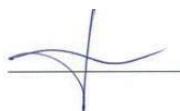


Фонд оценочных средств (контрольно-измерительные материалы)
Министерство просвещения Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Красноярский государственный педагогический
университет им. В.П. Астафьева»

Кафедра-разработчик Информатики и информационных технологий в
образовании
(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
протокол № 8
от 6 мая 2026 г.

Зав. кафедрой



Н.И. Пак

ОДОБРЕНО
на заседании научно-
методического
совета ИМФИ
протокол № 8
от 14 мая 2026г.
Председатель



Е.А. Аёшина



ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине

«Математические основы информатики»

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя
профилями подготовки),

Направленность (профиль) образовательной программы:

Математика и информатика

Квалификация: бакалавр

Составитель: Степанова Т.А., доцент кафедры ИиИТО
(ФИО, должность)

1. ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЗАЧЕТУ И ЭКЗАМЕНУ

1. Операции над множествами, их свойства
2. Отображение множеств. Свойства отображений. Композиция отображений, обратное отображение.
3. Алгебраическая форма комплексного числа. Сопряженное комплексное число. Поле комплексных чисел
4. Геометрическое представление комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия с комплексными числами, записанными в тригонометрической форме.
5. Системы линейных уравнений. Совместные и несовместны, Однородные и неоднородные системы линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений методом последовательного исключения переменных.
6. Системы векторов. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Свойства систем. Базис и ранг системы векторов.
7. Матрицы. Операции над матрицами. Свойства операций.
8. Ранг матрицы. Обратная матрица. Способы вычисления обратной матрицы.
9. Определитель матрицы. Свойства определителя.
10. Вычисление определителя методом разложения по строке или столбцу. Вычисление элементов обратной матрицы.
11. Решение системы линейных уравнений по правилу Крамера. Критерий совместности системы линейных уравнений.
12. Конечномерные векторные пространства. Примеры. Разложение вектора по базису. Базис и размерность векторного пространства.
13. Подпространство. Критерий подпространства, примеры.
14. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений.
15. Линейные операторы. Матрица линейного оператора.
16. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
17. Многочлены от одной переменной. Степень многочлена и ее свойства.
18. Деление многочленов с остатком. Схема Горнера. НОД многочленов.
19. Теорема Безу. Корни многочлена. Количество корней многочлена. Теорема Безу.
20. Формальная производная многочлена. Разложение многочлена по степеням $x - a$.
21. Основная теорема алгебры. Неприводимые многочлены над полями C, R, Q .

22. Рациональные корни многочлена. Теорема Лагранжа.
23. Деление с остатком. Свойства делимости.
24. НОД и НОК чисел. Алгоритм Евклида. Взаимно простые числа.
25. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел. Генерация простых чисел.
26. Основная теорема арифметики. Следствия из основной теоремы арифметики.
27. Сравнения. Простейшие свойства сравнений. Кольцо и поле классов вычетов.
28. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма.
29. Сравнения с неизвестной величиной. Линейные сравнения. Системы линейных сравнений.
30. Порядок числа и класса вычетов. Первообразные корни.
31. Функция. Свойства функции. Сложная функция. Обратная функция
32. Предел функции. Теоремы о пределах.
33. Замечательные пределы.
34. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций
35. Односторонние пределы. Точки разрыва функции и их классификация. Непрерывность функции на множестве. Свойства непрерывных функций.
36. Производная функции в точке. Геометрический и механический смысл производной. Дифференцируемость функции
37. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости. Правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функций. Производная функции, заданной параметрически.
38. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
39. Основные теоремы о дифференцируемых функциях: Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя.
40. Производные и дифференциалы высших порядков.
41. Первообразная функция и неопределенный интеграл. Свойства первообразных и неопределенных интегралов. Таблица интегралов.
42. Основные методы интегрирования (непосредственное, метод замены переменной, метод интегрирования по частям).
43. Определение определенного интеграла. Геометрический смысл. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона–Лейбница.
44. Числовые последовательности, Предел последовательности.

45. Сходимость числовой последовательности. Достаточное условие сходимости последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности.

46. Числовые ряды. Свойства числовых рядов.

47. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд.

48. Знакопеременные и знакочередующиеся ряды. Абсолютная и условная сходимость ряда. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда. Признаки сходимости рядов Дирихле и Абеля.

49. Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Область сходимости ряда. Поточечная и равномерная сходимость. Свойства равномерно сходящихся рядов.

50. Степенные ряды. Теорема Абеля. Область сходимости и радиус сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов.

51. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение основных элементарных функций в ряды Тейлора и Маклорена. Приложения степенных рядов.

52. Основные понятия теории вероятностей. Соотношения между событиями.

53. Классическое определение вероятности. Статистическое определение вероятности.

54. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Теорема сложения вероятностей. Свойства независимых событий. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.

55. Независимые испытания. Формула Бернулли. Локальные приближения формулы Бернулли. Интегральная теорема Лапласа.

56. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Непрерывность вероятности. Геометрическое определение вероятности.

57. Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение случайной величины.

58. Функция распределения случайной величины, ее свойства.

59. Дискретные случайные величины, их законы распределения. Геометрическое и гипергеометрическое распределения. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона.

60. Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности, ее свойства. Примеры непрерывных случайных величин: равномерное и показательное распределения.

61. Нормальное распределение: плотность распределения, его числовые характеристики. Применение нормального распределения. Правило трех сигм. Центральная предельная теорема.

62. Понятие о законе больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева и ее применение. Теорема Бернулли.

2. КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Линейная алгебра

- 1) Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ -2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -8, \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 18, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 10. \end{cases}$
- 2) Решить систему линейных уравнений по правилу Крамера $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 2, \\ 2x_1 + 4x_2 - 4x_3 = 1, \end{cases}$
- 3) Найти фундаментальную систему решений однородной системы линейных уравнений $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 1, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 11x_4 = -4. \end{cases}$
- 4) Вычислить $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 7 & 5 & 1 \\ 4 & 0 & 3 & 1 & -2 & 4 & 5 & 3 & -1 \\ -2 & 5 & 1 & 3 & -5 & 3 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 5 & 3 & -1 \end{pmatrix}$
- 5) Найти обратную матрицу для матрицы $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 6) Вычислить определитель матрицы $A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 3 & 4 \\ -1 & -2 & 0 & 4 \\ -1 & -2 & -3 & 0 \end{vmatrix}$
- 7) Найти размерность и базис линейного подпространства, являющегося линейной оболочкой системы векторов:
 $\vec{a}_1 \rightarrow = (0,1,2,0), \vec{a}_2 \rightarrow = (1,1,2,1), \vec{a}_3 \rightarrow = (1,2,3,1), \vec{a}_4 \rightarrow = (1,0,1,1)$
- 8) Найти матрицу линейного оператора $A(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + 2x_2 + 3x_3, x_1 - x_2, x_1 - x_2 - x_3)$ в базисе $\{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$.

Элементы математического анализа

1) Найти пределы функций:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 5x + 3}{3x^4 - 2x^2 + 2x}; \quad 2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - x + 6}{2x^4 - 2x + 2}; \quad 3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2-3x}{5-3x} \right)^x;$$

$$\begin{aligned}
 & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{2x} - x}; & \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 - 3x - 2}; & \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - x + 1}{2x^2 + 1} \right)^{3x}; \\
 & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 2x}{x \sin 3x}; & \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x + 15} - 5}{3 - \sqrt{x + 4}}; & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + xe^x)}{1 - \sqrt{1 + 3x}}.
 \end{aligned}$$

Исследовать функцию на непрерывность и построить ее график:

$$f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x^3, & 0 < x \leq 2 \\ |x+4|, & x > 2 \end{cases}$$

2) Найти производные $\frac{dy}{dx}$ данных функций:

$$\begin{aligned}
 \text{а) } y &= (e^{\operatorname{tg} x} + 5)^3; & \text{б) } y &= \ln \left(\sin^2 5x + \frac{1}{7x} + 1 \right); & \text{в) } y &= \left(x^3 + 3x + 1 \right)^{x^3 + 2}; & \text{г) } \\
 \operatorname{arctg} \frac{y}{x} &= 5x + y.
 \end{aligned}$$

3) Найти: а) dy , если $y = \frac{x+1}{x^2 + 3x + 1}$; б) значение $\sqrt[5]{32,5}$, используя понятие дифференциала функции.

4) Вычислить пределы, используя правило Лопиталья:

$$\begin{aligned}
 \text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}, & \text{ б) } \lim_{x \rightarrow \infty} (x + 2^x)^{1/x}, & \text{ в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + xe^x)}{\ln(x + \sqrt{1 + x^2})}.
 \end{aligned}$$

5) Найти второй дифференциал функции $y = \ln \cos x$.

6) Вычислить интегралы:

$$\begin{aligned}
 1. \int \frac{dx}{5x - 8}; & 2. \int \frac{x^3 dx}{x + 1}; & 3. \int x^2 e^{2x} dx; & 4. \int \frac{x + 6}{x^2 + 6x + 10} dx; & 5. \int \frac{x^2 - 8}{x^3 - 4x} dx; \\
 6. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{(1 - x^2)^5}}; & 7. \int \frac{dx}{1 + \sqrt{x}}; & 8. \int \operatorname{tg}^4 x dx; & 9. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^2 x dx; & 10. \int_4^9 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x} - 1}.
 \end{aligned}$$

Элементы теории чисел

1) При помощи алгоритма Евклида найти наибольший общий делитель чисел и выразить его в виде линейной комбинации данных чисел $a=342$, $b = 210$.

2) Найти НОД и НОК чисел, используя каноническое представление $a=342$, $b = 210$.

3) Найти наименьшее по абсолютной величине число, сравнимое с числом $N=341 \cdot 427 \cdot 126 + 562 \cdot 721$ по модулю 43.

4) Найти остаток от деления числа $a = 5^{70} + 11^{70}$ на $m = 13$.

5) Решить линейное сравнение $2x \equiv 5 \pmod{7}$.

6) Решить систему сравнений
$$\begin{cases} x \equiv 3 \pmod{5} \\ x \equiv 4 \pmod{7} \end{cases}$$

1) рациональные корни многочлена $f(x) = 4x^5 + 12x^4 + x^3 + 6x^2 + 10x + 3$.

Элементы теории вероятностей.

1. В ящике содержится 10 деталей, из которых 4 окрашены. Сборщик наудачу взял 3 детали. Найдите вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей окрашена.

2. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность безотказной работы в течение часа первого элемента равна 0,95, второго – 0,98, третьего – 0,9. Найдите вероятность того, что в течение часа будет работать хотя бы один элемент.

3. В первой урне 5 белых и 10 черных шаров, во второй – 3 белых и 7 черных шаров. Из второй урны в первую переложили один шар, а затем из первой урны вынули наугад один шар. Определите вероятность того, что вынутый шар – белый.

4. По одному и тому же маршруту совершают полет три самолета. Для каждого самолета вероятность прибыть в аэропорт по расписанию равна 0,8. Составьте ряд распределения числа самолетов, прибывших в аэропорт по расписанию. Найдите $M(X)$, $D(X)$, . Постройте многоугольник распределения.

5. Бросается игральная кость до первого выпадения пяти очков. Составить ряд распределения числа бросков. Сколько раз в среднем придется бросать игральную кость?