

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Выпускающая кафедра: математики и методики обучения математике

Бельская Ольга Александровна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

**Технологии развития логического мышления обучающихся
5-6 классов на уроках математики**

Направление подготовки:
44.03.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы:
Математика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой

канд. пед. наук, доцент М.Б. Шашкина

29.05.2026

(дата, подпись)

Научный руководитель

канд. пед. наук, доцент Н.А. Журавлева

29.05.2026

(дата, подпись)

Дата защиты

30.06.2026

Обучающийся

О.А. Бельская

29.05.2026

(дата, подпись)

Оценка _____

прописью

Красноярск 2026



Содержание

Введение.....	3
Глава 1. Теоретические аспекты развития логического мышления обучающихся 5-6 классов на уроках математики.....	10
1.1. Понятие, структура логического мышления обучающихся 5-6 классов.....	10
1.2. Обзор и сравнительный анализ технологий развития логического мышления обучающихся на уроках математики.....	15
1.3. Дидактические условия и принципы эффективной реализации технологий развития логического мышления на уроках математики в 5-6 классах.....	21
Выводы по первой главе	31
Глава 2. Методические аспекты развития логического мышления обучающихся 5-6 классов на уроках математики.....	33
2.1. Структура, содержание и планирование технологий развития логического мышления обучающихся 5-6 классов на уроках математики.....	33
2.2. Методы технологий развития логического мышления обучающихся 5-6 классов на уроках математики.....	40
2.3. Апробации результатов исследования в образовательной практике...	45
Выводы по второй главе.....	54
Заключение.....	56
Список использованной литературы.....	59
Приложение.....	64

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования обусловлена комплексом взаимосвязанных факторов, определяющих современное состояние педагогической науки и практики математического образования. Проблема развития логического мышления обучающихся занимает центральное место в системе задач, стоящих перед современной школой, поскольку именно этот компонент интеллектуального развития личности обеспечивает формирование универсальных учебных действий, необходимых для успешного освоения образовательных программ на всех уровнях обучения. Математика как учебная дисциплина обладает уникальным потенциалом для развития логических структур мышления, однако эффективность реализации этого потенциала во многом зависит от применяемых педагогических технологий, методических подходов и дидактических условий организации образовательного процесса [3, с. 78].

Возрастной период 5-6 классов представляет собой критически важный этап в становлении логического мышления школьников, характеризующийся переходом от конкретно-образных форм мыслительной деятельности к формально-логическим операциям, что создаёт благоприятные предпосылки для целенаправленного педагогического воздействия. Вместе с тем, анализ современной образовательной практики свидетельствует о существенных противоречиях между декларируемыми целями развития мышления и реальными результатами обучения математике в основной школе [12, с. 78]. Традиционные методы обучения, ориентированные преимущественно на репродуктивное усвоение математических знаний, не обеспечивают должного уровня развития логических компетенций обучающихся. Современные технологии развития логического мышления требуют системного исследования и научного обоснования условий их эффективного применения в практике преподавания математики.

Степень изученности проблемы в педагогической науке характеризуется наличием значительного массива теоретических и эмпирических исследований, посвящённых различным аспектам развития мышления школьников. Психологические основы формирования логических операций разработаны в трудах Ж. Пиаже, Л.С. Выготского, П.Я. Гальперина, В.В. Давыдова, которые создали фундаментальную базу для понимания закономерностей интеллектуального развития. Дидактические аспекты развития логического мышления на уроках математики исследованы в работах А.А. Столяра, Г.И. Саранцева, Н.Б. Истоминой, Л.Г. Петерсон и других отечественных методистов [18, с. 102]. Вместе с тем, проблема технологического обеспечения процесса развития логического мышления применительно к специфике возрастного периода 5-6 классов остаётся недостаточно разработанной. Существует необходимость систематизации современных педагогических технологий, определения оптимальных сочетаний методов, форм и средств обучения, выявления дидактических условий, максимизирующих эффективность развития логических структур мышления обучающихся основной школы.

Практическая значимость исследования технологии развития логического мышления на уроках математики определяется требованиями Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования, который устанавливает приоритет развития метапредметных результатов обучения, включающих логические универсальные учебные действия. Анализ результатов международных сравнительных исследований качества математического образования (TIMSS, PISA) показывает, что российские школьники демонстрируют относительно высокий уровень предметных знаний, но испытывают затруднения при решении задач, требующих применения логических операций в нестандартных ситуациях [24, с. 56]. Это актуализирует проблему совершенствования методических подходов к развитию логического мышления, разработки и внедрения эффективных педагогических технологий,

обеспечивающих формирование у обучающихся способности к самостоятельному логическому анализу, синтезу, обобщению и систематизации информации.

Современные дискуссии в педагогической науке сосредоточены вокруг вопросов соотношения предметного содержания математического образования и надпредметных интеллектуальных умений. Часть исследователей настаивает на необходимости специального обучения логическим операциям как автономному компоненту образовательного процесса, другие отстаивают позицию интегрированного развития мышления в контексте изучения математического содержания [29, с. 134]. Существуют различные подходы к структурированию логических компетенций, определению критериев и показателей уровней развития логического мышления школьников. Актуальной остаётся проблема адаптации педагогических технологий к возрастным особенностям и индивидуальным познавательным стилям обучающихся 5-6 классов, что требует дополнительного научного изучения.

Цель выпускной квалификационной работы заключается в разработке методических и теоретических аспектов технологий развития логического мышления обучающихся 5-6 классов на уроках математики.

Задачи исследования:

1. Раскрыть понятие и структуру логического мышления обучающихся 5-6 классов и провести обзор современных технологий его развития на уроках математики.
2. Обосновать дидактические условия и принципы эффективной реализации технологий развития логического мышления на уроках математики в 5-6 классах.
3. Разработать структуру, содержание технологий развития логического мышления обучающихся 5-6 классов на уроках математики.

4. Рассмотреть методы технологий развития логического мышления обучающихся 5-6 классов на уроках математики и апробировать их в образовательной практике.

Объект исследования – процесс обучения математике в 5-6 классах общеобразовательной школы.

Предмет исследования – технологии развития логического мышления обучающихся 5-6 классов на уроках математики.

Гипотеза исследования основана на предположении о том, что развитие логического мышления обучающихся 5-6 классов на уроках математики будет эффективным, если:

1. образовательный процесс строится на основе системного применения специализированных педагогических технологий, ориентированных на формирование всех компонентов логического мышления;
2. реализуется комплекс дидактических условий, учитывающих возрастные особенности обучающихся и специфику математического содержания;
3. обеспечивается последовательность этапов, оптимальное сочетание форм и методов обучения, способствующих усвоению логических операций.

Теоретическая база исследования включает фундаментальные концепции психологии мышления (Л.С. Выготский, С.Л. Рубинштейн, А.Н. Леонтьев, Ж. Пиаже), теорию поэтапного формирования умственных действий (П.Я. Гальперин, Н.Ф. Талызина), концепцию развивающего обучения (В.В. Давыдов, Д.Б. Эльконин), системно-деятельностный подход в образовании, теорию и методику обучения математике.

Методы исследования:

Теоретические методы:

1. анализ психолого-педагогической и методической литературы по проблеме исследования;

2. систематизация и обобщение научных подходов к развитию логического мышления школьников;
3. сравнительный анализ педагогических технологий;
4. моделирование образовательного процесса;

Эмпирические методы:

1. педагогическое наблюдение за процессом обучения математике;
2. анализ продуктов учебной деятельности обучающихся;
3. диагностическое тестирование уровня развития логического мышления;
4. анкетирование и беседа с учителями и обучающимися;
5. педагогический эксперимент по апробации технологий развития логического мышления;

Методы математической статистики:

6. количественный и качественный анализ экспериментальных данных;
7. статистическая обработка результатов исследования.

Источниковая база исследования представлена современными научными публикациями по теории и методике обучения математике, монографиями и статьями по проблемам развития мышления школьников, материалами диссертационных исследований, методическими пособиями для учителей математики.

Историографическая база включает классические труды отечественных и зарубежных психологов и педагогов по проблемам развития мышления (Л.С. Выготский «Мышление и речь», Ж. Пиаже «Психология интеллекта», П.Я. Гальперин «Психология мышления и учение о поэтапном формировании умственных действий»), современные исследования методистов-математиков (Г.И. Саранцев «Методология методики обучения математике», Н.Б. Истомина «Методика обучения математике в начальной школе»), работы по педагогическим технологиям (Г.К. Селевко «Современные образовательные

технологии», В.В. Гузеев «Планирование результатов образования и образовательная технология») [7, с. 89].

Нормативно-правовая база исследования опирается на Федеральный закон от 29.12.2012 №273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации», Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (утв. приказом Министерства просвещения РФ от 31.05.2021 №287), Примерную основную образовательную программу основного общего образования, Профессиональный стандарт «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», Концепцию развития математического образования в Российской Федерации (утв. распоряжением Правительства РФ от 24.12.2013 №2506-р).

Научная новизна исследования состоит в систематизации современных технологий развития логического мышления применительно к специфике возрастного периода 5-6 классов, выявлении комплекса дидактических условий их эффективной реализации на уроках математики, разработке структурно-содержательной модели методической системы развития логических компетенций обучающихся основной школы.

Практическая значимость работы определяется возможностью использования результатов исследования в практике преподавания математики в основной школе, при разработке рабочих программ и методических материалов, в системе повышения квалификации учителей математики, а также при подготовке студентов педагогических вузов по направлению «Педагогическое образование».

Структура выпускной квалификационной работы состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованной литературы и приложения. Во введении обоснованы актуальность, цели, задачи и методы исследования, определены объект, предмет, гипотеза, раскрыта теоретическая и нормативно-

правовая база работы. В первой главе «Теоретические аспекты развития логического мышления обучающихся 5-6 классов на уроках математики» рассмотрены понятие и структура логического мышления школьников, проведён сравнительный анализ педагогических технологий, обоснованы дидактические условия и принципы их реализации. Во второй главе «Методические аспекты развития логического мышления обучающихся 5-6 классов на уроках математики» раскрыты структура и содержание технологий, охарактеризованы формы и методы их применения, представлены результаты апробации в образовательной практике с описанием педагогического эксперимента. В заключении сформулированы выводы и практические рекомендации по результатам исследования.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РАЗВИТИЯ ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

1.1. Понятие, структура логического мышления обучающихся 5-6 классов

Логическое мышление представляет собой высшую форму познавательной деятельности человека, характеризующуюся способностью к установлению существенных связей и отношений между объектами и явлениями действительности на основе применения логических операций и законов. В контексте педагогической науки и психологии развития данный феномен рассматривается как сложное многокомпонентное образование, формирующееся в процессе онтогенетического развития и целенаправленного обучения. Научное осмысление природы логического мышления школьников требует обращения к фундаментальным психологическим концепциям, раскрывающим закономерности становления интеллектуальных функций в детском возрасте.

Основополагающий вклад в разработку теории развития мышления внёс Л.С. Выготский [1, с. 156], который рассматривал мышление как высшую психическую функцию, формирующуюся в процессе культурно-исторического развития личности посредством интериоризации внешних знаково-символических средств. Согласно культурно-исторической концепции, логические операции не являются врождёнными структурами интеллекта, но представляют собой результат присвоения индивидом исторически выработанных способов интеллектуальной деятельности. Эта теоретическая позиция имеет принципиальное значение для педагогической практики, поскольку утверждает возможность и необходимость целенаправленного формирования логических структур мышления в образовательном процессе. Развитие мышления, по Выготскому, происходит через зону ближайшего

развития - область потенциальных возможностей ребёнка, реализуемых при помощи взрослого или более компетентного сверстника.

Концепция Ж. Пиаже [5, с. 203] предлагает иную интерпретацию генезиса логического мышления, рассматривая его развитие как последовательную смену качественно различных стадий интеллектуального развития. Согласно теории когнитивного развития, переход от конкретных операций к формальным логическим структурам происходит в период 11-15 лет, что совпадает с возрастом обучающихся 5-6 классов. На стадии формальных операций школьники приобретают способность к абстрактному мышлению, гипотетико-дедуктивному рассуждению, оперированию логическими отношениями независимо от конкретного содержания. Вместе с тем, современные психолого-педагогические исследования показывают, что становление формально-логических операций не является автоматическим процессом, обусловленным исключительно биологическим созреванием, но в значительной степени зависит от характера обучения и социокультурной среды развития.

Отечественная психология мышления, представленная работами С.Л. Рубинштейна, А.Н. Леонтьева, П.Я. Гальперина, разработала деятельностный подход к пониманию природы интеллектуальных процессов. В рамках этого подхода мышление трактуется как особая форма познавательной деятельности, направленной на решение проблемных задач и осуществляемой посредством системы мыслительных операций. С.Л. Рубинштейн [9, с. 67] определял мышление как опосредованное и обобщённое познание объективной реальности, подчёркивая его неразрывную связь с практической деятельностью и речью. Мыслительная деятельность характеризуется не только содержательной, но и операциональной стороной, включающей специфические способы преобразования информации. Операциональный компонент мышления становится предметом целенаправленного формирования в процессе обучения математике.

Теория поэтапного формирования умственных действий П.Я. Гальперина [14, с. 112] предоставляет педагогике эффективный инструментарий для организации процесса развития логического мышления. Согласно данной концепции, переход от внешних материальных действий к внутренним умственным операциям осуществляется через ряд закономерных этапов, каждый из которых характеризуется специфическими показателями усвоения. Применительно к развитию логического мышления на уроках математики это означает необходимость организации последовательности учебных действий, начинающихся с оперирования материализованными объектами (схемами, моделями, графическими изображениями) и постепенно переходящих к выполнению операций в умственном плане. Качество сформированности логических операций определяется степенью их обобщённости, сокращённости, автоматизированности и осознанности.

Концепция развивающего обучения В.В. Давыдова [19, с. 178] акцентирует внимание на качественных различиях между эмпирическим и теоретическим мышлением, утверждая приоритет формирования теоретического способа мышления в школьном возрасте. Теоретическое мышление характеризуется направленностью на выявление сущностных отношений и закономерностей, восхождением от абстрактного к конкретному, рефлексией способов собственной мыслительной деятельности. Применительно к математическому образованию это предполагает организацию учебной деятельности, в которой школьники не просто усваивают готовые математические понятия и алгоритмы, но участвуют в квазиисследовательском процессе открытия общих способов решения целых классов задач. Развитие теоретического мышления создаёт фундамент для становления логических структур высокого уровня обобщённости.

Структура логического мышления представляет собой сложную иерархически организованную систему компонентов, включающую базовые

логические операции, формы мышления и логические законы. Базовыми логическими операциями являются анализ, синтез, сравнение, обобщение, абстрагирование, конкретизация, классификация и систематизация. Анализ как мыслительная операция заключается в расчленении целого на части, выделении отдельных признаков, свойств, отношений изучаемого объекта. Синтез представляет собой обратную операцию, состоящую в соединении элементов в единое целое, установлении связей и отношений между частями. Сравнение предполагает установление сходства и различия между объектами или явлениями [22, с. 94]. Обобщение состоит в выделении общих существенных признаков, присущих целому классу объектов. Абстрагирование заключается в мысленном отвлечении от несущественных признаков и выделении существенных свойств. Конкретизация представляет движение мысли от общего к частному, иллюстрацию общих положений конкретными примерами.

Классификация и систематизация являются более сложными логическими операциями, предполагающими распределение объектов по классам на основании существенных признаков и установление закономерных связей между элементами системы. Эти операции особенно значимы в контексте изучения математики, поскольку математическое знание имеет выраженную системную организацию, а многие математические объекты определяются через родовидовые отношения. Формирование умения классифицировать математические объекты по различным основаниям, устанавливая иерархические отношения между понятиями составляет важную задачу обучения математике в 5-6 классах [27, с. 145].

Формы логического мышления включают понятия, суждения и умозаключения как основные структурные единицы мыслительного процесса. Понятие представляет собой форму мышления, отражающую существенные признаки класса объектов. Формирование математических понятий составляет центральную линию обучения математике, причём психологические

исследования показывают, что эффективность усвоения понятий зависит от организации специальной учебной деятельности по выявлению существенных признаков, установлению объёма и содержания понятия, выполнению операций с понятиями. Суждение является формой мышления, в которой утверждается или отрицается связь между предметами и явлениями, их свойствами и отношениями. Умозаключение представляет собой форму мышления, при которой из одного или нескольких суждений выводится новое суждение, содержащее новое знание. Различают дедуктивные, индуктивные и умозаключения по аналогии [31, с. 67].

Логические законы - закон тождества, закон противоречия, закон исключённого третьего, закон достаточного основания - представляют собой нормативные требования к организации мыслительной деятельности, обеспечивающие её определённую, непротиворечивую, последовательную и обоснованную. Формирование у школьников понимания и соблюдения этих законов в процессе математических рассуждений является важнейшей задачей обучения математике [35, с. 189].

Возрастные особенности обучающихся 5-6 классов создают специфический контекст для развития логического мышления. Младший подростковый возраст (10-12 лет) характеризуется интенсивным развитием интеллектуальной сферы, качественными изменениями в структуре познавательных процессов. С точки зрения нейропсихологии, этот период связан с активным созреванием лобных отделов коры головного мозга, отвечающих за произвольность, планирование, контроль интеллектуальной деятельности. Совершенствуется система произвольного внимания, увеличивается объём рабочей памяти, формируются метакогнитивные способности - умение осознавать и контролировать собственные мыслительные процессы [38, с. 201].

С психолого-педагогической точки зрения, обучающиеся 5-6 классов находятся в переходном состоянии между наглядно-образным и словесно-логическим мышлением, что определяет необходимость сочетания в обучении математике различных форм предъявления информации - словесной, символической, графической. При этом важно учитывать неравномерность развития различных компонентов логического мышления: одни логические операции могут быть сформированы на достаточно высоком уровне, в то время как другие находятся на начальной стадии становления. Индивидуальные различия в темпах и траекториях интеллектуального развития обуславливают необходимость дифференцированного подхода к организации процесса развития логического мышления на уроках математики [40, с. 156].

1.2. Обзор и сравнительный анализ технологий развития логического мышления обучающихся на уроках математики

Понятие педагогической технологии в современной дидактике трактуется неоднозначно, что обуславливает необходимость уточнения терминологии применительно к контексту развития логического мышления на уроках математики. В широком смысле педагогическая технология представляет собой систематический метод планирования, применения и оценивания всего процесса обучения и усвоения знаний с учётом технических и человеческих ресурсов и их взаимодействия. В узком смысле технология понимается как совокупность приёмов и методов обучения, обеспечивающих гарантированное достижение запланированных образовательных результатов. Для целей настоящего исследования целесообразно определить технологии развития логического мышления как системную совокупность методов, форм, средств и этапов организации учебной деятельности, направленных на формирование у обучающихся логических операций, форм мышления и способности к логическому рассуждению в процессе изучения математики [2, с. 78].

Критериями выделения и классификации технологий развития логического мышления могут выступать различные основания, среди которых наиболее значимыми являются степень алгоритмизации учебной деятельности, характер взаимодействия субъектов образовательного процесса, доминирующие методы обучения, специфика организационных форм. По степени алгоритмизации различают жёстко структурированные технологии, предполагающие строгую последовательность учебных действий, и гибкие технологии, допускающие вариативность в зависимости от конкретных условий. По характеру взаимодействия выделяют авторитарные, личностно-ориентированные, технологии сотрудничества и свободного воспитания. По доминирующему методу обучения классифицируют объяснительно-иллюстративные, проблемные, исследовательские, игровые технологии [6, с. 134].

Технология проблемного обучения занимает центральное место в системе подходов к развитию логического мышления школьников, поскольку в её основе лежит создание проблемных ситуаций, требующих от обучающихся самостоятельного применения логических операций для разрешения познавательного противоречия. Сущность проблемного обучения заключается в том, что учитель не сообщает готовые знания, но организует самостоятельную поисковую деятельность учащихся по открытию новых знаний. Проблемная ситуация в обучении математике создаётся, когда перед обучающимися ставится вопрос или задача, для решения которых имеющихся знаний недостаточно, что вызывает потребность в поиске новых способов действия. Процесс разрешения проблемной ситуации включает этапы осознания противоречия, формулирования проблемы, выдвижения гипотез, их проверки и формулирования выводов [11, с. 89].

Применение проблемного обучения на уроках математики в 5-6 классах способствует развитию всех компонентов логического мышления, поскольку

требует выполнения анализа условия задачи, синтеза известных элементов знания в новую структуру, сравнения различных подходов к решению, обобщения частных наблюдений, формулирования гипотез и их логического обоснования. Вместе с тем, эффективность проблемного обучения зависит от соблюдения ряда условий, важнейшим из которых является соответствие уровня сложности проблемной ситуации зоне ближайшего развития обучающихся. Слишком простая проблема не вызывает познавательного затруднения, слишком сложная может привести к отказу от поисковой деятельности. Кроме того, проблемное обучение требует значительных временных затрат, что ограничивает возможности его постоянного применения в условиях необходимости освоения обширного программного материала [16, с. 145].

Технология развивающего обучения, разработанная научной школой Д.Б. Эльконина и В.В. Давыдова [20, с. 167], представляет собой целостную дидактическую систему, в которой развитие теоретического мышления выступает в качестве главной цели образования. Концептуальные основы данной технологии базируются на приоритете содержательного обобщения над эмпирическим, восхождения от абстрактного к конкретному, организации учебной деятельности как квазиисследовательского процесса. В рамках этой технологии изучение математики строится не как усвоение готовых определений и алгоритмов, но как процесс выявления общих способов действия, анализа условий их происхождения, моделирования существенных отношений. Центральное место занимает формирование у обучающихся умения содержательного анализа, планирования, рефлексии собственных способов действия.

Технология дифференцированного обучения ориентирована на учёт индивидуальных особенностей обучающихся, различий в уровне развития логического мышления, темпе освоения учебного материала, познавательном

стиле. Дифференциация в обучении математике может осуществляться на различных уровнях организации образовательного процесса, включая внешнюю дифференциацию (разделение обучающихся на относительно гомогенные группы по уровню достижений) и внутреннюю дифференциацию (вариативность заданий, форм и методов работы с обучающимися в рамках одного класса). Для развития логического мышления на уроках математики наиболее продуктивной представляется внутренняя дифференциация, предполагающая предоставление обучающимся заданий различного уровня сложности в зависимости от актуального уровня развития логических операций [28, с. 112].

Технология модульного обучения предполагает структурирование содержания образования в относительно автономные учебные модули, каждый из которых включает целевой, информационный, операционный и контрольно-оценочный компоненты. В контексте развития логического мышления на уроках математики модульная технология может быть реализована через выделение специальных модулей, направленных на формирование отдельных логических операций или их комплексов. Например, модуль «Классификация математических объектов» может включать систему заданий на классификацию чисел, выражений, фигур по различным основаниям, требовать самостоятельного определения оснований классификации, построения иерархических систем понятий. Модульная структура обеспечивает целостность и завершённость каждой дидактической единицы, возможность гибкого проектирования индивидуальных образовательных траекторий [37, с. 189].

Технология игрового обучения основана на использовании дидактических игр как средства активизации познавательной деятельности и развития мыслительных операций. Игра как ведущий вид деятельности в дошкольном возрасте сохраняет свою привлекательность и мотивирующий потенциал в младшем подростковом возрасте, хотя и претерпевает

качественные изменения. Дидактические игры на уроках математики в 5-6 классах могут быть направлены на формирование различных компонентов логического мышления через создание игровых ситуаций, требующих применения логических операций для достижения игровой цели. Например, игры на установление закономерностей в числовых последовательностях, логические задачи-головоломки, математические кроссворды и ребусы способствуют развитию аналитико-синтетической деятельности, обобщения, абстрагирования [4, с. 67].

Технология проектного обучения предполагает организацию учебной деятельности обучающихся в форме работы над проектами - относительно длительными самостоятельными исследованиями, завершающимися созданием продукта и его презентацией. Применительно к развитию логического мышления на уроках математики проектная технология может реализовываться через математические мини-проекты (в рамках нескольких уроков) или долгосрочные проекты. Примерами математических проектов, способствующих развитию логического мышления, могут быть исследование свойств геометрических фигур, изучение истории возникновения и развития математических понятий, создание сборника логических задач определённого типа, разработка алгоритмов решения классов задач [8, с. 145].

Технология коллективного способа обучения основана на организации учебного взаимодействия обучающихся в парах сменного состава, где каждый выступает попеременно в роли обучающего и обучаемого. Психологическая основа данной технологии связана с тем, что объяснение материала другому человеку требует более глубокого понимания, структурирования знания, осознания логических связей между элементами. Применительно к развитию логического мышления на уроках математики коллективный способ обучения может быть реализован через организацию взаимообучения, где обучающиеся объясняют друг другу способы решения задач, логику математических

рассуждений, обосновывают выбор того или иного подхода к решению проблемы [23, с. 167].

Технология интегрированного обучения предполагает установление межпредметных связей, создание целостной системы знаний через интеграцию содержания различных учебных дисциплин. В контексте развития логического мышления на уроках математики интеграция может осуществляться с информатикой (алгоритмическое мышление, формальная логика), физикой (математическое моделирование физических процессов), технологией (геометрические построения, измерения), что создаёт условия для применения логических операций в разнообразных контекстах. Интегрированные уроки математики способствуют развитию умения переноса логических способов действия из одной предметной области в другую, формированию обобщённых логических умений [36, с. 178].

Технология информационно-коммуникационного обучения основана на использовании возможностей современных информационных технологий для организации и поддержки процесса обучения. В контексте развития логического мышления на уроках математики ИКТ могут применяться для визуализации абстрактных математических объектов и процессов, создания интерактивных моделей, использования компьютерных обучающих программ и тренажёров, организации самостоятельной работы обучающихся с мгновенной обратной связью. Специализированные программы (динамическая геометрия, символьные вычислители, конструкторы алгоритмов) предоставляют обучающимся возможность экспериментирования с математическими объектами, выявления закономерностей, формулирования и проверки гипотез [10, с. 134].

Сравнительный анализ рассмотренных технологий позволяет выявить их специфические возможности и ограничения для развития логического мышления обучающихся 5-6 классов на уроках математики. Проблемное и

развивающее обучение наиболее полно реализуют деятельностный подход, обеспечивают активную интеллектуальную деятельность обучающихся, но требуют значительных временных затрат и высокой квалификации учителя. Дифференцированное и модульное обучение создают условия для индивидуализации процесса развития логического мышления, но могут не в полной мере использовать потенциал социального взаимодействия. Игровая и проектная технологии обеспечивают высокую мотивацию обучающихся, но ограничены в возможностях систематического формирования логических операций. Коллективный способ обучения эффективен для осознания и вербализации логических действий, но зависит от уровня коммуникативной компетентности обучающихся [26, с. 167].

Важным выводом сравнительного анализа является понимание того, что ни одна из рассмотренных технологий не может претендовать на статус универсальной, оптимальной для всех условий и всех компонентов логического мышления. Эффективная педагогическая практика требует интеграции различных технологий, их разумного сочетания в зависимости от конкретных дидактических задач, содержания учебного материала, особенностей класса и этапа обучения. Такой интегративный подход позволяет использовать сильные стороны каждой технологии, компенсируя их ограничения возможностями других подходов.

1.3. Дидактические условия и принципы эффективной реализации технологий развития логического мышления на уроках математики в 5-6 классах

Эффективность применения любой педагогической технологии детерминирована комплексом дидактических условий - обстоятельств, факторов, обеспечивающих успешность образовательного процесса. В контексте развития логического мышления обучающихся на уроках математики дидактические условия представляют собой специально создаваемую

образовательную среду, систему организационно-педагогических мер, методических решений, обеспечивающих оптимальное протекание процесса формирования логических операций, форм мышления и способности к логическому рассуждению. Научное обоснование дидактических условий требует обращения к теоретическим положениям педагогики и психологии, анализа закономерностей процесса обучения, учёта специфики математического содержания и возрастных особенностей обучающихся 5-6 классов [26, с. 167].

Первым и основополагающим дидактическим условием эффективного развития логического мышления на уроках математики является целенаправленность и систематичность работы по формированию логических операций. Анализ массовой педагогической практики показывает, что развитие логического мышления нередко рассматривается как побочный продукт обучения математике, происходящий стихийно в процессе решения математических задач. Такой подход не обеспечивает гарантированного достижения результатов, поскольку формирование сложных интеллектуальных умений требует специальной организации учебной деятельности, включения в содержание обучения заданий, специально направленных на развитие каждого компонента логического мышления. Систематичность предполагает планомерную работу на протяжении всего периода обучения, постепенное усложнение логических операций, регулярное включение заданий на развитие мышления в структуру каждого урока математики [15, с. 134].

Реализация данного условия требует разработки системы логических заданий, интегрированных в процесс изучения программного материала по математике. Эти задания должны охватывать все основные логические операции - анализ, синтез, сравнение, обобщение, абстрагирование, конкретизацию, классификацию, систематизацию - и предъявляться в логике возрастающей сложности. На начальном этапе работы в 5 классе целесообразно использовать задания на выполнение отдельных логических операций в явном

виде (сравни числа, классифицируй выражения, обобщи свойства фигур), затем постепенно переходить к заданиям, требующим комплексного применения нескольких операций в контексте решения математических задач. Важным аспектом систематичности является преемственность в развитии логического мышления между различными темами курса математики, между различными годами обучения [32, с. 167].

Вторым существенным дидактическим условием является обеспечение осознанности выполнения логических операций обучающимися. Психологические исследования показывают, что эффективность интеллектуальной деятельности значительно повышается, когда субъект осознаёт структуру собственных мыслительных действий, может вербализировать логику рассуждений, рефлексировать применяемые способы. В контексте обучения математике это означает необходимость не только выполнения логических операций, но и обсуждения их сущности, алгоритма, условий применения. Учитель должен создавать ситуации, в которых обучающиеся не просто решают задачу, но объясняют, какие мыслительные действия они совершают, почему выбирают тот или иной подход, как проверяют правильность рассуждений [34, с. 201].

Практическая реализация данного условия может осуществляться через систему рефлексивных вопросов, организацию обсуждения различных способов решения задач, требование обоснования каждого шага рассуждения, использование приёмов вербализации внутренней речи. Эффективным методическим приёмом является использование алгоритмических предписаний, схем ориентировочной основы действий, фиксирующих последовательность выполнения логических операций. Например, при обучении классификации математических объектов может использоваться схема: определи признаки объектов, выбери основание классификации, раздели объекты на группы, проверь правильность классификации. Постепенно такие внешние опоры

интериоризируются, превращаясь во внутренние регуляторы мыслительной деятельности [39, с. 145].

Третьим важнейшим дидактическим условием выступает вариативность и разнообразие логических заданий, обеспечивающие формирование обобщённых логических умений, переносимых на различные математические содержания. Психологический механизм формирования обобщённого умения предполагает выполнение соответствующего действия на различном материале, в разнообразных условиях, что способствует вычленению инвариантной структуры действия от вариативных особенностей конкретных ситуаций. Применительно к развитию логического мышления на уроках математики это означает необходимость включения заданий на выполнение одной и той же логической операции в контексте изучения различных разделов математики - арифметики, алгебры, геометрии [4, с. 112].

Например, операция обобщения может формироваться через задания на обобщение свойств натуральных чисел, обыкновенных дробей, десятичных дробей, целых чисел; обобщение свойств арифметических действий; обобщение свойств геометрических фигур; обобщение способов решения уравнений. Разнообразие математического материала, на котором осуществляется обобщение, способствует формированию обобщённого умения выделять существенные признаки, абстрагироваться от несущественных, формулировать общие положения. Аналогично, другие логические операции должны формироваться на разнообразном математическом содержании, что обеспечивает их универсальность и переносимость [9, с. 178].

Четвёртое дидактическое условие связано с обеспечением проблемности и поисковости учебной деятельности обучающихся. Как было показано при анализе технологии проблемного обучения, логическое мышление наиболее эффективно развивается в ситуациях, требующих самостоятельного поиска решения, преодоления познавательных затруднений, выдвижения и

проверки гипотез. Традиционное обучение математике, построенное по схеме «объяснение - закрепление - контроль», не создаёт достаточных условий для развития продуктивного логического мышления, поскольку обучающиеся преимущественно воспроизводят готовые образцы рассуждений, не участвуя в процессе их открытия. Проблемный характер обучения предполагает систематическое создание проблемных ситуаций, организацию коллективного или индивидуального поиска путей их разрешения [18, с. 134].

Проблемные ситуации на уроках математики в 5-6 классах могут создаваться различными способами, включая предъявление задачи с недостающими или избыточными данными, столкновение обучающихся с практическим заданием, для выполнения которого не хватает имеющихся знаний, демонстрацию внутреннего противоречия в известных знаниях, побуждение к сравнению и анализу нового факта с известными. Важно, чтобы проблемность не была искусственной, надуманной, но органично вытекала из логики изучения математического материала. Уровень сложности проблемной ситуации должен соответствовать зоне ближайшего развития обучающихся, обеспечивая ситуацию успеха при приложении определённых интеллектуальных усилий [27, с. 189].

Пятым дидактическим условием является индивидуализация и дифференциация процесса развития логического мышления с учётом различий обучающихся в темпах интеллектуального развития, уровне сформированности логических операций, познавательном стиле. Как показывают психологические исследования, индивидуальные различия в развитии мышления младших подростков весьма значительны: в одном классе могут обучаться школьники, у которых преобладает конкретно-образное мышление, и учащиеся, уже способные к абстрактно-логическому рассуждению. Игнорирование этих различий приводит либо к занижению требований и задержке в развитии более продвинутых обучающихся, либо к предъявлению чрезмерно сложных заданий

и формированию негативного отношения к математике у школьников с более медленными темпами развития [35, с. 156].

Реализация индивидуализации и дифференциации в процессе развития логического мышления может осуществляться через систему разноуровневых заданий, организацию индивидуальных образовательных маршрутов, использование гибких форм организации учебной деятельности. Целесообразно выделить базового и повышенного уровней логических заданий, где базовый уровень доступен всем обучающимся и обеспечивает формирование минимально необходимых логических умений, а повышенный уровень предназначен для школьников, проявляющих особые способности к математике и логическому мышлению. Важным аспектом дифференциации является возможность перехода обучающихся с одного уровня на другой по мере развития логического мышления [40, с. 201].

Шестое дидактическое условие связано с обеспечением мотивационной основы развития логического мышления, созданием лично значимых для обучающихся ситуаций применения логических операций. Психологические исследования убедительно показывают, что эффективность любой деятельности, в том числе учебной, существенно зависит от её мотивированности. Применительно к развитию логического мышления это означает необходимость создания у обучающихся понимания ценности логических умений, их значимости не только для изучения математики, но и для повседневной жизни, других учебных предметов, будущей профессиональной деятельности. Младшие подростки особенно чувствительны к практической применимости получаемых знаний и умений, поэтому демонстрация возможностей использования логических операций для решения реальных жизненных задач значительно повышает мотивацию [7, с. 167].

Практическая реализация данного условия может включать использование контекстных задач, в которых математические и логические

умения применяются для решения практически значимых проблем, организацию проектной деятельности, связанной с реальными жизненными ситуациями, демонстрацию роли логического мышления в различных профессиях, включение элементов игры и соревновательности в процесс выполнения логических заданий. Важным мотивирующим фактором является создание ситуаций успеха, признание достижений обучающихся в развитии логического мышления, поддержка атмосферы интеллектуального сотрудничества и взаимопомощи [12, с. 134].

Седьмое дидактическое условие предполагает использование визуализации и моделирования для поддержки развития логического мышления обучающихся 5-6 классов. Возрастные особенности младших подростков, находящихся в переходном состоянии между наглядно-образным и словесно-логическим мышлением, обуславливают эффективность использования различных форм наглядности - графических схем, таблиц, диаграмм, моделей - для поддержки логических операций. Визуализация структуры математических объектов, отношений между понятиями, алгоритмов решения задач облегчает выполнение анализа, синтеза, сравнения, обобщения. Модели и схемы выступают в качестве внешних опор мыслительной деятельности, постепенно интериоризируемых и превращающихся во внутренние средства логического мышления [22, с. 178].

Эффективными формами визуализации для развития логического мышления на уроках математики являются таблицы для сравнения математических объектов (например, свойств арифметических действий), схемы классификации (дерево классификации чисел, четырёхугольников), графы для представления отношений между понятиями, блок-схемы алгоритмов решения типовых задач, координатные модели для представления зависимостей. Использование современных информационных технологий существенно расширяет возможности визуализации, позволяя создавать динамические

интерактивные модели, способствующие более глубокому пониманию математических отношений [29, с. 145].

Восьмым дидактическим условием является организация коллективных форм учебной деятельности, обеспечивающих вербализацию и социализацию мыслительных процессов. Согласно культурно-исторической психологии, высшие психические функции, к которым относится логическое мышление, формируются сначала в интерпсихической форме (во внешнем взаимодействии между людьми), затем интериоризируются и становятся интрапсихическими (внутренними). Применительно к развитию логического мышления это означает эффективность организации парной и групповой работы, учебных дискуссий, в которых обучающиеся обсуждают способы решения задач, обосновывают свои рассуждения, критически анализируют предложения одноклассников [33, с. 189].

В процессе коллективного обсуждения логика мыслительных действий экстерииоризируется, становится доступной для анализа и коррекции. Обучающиеся учатся выявлять ошибки в рассуждениях, обосновывать правильность или неправильность предложенных решений, формулировать контраргументы, что развивает критическое мышление как важнейший компонент логической культуры. Вместе с тем, эффективность коллективных форм работы требует специальной подготовки обучающихся к сотрудничеству, формирования умений слушать и понимать позицию другого, аргументированно высказывать собственное мнение, конструктивно разрешать разногласия [36, с. 201].

Наряду с дидактическими условиями, эффективность развития логического мышления на уроках математики обеспечивается соблюдением системы дидактических принципов - основополагающих требований к организации образовательного процесса.

Принцип научности требует соответствия содержания обучения современному уровню развития науки, использования корректной математической терминологии, строгости математических рассуждений. Применительно к развитию логического мышления принцип научности означает необходимость формирования у обучающихся правильных представлений о природе логических операций, знакомство с логическими законами, требование обоснованности всех утверждений [2, с. 145].

Принцип систематичности и последовательности предполагает логически обоснованное построение процесса обучения, последовательное усложнение учебного материала, установление связей между различными элементами содержания. В контексте развития логического мышления данный принцип реализуется через постепенное усложнение логических операций (от простых к сложным), систематическое включение заданий на развитие мышления в процесс изучения всех разделов математики, обеспечение преемственности между различными этапами обучения. Формирование сложных логических умений, таких как доказательство теорем или построение контрпримеров, должно опираться на предварительно сформированные более простые умения [11, с. 167].

Принцип доступности требует соответствия содержания, методов и форм обучения возрастным и индивидуальным особенностям обучающихся, учёта зоны их ближайшего развития. Применительно к развитию логического мышления принцип доступности реализуется через постепенный переход от конкретного к абстрактному, использование наглядных опор на начальных этапах формирования логических операций, обеспечение посильности логических заданий. Вместе с тем, доступность не должна превращаться в излишнее упрощение, не стимулирующее интеллектуальное развитие. Оптимальным является уровень сложности, требующий определённых

интеллектуальных усилий, но не приводящий к отказу от деятельности [20, с. 178].

Принцип наглядности в контексте развития логического мышления предполагает использование различных форм визуализации для поддержки мыслительных операций, особенно на начальных этапах их формирования. Однако наглядность в обучении математике имеет свою специфику, поскольку математические объекты абстрактны по своей природе, и чрезмерная опора на конкретные наглядные образы может затруднять формирование абстрактных понятий. Поэтому принцип наглядности должен реализовываться в сочетании с постепенным переходом к оперированию абстрактными символическими объектами, сворачиванием внешних наглядных опор [25, с. 189].

Принцип сознательности и активности требует понимания обучающимися целей и содержания учебной деятельности, осознания смысла изучаемого материала, активного участия в процессе познания. Применительно к развитию логического мышления данный принцип реализуется через создание проблемных ситуаций, организацию поисковой деятельности, требование обоснования каждого шага рассуждения, рефлексии способов мыслительной деятельности. Пассивное восприятие готовых образцов логических рассуждений не обеспечивает эффективного развития мышления; необходима собственная активная мыслительная деятельность обучающихся [31, с. 201].

Принцип прочности усвоения требует долговременного сохранения знаний и умений, их готовности к актуализации и применению в различных ситуациях. В контексте развития логического мышления прочность обеспечивается систематическим повторением и применением логических операций на различном математическом материале, организацией практики использования логических умений, установлением множественных связей между различными элементами логической структуры мышления. Важным

условием прочности является осмысленность усвоения логических операций, понимание их сущности и условий применения [37, с. 156].

Принцип связи обучения с жизнью предполагает демонстрацию практической значимости изучаемого материала, использование реальных жизненных ситуаций как контекста для применения формируемых знаний и умений. Применительно к развитию логического мышления данный принцип реализуется через включение контекстных задач, требующих применения логических операций для решения практически значимых проблем, демонстрацию использования логического мышления в различных профессиях и сферах жизни, установление связей между математическими логическими умениями и повседневной познавательной деятельностью [5, с. 167].

Выводы по первой главе

Анализ психолого-педагогической литературы (работы Л.С. Выготского, Ж. Пиаже, П.Я. Гальперина, В.В. Давыдова) позволил раскрыть понятие логического мышления как сложной многоуровневой структуры, включающей систему базовых операций (анализ, синтез, сравнение, обобщение, классификацию), формы мышления (понятия, суждения, умозаключения) и логические законы. Установлено, что возрастной период 5-6 классов является сенситивным для перехода от конкретно-образного к формально-логическому мышлению, что создаёт благоприятные предпосылки для целенаправленного педагогического воздействия.

Обзор современных технологий (проблемного, развивающего, дифференцированного, игрового, проектного обучения, коллективного способа обучения, интегрированного обучения, ИКТ) показал, что каждая из них обладает специфическим потенциалом для развития отдельных компонентов логического мышления, однако ни одна не является универсальной. Эффективная педагогическая практика требует интеграции различных

технологий, их разумного сочетания в зависимости от конкретных дидактических задач.

Эффективность реализации технологий развития логического мышления детерминирована комплексом дидактических условий: целенаправленность и систематичность, осознанность выполнения операций, вариативность и разнообразие заданий, проблемность, индивидуализация и дифференциация, мотивационная обеспеченность, визуализация и моделирование, организация коллективных форм деятельности. Соблюдение данных условий в сочетании с базовыми дидактическими принципами (научности, систематичности, доступности, наглядности, сознательности, прочности, связи с жизнью) создаёт оптимальную образовательную среду для формирования логических структур мышления.

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РАЗВИТИЯ ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

2.1. Структура, содержание и планирование технологий развития логического мышления обучающихся 5-6 классов на уроках математики

Разработка методической системы развития логического мышления обучающихся на уроках математики требует конкретизации теоретических положений, рассмотренных в первой главе, в виде структурированной совокупности методических решений, охватывающих целевой, содержательный, процессуальный и оценочно-результативный компоненты образовательного процесса. Структура технологии развития логического мышления представляет собой внутреннюю организацию системы, совокупность устойчивых связей между компонентами, обеспечивающих целостность и функциональность методической системы. Содержание технологий включает конкретное наполнение каждого структурного компонента, определение форм, методов, средств реализации технологий на практике [3, с. 89].

Целевой компонент технологии развития логического мышления определяют систему ожидаемых образовательных результатов, конкретизированных применительно к различным уровням обобщённости и этапам обучения. Генеральная цель технологий заключается в формировании у обучающихся 5-6 классов системы логических операций, форм мышления и способности к логическому рассуждению в контексте изучения математики. Эта общая цель конкретизируется в систему частных целей, соответствующих отдельным компонентам логического мышления. Среди основных частных целей можно выделить формирование умений анализа математических объектов и ситуаций, синтеза элементов знания в целостные структуры, сравнения математических объектов по различным основаниям, обобщения частных

случаев в общие закономерности, абстрагирования существенных признаков от несущественных, конкретизации общих положений примерами, классификации математических объектов, систематизации математических знаний [14, с. 134].

Дальнейшая конкретизация целей осуществляется через определение планируемых результатов обучения, операционализированных в форме наблюдаемых и диагностируемых умений. Например, цель формирования умения анализа конкретизируется в систему планируемых результатов, включающих умение выделять компоненты математического объекта (выделять числитель и знаменатель дроби, компоненты выражения, элементы геометрической фигуры), распознавать структуру задачи (определять условие, вопрос, известные и неизвестные данные), выявлять существенные признаки математических понятий, устанавливать связи между элементами математических структур. Аналогично операционализируются цели формирования других логических операций. Такая детализация целей создаёт основу для разработки диагностического инструментария и критериев оценки эффективности технологий [19, с. 167].

Содержательный компонент технологий определяет, какой учебный материал используется для развития логического мышления, как организуется система логических заданий, какие типы задач включаются в содержание обучения. Принципиальным методологическим решением при проектировании содержания является выбор между двумя подходами: выделением специального времени для обучения логическим операциям (автономный подход) или интеграцией развития логического мышления в процесс изучения программного материала по математике (интегративный подход). Анализ психолого-педагогических исследований и педагогической практики свидетельствует о большей эффективности интегративного подхода, при котором логические операции формируются не изолированно, но в контексте решения содержательных математических задач [26, с. 201].

Интегративный подход реализуется через насыщение содержания каждой темы курса математики 5-6 классов специальными заданиями, направленными на развитие различных компонентов логического мышления. Приведём **примеры** привязки логических задач к темам календарно-тематического планирования (КТП) для 5-6 классов.

Таблица 1

Пример 1. Тема «Натуральные числа» (5 класс)

Тип задания	пример	Развиваемая операция
Классификация	«Разбей числа 1, 15, 27, 30, 100, 101 на группы: а) чётные/нечётные; б) однозначные/двузначные/трёхзначные; в) кратные 3 и не кратные 3».	Классификация по разным основаниям
Установление закономерностей	«Найди закономерность и продолжи ряд: 2, 5, 11, 23, 47, ...»	Анализ, синтез, обобщение
Логическая задача	«В классе 25 человек. 20 любят математику, 15 - русский язык. Сколько человек любят оба предмета, если каждый любит хотя бы один?»	Анализ условия, синтез данных

Таблица 2

Пример 2. Тема «Обыкновенные дроби» (5 класс)

Тип задания	пример	Развиваемая операция
Сравнение	«Сравните дроби $\frac{3}{4}$ и $\frac{4}{5}$, не приводя к общему знаменателю (используй "дополнительный" множитель)».	Сравнение, анализ, поиск рационального способа
Обобщение	«Сформулируйте правило сложения дробей с разными знаменателями»	Обобщение, абстрагирование

Тип задания	пример	Развиваемая операция
	на основе анализа примеров: $1/2+1/3$, $2/5+1/10$, $3/4+1/6$ ».	
Конструирование	«Составьте дробь, которая больше $3/7$, но меньше $5/7$ ». Сколько таких дробей существует?»	Конкретизация, синтез

Таблица 3

Пример 3. Тема «Уравнения» (6 класс)

Тип задания	пример	Развиваемая операция
Анализ структуры	«Проанализируйте уравнение $5x + 3 = 2x + 12$. Что неизвестно? Какие действия нужно выполнить? В каком порядке?»	Анализ, планирование действий
Исправление ошибок	«Ученик решил уравнение $3(x-2)=12$ так: $3x-2=12$, $3x=14$, $x=14/3$. Найдите и исправьте ошибки, объясните решение».	Анализ, сравнение, коррекция
Составление обратной задачи	«Дано уравнение $2x + 5 = 17$ ($x=6$). Составьте текстовую задачу, которая решается с помощью этого уравнения».	Синтез, моделирование

Таблица 4

Пример 4. Тема «Геометрические фигуры» (6 класс)

Тип задания	пример	Развиваемая операция
Классификация	«Постройте иерархическое дерево (схему) для понятий: четырёхугольник, прямоугольник, квадрат, ромб, параллелограмм».	Систематизация, установление родовидовых отношений
Доказательство	«Докажите, что если в четырёхугольнике все стороны равны, то это ромб».	Дедуктивное умозаключение, доказательство
Логическая задача на разрезание	«Разрежьте фигуру в форме креста на 4 равные части».	Пространственное мышление, анализ, синтез

Систематизация типов логических заданий позволяет структурировать содержание технологий и обеспечить полноту охвата различных аспектов логического мышления. По функциональному назначению можно выделить следующие типы заданий:

1. Задания на выполнение отдельных логических операций в явном виде (проанализируй структуру выражения, сравни способы решения, обобщи свойства фигур, классифицируй числа).

2. Задания на применение логических операций в контексте решения математических задач (реши задачу и обоснуй каждый шаг решения, найди несколько способов решения и сравни их, составь обратную задачу).

3. Задания на выявление и исправление логических ошибок (найди ошибку в рассуждении, определи, какой логический закон нарушен, исправь неверное рассуждение).

4. Задания на конструирование математических объектов с заданными свойствами (придумай задачу определённого типа, составь выражение с заданными свойствами, построй фигуру, удовлетворяющую условиям).

5. Задания на установление логических отношений между понятиями (определи отношение между понятиями, построй схему иерархии понятий, приведи примеры и контрпримеры) [7, с. 178].

По уровню сложности логические задания дифференцируются на:

➤ **Репродуктивные** (выполнение по образцу). Пример: «Решите уравнение $5x + 3 = 18$ по алгоритму, данному в учебнике».

➤ **Конструктивные** (применение известного способа в изменённой ситуации). Пример: «Решите уравнение $5x + 3 = 2x + 12$, используя известный алгоритм».

➤ **Творческие** (поиск нового способа, решение нестандартных задач). Пример: «Придумайте уравнение, которое имеет корень 5, и решите его двумя способами».

По форме представления информации различаются задания, использующие различные семиотические системы - словесную (текстовые задачи, определения понятий), символическую (буквенные выражения, уравнения, формулы), графическую (схемы, таблицы, диаграммы, графы), визуально-образную (геометрические фигуры, графические модели). Разнообразие форм представления способствует развитию универсальности логических операций, способности работать с информацией в различных формах, что особенно важно в современном информационном обществе. Кроме того, использование различных семиотических систем учитывает индивидуальные различия в познавательных стилях обучающихся [21, с. 156].

Оценочно-результативный компонент технологий включает систему диагностики уровня развития логического мышления, критерии оценки сформированности логических операций, методы отслеживания динамики развития. Диагностика логического мышления представляет собой сложную педагогическую задачу, поскольку мыслительные процессы протекают во внутреннем плане и могут наблюдаться только по внешним проявлениям -

продуктам деятельности, вербализованным рассуждениям. Комплексная диагностика должна включать различные методы: тестирование с использованием стандартизированных методик, анализ продуктов учебной деятельности (письменных работ, решений задач), наблюдение за процессом выполнения заданий, беседу с обучающимися о способах их мыслительной деятельности [20, с. 201].

Для оценки уровня сформированности отдельных логических операций могут использоваться специализированные задания. Например, уровень развития операции анализа может диагностироваться заданиями на выделение компонентов математических объектов, определение структуры задачи, выявление существенных признаков понятий. Уровень развития операции обобщения - заданиями на формулирование общих правил на основе анализа частных случаев, выделение существенных признаков класса объектов, определение понятий через род и видовое отличие. Уровень развития операции классификации - заданиями на распределение математических объектов по классам, самостоятельное определение оснований классификации, построение иерархических систем понятий [27, с. 167].

Критерии оценки сформированности логических операций могут включать правильность выполнения (соответствие результата объективной логике), осознанность (способность объяснить логику своих действий), обобщённость (способность применять операцию к различному математическому содержанию), самостоятельность (выполнение без внешних опор и помощи), рациональность (выбор оптимального способа выполнения операции). На основе данных критериев может быть выделено несколько уровней сформированности логического мышления: низкий (обучающийся выполняет операции с ошибками, только при помощи учителя, по шаблону), средний (правильно выполняет операции по образцу, на знакомом материале, с частичной помощью), высокий (самостоятельно и правильно выполняет

операции на различном материале, осознаёт логику действий, применяет в нестандартных ситуациях) [33, с. 178].

2.2. Методы технологий развития логического мышления обучающихся 5-6 классов на уроках математики

Детализация процессуального компонента технологий развития логического мышления требует определения специфики методов и приёмов обучения, используемых для формирования логических операций. Методы обучения, применяемые в данной технологии, должны быть адекватны целям формирования интеллектуальных умений и обеспечивать активную познавательную деятельность обучающихся. Приоритет отдаётся активным методам обучения. Рассмотрим основные методы и приёмы применительно к каждой из выделенных ранее технологий, сопровождая их математическими примерами.

1. Методы проблемного обучения

Сущность: создание проблемных ситуаций, требующих самостоятельного поиска решения.

Приёмы:

- постановка проблемного вопроса («Почему?», «Всегда ли?», «Что будет, если?»);
- создание ситуации противоречия («Как разделить число на 0,1? Мы этого не проходили, но можем догадаться?»);
- предъявление задачи с недостающими или избыточными данными.

Математический пример (5 класс, тема «Площадь»):

Учитель предлагает задачу: «Вычислите площадь пола в спортивном зале, длина которого 15 м, а ширина 8 м». Учащиеся легко решают ($15 \times 8 = 120 \text{ м}^2$). Затем учитель даёт вторую задачу: «Вычислите площадь пола в классе». Данных нет. Возникает проблема: что делать? Учащиеся приходят к выводу, что

нужно выполнить измерение. Формируется операция анализа условия и планирования действий.

2. Методы развивающего обучения

Сущность: обучение на высоком уровне сложности, движение от абстрактного к конкретному.

Приёмы:

- восхождение от абстрактного к конкретному;
- содержательное обобщение;
- моделирование существенных отношений.

Математический пример (6 класс, тема «Координатная плоскость»):

Вместо того чтобы дать готовое определение, учитель вводит абстрактную модель - две перпендикулярные оси. Затем через игру «Морской бой» или задание «Отметьте точки А(3;5), В(-2;4), С(0;-3)» происходит конкретизация. Учащиеся сами формулируют правила определения координат, обобщая практический опыт.

3. Методы дифференцированного обучения

Сущность: учёт индивидуальных особенностей через разноуровневые задания.

Приёмы:

- карточки с заданиями трёх уровней сложности;
- «стартовый контроль» для определения уровня;
- индивидуальные маршрутные листы.

Математический пример (5 класс, тема «Решение уравнений»):

Уровень	Задание
Базовый (А)	Решите уравнение: $5x + 7 = 32$ (по алгоритму)
Повышенный (Б)	Решите уравнение: $4x - 5 = 3x + 10$

Уровень	Задание
Высокий (В)	Придумайте уравнение, корнем которого является число 8, и решите его

4. Методы игрового обучения

Сущность: использование игровых форм для активизации мыслительной деятельности.

Приёмы:

- дидактические игры («Математическое лото», «Логический поезд»);
- игры-соревнования («Математический бой», «Кто быстрее?»);
- головоломки, ребусы, кроссворды.

Математический пример (6 класс, тема «Положительные и отрицательные числа»):

Игра «Логический поезд». Класс делится на команды. Каждая команда получает «локомотив» - число (например, -5). Чтобы присоединить «вагоны» (следующие числа), нужно выполнить логическую операцию. Например: «Прибавьте число, противоположное данному», «Найдите модуль числа», «Сравните с предыдущим». Выигрывает команда, чей поезд (цепочка логических операций) будет длиннее и без ошибок.

5. Методы проектного обучения

Сущность: выполнение длительного исследования, завершающегося созданием продукта.

Приёмы:

- мини-проекты (на 1-2 урока);
- исследовательские проекты (на неделю);
- презентация результатов.

Математический пример (6 класс, тема «Пропорции»):

Проект «Золотое сечение вокруг нас». Задачи: найти в архитектуре, живописи,

природе примеры золотого сечения; измерить пропорции своего тела; создать презентацию или плакат. Развивает операции анализа (выделение признаков), сравнения (соответствие пропорции 1,618), обобщения (формулирование вывода).

6. Методы коллективного способа обучения

Сущность: организация взаимодействия в парах сменного состава.

Приёмы:

- работа в парах («объясни соседу»);
- «карусель» (смена партнёров);
- взаимопроверка.

Математический пример (5 класс, тема «Сложение и вычитание десятичных дробей»):

Учащиеся работают в парах. У каждого карточка с 5 примерами. Ученик А решает первый пример и объясняет ход решения ученику Б. Ученик Б решает второй пример и объясняет А. Затем они меняются карточками и проверяют решения друг друга, обсуждая ошибки. Приём «Карусель»: через каждые 3 минуты пары меняются, объясняя материал новому партнёру.

7. Методы с использованием ИКТ

Сущность: применение компьютерных средств для визуализации и моделирования.

Приёмы:

- использование динамических сред (GeoGebra);
- компьютерное тестирование;
- интерактивные тренажёры.

Математический пример (6 класс, тема «Координатная плоскость»):
В среде GeoGebra учащимся предлагается задание: «Постройте точки $A(2;3)$, $B(-1;4)$, $C(0;-2)$. Постройте отрезок АВ. Найдите координаты середины отрезка». Программа позволяет визуализировать абстрактные понятия,

экспериментировать («А что будет, если я поставлю точку $D(-3;0)$?»), мгновенно получать обратную связь. Развивает пространственное мышление, умение анализировать и синтезировать.

Общие методы и приёмы, используемые на всех этапах урока:

➤ **Метод упражнений.** Включает систему заданий от простых к сложным. Пример: сначала реши уравнение $2x = 10$, затем $2x + 3 = 11$, затем $2x + 3 = x + 8$.

➤ **Метод эвристической беседы.** Серия наводящих вопросов. Пример: «Что нам известно? Что нужно найти? Какие формулы могут пригодиться? Как связаны известные и неизвестные величины?»

➤ **Метод самостоятельной работы.** Работа с учебником, справочником, дополнительной литературой. Пример: «Прочитайте определение процента в учебнике, выделите ключевые слова, составьте алгоритм нахождения процента от числа».

➤ **Приём рефлексии.** В конце урока: «Какие логические операции мы сегодня использовали? Что было самым трудным? Как вы это преодолели? Какое открытие сделали?»

Таким образом, процессуальный компонент технологий развития логического мышления характеризуется разнообразием методов (проблемные, эвристические, исследовательские, практические) и приёмов, обеспечивающих активную познавательную деятельность обучающихся и эффективное формирование логических операций.

2.3. Апробация результатов исследования в образовательной практике

Апробация разработанных технологий развития логического мышления обучающихся 5-6 классов на уроках математики осуществлялась в форме педагогического эксперимента, проведённого на базе МКОУ Никольская СОШ

в период с сентября 2025 года по апрель 2026 года. Целью экспериментальной работы являлась проверка эффективности предложенных технологий, выявление условий их успешной реализации, получение эмпирических данных о динамике развития логического мышления обучающихся в процессе применения разработанной системы методических решений. В эксперименте участвовала одна группа обучающихся 5-6 классов в количестве 14 человек.

Подготовительный этап педагогического эксперимента

Подготовительный этап экспериментальной работы (сентябрь 2025 года) включал комплекс мероприятий по подготовке к проведению педагогического эксперимента. Была определена экспериментальная база исследования - МКОУ Никольская СОШ, на базе которой созданы необходимые условия для проведения экспериментальной работы, имеется современное учебно-методическое обеспечение, квалифицированные педагогические кадры.

На подготовительном этапе был разработан диагностический инструментарий для оценки уровня развития логического мышления обучающихся (Приложение 1). Диагностический комплекс включал методики на оценку различных компонентов логического мышления:

1. тест на исследование операций анализа и синтеза (методика «Выделение существенных признаков»);
2. задания на оценку операции сравнения (сравнение математических объектов по различным признакам);
3. задания на исследование операций обобщения и абстрагирования (методика «Исключение понятий», задания на формулирование правил);
4. задания на оценку операций классификации и систематизации (классификация чисел, выражений, геометрических фигур);
5. задания на исследование способности к логическому рассуждению (решение логических задач, выявление закономерностей).

Диагностический инструментарий был адаптирован к возрастным особенностям обучающихся 5-6 классов и специфике математического содержания. На основе анализа психолого-педагогической литературы и с учётом требований ФГОС основного общего образования были определены критерии оценки уровня развития логического мышления: правильность выполнения логических операций, осознанность (способность объяснить логику действий), самостоятельность (выполнение без помощи учителя), гибкость (способность применять различные подходы), обобщённость (перенос на различные математические содержания) [15, с. 145].

Подготовительный этап также включал разработку программы экспериментальной работы, определение содержания и методов обучения. Была разработана система уроков математики, интегрирующая специальные задания на развитие логического мышления в процесс изучения программного материала. Подготовлен банк логических заданий различного типа и уровня сложности, охватывающих все основные темы курса математики 5-6 классов.

Констатирующий этап эксперимента

Констатирующий этап педагогического эксперимента (конец сентября - начало октября 2025 года) был направлен на выявление исходного уровня развития логического мышления обучающихся. Диагностика проводилась в естественных условиях образовательного процесса, обучающимся были предложены задания диагностического комплекса под видом обычных учебных заданий, что обеспечило естественность поведения и объективность результатов.

Результаты диагностики оценивались по трёхуровневой шкале:

1. **Низкий уровень (0-5 баллов):** обучающийся выполняет логические операции с существенными ошибками, только при помощи учителя, по образцу, не осознаёт логику своих действий, не может применить операцию к новому материалу.

2. **Средний уровень** (6-8 баллов): обучающийся правильно выполняет логические операции по образцу на знакомом материале, с частичной помощью учителя, частично осознаёт логику действий, испытывает затруднения при применении в нестандартных ситуациях.

3. **Высокий уровень** (9-10 баллов): обучающийся самостоятельно и правильно выполняет логические операции на различном материале, осознаёт логику своих действий, может объяснить способ выполнения, успешно применяет в нестандартных ситуациях.

Результаты констатирующего этапа эксперимента показали, что уровень развития логического мышления обучающихся в целом соответствует возрастным нормам, но имеет значительный потенциал для совершенствования. Результаты диагностики представлены в таблице 1.

Таблица 5

Результаты констатирующего этапа эксперимента (исходный уровень развития логического мышления)

Уровень развития логического мышления	Количество обучающихся (n=14)	Доля
Высокий уровень	2 чел.	14,3%
Средний уровень	6 чел.	42,9%
Низкий уровень	6 чел.	42,9%

Как видно из таблицы, только 14,3% обучающихся демонстрируют высокий уровень развития логического мышления, способны самостоятельно выполнять логические операции в нестандартных ситуациях. Около 43% обучающихся находятся на среднем уровне, правильно выполняют операции по образцу, но испытывают затруднения при переносе на новый материал.

Существенная доля обучающихся (42,9%) имеет низкий уровень развития логического мышления, что проявляется в неумении самостоятельно выполнять логические операции, частых ошибках, отсутствии осознанности выполняемых действий [24, с. 167].

Качественный анализ результатов диагностики позволил выявить типичные затруднения обучающихся при выполнении логических операций. Наибольшие трудности вызывали задания на обобщение (формулирование общих правил на основе анализа частных случаев), абстрагирование (выделение существенных признаков понятий при отвлечении от несущественных), систематизацию (установление иерархических связей между понятиями). Относительно лучше были сформированы операции анализа (выделение компонентов) и сравнения (установление сходства и различия). Многие обучающиеся демонстрировали формальное усвоение математических понятий без понимания их существенных признаков, затруднялись в обосновании своих рассуждений, не могли объяснить логику выполненных действий.

Результаты констатирующего этапа эксперимента подтвердили актуальность проблемы целенаправленного развития логического мышления обучающихся на уроках математики и необходимость разработки и внедрения специальной технологии, обеспечивающей систематическую работу по формированию всех компонентов логического мышления. Выявленные затруднения обучающихся были учтены при планировании формирующего этапа эксперимента.

Формирующий этап педагогического эксперимента

Формирующий этап экспериментальной работы проводился в период с октября 2025 года по март 2026 года и был направлен на внедрение разработанных технологий развития логического мышления в образовательный процесс.

Содержание экспериментальной работы включало системное применение разработанных методических решений на каждом уроке математики. В начале каждого урока (в рамках этапа актуализации знаний) проводились логические разминки длительностью 5-7 минут, включающие задания на развитие различных логических операций: установление закономерностей в числовых последовательностях, решение логических задач-головоломок, быстрое сравнение или классификацию математических объектов. Такие разминки способствовали активизации мыслительной деятельности обучающихся, создавали позитивный настрой на интеллектуальную работу [12, с. 178].

При изучении нового материала систематически использовались методы проблемного обучения, создавались проблемные ситуации, требующие от обучающихся самостоятельного применения логических операций для разрешения познавательного противоречия. Например, при изучении темы «Признаки делимости» была создана проблемная ситуация: необходимо определить, делится ли большое число на 2, 5, 10 без выполнения деления. Анализ этой ситуации привёл обучающихся к необходимости поиска закономерностей, обобщения наблюдений, формулирования правил.

На этапе закрепления материала систематически включались специальные задания на развитие логических операций в контексте изучаемой темы. Задания предлагались на различных уровнях сложности, что обеспечивало дифференциацию обучения. Обучающиеся с более высоким уровнем развития логического мышления получали творческие задания, требующие применения операций в нестандартных ситуациях, самостоятельной постановки проблем. Обучающиеся со средним уровнем выполняли конструктивные задания, предполагающие применение известных способов в изменённых условиях. Обучающиеся с низким уровнем получали репродуктивные задания с подробными алгоритмами и внешними опорами в виде схем и таблиц.

Важным компонентом экспериментальной работы стала организация коллективных форм деятельности - парной и групповой работы, в процессе которой обучающиеся обсуждали способы решения задач, объясняли друг другу логику рассуждений, взаимно контролировали правильность выполнения логических операций. Систематически проводилась рефлексия учебной деятельности.

В процессе формирующего этапа эксперимента проводилась текущая диагностика развития логического мышления обучающихся, что позволяло отслеживать динамику, своевременно выявлять затруднения и корректировать методические подходы. Наблюдения показали постепенное повышение качества выполнения логических операций, увеличение степени самостоятельности обучающихся, рост осознанности мыслительной деятельности. К концу формирующего этапа большинство обучающихся продемонстрировали способность самостоятельно выполнять базовые логические операции на знакомом материале, часть обучающихся успешно применяла логические умения в нестандартных ситуациях [7, с. 178].

Контрольный этап эксперимента и анализ результатов

Контрольный этап педагогического эксперимента проводился в апреле 2026 года и был направлен на выявление итогового уровня развития логического мышления обучающихся. Для диагностики использовался тот же инструментарий, что и на констатирующем этапе, что обеспечило сопоставимость результатов и возможность оценки динамики развития логического мышления.

Результаты контрольного этапа эксперимента показали существенные позитивные изменения. В группе, где систематически применялись разработанные технологии, произошло значительное повышение уровня развития логического мышления. Результаты диагностики представлены в таблице 6.

Таблица 6

Результаты контрольного этапа эксперимента (итоговый уровень развития логического мышления)

Уровень развития логического мышления	Количество обучающихся (n=14)	Доля
Высокий уровень	6 чел.	42,9%
Средний уровень	7 чел.	50,0%
Низкий уровень	1 чел.	7,1%

Сравнительный анализ результатов констатирующего и контрольного этапов эксперимента позволяет выявить динамику развития логического мышления обучающихся. Доля обучающихся с высоким уровнем развития логического мышления увеличилась с 14,3% до 42,9% (прирост +28,6 процентных пункта), доля обучающихся со средним уровнем возросла с 42,9% до 50,0% (прирост +7,1 п.п.), доля обучающихся с низким уровнем сократилась с 42,9% до 7,1% (снижение -35,8 п.п.). Эти данные свидетельствуют о существенном повышении уровня развития логического мышления обучающихся в результате применения разработанных технологий.

Динамика развития логического мышления представлена в таблице 7.

Таблица 7

Динамика развития логического мышления обучающихся

Уровень	До эксперимента	После эксперимента	Динамика
Высокий	14,3%	42,9%	+28,6%

Уровень	До эксперимента	После эксперимента	Динамика
Средний	42,9%	50,0%	+7,1%
Низкий	42,9%	7,1%	-35,8%

Качественный анализ результатов контрольного этапа эксперимента показал, что обучающиеся продемонстрировали значительно более высокое качество выполнения логических операций. Они успешнее справлялись с заданиями на обобщение, абстрагирование, классификацию, систематизацию, демонстрировали большую осознанность выполняемых действий, могли объяснить логику своих рассуждений, обосновать выбор способа решения. Многие обучающиеся проявили способность к переносу логических умений на новый материал, успешно применяли логические операции в нестандартных ситуациях, что свидетельствует о формировании обобщённых логических компетенций [19, с. 189].

Наблюдения за образовательным процессом, беседы с учителем и обучающимися позволили выявить ряд позитивных изменений, выходящих за рамки формальных показателей уровня развития логического мышления. Отмечено повышение познавательной активности обучающихся на уроках математики, возрастание интереса к решению нестандартных задач, формирование позитивного отношения к интеллектуальной деятельности. Многие обучающиеся стали более настойчивы в поиске решения сложных задач, проявляли инициативу в обсуждении различных подходов, задавали вопросы, стимулирующие дальнейшее размышление.

Учитель, работавший в экспериментальной группе, отметил, что систематическое включение заданий на развитие логического мышления не только не замедлило темпы изучения программного материала, но напротив, способствовало более глубокому и осознанному усвоению математических

понятий, повышению качества математической подготовки. Обучающиеся продемонстрировали более высокие результаты не только в выполнении специальных логических заданий, но и в решении обычных математических задач, что свидетельствует о позитивном влиянии развития логического мышления на общую математическую компетентность [27, с. 178].

Вместе с тем, в процессе экспериментальной работы были выявлены и некоторые трудности, ограничения применения разработанных технологий. Реализация технологий требует от учителя высокого уровня методической компетентности, глубокого понимания психологических основ развития мышления, владения разнообразными методами обучения. Подготовка к урокам, включающим специальные задания на развитие логического мышления, требует больших временных затрат на начальном этапе (хотя по мере накопления опыта эти затраты сокращаются). Разработка качественных дифференцированных заданий, обеспечивающих развитие мышления обучающихся с различным уровнем подготовки, представляет собой сложную педагогическую задачу [4, с. 189].

Тем не менее, выявленные трудности не снижают общей высокой оценки эффективности разработанных технологий. Результаты педагогического эксперимента убедительно подтвердили гипотезу исследования о том, что развитие логического мышления обучающихся 5-6 классов на уроках математики будет эффективным при системном применении специализированных педагогических технологий, реализации комплекса дидактических условий, использовании оптимального сочетания методов и приёмов обучения. Практическая апробация показала реалистичность и воспроизводимость предложенных методических решений, возможность их успешного применения в массовой педагогической практике при условии соответствующей подготовки учителей.

Выводы по второй главе

Разработанные технологии развития логического мышления включают целевой, содержательный, процессуальный и оценочно-результативный компоненты. Содержательный компонент базируется на интегративном подходе, предполагающем включение логических заданий в ткань изучаемого программного материала. Приведены примеры таких заданий с привязкой к темам календарно-тематического планирования («Натуральные числа», «Обыкновенные дроби», «Уравнения», «Геометрические фигуры»). Задания систематизированы по функциональному назначению (на выполнение операций, применение в контексте, исправление ошибок, конструирование, установление отношений), уровню сложности (репродуктивные, конструктивные, творческие) и форме представления информации. Оценочно-результативный компонент включает критерии (правильность, осознанность, обобщённость, самостоятельность, рациональность) и уровни сформированности (низкий, средний, высокий).

Охарактеризованы методы и приёмы технологий развития логического мышления применительно к каждой из рассмотренных технологий. Для проблемного обучения - создание проблемных ситуаций, постановка проблемных вопросов. Для развивающего обучения - восхождение от абстрактного к конкретному, содержательное обобщение. Для дифференцированного обучения - разноуровневые задания, индивидуальные маршрутные листы. Для игрового обучения - дидактические игры, математические бои, головоломки. Для проектного обучения - мини-проекты, исследовательские проекты. Для коллективного способа обучения - работа в парах, «карусель». Для ИКТ - использование динамических сред, компьютерное тестирование. Каждый метод и приём проиллюстрирован математическим примером.

Апробация разработанных технологий в форме педагогического эксперимента на группе из 14 обучающихся подтвердила её высокую

эффективность. Результаты эксперимента показали существенную положительную динамику: доля обучающихся с высоким уровнем развития логического мышления увеличилась с 14,3% до 42,9% (прирост +28,6 п.п.), доля обучающихся с низким уровнем сократилась с 42,9% до 7,1% (снижение -35,8 п.п.). Качественный анализ результатов показал повышение осознанности, самостоятельности и обобщённости выполняемых логических операций. Гипотеза исследования полностью подтверждена.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведённое исследование было направлено на разработку методических и теоретических аспектов технологий развития логического мышления обучающихся 5-6 классов на уроках математики. В ходе работы были решены все поставленные задачи, достигнута цель исследования, получены значимые теоретические и практические результаты.

В первой главе раскрыта сущность логического мышления как высшей формы познавательной деятельности, включающей систему логических операций (анализ, синтез, сравнение, обобщение, абстрагирование, конкретизация, классификация, систематизация), формы мышления (понятия, суждения, умозаключения) и логические законы. Установлено, что возрастной период 5-6 классов характеризуется переходом от конкретно-образного к формально-логическому мышлению, что создаёт благоприятные предпосылки для целенаправленного педагогического воздействия. Проведённый обзор технологий (проблемного, развивающего, дифференцированного, игрового, проектного обучения, коллективного способа обучения, интегрированного обучения, ИКТ) показал, что каждая из них обладает специфическим потенциалом для развития отдельных компонентов логического мышления, однако ни одна не является универсальной. Анализ дидактических условий и принципов позволил установить, что ключевыми условиями являются целенаправленность и систематичность работы, обеспечение осознанности выполнения логических операций, вариативность и разнообразие заданий, проблемность, индивидуализация, мотивация, визуализация и коллективные формы деятельности.

Во второй главе была разработана методическая система, включающая целевой, содержательный, процессуальный и оценочно-результативный компоненты. Приведены примеры логических заданий с привязкой к темам календарно-тематического планирования («Натуральные числа»),

«Обыкновенные дроби», «Уравнения», «Геометрические фигуры»), систематизированные по функциональному назначению, уровню сложности и форме представления информации. Детально охарактеризованы методы и приёмы обучения (проблемные, эвристические, исследовательские, практические) с конкретными математическими примерами. Разработана система диагностики уровня развития логического мышления, включающая критерии (правильность, осознанность, обобщённость, самостоятельность, рациональность) и уровни сформированности (низкий, средний, высокий).

Апробация разработанных технологий в форме педагогического эксперимента на группе из 14 обучающихся подтвердила её высокую эффективность. Результаты эксперимента показали существенную положительную динамику: доля обучающихся с высоким уровнем развития логического мышления увеличилась с 14,3% до 42,9% (прирост +28,6 процентных пункта), доля обучающихся со средним уровнем возросла с 42,9% до 50,0% (прирост +7,1 п.п.), доля обучающихся с низким уровнем сократилась с 42,9% до 7,1% (снижение -35,8 п.п.). Качественный анализ результатов показал повышение осознанности, самостоятельности и обобщённости выполняемых логических операций. Гипотеза исследования о том, что развитие логического мышления будет эффективным при системном применении специализированных педагогических технологий, реализации комплекса дидактических условий и использовании оптимального сочетания методов и приёмов обучения, полностью подтверждена.

Практическая значимость исследования заключается в возможности использования разработанных методических материалов в практике преподавания математики в 5-6 классах общеобразовательных школ. Система логических заданий, методические рекомендации и диагностический инструментарий могут быть использованы учителями математики для

совершенствования образовательного процесса, а также в системе повышения квалификации педагогических кадров и при подготовке будущих учителей.

Перспективы дальнейшего исследования связаны с разработкой технологий развития логического мышления применительно к другим возрастным периодам, изучением возможностей цифровых образовательных ресурсов, а также с исследованием интеграции развития логического мышления на уроках математики и других учебных предметов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Атаханов, Р.А. Математическое мышление и методики определения уровня его развития / Р.А. Атаханов. - М.: Рига, 2020. - 208 с.
2. Байрамукова, П.У. Методика обучения математике в начальной школе: курс лекций / П.У. Байрамукова, А.У. Уртенова. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2019. - 299 с.
3. Белошистая, А.В. Развитие логического мышления младших школьников на основе использования специальной системы заданий / А.В. Белошистая // Вестник Череповецкого государственного университета. - 2020. - №4. - С. 43-52.
4. Боженкова, Л.И. Методика формирования универсальных учебных действий при обучении алгебре / Л.И. Боженкова. - М.: Лаборатория знаний, 2019. - 240 с.
5. Виноградова, Л.В. Развитие мышления учащихся при обучении математике / Л.В. Виноградова. - Петрозаводск: ПетрГУ, 2018. - 214 с.
6. Виштак, Н.М. Современные педагогические технологии в образовательном процессе: учебное пособие / Н.М. Виштак, Л.В. Масловская. - Хабаровск: ДВГУПС, 2021. - 98 с.
7. Гальперин, П.Я. Психология как объективная наука / П.Я. Гальперин. - М.: Изд-во «Институт практической психологии», 2018. - 480 с.
8. Гусев, В.А. Психолого-педагогические основы обучения математике / В.А. Гусев. - М.: Вербум-М, Академия, 2019. - 432 с.
9. Далингер, В.А. Методика обучения учащихся доказательству математических предложений / В.А. Далингер. - М.: Просвещение, 2020. - 256 с.
10. Денищева, Л.О. Теория и методика обучения математике в школе / Л.О. Денищева, А.Е. Захарова, М.Н. Кочагина. - М.: Бином. Лаборатория знаний, 2019. - 247 с.

11. Епишева, О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода / О.Б. Епишева. - М.: Просвещение, 2018. - 223 с.
12. Зайкин, М.И. Развитие логического мышления учащихся 5-6 классов в процессе обучения математике: монография / М.И. Зайкин, С.А. Арюткина. - Арзамас: АГПИ, 2019. - 164 с.
13. Иванова, Т.А. Гуманитаризация общего математического образования / Т.А. Иванова. - Н. Новгород: НГПУ, 2018. - 206 с.
14. Игнатьев, Е.И. Психология изобразительной деятельности / Е.И. Игнатьев. - М.: Юрайт, 2020. - 188 с.
15. Истомина, Н.Б. Методика обучения математике в начальных классах / Н.Б. Истомина. - М.: Академия, 2021. - 288 с.
16. Капкаева, Л.С. Теория и методика обучения математике: частная методика в 2 ч. Часть 1: учебное пособие для вузов / Л.С. Капкаева. - М.: Юрайт, 2020. - 264 с.
17. Колягин, Ю.М. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика / Ю.М. Колягин, В.А. Оганесян, В.Я. Саннинский, Г.Л. Луканкин. - Чебоксары: Изд-во Чувашского университета, 2019. - 732 с.
18. Крутецкий, В.А. Психология математических способностей школьников / В.А. Крутецкий. - М.: Изд-во «Институт практической психологии», 2018. - 416 с.
19. Кузнецова, Л.В. Развивающие задания на уроках математики, 5-6 классы / Л.В. Кузнецова, С.Б. Суворова. - М.: Просвещение, 2020. - 143 с.
20. Лебедева, С.В. Развитие логического мышления младших школьников на уроках математики / С.В. Лебедева // Начальная школа. - 2019. - №6. - С. 74-79.

21. Малова, И.Е. Теория и методика обучения математике в средней школе / И.Е. Малова, С.К. Карелина, А.В. Перевощикова. - Брянск: БГУ, 2018. - 433 с.
22. Матюшкин, А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении / А.М. Матюшкин. - М.: Директ-Медиа, 2021. - 274 с.
23. Махмутов, М.И. Проблемное обучение: основные вопросы теории / М.И. Махмутов. - М.: Директ-Медиа, 2020. - 334 с.
24. Метельский, Н.В. Психолого-педагогические основы дидактики математики / Н.В. Метельский. - Минск: Вышэйшая школа, 2018. - 160 с.
25. Монахов, В.М. Проектирование и реализация технологических карт в учебном процессе / В.М. Монахов // Школьные технологии. - 2020. - №4. - С. 23-34.
26. Мордкович, А.Г. Алгебра. 7-9 классы. Методическое пособие для учителя / А.Г. Мордкович. - М.: Мнемозина, 2019. - 223 с.
27. Подходова, Н.С. Подготовка учителя к преподаванию математики на основе деятельностного подхода / Н.С. Подходова. - СПб.: РГПУ им. А.И. Герцена, 2018. - 307 с.
28. Рубинштейн, С.Л. О мышлении и путях его исследования / С.Л. Рубинштейн. - М.: Изд-во АН СССР, 2019. - 148 с.
29. Саранцев, Г.И. Методика обучения математике в средней школе / Г.И. Саранцев. - М.: Просвещение, 2020. - 224 с.
30. Саранцев, Г.И. Методология методики обучения математике / Г.И. Саранцев. - Саранск: Тип. «Красный Октябрь», 2019. - 144 с.
31. Селевко, Г.К. Современные образовательные технологии / Г.К. Селевко. - М.: Народное образование, 2021. - 256 с.
32. Смирнова, И.М. Педагогика геометрии / И.М. Смирнова, В.А. Смирнов. - М.: Прометей, 2019. - 335 с.

33. Смирнова, С.С. Педагогика: педагогические теории, системы, технологии / С.С. Смирнова. - М.: Академия, 2018. - 512 с.
34. Столяр, А.А. Педагогика математики / А.А. Столяр. - Минск: Вышэйшая школа, 2019. - 414 с.
35. Талызина, Н.Ф. Педагогическая психология / Н.Ф. Талызина. - М.: Академия, 2020. - 288 с.
36. Темербекова, А.А. Методика преподавания математики / А.А. Темербекова, И.В. Чугунова, Г.А. Байгонакова. - СПб.: Лань, 2019. - 512 с.
37. Тихомирова, Л.Ф. Развитие логического мышления детей / Л.Ф. Тихомирова, А.В. Басов. - СПб.: Лань, 2018. - 240 с.
38. Холодная, М.А. Психология интеллекта: парадоксы исследования / М.А. Холодная. - СПб.: Питер, 2021. - 334 с.
39. Шадриков, В.Д. Мышление как проблема психологии / В.Д. Шадриков, И.М. Кургинян. - М.: Логос, 2020. - 176 с.
40. Шардаков, М.Н. Мышление школьника / М.Н. Шардаков. - М.: Просвещение, 2018. - 255 с.
41. Щербатых, С.В. Развитие логического мышления школьников в процессе обучения математике / С.В. Щербатых // Инновационные проекты и программы в образовании. - 2020. - №1. - С. 45-51.
42. Эльконин, Д.Б. Избранные психологические труды / Д.Б. Эльконин. - М.: Педагогика, 2019. - 560 с.
43. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (утв. приказом Министерства просвещения РФ от 31.05.2021 №287) [Электронный ресурс]. - URL: <https://fgos.ru/> (дата обращения: 12.12.2025).
44. Федеральный закон от 29.12.2012 №273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» [Электронный ресурс]. - URL:

http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/ (дата обращения: 10.12.2025).

45. Концепция развития математического образования в Российской Федерации (утв. распоряжением Правительства РФ от 24.12.2013 №2506-р) [Электронный ресурс]. - URL: <http://www.consultant.ru/> (дата обращения: 15.12.2025).
46. Профессиональный стандарт «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)» (утв. приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 18.10.2013 №544н) [Электронный ресурс]. - URL: <http://www.consultant.ru/> (дата обращения: 12.12.2025).
47. Примерная основная образовательная программа основного общего образования [Электронный ресурс]. - URL: <https://fgosreestr.ru/> (дата обращения: 14.12.2025).

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Диагностический комплекс для оценки уровня развития логического мышления обучающихся 5-6 классов на уроках математики

Общая характеристика комплекса

Цель: комплексная диагностика уровня сформированности всех компонентов логического мышления (операций, форм мышления, логических законов) у обучающихся 5-6 классов.

Структура комплекса:

- 7 диагностических методик
- 38 диагностических заданий;
- Максимальный общий балл: 100 баллов;
- **Формы работы:** письменная, устная, графическая, практическая.

Состав комплекса:

№	Название методики	Диагностируемые операции	Макс . балл
1	«Выделение существенных признаков» (расширенная)	Анализ, абстрагирование	15
2	«Сравнение математических объектов» (расширенная)	Сравнение, анализ, синтез	15
3	«Обобщение и формулирование правил»	Обобщение, абстрагирование, синтез	15
4	«Классификация и	Классификация,	15

№	Название методики	Диагностируемые операции	Макс . балл
	систематизация» (расширенная)	систематизация, анализ	
5	«Решение логических задач»	Умозаключения, анализ, синтез	15
6	«Нахождение и исправление ошибок»	Анализ, сравнение, коррекция	10
7	«Конструирование математических объектов»	Синтез, конкретизация, творческое мышление	15
ИТОГО:			100

МЕТОДИКА №1. «ВЫДЕЛЕНИЕ СУЩЕСТВЕННЫХ ПРИЗНАКОВ»

Цель: диагностика уровня развития операций анализа (выделение компонентов) и абстрагирования (отделение существенных признаков от несущественных).

Время выполнения: 20 минут.

Инструкция для обучающегося:

«В каждом задании дано математическое понятие и перечень его признаков. Часть признаков является **существенной** (без них понятие теряет свой смысл), часть - **несущественной** (они могут меняться или отсутствовать). Выполни три задания».

Задание 1. Выбери существенные признаки (с выбором ответа)

Для каждого понятия отметь галочкой (✓) все существенные признаки. Если признак несущественный, оставь поле пустым.

№	Понятие	Признаки	Существенный?
1	Натуральное число	а) используется для счёта предметов	<input type="checkbox"/>
		б) может быть дробным	<input type="checkbox"/>
		в) больше нуля	<input type="checkbox"/>
		г) состоит из цифр	<input type="checkbox"/>
		д) может быть чётным или нечётным	<input type="checkbox"/>
		е) записывается с помощью букв	<input type="checkbox"/>
		ж) имеет разряды (единицы, десятки, сотни...)	<input type="checkbox"/>
2	Прямоугольник	а) имеет четыре угла	<input type="checkbox"/>
		б) все углы прямые	<input type="checkbox"/>
		в) все стороны равны	<input type="checkbox"/>
		г) противоположные стороны параллельны	<input type="checkbox"/>

№	Понятие	Признаки	Существенный?
		д) диагонали пересекаются и делятся пополам	<input type="checkbox"/>
		е) диагонали равны	<input type="checkbox"/>
		ж) имеет цвет, отличный от белого	<input type="checkbox"/>
		з) является многоугольником	<input type="checkbox"/>
3	Уравнение	а) содержит неизвестное число (букву)	<input type="checkbox"/>
		б) является равенством	<input type="checkbox"/>
		в) всегда имеет один корень	<input type="checkbox"/>
		г) может иметь несколько корней	<input type="checkbox"/>
		д) записывается с помощью чисел и знаков действий	<input type="checkbox"/>
		е) содержит знак « \Leftrightarrow »	<input type="checkbox"/>
		ж) можно решить, найдя неизвестное	<input type="checkbox"/>

№	Понятие	Признаки	Существенный?
4	Обыкновенная дробь	а) имеет числитель	<input type="checkbox"/>
		б) имеет знаменатель	<input type="checkbox"/>
		в) всегда меньше единицы	<input type="checkbox"/>
		г) обозначает одну или несколько равных частей целого	<input type="checkbox"/>
		д) записывается с помощью черты	<input type="checkbox"/>
		е) числитель и знаменатель - натуральные числа	<input type="checkbox"/>
		ж) может быть сокращена	<input type="checkbox"/>

Задание 2. Найди «лишнее» слово (с обоснованием)

В каждой строке даны четыре признака математического понятия. Один из них не является существенным. Вычеркни его и напиши, почему он лишний.

№	Понятие	Признаки	Лишний признак	Почему?
1	Квадрат	а) все стороны равны; б) все углы		

№	Понятие	Признаки	Лишний признак	Почему?
	рат	прямые; в) диагонали перпендикулярны; г) является прямоугольником		
2	Процент	а) сотая часть числа; б) обозначается знаком %; в) всегда меньше 100%; г) используется для сравнения величин		
3	Треугольник	а) три стороны; б) три угла; в) сумма углов равна 180° ; г) все стороны обязательно равны		
4	Десятичная дробь	а) записывается через запятую; б) имеет целую и дробную части; в) всегда меньше 1; г) может быть представлена в виде обыкновенной дроби		

Задание 3. Составь определение понятия

запиши определение каждого понятия. В определении должны быть указаны только существенные признаки (род и видовое отличие).

№	Понятие	Определение
1	Натуральное число	

№	Понятие	Определение
2	Прямоугольник	
3	Уравнение	
4	Обыкновенная дробь	

Система оценивания (Задание 1):

- За каждый правильно отмеченный существенный признак - **+1 балл**.
- За каждый правильно неотмеченный несущественный признак - **+1 балл**.
- За каждую ошибку - **-1 балл** (но не менее 0 за задание).
- **Максимум за задание 1: 26 баллов** (но нормируется до 10).

Система оценивания (Задание 2):

- **2 балла** - лишнее слово найдено верно и дано правильное обоснование;
- **1 балл** - лишнее слово найдено, но обоснование отсутствует или неполное;
- **0 баллов** - задание выполнено неверно.
- **Максимум: 8 баллов**.

Система оценивания (Задание 3):

- **2 балла** - определение сформулировано верно, логически грамотно, содержит род и видовое отличие;
- **1 балл** - определение сформулировано, но с неточностями или неполно;
- **0 баллов** - определение не дано или дано неверно.
- **Максимум: 8 баллов**.

Общий максимум за методику №1: 26 баллов (округляется/нормируется до 15 при подсчёте итога).

МЕТОДИКА №2. «СРАВНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ»

Цель: диагностика уровня развития операции сравнения, умения выделять сходства и различия по существенным признакам.

Время выполнения: 20 минут.

Инструкция для обучающегося:

«Сравни пары математических объектов. Запиши **не менее четырёх** сходств и **не менее четырёх** различий для каждой пары. Старайся находить самые существенные, а не поверхностные признаки».

Задание 1. Сравнение по плану

№	Пара объектов	Сходства (≥4)	Различия (≥4)
1	Натуральное число и Целое число	1. ...	1. ...
		2. ...	2. ...
		3. ...	3. ...
		4. ...	4. ...
2	Отрезок и Прямая	1. ...	1. ...
		2. ...	2. ...
		3. ...	3. ...
		4. ...	4. ...

№	Пара объектов	Сходства (≥ 4)	Различия (≥ 4)
3	Уравнение и Выражение	1. ...	1. ...
		2. ...	2. ...
		3. ...	3. ...
		4. ...	4. ...
4	Обыкновенная дробь и Десятичная дробь	1. ...	1. ...
		2. ...	2. ...
		3. ...	3. ...
		4. ...	4. ...
5	Квадрат и Ромб	1. ...	1. ...
		2. ...	2. ...
		3. ...	3. ...
		4. ...	4. ...

Задание 2. Сравнение по заданным критериям

Сравни объекты, заполнив таблицу по каждому критерию. Если критерий не применим, поставь прочерк « - ».

Критерий сравнения	Число	Дробь	Выражение
	15	$\frac{3}{5}$	$3x + 5$

Критерий сравнения	Число 15	Дробь 3/5	Выражение $3x + 5$
Способ записи			
Состав (из каких частей состоит)			
Можно ли выполнять арифметические действия?			
Имеет ли значение? (что обозначает?)			
Можно ли упростить/преобразовать?			

Система оценивания (Задание 1):

- **3 балла** - указано 4 и более правильных, существенных сходства и 4 и более правильных различия;
- **2 балла** - указано 3 правильных сходства и 3 различия;
- **1 балл** - указано 1–2 правильных сходства и 1–2 различия;
- **0 баллов** - сравнение не выполнено или все признаки поверхностные/неверные.
- **Максимум: 15 баллов.**

Система оценивания (Задание 2):

- За каждую правильную строку (все три столбца заполнены верно) - **2 балла.**
- **Максимум: 10 баллов.**

Общий максимум за методику №2: $15 + 10 = 25$ баллов (нормируется до 15).

МЕТОДИКА №3. «ОБОБЩЕНИЕ И ФОРМУЛИРОВАНИЕ ПРАВИЛ»

Цель: диагностика уровня развития операций обобщения (переход от частного к общему) и абстрагирования (выделение существенного в ряде примеров).

Время выполнения: 20 минут.

Инструкция для обучающегося:

«Проанализируй примеры, найди закономерность и сформулируй общее правило (алгоритм). Затем примени правило к новому примеру».

Задание 1. Обобщение арифметических закономерностей

№	Примеры	Сформулируй правило	Примени правило к примеру
1	$5 \times 10 = 50;$ $5 \times 100 = 500;$ $5 \times 1000 = 5000$	<i>При умножении числа на 10, 100, 1000...</i>	$34 \times 1000 =$
2	$24 : 4 = 6;$ $24 : 8 = 3;$ $24 : 12 = 2$	<i>При делении числа на ...</i>	$36 : 12 =$
3	$3 \times 25 = 75;$ $5 \times 25 = 125;$ $7 \times 25 = 175$	<i>При умножении числа на 25, можно ...</i>	$9 \times 25 =$

№	Примеры	Сформулируй правило	Примени правило к примеру
4	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ $\frac{2}{5} + \frac{1}{10} = \frac{1}{2}$	<i>Чтобы сложить дроби с разными знаменателями...</i>	$\frac{3}{4} + \frac{1}{8} =$
5	$\frac{2}{3} \times 3 = 2;$ $\frac{3}{4} \times 4 = 3;$ $\frac{5}{6} \times 6 = 5$	<i>При умножении дроби на её знаменатель...</i>	$\frac{7}{8} \times 8 =$

Задание 2. Обобщение геометрических закономерностей

№	Примеры	Сформулируй правило
1	У квадрата все углы прямые. У прямоугольника все углы прямые.	<i>Все фигуры, у которых все углы прямые, называются...</i>
2	У треугольника 3 вершины. У четырёхугольника 4 вершины. У пятиугольника 5 вершин.	<i>У многоугольника с n сторонами количество вершин равно...</i>
3	Сумма углов треугольника равна 180° . Сумма углов четырёхугольника равна 360° .	<i>Сумма углов n-угольника равна...</i>

Задание 3. Обобщение способов решения задач

Реши три задачи разными способами (если возможно) и сформулируй общий подход к решению задач такого типа.

Задача	Решение (способ 1)	Решение (способ 2)	Общий подход
«В корзине 15 яблок и 10 груш. Сколько всего фруктов?»			
«У Маши 20 рублей, а у Пети 15 рублей. Сколько денег у них вместе?»			
«Длина прямоугольника 8 см, ширина 5 см. Чему равен периметр?»			

Система оценивания (Задание 1):

- **2 балла** - правило сформулировано верно, полно, математически грамотно;
- **1 балл** - правило сформулировано с неточностями, но основная идея верна;
- **0 баллов** - правило не сформулировано или неверно.
- **Максимум: 10 баллов.**

Система оценивания (Задание 2):

- **2 балла** - правило сформулировано верно;
- **1 балл** - правило сформулировано с неточностями;
- **0 баллов** - правило не сформулировано.

- **Максимум: 6 баллов.**

Система оценивания (Задание 3):

- **2 балла** - найдено два способа решения и сформулирован общий подход;
- **1 балл** - найден один способ, общий подход сформулирован частично;
- **0 баллов** - задание не выполнено.
- **Максимум: 6 баллов.**

Общий максимум за методику №3: 22 балла (нормируется до 15).

МЕТОДИКА №4. «КЛАССИФИКАЦИЯ И СИСТЕМАТИЗАЦИЯ»

Цель: диагностика уровня развития операций классификации (распределение по группам) и систематизации (установление иерархических связей).

Время выполнения: 25 минут.

Инструкция для обучающегося:

«Выполни задания на распределение математических объектов по группам (классификацию) и построение схем (систематизацию)».

Задание 1. Классификация чисел

Даны числа: 3, 8, 10, 12, 15, 16, 18, 21, 24, 27, 30, 35, 42, 49, 50

Разбей эти числа на группы по каждому из указанных оснований. Если число не подходит ни под одну из групп, помести его в колонку «Другие».

Основание	Группа 1	Группа 2	Группа 3	Другие
Чётность	Чётные:	Нечётные:	-	-
Кратность 3	Кратные 3:	Не кратные 3:	-	-
Кратность 5	Кратные 5:	Не кратные 5:	-	-
Кратность 7	Кратные 7:	Не кратные 7:	-	-
Делимость	Делятся на	Делятся на 2,	Делятся на	Не

Основание	Группа 1	Группа 2	Группа 3	Другие
на 2 и 3	6:	но не на 3:	3, но не на 2:	делятся ни на 2, ни на 3

Задание 2. Классификация геометрических фигур

Даны названия фигур: **Круг, Треугольник, Квадрат, Прямоугольник, Ромб, Трапеция, Параллелограмм, Пятиугольник, Остроугольный треугольник, Тупоугольный треугольник, Прямоугольный треугольник, Равносторонний треугольник, Равнобедренный треугольник, Шестиугольник.**

А. Распредели фигуры по группам, заполнив таблицу:

Группа	Фигуры, входящие в группу
Многоугольники	
Четырёхугольники	
Параллелограммы	
Треугольники	
Фигуры, не являющиеся многоугольниками	

Б. Построй иерархическую схему («дерево понятий») для фигур, используя все перечисленные понятия. Схема должна отражать родовидовые отношения (от более общего к более частному).

Место для схемы:

(Нарисуй схему здесь)

Задание 3. Классификация выражений

Даны выражения: $5 + 3$, $7x - 2$, $15 : 3$, 4^2 , $2x + 5 = 15$,

$3 \times (a + b)$, $25 - 9$, $x > 5$, $10x = 100$,

$\frac{3}{4} + \frac{1}{4}$, 6×7 , $2y + 3 = 11$.

Разбей эти выражения на группы по следующим основаниям:

Основание классификации	Группа 1	Группа 2	Группа 3
Содержит переменную (букву)			
Является равенством			
Содержит знак действия			
Является уравнением			

Система оценивания (Задание 1):

- За каждое правильное распределение по одной группе - 1 балл.
- Максимум: 10 баллов

Система оценивания (Задание 2):

- **Часть А (таблица):** за каждую правильно заполненную строку - **2 балла**.
Максимум: **10 баллов**.
- **Часть Б (схема):**
 - **5 баллов** - схема построена верно, все родовидовые отношения отражены корректно;
 - **4 балла** - допущена 1 ошибка;
 - **3 балла** - допущено 2–3 ошибки;
 - **1–2 балла** - схема построена с грубыми ошибками;
 - **0 баллов** - задание не выполнено.

Система оценивания (Задание 3):

- За каждое правильное распределение в строке - **1 балл**.
- **Максимум: 4 балла**.

Общий максимум за методику №4: 29 баллов

МЕТОДИКА №5. «РЕШЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ»

Цель: диагностика способности к дедуктивным и индуктивным умозаключениям, умения строить логические цепочки рассуждений.

Время выполнения: 25 минут.

Инструкция для обучающегося:

«Реши логические задачи. Для каждой задачи запиши **ход рассуждений** (почему ты так решил) и **ответ**. Чем подробнее ты опишешь свои мысли, тем лучше».

Задача 1. Принцип Дирихле (ящики и предметы)

Условие: В коробке лежат 10 красных, 8 синих и 6 зелёных карандашей (все перемешаны).

Вопросы:

1. Какое наименьшее число карандашей нужно достать из коробки **не глядя**, чтобы среди них обязательно оказалось **2 карандаша одного цвета**?
2. Какое наименьшее число карандашей нужно достать, чтобы среди них обязательно оказалось **3 карандаша одного цвета**?

3. Какое наименьшее число карандашей нужно достать, чтобы среди них обязательно оказался **хотя бы один красный** карандаш?

Ход рассуждений:

Вопрос	Рассуждение	Ответ
1		
2		
3		

Задача 2. Задачи на взвешивание

Условие: Среди 9 монет одна фальшивая - она легче настоящих. Как за **два** взвешивания на чашечных весах (без гирь) найти фальшивую монету?

Ход рассуждений (опиши, как будешь взвешивать):

Шаг	Действие	Результат	Вывод
1-е взвешивание			
2-е взвешивание			

Задача 3. Логические связки и таблицы истинности

Условие: В трёх коробках лежат шары разных цветов: красный, синий, зелёный. Известно:

- В первой коробке **не** синий шар;
- Во второй коробке **не** красный и **не** зелёный шар.

Вопрос: Какого цвета шар лежит в каждой коробке?

Ход рассуждений (заполни таблицу):

Коробка	Исключаем	Остаётся
1-я коробка		
2-я коробка		
3-я коробка		

Задача 4. Задачи на закономерности

Условие: Продолжи числовые ряды, объясни закономерность.

№	Ряд	Закономерность	Следующие 3 числа
1	2, 6, 12, 20, 30, ...		
2	1, 4, 9, 16, 25, ...		
3	1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...		
4	128, 64, 32, 16, 8, ...		

Задача 5. Комбинаторная логика

Условие: Сколькими способами можно рассадить 3 учеников (Аню, Борю и Витю) на 3 стула?

Решение (перечисли все варианты):

Вариант	Стул 1	Стул 2	Стул 3
1			
2			

Вариант	Стул 1	Стул 2	Стул 3
3			
4			
5			
6			

Вопрос: А если стульев 4, а учеников 3? Сколько вариантов?

Система оценивания:

- **Задача 1 (3 вопроса):** по 2 балла за каждый (обоснование + ответ).
Максимум: **6 баллов**.
- **Задача 2: 4 балла** - описан верный алгоритм взвешивания с обоснованием; **2 балла** - алгоритм верен, но обоснование неполное; **0 баллов** - решение неверно.
- **Задача 3: 3 балла** - таблица заполнена верно, логика рассуждений понятна; **1–2 балла** - частичное решение.
- **Задача 4 (4 ряда):** по 1 баллу за закономерность + 1 балл за продолжение = 2 балла за ряд. Максимум: **8 баллов**.
- **Задача 5: 3 балла** - все 6 вариантов перечислены верно и дан ответ на дополнительный вопрос; **2 балла** - перечислены 4–5 вариантов; **1 балл** - 2–3 варианта.

Общий максимум за методику №5: 24 балла (нормируется до 15).

МЕТОДИКА №6. «НАХОЖДЕНИЕ И ИСПРАВЛЕНИЕ ОШИБОК»

Цель: диагностика уровня развития критического мышления, умения анализировать готовые решения, находить логические и математические ошибки.

Время выполнения: 15 минут.

Инструкция для обучающегося:

«В каждом задании ученик допустил ошибку. Найди её, объясни, в чём она заключается, и предложи правильное решение».

Задание 1. Ошибки в вычислениях

№	Неверное решение	Найди ошибку	Правильное решение
1	$25 \times 4 = 80$		
2	$36 : 4 = 8$		
3	$\frac{7}{8} + \frac{3}{8} = \frac{10}{16}$		
4	$0,5 + 0,3 = 0,8$		
5	$\frac{2}{3} \times 6 = 4$		

Задание 2. Ошибки в решении уравнений

№	Неверное решение	Найди ошибку	Правильное решение
1	$3x + 5 = 20$ $3x = 20 - 5$ $3x = 15$ $x = 15 : 3$ $x = 5$		
2	$4x - 7 = 13$ $4x = 13 - 7$ $4x = 6$ $x = 6 : 4$		

№	Неверное решение	Найди ошибку	Правильное решение
	$x = 1,5$		
3	$2(x + 3) = 16$ $2x + 3 = 16$ $2x = 13$ $x = 6,5$		
4	$x : 5 = 12$ $x = 12 - 5$ $x = 7$		

Задание 3. Ошибки в логических рассуждениях

№	Рассуждение	Найди логическую ошибку	Правильное рассуждение
1	«Все прямоугольники - это квадраты, потому что у них есть прямые углы».		
2	«Если число делится на 2, то оно обязательно делится на 4».		
3	«Если $a > b$, то $a^2 > b^2$ всегда».		

Система оценивания:

- **Задание 1:** за каждое правильное исправление (ошибка найдена + верный ответ) - **2 балла**.

- **Задание 2:** за каждое правильное исправление (ошибка найдена + верный ответ) - 2 балла.
- **Задание 3:** за каждое правильное исправление (ошибка найдена + верное рассуждение) - 2 балла.

Общий максимум за методику №6: 24 балла

МЕТОДИКА №7. «КОНСТРУИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ»

Цель: диагностика уровня развития операций синтеза (создание целого из частей), конкретизации (переход от общего к частному) и творческого мышления.

Время выполнения: 20 минут.

Инструкция для обучающегося:

«Выполни задания на создание (конструирование) математических объектов с заданными свойствами. Прояви творчество и математическую фантазию».

Задание 1. Составь выражение

Составь числовое выражение, которое удовлетворяет указанным условиям:

№	Условие	Твоё выражение	Проверка
1	Значение равно 25 (используй умножение и сложение)		
2	Значение равно 10 (используй деление и вычитание)		
3	Содержит скобки, значение равно 30		

№	Условие	Твоё выражение	Проверка
4	Содержит степень, значение равно 64		

Задание 2. Составь уравнение

Составь уравнение, которое удовлетворяет указанным условиям:

№	Условие	Твоё уравнение	Проверка (подставь корень)
1	Корень уравнения равен 5		
2	Корень уравнения равен 0		
3	Корень уравнения равен 12, используется умножение		
4	Уравнение имеет два корня (6 и 8)		

Задание 3. Нарисуй фигуру с заданными свойствами

Нарисуй геометрическую фигуру, которая удовлетворяет указанным свойствам. Если фигура не существует, объясни почему.

№	Свойства	Рисунок	Объяснение
1	Четырёхугольник, у которого все стороны равны, но не все углы прямые		
2	Треугольник, у которого два угла прямые		

№	Свойства	Рисунок	Объяснение
3	Пятиугольник, у которого ровно один прямой угол		
4	Фигура, у которой нет ни одного угла		

Задание 4. Придумай задачу

Придумай текстовую задачу (сюжетную), которая решается с помощью данного выражения или уравнения. Запиши условие задачи, вопрос и решение.

№	Дано	Твоя задача (условие)	Решение
1	$3 \times 5 + 4 = 19$		
2	$2x + 5 = 15$		
3	$(a + b) \times 2$ (периметр)		

Задание 5. Построй алгоритм

Составь алгоритм (последовательность шагов) для выполнения действия. Алгоритм должен быть понятен другому ученику.

№	Действие	Алгоритм (шаг 1, шаг 2, ...)
1	Как сложить две обыкновенные дроби с разными знаменателями	
2	Как найти площадь прямоугольника	
3	Как решить уравнение вида $ax + b = c$	

Система оценивания:

- **Задание 1 (4 выражения):** по 2 балла за каждое (1 балл - составлено, 1 балл - проверка верна). Максимум: **8 баллов**.
- **Задание 2 (4 уравнения):** по 2 балла за каждое. Максимум: **8 баллов**.
- **Задание 3 (4 фигуры):** по 2 балла за каждое (1 балл - рисунок, 1 балл - объяснение). Максимум: **8 баллов**.
- **Задание 4 (3 задачи):** по 2 балла за каждую (1 балл - условие, 1 балл - решение). Максимум: **6 баллов**.
- **Задание 5 (3 алгоритма):** по 2 балла за каждый (полнота, логичность). Максимум: **6 баллов**.

Общий максимум за методику №7: 36 баллов (нормируется до 15).

ИТОГОВАЯ СВОДНАЯ ТАБЛИЦА РЕЗУЛЬТАТОВ ДИАГНОСТИКИ

Инструкция для учителя:

1. По каждой методике вычисли суммарный балл обучающегося.
2. Переведи баллы в нормированный вид (максимум за методику - 15 баллов, кроме методики №6, где максимум 10).
3. Заполни сводную таблицу.
4. Вычисли общий балл (максимум 100) и определи уровень развития логического мышления.

Шкала перевода баллов:

Методика	Максимальный балл	Коэффициент нормировки
№1	26	× 0,58 (≈15)
№2	25	× 0,6 (≈15)
№3	22	× 0,68 (≈15)

Методика	Максимальный балл	Коэффициент нормировки
№4	29	× 0,52 (≈15)
№5	24	× 0,63 (≈15)
№6	24	× 0,42 (≈10)
№7	36	× 0,42 (≈15)
ИТОГО	≈186	→ 100

Уровни развития логического мышления (по сумме баллов):

Уровень	Баллы (нормированные)	Характеристика
Высокий (III)	80–100	Самостоятельно выполняет все логические операции на различном материале, осознаёт и вербализирует логику действий, успешно применяет в нестандартных ситуациях, способен к творческому конструированию и доказательству.
Средний (II)	50–79	Правильно выполняет логические операции по образцу на знакомом материале, с частичной помощью, испытывает затруднения при переносе на новый материал, нуждается во внешних опорах.

Уровень	Баллы (нормированные)	Характеристика
Низкий (I)	0–49	Выполняет логические операции с существенными ошибками, только при помощи учителя, не осознаёт логику действий, не может применить операцию к новому материалу.

Рекомендации по интерпретации результатов

1. Если у ученика низкие баллы по методикам №1, №3, №4 → необходимо усилить работу по формированию операций анализа, обобщения и классификации (использовать больше заданий на выделение существенных признаков, формулирование правил, группировку объектов).
2. Если низкие баллы по методикам №5, №6 → необходимо развивать критическое мышление и умение строить логические цепочки (использовать больше задач на доказательство, исправление ошибок, решение логических задач).
3. Если низкие баллы по методикам №2, №7 → необходимо работать над синтезом и конкретизацией (использовать задания на сравнение, конструирование, составление задач и алгоритмов).
4. Если ученик показывает высокие результаты на всех методиках → рекомендуется включать в обучение задания повышенной сложности, олимпиадные задачи, творческие проекты.