освоения метапредметов – особых учебных предметов, конструируемых вокруг мыследеятельностных организованностей [3, с. 33]

А.В. Хуторской определяет метапредметные результаты как образовательные результаты, проявляющиеся в способности учащихся использовать освоенные способы деятельности для решения новых, в том числе нетипичных задач, выходящих за рамки конкретного учебного предмета [24, с. 112]. В.В. Сериков трактует метапредметные результаты как интегральную характеристику личности, отражающую её готовность к самообразованию и саморазвитию на основе освоения универсальных способов деятельности [30, с. 45]. И.С. Якиманская связывает метапредметные результаты с развитием познавательных стратегий, позволяющих обучающемуся самостоятельно организовывать свою учебную деятельность. Е.Н. Кабанова–Меллер рассматривает метапредметные результаты как сформированность приёмов умственной деятельности, обеспечивающих успешность решения широкого круга задач. В.В. Давыдов и Д.Б. Эльконин в рамках теории развивающего обучения подчёркивают, что метапредметные результаты связаны с овладением обобщёнными способами действий, лежащими в основе теоретического мышления [9; 29]. П.Я. Гальперин в теории поэтапного формирования умственных действий акцентирует внимание на внутреннем плане действий как основе метапредметных умений [10]. А.Н. Леонтьев в деятельностной теории подчёркивает, что освоение деятельности ведёт к формированию обобщённых способов ориентировки в различных ситуациях.

ФГОС задает рамочное понимание структуры МОР и закрепляет трехкомпонентную структуру метапредметных результатов, включающую освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия; способность их использования в познавательной и социальной

практике; самостоятельность в планировании и осуществлении учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками [31].

Данная структура отражает многоаспектность метапредметных результатов. На основе анализа универсальных учебных действий, представленного в работах А.Г. Асмолова и др. [1], в структуре метапредметных результатов можно выделить три взаимосвязанных компонента: когнитивный (освоенные способы деятельности, межпредметные понятия и знания о них), праксеологический (способность применять освоенные способы действий в различных ситуациях, включая перенос в новые контексты) и рефлексивно–регулятивный (самостоятельность в планировании, контроле, коррекции и оценке собственной деятельности). Эти компоненты конкретизируют деятельность природу метапредметных результатов и служат основой для разработки оценочных инструментов.

В отличие от предметных результатов, имеющих четко определенное содержание в рамках конкретной образовательной области, метапредметные результаты характеризуются транспредметностью и формируются интегративно в процессе освоения различных учебных дисциплин.

Систематизация научных подходов к классификации метапредметных результатов позволяет выделить несколько оснований для их типологии. Наиболее распространенной является классификация универсальных учебных действий, разработанная А.Г. Асмоловым и включающая четыре блока: познавательные, регулятивные, коммуникативные и личностные универсальные учебные действия [1, с. 44]. Однако в контексте метапредметных образовательных результатов личностные универсальные учебные действия традиционно рассматриваются отдельно, поскольку ФГОС выделяет личностные результаты как самостоятельную категорию образовательных достижений. Таким образом, структура метапредметных результатов,

рассматриваемая в данном исследовании, включает три группы универсальных учебных действий: познавательные, регулятивные и коммуникативные [4, с. 89]. Ниже представлена структура метапредметных результатов, конкретизированная применительно к обучению математике в старшей школе представлена в таблице 1.

Таблица 1 – Структура метапредметных образовательных результатов обучающихся 10–11 классов в процессе обучения математике

| Вид УУД        | Компонент                    | Характеристика применительно к обучению математике                                                                                                                                                                                                                                                   |
|----------------|------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Познавательные | Общеучебные                  | Самостоятельное выделение познавательной цели при решении математической задачи; поиск и выделение необходимой информации (в т.ч. в графиках, таблицах, диаграммах); структурирование знаний; осознанное построение математического высказывания; выбор наиболее эффективных способов решения задачи |
|                | Логические                   | Анализ условия задачи, синтез решения, сравнение математических объектов, классификация функций/геометрических фигур, подведение под понятие, установление причинно–следственных связей, построение логической цепи рассуждений (доказательство теорем), выдвижение и обоснование гипотез            |
|                | Постановка и решение проблем | Формулирование проблемы на основе анализа задачной ситуации; самостоятельное создание способов решения проблемы (в т.ч. с помощью математического моделирования)                                                                                                                                     |
| Регулятивные   | Целеполагание                | Постановка учебной задачи на основе известного и неизвестного в математической проблеме                                                                                                                                                                                                              |
|                | Планирование                 | Определение последовательности шагов решения (алгоритма), составление плана доказательства                                                                                                                                                                                                           |
|                | Прогнозирование              | Предвосхищение результата (корней уравнения, вида графика, характера зависимости)                                                                                                                                                                                                                    |

| Вид УУД         | Компонент                      | Характеристика применительно к обучению математике                                                                                                |
|-----------------|--------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                 | Контроль                       | Сличение способа действия и его результата с эталоном (проверка вычислений, обоснованности шагов)                                                 |
|                 | Коррекция                      | Внесение необходимых дополнений и корректив в план решения                                                                                        |
|                 | Оценка                         | Выделение и осознание того, что уже усвоено и что подлежит усвоению, оценка качества решения                                                      |
|                 | Саморегуляция                  | Способность к мобилизации сил и волевому усилию при решении сложной математической задачи                                                         |
| Коммуникативные | Планирование сотрудничества    | Определение целей, функций участников, способов взаимодействия при коллективном решении математической задачи                                     |
|                 | Постановка вопросов            | Инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации (уточнение условия, запрос дополнительных данных)                                         |
|                 | Разрешение конфликтов          | Выявление и идентификация проблемы при обсуждении решения, поиск и оценка альтернативных способов                                                 |
|                 | Управление поведением партнера | Контроль, коррекция, оценка действий партнера по решению                                                                                          |
|                 | Выражение мыслей               | Умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли в соответствии с задачами коммуникации (устное объяснение решения, запись на доске) |

Специфика метапредметных результатов определяется рядом сущностных характеристик, отличающих их от предметных и личностных образовательных достижений. Метапредметные результаты обладают свойством транспредметности, то есть применимости в различных образовательных областях и жизненных контекстах. Они характеризуются инструментальностью

– представляют собой не знания о действительности, а способы взаимодействия с ней. Они имеют процессуальную природу: их формирование – длительный процесс постепенного освоения универсальных способов деятельности [8]. Метапредметные результаты характеризуются интегративностью и многокомпонентностью. Именно эти особенности обуславливают основные проблемы их диагностики, которые будут рассмотрены в следующем параграфе.

Математическое образование обладает значительным потенциалом для формирования метапредметных результатов, что обусловлено спецификой математики как учебного предмета. Математика, являясь формализованной системой знаний, оперирует абстрактными объектами и отношениями между ними, что требует высокого уровня развития познавательных универсальных учебных действий. Процесс решения математических задач предполагает анализ условия, выделение существенных отношений, построение модели задачной ситуации, выбор адекватного способа решения, осуществление решения и проверку полученного результата – все эти этапы представляют собой компоненты познавательных и регулятивных универсальных учебных действий [11, с. 145].

В старшей школе, на этапе изучения алгебры и начал математического анализа, а также геометрии, математическое образование достигает высокого уровня абстрактности и общности. Обучающиеся 10–11 классов оперируют сложными математическими понятиями, такими как функция, производная, интеграл, вектор, многогранник, тело вращения, что требует развитого абстрактного мышления и способности к обобщению. Доказательство теорем, являющееся неотъемлемой частью курса геометрии, формирует логические универсальные учебные действия: умение строить логическую цепь рассуждений, выдвигать гипотезы и обосновывать их. Исследование свойств математических объектов развивает такие познавательные действия, как анализ, синтез, сравнение, классификация [12, с. 67].

Однако, несмотря на очевидный потенциал математики для формирования метапредметных результатов, традиционная система обучения, ориентированная преимущественно на формирование предметных знаний и умений, не всегда обеспечивает целенаправленное развитие универсальных учебных действий. Для реализации метапредметного потенциала математического образования необходима специальная организация учебной деятельности обучающихся, включающая использование проблемных ситуаций, исследовательских задач, проектной деятельности, коллективных форм работы. Именно в процессе решения комплексных задач, требующих интеграции различных математических знаний и способов действий, обучающиеся осваивают универсальные учебные действия, которые впоследствии могут быть перенесены в другие предметные области и жизненные ситуации [13, с. 178].

Таким образом, метапредметные образовательные результаты представляют собой сложный многокомпонентный педагогический феномен, отражающий современное понимание целей образования как формирования у обучающихся универсальных способов деятельности, обеспечивающих способность к самостоятельному познанию и саморазвитию. Специфика метапредметных результатов определяется их транспредметностью, инструментальностью, процессуальной природой, интегративностью и многокомпонентностью. Математическое образование обладает значительным потенциалом для формирования всех групп универсальных учебных действий, однако реализация этого потенциала требует целенаправленной организации учебной деятельности и использования специальных педагогических средств, одним из которых являются проектные задачи.

## **1.2. Оценивание метапредметных образовательных результатов как педагогическая проблема**

Проблема оценивания метапредметных образовательных результатов представляет собой один из наиболее сложных и дискуссионных вопросов современной педагогической науки и практики. Специфика метапредметных результатов, их интегративный и деятельностный характер, обуславливают неприменимость традиционных контрольно-оценочных процедур, ориентированных преимущественно на диагностику знаниевого компонента образовательных достижений. Если предметные результаты могут быть относительно легко измерены посредством стандартизированных тестов, контрольных работ, устных опросов, то оценивание универсальных учебных действий требует иных подходов и инструментов, позволяющих зафиксировать процессуальные характеристики деятельности обучающихся, их способность к применению освоенных способов действий в различных контекстах [15, с. 56].

Анализ психолого-педагогической литературы позволяет выделить ряд концептуальных проблем, связанных с оцениванием метапредметных результатов. Первая проблема связана с латентностью универсальных учебных действий – их невозможно наблюдать непосредственно, поскольку они представляют собой внутренние психические процессы. Оценивание может осуществляться лишь опосредованно, через анализ продуктов деятельности обучающихся или наблюдение за процессом выполнения ими учебных заданий. Однако при этом возникает проблема интерпретации: одно и то же внешнее действие может быть результатом применения различных универсальных учебных действий, и, напротив, одно универсальное учебное действие может проявляться в различных формах [4, с. 78]. Например, правильное решение математической задачи может быть получено как в результате применения алгоритма (репродуктивный уровень), так и путем творческого поиска нестандартного способа решения (продуктивный уровень), что существенно

различается с точки зрения сформированности познавательных универсальных учебных действий.

Вторая концептуальная проблема оценивания метапредметных результатов связана с их контекстной обусловленностью. Универсальные учебные действия формируются и проявляются всегда в определенном предметном контексте, и степень их сформированности может существенно различаться в зависимости от содержания деятельности. Обучающийся, демонстрирующий высокий уровень развития познавательных универсальных учебных действий при работе с математическим материалом, может испытывать затруднения при применении тех же способов действий в гуманитарных предметах. Это ставит вопрос о том, в каком предметном контексте следует оценивать универсальные учебные действия и как обеспечить валидность измерения их универсальности [16, с. 134].

Третья проблема касается динамичности метапредметных результатов. Универсальные учебные действия не являются стабильными характеристиками обучающегося, а находятся в процессе постоянного развития и совершенствования. Соответственно, оценивание должно иметь не констатирующий, а формирующий характер, отслеживая динамику развития универсальных учебных действий во времени. Это требует организации мониторинговых процедур, предполагающих неоднократную диагностику с определенной периодичностью, что существенно усложняет организационную сторону оценивания [17, с. 89].

Четвертая проблема связана с многокомпонентностью и иерархичностью структуры универсальных учебных действий. Каждая группа универсальных учебных действий включает множество конкретных способов действий, находящихся в сложных взаимосвязях друг с другом. Комплексное оценивание всего спектра универсальных учебных действий представляется практически нереализуемым в условиях реального образовательного процесса, что ставит

вопрос о выборе ключевых, наиболее значимых универсальных учебных действий для оценивания [18, с. 156].

В теории педагогических измерений различают традиционный и альтернативный подходы к оцениванию образовательных результатов. Традиционный подход предполагает использование стандартизированных контрольно-измерительных материалов, позволяющих получить объективную количественную оценку достижений обучающихся. Однако применительно к метапредметным результатам традиционный подход имеет существенные ограничения, поскольку стандартизированные тесты, как правило, измеряют изолированные знания и умения, не позволяя диагностировать комплексные способы деятельности в условиях, приближенных к реальным [19, с. 67].

Альтернативный подход к оцениванию, развивающийся в мировой педагогике с 1980-х годов, основывается на идее аутентичного оценивания – диагностики образовательных достижений в контексте реальной или моделируемой практической деятельности. К инструментам аутентичного оценивания относятся: портфолио, проекты, перформанс-тесты, самооценивание и взаимооценивание [20]. Применительно к оцениванию метапредметных результатов инструменты аутентичного оценивания представляются более адекватными, поскольку они позволяют диагностировать универсальные учебные действия в процессе их применения для решения комплексных задач. В контексте математического образования особый интерес представляют проектные и проектно-исследовательские задачи, требующие от обучающихся не только применения предметных знаний, но и мобилизации познавательных, регулятивных и коммуникативных универсальных учебных действий [21, с. 178].

В методике обучения математике предложены различные подходы к оцениванию метапредметных результатов. Г.И. Саранцев предлагает использовать для диагностики познавательных универсальных учебных действий специально сконструированные математические задачи, требующие

применения различных интеллектуальных операций: анализа, синтеза, сравнения, обобщения, классификации, аналогии [22, с. 89]. Например, задание на классификацию математических объектов по различным основаниям позволяет оценить умение обучающихся выделять существенные признаки, устанавливать родовидовые отношения.

Т.А. Иванова и Е.Н. Перевощикова рассматривают в качестве средства оценивания метапредметных результатов учебно-исследовательскую деятельность обучающихся по математике. В процессе выполнения учебного исследования старшеклассники осуществляют постановку проблемы, выдвигают гипотезу, планируют исследование, осуществляют сбор и анализ данных, формулируют выводы и представляют результаты – все эти этапы соответствуют компонентам познавательных и регулятивных универсальных учебных действий. Оценивание может осуществляться на основе наблюдения за деятельностью обучающихся на различных этапах исследования, анализа промежуточных и итоговых продуктов, самооценивания [14, с. 134].

О.Б. Епишева обосновывает возможность оценивания метапредметных результатов на основе анализа особенностей выполнения обучающимися различных типов учебных заданий. Репродуктивные задания позволяют оценить базовый уровень сформированности универсальных учебных действий. Продуктивные задания диагностируют повышенный уровень. Творческие задания свидетельствуют о высоком уровне развития универсальных учебных действий [23, с. 156].

Эффективным средством оценивания метапредметных образовательных результатов выступает проектная деятельность. Как отмечает Е.С. Полат, метод проектов позволяет интегрировать знания из различных областей для решения одной проблемы, что создает естественную среду для проявления и диагностики универсальных учебных действий [21, с. 112]. В процессе работы над проектом обучающиеся самостоятельно планируют деятельность, распределяют роли,

осуществляют поиск и анализ информации, презентуют результаты – именно эти действия составляют ядро регулятивных и коммуникативных УУД. Однако полноценная проектная деятельность требует значительных временных затрат, что ограничивает ее использование в качестве регулярного оценочного инструмента. Более гибкой альтернативой выступают проектные задачи, которые сохраняют ключевые характеристики проекта, но адаптированы для решения в рамках одного–двух уроков.

Для оценивания регулятивных универсальных учебных действий в процессе обучения математике могут использоваться специальные приемы. Так, для диагностики умения планировать деятельность обучающимся может быть предложено составить план решения задачи или доказательства теоремы до начала выполнения работы. Для оценивания контрольно-оценочных действий эффективен прием взаимопроверки или самопроверки решений по критериям. Развернутые письменные работы, включающие не только решение задачи, но и описание хода рассуждений, позволяют оценить рефлексивные способности обучающихся [24].

Оценивание коммуникативных универсальных учебных действий в процессе обучения математике представляет особую сложность, поскольку традиционная индивидуальная форма организации учебной деятельности не создает условий для их проявления. Для диагностики коммуникативных универсальных учебных действий необходимо использовать групповые формы работы, предполагающие взаимодействие обучающихся при решении математических задач. Наблюдение за процессом группового решения задачи позволяет оценить такие компоненты коммуникативных универсальных учебных действий, как умение формулировать свою позицию, аргументировать ее, учитывать мнение партнеров, координировать действия, распределять функции в совместной деятельности [7, с. 201].

Специфика оценивания метапредметных результатов в старшей школе определяется возрастными особенностями обучающихся 10–11 классов и содержанием математического образования на данном этапе. Старшеклассники обладают развитым абстрактно–логическим мышлением, способны к рефлексии собственной деятельности, что создает предпосылки для использования более сложных оценочных процедур, включающих элементы самооценивания. Содержание курсов алгебры и начал математического анализа, геометрии характеризуется высокой степенью абстрактности, обобщенности, интегративности, что позволяет конструировать оценочные задания, требующие применения универсальных учебных действий высокого уровня [25, с. 67].

Важным аспектом оценивания метапредметных результатов является разработка критериев и показателей сформированности универсальных учебных действий. Критерии должны быть операционализированы, то есть представлены в виде наблюдаемых и измеряемых показателей. Например, для познавательного универсального учебного действия «анализ» могут быть выделены следующие показатели: способность выделять отдельные элементы в структуре математического объекта; умение устанавливать связи и отношения между элементами; способность выделять существенные и несущественные признаки объекта; умение сравнивать объекты по выделенным признакам [5, с. 145]. Каждый показатель может быть оценен по уровневой шкале, что позволяет получить интегральную оценку.

Организационно оценивание метапредметных результатов может осуществляться в различных формах. Текущее оценивание предполагает диагностику универсальных учебных действий в процессе повседневной учебной деятельности. Периодическое (рубежное) оценивание осуществляется по завершении изучения крупных содержательных блоков. Итоговое оценивание проводится в конце учебного года или на завершающем этапе обучения [26, с. 89].

Перспективным направлением развития системы оценивания метапредметных результатов является использование цифровых технологий. Электронные образовательные платформы позволяют создавать интерактивные задания, автоматически фиксирующие не только правильность ответа, но и процесс решения, время выполнения, количество попыток. Однако цифровизация оценивания не должна подменять собой наблюдение и качественный анализ деятельности обучающихся [27, с. 201].

В современной педагогической литературе подчеркивается, что наиболее эффективным инструментом оценивания метапредметных результатов выступает именно проектная деятельность и ее разновидности. Как отмечает Е.С. Полат, «метод проектов позволяет интегрировать знания из различных областей для решения одной проблемы, что создает естественную среду для проявления и диагностики универсальных учебных действий» [21, с. 112]. В процессе работы над проектом обучающиеся самостоятельно планируют деятельность, распределяют роли, осуществляют поиск и анализ информации, презентуют результаты – именно эти действия составляют ядро регулятивных и коммуникативных УУД. А.Б. Воронцов также подчеркивает, что «проектные задачи являются наиболее адекватным инструментом для оценки метапредметных результатов, поскольку они требуют от учащегося не воспроизведения знаний, а их применения в новой, часто неопределенной ситуации» [27, с. 52]. Однако полноценная проектная деятельность требует значительных временных затрат, что ограничивает ее использование в качестве регулярного оценочного инструмента. Более гибкой альтернативой выступают проектные задачи, которые сохраняют ключевые характеристики проекта, но адаптированы для решения в рамках одного–двух уроков.

Таким образом, оценивание метапредметных образовательных результатов в процессе обучения математике представляет собой сложную педагогическую проблему, сопряженную с латентностью, контекстной обусловленностью,

динамичностью и многокомпонентностью универсальных учебных действий. Традиционные контрольно–оценочные процедуры не обеспечивают адекватной диагностики, что актуализирует необходимость использования альтернативных подходов и инструментов аутентичного оценивания. В контексте математического образования старшей школы перспективным средством оценивания метапредметных результатов являются проектные задачи, которые позволяют в условиях ограниченного учебного времени диагностировать сформированность познавательных, регулятивных и коммуникативных универсальных учебных действий.

### **1.3. Проектные задачи как средство оценивания метапредметных образовательных результатов**

В арсенале современной педагогики проектные задачи занимают особое место как инструмент, органично сочетающий функции формирования и оценивания метапредметных образовательных результатов. И.А. Чумакова подчеркивает, что «для оценки УУД, ключевых компетенций можно использовать проектную задачу как измеритель», а «опыт оценивания действий учащихся в ходе решения проектной задачи может создать определенный прецедент в оценивании метапредметных результатов» [28, с. 5]. Таким образом, в науке показан потенциал проектных задач для проведения процедуры оценивания современных образовательных результатов, в том числе метапредметных. Для определения статуса проектной задачи как средства оценивания метапредметных образовательных результатов при обучении математике, сформулируем понимание о содержании и структуре данного педагогического феномена.

Генезис проектных задач восходит к методу проектов, получившему развитие в трудах Дж. Дьюи и У.Х. Килпатрика в начале XX века и переосмысленному в отечественной педагогике в последние десятилетия. Однако

проектная задача, сохраняя концептуальные основания проектной деятельности, имеет специфические характеристики, отличающие ее от полноценного проекта и обуславливающие возможности ее использования в качестве оценочного инструмента.

С целью выявления особенностей педагогического объекта «проектная задача» обратимся к анализу существующих определений данного термина, представленного в психолого-педагогической литературе. Отметим, что в современной отечественной педагогической литературе представлены различные подходы к определению понятия «проектная задача». В.М. Заславский отмечает, что проектная задача «занимает промежуточное положение между «обычными» предметными задачами и полноценным проектом, что делает ее особенно удобной для использования в рамках урочной системы» [30, с. 12]. Данная точка зрения позволяет отделить проектную задачу от проекта, представляя ее как упрощенный вариант последнего, подчеркивая ее перспективность использования в урочной деятельности.

Наиболее значимым для нашего исследования является мнение о понимании сущности проектной задачи, представленной в работах А.Б. Воронцова. Автор определяет проектную задачу как «набор заданий, стимулирующих систему действий учащихся, направленных на получение продукта, и одновременно качественное самоизменение учащихся» [27, с. 45]. Близкую точку зрения демонстрируют О.В. Тумашева и О.В. Берсенева, исследующие использование проектных задач в математическом образовании, дают следующее определение: под проектной задачей следует понимать систему заданий (действий), направленных на поиск пути достижения результата в виде реального «продукта» [28].

В работе И.А. Чумаковой проектная задача определяется как «измеритель для оценки УУД и ключевых компетенций», который «создаёт прецедент в оценивании метапредметных результатов» [28, с. 5]. Е.С. Полат, рассматривая

проектную деятельность, отмечает, что проектная задача, будучи её упрощённым вариантом, «организует деятельность учащихся в квазиреальной ситуации и требует создания материального или интеллектуального продукта» [21, с. 115]. В исследовании О.В. Тумашевой и О.В. Берсеновой уточняется, что проектная задача – это «система заданий (действий), направленных на поиск пути достижения результата в виде реального «продукта» [28, с. 27]. А.Б. Воронцов и В.М. Заславский подчёркивают, что проектная задача «занимает промежуточное положение между обычными предметными задачами и полноценным проектом», что делает её удобной для урочной системы [27, с. 45; 30, с. 12].

В нашем исследовании в вопросе трактовки понятия «проектная задача» мы придерживаемся точки зрения А.Б. Воронцова, который понимает проектную задачу как «набор заданий, стимулирующих систему действий учащихся, направленных на получение «продукта», и одновременно качественное самоизменение учащихся» [27, с. 45]. Данное определение выбрано, поскольку оно, акцентирует не только внешний результат (продукт), но и внутренние изменения в самом ученике, что соответствует целям формирования метапредметных результатов; оно подчёркивает системность заданий, что позволяет диагностировать комплекс УУД; оно согласуется с идеей аутентичного оценивания, где важен не столько конечный ответ, сколько процесс деятельности и его рефлексия.

Для понимания специфики проектной задачи как оценочного инструмента важно различать ее с другими типами учебных задач [1; 10]. В таблице 2 представлено сравнение проектной задачи с учебной, конкретно–практической и творческой (олимпиадной) задачами.

Таблица 2 – Сравнительная характеристика проектной задачи и других типов учебных задач

| Критерий сравнения       | Учебная задача                                     | Конкретно-практическая задача                          | Творческая (олимпиадная) задача                           | Проектная задача                                             |
|--------------------------|----------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| Основная цель            | Поиск общего способа решения для класса задач      | Отработка (применение) уже освоенных способов действий | Решение нестандартной задачи, не имеющей готового способа | Получение реального «продукта» в квазиреальной ситуации      |
| Характер решения         | Алгоритмический, поиск общего способа              | Репродуктивный, применение известного алгоритма        | Творческий, не имеющий готового формального способа       | Вариативный, множественность путей решения                   |
| Продукт                  | Модель (обобщенный способ действия)                | Правильный ответ (число, формула, краткое решение)     | Само решение как таковое                                  | Реальный, конкретный продукт (план, проект, таблица, график) |
| Организация работы       | Индивидуальная или фронтальная, в учебной ситуации | Преимущественно индивидуальная                         | Индивидуальная                                            | Групповая, в квазиреальной ситуации                          |
| Наличие неопределенности | Низкая (способ известен или должен быть открыт)    | Отсутствует (способ известен)                          | Высокая (способ неизвестен)                               | Средняя (способ не задан жестко, но есть ориентиры)          |
| Роль учителя             | Организация открытия нового способа                | Контроль правильности применения                       | Создание проблемной ситуации                              | Наблюдение, экспертиза, консультирование                     |

Таким образом, сравнительный анализ показывает, что проектная задача принципиально отличается от других типов учебных задач по следующим параметрам: она нацелена на получение реального продукта в квазиреальной ситуации, характеризуется вариативностью решений и групповой организацией

работы, а также средней степени неопределённости. Это делает её эффективным инструментом для оценивания метапредметных результатов, так как требует от учащихся применения универсальных учебных действий в условиях, приближенных к реальной жизни, и позволяет зафиксировать не только предметные умения, но и познавательные, регулятивные и коммуникативные действия. Исследователи выделяют несколько типов проектных задач в зависимости от различных оснований (Рисунок 1).

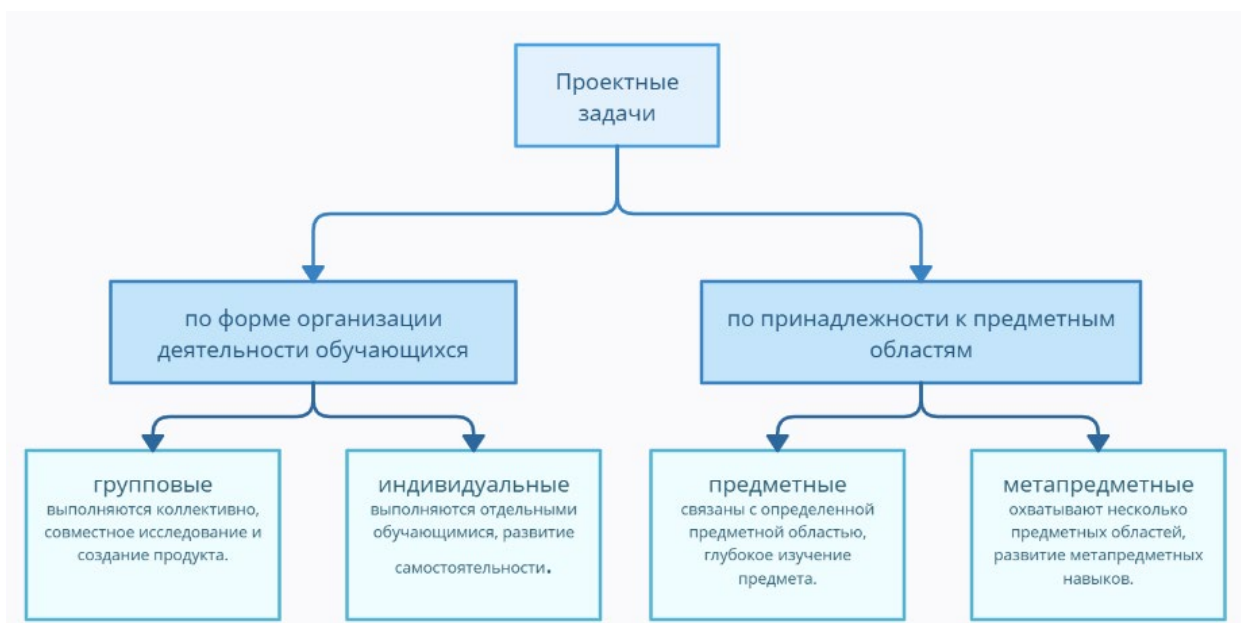


Рисунок 1 – Типы проектных задач

О.В. Тумашева и О.В. Берсенева выделяют четыре основных требования, которым должна удовлетворять проектная задача [28, с. 27]:

- Ситуационная значимость – в задаче должна описываться ситуация, разрешение которой будет интересно и поси́льно учащимся, что создает мотивационную основу для деятельности.
- Интегративность – выполнение заданий предполагает применение предметных знаний и метапредметных умений в их взаимосвязи.

- Неопределенность – допускается неопределенность в отношении способа решения и конечного результата, что создает условия для проявления творческого подхода и самостоятельности.

- Продуктивность – система заданий должна обеспечивать получение конкретного продукта деятельности и позволять продвигаться в решении как последовательно, так и действуя избирательно.

Проектная задача, по сути, представляет собой сюжетную задачу. Однако как отмечает А.Б. Воронцов, проектная задача имеет специфическую структуру, отличающую ее от традиционных сюжетных задач, которые мы обнаруживаем в учебниках по математике [27, с. 48]. В структуре проектной задачи можно выделить следующие компоненты:

- Вводная часть (ситуация–стимул) – описание квазиреальной ситуации, создающей проблемный фон и мотивирующей учащихся на решение. Эта часть должна быть интересной, понятной и посильной для учащихся.

- Система заданий – набор взаимосвязанных заданий, каждое из которых ориентировано на определенные предметные и метапредметные результаты. Задания могут иметь разный уровень сложности, что позволяет учащимся делать осознанный выбор.

- Инструкция для учащихся – описание порядка работы, формы представления результатов, временных рамок, правил взаимодействия в группе.

- Приложения дополнительные материалы, содержащие информацию, необходимую для решения (карты, схемы, таблицы, формулы, справочные данные).

- Ожидаемый продукт – конкретный результат, который должны получить учащиеся по завершении работы (план, схема, таблица, график, диаграмма, письменное обоснование).

Таим образом, можно определить педагогическую значимость проектных задач в процессе оценивания метапредметных результатов обучения в процессе

обучения математике. Эффективность проектных задач обусловлена их способностью решать те концептуальные проблемы оценивания метапредметных результатов, которые были выделены в параграфе 1.2, и одновременно диагностировать те группы универсальных учебных действий, структура которых представлена в таблице 1 параграфа 1.1.

Решение проблемы латентности УУД. Как отмечалось в параграфе 1.2, универсальные учебные действия невозможно наблюдать непосредственно, поскольку они представляют собой внутренние психические процессы. Проектная задача решает эту проблему благодаря тому, что требует не просто правильного ответа, а развернутого процесса решения, который может быть зафиксирован через внешнее наблюдение. Как подчеркивает И.А. Чумакова, «основной оценочной процедурой при решении проектной задачи учащимися может стать встроенная экспертная оценка внешнего наблюдателя» [28, с. 12]. В процессе работы над проектной задачей внешние проявления (обсуждение в группе, построение плана на доске, распределение ролей, публичная презентация продукта) делают внутренние психические процессы доступными для фиксации и оценки. Эксперт, наблюдая за работой группы, может зафиксировать проявление регулятивных действий (планирование, контроль времени, коррекция), коммуникативных действий (умение договариваться, аргументировать, распределять функции) и познавательных действий (анализ условия, работа с информацией).

Решение проблемы контекстной обусловленности. Проектная задача всегда строится вокруг конкретной квазиреальной ситуации, что позволяет оценивать универсальные учебные действия именно в том предметном контексте, который актуален для обучения математике в старшей школе. Кроме того, трехуровневая модель заданий (уровень А – повседневный, уровень В – прикладной, уровень С – творческий), предложенная О.В. Тумашевой и О.В. Берсеновой [29, с. 27], позволяет проследить, насколько обучающийся способен

переносить освоенные способы действия в новые, более сложные условия. Выполняя задания уровня С, учащийся демонстрирует способность к творческому применению универсальных учебных действий в нестандартных ситуациях, что является показателем высокого уровня их сформированности.

Решение проблемы многокомпонентности. Проектная задача комплексно охватывает все три группы универсальных учебных действий, выделенные в таблице 1 параграфа 1.1. Рассмотрим, как это происходит на примере математической проектной задачи.

Оценивание познавательных УУД (общеучебных, логических, действий постановки и решения проблем) осуществляется через анализ того, как учащиеся:

- выделяют познавательную цель при решении математической задачи;
- осуществляют поиск и выделение необходимой информации (в таблицах, графиках, схемах);
- структурируют знания, строят логическую цепь рассуждений;
- анализируют условие задачи, сравнивают математические объекты, классифицируют их;
- формулируют проблему и предлагают способы ее решения.

Оценивание регулятивных УУД (целеполагания, планирования, прогнозирования, контроля, коррекции, оценки, саморегуляции) осуществляется через наблюдение за тем, как учащиеся:

- ставят учебную задачу на основе известного и неизвестного;
- определяют последовательность шагов решения, составляют план;
- предвосхищают результат (например, характер зависимости, вид графика);
- осуществляют контроль и коррекцию по ходу решения;
- оценивают качество полученного продукта;

– проводят самооценку своего вклада в общую работу (с использованием «Листа самооценки»).

Оценивание коммуникативных УУД (планирования сотрудничества, постановки вопросов, разрешения конфликтов, управления поведением партнера, выражения мыслей) осуществляется через наблюдение за групповой работой, в ходе которой эксперты фиксируют:

- определение целей и распределение функций участников;
- умение инициировать сотрудничество в поиске и сборе информации;
- способность к разрешению возникающих разногласий;
- контроль и коррекцию действий партнера;
- умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли (устно и письменно).

Как отмечает Е.В. Колесникова, «проектная задача, действительно, является не только инструментом формирования УУД, но инструментом оценивания результатов освоения ООП в части метапредметных и предметных результатов» [31, с. 2]. Она предлагает использовать для систематической диагностики специальную карту, в которой каждое задание проектной задачи соотносится с конкретными предметными и метапредметными результатами, а также с критериями и дескрипторами качества [31, с. 4]. Такой подход позволяет целенаправленно конструировать проектные задачи для диагностики заранее определенного набора универсальных учебных действий.

Соответствие аутентичному оцениванию. Проектная задача является классическим инструментом аутентичного оценивания, поскольку она моделирует реальные жизненные ситуации, требующие применения математических знаний. Как подчеркивается в педагогической литературе, «проектные задачи как оценочная процедура достаточно эффективна, поскольку она позволяет не только увидеть сформированность метапредметных и личностных результатов школьников, выявить сильные и слабые стороны

образовательного процесса» [32, с. 3]. Создавая на уроке нестандартную ситуацию, учитель получает возможность более объективно оценить уровень сформированности универсальных учебных действий, поскольку учащиеся, увлеченные решением интересной задачи, работают «не на учителя», а на общую цель и демонстрируют свои истинные предметные знания и метапредметные умения в гораздо более полном объеме [32, с. 4].

Организация оценивания при решении проектной задачи. Для эффективного использования проектных задач в качестве оценочного инструмента О.В. Тумашева и О.В. Берсенева предлагают четкую организацию деятельности учащихся, включающую семь этапов, представленных на рисунке 2.

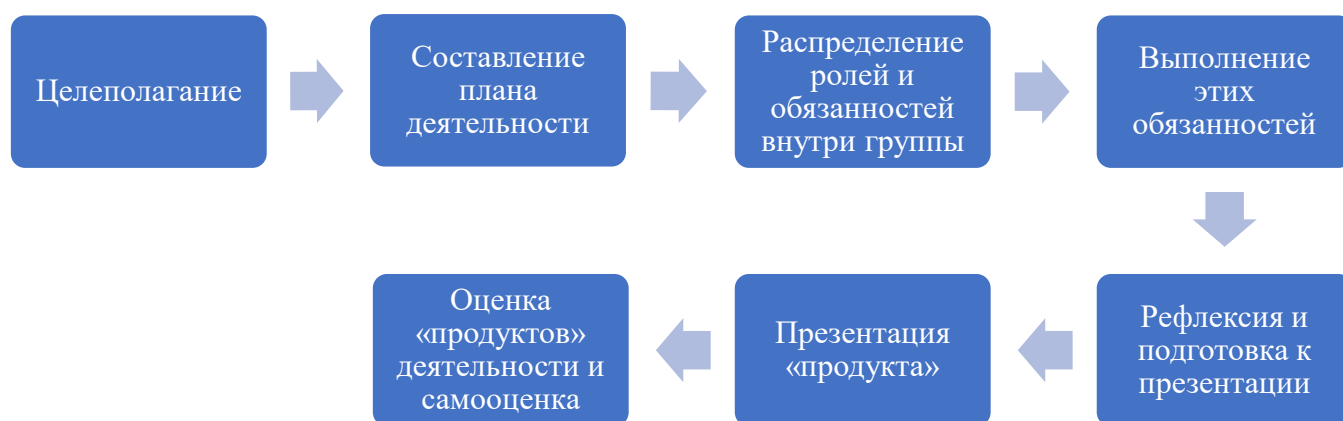


Рисунок 2 – Этапы организации деятельности учащихся при решении проектных задач

Соблюдение этих этапов является обязательным условием достижения метапредметных результатов; в противном случае решение проектной задачи сводится к обычному манипулированию предложенным материалом [29, с. 30].

Для оценивания работы учащихся в процессе решения проектной задачи и его презентации авторы предлагают привлекать независимых экспертов

(учителей из других классов, студентов–практикантов, учащихся старших классов и др.). Результаты наблюдения (в баллах) они заносят в «Экспертную карту», где указаны критерии оценивания и их показатели. Оценить деятельность учащегося в группе предлагается по четырехбалльной шкале: 0 – не участвовал в работе, 1 – участвовал, но не активно, 2 – активно участвовал, 3 – был лидером. Для оценивания деятельности группы используется шкала: 0 – показатель не был проявлен, 1 – выполнялось единолично (лидером), 2 – выполнялось только некоторыми учащимися, 3 – выполнялось совместно [29, с. 30]. Кроме того, авторы рекомендуют использовать «Лист самооценки», позволяющий учащимся рефлексировать свой вклад в работу группы [29, с. 30].

И.А. Чумакова также предлагает использовать «экспертные листы» для внешнего наблюдения, которые позволяют фиксировать уровень сформированности коммуникативных и регулятивных универсальных учебных действий в процессе групповой работы [28, с. 15]. Е.В. Колесникова развивает этот подход, предлагая использовать «дескрипторы качества» (уровневые характеристики: 2 – владеют, 1 – владеют частично, 0 – не владеют) для дифференцированной диагностики [31, с. 5].

Таким образом, проектные задачи представляют собой эффективное средство оценивания метапредметных образовательных результатов обучающихся. Их диагностический потенциал обусловлен следующими факторами: комплексный характер (позволяют оценивать все три группы УУД), практико-ориентированность (моделируют реальные ситуации), вариативность (множественность способов решения, уровни А, В, С), наличие четких критериев оценивания (экспертные карты, листы самооценки) и обязательная организация всех этапов групповой работы – от целеполагания до презентации продукта и рефлексии. Использование проектных задач в качестве инструмента оценивания позволяет диагностировать как предметные умения, так и сформированность познавательных, регулятивных и коммуникативных универсальных учебных

действий в условиях, максимально приближенных к реальной познавательной деятельности. Разработке конкретных проектных задач по математике для 10–11 классов и методике их включения в учебный процесс посвящена вторая глава настоящего исследования.

## **Выводы по первой главе**

В первой главе проведен теоретический анализ проблемы оценивания метапредметных образовательных результатов обучающихся 10–11 классов в процессе обучения математике на основе проектных задач. Результаты анализа позволяют сформулировать следующие выводы.

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы решены поставленные теоретические и методические задачи.

1. Теоретически обоснована сущность метапредметных образовательных результатов. Проведенный анализ психолого-педагогической и методической литературы показал, что метапредметные результаты являются ведущим компонентом ФГОС СОО, отражающим деятельностный характер современного образования. Выявлена и структурирована трехкомпонентная модель метапредметных результатов применительно к обучению математике в 10–11 классах, включающая познавательные (анализ, синтез, моделирование), регулятивные (планирование, контроль, коррекция) и коммуникативные (сотрудничество, аргументация, выражение мыслей) универсальные учебные действия. Доказано, что математика как учебный предмет обладает уникальным потенциалом для развития всех указанных групп УУД благодаря высокой степени абстракции, логической строгости и необходимости исследовательской деятельности.

2. Выявлены и систематизированы проблемы оценивания метапредметных результатов. Установлено, что традиционные контрольно–измерительные материалы (тесты, контрольные работы) не обеспечивают валидной диагностики универсальных учебных действий в силу их латентности, контекстной обусловленности и динамичности. Наиболее адекватным признан подход аутентичного оценивания, а среди инструментов – проектные задачи, которые позволяют фиксировать проявление УУД в процессе решения практико–

ориентированных, неоднозначных по способу решения задач в условиях группового взаимодействия.

3. Выявлен и обоснован дидактический потенциал проектных задач, которые выражается в их способности: диагностировать сформированность всех трёх групп универсальных учебных действий (познавательных, регулятивных, коммуникативных) в условиях, максимально приближенных к реальной познавательной деятельности; обеспечивать аутентичность оценивания благодаря моделированию квазиреальных ситуаций, требующих применения математических знаний и универсальных способов действий; решать концептуальные проблемы оценивания (латентность УУД, их контекстная обусловленность и многокомпонентность) через фиксацию внешних проявлений деятельности, использование трехуровневой системы заданий (уровни А, В, С) и организацию групповой работы; предоставлять чёткие критерии и инструменты для объективной оценки (экспертные карты, листы самооценки, аналитические рубрики), что обеспечивает прозрачность процедуры оценивания и возможность получения содержательной обратной связи.

4. Систематическое использование проектных задач в учебном процессе предполагает соблюдение семи этапов (от целеполагания до оценки и самооценки), обязательную групповую форму работы, привлечение независимых экспертов и обеспечение обратной связи. Эти условия создают основу для плановой диагностики метапредметных результатов без существенного увеличения временных затрат на уроке.

## **ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОЦЕНИВАНИЯ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ПОСРЕДСТВОМ ПРОЕКТНЫХ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ**

### **2.1. Конструирование проектных задач на материале курсов алгебры, начал анализа и геометрии**

Разработка проектных задач для обучающихся 10–11 классов, направленных на оценивание метапредметных образовательных результатов в процессе обучения математике, представляет собой сложную методическую деятельность, требующую интеграции предметного математического содержания, понимания природы универсальных учебных действий и владения технологией педагогического проектирования. Конструирование проектных задач должно обеспечиваться систематичностью их разработки, методической обоснованностью структуры и содержания, диагностической валидностью – способность действительно выявлять уровень сформированности планируемых для оценивания универсальных учебных действий.

Теоретическим основанием разработанной нами технологии выступает системно–деятельностный подход, согласно которому образовательные результаты формируются и проявляются в деятельности. Соответственно, проектная задача должна моделировать такую деятельность, в ходе которой обучающиеся применяют универсальные учебные действия для решения комплексной проблемы. Вторым теоретическим основанием является концепция аутентичного оценивания, предполагающая диагностику образовательных достижений в контексте, максимально приближенном к реальной практике использования осваиваемых компетенций [1].

О.В. Тумашева и О.В. Берсенева предлагают пятиэтапный алгоритм конструирования проектных задач [29, с. 30]: целеполагание, содержательный этап, технологический этап, рефлексивно–корректирующий этап, итоговый этап.

Основополагаясь на мнении авторов нами определены семь последовательных этапов, каждый из которых предполагает выполнение учителем определенных проектировочных действий и принятие методических решений.

### *Этап 1. Определение целевых ориентиров проектной задачи*

На данном этапе осуществляется спецификация метапредметных результатов, на оценивание которых направлена проектная задача, и определение математического содержания, в контексте которого будет происходить диагностика. Необходимо четко определить, какие именно универсальные учебные действия будут оцениваться посредством данной задачи. При этом следует учитывать, что одна проектная задача не может обеспечить оценивание всего спектра универсальных учебных действий, поэтому необходим осознанный выбор приоритетных для оценивания метапредметных результатов [4].

Например, при разработке проектной задачи по теме «Производная и ее применение» можно определить следующие целевые ориентиры: оценивание познавательных универсальных учебных действий (моделирование, анализ, установление причинно–следственных связей) и регулятивных универсальных учебных действий (планирование, контроль, оценка). Математическое содержание включает понятие производной, геометрический и физический смысл производной, применение производной к исследованию функций. Четкое определение целевых ориентиров задает вектор для последующих этапов конструирования задачи и обеспечивает ее диагностическую валидность [11].

### *Этап 2. Выбор или конструирование практико-ориентированной ситуации*

Ключевым компонентом проектной задачи является ситуация, задающая контекст деятельности обучающихся. Ситуация должна удовлетворять нескольким требованиям. Во–первых, она должна быть практико–ориентированной, моделирующей реальную или квазиреальную проблему, для решения которой необходимо применение математических знаний. Во–вторых,

ситуация должна быть мотивирующей, вызывающей интерес старшеклассников и демонстрирующей значимость математики. В–третьих, она должна обеспечивать возможность применения определенного на первом этапе математического содержания. В–четвертых, ситуация должна быть достаточно сложной, чтобы ее решение требовало применения универсальных учебных действий, но при этом доступной для обучающихся 10–11 классов [16]. Источниками ситуаций для проектных задач могут выступать различные сферы практической деятельности: производство, строительство, экономика, транспорт, экология, медицина, спорт. Например, при разработке проектной задачи по теме «Показательная и логарифмическая функции» может быть использована ситуация моделирования процессов радиоактивного распада, роста бактериальных культур, изменения температуры остывающего тела. Для темы «Многогранники» релевантна ситуация проектирования архитектурных конструкций, упаковки, оптимизации формы резервуаров. Важно, чтобы ситуация не была искусственной, надуманной, а отражала действительные области применения изучаемого математического содержания [23].

### *Этап 3. Формулирование проблемы и определение продукта*

На основе выбранной ситуации формулируется проблема, требующая разрешения, и определяется «продукт» – материализованный результат решения проектной задачи. Проблема должна быть сформулирована не как учебное задание («Решите уравнение», «Постройте график»), а как практический запрос, исходящий из описанной ситуации. Например: «Определите оптимальные параметры конструкции, обеспечивающие минимальные затраты материала», «Разработайте модель процесса и спрогнозируйте его развитие», «Проанализируйте ситуацию и подготовьте рекомендации».

Продукт проектной задачи должен иметь завершенный, целостный характер и может быть представлен в различных формах:

- математическая модель изучаемого процесса или объекта;

- расчеты с обоснованием и выводами;
- проект конструкции с техническими характеристиками;
- аналитический отчет с рекомендациями;
- презентация результатов исследования;
- таблицы, графики, диаграммы с интерпретацией [28].

Важно, чтобы форма продукта соответствовала содержанию проблемы и создавала условия для проявления оцениваемых универсальных учебных действий. Например, если оцениваются коммуникативные универсальные учебные действия, целесообразна форма презентации результатов, требующая вербального представления и аргументации.

#### Этап 4. Разработка системы заданий

Проектная задача представляет собой не единичное задание, а систему взаимосвязанных заданий, выполнение которых ведет к получению продукта. При разработке системы заданий необходимо учитывать несколько методических принципов. Во-первых, задания должны охватывать весь цикл решения проблемы: анализ ситуации, постановку задачи, планирование решения, выполнение необходимых действий, получение результата, его проверку и оценку. Во-вторых, задания должны требовать применения различных познавательных действий: работы с информацией, моделирования, вычислений, логических рассуждений, обобщений. В-третьих, последовательность заданий не должна быть жестко заданной – обучающиеся должны иметь возможность самостоятельно определять логику их выполнения, что позволяет оценить регулятивные универсальные учебные действия [34].

Рассмотрим пример системы заданий для проектной задачи по теме «Применение производной к исследованию функций» (11 класс).

Ситуация: Компания–производитель планирует выпуск нового товара. Отдел маркетинга предоставил прогнозную функцию прибыли

$P(x) = -2x^3 + 45x^2 - 200x + 100$ , где  $x$  – объем производства в тысячах единиц товара,  $P(x)$  – прогнозируемая прибыль в миллионах рублей. Необходимо проанализировать функцию прибыли и подготовить рекомендации по объему производства.

Продукт: Аналитический отчет с рекомендациями для руководства компании.

Система заданий:

1. Определите область определения функции прибыли с учетом экономического смысла.
2. Найдите производную функции и определите ее критические точки.
3. Исследуйте функцию на монотонность и экстремумы.
4. Постройте график функции прибыли.
5. Определите интервалы объема производства, при которых компания получает прибыль.
6. Найдите оптимальный объем производства, обеспечивающий максимальную прибыль.
7. Рассчитайте максимальную прогнозируемую прибыль.
8. Проанализируйте экономическую целесообразность производства при различных объемах выпуска.
9. Подготовьте обоснованные рекомендации для руководства компании [17].

Данная система заданий требует от обучающихся последовательного применения математических знаний о производной и ее применении к исследованию функций, а также демонстрации познавательных универсальных учебных действий (анализ функции, моделирование экономической ситуации, интерпретация результатов) и регулятивных универсальных учебных действий (планирование последовательности исследования, контроль правильности вычислений).

### *Этап 5. Подготовка набора средств*

Проектная задача должна включать информационные материалы, данные, справочную информацию, которые обучающиеся могут использовать при решении задачи. Набор средств выполняет несколько функций. Во–первых, он обеспечивает реалистичность ситуации, моделируя условия реальной профессиональной деятельности, когда специалист имеет доступ к различным источникам информации. Во–вторых, он позволяет оценить информационную компетентность обучающихся – способность к поиску, отбору, анализу и использованию информации [20].

Методически важным является принцип избыточности информации: набор средств должен включать не только необходимые для решения задачи данные, но и дополнительную, частично нерелевантную информацию. Это требует от обучающихся осуществления информационного поиска и отбора, что соответствует познавательным универсальным учебным действиям. Например, при решении задачи о моделировании траектории движения тела может быть предоставлена информация о различных физических параметрах, часть из которых не потребуется для математической модели.

Набор средств может включать:

- числовые данные в виде таблиц;
- графическую информацию (схемы, чертежи, фотографии);
- текстовые описания процессов или объектов;
- справочные материалы (формулы, определения);
- информацию о контексте ситуации [25].

### *Этап 6. Формулирование требований к продукту и критериев оценивания*

Требования к продукту конкретизируют ожидания относительно результата решения проектной задачи. Они должны определять форму представления результата, обязательные компоненты продукта, требования к оформлению. При этом важно разграничивать оценку содержания

(математическая корректность) и оценку формы (например, качество презентации). Для проектных задач, ориентированных на диагностику метапредметных результатов, приоритет имеют критерии, связанные с процессом решения и интерпретацией, а не с художественным оформлением.

Критерии оценивания конкретизируют, по каким параметрам будет оцениваться деятельность обучающихся и полученный продукт. Как было обосновано в первой главе, критерии должны быть операционализированы, представлены в виде наблюдаемых и измеряемых показателей, и охватывать как процесс решения задачи, так и качество продукта. Для обеспечения объективности оценивания целесообразно использовать аналитические рубрики, в которых каждый критерий детализируется через описание уровней его проявления [31].

Пример аналитической рубрики для оценивания проектной задачи по математике представлен в таблице 3. Критерий «Оформление продукта» оценивает не дизайн, а структурированность и полноту представления информации (наличие введения, выводов, визуализации данных, необходимых для понимания решения).

Таблица 3 – Аналитическая рубрика оценивания проектной задачи

| Критерий        | Базовый уровень (1 балл)                                        | Повышенный уровень (2 балла)                                                 | Высокий уровень (3 балла)                                                        |
|-----------------|-----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|
| Анализ ситуации | Обучающийся выделяет основную проблему с помощью учителя        | Обучающийся самостоятельно выделяет проблему и определяет необходимые данные | Обучающийся проводит глубокий анализ ситуации, выявляет скрытые аспекты проблемы |
| Моделирование   | Построение модели с существенными упрощениями и помощью учителя | Самостоятельное построение адекватной математической модели                  | Построение оптимальной модели с обоснованием выбора подхода                      |

| Критерий                  | Базовый уровень (1 балл)                                 | Повышенный уровень (2 балла)                                              | Высокий уровень (3 балла)                                                     |
|---------------------------|----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|
| Выполнение расчетов       | Расчеты выполнены с ошибками, требующими коррекции       | Расчеты выполнены корректно, но оформление недостаточно четкое            | Расчеты выполнены точно, оформлены структурированно, с пояснениями            |
| Интерпретация результатов | Формальное представление результатов без интерпретации   | Адекватная интерпретация результатов в контексте ситуации                 | Глубокая интерпретация с выявлением закономерностей и формулированием выводов |
| Планирование деятельности | Последовательность действий определена с помощью учителя | Самостоятельное планирование с незначительными корректировками в процессе | Рациональное планирование с прогнозированием возможных трудностей             |
| Оформление продукта       | Продукт представлен, но оформление неструктурированное   | Продукт оформлен структурированно, с соблюдением требований               | Продукт оформлен профессионально, с визуализацией данных, логически выстроен  |

Использование аналитической рубрики обеспечивает прозрачность оценивания, позволяет обучающимся понимать критерии успешности и осуществлять самооценку, а учителю – получить дифференцированную информацию об уровне сформированности различных универсальных учебных действий.

#### *Этап 7. Апробация и корректировка проектной задачи*

Разработанная проектная задача должна быть апробирована с целью проверки ее методической адекватности, диагностической валидности, доступности для обучающихся. Апробация может осуществляться в форме экспертной оценки (учителями-предметниками, методистами) или пробного использования с небольшой группой обучающихся. По результатам апробации проектная задача корректируется: уточняется формулировка ситуации и заданий,

изменяется набор средств, пересматриваются критерии оценивания. Только после апробации и корректировки проектная задача может использоваться для оценивания метапредметных результатов в образовательном процессе.

Применение описанной технологии для конструирования проектных задач на материале различных тем курсов алгебры и начал математического анализа, геометрии 10–11 классов позволяет создать систему оценочных средств, охватывающих основное содержание математического образования старшей школы. При этом важно обеспечить вариативность проектных задач по уровню сложности, что позволит дифференцировать обучающихся и получить более полную информацию об уровне сформированности универсальных учебных действий.

Таким образом, разработанная технология конструирования проектных задач представляет собой систематическую последовательность методических действий, обеспечивающих создание диагностически валидных оценочных средств для определения уровня сформированности метапредметных образовательных результатов обучающихся 10–11 классов в процессе обучения математике. Применение данной технологии требует от учителя глубокого понимания специфики метапредметных результатов, владения математическим содержанием и методикой его преподавания, а также компетентности в области педагогического проектирования и оценивания образовательных достижений.

## **2.2. Примеры использования проектных задач для оценивания метапредметных образовательных результатов**

Эффективное оценивание метапредметных результатов посредством проектных задач требует перехода от общих рассуждений о диагностике к конкретным методическим решениям: выбору универсальных учебных действий (УУД), конструированию заданий, провоцирующих их проявление, и разработке инструментов для фиксации уровня сформированности. В данном параграфе

представлены практические примеры такой работы. Более подробно с полными текстами всех типов проектных задач можно ознакомиться в Приложении 1 настоящей работы.

Целесообразно различать два режима использования проектных задач:

1. *Монодиагностика* – оценивание одного или двух конкретных УУД в ходе текущей работы (например, только регулятивных или только коммуникативных).

2. *Комплексная диагностика* – одновременное отслеживание познавательных, регулятивных и коммуникативных УУД в рамках одной задачи с помощью сводной таблицы.

Оба подхода дополняют друг друга: первый позволяет детально «прощупать» отдельный навык, второй – увидеть системный эффект.

Для иллюстрации идеи нашего исследования по оцениванию метпраедметных результатов обучения нами выбраны пять УУД, наиболее релевантных для решения проектных задач по математике в 10–11 классах и при этом поддающихся наблюдению и измерению:

1. Познавательное УУД «моделирование», предполагающее перевод реальной ситуации на математический язык, построение функции, уравнения, системы неравенств, графика.

2. Познавательное УУД «установление причинно-следственных связей» – объяснение, почему изменение одного параметра влияет на результат, выделение существенных факторов, построение логических цепочек.

3. Регулятивное УУД «планирование деятельности» – определение последовательности шагов до начала вычислений, прогнозирование временных и вычислительных затрат.

4. Регулятивное УУД «оценка результата (рефлексия)» – соотнесение полученного ответа с реальностью, проверка на адекватность, самокоррекция.

5. Коммуникативное УУД «аргументация и представление результатов» – устное или письменное обоснование решения, ответы на вопросы, работа в паре/группе.

Каждое из этих УУД может быть «спровоцировано» особым построением текста проектной задачи и системы заданий.

Приведем пример проектной задачи для оценивания отдельного УУД.

Покажем, как для каждого из пяти УУД составляется фрагмент проектной задачи, где условие или вопрос намеренно создают зону неопределённости, требующую проявления именно этого действия.

*Режим «Монодиагностика»*

**Пример 1.** Оценивание действия «Моделирование».

*Провокация в тексте:* ситуация описывается вербально, с избыточными или противоречивыми данными, без готовой формулы. Обучающийся должен сам выделить переменные, отбросить несущественное и построить математическую модель.

*Пример формулировки:* «Предприятие производит два вида продукции А и Б. На изготовление единицы А расходуется 2 кг стали и 3 кВт·ч электроэнергии, на единицу Б – 4 кг стали и 1 кВт·ч. Запасы стали – 200 кг, электроэнергии – 150 кВт·ч. Цена продукции А – 500 руб., Б – 400 руб. Постройте математическую модель зависимости максимальной выручки от объёмов выпуска. Какая система неравенств описывает ограничения? Результат оформите в виде буклета для начальника производства, который хочет оперативно вести расчет производства продукции».

*Задание для оценивания действия «моделирование»:*

1. Обозначьте переменные (что будете обозначать через  $x$  и  $y$ ).
2. Запишите целевую функцию.
3. Составьте систему ограничений.
4. Укажите, к какому типу задач оптимизации относится данная модель.

*Оценочный инструмент* (карта наблюдения для учителя) представлена в таблице 4.

Таблица 4 – Оценочный инструмент

| Уровень    | Балл | Характеристика                                                                                                                                                                                      |
|------------|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Базовый    | 1    | Обучающийся строит модель только после прямой подсказки («запиши формулу выручки»), путает переменные, не учитывает часть ограничений                                                               |
| Повышенный | 2    | Самостоятельно записывает целевую функцию и большинство ограничений, но допускает одну ошибку (например, неправильно указывает знак неравенства)                                                    |
| Высокий    | 3    | Верно строит целевую функцию $F = 500x + 400y$ , систему ограничений $2x + 4y \leq 200$ , $3x + y \leq 150$ , $x \geq 0$ , $y \geq 0$ , правильно определяет тип задачи (линейное программирование) |

**Пример 2.** Оценивание действия «Установление причинно-следственных связей».

*Провокация:* в задаче даны несколько параметров, но требуется выбрать только те, которые действительно влияют на результат, и объяснить, почему остальные несущественны.

*Пример формулировки:* «Функция спроса на товар задана уравнением  $Q_d = 100 - 2P$ , функция предложения  $Q_s = -20 + 3P$ , где  $P$  – цена. Внезапно выросли налоги на производителя. Проанализируйте, как изменение налогов повлияет на равновесную цену и объём продаж. Выделите причинно-следственные связи: что первично – изменение предложения или изменение цены? Объясните, почему нельзя утверждать, что налоги влияют только на цену, но не на объём».

*Задание:* Сформулируйте рекомендации, указав три логические цепочки вида «если..., то...», описывающие влияние налогов на рыночное равновесие.

*Оценочный инструмент* представлен в таблице 5.

Таблица 5 – Оценочный инструмент

| Уровень    | Балл | Характеристика                                                                                                                                  |
|------------|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Базовый    | 1    | Называет один очевидный фактор («налоги повышают цену»), не строит развёрнутых цепочек                                                          |
| Повышенный | 2    | Выделяет две причинно-следственные связи, но не доходит до объяснения изменения объёма                                                          |
| Высокий    | 3    | Строит полную цепочку: рост налогов → сдвиг кривой предложения влево → рост равновесной цены → снижение равновесного объёма; объясняет механизм |

**Пример 3.** Оценивание действия «Планирование деятельности»

*Провокация:* задача содержит несколько этапов, но порядок действий не задан. Обучающийся должен составить план до того, как начнёт вычисления.

*Пример формулировки:* «Вам необходимо решить комплексную задачу: Турист прошёл 10 км по лесу со скоростью 4 км/ч, затем 15 км по шоссе со скоростью 6 км/ч и ещё 8 км по просёлочной дороге со скоростью 5 км/ч. Найдите среднюю скорость на всём пути. Постройте график движения. Оцените, на сколько процентов средняя скорость отличается от среднего арифметического скоростей».

Не приступайте к вычислениям! Сначала запишите подробный план решения из 5–6 пунктов. Укажите, какие формулы потребуются и какие возможны ловушки.

*Задание для планирования:* Составьте письменный план с указанием этапов, формул, способов проверки.

*Оценочный инструмент* (лист фиксации) представлен в таблице 6.

Таблица 6 – Оценочный инструмент

| Уровень | Балл | Характеристика                                                                            |
|---------|------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| Базовый | 1    | План хаотичен («найти среднее», «посчитать»), нет разбиения на этапы, нет указания формул |

| Уровень    | Балл | Характеристика                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|------------|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Повышенный | 2    | План содержит 3–4 этапа, есть ключевые формулы, но нет прогноза возможных ошибок                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| Высокий    | 3    | Подробный план: 1) расчёт времени на каждом участке, 2) расчёт общего времени, 3) расчёт общего пути, 4) вычисление средней скорости по формуле $v_{\text{ср}} = \frac{S_{\text{общ}}}{t_{\text{общ}}}$ , 5) расчёт среднего арифметического скоростей, 6) вычисление процента отклонения, 7) проверка: средняя скорость не может быть больше максимальной и меньше минимальной |

**Пример 4.** Оценивание действия «Оценка результата (рефлексия)».

*Провокация:* задача имеет реальный контекст, где ответ–число может быть абсурдным (отрицательная вероятность, площадь больше территории России, скорость света превышена). Обучающийся должен сам заметить нереалистичность и скорректировать модель или вычисления.

*Пример формулировки:* «При решении задачи об оптимальной загрузке судна грузоподъёмностью 50 тонн ученик получил ответ: нужно загрузить 50,5 тонн груза. Проанализируйте этот результат. Оцените его адекватность. Если результат ошибочен, укажите, на каком этапе могла возникнуть ошибка (неверно составлено ограничение, арифметическая ошибка, неверная интерпретация). Предложите правильный ответ и способ его проверки».

*Задание:* Оцените правдоподобность результата, укажите тип ошибки, предложите корректировку. Оформите в виде чек-листа.

*Оценочный инструмент представлен в таблице 7.*

Таблица 7 – Оценочный инструмент

| Уровень    | Балл | Характеристика                                                                                                 |
|------------|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Базовый    | 1    | Не замечает абсурдности, повторяет «50,5 тонн, почти 50, можно округлить»                                      |
| Повышенный | 2    | Замечает, что результат невозможен («нельзя загрузить больше грузоподъёмности»), но не определяет место ошибки |

| Уровень | Балл | Характеристика                                                                                                                                               |
|---------|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Высокий | 3    | Объясняет, что ошибка в неверном учёте ограничения, предлагает правильный ответ ( $\leq 50$ тонн), даёт способ проверки (подстановка в исходное неравенство) |

**Пример 5.** Оценивание действия «Аргументация и представление результатов (коммуникативное)».

*Провокация:* задача решается в паре или группе, и результат нужно не просто сдать учителю, а защитить перед другой группой. Оценивается не только правильность ответа, но и способ обоснования, умение отвечать на вопросы, слушать и уточнять.

*Пример формулировки для групповой работы:* «Две группы получают разные исходные данные по одной и той же задаче о максимизации прибыли (разные функции затрат). Каждая группа находит оптимальный объём выпуска и максимальную прибыль. Затем группы меняются решениями. Ваша задача – объяснить участникам другой группы: верно ли решена их задача? Если есть ошибки – указать, какие именно, и обосновать. Если всё верно – доказать, почему решение корректно. После этого выслушайте их аргументы о вашем решении и при необходимости скорректируйте свой ответ».

*Оценочный инструмент* (карта аргументации для учителя, заполняется на каждого участника) представлен в таблице 8.

Таблица 8 – Оценочный инструмент

| Уровень    | Балл | Характеристика                                                                                                               |
|------------|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Базовый    | 1    | Только утверждает «правильно» или «неправильно» без обоснования, не вступает в диалог                                        |
| Повышенный | 2    | Приводит один аргумент (например, «производная найдена неверно»), но не развивает объяснение, на вопросы отвечает односложно |

| Уровень | Балл | Характеристика                                                                                                                                                            |
|---------|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Высокий | 3    | Развёрнутая аргументация: указывает на конкретный шаг решения, приводит контрпример или альтернативный расчёт, активно отвечает на встречные вопросы, уточняет непонятное |

*Примечание:* для фиксации результатов коммуникативных УУД рекомендуется использовать лист наблюдения, где учитель делает пометки в процессе групповой защиты.

### *Режим «Комплексная диагностика»*

Приведем пример комплексного оценивания всех пяти УУД при помощи использования одной проектной задачи.

Для того чтобы увидеть целостную картину сформированности метапредметных результатов, можно сконструировать одну проектную задачу, в которой естественным образом интегрированы провокации на моделирование, причинно-следственные связи, планирование, оценку и аргументацию. Тогда мы получаем не сумму разрозненных баллов, а профиль УУД обучающегося.

**Пример 6.** Комплексная проектная задача «Оптимальный резервуар» (тема «Производная, исследование функций»).

*Пример формулировки:* Инженеру необходимо спроектировать цилиндрический резервуар (с крышкой) объёмом  $32\pi$  м<sup>3</sup>. Стоимость материала для боковой поверхности – 2000 руб/м<sup>2</sup>, для доньшка и крышки – 3000 руб/м<sup>2</sup> (требуется более толстый металл). Требуется определить размеры резервуара (радиус основания  $R$  и высоту  $H$ ), при которых общие затраты на материал будут минимальными. Оформите результаты в виде (на выбор): а) подкаста, б) подробного плана действий; в) to-do листа.

Для выполнения задания, осуществите (система заданий с привязкой к УУД):

1. Моделирование. Введите переменные. Запишите формулу объёма цилиндра и выразите  $H$  через  $R$ . Запишите целевую функцию стоимости  $C(R)$ .

Какой тип функции получился (рациональная, дробно–рациональная, иррациональная)?

2. Установление причинно-следственных связей. Объясните, почему при очень малом  $R$  ( $R \rightarrow 0$ ) затраты стремятся к бесконечности, и почему при очень большом  $R$  ( $R \rightarrow \infty$ ) затраты также неограниченно растут. Какая математическая причина (какое слагаемое в функции  $C(R)$ ) вызывает рост в каждом из случаев?

3. Планирование деятельности. Не выполняя вычислений, составьте письменный план нахождения оптимального радиуса  $R_{opt}$ . Укажите: какие математические операции потребуются, как вы найдёте производную, как проверите, что найденная точка – действительно минимум, какова будет последовательность действий.

4. Оценка результата (рефлексия). Выполните вычисления: найдите  $R_{opt}$ ,  $H_{opt}$ ,  $C_{min}$ . Оцените реалистичность полученных размеров. Если радиус получился менее 0,5 м – предложите, какие технологические ограничения могут сделать такой резервуар непригодным. Если более 10 м – объясните, какие транспортные проблемы могут возникнуть.

5. Аргументация (групповая работа). В паре подготовьте обоснование (на 90 сек) для инженерного совета: почему выбранные размеры экономически оптимальны. Ответьте на вопрос: «А если стоимость материала для крышки и доньшка снизится до 2500 руб/м<sup>2</sup> – как изменится оптимальный радиус? Изменится ли он вообще?»

Комплексная оценочная таблица, которая заполняется учителем на каждого обучающегося представлена в таблице 9, интерпретация комплексного результата представлена в таблице 10:

Таблица 9 – Комплексная оценочная таблица

| №     | Оцениваемое УУД               | Макс. балл | Балл ученика | Примечание (качество выполнения) |
|-------|-------------------------------|------------|--------------|----------------------------------|
| 1     | Моделирование                 | 3          |              |                                  |
| 2     | Причинно-следственные связи   | 3          |              |                                  |
| 3     | Планирование деятельности     | 3          |              |                                  |
| 4     | Оценка результата (рефлексия) | 3          |              |                                  |
| 5     | Аргументация                  | 3          |              |                                  |
| Итого | Суммарный балл                | 15         |              |                                  |

Таблица 10 – Интерпретация комплексного результата

| Суммарный балл | Уровень сформированности метапредметных результатов | Характеристика                                                                                                                                                        |
|----------------|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 13–15          | Высокий                                             | Обучающийся самостоятельно и осознанно применяет все пять УУД в новой нестандартной ситуации, способен к переносу и рефлексии                                         |
| 9–12           | Повышенный                                          | Действует в целом верно, но допускает отдельные промахи (например, неполное планирование или недостаточно глубокая аргументация); требуется незначительная стимуляция |
| 5–8            | Базовый                                             | Выполняет отдельные действия по образцу или с подсказкой, системность отсутствует; многие УУД не сформированы                                                         |
| менее 5        | Недостаточный                                       | Требуется целенаправленное формирование УУД на другом материале; обучающийся не может применить даже базовые действия в новой ситуации                                |

Дополнительная диагностическая карта (профиль УУД класса):

Для получения обобщённой картины по классу результаты всех обучающихся сводятся в матрицу (Таблица 11):

Таблица 11 – матрица результатов обучающихся

| ФИО<br>ученика               | Моде<br>лиров<br>ание | Причи<br>нно–<br>следст<br>в. | Планиро<br>вание | Оце<br>нка | Аргумента<br>ция | Сумм<br>а | Урове<br>нь    |
|------------------------------|-----------------------|-------------------------------|------------------|------------|------------------|-----------|----------------|
| Ученик 1                     | 3                     | 2                             | 3                | 1          | 2                | 1         | Повыше<br>нный |
| Ученик 2                     | 1                     | 1                             | 2                | 1          | 1                | 6         | Базовый        |
| ...                          | ...                   | ...                           | ...              | ...        | ...              | ...       | ...            |
| Средний<br>балл по<br>классу | 2,1                   | 1,8                           | 2,3              | 1,4        | 1,9              | 9,5       | Повыше<br>нный |

Такой профиль позволяет учителю увидеть «слабые места» класса (например, низкие баллы по критерию «Оценка результата») и скорректировать учебный процесс – ввести дополнительные задания на рефлекссию.

*Методические рекомендации по использованию разработанных инструментов*

1. Для текущей диагностики применяйте режим монодиагностики для оценивания одного-двух УУД. Это быстро, удобно и позволяет дать точечную обратную связь сразу после выполнения. Например, в начале изучения темы можно дать задачу только на моделирование, в середине – на планирование, в конце – на рефлекссию.

2. Для итоговой диагностики (один раз в четверть или полугодие) используйте режим комплексной оценки – он даёт целостный профиль каждого ученика и класса в целом.

3. Обязательно знакомьте обучающихся с оценочными картами до выполнения задачи. Когда ученик знает, что оценивается не только правильный

ответ, но и качество планирования или аргументации, он начинает целенаправленно развивать эти навыки.

4. Для диагностики коммуникативных УУД необходима групповая работа (2-4 человека). Фиксируйте вклад каждого участника с помощью листа взаимооценки, который заполняют сами ученики друг на друга после защиты. Лист взаимооценки может содержать вопросы: «Насколько активно участник предлагал идеи?», «Был ли он корректен в аргументации?», «Помогал ли группе укладываться во время?».

5. При анализе комплексной таблицы обращайте внимание не только на сумму баллов, но и на «слабую компоненту». Если обучающийся стабильно теряет баллы по планированию – дайте ему индивидуальный маршрутный лист с этапами решения. Если проблема в рефлексии – введите правило: перед сдачей работы обязательно письменно ответить на вопрос «Почему я уверен, что мой ответ верен?».

6. Для перевода баллов в традиционную школьную отметку (при необходимости) можно использовать следующую шкалу для комплексной задачи (максимум 15 баллов): 13–15 баллов – «5», 9–12 баллов – «4», 5–8 баллов – «3», менее 5 баллов – «2». Однако подчеркнём, что главная цель такой диагностики – не отметка, а выявление зон ближайшего развития.

Таким образом, предложенные примеры показывают, как проектная задача становится точным диагностическим инструментом: через провокационные формулировки, вариативные задания и прозрачные оценочные карты учитель может объективно и оперативно определять уровень сформированности конкретных УУД – как по отдельности (в режиме монодиагностики), так и в комплексе (с помощью сводной таблицы). Выделенные пять УУД (моделирование, причинно-следственные связи, планирование, оценка результата, аргументация) охватывают ключевые аспекты метапредметных

результатов и могут служить основой для построения системы оценивания в любой старшей школе.

### **2.3. Описание результатов апробационной работы по использованию проектных задач при оценивании метапредметных образовательных результатов**

Проверка практической эффективности разработанных проектных задач, сконструированных на основе технологии, описанной в параграфе 2.1 настоящего исследования, осуществлялась в ходе их апробации в реальном образовательном процессе. Целью апробации являлось не проведение формирующего эксперимента с контрольной группой, а качественный анализ методической адекватности задач, их диагностической валидности и оценка восприятия нового оценочного инструмента участниками образовательного процесса (учителем и обучающимися).

Апробация проводилась на базе Муниципального автономного нетипового общеобразовательного учреждения «Гимназия №2» г. Мариинск в четвертой четверти 2025–2026 учебного года (февраль – апрель 2026 года). Непосредственное проведение апробации осуществлялось учителем математики высшей квалификационной категории Сухининой Светланой Сергеевной, имеющей педагогический стаж более 15 лет и опыт работы по УМК А.Г. Мордковича. Выбор данного учителя был обусловлен ее высокой профессиональной компетентностью, готовностью к апробации новых оценочных средств и заинтересованностью в развитии метапредметных результатов обучающихся.

Были подготовлены комплекты проектных задач, разработанные в строгом соответствии с выделенными этапами конструирования, изложенными в параграфе 2.1. Для каждой задачи были четко определены целевые ориентиры (оцениваемые УУД), сконструирована практико-ориентированная ситуация,

разработана система заданий, подготовлен набор средств, сформулированы требования к продукту и критерии оценивания.

Всего для апробации было подготовлено 7 проектных задач, охватывающих ключевые темы курса алгебры и начал математического анализа 10 класса. Краткий перечень всех 7 задач с указанием тем по календарно-тематическому планированию, целевых универсальных учебных действий и форм работы представлен в Приложениях А, Б, В, Г, Д, Е, Ж.

В Приложениях представлены следующие задачи:

1. «Космический бюджет» (тема «Тригонометрические функции, их свойства и графики»);
2. «Шум в наушниках» (тема «Преобразование тригонометрических выражений»);
3. «Кредитный калькулятор» (тема «Показательная и логарифмическая функции»);
4. «Фармакокинетика» (тема «Логарифмические уравнения и неравенства»);
5. «Архитектор и купол» (тема «Производная, геометрический и физический смысл производной»);
6. «Оптимальная упаковка» (тема «Применение производной к исследованию функций. Задачи оптимизации»);
7. «Водоснабжение дачи» (тема «Интегральное исчисление. Геометрический смысл интеграла»).

Учитель С.С. Сухина использовала предложенные проектные задачи в двух форматах: три задачи («Космический бюджет», «Кредитный калькулятор», «Фармакокинетика») были предложены для выполнения в малых группах (по 3–4 человека) во время занятий математического кружка «Прикладная математика», который проводился во внеурочное время; четыре задачи («Шум в наушниках», «Архитектор и купол», «Оптимальная упаковка», «Водоснабжение

дачи») были использованы на уроках обобщающего повторения в качестве инструмента формирующего оценивания на этапе рефлексии. Перед началом работы учитель ознакомил обучающихся с критериями оценивания, что обеспечило прозрачность процедуры оценивания и создало ориентировочную основу для деятельности школьников.

Для оценки эффективности разработанных проектных задач как инструмента диагностики и развития метапредметных результатов был проведён срез уровня сформированности УУД у обучающихся 10 «А» класса (26 человек) до начала систематического использования проектных задач (входное оценивание, февраль 2026 г.) и после завершения апробации (итоговое оценивание, апрель 2026 г.). Оценивание проводилось с использованием комплексной проектной задачи «Оптимальный резервуар» (см. параграф 2.2), что обеспечило сопоставимость результатов. Оценка осуществлялась по пяти критериям, соответствующим выделенным УУД (максимальный балл по каждому критерию – 3, общий максимальный балл – 15). Результаты представлены в таблице 12.

Таблица 12 – Динамика уровня сформированности метапредметных результатов обучающихся 10 «А» класса (n=26)

| Оцениваемое УУД               | Средний балл<br>(входное оценивание) | Средний балл<br>(итоговое оценивание) | Динамика<br>(прирост) |
|-------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|-----------------------|
| Моделирование                 | 1,9                                  | 2,4                                   | +0,5                  |
| Причинно-следственные связи   | 1,6                                  | 2,1                                   | +0,5                  |
| Планирование деятельности     | 1,4                                  | 2,2                                   | +0,8                  |
| Оценка результата (рефлексия) | 1,2                                  | 1,8                                   | +0,6                  |

| Оцениваемое УУД        | Средний балл<br>(входное оценивание) | Средний балл<br>(итоговое оценивание) | Динамика<br>(прирост) |
|------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|-----------------------|
| Аргументация           | 1,5                                  | 2,0                                   | +0,5                  |
| Итого (суммарный балл) | 7,6                                  | 10,5                                  | +2,9                  |

Интерпретация данных таблицы 12:

1. Наиболее выраженная динамика наблюдается по критерию «Планирование деятельности» (прирост 0,8 балла), что подтверждает предположение о том, что систематическое выполнение проектных задач, требующих предварительного составления письменного плана, целенаправленно развивает регулятивные УУД. Наименьший прирост зафиксирован по критерию «Оценка результата» (рефлексия) – +0,6 балла, что указывает на сложность формирования этого навыка и необходимость дополнительной методической работы в данном направлении.

2. Суммарный прирост (+2,9 балла) свидетельствует о повышении общего уровня сформированности метапредметных результатов у обучающихся экспериментальной группы за период апробации.

3. Распределение по уровням (таблица 13) показывает, что доля обучающихся с высоким уровнем сформированности метапредметных результатов увеличилась с 11,5% до 30,8%, тогда как доля обучающихся с недостаточным уровнем сократилась с 23,1% до 7,7%.

Таблица 13 – Распределение обучающихся по уровням сформированности метапредметных результатов (в %)

| Уровень                  | Входное оценивание | Итоговое оценивание | Изменение |
|--------------------------|--------------------|---------------------|-----------|
| Высокий (13–15 баллов)   | 11,5%              | 30,8%               | +19,3%    |
| Повышенный (9–12 баллов) | 34,6%              | 42,3%               | +7,7%     |

| Уровень                        | Входное оценивание | Итоговое оценивание | Изменение |
|--------------------------------|--------------------|---------------------|-----------|
| Базовый (5–8 баллов)           | 30,8%              | 19,2%               | –11,6%    |
| Недостаточный (менее 5 баллов) | 23,1%              | 7,7%                | –15,4%    |

Представленные количественные данные дополняются качественным анализом, представленным ниже.

В ходе совместного обсуждения результатов апробации с учителем математики С.С. Сухининой были выявлены следующие ключевые наблюдения, представляющие интерес для настоящего исследования.

Первое наблюдение касалось диагностики регулятивных универсальных учебных действий. Светлана Сергеевна отметила: «Ранее, при использовании традиционных контрольных работ, я видела только конечный результат – правильный ответ или нет. Я не могла оценить, умеет ли ученик спланировать решение сложной задачи, способен ли он оценить реалистичность полученного ответа. В проектных задачах, особенно в задаче «Оптимальная упаковка» (Приложение Е) и «Кредитный калькулятор» (Приложение В), формулировка «Не приступайте к вычислениям, сначала составьте письменный план» стала для многих обучающихся неожиданностью. Я увидела, что несколько сильных в математическом отношении детей абсолютно не умеют планировать – они начали сразу писать формулы, путаясь в переменных, пропуская этапы. Это стало для меня открытием: оказывается, хорошие вычислительные навыки не гарантируют сформированность регулятивных УУД. Теперь я знаю, на что обращать внимание в дальнейшей работе».

Таким образом, проектная задача выполнила свою диагностическую функцию, выявив «зону ближайшего развития» даже у успешных учеников.

Второе наблюдение – повышение учебной мотивации. Учитель отметила, что введение реального, жизненного контекста (космос, архитектура, кредит,

фармакология, звукозапись, водоснабжение) резко повысило вовлеченность даже тех обучающихся, которые обычно демонстрируют низкий интерес к математике: «Задача «Архитектор и купол» (Приложение Е) заставила работать тех, кто обычно отмахивается от геометрии, говоря «где мне это в жизни пригодится?». Когда ребята поняли, что через уравнение касательной можно реально рассчитать угол наклона крыши или смонтировать несущую балку, у них загорелись глаза. А задача «Фармакокинетика» (Приложение Г) про концентрацию лекарства удивила даже тех, кто собирается в медицинский – они не знали, что показательная функция описывает выведение препарата из организма. Даже слабые ученики пытались выполнять расчеты, задавали вопросы. Я давно не видела такой активности на уроках».

Третье наблюдение касалось диагностики коммуникативных универсальных учебных действий. При работе в группах над задачей «Космический бюджет» и «Кредитный калькулятор» учитель целенаправленно наблюдала за взаимодействием обучающихся: «Эти задачи дали мне «карту коммуникаций» класса. Я увидела, кто на самом деле является лидером, умеет распределять роли и брать ответственность, а кто просто «отсиживается» в группе, надеясь на других. Группы, где не было предварительного обсуждения плана и распределения функций («чертежник», «вычислитель», «критик»), не уложились в отведенное время и сдали формальный отчет. А группы, сумевшие договориться в начале работы, показали не только высокие результаты, но и лучшее качество интерпретации. Раньше я на коммуникативные навыки на уроках математики практически не смотрела, а зря – это очень важная составляющая готовности к профессиональной деятельности».

Учитель также отметила, что разработанные критерии оценивания позволили ей более объективно и дифференцированно подойти к выставлению отметок, а также дать каждому ученику содержательную обратную связь.

В ходе апробации были выявлены отдельные обучающиеся, чьи результаты или отношение к проектной деятельности отличались от общей положительной динамики. Представляет интерес анализ одного из таких случаев.

Обучающийся (10 «А» класс) на вопрос анкеты «Хотел(а) бы ты, чтобы такие задачи чаще включали в уроки математики?» ответил отрицательно, пояснив: «слишком много времени занимает, проще обычную контрольную написать». При этом демонстрирует стабильно высокие результаты по предмету (годовая оценка «5») и является победителем школьных олимпиад по математике. Входная диагностика показала высокий уровень сформированности познавательных УУД (моделирование, причинно-следственные связи) – 3 балла по каждому критерию. Однако по регулятивным УУД (планирование и оценка результата) его результаты оказались значительно ниже – 1 и 2 балла соответственно. Обучающийся привык к быстрому решению стандартизированных задач и испытывал дискомфорт при необходимости развёрнутого планирования и рефлексии, что и проявилось в его негативной реакции на увеличение времени выполнения работы.

По итогам апробации, после серии занятий с проектными задачами, уровень планирования у обучающегося повысился с 1 до 2 баллов, а уровень оценки результата – с 2 до 3 баллов. В личной беседе обучающийся признал, что «такие задачи заставляют думать по-другому, не просто щёлкать примеры, а понимать, что делаешь». Этот случай подтверждает, что даже у успешных в предметном плане обучающихся могут быть дефициты в развитии метапредметных навыков, и проектные задачи выступают эффективным инструментом их выявления и коррекции.

Таким образом, отрицательные ответы в анкетировании (4% – 1 человек) могут быть связаны не с низкой эффективностью инструмента, а с индивидуальными особенностями восприятия новой формы работы, требующей перестройки привычных учебных стратегий. В целом, подавляющее

большинство обучающихся (88%) положительно оценили опыт использования проектных задач.

После занятий с проектными задачами мы провели анонимное анкетирование в 10 «А» классе (26 человек). Нам было важно узнать, как сами ребята относятся к такой форме работы, понимают ли они её смысл и хотят ли продолжать.

Вот вопросы, которые мы задали:

1. Насколько тебе было интересно решать проектные задачи? Оцени от 1 (совсем не интересно) до 5 (очень интересно).

2. Что тебе давалось труднее – получить правильный числовой ответ или письменно объяснить ход своих мыслей (составить план решения)? (Варианты: а) ответ труднее; б) план труднее; в) оба одинаково; г) оба легко).

3. Тебе понравилось работать с задачами, где были «лишние» данные (информация, которая не нужна для решения)? (Да / Нет / Не заметил).

4. Помогли ли эти задачи увидеть, где математика пригодится в жизни или в твоей будущей профессии? Если да – приведи конкретный пример (назови задачу и профессию).

5. Хотел бы ты, чтобы такие задачи появлялись на уроках чаще, вместо обычных контрольных? (Да / Нет / Не знаю).

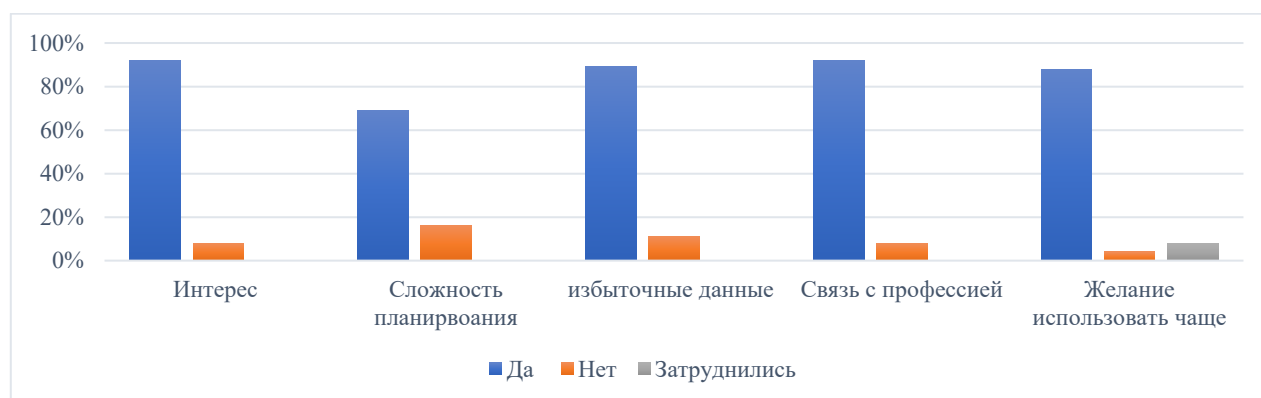


Рисунок – 3. Результаты анкетирования обучающихся

Результаты опроса позволили зафиксировать следующие выводы.

1) Интерес. Почти все (92%) оценили свой интерес на 4 или 5 баллов. 16 человек поставили высший балл, ещё 8 – четвёрку. Семеро написали в комментариях: «Раньше математика казалась скучной, но задачи про кредит, космос, лекарства, звук, воду и архитектуру заставили вникнуть».

2) Сложность планирования. Самый трудный для ребят оказался пункт про составление плана. 69% (18 человек) признались, что письменный план дался им сложнее, чем сами вычисления. 15% сказали, что и то и другое одинаково трудно, 12% – что ответ получить сложнее, и только 4% (один человек) ответили, что всё легко. Эти цифры подтверждают: многие старшеклассники не привыкли продумывать ход решения заранее – значит, проектные задачи действительно помогают выявить этот пробел и работать над ним.

3) Избыточные данные. Большинство (81%) оценили наличие лишней информации положительно: «так задача больше похожа на реальную жизнь, где не всё, что дано, важно». Трое (11%) сказали, что лишние данные их запутали, а двое (8%) их вообще не заметили.

4) Связь с будущей профессией. Самый ценный результат мы получили именно здесь. Почти все ученики (92%) привели конкретные примеры – они не просто ответили «да», а рассказали, какая именно задача и какая профессия их зацепили. Это значит, что они действительно увидели: математика не абстрактна, она нужна в работе и в жизни.

5) Желание использовать такие задачи чаще. 88% (23 человека) сказали «да». Двое затруднились ответить, и только один ученик высказался против, объяснив: «Слишком много времени занимает, проще написать обычную контрольную». В ходе апробации учителем было высказано пожелание: для некоторых обучающихся оказалось сложным выполнение всех заданий в течение одного урока (40 минут). В связи с этим рекомендуется либо увеличивать время до 60 минут (сдвоенный урок или занятие кружка), либо сокращать объем заданий для базового уровня, вынося часть заданий (например, дополнительные

вопросы повышенной сложности) в разряд домашних. Также учитель предложила дополнить (Приложение А, Б, В, Г, Д, Е, Ж) краткими методическими комментариями по каждой задаче (рекомендуемая форма работы, время выполнения), что и было сделано при оформлении приложения. Учитель подтвердил, что проектные задачи позволяют выявить такие аспекты учебной деятельности, которые не диагностируются традиционными контрольными работами: умение планировать последовательность действий (регулятивные УУД), способность аргументировать свое решение (коммуникативные УУД), навык оценки реалистичности полученного результата (регулятивные УУД, рефлексия). Как отметила С.С. Сухинина: «Раньше я оценивала только знание формул и умение их применять. Теперь я вижу, как ученик мыслит, как он организует свою работу, умеет ли он работать в команде – это совершенно другой уровень диагностики».

6) Мотивационный потенциал. Результаты опроса (92% высокого интереса, 88% желания использовать такие задачи чаще) и качественные комментарии обучающихся свидетельствуют о высоком принятии данной формы работы. Особенно важным является то, что старшеклассники самостоятельно установили связь между содержанием проектных задач и своей будущей профессиональной деятельностью: экономика и финансы (задача №3), инженерия и промышленный дизайн (задача №6), архитектура (задача №5), медицина (задача №4), акустика и звукорежиссура (задача №2), космическая отрасль (задача №1), экология и водоснабжение (задача №7). Это подтверждает, что проектные задачи выполняют не только оценочную, но и профорientационную функцию.

Таким образом, качественный анализ отзывов учителя и результатов анкетирования обучающихся подтверждает, что все 7 разработанных проектных задач (полные тексты которых представлены в Приложениях) являются эффективным средством не только оценивания, но и формирования

метапредметных результатов, а также повышения мотивации к изучению математики в старшей школе. Полученные в ходе апробации данные позволяют рекомендовать разработанный инструментарий для широкого внедрения в практику работы учителей математики общеобразовательных организаций.

## **Выводы по второй главе**

Во второй главе представлены методические аспекты оценивания метапредметных образовательных результатов обучающихся 10-11 классов посредством проектных задач по математике, а также результаты их апробации. На основании проведённой работы можно сформулировать следующие выводы.

1. Разработана последовательность этапов конструирования проектных задач, которая включает: определение целевых ориентиров (оцениваемых УУД); выбор или конструирование практико-ориентированной ситуации; формулирование проблемы и определение продукта; разработку системы заданий; подготовку набора средств (в том числе избыточной информации); формулирование требований к продукту и критериев оценивания (аналитические рубрики); а также апробацию и корректировку задачи. Соблюдение данной последовательности обеспечивает систематичность, методическую обоснованность и диагностическую валидность проектных задач, позволяя учителю целенаправленно оценивать конкретные группы универсальных учебных действий.

2. Создан критериально-оценочный аппарат, включающий операционализированные критерии и показатели для оценивания познавательных, регулятивных и коммуникативных УУД, а также уровневые дескрипторы (базовый, повышенный, высокий) и аналитические рубрики. Для практического использования выделены пять наиболее релевантных УУД (моделирование, установление причинно-следственных связей, планирование деятельности, оценка результата (рефлексия), аргументация и представление результатов), для каждого из которых разработаны провокационные формулировки заданий и оценочные инструменты (карты наблюдения, листы фиксации). Предложены два режима использования проектных задач — монодиагностика (оценивание одного-двух УУД) и комплексное оценивание

(одновременный охват всех групп УУД в рамках одной задачи с формированием профиля обучающегося).

3. В ходе апробации, проведённой на базе МАНОУ «Гимназия № 2» г. Мариинска в 10 «А» классе (26 обучающихся) в течение третьей четверти 2025–2026 учебного года, были практически проверены разработанные проектные задачи по ключевым темам курса математики 10 класса (тригонометрические, показательная и логарифмическая функции, производная, интеграл). Сравнение результатов входного и итогового оценивания с использованием комплексной проектной задачи «Оптимальный резервуар» показало положительную динамику: средний суммарный балл повысился с 7,6 до 10,5 (прирост +2,9). Доля обучающихся с высоким уровнем сформированности метапредметных результатов увеличилась с 11,5% до 30,8%, а с недостаточным — сократилась с 23,1% до 7,7%. Наиболее выраженный прирост зафиксирован по критерию «Планирование деятельности» (+0,8 балла), что подтверждает эффективность проектных задач для развития регулятивных УУД.

4. Качественный анализ апробации (наблюдения учителя, анкетирование обучающихся) выявил, что проектные задачи позволяют диагностировать такие аспекты учебной деятельности, которые не фиксируются традиционными контрольными работами: умение планировать последовательность действий, аргументировать решение, оценивать реалистичность полученного результата, работать в группе. Учитель отметил, что проектные задачи выявили дефициты регулятивных УУД даже у сильных в предметном отношении обучающихся, что позволило скорректировать дальнейшую работу. Анкетирование показало высокий уровень интереса (92% обучающихся оценили интерес на 4–5 баллов) и желание использовать такие задачи чаще (88%), при этом 69% респондентов указали, что составление письменного плана оказалось сложнее самих вычислений, что подтверждает актуальность целенаправленного формирования регулятивных УУД.

5. Сформулированы практические рекомендации по использованию разработанного инструментария: включать проектные задачи в систему оценивания не реже одного раза в месяц; знакомить обучающихся с критериями до начала работы; использовать аналитические рубрики для обеспечения объективности и содержательной обратной связи; чередовать индивидуальную и групповую формы работы; создавать банк проектных задач по различным темам. Также предложены рекомендации по временной организации (увеличение времени до 60 минут или сокращение объёма заданий для базового уровня) и по адаптации задач для разных уровней подготовки.

Таким образом, разработанная система оценивания на основе проектных задач является эффективным средством диагностики и развития метапредметных результатов обучающихся старшей школы, а полученные в ходе апробации данные свидетельствуют о целесообразности её внедрения в практику работы учителей математики.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное исследование было посвящено актуальной проблеме оценивания метапредметных образовательных результатов обучающихся 10–11 классов в процессе обучения математике на основе проектных задач. В ходе теоретического анализа и экспериментальной работы были решены поставленные задачи и достигнута цель исследования – разработаны и обоснованы методические рекомендации по оцениванию метапредметных образовательных результатов старшеклассников посредством проектных задач по математике.

В первой главе работы был осуществлен анализ метапредметных образовательных результатов как современного педагогического феномена. Установлено, что метапредметные результаты представляют собой освоенные обучающимися универсальные способы деятельности, применимые как в образовательном процессе, так и в реальных жизненных ситуациях. Структура метапредметных результатов включает три группы универсальных учебных действий: познавательные, регулятивные и коммуникативные. Специфика метапредметных результатов определяется их транспредметностью, инструментальностью и процессуальной природой. Математическое образование в старшей школе обладает значительным потенциалом для формирования всех групп универсальных учебных действий, что обусловлено абстрактным характером математических понятий, требующим высокого уровня развития познавательных процессов, и необходимостью планирования, контроля, оценки деятельности при решении математических задач.

Анализ проблематики оценивания метапредметных результатов в процессе обучения математике выявил ряд концептуальных сложностей, связанных с латентностью универсальных учебных действий, их контекстной обусловленностью, динамичностью, многокомпонентностью. Традиционные контрольно-оценочные процедуры не обеспечивают адекватной диагностики

метапредметных результатов, что актуализирует необходимость использования альтернативных подходов и инструментов аутентичного оценивания. Систематизация подходов к оцениванию метапредметных результатов позволила определить, что наиболее перспективными являются инструменты, позволяющие диагностировать универсальные учебные действия в процессе их применения для решения комплексных практико-ориентированных задач.

Теоретическое обоснование педагогического потенциала проектных задач как средства оценивания метапредметных результатов показало, что проектные задачи, представляющие собой систему заданий, направленных на получение завершённого продукта в контексте практической ситуации, обладают значительным диагностическим потенциалом. Их использование позволяет оценивать не только предметные знания, но и способность обучающихся к анализу ситуации, моделированию, планированию деятельности, контролю, коррекции, взаимодействию в группе. Разработанная на основе анализа научной литературы структура проектной задачи включает описание ситуации, формулировку цели, систему заданий, набор средств, требования к продукту и критерии оценивания.

Во второй главе работы была разработана последовательность этапов конструирования проектных задач на материале курсов алгебры, начал анализа и геометрии для обучающихся 10–11 классов. Эта последовательность включает семь этапов: определение целевых ориентиров, выбор практико-ориентированной ситуации, формулирование проблемы и определение продукта, разработку системы заданий, подготовку набора средств, формулирование требований к продукту и критериев оценивания, апробацию и корректировку задачи. Применение данной последовательности обеспечивает систематичность конструирования проектных задач и их методическую обоснованность.

Важным результатом исследования явилась разработка критериально-оценочного аппарата для оценивания универсальных учебных действий

обучающихся посредством проектных задач по математике. Критериально-оценочный аппарат включает операционализированные критерии и показатели для каждой группы универсальных учебных действий, уровневые дескрипторы, аналитические рубрики. Использование разработанного аппарата позволяет осуществлять объективное, дифференцированное оценивание метапредметных результатов и обеспечивать обучающихся содержательной обратной связью, способствующей развитию универсальных учебных действий.

Апробация, проведенная с целью проверки эффективности разработанных методических материалов, подтвердила их практическую применимость. Систематическое использование проектных задач в качестве средства оценивания метапредметных результатов обеспечило повышение уровня сформированности познавательных, регулятивных и коммуникативных универсальных учебных действий обучающихся экспериментальной группы. Наиболее выраженные изменения наблюдались в развитии регулятивных универсальных учебных действий, что связано с тем, что выполнение проектных задач требует целенаправленного планирования, контроля и оценки деятельности. Результаты анкетирования и наблюдений учителя показали, что проектные задачи не только диагностируют, но и развивают метапредметные навыки, а также повышают мотивацию к изучению математики.

Практическая значимость исследования определяется возможностью использования разработанных методических рекомендаций учителями математики в практике работы с обучающимися 10–11 классов. На основе результатов исследования могут быть сформулированы следующие практические рекомендации:

— включать проектные задачи в систему оценивания метапредметных результатов с периодичностью не реже одного раза в месяц, что обеспечит систематичность диагностики и формирования универсальных учебных действий;

- использовать разработанный критериально-оценочный аппарат для обеспечения объективности и прозрачности оценивания;
- обязательно знакомить обучающихся с критериями оценивания до начала работы над проектной задачей, что создает ориентировочную основу деятельности;
- обеспечивать обучающихся детальной обратной связью по результатам оценивания с указанием достигнутого уровня по каждому критерию и рекомендациями по совершенствованию универсальных учебных действий;
- чередовать индивидуальную и групповую формы работы над проектными задачами для обеспечения диагностики всех групп универсальных учебных действий, включая коммуникативные;
- при конструировании проектных задач использовать разработанную последовательность этапов, обеспечивающую методическую обоснованность задач;
- создавать банк проектных задач по различным темам курсов математики старшей школы, что снизит нагрузку учителей по подготовке оценочных средств.

Перспективы дальнейших исследований связаны с разработкой системы проектных задач для оценивания метапредметных результатов по другим учебным предметам, созданием межпредметных проектных задач, интегрирующих содержание различных образовательных областей, разработкой цифровых инструментов для автоматизации процедур оценивания метапредметных результатов на основе проектных задач. Отдельного внимания заслуживает проблема подготовки педагогов к использованию проектных задач в качестве инструмента оценивания, что может стать предметом специального методического исследования.

Таким образом, проведенное исследование внесло вклад в теорию и методику обучения математике в части разработки инструментария для

оценивания метапредметных образовательных результатов обучающихся старших классов. Разработанные методические рекомендации на основе проектных задач представляют собой эффективное средство диагностики универсальных учебных действий, обеспечивающее объективность, дифференцированность оценивания и способствующее целенаправленному развитию метапредметных результатов в процессе математического образования.

### Список использованной литературы

1. Асмолов, А.Г. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий / А.Г. Асмолов, Г.В. Бурменская, И.А. Володарская и др. – М.: Просвещение, 2018. – 159 с.
2. Голуб, Г.Б. Метапредметный подход в образовании: рождение новой педагогической реальности / Г.Б. Голуб, О.В. Чуракова // Вопросы образования. – 2021. – № 2. – С. 5–23.
3. Громыко, Н.В. Метапредметный подход в образовании при реализации ФГОС / Н.В. Громыко // Педагогика. – 2020. – № 5. – С. 31–39.
4. Загвязинский, В.И. Методология педагогического исследования: учебное пособие для вузов / В.И. Загвязинский. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Юрайт, 2024. – 117 с.
5. Колягин, Ю.М. Методика преподавания математики в средней школе: учебное пособие / Ю.М. Колягин, В.А. Оганесян. – М.: Просвещение, 2018. – 462 с.
6. Селевко, Г.К. Современные образовательные технологии: учебное пособие / Г.К. Селевко. – М.: Народное образование, 2019. – 256 с.
7. Теплов, Б.М. Психология математических способностей / Б.М. Теплов. – М.: Юрайт, 2020. – 104 с.
8. Никитина, Л.А. Педагогическая диагностика в школе: учебное пособие / Л.А. Никитина. – М.: Юрайт, 2019. – 239 с.
9. Выготский, Л.С. Педагогическая психология / Л.С. Выготский; под ред. В.В. Давыдова. – М.: АСТ, 2018. – 672 с.
10. Гальперин, П.Я. Лекции по психологии: учебное пособие для студентов вузов / П.Я. Гальперин. – М.: КДУ, 2016. – 400 с.
11. Подласый, И.П. Педагогика: учебник для вузов / И.П. Подласый. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Юрайт, 2021. – 576 с.

12. Смирнова, И.М. Научно–методические основы преподавания геометрии в условиях профильной дифференциации обучения: монография / И.М. Смирнова. – М.: Прометей, 2018. – 152 с.
13. Шамова, Т.И. Управление образовательными системами: учебное пособие / Т.И. Шамова, Т.М. Давыденко. – 5–е изд., стер. – М.: Академия, 2019. – 384 с.
14. Иванова, Т.А. Теория и технология обучения математике в средней школе: монография / Т.А. Иванова, Е.Н. Перевощикова. – Н. Новгород: НГПУ, 2019. – 354 с.
15. Беспалько, В.П. Инструменты диагностики качества знаний учащихся / В.П. Беспалько // Школьные технологии. – 2020. – № 2. – С. 138–151.
16. Мордкович, А.Г. Методические проблемы изучения математики в современной школе / А.Г. Мордкович // Математика в школе. – 2021. – № 3. – С. 3–11.
17. Пономарева, Е.А. Универсальные учебные действия или умение учиться / Е.А. Пономарева // Муниципальное образование: инновации и эксперимент. – 2019. – № 2. – С. 39–42.
18. Талызина, Н.Ф. Педагогическая психология: учебное пособие / Н.Ф. Талызина. – М.: Академия, 2019. – 288 с.
19. Болотов, В.А. Системы оценки качества образования: учебное пособие / В.А. Болотов, Н.Ф. Ефремова. – М.: Логос, 2019. – 192 с.
20. Зимняя, И.А. Ключевые компетенции – новая парадигма результата образования / И.А. Зимняя // Высшее образование сегодня. – 2018. – № 5. – С. 34–42.
21. Полат, Е.С. Современные педагогические и информационные технологии в системе образования: учебное пособие / Е.С. Полат, М.Ю. Бухаркина. – 3–е изд., стер. – М.: Академия, 2018. – 368 с.

22. Саранцев, Г.И. Методика обучения математике: методология и теория / Г.И. Саранцев. – Казань: Центр инновационных технологий, 2019. – 292 с.

23. Епишева, О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода: книга для учителя / О.Б. Епишева. – М.: Просвещение, 2019. – 223 с.

24. Хуторской, А.В. Методика личностно–ориентированного обучения: пособие для учителя / А.В. Хуторской. – М.: Владос, 2019. – 383 с.

25. Фридман, Л.М. Психолого–педагогические основы обучения математике в школе: книга для учителя / Л.М. Фридман. – М.: Просвещение, 2018. – 160 с.

26. Щукина, Г.И. Педагогические проблемы формирования познавательных интересов учащихся / Г.И. Щукина. – М.: Педагогика, 2021. – 208 с.

27. Воронцов, А.Б. Проектные задачи в начальной школе / А.Б. Воронцов, В.М. Заславский, С.Е. Егоркина. – М.: Просвещение, 2019. – 176 с.

28. Тумашева, О.В. Проектные задачи на уроках математики / О.В. Тумашева, О.В. Берсенева // Математика в школе. – 2015. – № 10. – С. 27–30.

29. Эльконин, Д.Б. Психология развития / Д.Б. Эльконин. – М.: Академия, 2020. – 144 с.

30. Сериков, В.В. Образование и личность: теория и практика проектирования образовательных систем / В.В. Сериков. – М.: Логос, 2020. – 272 с.

Нормативные правовые акты и электронные ресурсы

31. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования (утв. приказом Минобрнауки РФ от 17.05.2012 № 413) [Электронный ресурс]. – URL: <https://fgos.ru> (дата обращения: 10.04.2026).

32. Концепция развития математического образования в Российской Федерации (утв. распоряжением Правительства РФ от 24.12.2013 № 2506–р)

[Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.garant.ru> (дата обращения: 10.04.2026).

33. Об образовании в Российской Федерации: Федеральный закон от 29.12.2012 № 273–ФЗ [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.consultant.ru> (дата обращения: 24.04.2026).

34. Примерная основная образовательная программа среднего общего образования [Электронный ресурс]. – URL: <https://fgosreestr.ru> (дата обращения: 10.05.2026).

**Проектная задача №1. «Космический бюджет»**

Тема: Тригонометрические функции, их свойства и графики  
Рекомендуемое время выполнения: 45 минут  
Рекомендуемая форма работы: индивидуальная или в парах

**1. Описание ситуации**

Вы – инженер–расчетчик группы управления полетами космического агентства. На орбиту выведен телекоммуникационный спутник. Высота спутника над поверхностью Земли в зависимости от времени описывается законом:

$$h(t) = 50 + 20\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right),$$

где  $h$  –высота в тысячах километров (тыс. км),  $t$  –время в часах ( $t \geq 0$ ).

Сеанс связи со спутником можно проводить только в те моменты, когда высота спутника превышает 65 тыс. км (иначе сигнал затухает в плотных слоях атмосферы, и связь становится невозможной). Вам необходимо определить, в какие интервалы времени в течение первых суток ( $0 \leq t \leq 24$ ) возможна устойчивая связь, и рассчитать общую продолжительность связи за сутки.

**2. Продукт**

Аналитическая записка для руководителя полетов, содержащая:

- график функции  $h(t)$  на интервале  $[0; 24]$  (на миллиметровой бумаге);
- заштрихованные на графике интервалы времени, пригодные для связи;
- полное решение тригонометрического неравенства  $h(t) > 65$ ;
- расчет суммарного времени связи за сутки (в часах и минутах).

**3. Система заданий**

1. Определите амплитуду, период и начальную фазу функции  $h(t)$ . Какой физический смысл имеет каждое из этих чисел в контексте движения спутника?

2. Решите неравенство  $h(t) > 65$  на интервале  $[0; 24]$ . Указание: при решении используйте формулу для решения неравенства  $\cos x > a$ .

3. Постройте график функции  $h(t)$  на миллиметровой бумаге. Масштаб: по оси  $t$   $-1 \text{ см} = 2 \text{ часа}$ , по оси  $h$   $-1 \text{ см} = 10 \text{ тыс. км}$ . Отметьте на графике найденные интервалы, заштрихуйте их.

4. Вычислите общую продолжительность времени (в часах и минутах), в течение которого возможен сеанс связи за первые сутки.

5. *Дополнительное задание (повышенный уровень):* Предположите, как изменится продолжительность связи, если амплитуда колебаний уменьшится до 15 тыс. км (то есть

$h(t) = 50 + 15\cos(\frac{\pi}{6}t)$ . Ответ обоснуйте без построения нового графика, используя свойства решения неравенства  $\cos x > a$ .

#### 4. Набор средств

*Таблица 1 – Справочные данные:*

| Параметр                  | Значение                                              |
|---------------------------|-------------------------------------------------------|
| Радиус Земли              | 6,371 тыс. км (справочно, в расчетах не используется) |
| Угловая частота $\omega$  | $\frac{\pi}{6}$ рад/ч                                 |
| Период обращения спутника | $T = \frac{2\pi}{\omega} = 12$ часов                  |
| Время суток               | 24 часа                                               |

*Формулы для справки:*

Решение неравенства  $\cos x > a$  при  $|a| < 1$ :

$$-\arccos a + 2\pi n < x < \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Значение  $\arccos(0,75)$ : пользуйтесь калькулятором или таблицей (приблизительно 0,7227 рад или 41,4°).

## 5. Требования к продукту

– График должен быть выполнен на миллиметровой бумаге карандашом или ручкой, обязательно указать масштаб по обеим осям и подписать оси ( $t$ , часы и  $h$ , тыс. км).

– Решение неравенства должно быть представлено в виде цепочки алгебраических преобразований, а не только конечного ответа.

– В аналитической записке должны присутствовать выводы, сформулированные так, чтобы они были понятны руководителю, не имеющему математического образования.

## 6. Таблица 2 – Критерии оценивания

| Критерий                             | Базовый<br>(1 балл)                                          | Повышенный<br>(2 балла)                                                   | Высокий<br>(3 балла)                                     |
|--------------------------------------|--------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| Моделирование<br>(анализ параметров) | Выделяет амплитуду и период с помощью учителя                | Самостоятельно определяет амплитуду, период, начальную фазу               | Интерпретирует физический смысл амплитуды и периода      |
| Решение неравенства                  | Допускает ошибки в решении (не учитывает период или границы) | Решает неравенство верно, но не проверяет попадание интервалов в $[0;24]$ | Решает верно, проверяет границы, отбирает корни          |
| Построение графика                   | График построен, но не соблюден масштаб                      | График верен, интервалы заштрихованы                                      | График аккуратный, интервалы соответствуют решению       |
| Интерпретация результатов            | Представляет только числовой ответ                           | Объясняет, что означает полученное время                                  | Прогнозирует изменение ситуации при изменении параметров |

Максимальный балл: 12 (15 с дополнительным заданием).

**Проектная задача №2. «Шум в наушниках»**

Тема: Преобразование тригонометрических выражений  
 Рекомендуемое время выполнения: 40 минут  
 Рекомендуемая форма работы: работа в малых группах (3–4 человека)

**1. Описание ситуации**

Вы –инженер по акустике в компании, производящей наушники с активным шумоподавлением. Уровень внешнего шума, проникающего в наушники, описывается функцией  $f(t) = \sin t + \cos 2t$ , где  $t$  –время в секундах.

Система шумоподавления генерирует «антишум» –сигнал, противоположный по фазе. Для эффективного подавления необходимо определить моменты времени, когда уровень шума равен нулю (так как в эти моменты антишум полностью компенсирует шум). Также требуется упростить выражение, чтобы найти все решения уравнения  $f(t) = 0$  на интервале  $[0; 2\pi]$ .

**2. Продукт**

Технический отчет, содержащий:

- преобразование выражения  $\sin t + \cos 2t$  к виду, удобному для решения уравнения;
- полное решение уравнения  $f(t) = 0$  на интервале  $[0; 2\pi]$ ;
- таблицу моментов времени (в секундах) для настройки системы шумоподавления;
- график функции  $f(t)$  с отмеченными корнями.

**3. Система заданий**

1. Вспомните формулу косинуса двойного угла:  $\cos 2t = 1 - 2\sin^2 t$  или  $\cos 2t = 2\cos^2 t - 1$ . Выберите ту, которая позволит выразить всё через  $\sin t$ . Запишите  $f(t)$  как квадратный трехчлен относительно  $\sin t$ .

2. Сделайте замену  $u = \sin t$ . Решите полученное квадратное уравнение относительно  $u$ .

3. Для каждого найденного значения  $u$  решите уравнение  $\sin t = u$  на интервале  $[0; 2\pi]$ .

4. Постройте график функции  $f(t)$  на интервале  $[0; 2\pi]$ . Отметьте найденные корни.

5. *Дополнительное задание:* Объясните, почему для шумоподавления важно знать не только сами корни, но и интервалы знакопостоянства функции (где шум положительный, а где отрицательный).

#### 4. Набор средств

*Справочные формулы:*

$$\cos 2t = 1 - 2\sin^2 t$$

$$\cos 2t = 2\cos^2 t - 1$$

$$\cos 2t = \cos^2 t - \sin^2 t$$

$$\text{Решение квадратного уравнения: } ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

#### 5. Требования к продукту

– Преобразование должно быть выполнено пошагово с пояснениями.

– График выполняется на миллиметровой бумаге.

– В отчете должны быть выводы для инженеров (не математиков).

#### 6. Таблица 3 – Критерии оценивания

| Критерий                 | Базовый<br>(1 балл)                  | Повышенный<br>(2 балла)                | Высокий<br>(3 балла)    |
|--------------------------|--------------------------------------|----------------------------------------|-------------------------|
| Преобразование выражения | Использует формулу с помощью учителя | Самостоятельно выбирает нужную формулу | Объясняет выбор формулы |

| Критерий                             | Базовый<br>(1 балл)   | Повышенный<br>(2 балла)                         | Высокий<br>(3 балла)               |
|--------------------------------------|-----------------------|-------------------------------------------------|------------------------------------|
| Решение квадратного уравнения        | Допускает ошибки      | Решает верно                                    | Проверяет корни на ОДЗ             |
| Решение тригонометрических уравнений | Находит не все корни  | Находит все корни на $[0; 2\pi]$                | Проверяет корни подстановкой       |
| Групповая работа<br>(коммуникация)   | Работает изолированно | Участвует в обсуждении, но не распределяет роли | Распределяет роли, помогает группе |

Максимальный балл: 15.

### Проектная задача №3. «Кредитный калькулятор»

Тема: Показательная и логарифмическая функции.

Рекомендуемое время выполнения: 50–60 минут.

Рекомендуемая форма работы: индивидуальная или в парах

#### 1. Описание ситуации

Вы – финансовый консультант. К вам обратился студент, который хочет взять образовательный кредит на сумму 500 000 рублей на 5 лет (60 месяцев). Банк предлагает два варианта погашения кредита.

Вариант А (аннуитетные платежи): кредит погашается равными ежемесячными платежами. Проценты начисляются на остаток долга по ставке 12% годовых (1% в месяц). Формула ежемесячного платежа:

$$P = S \cdot \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}, \text{ где } S = 500\,000, r = 0,01, n = 60.$$

Вариант Б (дифференцированные платежи): основной долг делится на равные части, проценты начисляются на остаток. Ежемесячный платеж =  $\frac{S}{n}$  + проценты на остаток

Студент планирует получать зарплату 60 000 руб. и хочет, чтобы платеж не превышал 30 000 руб.

#### 2. Продукт

Сравнительная аналитическая записка с таблицей переплат и рекомендацией студенту.

#### 3. Система заданий

1. Вычислите аннуитетный платеж (вариант А).
2. Для варианта Б найдите платеж за первый и последний месяц, средний платеж.
3. Заполните таблицу: общая сумма выплат, переплата (руб. и %).
4. Проверьте условие «платеж  $\leq 30\,000$  руб.» для каждого варианта.

5. При каком максимальном сроке  $n$  (месяцев) платеж по варианту А не превысит 30 000 руб.? (Использовать логарифмы:

$$\lg 1,01 \approx 0,00432).$$

6. *Дополнительное задание:* Как повлияет инфляция 8% в год на выбор варианта?

4. Набор средств

Формула суммы арифметической прогрессии:  $S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} \cdot n$

Логарифмирование:  $n > \frac{\lg\left(\frac{P}{P-S \cdot r}\right)}{\lg(1+r)}$

5. Требования к продукту

- Таблица с пояснениями.
- Рекомендация адресована студенту.

7. Таблица 4 – Критерии оценивания

| Критерий                           | Базовый<br>(1 балл)                 | Повышенный<br>(2 балла)  | Высокий<br>(3 балла)          |
|------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------|
| Работа с формулой аннуитета        | Подставляет числа с помощью учителя | Самостоятельно вычисляет | Объясняет смысл формулы       |
| Расчет дифференцированных платежей | Выполняет по образцу                | Верно рассчитывает       | Выводит формулу общей суммы   |
| Логарифмы                          | Не применяет                        | Находит срок с ошибками  | Верно решает и интерпретирует |
| Аргументация                       | Вывод отсутствует                   | Сравнивает варианты      | Учитывает инфляцию и риски    |

Максимальный балл: 15.

**Проектная задача №4. «Фармакокинетика»**

Тема: Логарифмические уравнения и неравенства.

Рекомендуемое время выполнения: 40 минут.

Рекомендуемая форма работы: индивидуальная.

**1. Описание ситуации**

Вы – врач–фармаколог. Пациенту ввели лекарственный препарат в дозе 200 мг. Концентрация препарата в крови (в мг/л) меняется по закону:

$C(t) = C_0 \cdot e^{-kt}$ , где  $C_0 = 200$  мг/л,  $k = 0,1$  (константа выведения препарата),  $t$  – время в часах.

Препарат эффективен, когда его концентрация в крови не ниже 50 мг/л. Необходимо определить, через сколько часов после введения концентрация снизится до 50 мг/л (время очередной инъекции).

**2. Продукт**

Медицинское заключение, содержащее:

- вывод формулы для расчета времени  $t$ ;
- точное решение показательного уравнения;
- график  $C(t)$  с отметкой порога эффективности;
- рекомендацию по интервалу между инъекциями.

**3. Система заданий**

1. Запишите уравнение  $C(t)=50$  в развернутом виде.
2. Выразите  $e^{-0,1t}$  и прологарифмируйте обе части (используйте натуральный логарифм).
3. Найдите  $t$  (округлите до десятых).
4. Постройте график  $C(t)$  для  $t$  от 0 до 30 часов, отметьте порог эффективности.
5. *Дополнительное задание:* Если препарат токсичен при концентрации выше 180 мг/л, определите, в какой интервал времени после

инъекции концентрация находится в терапевтическом диапазоне (от 50 до 180 мг/л).

#### 4. Набор средств

Формулы:  $\ln(e^x) = x$ . Значение  $\ln 4 \approx 1,386$ .

#### 5. Требования к продукту

- График на миллиметровке.
- Выводы для врача (не математика).

#### 6. Таблица 5 – Критерии оценивания

| Критерий          | Базовый<br>(1 балл)            | Повышенный<br>(2 балла) | Высокий<br>(3 балла)            |
|-------------------|--------------------------------|-------------------------|---------------------------------|
| Моделирование     | Записывает уравнение с помощью | Самостоятельно          | Интерпретирует параметры        |
| Логарифмирование  | Ошибки в применении $\ln$      | Верно логарифмирует     | Проверяет размерность           |
| График            | Построен, но без отметок       | Есть график и порог     | Аккуратно, с пояснениями        |
| Оценка результата | Только ответ                   | Объясняет интервал      | Определяет терапевтическое окно |

Максимальный балл: 15.

### Проектная задача №5. «Архитектор и купол»

Тема: Производная, геометрический и физический смысл производной.

Рекомендуемое время выполнения: 50 минут.

Рекомендуемая форма работы: индивидуальная или в парах.

#### 1. Описание ситуации

Вы – архитектор, проектирующий эллиптический купол. Форма купола задана уравнением:  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$  ( $y \geq 0$ , размеры в метрах). Для монтажа несущей балки необходимо провести касательную к куполу в точке  $A(3; 2,4)$ . Найдите уравнение касательной и угол ее наклона к оси  $OX$ .

#### 2. Продукт

Архитектурный чертеж–расчет с уравнением касательной, углом наклона и построением.

#### 3. Система заданий

1. Запишите общий вид уравнения касательной.
2. Найдите производную  $y'(x)$  двумя способами: а) выразив  $y$  явно; б) неявным дифференцированием.
3. Вычислите  $k = y'(3)$ .
4. Запишите уравнение касательной в виде  $y = kx + b$ .
5. Найдите угол наклона  $\alpha = \arctg(k)$  (в градусах).
6. Постройте эллипс и касательную на миллиметровке.
7. *Дополнительное задание:* Объясните, почему в вершинах эллипса касательные вертикальны/горизонтальны.

#### 4. Набор средств

Неявное дифференцирование:  $\frac{d}{dx}(y^2) = 2y \cdot y'$

Перевод радиан в градусы: умножьте на  $\frac{180}{\pi} \approx 57,3$

## 5. Требования к продукту

- Чертеж на миллиметровке с подписанными осями и точкой.
- Уравнение касательной в виде  $y = kx + b$ .

## 6. Таблица 6 – Критерии оценивания

| Критерий               | Базовый (1 балл)           | Повышенный (2 балла)           | Высокий (3 балла)                     |
|------------------------|----------------------------|--------------------------------|---------------------------------------|
| Выбор метода           | Нуждается в помощи         | Использует один способ         | Владеет обоими, объясняет выбор       |
| Вычисление производной | Ошибки в дифференцировании | Верно находит $k$              | Проверяет, что точка лежит на эллипсе |
| Построение чертежа     | Чертеж неаккуратный        | Эллипс и касательная построены | Аккуратно, масштаб, подписи           |
| Анализ вершин          | Не может объяснить         | Объясняет по формуле           | Проверяет аналитически                |

Максимальный балл: 15.

### Проектная задача №6. «Оптимальная упаковка»

Тема: Применение производной к исследованию функций. Задачи оптимизации.

Рекомендуемое время выполнения: 60 минут.

Рекомендуемая форма работы: индивидуальная.

#### 1. Описание ситуации

Компания производит подарочные коробки объемом  $1000 \text{ см}^3$  в форме прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием. Стоимость материала: дно и крышка  $-2 \text{ руб/см}^2$ , боковые грани  $-1 \text{ руб/см}^2$ . Найдите размеры коробки, при которых себестоимость минимальна.

#### 2. Продукт

Конструкторский лист с выводом функции  $C(x)$ , расчетом производной, нахождением  $x_{opt}$ ,  $h_{opt}$ , чертежом развертки и расчетом  $C_{min}$ .

#### 3. Система заданий

1. Обозначьте переменные:  $x$  –сторона основания,  $h$  –высота.
2. Выразите  $h$  через  $x$  из формулы объема.
3. Запишите функцию стоимости  $C(x)$ .
4. Найдите  $C'(x)$  и решите  $C'(x)=0$ .
5. Докажите, что найденная точка –минимум.
6. Вычислите  $x_{opt}$ ,  $h_{opt}$ ,  $C_{min}$ .
7. Начертите развертку коробки.
8. *Дополнительное задание:* Как изменится  $x_{opt}$ , если стоимость боковых граней возрастет до  $2 \text{ руб/см}^2$ ?

#### 4. Набор средств

Производная:  $(x^n)' = nx^{n-1}$ ,  $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$

#### 5. Требования к продукту

- Полный вывод  $C(x)$ , нельзя начинать с готовой формулы.
- Чертеж развертки с размерами.

6. Таблица 7 – Критерии оценивания

| Критерий          | Базовый<br>(1 балл)            | Повышенный<br>(2 балла)       | Высокий<br>(3 балла)                  |
|-------------------|--------------------------------|-------------------------------|---------------------------------------|
| Моделирование     | Выражает $h$ с помощью учителя | Самостоятельно выводит $C(x)$ | Проверяет адекватность модели         |
| Планирование      | Нет письменного плана          | Составляет краткий план       | Подробный план с прогнозом трудностей |
| Дифференцирование | Ошибки в производной           | Верно находит $C'(x)$         | Проверяет знак производной            |
| Оценка результата | Не проверяет реалистичность    | Замечает неадекватность       | Объясняет, как изменится решение      |

Максимальный балл: 15.

**Проектная задача №7. «Водоснабжение дачи»**

Тема: Интегральное исчисление. Геометрический смысл интеграла.

Рекомендуемое время выполнения: 45 минут.

Рекомендуемая форма работы: в парах.

**1. Описание ситуации**

Вы – инженер–гидротехник. В бак для полива вода поступает с переменной скоростью  $v(t) = 2t^2 - 3t + 5$  (литров в час), где  $t$  – время в часах. Необходимо вычислить, сколько литров воды поступит в бак за первые 5 часов работы системы.

**2. Продукт**

Расчетно–пояснительная записка, содержащая:

- вычисление определенного интеграла  $\int_0^5 v(t) dt$
- геометрическую интерпретацию (площадь под графиком);
- график  $v(t)$  с заштрихованной областью;
- рекомендацию по настройке таймера полива.

**3. Система заданий**

1. Запишите формулу для вычисления объема воды через интеграл.
2. Найдите первообразную  $V(t)$  для  $v(t)$ .
3. Вычислите определенный интеграл  $\int_0^5 v(t) dt$
4. Постройте график  $v(t)$  на интервале  $[0;5]$  и заштрихуйте площадь, соответствующую объему воды.
5. *Дополнительное задание:* В какой момент времени скорость подачи воды была минимальной? (Найдите вершину параболы  $v(t)$ ).

**4. Набор средств**

Формулы интегрирования:  $\int t^n dt = \frac{t^{n+1}}{n+1} + C$

Вершина параболы:  $t_0 = -\frac{b}{2a}$  для  $at^2 + bt + c$

#### 5. Требования к продукту

- Все шаги интегрирования показаны.
- График на миллиметровке, площадь заштрихована.

#### 6. Таблица 8 – Критерии оценивания

| Критерий                     | Базовый<br>(1 балл)             | Повышенный<br>(2 балла)             | Высокий<br>(3 балла)             |
|------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|
| Интегрирование               | Находит первообразную с помощью | Самостоятельно                      | Проверяет дифференцированием     |
| Вычисление интеграла         | Ошибки в подстановке            | Верно вычисляет                     | Интерпретирует результат (литры) |
| Геометрическая интерпретация | График без штриховки            | График с заштрихованной областью    | Объясняет связь площади и объема |
| Дополнительное задание       | Не выполняет                    | Находит момент минимальной скорости | Объясняет физический смысл       |

Максимальный балл: 15.