

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1. ДИДАКТИЧЕСКИЕ И ЦИФРОВЫЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ 7 КЛАССА ТЕМЕ «ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ»	7
1.1. Использование цифровых образовательных ресурсов в обучении геометрии на основе экспериментальной математики	7
1.2. Сравнительный анализ изложения темы взаимного расположения прямых в учебниках геометрии	13
1.3. Динамические чертежи и цифровые платформы как средство организации деятельности обучающихся	17
Вывод по главе 1	25
ГЛАВА 2. ПРИЁМЫ И МЕТОДЫ ПРИМЕНЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ЧЕРТЕЖЕЙ НА УРОКАХ, УРОКАХ-ИССЛЕДОВАНИЯХ И МЕГА-УРОКАХ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ»	27
2.1. Признаки параллельности в курсе геометрии 7 класса	27
2.2. Изучение аксиомы и свойств углов, образованных секущей	27
2.3. Организация и результаты апробации системы творческих заданий	54
Вывод по главе 2	61
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	61
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	66
ПРИЛОЖЕНИЯ	70

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. Современный урок геометрии уже трудно представить без наглядности, исследования и работы с цифровыми инструментами. Геометрический материал требует не только знания определений, аксиом и теорем. Школьнику нужно видеть чертёж, замечать связи между его элементами, проверять предположения, строить рассуждение и понимать, почему тот или иной вывод является верным. Особенно это важно в 7 классе, когда начинается систематическое изучение геометрии и у семиклассников формируется первое представление о доказательстве.

Одной из значимых тем школьного курса является взаимное расположение прямых на плоскости. На этом материале класс знакомится с признаками параллельности, аксиомой параллельных прямых, углами, образованными секущей, и их свойствами. Тема кажется простой только на первый взгляд. На практике у семиклассников часто возникают трудности: они путают виды углов при секущей, не всегда видят, какие углы нужно сравнить, с трудом переходят от наблюдения по чертежу к доказательному рассуждению. Если рисунок дан в учебнике в готовом виде, часть класса воспринимает его как статичную схему и не замечает, какие отношения сохраняются при изменении положения прямых.

Цифровые образовательные ресурсы позволяют иначе организовать работу с таким материалом. Динамический чертёж можно не просто рассмотреть, а изменить: передвинуть точку, повернуть прямую, проследить изменение углов, проверить, какие связи остаются неизменными. В такой работе школьник не получает готовое утверждение сразу, а подходит к нему через наблюдение, пробу и обсуждение. Такой подход сближает работу на уроке с экспериментальной математикой. Для школьников становится важен не только готовый результат, но и сам ход рассуждения: сначала возникает предположение, затем оно проверяется на динамическом чертеже, после этого класс ищет устойчивую закономерность и пробует объяснить её уже математически.

При этом сам цифровой ресурс ещё не превращает урок в исследование. Динамический чертёж может остаться обычной иллюстрацией, если школьники только смотрят на экран и не выполняют с ним никаких действий. Поэтому заранее важно определить, что именно делает класс: какие элементы чертежа изменяет, что измеряет, какие зависимости замечает. Не менее важна роль учителя. Он задаёт вопросы, подводит школьников к затруднению, помогает сформулировать предположение и не даёт заменить доказательство простым наблюдением на рисунке. Именно поэтому при изучении темы «Параллельные прямые» в 7 классе требуется методическое обеспечение, где показано не только наличие динамических чертежей, но и порядок работы с ними.

Актуальность исследования определяется самой логикой школьного курса геометрии. В 7 классе школьники только начинают работать с доказательствами, поэтому для них особенно важны наглядная опора, точный чертёж и понятная последовательность рассуждений. Тема параллельных прямых занимает здесь одно из ключевых мест: признаки параллельности, аксиома параллельных прямых и свойства углов при секущей затем постоянно используются в новых задачах. Цифровые образовательные ресурсы помогают сделать эту тему более наглядной, но их применение требует продуманной организации. Учителю нужны не отдельные эффектные чертежи, а конкретные приёмы работы, которые можно использовать последовательно: от наблюдения и измерения — к формулировке свойства и его обоснованию.

Проблема исследования заключается в необходимости определить, как использовать динамические чертежи и цифровые платформы при изучении темы «Параллельные прямые» в 7 классе так, чтобы они не заменяли доказательство внешней наглядностью, а помогали школьникам прийти к осознанному пониманию признаков, аксиомы и свойств углов при секущей.

Объект исследования – процесс обучения геометрии в 7 классе.

Предмет исследования – приёмы применения динамических чертежей и цифровых образовательных ресурсов при изучении темы «Параллельные прямые» в 7 классе.

Цель исследования – разработать методическое обеспечение по использованию динамических чертежей и цифровых образовательных ресурсов при изучении темы «Параллельные прямые» в 7 классе.

Гипотеза исследования состоит в предположении о том, что использование динамических чертежей и цифровых образовательных ресурсов при изучении темы «Параллельные прямые» будет способствовать более осознанному усвоению геометрического материала, если:

- динамические чертежи применяются не только как средство наглядности, но и как инструмент исследования;

- работа с цифровыми моделями организуется через наблюдение, выдвижение предположений, проверку и последующее доказательное рассуждение;

- задания с динамическими чертежами включаются в уроки и уроки-исследования с учётом содержания темы и уровня подготовки семиклассников.

В соответствии с целью и гипотезой были определены следующие задачи исследования:

1. Раскрыть возможности цифровых образовательных ресурсов в обучении геометрии на основе экспериментальной математики.
2. Провести сравнительный анализ изложения темы взаимного расположения прямых в учебниках геометрии.
3. Охарактеризовать динамические чертежи и цифровые платформы как средство организации деятельности школьников при изучении геометрии.

4. Разработать приёмы применения динамических чертежей на уроках и уроках-исследованиях при изучении темы «Параллельные прямые».
5. Провести апробацию разработанных материалов и проанализировать её результаты.

Для решения поставленных задач использовались следующие методы исследования: анализ нормативных документов, учебников геометрии, методической литературы и цифровых образовательных ресурсов; сравнение и обобщение; разработка динамических чертежей и заданий к ним; педагогическое наблюдение; анализ результатов апробации.

База исследования – МАОУ Гимназия № 14 управления, экономики и права.

Практическая значимость исследования заключается в том, что разработанные материалы могут быть использованы учителями математики при изучении темы «Параллельные прямые» в 7 классе. Представленные приёмы помогают организовать работу с динамическими чертежами на уроках и уроках-исследованиях, а также могут быть адаптированы под разные цифровые платформы и уровень подготовки класса.

Структура выпускной квалификационной работы. Работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованной литературы и приложений.

ГЛАВА 1. ДИДАКТИЧЕСКИЕ И ЦИФРОВЫЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ 7 КЛАССА ТЕМЕ «ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ»

1.1. Использование цифровых образовательных ресурсов в обучении геометрии на основе экспериментальной математики

Обучение геометрии в 7 классе связано с переходом от наглядного восприятия фигур к доказательному рассуждению. Семиклассник уже не только узнаёт фигуру или выполняет построение по образцу. Ему нужно увидеть взаимное расположение элементов, выделить существенные признаки, установить связь между ними и объяснить, почему сделанный вывод является верным. Поэтому геометрический чертёж в основной школе не может оставаться простой иллюстрацией к словам учителя. Он становится средством анализа, поиска и обоснования.

Такая логика согласуется с требованиями ФГОС основного общего образования. В стандарте метапредметные результаты связываются с познавательными, коммуникативными и регулятивными универсальными действиями. Среди познавательных действий отдельно выделяются знаково-символические средства, моделирование, кодирование и декодирование информации, логические операции и общие приёмы решения задач [30, с. 4]. Для геометрии это особенно важно: работа с чертежом всегда требует перехода от наглядного изображения к знакам, обозначениям, рассуждению и выводу.

ФГОС также подчёркивает, что предметные результаты формулируются в деятельностной форме с усилением акцента на применение знаний и конкретных умений [30, с. 4]. Следовательно, при изучении геометрии важно не только сообщить готовое свойство или признак, но и организовать действие, через которое школьник сможет это свойство обнаружить, проверить и осмыслить. В теме «Параллельные прямые» такое действие связано с наблюдением за прямыми

и секущей, сравнением углов, выявлением устойчивых отношений и переходом к доказательству.

Цифровые образовательные ресурсы дают возможность усилить именно деятельностьную сторону урока. В ФГОС указано, что информационно-образовательная среда должна обеспечивать доступ к учебным изданиям, образовательным ресурсам, электронным образовательным и информационным ресурсам, а также возможность использования современных информационно-коммуникационных технологий в реализации программы основного общего образования [30, с. 17]. Кроме того, стандарт требует обеспечить доступ к печатным и электронным образовательным ресурсам, включая ресурсы, размещённые в федеральных и региональных базах данных [30, с. 20]. Значит, использование цифровых ресурсов в обучении геометрии имеет не случайный, а нормативно закреплённый характер.

Под электронными образовательными ресурсами понимаются учебные материалы, представленные в цифровой форме и используемые в образовательном процессе. В пособии «Электронные образовательные ресурсы нового поколения в вопросах и ответах» отдельно раскрывается, что ЭОР отличаются от обычного учебника не только носителем, но и возможностью представить материал в иной форме [34, с. 3]. Для геометрии это принципиально: чертёж, построение, движение точки или прямой трудно полноценно передать только текстом. Цифровая среда позволяет сделать объект изменяемым и тем самым приблизить школьника к реальному исследованию геометрической ситуации.

Важными свойствами ЭОР являются мультимедийность и интерактивность. Мультимедийный ресурс позволяет соединять текст, изображение, звук, анимацию и другие формы представления учебной информации [34, с. 4]. Интерактивность связана с возможностью взаимодействия пользователя с ресурсом [34, с. 5]. Для урока геометрии это означает, что

школьник может не просто смотреть на готовую картинку, а выполнять действия с объектом: перемещать точки, изменять положение прямой, измерять углы, сравнивать результаты. В этом случае цифровой ресурс становится не украшением урока, а инструментом учебной работы.

Электронные ресурсы нового поколения связываются также с появлением новых педагогических инструментов [34, с. 6]. Для геометрии таким инструментом является динамический чертёж. Его отличие от статичного рисунка состоит в том, что элементы можно изменять, сохраняя заданные геометрические связи. Например, при перемещении секущей меняются углы, но сама ситуация «две прямые и секущая» остаётся той же. Это позволяет наблюдать не один частный случай, а целый набор положений. Поэтому динамический чертёж особенно важен при изучении темы взаимного расположения прямых.

Чертёж в учебнике показывает только один вариант расположения прямых и секущей. Семиклассник может правильно назвать накрест лежащие, соответственные или односторонние углы, но при этом не всегда понимает главное: свойство сохраняется не из-за конкретного вида рисунка. Если секущую немного повернуть или изменить положение прямых на экране, внешний вид чертежа станет другим, а связь между углами останется той же.

Динамическая модель помогает это увидеть. Школьники перемещают элементы, измеряют углы, сравнивают несколько положений секущей и замечают, какие отношения не меняются. В этот момент признак параллельности перестаёт восприниматься как формулировка из учебника. Он связывается с конкретным наблюдением: прямые параллельны не потому, что «выглядят ровно», а потому что между углами выполняется определённое отношение.

В такой работе есть черты экспериментальной математики.

Сначала у класса появляется вопрос: что изменится, если передвинуть секущую? Затем школьники проверяют несколько случаев, записывают результаты измерений, ищут повторяющуюся связь. После этого можно

переходить к предположению и его обоснованию. Опыт на чертеже здесь не заменяет доказательство, а подводит к нему.

Такой подход близок к исследовательской деятельности в обучении математике, где знание возникает не как готовая формулировка, а как результат поиска и проверки [10].

Для геометрии экспериментальный стиль особенно естественен. Геометрическое утверждение часто сначала замечается на чертеже. Но одного наблюдения недостаточно. Математическим знанием оно становится только после объяснения и доказательства. Поэтому работа с динамическим чертежом должна подводить к строгому выводу, а не подменять его. Например, при изучении признаков параллельности можно сначала наблюдать равенство накрест лежащих углов в разных положениях секущей, затем сформулировать предположение, а после этого перейти к доказательному рассуждению.

Стиль экспериментальной математики имеет несколько обязательных признаков. Первый признак – наличие исследовательского вопроса. Работа начинается не с готовой формулировки, а с вопроса: что произойдёт с углами при изменении положения секущей; при каких условиях прямые будут параллельны; какие пары углов сохраняют равенство. Вторым признаком – действие с объектом. Школьник должен не только смотреть на модель, но и изменять её. Третьим признаком – фиксация результата: измерения, таблица, краткая запись наблюдения или схема. Четвёртым признаком – проверка предположения на нескольких положениях чертежа. Пятым признаком – переход к доказательному рассуждению.

Деятельностный подход в обучении математике также требует, чтобы знание осваивалось через действие, а не только через восприятие готового объяснения [9]. Поэтому цифровые ресурсы должны быть включены в структуру учебной деятельности. Если учитель просто показывает динамический чертёж, а класс пассивно смотрит, исследовательский смысл теряется. Если же школьники

работают с моделью, измеряют, сравнивают, делают вывод, то цифровой ресурс становится инструментом учебного действия.

При изучении темы «Параллельные прямые» цифровые ресурсы должны использоваться с учётом нескольких требований. Первое требование – математическая точность модели. Если в чертеже заданы параллельные прямые, это отношение должно сохраняться при изменении положения элементов. Второе требование – управляемость: учитель заранее определяет, какие элементы можно перемещать, какие величины измерять и какой вывод должен быть получен. Третье требование – связь с языком геометрии. После работы с моделью школьники должны перейти к обозначениям, формулировке признака или свойства, чертежу в тетради и доказательному рассуждению. Четвёртое требование – обязательная фиксация наблюдений. Пятое требование – запрет на подмену доказательства измерением.

С точки зрения содержания темы динамические чертежи помогают организовать изучение нескольких вопросов. При введении признаков параллельности прямых они позволяют исследовать пары углов, образованных секущей. При изучении аксиомы параллельных прямых модель помогает показать, что через точку, не лежащую на данной прямой, проводится единственная прямая, параллельная данной. При изучении свойств углов динамический чертёж позволяет проследить, какие углы становятся равными или дают в сумме 180° при условии параллельности прямых. Во всех этих случаях модель работает как средство наблюдения, но итогом должна стать математическая формулировка.

Важное значение имеет развитие пространственного мышления. И. С. Якиманская рассматривает пространственное мышление как особый вид мыслительной деятельности, связанный с созданием пространственных образов, их преобразованием и использованием при решении учебных задач [35]. Динамический чертёж поддерживает эту работу: школьник видит, как меняется

положение прямых, углов и секущей, но при этом учится удерживать главное – отношения между элементами фигуры. Это особенно важно в 7 классе, когда умение мысленно работать с чертежом только формируется.

Наглядность в геометрии должна быть содержательной. Наглядный образ нужен не для замены рассуждения, а для перехода к нему. В работах по наглядной геометрии подчёркивается значение чертежа, геометрического образа и перехода от наблюдения к выводу [26]. Поэтому цифровая наглядность полезна только тогда, когда она включена в учебную задачу. Школьник должен не просто увидеть цветные углы на экране, а понять их положение, название и роль в доказательстве.

Цифровые платформы могут использоваться как средство организации такой работы. Например, 1С:Урок содержит интерактивные учебные материалы, динамические модели, задания с автоматической проверкой и инструменты для подготовки урока [1]. Среда «Живая математика» связана с построением динамических геометрических моделей и проведением лабораторных работ по геометрии [16]. Такие ресурсы позволяют создавать задания, в которых школьник работает с геометрическим объектом, а не только воспринимает объяснение.

В методической литературе динамические модели и интерактивные средства рассматриваются как средства активизации познавательной деятельности и организации более самостоятельной работы с геометрическим материалом [15; 20; 21; 25]. Для темы взаимного расположения прямых это проявляется в том, что класс может исследовать чертёж: изменить положение секущей, сравнить углы, проверить предположение, увидеть ошибку и уточнить вывод. Такая работа помогает сделать изучение темы более осознанным.

Можно выделить основные правила использования цифровых ресурсов в обучении геометрии на основе экспериментальной математики. Первое правило – начинать с содержательного вопроса. Второе – давать возможность действовать

с моделью. Третье – фиксировать результаты наблюдений. Четвёртое – проверять предположение на нескольких вариантах чертежа. Пятое – завершать работу математическим выводом. Шестое – связывать цифровую модель с обычным чертежом и записью в тетради. Седьмое – не заменять доказательство измерением или внешним видом рисунка.

Таким образом, цифровые образовательные ресурсы в обучении геометрии выполняют наглядную, моделирующую, исследовательскую, организационную и контрольную функции. При изучении темы «Параллельные прямые» они позволяют сделать чертёж подвижным, показать зависимость между прямыми, секущей и углами, организовать проверку предположений и подготовить переход к доказательству. Стиль экспериментальной математики задаёт для этой работы чёткую логику: от вопроса и наблюдения – к гипотезе, от проверки – к обоснованному геометрическому выводу.

1.2. Сравнительный анализ изложения темы взаимного расположения прямых в учебниках геометрии

Тема взаимного расположения прямых относится к базовым темам курса геометрии 7 класса. На её основе школьники осваивают понятие параллельных прямых, учатся работать с секущей, различать пары углов, понимать признаки параллельности и свойства углов при параллельных прямых. Этот материал важен не только сам по себе. В дальнейшем он используется при изучении треугольников, четырёхугольников, доказательстве свойств фигур, решении задач на углы и построение.

Для анализа были выбраны четыре учебника геометрии: учебник Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева и др. [2], учебник А. Г. Мерзляка, В. Б. Полонского, М. С. Якира [18], учебник А. В. Погорелова [22] и учебник И. Ф. Шарыгина [32]. Эти пособия представляют разные подходы к изложению геометрии: от более традиционного аксиоматико-дедуктивного до более наглядного и задачного. Сравнение проводилось по нескольким критериям:

место темы в структуре курса, способ введения параллельных прямых, работа с углами при секущей, изложение признаков параллельности, роль аксиомы параллельных прямых, характер задач и возможность использования динамических чертежей.

В учебнике Л. С. Атанасяна и соавторов тема выделена в отдельную главу III «Параллельные прямые» [2, с. 52]. Такая структура подчёркивает самостоятельное значение данного раздела в курсе 7 класса. Сначала вводится определение параллельных прямых, затем изучаются признаки параллельности двух прямых [2, с. 53]. Отдельно рассматриваются практические способы построения параллельных прямых [2, с. 55]. Такой порядок логичен: сначала школьники получают само понятие, затем переходят к условиям, по которым можно установить параллельность, а после этого видят связь темы с построениями.

Сильная сторона этого учебника – чёткая последовательность и строгая логика изложения. Материал организован так, чтобы школьники постепенно переходили от определения к признакам и доказательствам. При этом тема подаётся достаточно компактно. Чертёж играет важную роль, но чаще выступает как опора к доказательству и решению задачи. Для работы с динамическими чертежами такой учебник даёт хороший теоретический каркас: цифровую модель можно использовать перед формулировкой признака, чтобы класс сначала увидел связь между углами, а затем перешёл к доказательству.

В учебнике А. Г. Мерзляка, В. Б. Полонского и М. С. Якира материал расположен в главе, связанной с параллельными прямыми и суммой углов треугольника. Раздел «Параллельные прямые» начинается с §13 [18, с. 87], затем отдельно изучаются признаки параллельности двух прямых [18, с. 91]. После этого авторы вводят вопрос, связанный с пятым постулатом Евклида [18, с. 98]. Такое построение показывает не только прикладную роль признаков, но и место темы в системе геометрических утверждений.

Особенность учебника Мерзляка состоит в более подробной работе с учебными действиями. Материал чаще сопровождается вопросами, заданиями на установление связей, задачами разного уровня. Это делает учебник удобным для организации исследовательской работы. Тема параллельности здесь может быть раскрыта через наблюдение: сначала школьники работают с расположением прямых и секущей, затем выделяют пары углов, после чего переходят к признакам. Для динамических чертежей такая структура подходит особенно хорошо, потому что её можно дополнить заданием на изменение положения секущей и проверку равенства углов.

В учебнике А. В. Погорелова тема параллельных прямых дана кратко и достаточно строго. Уже на с. 20 приводится определение: две прямые называются параллельными, если они не пересекаются [22, с. 20]. На этой же странице показано построение параллельной прямой с помощью угольника и линейки [22, с. 20]. Дальше материал также строится вокруг точных формулировок, свойств и доказательств. Для семиклассника это не всегда просто: нужно внимательно читать текст, удерживать условие и понимать, почему из него следует вывод.

Поэтому при работе с учебником Погорелова динамический чертёж может использоваться перед чтением строгой формулировки. Например, перед изучением признаков параллельности можно открыть модель с двумя прямыми и секущей. Класс изменяет положение секущей, измеряет пары углов и замечает, что при равенстве определённых углов прямые сохраняют параллельное положение. После этого формулировка из учебника воспринимается не как готовая фраза, которую нужно запомнить, а как запись уже замеченной связи.

Учебник И. Ф. Шарыгина имеет другую методическую направленность [32]. В нём больше внимания уделяется геометрическому образу, чертежу и поиску решения. Задача часто требует не прямого применения правила, а анализа ситуации: нужно увидеть нужные углы, провести дополнительное рассуждение, выбрать удобный ход. Для темы параллельных прямых это особенно важно,

потому что здесь ошибка часто возникает не в вычислениях, а в самом чтении чертежа. Школьники могут перепутать накрест лежащие и соответственные углы, принять односторонние углы за равные или не заметить, где проходит секущая.

Динамические чертежи хорошо дополняют такую работу. Они позволяют не только показать готовую конфигурацию, но и изменить её: повернуть секущую, передвинуть прямую, сравнить несколько положений. При этом важно не сводить работу к наблюдению на экране. После измерений и предположений школьники должны перейти к объяснению: почему найденная связь сохраняется и какое свойство или признак её обосновывает.

Анализ учебников показывает, что основное содержание темы в разных пособиях совпадает. Везде изучаются определение параллельных прямых, углы при секущей, признаки параллельности, аксиома параллельных прямых и свойства углов при параллельных прямых. Различается способ подачи. У Л. С. Атанасяна материал выстроен последовательно и строго. В учебнике А. Г. Мерзляка заметна поэтапная работа с новым содержанием и упражнениями. У А. В. Погорелова текст более краткий и требует большей самостоятельности при чтении доказательств. У И. Ф. Шарыгина сильнее выражена работа с чертежом и задачей.

Результаты анализа представлены в таблице.

Таблица 1 – Сравнение изложения темы взаимного расположения прямых в учебниках геометрии

Учебник	Особенности изложения темы	Сильные стороны	Возможности для динамических чертежей
Л. С. Атанасян и др. [2]	Тема выделена в главу «Параллельные прямые»; сначала вводится определение, затем признаки и построения [2, с. 52–55]	Чёткая логика, строгие формулировки, последовательный переход к доказательствам	Динамический чертёж можно использовать перед доказательством признаков как средство наблюдения

А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир [18]	Материал раскрывается через параграфы о параллельных прямых, признаках и пятом постулате Евклида [18, с. 87; с. 91; с. 98]	Подробная система заданий, удобная поэтапность, связь с учебными действиями	Хорошо подходит для урока-исследования: модель помогает выдвинуть и проверить предположение
А. В. Погорелов [22]	Определение параллельных прямых и построение параллельной прямой даются кратко и строго [22, с. 20]	Теоретическая точность, строгий стиль, внимание к доказательству	Динамический чертёж полезен как подготовка к восприятию строгого текста
И. Ф. Шарыгин [32]	Более выражена наглядная и задачная направленность	Развивает геометрическое видение, поиск способа решения, самостоятельное рассуждение	Динамическая модель может усилить исследовательский характер задач

Таблица показывает, что содержание темы в учебниках в целом совпадает, но работа с ним организована по-разному. В одних пособиях больше внимания уделяется строгой формулировке и доказательству, в других — чертежу, задаче, поиску хода решения. Для обычного объяснения этого достаточно. Но если урок строится через наблюдение и проверку предположений, одного статичного рисунка часто не хватает.

Динамический чертёж можно использовать при работе с любым из проанализированных учебников, но роль у него будет разной. При изучении материала по учебнику Л. С. Атанасяна он помогает подвести класс к доказательству признаков параллельности. В учебнике А. Г. Мерзляка такую модель удобно включать в последовательную работу с вопросами и упражнениями. При обращении к учебнику А. В. Погорелова цифровой чертёж лучше давать до строгой формулировки, чтобы школьники сначала увидели связь

между углами. В работе с учебником И. Ф. Шарыгина динамическая модель поддерживает анализ чертежа и поиск решения.

Тема параллельных прямых хорошо подходит для использования цифровых образовательных ресурсов. Почти каждое новое утверждение здесь связано с рисунком: нужно увидеть секущую, определить пары углов, сравнить их или найти сумму. Учебник показывает одну готовую конфигурацию. Динамическая модель позволяет изменить её: повернуть секущую, передвинуть прямую, измерить углы в нескольких положениях. При этом школьники видят, что меняется внешний вид рисунка, но сохраняется нужная зависимость между углами.

Поэтому при разработке уроков важно соединить два элемента. С одной стороны, необходимо сохранить строгую геометрическую основу: определения, признаки, свойства, доказательства. С другой стороны, перед этим школьникам нужна работа с чертежом, где они могут заметить связь сами. Тогда изучение темы «Параллельные прямые» не сводится к запоминанию формулировок. Семиклассники сначала наблюдают геометрическую ситуацию, проверяют её на модели, а затем переходят к математическому объяснению.

1.3. Динамические чертежи и цифровые платформы как средство организации деятельности обучающихся

Статичный чертёж фиксирует одно положение прямых, секущей и образованных углов. Из-за этого семиклассник нередко связывает свойство не с геометрическим отношением, а с конкретным видом рисунка. При изменении наклона прямых или секущей знакомая конфигурация уже может восприниматься как новая.

Динамический чертёж позволяет избежать этой привязки к одному изображению. В модели можно изменить положение элементов, измерить углы, сравнить несколько случаев и увидеть, какие связи сохраняются. При изучении

темы «Параллельные прямые» это особенно важно: школьники учатся различать накрест лежащие, соответственные и односторонние углы не по внешнему виду рисунка, а по их расположению относительно двух прямых и секущей.

Такой чертёж не заменяет доказательство, но подводит к нему. Сначала класс наблюдает устойчивую связь на модели, затем формулирует предположение и переходит к его математическому обоснованию.

Методическая ценность динамического чертежа проявляется в нескольких функциях. Первая функция – ориентировочная. Модель помогает выделить прямые, секущую, пары углов и их взаимное положение. Вторая – исследовательская: школьники изменяют чертёж и наблюдают, какие связи остаются неизменными. Третья – проверочная: предположение можно проверить на новом положении прямых или секущей. Четвёртая – объяснительная: динамическая модель подготавливает переход от наблюдения к доказательному рассуждению. Пятая – корректирующая: ошибка становится заметной, если при изменении чертежа предположение перестаёт работать.

При этом динамический чертёж нельзя использовать как замену доказательства. Измерение нескольких углов и наблюдение за их равенством ещё не доказывают геометрическое утверждение. Они помогают только выдвинуть предположение. Поэтому работа должна строиться в определённой последовательности: сначала ставится вопрос, затем школьники работают с моделью, фиксируют наблюдения, обсуждают предположение и после этого переходят к формулировке признака, свойства или доказательства. Такая логика согласуется с деятельностным подходом в обучении математике, где знание осваивается через действие, а не только через восприятие готового объяснения [9; 19].

Одной из сред, которая позволяет строить динамические геометрические модели, является «Живая математика». Методические материалы по лабораторным работам с использованием этой среды показывают возможность

применять её для построения, наблюдения и проверки геометрических свойств [16]. Для темы взаимного расположения прямых эта среда удобна тем, что в ней можно создать модель с двумя прямыми и секущей, задать параллельность, отметить пары углов, измерить их и проследить изменение величин при перемещении элементов чертежа.

Работа в динамической геометрической среде должна быть заранее продумана. Учитель определяет, какие элементы модели будут свободными, а какие должны зависеть от заданных условий. Если требуется исследовать свойства углов при параллельных прямых, параллельность должна быть построена точно, а не изображена «на глаз». Иначе при перемещении точки модель потеряет математический смысл. Поэтому первое требование к динамическому чертежу – точность построения. Все связи, которые исследуются на уроке, должны сохраняться при изменении чертежа.

Второе требование – ограниченность действий. Не всегда полезно давать школьникам полностью свободную модель. Если цель урока – увидеть связь между накрест лежащими углами и параллельностью прямых, то на чертеже должны быть только необходимые объекты: две прямые, секущая, выделенные углы и, при необходимости, их градусные меры. Лишние точки, подписи, цвета и измерения отвлекают от главного. Для цифровой модели важен принцип минимальной достаточности: на экране должно быть всё, что нужно для вывода, но ничего лишнего.

Третье требование – фиксация результата. Работа с динамическим чертежом не должна сводиться к перемещению объектов на экране. Наблюдения нужно записывать: в таблицу, краткий вывод, схему, ответ на вопрос. Например, при исследовании углов при секущей можно предложить классу записать, какие углы сравнивались, как изменялись их величины и при каком условии они оказались равными. Такая запись помогает перейти от зрительного впечатления к математическому выводу.

Четвёртое требование – связь цифровой модели с обычным чертежом. После работы на экране школьники должны перенести ситуацию в тетрадь: обозначить прямые, секущую, углы, записать условие и вывод. Это важно, потому что итоговое геометрическое рассуждение строится не в цифровой среде, а на языке определений, обозначений, признаков и доказательств. Динамическая модель помогает увидеть свойство, но закрепляется оно через математическую запись.

Пятое требование – организация обсуждения. Динамический чертёж ценен не только тем, что показывает изменение фигуры. Он создаёт основание для вопросов: что изменилось, что осталось прежним, какое предположение можно сделать, почему одного измерения недостаточно, как перейти к доказательству. Поэтому модель должна включаться в диалог учителя и класса. Если обсуждения нет, цифровой ресурс превращается в демонстрацию.

Кроме динамических геометрических сред, при изучении темы могут использоваться цифровые образовательные платформы. Одной из таких платформ является 1С:Урок. Она содержит интерактивные учебные материалы, динамические модели, задания с автоматической проверкой и инструменты для подготовки урока [1]. Для темы «Параллельные прямые» платформа может быть использована при объяснении, закреплении терминов, распознавании углов при секущей, проверке понимания признаков параллельности и повторении свойств углов.

Методическая ценность 1С:Урок не сводится к набору готовых цифровых материалов. Платформа удобна там, где нужно показать учебный фрагмент, дать задание и быстро проверить результат. Но автоматическая проверка фиксирует только ответ. Ход рассуждения остаётся за рамками платформы, поэтому работу с интерактивными заданиями необходимо дополнять устным объяснением, записью вывода и построением чертежа в тетради. Иначе геометрия легко

превращается в выбор правильного варианта, хотя смысл темы связан именно с рассуждением.

«Живая математика» и 1С:Урок решают разные задачи. В «Живой математике» учитель и класс могут строить модель, изменять положение элементов, измерять углы, проверять предположения. 1С:Урок больше подходит для работы с готовыми материалами, закрепления и контроля. Эти ресурсы не конкурируют между собой. В пределах одной темы динамическая геометрическая среда помогает организовать исследование чертежа, а платформа — выстроить объяснение, тренировку и проверку понимания.

Работу с динамическим чертежом целесообразно строить не как свободное перемещение объектов на экране, а как последовательное учебное действие. Сначала формулируется вопрос: при каком условии прямые будут параллельны, какие углы нужно сравнить, что изменится при перемещении секущей. Затем класс работает с моделью: изменяет чертёж, измеряет углы, сопоставляет результаты. После этого наблюдения фиксируются, на их основе появляется предположение, а затем выполняется переход к строгому выводу. Такая логика не даёт цифровой работе остаться простой демонстрацией.

При изучении признаков параллельности динамическая модель помогает связать положение прямых с отношениями между углами. Например, класс рассматривает две прямые и секущую, изменяет положение одной прямой и следит за накрест лежащими углами. Когда эти углы становятся равными, возникает основание для предположения о параллельности прямых. Дальше это предположение соотносится с формулировкой признака и обосновывается. В этом случае признак не даётся сразу как готовое правило: к нему подводит работа с чертежом.

При изучении свойств углов при параллельных прямых возможна обратная логика. Прямые уже заданы как параллельные, а секущая перемещается. Класс наблюдает, что соответственные и накрест лежащие углы сохраняют равенство,

а сумма односторонних углов остаётся равной 180° . Но итогом такой работы должна быть не только фраза «это видно на рисунке». Важно довести наблюдение до формулировки свойства и его объяснения. Для 7 класса этот момент принципиален: школьники только начинают различать наглядную проверку и доказательство.

Динамические чертежи полезны и при работе с типичными ошибками. В теме углов при секущей семиклассники часто ориентируются на внешний вид пары углов, а не на её положение относительно двух прямых и секущей. При изменении чертежа эта ошибка быстро проявляется. Поэтому модель удобно использовать для уточнения: где расположены внутренние и внешние углы, по одну или по разные стороны от секущей находятся выбранные пары, какие углы равны, а какие дают сумму 180° .

В 7 классе такая организация работы особенно важна. Доказательство только входит в курс геометрии как обязательный способ рассуждения, и резкий переход от рисунка к строгому тексту часто вызывает затруднение. Динамический чертёж делает этот переход более осмысленным: сначала школьники наблюдают связь, затем описывают её словами и только после этого переходят к обоснованию. Такая работа связана и с развитием пространственного мышления, поскольку требует создавать, удерживать и преобразовывать геометрические образы [35].

В методической литературе подчёркивается, что интерактивные средства обучения нужны не ради внешнего эффекта, а для активизации познавательной деятельности и самостоятельной работы с учебным материалом [15; 20; 21; 25]. Для геометрии это особенно заметно. Когда школьник сам изменяет чертёж, сравнивает результаты и фиксирует закономерность, он работает с содержанием темы. Если же цифровой ресурс только демонстрируется учителем, его влияние на понимание оказывается ограниченным.

Динамические чертежи и цифровые платформы позволяют иначе организовать работу с геометрическим материалом. Чертёж перестаёт быть неподвижной иллюстрацией: его можно изменить, проверить на нескольких положениях, связать наблюдение с формулировкой свойства или признака. «Живая математика» удобна для построения и исследования моделей, а 1С:Урок — для работы с интерактивными материалами, закрепления и проверки понимания. Их методическая ценность определяется не самим фактом использования цифрового ресурса, а тем, насколько точно он связан с учебной задачей, содержанием темы и доказательным рассуждением.

Вывод по главе 1

Первая глава показала, почему при изучении темы «Параллельные прямые» в 7 классе важно работать не только с готовым чертежом из учебника. Эта тема связана сразу с несколькими ключевыми для геометрии действиями: школьники учатся видеть взаимное расположение прямых, различать углы при секущей, понимать признаки параллельности и переходить от наблюдения к доказательству. Без хорошей наглядной опоры такой материал часто усваивается формально: ребёнок запоминает названия углов, но не всегда понимает, почему именно они помогают сделать вывод о параллельности прямых.

Цифровые образовательные ресурсы дают возможность усилить работу с чертежом. Динамическая модель позволяет изменять положение прямых и секущей, наблюдать за углами, проверять предположения и видеть, какие отношения сохраняются при изменении рисунка. За счёт этого чертёж становится не просто изображением, а рабочим инструментом. Но сам по себе цифровой ресурс не решает методическую задачу. Его нужно включать в урок так, чтобы школьники не только смотрели на экран, но и выполняли конкретные действия: сравнивали, измеряли, фиксировали результат, формулировали вывод.

В главе был отдельно выделен стиль экспериментальной математики. Его смысл состоит в движении от вопроса и наблюдения к предположению, проверке и обоснованию. Для геометрии 7 класса такой путь особенно важен, потому что доказательство только начинает входить в учебную работу. Динамический чертёж помогает сделать этот переход более понятным: сначала школьник видит геометрическую связь на модели, затем описывает её словами, а после этого переходит к строгому рассуждению.

Сравнение учебников Л. С. Атанасяна, А. Г. Мерзляка, А. В. Погорелова и И. Ф. Шарыгина показало, что тема взаимного расположения прямых раскрывается в них по-разному. В одних учебниках сильнее выражена строгая доказательная линия, в других больше места занимает наглядность, система

заданий и поисковая работа. Это различие важно учитывать при подготовке урока. Динамический чертёж может дополнять любой из рассмотренных учебников, но его роль будет разной: где-то он помогает подготовить доказательство, где-то – организовать исследование, где-то – сделать более понятной краткую теоретическую формулировку.

В главе также были описаны возможности «Живой математики» и платформы 1С:Урок. Эти ресурсы решают разные задачи. «Живая математика» больше подходит для построения и исследования динамических моделей. 1С:Урок можно использовать для интерактивных материалов, закрепления и проверки понимания. При этом оба ресурса требуют методической точности: модель должна быть математически корректной, не перегруженной лишними элементами и обязательно связанной с записью в тетради, формулировкой свойства или доказательством.

Итак, теоретический анализ позволил определить основу для дальнейшей разработки. При изучении темы «Параллельные прямые» цифровые ресурсы целесообразно использовать не как демонстрацию ради наглядности, а как средство организации исследования. Такая работа помогает семиклассникам увидеть связь между прямыми, секущей и углами, проверить предположение и перейти к осознанному геометрическому выводу.

ГЛАВА 2. ПРИЁМЫ И МЕТОДЫ ПРИМЕНЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ЧЕРТЕЖЕЙ НА УРОКАХ, УРОКАХ-ИССЛЕДОВАНИЯХ И МЕГА-УРОКАХ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ»

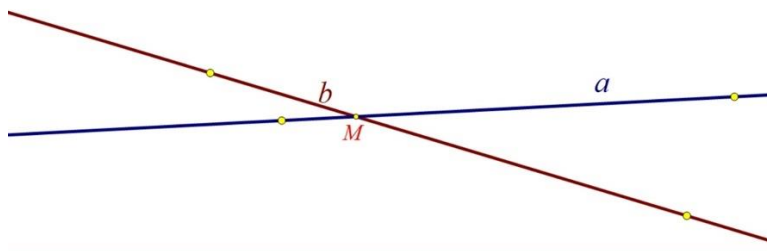
2.1. Признаки параллельности в курсе геометрии 7 класса

В рамках практической части был подготовлен и апробирован урок «Геометрия с живыми чертежами» по теме «Признаки параллельности прямых». Работа проводилась в 7 классе с использованием среды «Живая математика». Урок был построен не как обычное объяснение нового признака, а как последовательное исследование: сначала школьники наблюдали за динамическим чертежом, затем выполняли измерения, заносили результаты в таблицу, формулировали гипотезу и только после этого переходили к доказательству.

Главный вопрос урока был поставлен в самом начале: как можно понять, что две прямые параллельны, если на экране видны только их части? Такой вопрос сразу задаёт практическую направленность работы. Школьники уже знают, что прямая бесконечна, но на экране или в тетради она изображается только фрагментом. Значит, простого взгляда на рисунок недостаточно. Нужно найти способ, который позволит обосновать параллельность по построенному чертежу.

На первом этапе в среде «Живая математика» были построены две прямые a и b , пересекающиеся в точке M .

Рисунок 1 – Пересекающиеся прямые a и b с общей точкой M



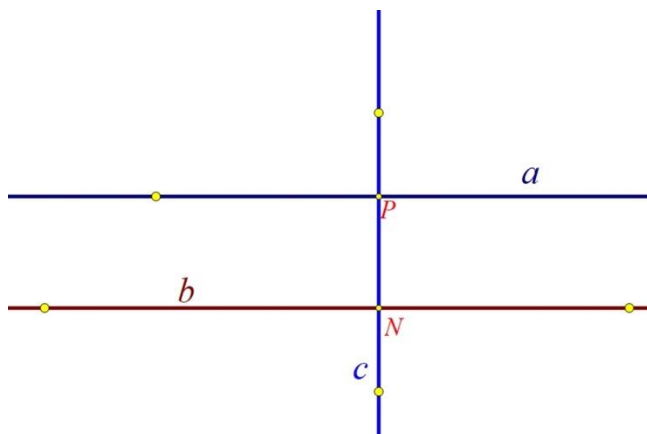
Классу предлагались вопросы:

- Что показывает точка M на чертеже?
- Почему по наличию точки M можно сделать вывод, что прямые пересекаются?
- Что должно произойти с точкой M , если прямые перестанут пересекаться?
- Можно ли назвать прямые параллельными, пока у них есть общая точка?

После этого положение одной из прямых изменялось. Школьники наблюдали, как при перемещении прямой меняется положение точки M . Важно было не просто показать готовый чертёж, а дать классу увидеть связь: пока точка пересечения существует, прямые имеют общую точку; если общей точки нет, прямые не пересекаются. После обсуждения формулировалось определение: две прямые на плоскости называются параллельными, если они не пересекаются.

Далее строилась третья прямая c , перпендикулярная прямой a . Затем прямая b располагалась так, чтобы она также была перпендикулярна прямой c .

Рисунок 2 – Прямые a и b , перпендикулярные одной прямой c



Этот чертёж использовался как первый понятный способ установления параллельности. Классу предлагалось ответить на вопросы:

- Как расположены прямые a и c ?
- Как расположены прямые b и c ?

– Имеют ли прямые a и b общую точку?

Какой вывод можно сделать о прямых a и b ?

Здесь важно было не ограничиться ответом «они параллельны».

Школьники должны были объяснить, почему это так. Главное методическое назначение этого фрагмента состояло в том, чтобы сразу задать требование к дальнейшей работе: параллельность надо не угадывать по виду рисунка, а подтверждать через определённое геометрическое основание.

Затем рассматривалась ситуация с тетрадью в клетку. В среде «Живая математика» включалась квадратная сетка, после чего строились два отрезка, расположенные по горизонтальным линиям клеток.

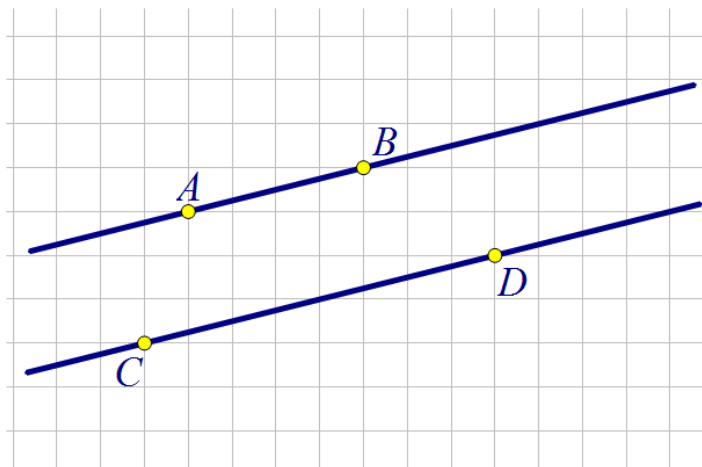
- Почему эти отрезки кажутся параллельными?
- Можно ли объяснить это не только «на глаз»?
- Какие линии сетки будут перпендикулярны обоим отрезкам?
- Почему наличие таких перпендикуляров помогает подтвердить параллельность?

Такой фрагмент нужен для перехода от зрительной уверенности к математическому рассуждению. В клетчатой тетради параллельность часто кажется очевидной, но в ходе обсуждения школьники приходят к выводу: её можно объяснить через общие перпендикуляры, проходящие по линиям сетки.

После этого строилась более сложная конфигурация.

На квадратной сетке отмечались точки A , B , C и D . Через точки A и B проводился один отрезок, через точки C и D – другой. Оба отрезка были наклонными.

Рисунок 3 – Наклонные отрезки АВ и CD на квадратной сетке



В этом случае уже нельзя было уверенно опираться только на клетки. Классу предлагались вопросы:

- Можно ли точно утверждать, что отрезки АВ и CD параллельны?
- Почему такой случай труднее предыдущего?
- Что мешает сделать вывод только по внешнему виду чертежа?
- Какой инструмент среды может помочь проверить предположение?

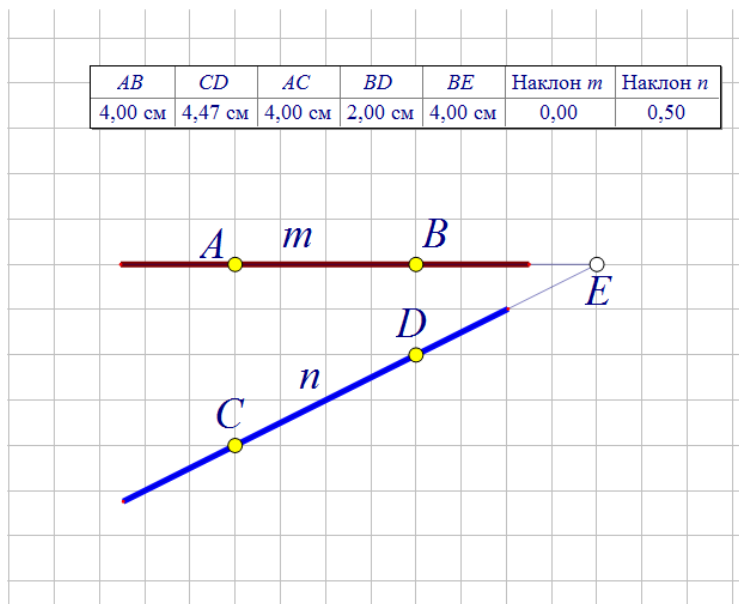
Так появлялась необходимость использовать инструмент «Наклон». На экране демонстрировались разные отрезки. Сначала рассматривался горизонтальный отрезок: его наклон равен нулю. Затем показывались отрезки с положительным наклоном: при движении вправо они поднимаются вверх. После этого рассматривались отрезки с отрицательным наклоном: при движении вправо они опускаются вниз.

На этом этапе не требовалось углубляться в алгебраический смысл наклона. Наклон использовался как инструмент цифровой среды, позволяющий сравнивать направления отрезков. Отдельно проговаривалось, что для данного урока важно не вычисление наклона само по себе, а возможность проверить: одинаково или по-разному направлены два отрезка.

Далее проводилось первое исследование. В среде «Живая математика» строились точки А, В, С и D. Через точки А и В проводилась прямая АВ, через

точки С и D – прямая CD. Затем находилась их общая точка E. Дополнительно строились отрезки BE и DE.

Рисунок 4 – Прямые AB и CD, общая точка E и отрезки-маркеры BE и DE



Отрезки BE и DE вводились не случайно. Они выполняли роль маркеров пересечения. Если прямые AB и CD пересекаются, точка E существует, а вместе с ней видны отрезки BE и DE. Если прямые становятся параллельными, точка E исчезает, а с ней исчезают и отрезки-маркеры. Это удобно, потому что одну точку на экране легко не заметить, особенно если она уходит далеко от видимой части чертежа. Маркеры делают исчезновение пересечения более очевидным.

Классу предлагались вопросы:

- Что показывает точка E?
- Почему отрезки BE и DE можно использовать как маркеры?
- Что произойдёт с этими отрезками, если прямые перестанут пересекаться?
- Как по чертежу понять, что прямые стали параллельными?

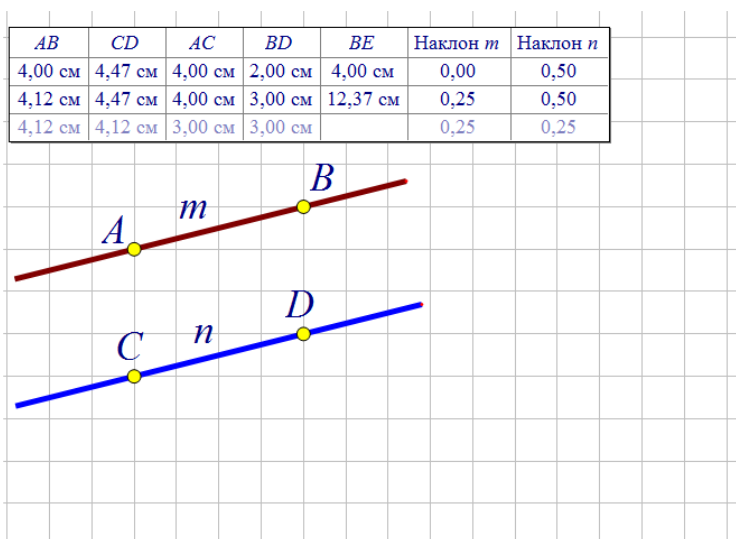
После построения измерялись длины AB, CD, AC, BD, BE и наклоны отрезков m и n, лежащих на прямых AB и CD. Для фиксации результатов создавалась таблица.

Таблица 2 – Исследование параллельности прямых АВ и CD по наклонам

№ испытания	АВ	CD	AC	BD	BE	Наклон m	Наклон n	Вывод
1	4,00 см	4,47 см	4,00 см	2,00 см	4,00 см	0,00	0,50	Прямые пересекаются
2	4,12 см	4,47 см	4,00 см	3,00 см	12,37 см	0,25	0,50	Прямые пересекаются
3	4,12 см	4,12 см	3,00 см	3,00 см	–	0,25	0,25	Прямые параллельны
4	4,12 см	4,00 см	2,00 см	3,00 см	12,37 см	0,25	0,00	Прямые пересекаются
5	5,00 см	4,00 см	2,00 см	2,24 см	–	0,00	0,00	Прямые параллельны

Таблица использовалась как рабочий инструмент. Перед началом испытаний школьникам пояснялось, что каждое новое положение точек будет давать отдельный случай. Если не фиксировать результаты, наблюдения быстро смешаются. Поэтому после каждого изменения положения точек данные заносились в новую строку. Сначала точка В перемещалась на одну клетку выше. На экране менялось положение точки Е, а в таблице появлялась новая строка. Затем перемещалась точка С. В одном из положений точка Е исчезала, а в столбце ВЕ появлялась пустая клетка.

Рисунок 5 – Случай исчезновения точки Е при равенстве наклонов m и n



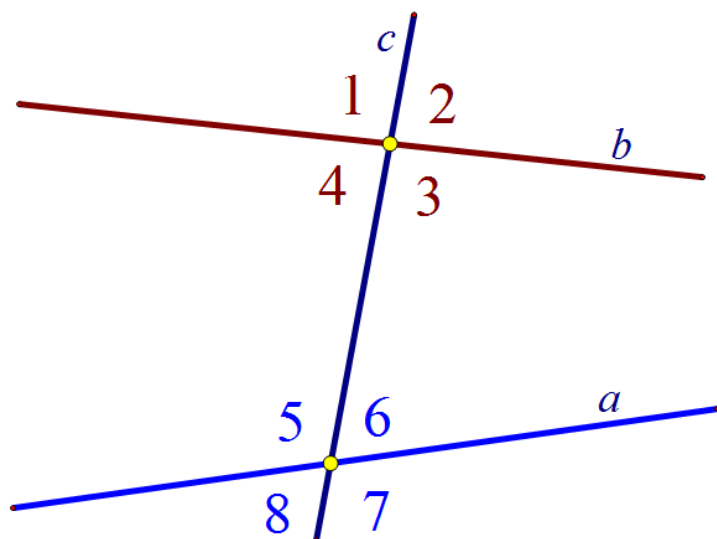
В этот момент работа специально останавливалась. Классу предлагались вопросы:

- Почему в таблице появилась пустая клетка?
- Какой объект исчез на чертеже?
- Что означает исчезновение точки E?
- Что произошло с наклонами m и n ?
- Можно ли связать равенство наклонов с параллельностью прямых?

После нескольких испытаний школьники приходили к выводу: в среде «Живая математика» прямые, отрезки и лучи можно считать параллельными, если их наклоны равны. Этот вывод использовался как промежуточный рабочий инструмент. Отдельно уточнялось, что это не основной школьный признак параллельности, а удобный способ проверки в цифровой среде. Дальнейшая задача состояла в том, чтобы перейти от наклонов к геометрическому признаку, связанному с углами.

На следующем этапе строились две прямые a и b и третья прямая c , пересекающая их в двух точках. Прямая c вводилась как секущая. На чертеже обозначались восемь углов.

Рисунок 6 – Углы, образованные двумя прямыми a , b и секущей c



Сначала школьники не получали готовые названия углов. Им предлагалось рассмотреть расположение углов и ответить на вопросы:

- Какие углы лежат внутри между прямыми a и b ?
- Какие углы находятся по разные стороны от секущей?
- Какие углы расположены по одну сторону от секущей?
- Какие углы занимают одинаковое положение при разных точках пересечения?
- Почему название пары углов зависит не от внешнего вида рисунка, а от расположения относительно прямых и секущей?

После обсуждения вводились названия: накрест лежащие, односторонние и соответственные углы. Пары углов 3 и 5, 4 и 6 назывались накрест лежащими. Пары углов 4 и 5, 3 и 6 – односторонними. Пары углов 1 и 5, 4 и 8, 2 и 6, 3 и 7 – соответственными.

Задание 1. По рисунку 10 выписать:

- пары накрест лежащих углов;
- пары односторонних углов;
- пары соответственных углов.

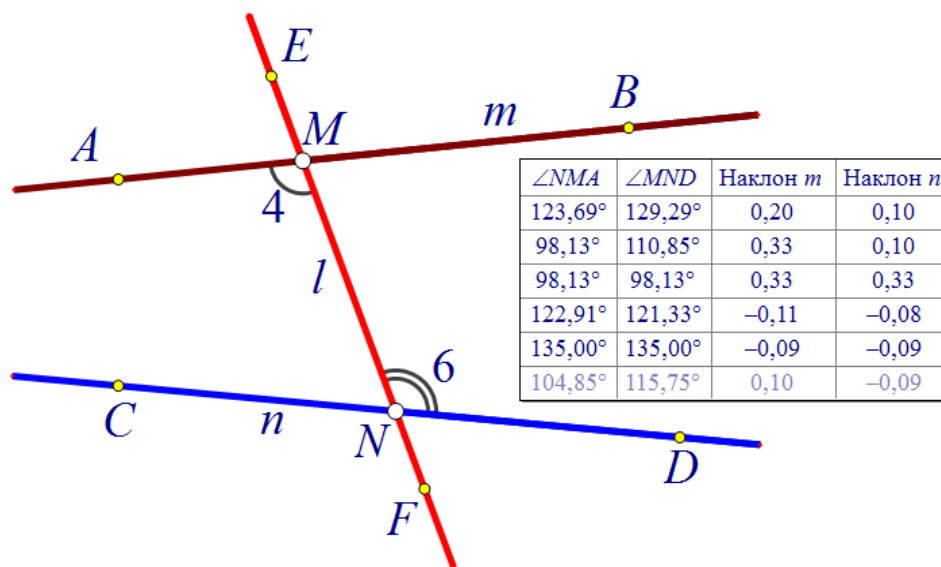
После выполнения задания обсуждался выбор одной-двух пар.

Например, школьникам предлагалось объяснить, почему углы 4 и 6 являются накрест лежащими. Это позволяло проверить, что класс ориентируется не на запоминание номеров, а на расположение углов относительно секущей.

Далее проводилось исследование накрест лежащих углов.

В среде «Живая математика» строились три прямые AB , CD и EF . Прямая EF выполняла роль секущей. Находились точки пересечения M и N . Затем измерялись углы NMA и MND , а также наклоны прямых AB и CD .

Рисунок 7 – Накрест лежащие углы NMA и MND при прямых AB, CD и секущей EF



Результаты заносились в таблицу.

Закономерность не сообщалась заранее. Сначала школьники сравнивали строки таблицы. После этого предлагались вопросы:

- В каких строках прямые AB и CD оказались параллельными?
- Что общего у этих строк?
- Что можно сказать о величинах углов NMA и MND?
- Связано ли равенство накрест лежащих углов с параллельностью прямых?
- Как можно сформулировать это предположение словами?

В результате формулировалась гипотеза: если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.

После формулирования гипотезы работа не завершалась. Наоборот, этот момент становился переходом к более точному построению. Равенство углов, полученное измерением, может быть приблизительным. Поэтому требовалось построить равный накрест лежащий угол с помощью инструментов среды и затем проверить гипотезу уже на специально созданной модели.

Для этого создавался инструмент пользователя «Накрест лежащий угол». Его назначение состояло в том, чтобы по заданному углу строить равный ему накрест лежащий угол.

Задание 2. Создать инструмент пользователя «Накрест лежащий угол».

Построение выполнялось по шагам.

1. Строились три произвольные точки А, В и С.
2. Строился отрезок ВС.
3. Находилась середина О отрезка ВС.
4. Строился луч АО.
5. Строилась окружность с центром О, проходящая через точку А.
6. Отмечалась точка D пересечения окружности и луча АО.
7. Скрывались вспомогательные объекты.
8. Строились отрезки АВ и CD.
9. Обосновывалось равенство углов АВС и DCВ.
10. Создавался инструмент пользователя «Накрест лежащий угол».

При выполнении построения внимание школьников обращалось не только на порядок действий, но и на причину каждого шага.

Точка О выбиралась серединой отрезка ВС для того, чтобы получить равенство $BO = CO$. Окружность с центром О строилась для получения равенства $AO = DO$, так как точки А и D лежат на одной окружности. Луч АО задавал направление, на котором должна появиться точка D.

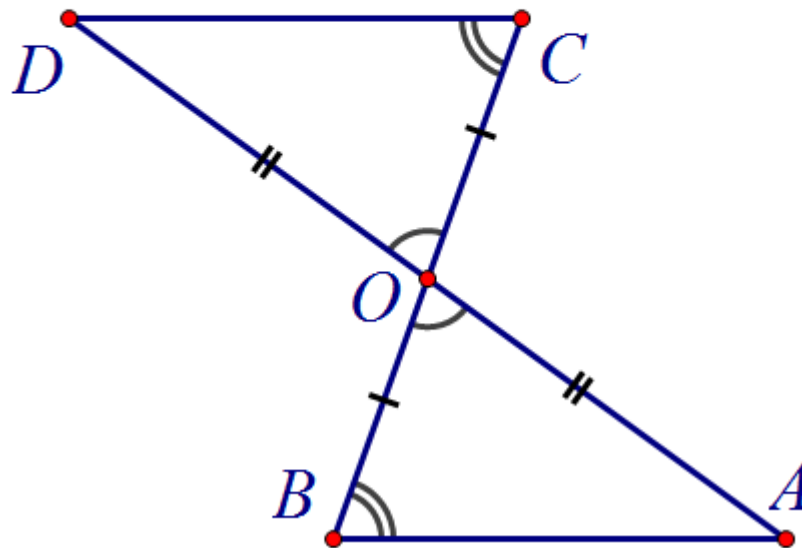
Благодаря этому получалась конфигурация, в которой можно доказать равенство треугольников АОВ и DCО.

Рисунок 8 – Вспомогательный чертёж к доказательству равенства углов $\angle ABC$ и $\angle DCB$

Доказательство того, что $\angle ABC = \angle DCB$.

1. $\triangle AOB = \triangle DOC$ по первому признаку равенства треугольников ($BO = CO$ и $AO = DO$ по построению, углы при O равны как вертикальные).

2. $\angle B = \angle C$, т.к. в равных треугольниках AOB и DOC против равных сторон AO и DO лежат равные углы.



Классу предлагались вопросы:

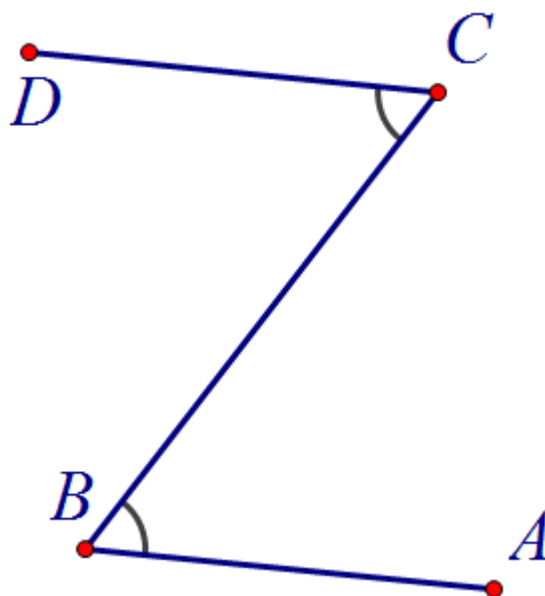
- Почему точка O выбрана серединой BC ?
- Какие равные отрезки появились после построения середины?
- Почему AO и DO равны?
- Какие углы при точке O являются вертикальными?
- По какому признаку можно доказать равенство треугольников AOB и DOC ?
- Какие углы будут равны после доказательства равенства этих треугольников?

После обсуждения записывалось краткое обоснование. Сначала отмечалось, что $BO = CO$, так как O – середина BC . Затем фиксировалось

равенство $AO = DO$ как радиусов одной окружности. Углы AOB и DOC равны как вертикальные. Следовательно, треугольники AOB и DOC равны по двум сторонам и углу между ними. Из равенства треугольников следовало равенство углов ABC и DCB .

После доказательства вспомогательные объекты скрывались. Это важная часть работы с динамическим чертежом. Если оставить окружность, луч, середину и все вспомогательные отрезки, чертёж окажется перегруженным. Школьники будут видеть много деталей и могут потерять основную геометрическую ситуацию. Поэтому вспомогательные элементы сначала используются для построения и обоснования, а затем убираются с экрана. В рабочей модели остаётся только то, что нужно для дальнейшего исследования.

Рисунок 9 – Готовый инструмент пользователя «Накрест лежащий угол»



После создания инструмента строилась динамическая модель для проверки гипотезы. Сначала проводилась ограниченная прямая a через точки A и C . Затем выбиралась точка B , не лежащая на прямой AC . Через точки A и B проводилась секущая c . Далее с помощью инструмента «Накрест лежащий угол» строился

угол ABD , равный углу CAB . После этого через точки B и D проводилась прямая b .

Рисунок 10 – Построение прямой a и секущей c

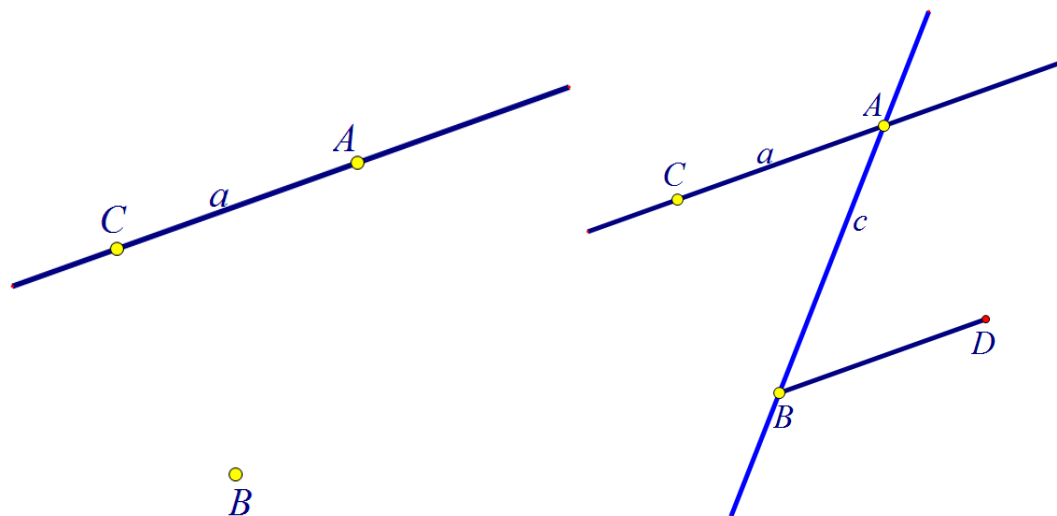
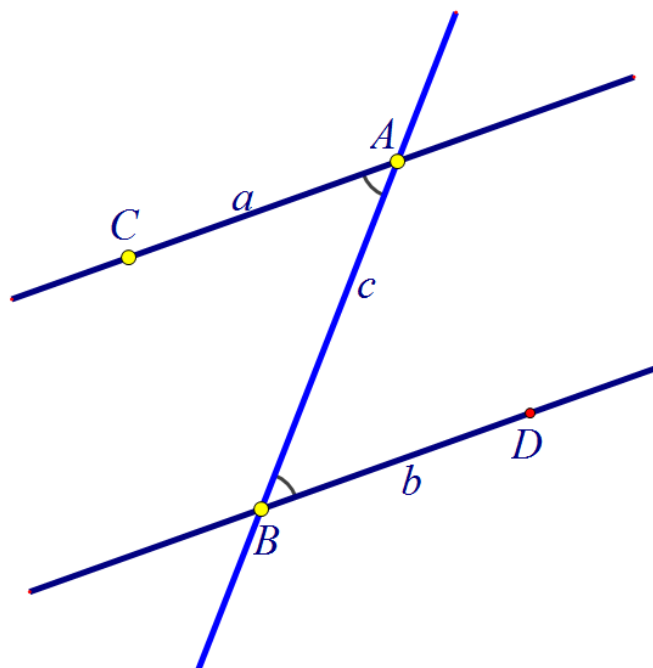


Рисунок 11 – Построение равного накрест лежащего угла с помощью инструмента пользователя и прямой b через точки B и D



Последовательность построения здесь принципиальна. Сначала задаётся прямая a , относительно которой будет проверяться параллельность. Затем строится секущая c , потому что признак связан именно с углами при секущей.

После этого создаётся равный накрест лежащий угол. Только затем проводится прямая b . Если построить прямую b заранее, равенство углов может оказаться случайным. В данной модели прямая b появляется как результат построения равного накрест лежащего угла, поэтому весь чертёж подчинён проверяемой гипотезе.

После построения измерялись углы $\angle CAB$ и $\angle ABD$, длины AB и AC , а также наклоны прямых a и b . Результаты заносились в таблицу. Затем точки A , B и C перемещались, а каждая новая проверка фиксировалась отдельной строкой.

Таблица 3 – Проверка гипотезы о параллельности прямых при равенстве накрест лежащих углов

№ проверки	$\angle CAB$	$\angle ABD$	AB	AC	Наклон a	Наклон b	Вывод
1	$48,94^\circ$	$48,94^\circ$	8,13 см	6,21 см	0,36	0,36	$a \parallel b$
2	$58,53^\circ$	$58,53^\circ$	4,24 см	6,74 см	-0,32	-0,32	$a \parallel b$
3	$47,30^\circ$	$47,30^\circ$	5,99 см	7,42 см	-0,05	-0,05	$a \parallel b$
4	$51,26^\circ$	$51,26^\circ$	5,86 см	4,86 см	0,26	0,26	$a \parallel b$
5	$155,75^\circ$	$155,75^\circ$	5,86 см	3,65 см	неопределено	неопределено	$a \parallel b$

Во время проверки классу предлагались вопросы:

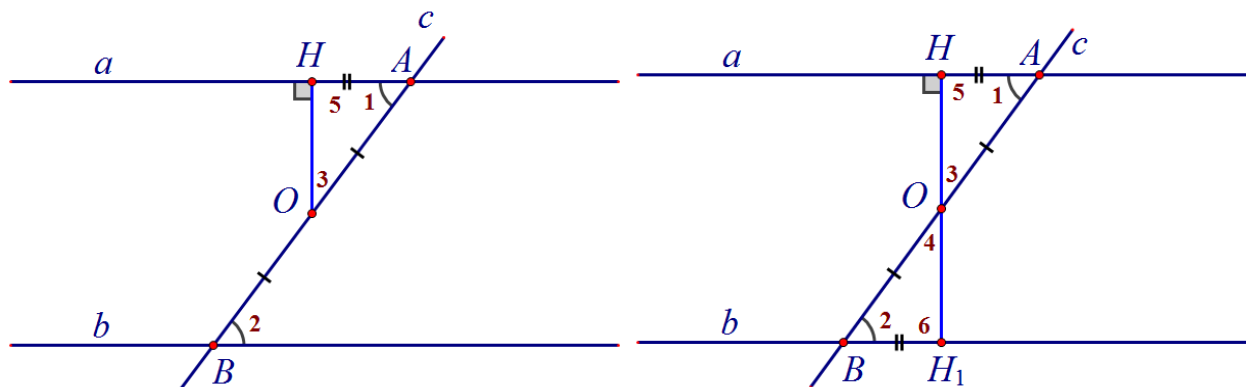
- Что в этом чертеже сохраняется при перемещении точек?
- Почему углы $\angle CAB$ и $\angle ABD$ остаются равными?
- Что происходит с наклонами прямых a и b ?
- Почему равенство наклонов в среде «Живая математика» позволяет сделать вывод о параллельности?
- Можно ли считать утверждение доказанным после нескольких проверок?

Последний вопрос подводил класс к доказательству. После работы с моделью школьники уже видели: при разных положениях чертежа равенство углов сохраняется. Но этого ещё недостаточно. Несколько проверок показывают

только отдельные случаи, а признак должен работать для любой такой конфигурации. Поэтому после наблюдений класс переходил к доказательству.

Для этого использовался чертёж с прямыми (a) и (b), секущей (c) и отмеченной парой равных накрест лежащих углов.

Рисунок 12 – Чертёж к доказательству первого признака параллельности прямых



После доказательства формулировалась теорема: если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.

В конце урока предлагалось самостоятельное задание, продолжающее тот же способ работы.

Задание 3. Используя инструмент пользователя «Накрест лежащий угол», создать инструмент пользователя «Односторонний угол».

Задание 4. С помощью нового инструмента построить динамический чертёж, подтверждающий утверждение: если при пересечении двух прямых секущей сумма односторонних углов равна 180° , то прямые параллельны.

Это задание позволяло перенести уже освоенный способ действия на другой признак параллельности. Школьникам нужно было не просто повторить готовую формулировку, а снова пройти практический путь: построить модель, обеспечить нужное условие, проверить результат и подготовить основание для доказательства.

В конце урока класс возвращался к тому, что было сделано на каждом этапе. Сначала были построены пересекающиеся и параллельные прямые, затем проведена проверка параллельности через наклоны. После этого школьники работали с углами при секущей, выделяли накрест лежащие углы, формулировали предположение об их равенстве и проверяли его на разных положениях чертежа. Отдельным шагом стало создание инструмента пользователя «Накрест лежащий угол», который позволил быстрее выполнять повторные построения и сравнивать результаты.

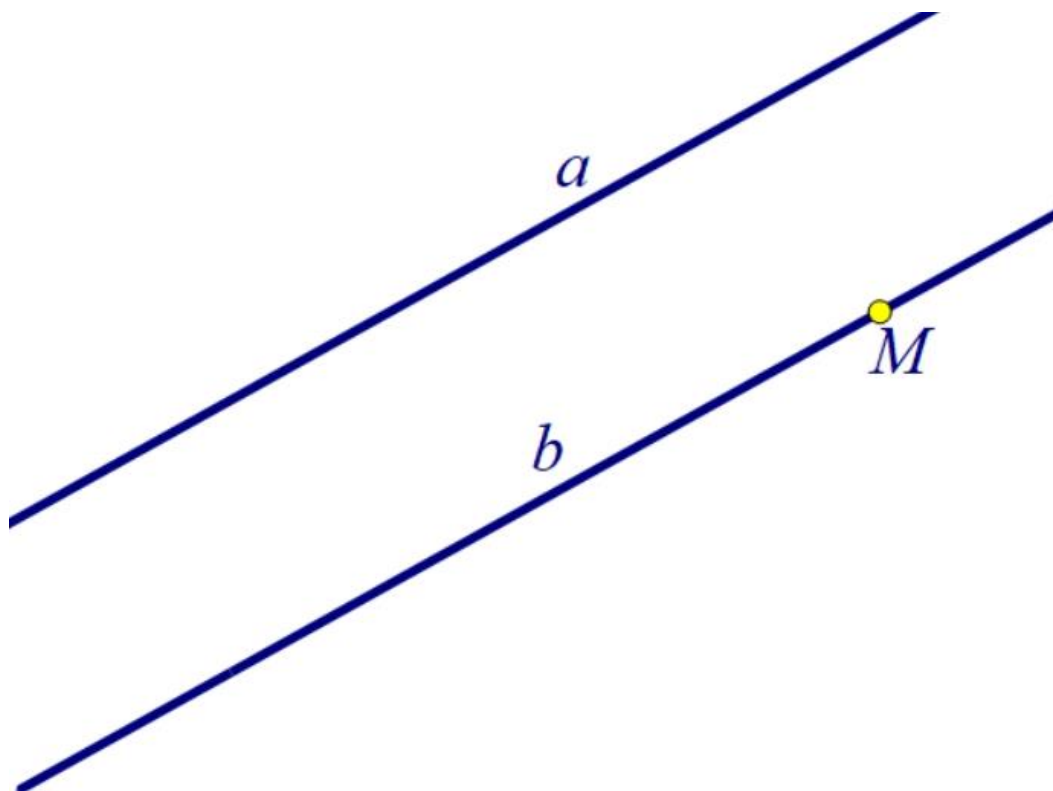
Работа над первым признаком параллельности прямых строилась через практические действия с чертежом. Динамическая модель сначала помогала различить пересекающиеся и параллельные прямые, затем использовалась для проверки наклонов, а позже — для исследования углов при секущей. К моменту перехода к доказательству у класса уже был опыт наблюдения: при равенстве накрест лежащих углов прямые сохраняли параллельное положение. Поэтому доказательство не появлялось внезапно. Оно продолжало ту работу, которую школьники начали на модели, но переводило её из наблюдения в строгое геометрическое рассуждение.

2.2. Изучение аксиомы и свойств углов, образованных секущей

После изучения первого признака параллельности прямых работа была продолжена на материале аксиомы параллельных прямых и свойств углов, образованных секущей. В отличие от предыдущего урока, где основной акцент был сделан на формулировании признака через исследование, здесь работа строилась как система практических фрагментов. Каждый фрагмент был связан с отдельным действием: построить параллельную прямую через точку, проверить единственность такой прямой, исследовать углы при параллельных прямых, применить свойства при решении задач.

Первый фрагмент был связан с построением прямой, параллельной данной, через точку вне этой прямой. В среде «Живая математика» на экране задавалась прямая a и точка M , не лежащая на ней.

Рисунок 13 – Прямая a и точка M , не лежащая на данной прямой

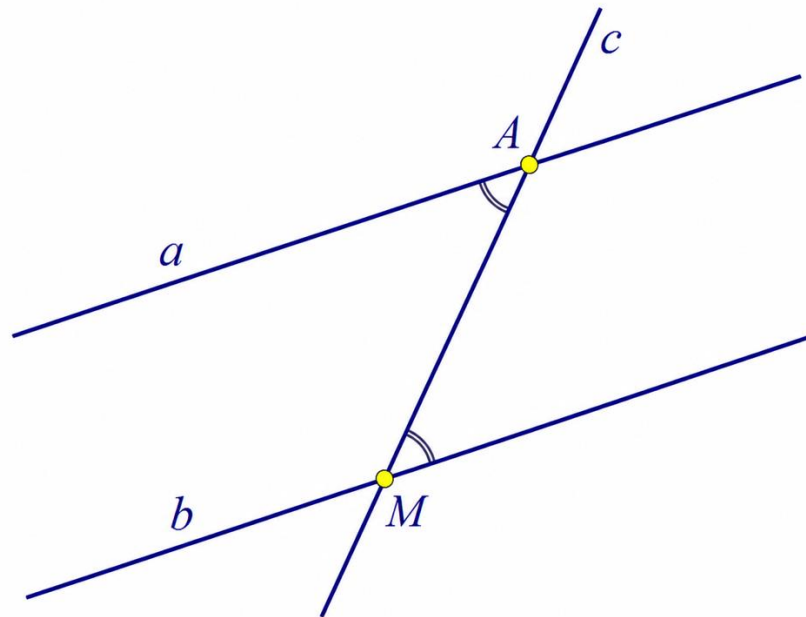


На этом чертеже важно было сразу уточнить, почему точка M берётся именно вне прямой a . Если точка лежит на прямой, то через неё уже проходит данная прямая, и вопрос о построении новой параллельной прямой теряет смысл. Поэтому сначала класс убеждался: точка M не принадлежит прямой a , значит, задача поставлена корректно.

Далее через точку M строилась прямая b , параллельная прямой a .

Построение не выполнялось «на глаз». Использовался ход, связанный с уже изученным признаком параллельности: через точку M проводилась секущая, затем строился угол, равный накрест лежащему углу при данной прямой. Только после этого появлялась прямая b .

Рисунок 14 – Построение прямой b через точку M с опорой на равные накрест лежащие углы



Главный методический момент здесь состоит в порядке построения. Сначала задаётся исходная прямая a . Затем выбирается точка M вне неё. После этого строится секущая, потому что именно секущая позволяет говорить о накрест лежащих углах. Затем строится равный угол. И только в конце проводится прямая b . Если провести прямую b сразу, то параллельность будет выглядеть как догадка. В выбранном построении параллельность получается как следствие равенства накрест лежащих углов.

Классу предлагалось объяснить построение по шагам:

- Почему нельзя начинать с произвольной прямой через точку M ?
- Зачем нужна секущая?
- Какие углы должны быть равными?
- Почему после построения равного накрест лежащего угла можно провести прямую b ?
- Какой признак параллельности подтверждает полученный результат?

Такой разбор помогает школьникам увидеть, что построение параллельной прямой состоит не из механических действий мышью, а из геометрически связанных шагов.

Второй фрагмент был направлен на понимание единственности параллельной прямой. После построения прямой b через точку M предлагалось провести через эту же точку ещё одну прямую, которая также не пересекала бы прямую a .

Работа строилась как маленькая проверка. Через точку M проводилась новая прямая k . Затем её положение изменялось. Если прямая k отличалась от уже построенной прямой b , то при продолжении она пересекала прямую a . Если же k не пересекала a , то она совпадала с b . Динамический чертёж позволял увидеть это без длинного объяснения.

Здесь важно не превращать работу в простое «посмотрите, так бывает». Класс должен был сам сформулировать наблюдение:

- через точку M уже проходит одна прямая, параллельная a ;
- любая другая прямая через M меняет направление;
- при изменении направления она пересекает a ;
- значит, второй отличной прямой, параллельной a , через эту точку провести нельзя.

После этого записывалась аксиома параллельных прямых: через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной.

Для закрепления использовалось задание на изменение положения точки.

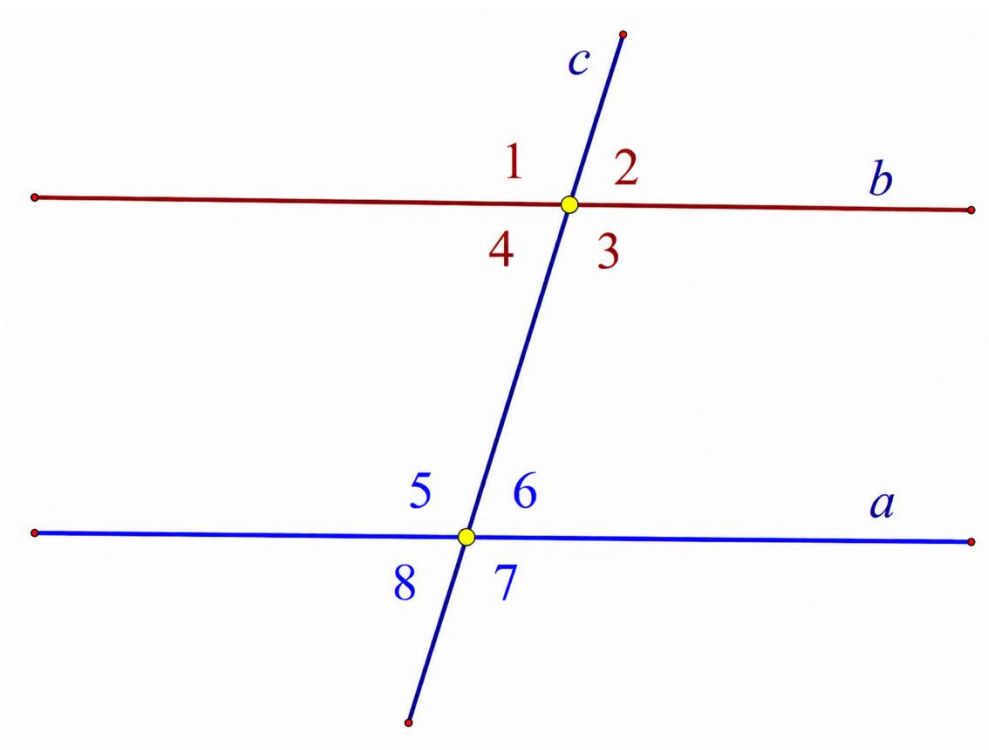
Задание 1. Переместить точку M в новое положение и снова построить через неё прямую, параллельную прямой a . Проверить, можно ли через новую точку M провести вторую прямую, параллельную a .

Здесь специально менялось положение точки M : выше прямой a , ниже прямой a , ближе к ней, дальше от неё. В каждом случае сохранялась одна и та же ситуация: через точку вне прямой строится только одна параллельная прямая.

Этот фрагмент полезен тем, что аксиома не остаётся абстрактной фразой. Школьники видят её на нескольких положениях модели.

Третий фрагмент был посвящён углам, образованным двумя параллельными прямыми и секущей. На экране строились две параллельные прямые a и b и секущая c . Затем обозначались восемь углов.

Рисунок 15 – Параллельные прямые a и b и секущая c



Работа начиналась не с измерений, а с ориентации на чертеже. Школьникам предлагалось найти три типа углов: накрест лежащие, соответственные и односторонние. Это важный момент, потому что ошибка часто возникает не в вычислении, а раньше: школьник неверно определяет пару углов.

Задание 2. По рисунку 30 определить:

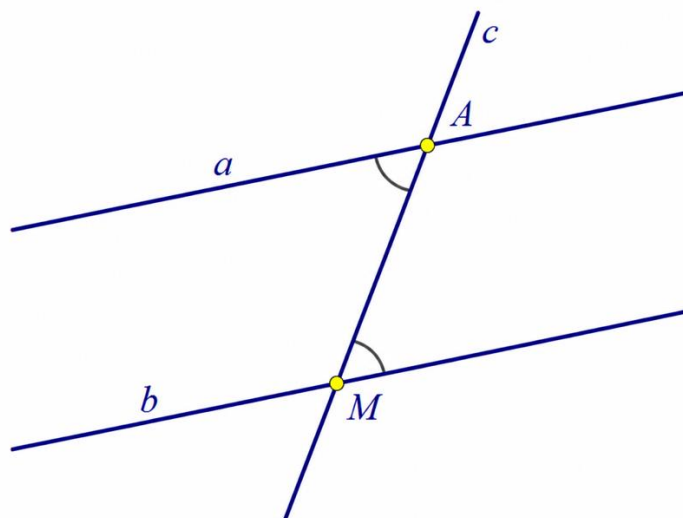
- две пары накрест лежащих углов;
- четыре пары соответственных углов;
- две пары односторонних углов.

После выполнения задания обсуждались возможные ошибки. Например, если пара углов названа накрест лежащей, нужно проверить два условия: углы должны лежать внутри между прямыми и по разные стороны от секущей. Если пара названа односторонней, углы также лежат внутри, но уже по одну сторону от секущей. Соответственные углы занимают одинаковое положение при двух точках пересечения.

Такой разбор нужен, чтобы школьники не выбирали углы только по внешнему сходству. В динамической модели секущую можно немного повернуть, и привычный вид рисунка изменится. При этом названия пар углов сохраняются, потому что они зависят от расположения относительно прямых и секущей.

Затем начиналось исследование свойств. Секущая с перемещалась, прямые a и b оставались параллельными. Сначала рассматривались накрест лежащие углы. Выделялась одна пара, например углы 3 и 5. Их градусные меры измерялись. Затем секущая меняла положение, и измерение повторялось.

Рисунок 16 – Накрест лежащие углы при параллельных прямых



Класс фиксировал наблюдение: сами величины углов могут изменяться, но углы 3 и 5 остаются равными. После этого аналогично проверялась вторая пара

накрест лежащих углов. Вывод формулировался так: если две параллельные прямые пересечены секущей, то накрест лежащие углы равны.

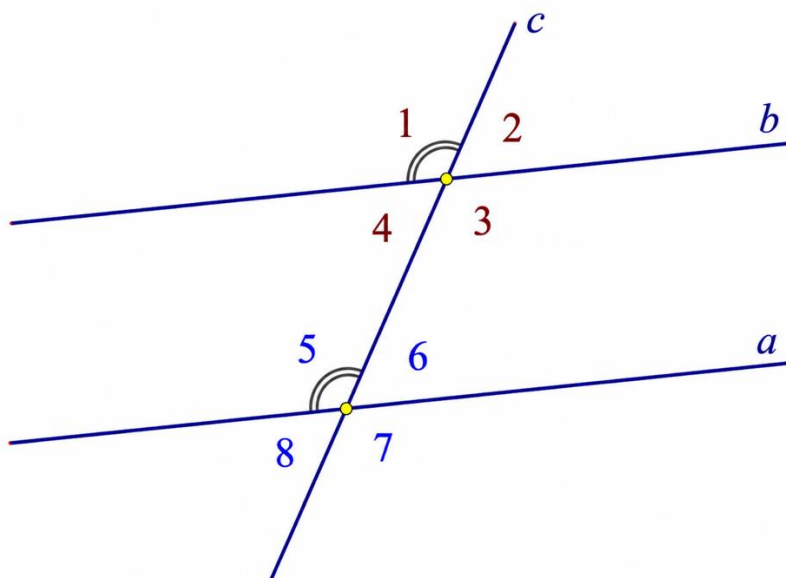
Здесь было важно не перепутать направление рассуждения. На предыдущем уроке равенство накрест лежащих углов использовалось для вывода о параллельности прямых. В данном фрагменте параллельность прямых уже задана, а равенство накрест лежащих углов выступает как свойство. Поэтому отдельно проговаривалось:

- если углы равны, то прямые параллельны – это признак;
- если прямые параллельны, то накрест лежащие углы равны – это свойство.

Для семиклассников это различие не всегда очевидно, поэтому оно специально фиксировалось на чертеже.

Следующий фрагмент был связан с соответственными углами. На том же чертеже выделялись пары углов 1 и 5, 2 и 6, 3 и 7, 4 и 8. Сначала класс находил эти пары без измерения, затем проводилась проверка величин.

Рисунок 17 – Соответственные углы при параллельных прямых



Вопросы к этому фрагменту были другими:

- Почему углы 1 и 5 занимают одинаковое положение?

- Что происходит с этими углами при перемещении секущей?
- Можно ли сказать то же самое про углы 2 и 6?
- Для всех ли пар соответственных углов сохраняется равенство?

После проверки формулировался вывод: если две параллельные прямые пересечены секущей, то соответственные углы равны.

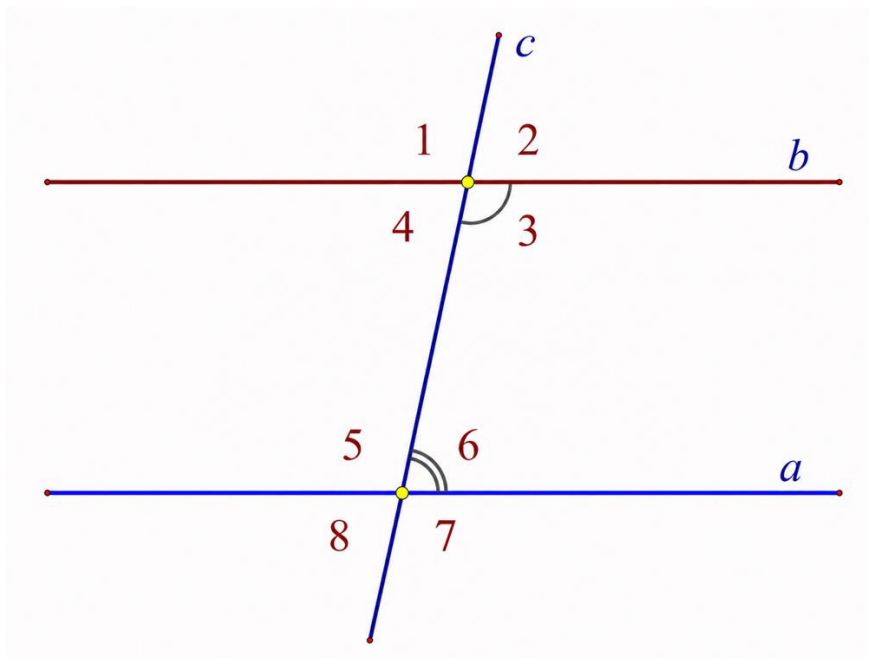
Для отработки использовалось короткое задание.

Задание 3. В динамической модели переместить секущую так, чтобы один из соответственных углов изменился. Проверить, изменился ли равный ему соответственный угол. Записать одну пару соответственных углов и их градусные меры.

Это задание полезно тем, что школьник видит: равенство не связано с конкретным числом. При изменении положения секущей угол может стать 45° , 63° , 118° , но его соответственный угол будет иметь ту же меру.

Далее рассматривались односторонние углы. Этот фрагмент строился иначе, потому что здесь проверяется не равенство, а сумма. На чертеже выделялись углы 3 и 6, затем углы 4 и 5.

Рисунок 18 – Односторонние углы при параллельных прямых



Перед измерением ставился вопрос: всегда ли нужно искать равенство углов? Класс видел, что односторонние углы обычно не равны. Тогда предлагалось проверить их сумму. Измерялись градусные меры углов 3 и 6, затем вычислялась сумма. После перемещения секущей проверка повторялась.

Задание 4. Измерить пару односторонних углов и найти их сумму. Переместить секущую и повторить измерение. Сделать вывод.

Для фиксации можно использовать короткую таблицу.

Таблица 4 – Проверка суммы односторонних углов

Пара углов	Первый угол	Второй угол	Сумма
$\angle 3$ и $\angle 6$	112	68	180°
$\angle 4$ и $\angle 5$	68	112	180°
$\angle 3$ и $\angle 6$ после перемещения секущей	125	55	180°

После нескольких проверок формулировался вывод: если две параллельные прямые пересечены секущей, то сумма односторонних углов равна 180° .

Здесь появлялась типичная ошибка: школьники иногда пытаются записать, что односторонние углы равны. Поэтому сразу после вывода предлагалось сравнить три случая:

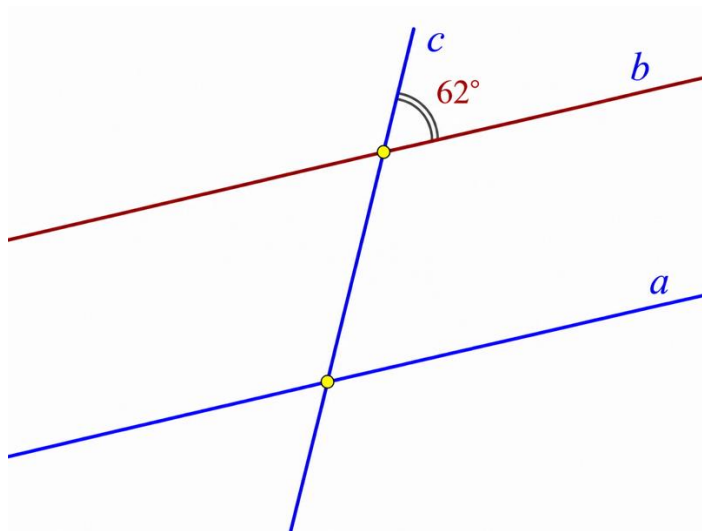
- накрест лежащие углы равны;
- соответственные углы равны;
- сумма односторонних углов равна 180° .

Эти три строки можно было оставить на экране рядом с чертежом, чтобы при решении задач класс не смешивал свойства.

После исследования выполнялись задачи на нахождение углов. Первая задача была числовой и опиралась на готовый чертёж.

Задание 5. Две параллельные прямые a и b пересечены секущей c . Один из углов равен 62° . Найти остальные углы.

Рисунок 19 – Чертёж к задаче на нахождение углов при параллельных прямых



Решение выполнялось не сразу через все свойства, а по цепочке. Сначала находился вертикальный угол. Затем определялись углы, равные данному как соответственные или накрест лежащие. После этого находились углы, дополняющие данный до 180° . Такой порядок удобен: сначала находятся все углы одного размера, затем все углы второго размера.

Для помощи использовались вопросы:

- Какой угол равен данному как вертикальный?
- Где находится соответственный угол?
- Где находится накрест лежащий угол?
- Как найти угол, смежный с данным?
- Какие углы будут равны 62° , а какие 118° ?

После решения задача проверялась на динамическом чертеже. Секущая перемещалась так, чтобы заданный угол изменился, например стал равен 74° . Класс снова находил остальные углы. Это показывало, что меняются числа, но не меняется способ рассуждения.

Задание 6. В динамической модели изменить положение секущей так, чтобы один из углов стал равен 74° . Найти остальные углы и объяснить, какие свойства использовались.

Следующее задание было направлено на распознавание ошибок.

Задание 7. Найти ошибку в рассуждении.

Дано: две параллельные прямые пересечены секущей. Один из внутренних односторонних углов равен 70° .

Рассуждение школьника: «Второй односторонний угол тоже равен 70° , потому что прямые параллельны». Вопрос: в чём ошибка?

После обсуждения формулировался правильный ответ: односторонние углы при параллельных прямых не равны в общем случае, а дают в сумме 180° . Значит, второй угол равен 110° .

Такое задание важно включать именно после исследования, потому что оно помогает отделить разные свойства друг от друга. Если работать только с прямыми вычислениями, ошибка может остаться незамеченной. В задании на поиск ошибки школьники вынуждены объяснить не только правильный ответ, но и причину неверного рассуждения.

Затем выполнялось задание на восстановление чертежа.

Задание 8. Построить две параллельные прямые a и b и секущую c так, чтобы один из накрест лежащих углов был равен 50° . Отметить все углы, равные 50° , и все углы, равные 130° .

В этом задании школьники уже не получают готовый рисунок. Нужно построить модель, задать один угол, а затем определить остальные. Такой вид работы проверяет не только знание свойств, но и умение организовать чертёж.

При выполнении задания внимание обращалось на следующие моменты:

- прямые a и b должны быть построены как параллельные, а не нарисованы примерно;
- секущая должна пересекать обе прямые;
- заданный угол нужно обозначить до начала вычислений;
- сначала отмечаются равные углы, затем углы, дополняющие их до 180° .

– В конце урока выполнялась короткая проверочная работа.

Задание 9. Заполнить пропуски.

1. Если две параллельные прямые пересечены секущей, то накрест лежащие углы _____.
2. Если две параллельные прямые пересечены секущей, то соответственные углы _____.
3. Если две параллельные прямые пересечены секущей, то сумма односторонних углов равна _____.
4. Если один из углов равен 48° , то смежный с ним угол равен _____.
5. Если один из односторонних углов равен 125° , то второй равен _____.

Задание 10. По готовому чертежу подписать пары углов:

накрест лежащие;

соответственные;

односторонние.

Итог урока подводился через практические действия, которые были выполнены на занятии. Школьники строили параллельную прямую через точку вне данной прямой, проверяли единственность такой прямой, исследовали поведение углов при движении секущей, формулировали свойства накрест лежащих, соответственных и односторонних углов, решали задачи на вычисление углов и находили ошибки в рассуждениях.

В результате аксиома параллельных прямых и свойства углов, образованных секущей, изучались не как отдельный набор формулировок. Каждое утверждение появлялось через действие с динамическим чертежом: построить, изменить, измерить, сравнить, записать вывод и применить его в задаче. Такой формат позволил связать геометрическое свойство с конкретной работой на чертеже и сделать дальнейшее решение задач более осознанным.

2.3. Организация и результаты апробации системы творческих заданий

Апробация разработанных материалов проводилась на базе МАОУ Гимназия № 14 управления, экономики и права в 7 классе при изучении темы «Параллельные прямые». В работе проверялось, как использование динамических чертежей влияет на понимание геометрического материала, активность школьников на уроке, уверенность при работе с чертежом и качество выполнения заданий.

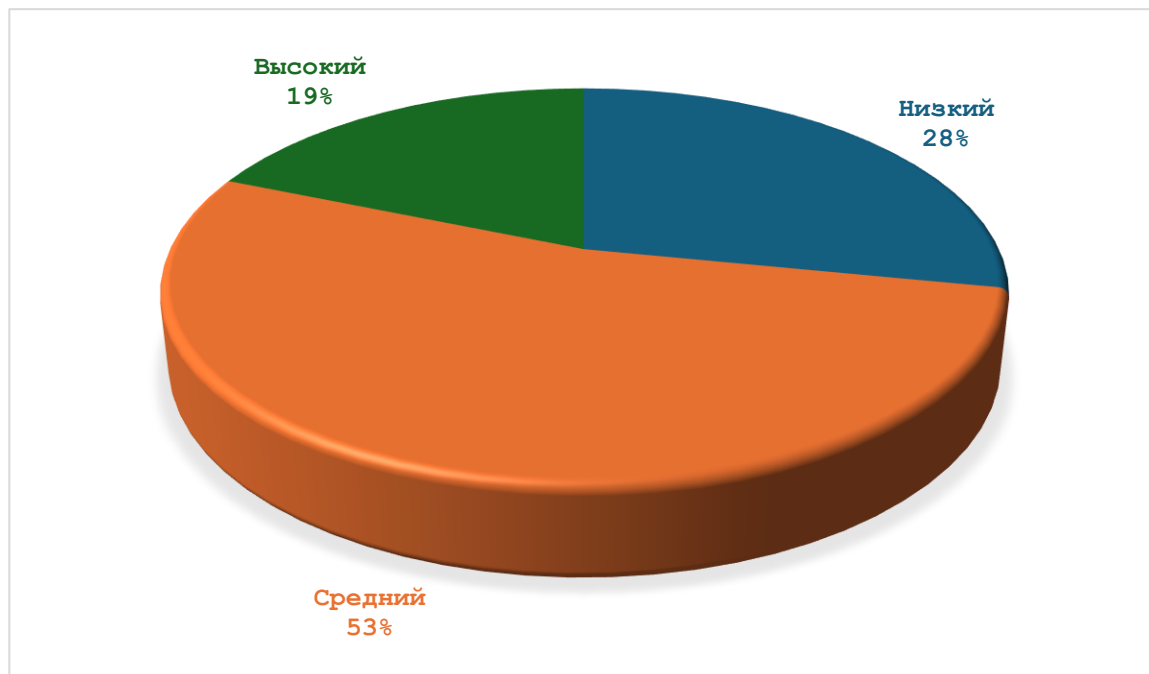
Перед началом основной работы было проведено анкетирование по теме «Параллельные прямые». Оно было нужно не только для того, чтобы выявить исходные знания по теме, но и для того, чтобы понять отношение семиклассников к геометрии. Вопросы анкеты касались нескольких сторон: насколько школьники уверенно работают с чертежами, умеют ли различать виды углов при секущей, понимают ли смысл доказательства, испытывают ли трудности при объяснении решения, готовы ли отвечать у доски и проверять свои предположения.

Отдельно учитывался психологический аспект изучения геометрии. Для многих школьников геометрическая задача сложна не только из-за теоремы или свойства. Трудность часто начинается раньше: нужно увидеть нужную пару углов, не испугаться непривычного чертежа, понять, с чего начать рассуждение. Поэтому в анкету были включены вопросы, связанные с уверенностью при решении задач, страхом ошибиться, интересом к работе с наглядными моделями и отношением к заданиям, где можно самому двигать точки и проверять результат.

Результаты анкетирования показали, что часть класса воспринимала тему параллельных прямых как достаточно трудную. Наиболее частые затруднения были связаны с распознаванием накрест лежащих, соответственных и односторонних углов. Школьники могли воспроизвести отдельные

формулировки, но не всегда уверенно применяли их на изменённом чертеже. Также было видно, что часть семиклассников неохотно объясняет ход решения вслух: ответ они дать могут, но обосновать его получается не сразу.

Диаграмма 1 – Результаты первичного анкетирования по теме «Параллельные прямые»



После анкетирования работа по теме продолжилась в обычном формате. На уроках изучались определение параллельных прямых, признаки параллельности, углы, образованные двумя прямыми и секущей, свойства углов при параллельных прямых. Школьники работали с учебником, готовыми чертежами, заданиями на нахождение углов и краткими доказательствами. Такая работа позволила увидеть, какие действия выполняются уверенно, а где возникают повторяющиеся ошибки.

На обычных уроках часть класса хорошо справлялась с заданиями по образцу. Если чертёж был знакомым, а пара углов располагалась привычно, решение обычно не вызывало серьёзных трудностей. Но при изменении положения секущей или повороте чертежа ошибки появлялись чаще. Семиклассники иногда называли соответственные углы накрест лежащими,

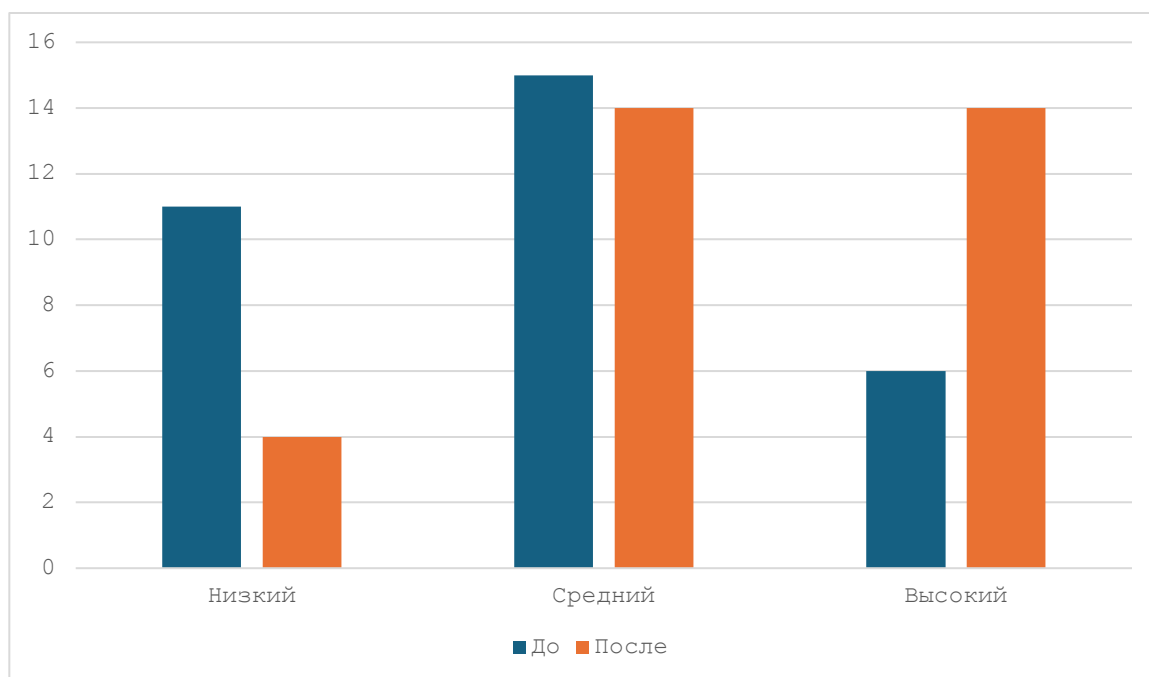
путали признак и свойство параллельных прямых, а при работе с односторонними углами пытались искать равенство там, где нужно было использовать сумму 180° . Эти наблюдения показали, что одной работы с готовыми статичными рисунками недостаточно.

Ключевым моментом апробации стал урок-исследование по теме «Признаки параллельности прямых», проведённый совместно с учителем математики Агеевой Евгенией Николаевной. На этом уроке использовались динамические чертежи, подготовленные в среде «Живая математика». Работа была построена так, чтобы школьники не получали геометрическое утверждение сразу в готовом виде. Сначала они наблюдали за изменением чертежа, сравнивали наклоны прямых, выделяли пары углов, проверяли равенство накрест лежащих углов, а затем переходили к формулировке признака параллельности.

Урок-исследование отличался от обычного объяснения темы. В центре работы находился не готовый рисунок, а изменяемая модель. Точки можно было перемещать, прямые меняли положение, секущая поворачивалась, измерения обновлялись. За счёт этого класс видел, что геометрический факт сохраняется не на одном удачно нарисованном примере, а в целой группе положений. Если накрест лежащие углы становились равными, прямые не пересекались. Если условие нарушалось, пересечение снова появлялось. Такое наблюдение делало вывод более понятным.

Во время урока-исследования школьники работали активнее, чем на обычных занятиях. Они чаще отвечали на вопросы, предлагали свои предположения, просили изменить положение точек, чтобы проверить, сохранится ли результат. Особенно заметно изменилось отношение к ошибке. Если в обычной работе неправильный ответ часто воспринимается как неудача, то при работе с динамическим чертежом ошибка становилась частью проверки. Можно было переместить точку, изменить угол, снова измерить и увидеть, почему прежнее предположение не подошло.

Диаграмма 2 – Сравнение активности школьников на обычном уроке и на уроке-исследовании



Работа с динамическим чертежом помогла семиклассникам лучше понять сам процесс построения. При изучении признака параллельности они видели не только итоговую формулировку, но и путь к ней: сначала строится конфигурация, затем выделяются углы, после этого проводится измерение, сравнение и вывод. Такой порядок оказался особенно полезным для тех школьников, которым сложно сразу перейти от текста задачи к доказательству. Модель давала опору: можно было увидеть, какой угол с каким сравнивается и почему именно эта пара важна.

После урока-исследования обучение снова продолжилось в обычном формате. Школьники выполняли задания на готовых чертежах, решали задачи на нахождение углов, объясняли признаки параллельности прямых и свойства углов при секущей. Однако после работы с динамической моделью обычные задания стали восприниматься иначе. В ответах чаще появлялись объяснения, связанные с расположением углов: «эти углы накрест лежащие», «эти углы соответственные», «эти углы односторонние, значит, их сумма равна 180° ».

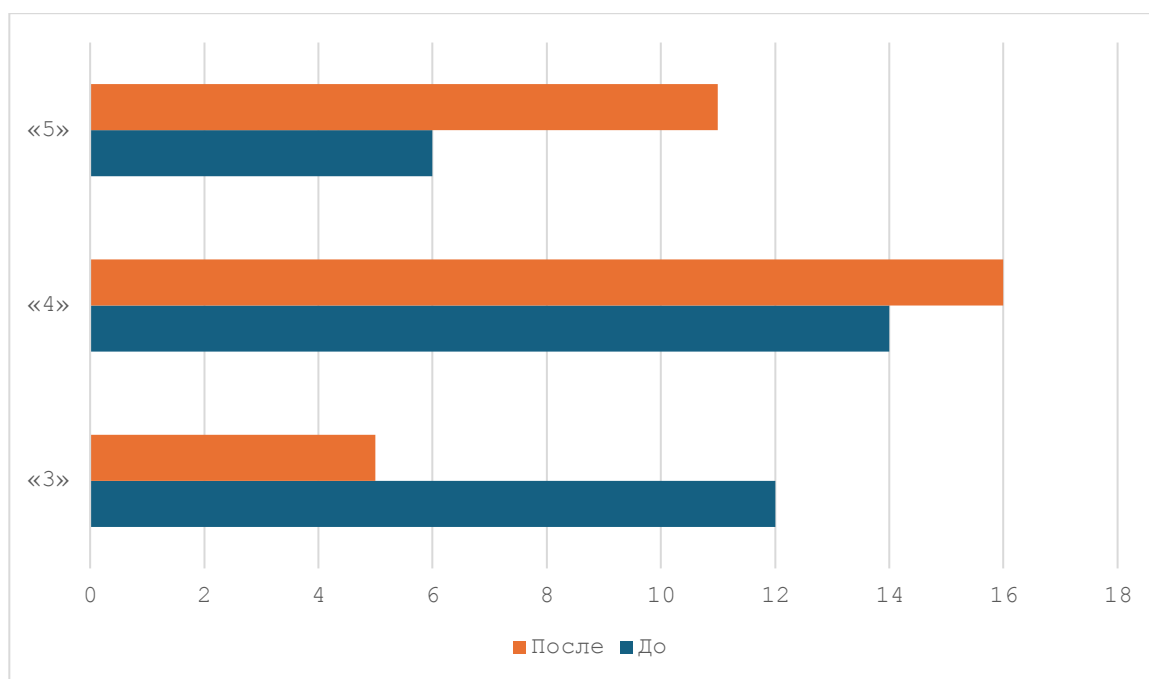
Класс стал увереннее связывать формулировку свойства с конкретным элементом чертежа.

Положительные изменения были заметны и в атмосфере урока. Школьники стали спокойнее относиться к заданиям на доказательство и объяснение. Они чаще пытались рассуждать вслух, а не только записывать ответ. При обсуждении ошибок появлялось меньше напряжения: ошибка воспринималась как момент, который можно разобрать через чертёж. Это особенно важно для геометрии, потому что здесь недостаточно просто получить число. Нужно увидеть конфигурацию, выбрать нужное свойство и объяснить, почему оно подходит.

Для проверки учебных результатов анализировались работы школьников по теме «Параллельные прямые». Сравнивались задания, выполненные до включения урока-исследования с динамическими чертежами, и задания, выполненные после него. В первую очередь учитывались задачи на распознавание видов углов, применение признаков параллельности прямых, нахождение углов при параллельных прямых и секущей, а также краткое объяснение решения.

После проведения урока-исследования стало заметно, что количество ошибок при определении пар углов уменьшилось. Школьники стали точнее различать накрест лежащие и соответственные углы, лучше запоминали, что односторонние углы при параллельных прямых дают в сумме 180° , а не обязательно равны. Кроме того, в письменных решениях чаще появлялись обоснования. Если раньше часть класса ограничивалась записью ответа, то после работы с динамическими чертежами школьники чаще указывали, какое свойство использовано.

Диаграмма 3 – Динамика выполнения заданий по теме «Параллельные прямые» до и после урока-исследования



Улучшение было заметно и по текущим оценкам. После урока с динамическими чертежами часть школьников стала увереннее выполнять самостоятельные задания по теме. Увеличилось количество работ, где решение было не только верно вычисляли, но и объясняли. Особенно в задачах, где требовалось найти углы по готовому чертежу и указать основание для равенства или суммы углов.

Таблица 5 – Изменения учебной активности на уроках

Показатель	До урока-исследования	После урока-исследования
Активно участвуют в обсуждении	11	23
Правильно определяют пары углов	12	24
Уверенно работают с чертежом	10	22
Быстрее решают задачи по теме	9	21

Апробация показала, что динамические чертежи хорошо работают именно тогда, когда они не заменяют объяснение, а становятся частью рассуждения. Их использование помогает школьникам увидеть движение от наблюдения к выводу: сначала меняется чертёж, затем фиксируется закономерность, после этого формулируется геометрическое утверждение. В таком формате признак

параллельности прямых и свойства углов при секущей воспринимаются не как набор отдельных правил, а как связанные между собой факты.

Полученные результаты позволяют сделать вывод, что включение динамических чертежей в изучение темы «Параллельные прямые» положительно влияет на учебную работу семиклассников. Школьники активнее включаются в обсуждение, лучше ориентируются в чертеже, быстрее находят нужные пары углов и увереннее объясняют ход решения. Кроме того, работа с изменяемой моделью улучшает атмосферу урока: появляется больше исследовательского интереса, снижается страх ошибки, а геометрическое доказательство становится более понятным и доступным.

Вывод по главе 2

Во второй главе показано, как динамические чертежи можно использовать на уроках по теме «Параллельные прямые» в 7 классе. Работа строилась вокруг конкретных действий: построить прямые, изменить положение точек, провести секущую, измерить углы, сравнить результаты и объяснить полученный вывод.

При изучении признаков параллельности прямых динамический чертёж помог уйти от простого заучивания формулировки. Сначала школьники наблюдали, как меняется положение прямых, сравнивали наклоны, следили за появлением и исчезновением точки пересечения. Затем они переходили к углам при секущей и проверяли, что происходит с накрест лежащими углами. Признак параллельности в такой работе появлялся не как готовое правило, а как вывод из наблюдений.

При изучении аксиомы параллельных прямых и свойств углов при секущей динамическая модель тоже оказалась полезной. Через перемещение точки и секущей класс видел, что через точку вне данной прямой проходит только одна параллельная прямая. На чертеже было проще заметить и другое: накрест лежащие и соответственные углы при параллельных прямых остаются равными, а односторонние углы дают сумму 180° . Эти свойства воспринимались не изолированно, а как связи внутри одной геометрической ситуации.

Апробация показала, что урок с динамическими чертежами меняет работу класса. Школьники активнее включались в обсуждение, чаще предлагали свои варианты и увереннее работали с чертежом. Им было проще объяснить, почему прямые параллельны, где находятся нужные пары углов и какое свойство нужно применить. Ошибка не останавливала работу: модель можно было изменить, ещё раз проверить предположение и увидеть причину неверного ответа.

Анкетирование, наблюдение за уроками и анализ выполненных заданий показали положительные изменения. После урока-исследования школьники лучше различали виды углов при секущей, точнее объясняли ход решения и

быстрее справлялись с задачами по теме. Изменилась и атмосфера урока: обсуждение стало спокойнее, появилось больше готовности рассуждать вслух и проверять свои ответы.

Применение динамических чертежей при изучении темы «Параллельные прямые» делает работу с геометрическим материалом более понятной. Чертёж перестаёт быть только иллюстрацией к правилу. С его помощью школьники наблюдают, проверяют, сравнивают и постепенно приходят к выводу.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В выпускной квалификационной работе проанализировано применение динамических чертежей при обучении геометрии в 7 классе на материале темы «Параллельные прямые». Эта тема важна для всего дальнейшего курса: через неё школьники переходят от первых геометрических понятий к признакам, свойствам, доказательствам и более внимательной работе с чертежом.

При изучении параллельных прямых трудности возникают довольно быстро. Недостаточно просто запомнить формулировку признака или свойства. Нужно увидеть на чертеже прямые и секущую, правильно определить пары углов, понять, какое утверждение можно применить, и объяснить ход рассуждения. Именно на этом этапе часто становится заметно, что школьник ориентируется на внешний вид рисунка, а не на геометрические связи между его элементами.

В первой главе были раскрыты дидактические и цифровые основы работы с темой. Было показано, что цифровые образовательные ресурсы и динамические чертежи дают возможность организовать изучение геометрии не только через готовый рисунок, но и через наблюдение, изменение модели, проверку предположений. Сравнение учебников геометрии показало, что тема параллельных прямых во всех пособиях строится вокруг одного содержания, но подаётся по-разному. В одних учебниках сильнее выражены строгие формулировки и доказательства, в других больше места занимают задачи, чертежи и поиск решения. Поэтому динамический чертёж можно включать в разные учебные линии, но использовать его нужно с учётом логики конкретного учебника.

Во второй главе описаны приёмы работы с динамическими чертежами на уроках по теме «Параллельные прямые». При изучении признаков параллельности школьники работали с изменяемой моделью: сравнивали наклоны, наблюдали за положением прямых, выделяли накрест лежащие углы и

постепенно приходили к формулировке признака. При изучении аксиомы параллельных прямых и свойств углов при секущей чертёж помогал увидеть, что нужные геометрические связи сохраняются даже тогда, когда меняется положение точек или секущей.

Апробация материалов проходила на базе МАОУ Гимназия № 14 управления, экономики и права в 7В классе. Сначала было проведено анкетирование по теме «Параллельные прямые». Его результаты показали, что часть школьников испытывает трудности при работе с чертежом: не всегда точно распознаёт виды углов и не всегда может объяснить ход решения. Затем тема изучалась в обычном формате, после чего совместно с учителем математики Агеевой Евгенией Николаевной был проведён урок-исследование с использованием динамических чертежей.

На этом уроке работа класса стала более активной. Школьники чаще включались в обсуждение, предлагали варианты, увереннее обращались к чертежу и быстрее находили нужные пары углов. Модель помогала не останавливаться на ошибке: неверное предположение можно было проверить, изменить положение элементов и понять, где возникло затруднение. Для темы параллельных прямых это важно, потому что многие ошибки связаны не с вычислениями, а с чтением самой конфигурации.

После урока-исследования положительные изменения были заметны и на последующих занятиях. Школьники точнее различали накрест лежащие, соответственные и односторонние углы, лучше понимали разницу между признаком и свойством параллельных прямых, чаще поясняли, какое утверждение используют в задаче. Анализ выполненных работ и текущих отметок также показал улучшение результатов по теме.

Цель исследования достигнута: разработано и апробировано методическое обеспечение по применению динамических чертежей при изучении темы «Параллельные прямые» в 7 классе. Поставленные задачи решены. Материалы

работы можно использовать при подготовке уроков геометрии, уроков-исследований и практических заданий по признакам параллельности прямых, аксиоме параллельных прямых и свойствам углов при секущей.

Проведённая работа показала, что динамический чертёж не должен заменять доказательство или рассуждение. Его роль другая: он помогает увидеть геометрическую ситуацию в движении, проверить предположение, связать построение с выводом и сделать доказательство более понятным. Поэтому применение динамических чертежей при изучении темы «Параллельные прямые» можно считать эффективным средством повышения наглядности, учебной активности и осознанности при изучении геометрии в 7 классе.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. 1С:Урок – образовательная платформа нового поколения [Электронный ресурс]. – URL: <https://urok.1c.ru>
2. Атанасян, Л. С. Геометрия. 7–9 классы : учебник для общеобразовательных организаций /Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев [и др.]. – Москва : Просвещение, 2023. – 384 с. – ISBN 978-5-09-127795-1.
3. Бабанский, Ю. К. Избранные педагогические труды. – Москва : Педагогика, 1989. – 558 с. – ISBN 5-7155-0174-1.
4. Боженкова, Л. И. Методика формирования универсальных учебных действий при обучении геометрии. – Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2020. – 206 с. – ISBN 978-5-9963-1887-2.
5. Гузеев, В. В. Образовательная технология: от приёма до философии / В. В. Гузеев. – М. : Сентябрь, 1996. – 112 с.
6. Далингер, В. А. Методика обучения геометрии. Поиск, исследование, открытие. – Москва : Юрайт, 2021. – 248 с.
7. Денищева, Л. О. Теория и методика обучения математике в школе : учебное пособие / Л. О. Денищева, А. Е. Захарова, М. Н. Кочагина. – Москва : БИНОМ, 2019. – 247 с. – ISBN 978-5-9963-0410-3.
8. Дорофеев, Г. В. Математика. Психолого-педагогические основы. – Москва : Просвещение, 2020. – 176 с.
9. Елишева, О. Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода. – Москва : Просвещение, 2018. – 223 с.
10. Зайкин, М. И. Исследовательская деятельность школьников при обучении математике / М. И. Зайкин, Р. М. Зайкин. – Арзамас : Арзамасский филиал ННГУ, 2019. – 152 с.

- 11.Иванова, Т. А. Теория и технология обучения математике в средней школе / Т. А. Иванова, Е. Н. Перевощикова, Л. И. Кузнецова, Т. П. Григорьева. – Нижний Новгород : НГПУ, 2020. – 354 с.
- 12.Капустина, Т. В. Компьютерная геометрия : учебное пособие. – Москва : ИНФРА-М, 2021. – 267 с. – ISBN978-5-16-016449-3.
- 13.Колягин, Ю. М. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика : учебное пособие / Ю. М. Колягин, В. А. Оганесян, В. Я. Саннинский, Г. Л. Луканкин. – М. : Юрайт, 2022. – 457 с.
- 14.Концепция развития математического образования в Российской Федерации : утверждена распоряжением Правительства РФ от 24 декабря 2013 г. № 2506-р [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.consultant.ru>
- 15.Кузнецова, М. В. Методика использования интерактивных средств обучения математике / М. В. Кузнецова // Математика в школе. – 2021. – № 3. – С. 42–48.
- 16.Лабораторные работы по геометрии с использованием среды «Живая математика» / сост. И. Г. Малышев. – М. : Чистые пруды, 2019. – 96 с.
- 17.Манвелов, С. Г. Конструирование современного урока математики : книга для учителя / С. Г. Манвелов. – М. : Просвещение, 2005. – 173 с.
- 18.Мерзляк, А. Г. Геометрия. 7 класс : учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. – М. : Вентана-Граф, 2022. – 192 с.
- 19.Методика и технология обучения математике. Курс лекций : пособие для вузов / под ред. Н. Л. Стефановой, Н. С. Подходовой. – М. : Дрофа, 2008. – 416 с. – ISBN 978-5-358-05567-4.

20. Носова, Е. А. Использование динамических моделей в обучении геометрии / Е. А. Носова // Информатика и образование. – 2020. – № 7. – С. 88–94.
21. Панкратова, Е. В. Динамические чертежи как средство развития познавательной активности учащихся на уроках геометрии / Е. В. Панкратова // Наука и школа. – 2021. – № 2. – С. 141–148.
22. Погорелов, А. В. Геометрия. 7–9 классы : учебник для общеобразовательных организаций / А. В. Погорелов. – М. : Просвещение, 2023. – 224 с.
23. Роберт, И. В. Теория и методика информатизации образования / И. В. Роберт. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2020. – 398 с.
24. Саранцев, Г. И. Методика обучения математике: методология и теория / Г. И. Саранцев. – Казань : Центр инновационных технологий, 2019. – 292 с.
25. Седова, Е. А. Методика применения интерактивных средств обучения на уроках математики / Е. А. Седова, Е. Н. Эрентраут // Вестник педагогических инноваций. – 2020. – № 4. – С. 109–118.
26. Смирнов, В. А. Наглядная геометрия : учебное пособие / В. А. Смирнов, И. М. Смирнова, И. В. Яценко. – М. : МЦНМО, 2021. – 272 с.
27. Смирнова, И. М. Педагогика геометрии / И. М. Смирнова, В. А. Смирнов. – М. : Прометей, 2019. – 335 с.
28. Темербекова, А. А. Методика обучения математике : учебное пособие / А. А. Темербекова, И. В. Чугунова, Г. А. Байгонакова. – СПб. : Лань, 2020. – 512 с.
29. Тестов, В. А. Информационное пространство знаний : учебное пособие / В. А. Тестов. – М. : Инфра-М, 2021. – 147 с.
30. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования :

утверждён приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 31 мая 2021 г. № 287 [Электронный ресурс]. – URL: <https://fgos.ru>.

31. Цифровые образовательные ресурсы в школе : методическое пособие / под ред. Н. В. Лобановой. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2020. – 356 с.
32. Шарыгин, И. Ф. Геометрия. 7–9 классы : учебник для общеобразовательных учреждений / И. Ф. Шарыгин. – М. : Дрофа, 2022. – 464 с.
33. Щукина, Г. И. Активизация познавательной деятельности учащихся в учебном процессе / Г. И. Щукина. – М. : Просвещение, 2019. – 160 с.
34. Электронные образовательные ресурсы нового поколения в вопросах и ответах / сост. Е. Д. Патаракин. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2020. – 98 с.
35. Якиманская, И. С. Развитие пространственного мышления школьников / И. С. Якиманская. – М. : Педагогика, 1980. – 240 с.

Анкета по теме «Параллельные прямые»

Инструкция. Отметьте подходящий вариант ответа. Анкета помогает выявить, насколько уверенно школьники работают с чертежами, понимают материал по теме «Параллельные прямые» и как относятся к заданиям по геометрии.

1. Как вы оцениваете свой интерес к теме «Параллельные прямые»?

- высокий средний низкий

2. Насколько вам понятно, что такое параллельные прямые?

- полностью понятно скорее понятно скорее непонятно непонятно

3. Легко ли вам находить на чертеже накрест лежащие углы?

- да скорее да скорее нет нет

4. Легко ли вам находить соответственные углы?

- да скорее да скорее нет нет

5. Легко ли вам находить односторонние углы?

- да скорее да скорее нет нет

6. Насколько уверенно вы чувствуете себя при решении задач по теме?

- уверенно скорее уверенно скорее неуверенно неуверенно

7. Возникает ли у вас страх ошибиться при ответе у доски по геометрии?

- часто иногда редко никогда

8. Помогает ли вам чертеж лучше понять геометрическую задачу?

- да, очень скорее да скорее нет нет

9. Интересно ли вам работать с динамическими чертежами, где можно перемещать точки и наблюдать изменения?

- да, очень скорее да скорее нет нет

10. Какой вид работы по теме вам кажется наиболее полезным?

- работа с готовым чертежом
 самостоятельное построение чертежа
 работа с динамической моделью
 объяснение решения у доски

11. Что вызывает у вас наибольшие трудности при изучении темы «Параллельные прямые»?

- распознавание видов углов
 доказательство свойств и признаков
 построение чертежа
 объяснение хода решения

12. Как вы считаете, помогают ли динамические чертежи лучше понять тему «Параллельные прямые»?

- да скорее да скорее нет нет

Спасибо за ответы!