

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Выпускающая кафедра: математики и методики обучения математике

Овсянникова Татьяна Андреевна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

**ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ
ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ ТЕМЕ «ПЕРВООБРАЗНАЯ
И ИНТЕГРАЛ»**

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы: Математика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Зав. кафедрой: к.п.н., доцент Шашкина М.Б.

19.05.2025

(дата, подпись)

Руководитель: профессор кафедры МиМОМ д.ф.-
м.н., Михалкин Е.Н.

19.05 .2025 Е.Н.

(дата, подпись)

Дата защиты 20.06.2025

Обучающийся: Овсянникова Т.А.

Оценка удовлетворительно

Прописью

Красноярск, 2025

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ТЕМЕ «ПЕРВООБРАЗНАЯ И ИНТЕГРАЛ»	7
1.1. Математическая грамотность как образовательный результат	7
1.2. Дидактические особенности изучения темы «Первообразная и интеграл» .	11
Выводы по Главе 1	15
ГЛАВА 2. ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ТЕМЕ «ПЕРВООБРАЗНАЯ И ИНТЕГРАЛ»	17
2.1. Содержание темы «Первообразная и интеграл» в школьной программе.....	17
2.2. Отбор содержания фрагментов уроков по теме «Первообразная и интеграл»	21
2.3. Апробация разработанных уроков по теме «Первообразная и интеграл»....	30
Выводы по Главе 2	35
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	37
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	40
ПРИЛОЖЕНИЯ	44
Приложение А. - Сравнительный анализ методик преподавания математического анализа.	44

ВВЕДЕНИЕ

В современном мире, где знания и информация все больше становятся важнейшими ресурсами, возрастает важность развития математической грамотности. Если раньше под грамотностью чаще всего понимали умение читать и писать, то сейчас этот термин включает в себя гораздо больше: умение анализировать и интерпретировать данные, логически рассуждать, делать обоснованные выводы и применять полученные знания на практике. Эволюция математической грамотности отражена через три основных подхода: прагматический, социально-ориентированный и культурологический.

Прагматический подход акцентирует внимание на практическом применении знаний для решения конкретных задач.

Социально-ориентированный подход подчеркивает важность взаимодействия с обществом и участие в его развитии.

Культурологический подход расширяет понятие грамотности, включая в него способность к пониманию культурного развития.

Математическая грамотность становится неотъемлемой частью образовательного процесса, особенно в контексте изучения сложных тем, таких как «Первообразная и интеграл». Современные подходы к обучению требуют не просто передачи знаний, а формирования у обучающихся способности применять их в реальных ситуациях, критически мыслить и принимать обоснованные решения. Это особенно важно при изучении разделов математики, которые служат основой для многих научных и прикладных дисциплин.

Таким образом, **актуальность исследования** заключается в необходимости оптимизации учебного процесса по теме «Первообразная и интеграл», разработке эффективных методик, которые позволят обучающимся не только усвоить теоретический материал, но и развить важнейшие математические навыки, необходимые для дальнейшего обучения и практического применения в жизни.

Проблема исследования заключается в том, что тема «Первообразная и интеграл» в школьной программе часто воспринимается обучающимися как

абстрактная и трудная для понимания. Это может негативно сказываться на уровне усвоения материала и формировать у школьников нежелание углубляться в предмет. Для решения этой проблемы важно разработать эффективные педагогические подходы, которые помогут упростить восприятие темы и повысить интерес к изучению математики.

Степень разработанности темы. Проблема развития математической грамотности обучающихся и методы преподавания математического анализа достаточно глубоко изучены в педагогической науке. Значительный вклад в эту область внесли как отечественные исследователи – И. Я. Лернер, Л. С. Выготский, В. В. Давыдов, так и зарубежные специалисты, включая Джона Х. Фримана и Барбару Л. Селли. Однако вопросы, связанные с особенностями обучения интегральному исчислению в старшей школе, остаются недостаточно проработанными и требуют дополнительного исследования.

Объектом исследования является процесс обучения математике в старших классах школы.

Предметом исследования – формирование математической грамотности обучающихся в процессе изучения темы «Первообразная и интеграл».

Цель исследования – разработка методических рекомендаций и педагогических подходов для эффективного формирования математической грамотности обучающихся в процессе изучения темы «Первообразная и интеграл» в старших классах.

Задачи исследования:

1. Раскрыть понятие математической грамотности как образовательного результата и ее роль в школьном обучении.
2. Изучить дидактические особенности преподавания темы «Первообразная и интеграл» и их влияние на формирование математической грамотности.
3. Проанализировать содержание темы «Первообразная и интеграл» в школьной программе с позиции формирования компетенций обучающихся.

4. Отобрать и разработать фрагменты уроков, направленных на развитие математической грамотности по теме.

5. Провести апробацию разработанных уроков и оценить эффективность применяемых методик в условиях школьного обучения.

6. Сформулировать рекомендации по совершенствованию процесса преподавания темы «Первообразная и интеграл» для повышения уровня математической грамотности.

Методы исследования:

1. Анализ научной и методической литературы по теме исследования.

2. Сравнительный анализ существующих методик преподавания математического анализа.

3. Разработка учебных материалов и методических рекомендаций.

4. Оценка результатов внедрения предложенной методики на практике.

Теоретико-методологические основы. В рамках работы будут проанализированы ключевые положения исследований выдающихся отечественных педагогов и психологов, таких как И. Я. Лернер, Л. С. Выготский и В. В. Давыдов. Особое внимание уделяется современным научным публикациям в области педагогики и психологии, затрагивающим проблематику обучения математике. Методологической основой выступает системно-деятельностный подход, обеспечивающий комплексное рассмотрение учебного процесса через призму взаимодействия обучающихся с образовательным контентом с учетом целеполагания, мотивации и рефлексии.

Теоретическая значимость. Исследование вносит вклад в развитие методики преподавания раздела «Первообразная и интеграл» за счет предложения инновационных педагогических решений, направленных на формирование математической компетентности школьников.

Практическая значимость. Разработанные подходы могут быть адаптированы в практике общеобразовательных учреждений, что позволит оптимизировать процесс усвоения сложных математических концепций.

Материалы исследования представляют интерес для педагогов, стремящихся к совершенствованию учебных методик.

Структура работы включает введение, две главы с основным содержанием, заключительную часть и перечень литературных источников.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ТЕМЕ «ПЕРВООБРАЗНАЯ И ИНТЕГРАЛ»

1.1. Математическая грамотность как образовательный результат

Математическая грамотность – это умение применять математические знания на практике для решения бытовых и профессиональных задач. Она включает не только понимание базовых принципов математики, но и навык использования ее методов для анализа данных, принятия обоснованных решений и поиска решений в разных сферах жизни. В современном мире, где технологии стремительно меняют общество, владение математической грамотностью играет ключевую роль [10].

Современные тенденции в образовании делают математическую грамотность одним из ключевых навыков. Особенно это важно сейчас, когда в обучение активно внедряются цифровые технологии. Сегодняшнее образование требует от учеников не только знания теоретических аспектов, но и умения применять их на практике. В частности, с ростом популярности STEM-образования (наука, технологии, инженерия и математика), математическая грамотность становится ключевым элементом в формировании у школьников способности эффективно работать с математическими моделями и данными, что позволяет решать реальные задачи в разных областях. Поэтому учителям важно не только объяснять теорию, но и показывать, как математика применяется в технологиях и научных исследованиях.

Хорошая математическая подготовка развивает критическое мышление и учит анализировать информацию. В мире, где данных становится все больше, способность работать с цифрами превращается в жизненно необходимый навык. Например, без понимания статистики сложно интерпретировать результаты исследований, а в инженерии невозможно обойтись без точных расчетов. Умение строить математические модели и делать на их основе выводы помогает

принимать взвешенные решения – от управления личным бюджетом до разработки новых технологий [26].

Математическая грамотность открывает перед учениками широкие возможности. В эпоху глобализации и стремительного развития технологий специалисты с сильной математической подготовкой востребованы как никогда. Инженеры, аналитики, исследователи данных – все эти профессии требуют уверенного владения математическими методами. Способность решать сложные задачи с помощью расчетов становится ключевым преимуществом на рынке труда [19].

Способность понимать и применять математические концепции – ключевой элемент общего образования. Она помогает школьникам не только осваивать конкретные дисциплины, но и развивать универсальные навыки, полезные в учебе и повседневной жизни. В отличие от механического запоминания, математика учит работать с информацией: анализировать, систематизировать и использовать ее для решения реальных задач.

Математика тренирует логику, умение выявлять закономерности и строить причинно-следственные связи. Эти навыки выходят далеко за рамки алгебры или геометрии: они востребованы в естественных науках, экономике, IT-сфере и даже гуманитарных областях. Так, понимание статистики позволяет интерпретировать социальные тенденции, а логические конструкции – выстраивать убедительные аргументы. Без базовой математической подготовки сложно осваивать сложные дисциплины, поскольку именно она формирует гибкость и структурированность мышления.

Ключевые знания и умения, формирующие грамотность, можно систематизировать в следующие категории.

Таблица 1 – Ключевые навыки для успешной адаптации

Навык	Описание
Языковые	Общение, выражение мыслей, анализ текстов, логическое мышление, создание письменных и устных текстов.

Навык	Описание
Математические	Использование математических методов для решения задач, численные расчеты, анализ статистических данных, математическое моделирование.
Информационные	Поиск, оценка и использование информации, критическое мышление при обработке данных, выявление достоверной информации.
Цифровые	Работа с информационными технологиями и инструментами, использование компьютеров и программ, базовое понимание программирования и алгоритмов.
Коммуникативные	Эффективное взаимодействие с людьми, участие в диалогах и дебатах, построение аргументированного общения, способность работать в команде.
Критические	Анализ ситуаций, выявление проблем, логические выводы, принятие обоснованных решений, критическое отношение к своим убеждениям и взглядам.
Социокультурные	Понимание и уважение культурного и социального разнообразия, адаптация к культурным нормам.

Ежедневно мы сталкиваемся с ситуациями, где требуется математический подход: от планирования бюджета до анализа данных в профессиональной деятельности. Ученики, развивающие эту грамотность, учатся не просто воспроизводить формулы, а адаптировать их под разные условия. Это развивает способность прогнозировать результаты, оценивать риски и принимать обоснованные решения. Подобные компетенции критически важны в технических и финансовых специальностях, но также полезны в быту – например, при сравнении кредитных предложений или оценке эффективности решений.

Современные образовательные стандарты смещают акцент с заучивания фактов на развитие аналитических способностей. Умение работать с данными, проверять их достоверность и делать выводы в условиях неполной информации – все это базируется на математической логике. Дисциплина учит системному подходу: выдвигать гипотезы, искать оптимальные решения и аргументировать свою позицию. Эти навыки становятся частью функциональной грамотности, объединяющей знания с практическим их применением [4].

Знания и навыки, полученные на уроках математики, находят применение в самых разных дисциплинах. Это объясняется тем, что математика служит инструментом для обработки данных, выполнения вычислений и формулирования логических заключений. Благодаря этому она способствует более глубокому пониманию предметов естественно-научного, технического и даже гуманитарного циклов, объединяя разрозненные знания в единую систему.

Особенно ярко связь математики с другими науками проявляется в физике, химии и биологии. Например:

1. В физике математические формулы используются для описания законов движения, расчета энергии и других параметров.
2. В химии необходимы расчеты молярных масс, балансировка уравнений реакций и понимание пропорций.
3. В биологии математические методы применяются при анализе генетических закономерностей или экологических данных.

Не менее важна математика и для информатики. Программирование, алгоритмизация и работа с базами данных требуют четкого логического мышления. Основы математической логики, операции с переменными и принципы алгоритмов лежат в основе компьютерных наук. Например, задачи оптимизации или машинное обучение опираются на методы линейной алгебры и дискретной математики. Таким образом, математика не просто дополняет информатику – она формирует фундамент для вычислительного мышления [7].

Математические знания активно применяются не только в точных науках, но и в таких областях, как география и экономика. Например, работа с географическими картами предполагает понимание масштабов и умение интерпретировать статистику, что невозможно без владения основами числовых соотношений. В экономике без математических методов невозможно провести анализ рынка, оценить динамику цен или спрогнозировать финансовые риски. Таким образом, математика служит инструментом, позволяющим переводить теоретические данные в конкретные модели, упрощающие понимание социальных явлений.

1.2. Дидактические особенности изучения темы «Первообразная и интеграл»

Психологические и когнитивные особенности восприятия абстрактных математических понятий являются важным аспектом при обучении математике. Обучающимся требуется развитое абстрактное мышление, чтобы работать с такими категориями, как интегралы и первообразные. Однако этот процесс может вызывать сложности, особенно у подростков, чьи когнитивные способности еще формируются [5].

Главная проблема заключается в отсутствии прямой связи между абстрактными математическими объектами (функциями, производными, интегралами) и реальными образами, которые можно воспринять органами чувств. В результате понимание этих концепций требует развитого логического и формального мышления. Некоторые ученики, не склонные к абстрактным рассуждениям, могут испытывать психологический дискомфорт и нуждаться в дополнительных объяснениях.

Мотивация играет ключевую роль в усвоении сложных математических тем. Если обучающиеся не видят практического применения изучаемых понятий, их интерес к предмету снижается. Например, интегралы часто кажутся им слишком теоретическими и оторванными от жизни. Использование наглядных примеров, практических задач и компьютерного моделирования помогает преодолеть этот барьер и облегчает понимание.

Еще одним важным фактором является уровень когнитивного развития обучающихся. В раннем возрасте дети лучше усваивают информацию через конкретные примеры и действия. Однако по мере взросления у них формируется способность к абстрагированию и обобщению. Важно учитывать эти возрастные особенности при разработке образовательных программ и методик преподавания для старших классов, чтобы стимулировать развитие абстрактного мышления и понимания математических понятий [30].

Освоение темы «Первообразная и интеграл» часто вызывает у школьников затруднения из-за высокой степени абстракции этих понятий. На начальном этапе многие ученики не могут уловить их суть, воспринимая интеграл как нечто запутанное и оторванное от практики. Это связано с тем, что для его понимания требуется умение анализировать функции и их изменения, что предполагает развитое абстрактное мышление. Кроме того, если обучающиеся не видят связи этих концепций с реальными задачами, их усвоение становится еще сложнее [15].

Еще одна проблема – недостаточная подготовка школьников в работе с математической символикой. Интегральное исчисление требует уверенного обращения с переменными, производными и функциональными зависимостями. Если у ученика есть пробелы в базовых разделах математики, это создает дополнительные препятствия. Особенно трудно бывает разобраться в структуре выражений, содержащих интегралы и первообразные, без твердого понимания операций с функциями.

Отдельную сложность представляет переход от производной к интегралу. Хотя эти понятия взаимосвязаны, их логическая связь не всегда ясна обучающимся. Производная отражает мгновенную скорость изменения функции, тогда как интеграл связан с накоплением величины – например, вычислением площади под графиком. Из-за кажущейся противоположности этих операций школьники нередко путаются в их применении и интерпретации [13].

Для эффективного обучения важно комбинировать разные подходы: использовать наглядные пособия, интерактивные упражнения, реальные примеры и современные технологии. Но самое главное – учитывать индивидуальные особенности учеников, их способ восприятия информации и психологические аспекты. Только так можно добиться глубокого понимания абстрактных математических идей.

Одна из ключевых идей математического анализа заключается в том, что дифференцирование и интегрирование – взаимно обратные операции. Это означает, что если мы возьмем функцию, проинтегрируем ее, а затем продифференцируем результат, то вернемся к исходной функции (с точностью до

константы). Основная теорема интегрального исчисления (также называемая теоремой Ньютона–Лейбница) формализует эту связь. Она утверждает, что если функция $F(x)$ является первообразной для $f(x)$, то определенный интеграл от $f(x)$ на отрезке $[a,b]$ равен разности значений $F(x)$ в точках b и a . Таким образом, интегрирование «отменяет» дифференцирование, и наоборот.

Многие обучающиеся воспринимают производную и интеграл как отдельные, не связанные между собой инструменты. Это происходит из-за того, что в учебных курсах их часто изучают последовательно, без акцента на глубокую взаимосвязь. Например, производную вводят через понятие предела и касательной, а интеграл – через площади под кривыми или суммы Римана. В результате студенты запоминают механические правила вычисления, но не понимают, почему интеграл от производной возвращает исходную функцию (с точностью до константы).

Отсутствие четкого представления о взаимосвязи производной и интеграла приводит к ошибкам в задачах, где нужно использовать оба понятия. Например, при вычислении площади под графиком функции студенты могут механически применять формулу Ньютона–Лейбница, не осознавая, что она основана на обратности дифференцирования и интегрирования. Еще сложнее становится, когда требуется работать с интегралами, зависящими от предела, или при решении дифференциальных уравнений.

Кроме того, интегралы часто кажутся ученикам слишком абстрактными. Если преподаватель ограничивается сухой теорией без примеров, студенты не понимают, как применять интегралы на практике – например, для нахождения площади под графиком функции. Даже зная формулы, они не всегда видят связь между математическими символами и реальными вычислениями. Без наглядных иллюстраций и практических задач интерес к теме быстро угасает, а понимание остается поверхностным [14].

Для эффективного изучения интегралов важно демонстрировать их применение в реальных задачах. Наглядные примеры – такие как вычисление площади под кривой, определение объема тела или решение прикладных задач из

физики и экономики – помогают студентам осознать практическую ценность этого математического инструмента. Визуализация (графики, интерактивные модели) делает абстрактные понятия более понятными, показывая, что интегралы – не просто теоретическая конструкция, а важный элемент анализа реальных процессов.

Методические рекомендации для усвоения темы:

1. Проблемно-ориентированные задания позволяют обучающимся не только изучать теорию, но и применять интегралы на практике. Такой подход усиливает мотивацию, так как студенты видят связь математики с жизненными ситуациями.

2. Использование графиков функций, анимации и интерактивных моделей упрощает понимание интегралов. Например, представление интеграла как площади под кривой помогает ученикам осознать его суть – суммирование бесконечно малых величин – и установить связь с производной.

3. Учитывая различия в восприятии информации, важно адаптировать методы обучения. Одним студентам требуются дополнительные разъяснения и простые примеры, другим – сложные задачи для развития абстрактного мышления. Дифференцированный подход повышает уверенность в освоении материала.

Эти стратегии, основанные на психолого-педагогических исследованиях, способствуют преодолению трудностей в изучении интегрального исчисления [25].

Совет четвертый: применение цифровых инструментов для глубокого изучения темы «Первообразная и интеграл». Современные технологии открывают новые возможности для визуализации сложных математических понятий. Использование интерактивных моделей, специализированного ПО и образовательных платформ помогает ученикам на практике исследовать свойства функций и их интегралов. Такой подход не только упрощает усвоение теории, но и развивает навыки самостоятельной работы [22].

Ключевое значение имеет систематическая отработка материала. Согласно исследованиям в области педагогики, устойчивое понимание математики формируется только при регулярном решении задач. Многие школьники испытывают затруднения именно из-за отсутствия достаточной практики, что ведет к пробелам в знаниях. Чтобы избежать этого, важно предлагать разнообразные задания – от базовых до повышенной сложности. Это укрепляет уверенность в своих силах и снижает тревожность при работе с интегралами.

Выводы по Главе 1

В первой главе работы был рассмотрен теоретический аспект формирования математической грамотности у обучающихся на примере темы «Первообразная и интеграл». Были изучены основные составляющие математической грамотности, ее роль в учебном процессе и влияние на общеобразовательную подготовку обучающихся. Владение математической грамотностью не только облегчает понимание математических концепций, но и развивает аналитическое мышление, что положительно сказывается на освоении других дисциплин.

Анализ темы «Первообразная и интеграл» в рамках школьного курса подтвердил ее значимость для математического образования. Данный раздел сочетает теоретические знания и практическое применение, что создает базу для изучения более сложных разделов математики. Интегральное исчисление служит фундаментом для многих направлений математического анализа, поэтому его включение в программу является обязательным.

Особое внимание уделено психолого-педагогическим аспектам усвоения материала. Школьники часто испытывают затруднения при изучении абстрактных понятий, таких как первообразная и интеграл, из-за их сложности и оторванности от наглядных примеров. Эти проблемы обусловлены как возрастными особенностями мышления, так и недостаточной мотивацией, а также слабой связью теории с реальными применениями.

В качестве вывода предложены практические рекомендации, основанные на данных педагогических исследований. Доказано, что активные формы обучения, индивидуализация подачи материала и использование наглядных методов значительно улучшают его усвоение. Следовательно, грамотное сочетание методик преподавания с учетом психологических особенностей обучающихся способствует успешному развитию математической грамотности.

ГЛАВА 2. ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ТЕМЕ «ПЕРВООБРАЗНАЯ И ИНТЕГРАЛ»

2.1. Содержание темы «Первообразная и интеграл» в школьной программе

Математическая программа для старшеклассников играет ключевую роль в развитии у них фундаментальных навыков работы с числами и логическими задачами. В российских школах этот предмет включает как базовый, так и профильный уровни, направленные на тренировку аналитических способностей и освоение прикладных аспектов математики. Раздел, посвященный первообразным и интегралам, входит в курс математического анализа и служит основой для дальнейшего изучения сложных тем в вузах [23].

Одной из центральных тем в 11 классе становится интегральное исчисление. Основная цель ее изучения - познакомить обучающихся с такими важными понятиями, как первообразная и интеграл, а также научить применять их на практике. В рамках этой темы обучающиеся узнают как можно определить интеграл с помощью предела суммы Римана, учатся вычислять как определенные, так и неопределенные интегралы, а также решать прикладные задачи, связанные с нахождением площади, объема и других величин.

Важно, что данный раздел не только теоретические основы, но и учит применять математические знания в практических ситуациях. Особое внимание уделяется взаимосвязи между первообразной и интегралом, а также тому, как эти понятия используются в геометрии, физике и инженерии. Например, с помощью интегралов можно рассчитать расход воды в баке при переменной скорости заполнения, подобная задача может встретиться и в обыденной жизни, и в технических профессиях. Такая связь математики с реальными задачами помогает ученикам лучше понять значимость изучаемых понятий и увидеть практическую ценность математики в жизни [12].

Важнейшая цель учебной программы – научить школьников применять интегралы для решения разнообразных задач. Для этого в курсе предусмотрены задания, развивающие не только вычислительные способности, но и умение анализировать результаты в контексте реальных ситуаций. Обучающиеся осваивают вычисление длины кривой, объема тел вращения, а также решают прикладные задачи, например, расчет работы силы. Особое внимание уделяется работе с графиками функций и их интегралами – это помогает наглядно представить геометрический смысл интеграла.

Поскольку понятия первообразной и интеграла относятся к сложным абстрактным концепциям, программа включает специальные методики для их доступного объяснения. Чтобы облегчить понимание, используются:

- наглядные материалы (графики, анимации процессов интегрирования);
- практические примеры из физики, экономики и других областей;
- задания, развивающие критическое мышление и умение выбирать подходящие математические методы.

Такой подход не только повышает мотивацию, но и показывает, как теоретические знания применяются в жизни [2].

В российских школах изучение интегрального исчисления поддерживается учебниками, рабочими тетрадями и цифровыми платформами. Ключевым ресурсом остаются учебные пособия, соответствующие ФГОС. Они предлагают:

- четкое структурирование теории;
- разнообразные примеры с решениями;
- задания для отработки навыков.

Дополнительные материалы, такие как интерактивные тренажеры, помогают закрепить сложные темы через визуализацию [16].

Освоение интегрального исчисления начинается с фундаментальных понятий – первообразной, определенного и неопределенного интегралов, а также способов их вычисления. Такие учебные материалы, как пособие «Математика. 11 класс» (под ред. И.Н. Ященко) или аналогичные издания, сочетают детальное

изложение теории с практическими заданиями разного уровня сложности. Это помогает обучающимся постепенно оценивать свое понимание темы. Особый акцент в этих учебниках сделан на взаимосвязи дифференцирования и интегрирования, а также на геометрическом смысле интегралов [6].

Благодаря грамотно составленным методическим рекомендациям учителя могут трансформировать абстрактные понятия в понятные и практически значимые знания. Когда школьники видят, как интегралы применяются для расчета скоростей, площадей или даже в экономических моделях, у них формируется глубокое понимание предмета. Кроме того, современные методики, такие как проблемное обучение или метод кейсов, побуждают обучающихся самостоятельно искать решения, развивая их аналитические способности. В итоге, использование специализированных пособий не только облегчает работу педагога, но и значительно повышает эффективность усвоения материала учениками, делая обучение более осмысленным и увлекательным.

С развитием технологий возрастает популярность электронных учебных материалов. Интерактивные платформы («ЯКласс», «Фоксфорд» и др.) предлагают не только теорию, но и автоматизированную проверку заданий, что упрощает отработку навыков. Их преимущество – в интерактивной визуализации: например, построение графиков помогает глубже понять геометрическую интерпретацию интегралов. Такие инструменты также позволяют преподавателям оперативно отслеживать успеваемость обучающихся [28].

Разнообразие упражнений – ключевой элемент эффективного обучения математике. Хорошие учебные материалы не просто тренируют вычислительные навыки, но и учат школьников анализировать данные, делать выводы и применять знания на практике. В современных учебниках и рабочих тетрадях можно найти задания разного уровня: от базовых примеров на интегрирование до сложных задач, связанных с вычислением площадей, объемов и физическими приложениями интегралов. Особую ценность представляют упражнения, развивающие абстрактное мышление и помогающие увидеть взаимосвязи между разными разделами математики.

Качественные методические материалы значительно упрощают изучение интегрального исчисления. Чтобы ученики действительно разобрались в таких сложных темах, как первообразные и определенные интегралы, недостаточно сухой теории – нужны понятные примеры, пошаговые разборы и задания, постепенно увеличивающиеся по сложности.

Современные образовательные технологии позволяют сделать процесс обучения более интерактивным и доступным. Благодаря визуализации сложных концепций – например, с помощью анимации графиков функции и ее первообразной – абстрактные математические идеи становятся проще для восприятия. Данный подход не только облегчает усвоение полученного материала, но и повышает вовлеченность обучающихся [11].

Изучение первообразной играет большую роль в курсе алгебры и начал математического анализа старшей школы. Первообразная неразрывно связана с интегралом, который в свою очередь имеет широкое практическое применение в геометрии, физике, химии, экономике. Рассмотрение первообразной и интеграла в школьном курсе обычно начинается с изучения их геометрического смысла, что помогает обучающимся лучше понять, как абстрактные математические понятия могут быть использованы для решения реальных задач.

При изучении темы «Первообразная и интеграл» обучающиеся учатся выстраивать последовательные рассуждения, анализировать данные и находить решения задач различной сложности. Эти навыки применимы не только в математике, но и в других науках, а также в повседневной жизни, где требуется умение систематизировать информацию, искать оптимальные пути решения и принимать взвешенные решения [27].

Интегральное исчисление служит основой для освоения более сложных математических разделов в старших классах и вузах. Понимание первообразных и интегралов закладывает базу для изучения математического анализа, дифференциальных уравнений и других важных дисциплин, необходимых в технических и естественно-научных направлениях. Таким образом, уверенное

владение этой темой помогает обучающимся подготовиться к дальнейшему обучению и будущей профессии.

Кроме того, успешное усвоение материала по интегралам повышает интерес школьников к математике. Применение этих понятий в практических задачах и реальных ситуациях позволяет увидеть их значимость, что мотивирует к более глубокому изучению предмета. Ученики, осознающие ценность интегралов, проявляют большую вовлеченность и уверенность в своих силах, что способствует развитию математической грамотности [3].

Таким образом, тема «Первообразная и интеграл» играет важную роль в образовательном процессе: она развивает аналитические способности, укрепляет связь математики с реальными задачами и служит основой для дальнейшего обучения. Освоение этих понятий открывает перед обучающимися новые возможности в науке и профессиональной деятельности.

2.2. Отбор содержания фрагментов уроков по теме «Первообразная и интеграл»

Тема урока: «Первообразная и интеграл».

Цель урока: развитие математической грамотности обучающихся, формирование познавательных и коммуникативных компетенций через освоение понятий первообразной и интеграла, а также их применение в решении прикладных задач.

Планируемые результаты включают в себя следующие аспекты:

1. Предметные результаты: освоение ключевых понятий, таких как первообразная и интеграл, их аналитическое и геометрическое значение; формирование навыков вычисления неопределенных и определенных интегралов различными методами; применение интегралов для нахождения площадей фигур с криволинейными границами и решения прикладных задач.

2. Метапредметные результаты: способность разбирать математические концепции и использовать алгоритмы для их решения; формирование логического

мышления, включая умение делать выводы и преобразовывать задачи в модели; улучшение навыков взаимодействия и обсуждения решений в группе.

3. Личностные результаты: рост интереса к математике благодаря самостоятельной деятельности; умение контролировать свою работу, выявлять и корректировать неточности.

Этапы урока:

1. Организационный момент (2 минуты):

1) Приветствие обучающихся и создание рабочей атмосферы.

2) Обсуждение целей урока и их значимости для математики и других дисциплин.

2. Актуализация знаний (5 минут):

1) Анализ практических примеров использования интегралов:

- нахождение площади сложных геометрических фигур;
- применение в физике (расчет работы силы, анализ траектории движения).

2) Вопрос для обсуждения: «Как определить площадь фигуры, ограниченной кривыми линиями?»

3. Объяснение новой темы (10 минут):

1) Введение ключевых понятий: первообразная функция и ее связь с определенным интегралом.

2) Методы интегрирования:

- замена переменной;
- интегрирование по частям.

3) Наглядные материалы: интерактивные графики и анимации для лучшего понимания.

4) Индивидуальный подход: подбор заданий в зависимости от уровня подготовки обучающихся.

1. Практика (15 мин.):

1) Совместный разбор примеров.

2) Индивидуальная/парная работа:

- нахождение неопределенных интегралов;
- вычисление определенных интегралов;
- прикладные задачи.

3) Групповое обсуждение результатов, взаимопроверка.

4) Поддержка учителя: наводящие вопросы, мини-консультации.

2. Итоги (5 мин.):

1) Рефлексия: «Какие приемы оказались полезными? Где можно применить знания?»

2) Анализ типичных ошибок, самооценка.

3. Домашнее задание:

1) Базовый уровень: стандартные упражнения.

2) Углубленный уровень: задача из физики/экономики.

Особенности современного урока по требованиям ФГОС:

1. Ориентация на формирование компетенций – развитие не только предметных знаний, но и метапредметных умений, а также личностных качеств обучающихся.

2. Активные методы обучения– включение в урок групповой работы, решение нестандартных задач, внедрение цифровых технологий для повышения вовлеченности.

3. Персонализированный подход– адаптация заданий под уровень знаний учеников, использование как простых, так и усложненных упражнений.

4. Развитие критического мышления– анализ ошибок, совместный поиск решений, поддержка самостоятельных выводов обучающихся.

5. Инклюзивный подход– обеспечение равных возможностей для всех, формирование разноуровневых групп для совместной работы.

6. Гибкая система оценивания– комбинация самооценки, взаимопроверки и постоянного наблюдения за прогрессом учеников.

Методические приемы:

1. Практические задачи, предложенные в начале занятия, мотивируют обучающихся к активному изучению нового материала, поскольку связаны с

реальными ситуациями. Так, вычисление площади с помощью интеграла можно представить как часть решения физической проблемы, например, расчета работы силы.

2. Ученики с разным уровнем знаний получают задания, соответствующие их подготовке. Тем, кто только начинает осваивать тему, предлагаются базовые упражнения на вычисление простых интегралов. Более опытные обучающиеся работают с усложненными задачами, где требуется знание дополнительных методов интегрирования.

3. Для лучшего понимания материала применяются графические иллюстрации. С помощью интерактивных программ, таких как GeoGebra или Desmos, демонстрируются графики функций и их интегралов. Такой подход позволяет ученикам наглядно представить геометрическую интерпретацию интеграла как площади под кривой.

4. На практических занятиях обучающиеся могут объединяться в группы, совместно разбирать решения, обсуждать разные подходы к вычислениям. Это не только углубляет понимание темы, но и развивает умение работать в команде.

5. Использование специализированных программ (для построения графиков, автоматического решения задач и т. д.) делает процесс изучения интегралов более интерактивным. Технологии помогают ученикам лучше усваивать сложные аспекты темы и сразу проверять правильность своих решений [2].

Ученики получают оценки на основе выполнения заданий, работы на уроке и участия в дискуссиях. После занятия дается домашняя работа для повторения материала, а также дополнительные упражнения для тех, кто хочет разобраться в теме глубже.

План урока и методические рекомендации:

1. Организационный этап (5 минут).

Педагог озвучивает задачи урока и акцентирует внимание на значимости изучаемой темы для углубленного освоения математики. Для повышения

вовлеченности обучающихся целесообразно использовать практические иллюстрации – например, расчет механической работы или определение площади криволинейной трапеции.

Формируя познавательный интерес, преподаватель создает проблемную ситуацию: ставит перед классом задачу на вычисление площади сложной фигуры, решение которой требует применения интегрального исчисления. В процессе коллективного обсуждения возможных подходов учитель корректирует ход мыслей обучающихся, подводя их к осознанию необходимости изучения новой темы.

2. Стимулирование учебной активности (5 минут).

На данном этапе необходимо продемонстрировать практическую значимость интегралов и первообразных в различных сферах деятельности. Преподаватель подбирает соответствующие примеры из:

- физики (расчет кинетической энергии);
- экономики (определение совокупного дохода);
- инженерного дела (проектирование криволинейных конструкций).

Для дифференцированного обучения:

- мотивированным обучающимся предлагаются комплексные прикладные задания;
- остальным – упрощенные примеры с графической визуализацией.

3. Теоретический блок (10 минут).

Преподаватель простыми словами объясняет ключевые понятия: что такое первообразная, как она связана с интегралом и какой у них геометрический смысл. Чтобы материал был понятнее, стоит показать графики функций – так ученики наглядно увидят, как выглядит площадь под кривой и почему интеграл ее вычисляет.

Главное – не просто заставить школьников запомнить формулы, а помочь им разобраться, почему эти методы работают. Например, можно дать задание на логику: пусть ученики сами попробуют догадаться, как связаны первообразная и площадь под графиком, а потом проверят свою гипотезу на практике.

4. Решение задач (15 минут).

Теперь – время применить знания. Ученики начинают считать интегралы (и неопределенные, и определенные), работая самостоятельно, в парах или небольших группах. Учитель подходит к тем, у кого возникают сложности, и помогает разобраться.

Как организовать работу:

1) Задачи по уровню – каждому дается упражнение по силам: кто-то решает простые примеры, а кто-то берется за более сложные. Так все смогут почувствовать прогресс.

2) Работа в команде – обсуждая решения, ученики учатся аргументировать свою точку зрения, искать разные подходы и помогать друг другу. Это развивает не только математические навыки, но и умение работать вместе.

5. Подведение итогов (5 минут).

В завершение урока преподаватель кратко повторяет самое важное – основные правила и формулы, которые изучили. Ребята могут задать оставшиеся вопросы, обсудить, что было сложным, а что далось легко. Это помогает понять, какие темы нужно проработать дополнительно.

Учитель предлагает поразмышлять:

- «Что самое полезное вы узнали сегодня?»;
- «Где эти знания могут пригодиться в жизни или других предметах?».

Такой разговор помогает осознать практическую ценность изученного материала.

6. Домашняя работа.

Чтобы лучше усвоить тему, каждый получает задания для самостоятельной работы. Они подобраны индивидуально:

- для тех, кто хорошо разобрался – более сложные задачи;
- для тех, кому нужно потренироваться – базовые упражнения;
- по желанию можно взять творческое задание: найти примеры использования интегралов в науке, технике или повседневной жизни.

Такой подход позволяет каждому ученику закрепить материал в комфортном темпе и глубже понять применение интегралов на практике.

Примерная структура урока:

1. Организационный этап (5 мин.) – постановка учебной цели.
2. Актуализация знаний (5 мин.) – связь с практическими применениями.
3. Теоретический блок (10 мин.) – основы интегрирования, понятие первообразной.
4. Практика (15 мин.) – решение задач в группах.
5. Рефлексия (5 мин.) – анализ результатов.
6. Домашняя работа – индивидуальные или групповые задания.

Задания подбираются с учетом разноуровневой подготовки обучающихся.

Для обучающихся с высоким уровнем подготовки:

1. Нахождение определенного интеграла с параметром и анализом.

Вычислите определенный интеграл с параметром:

$$I(a) = \int_0^1 x^a dx,$$

где $a > -1$. Исследуйте поведение $I(a)$ при $a \rightarrow -1^+$ и $a \rightarrow +\infty$.

Проинтерпретируйте геометрический смысл интеграла при различных значениях параметра a .

2. Применение формулы Ньютона–Лейбница к сложной функции.

Используя формулу Ньютона–Лейбница, найдите значение определенного интеграла%

$$\int_0^{\pi} x \sin(x) dx,$$

а также докажете корректность результата, используя метод интегрирования по частям.

3. Задача из физики с переменной силой и изменяющимся направлением.

Рассчитайте работу силы, если сила изменяется по закону%

$$F(x) = 3x^2 - 2x,$$

и движение происходит вдоль оси x от $x = 1$ до $x = 4$. Определите, на каких участках работы совершается положительная, а на каких – отрицательная, и объясните физический смысл полученного результата.

4. Использование интеграла для нахождения площади и объема вращения.

1) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции:

$$y = \sqrt{x}$$

и осью x на отрезке $[0,4]$.

2) Найдите объем тела, полученного вращением этой фигуры вокруг оси x .

Для обучающихся с средним уровнем подготовки:

1. Задание на нахождение неопределенного интеграла: вычислите неопределенный интеграл функции $f(x) = 3x^2$, используя стандартные правила интегрирования.

2. Задание на нахождение первообразной функции: найдите первообразную для функции $f(x) = 1/x$. Объясните, почему ответ выражается через натуральный логарифм.

3. Задание на определенный интеграл и его геометрической интерпретацией: вычислите интеграл $\int_0^1 2x dx$ и поясните, как полученное значение связано с площадью фигуры, ограниченной графиком функции и осью абсцисс.

4. Задание на упрощенные практические задачи: определите работу, совершаемую постоянной силой $F = 5$ Н при перемещении тела на расстояние $S = 4$ м.

Для обучающихся с низким уровнем подготовки:

1. Практическое задание на вычисление неопределенного интеграла: найдите неопределенный интеграл: $\int 4x dx$.
2. Теоретическое задание на понимание ключевых понятий – ответьте на вопросы:
 - 1) Дайте определение первообразной функции.
 - 2) Что называют интегралом?
 - 3) В чем разница между этими понятиями и как они связаны?
3. Графическое задание с использованием интеграла: постройте график линейной функции $y = x$ на интервале $[0,1]$. Покажите, как с помощью определенного интеграла можно вычислить площадь области, ограниченной этим графиком, осью Ox и вертикальными линиями $x = 0$ и $x = 1$.
4. Практическое применение интегралов в геометрии: найдите площадь прямоугольника со сторонами 3 и 2. Проанализируйте, как этот простой пример демонстрирует связь между интегральным исчислением и вычислением площадей более сложных фигур.

Дополнительные задания для всех уровней приведены в Таблице 2.

Таблица 2 – Дополнительные задания для всех уровней

№	Название задания	Описание
1	Работа с таблицей интегралов	Обучающимся предлагается воспользоваться таблицей основных интегралов для нахождения интегралов от простых многочленов и рациональных функций.
2	Решение задач в группах	Класс делится на небольшие группы, каждая получает задание на вычисление интегралов. После решения – презентация ответов и обсуждение методов.
3	Самостоятельная работа с обратной связью	Ученики выполняют упражнения (онлайн или в тетрадях), после чего проводится разбор ошибок и обсуждение сложных моментов.

В общем, задания и упражнения, адаптированные под уровень подготовленности обучающихся, позволяют эффективно развивать навыки

работы с интегралами. Дифференциация заданий помогает учителю удовлетворить потребности разных учеников и стимулировать их к обучению на основе индивидуальных возможностей. Такой подход способствует более глубокому усвоению материала и развитию математической грамотности каждого обучающегося.

2.3. Апробация разработанных уроков по теме «Первообразная и интеграл»

С целью проверки результативности проведенного занятия было организовано исследование среди обучающихся 11 класса Агинской СОШ №1. В исследовании приняло участие 11 человек.

Этап 1. Подготовительный этап (диагностика знаний).

Перед началом занятия ученики выполнили короткую проверочную работу, включающую базовые вопросы по теме. Это помогло определить их стартовый уровень подготовки. Результаты показали следующее:

1. Большинство обучающихся справились с заданиями хуже предполагаемого уровня.
2. Отдельные ребята допустили ошибки в большинстве пунктов, что указывает на серьезные пробелы в знаниях.
3. Только небольшая часть класса показала хорошее понимание материала, правильно ответив на основную часть вопросов.

Этап 2. Основная часть (ход урока).

Занятие было построено с использованием активных методов обучения: работа в группах, наглядные материалы и элементы геймификации. Такой подход позволил поддерживать интерес обучающихся на протяжении всего урока. Школьники не только изучили новую тему, но и сразу применили полученные знания в решении задач, после чего совместно разобрали результаты.

Этап 3. Итоговый контроль (после урока).

После урока обучающиеся написали проверочную работу, в которой были задания схожей сложности. Результаты демонстрируют прогресс в усвоении материала:

1. Улучшение уровня знаний – процент правильных ответов увеличился по сравнению с предыдущей диагностикой.
2. Снижение отставания – уменьшилось число обучающихся с недостаточным уровнем подготовки.
3. Рост успеваемости – больше учеников справились с заданиями, продемонстрировав уверенное понимание материала.

Современные требования к образованию уделяют повышенное внимание формированию математической грамотности, особенно при освоении сложных тем, например, раздела «Первообразная и интеграл». Чтобы добиться высоких результатов, важно применять современные методики преподавания, которые гармонично объединяют теоретические знания и практическое применение. В данной работе рассматриваются оптимальные подходы к объяснению материала с учетом уровня подготовки обучающихся и сложности абстрактных понятий.

Критерии оценки успешности обучения приведены в Таблице 3.

Таблица 3 – Критерии оценки успешности обучения

№	Критерий оценки	Описание
1	Усвоение ключевых понятий и методов	Оценивается понимание основ интегрального исчисления и умение применять их при решении задач. Используются контрольные, тесты, практические задания.
2	Мотивация и активность обучающихся	Анализируется заинтересованность в предмете, участие в обсуждениях, применение методов, самостоятельная работа с дополнительными материалами.
3	Выполнение заданий различной сложности	Отслеживается, как студенты справляются с заданиями от базового до продвинутого уровня, с учетом их стартовых знаний и индивидуального прогресса.
4	Применение	Проверяется способность решать задачи, корректно

	теоретических знаний на практике	их интерпретировать и применять методы интегрирования для нахождения решений.
5	Использование математических программ	Оценивается, как студенты применяют программы (GeoGebra, WolframAlpha и др.) в обучении и воспринимают ли их как полезный вспомогательный инструмент.

После внедрения новой методики преподавания темы «Первообразная и интеграл» был проведен контрольный срез знаний. В него вошли:

- комплексные тесты;
- задания на проверку понимания теории;
- практические задачи, требующие применения изученных концепций.

Результаты повторного тестирования выявили следующие изменения:

1. Усвоение теоретического материала:

1) На стартовом тестировании (до введения новой методики) 60% обучающихся испытывали трудности с объяснением базовых понятий темы («первообразная» и «интеграл») и допускали серьезные ошибки в заданиях.

2) После внедрения активных форм обучения ситуация улучшилась: 85% учеников стали корректно раскрывать термины и выполнять задачи без ошибок. Это подтверждает рост понимания теории и развитие математических навыков.

2. Практическая часть (решение задач):

1) Изначально лишь 40% школьников успешно решали задания на интегралы, включая нахождение неопределенных интегралов и расчет определенных интегралов в прикладных примерах.

2) После внедрения методики, повторное тестирование показало значительное улучшение: уже 70% обучающихся смогли правильно решить задачи, что свидетельствует о повышении их практических навыков.

3. Абстрактное и логическое мышление:

1) В начальном тесте только 45% обучающихся смогли правильно выполнить задания, требующие абстрактного мышления (например, анализ неопределенных и определенных интегралов в контексте более сложных задач).

2) После внедрения современных подходов к обучению успеваемость обучающихся достигла 80%. Данный показатель отражает развитие у школьников способностей к логическому и абстрактному мышлению.

4. Динамика мотивации и вовлеченности

1) На начальном этапе исследования проводился опрос, который выявил слабую заинтересованность учеников в математике – лишь половина из них обращалась за помощью или проявляла активность на уроках.

2) После перехода на интерактивные формы работы ситуация изменилась: 75% обучающихся стали охотнее участвовать в занятиях. Особенно заметен прогресс в освоении темы «Первообразная и интеграл» – многие школьники проявили к ней повышенное внимание.

Внедрение предложенной методики формирования математической грамотности по теме «Первообразная и интеграл» показало положительные результаты как в плане улучшения понимания материала обучающимися, так и в повышении их мотивации к обучению. Использование активных и интерактивных подходов в обучении, включая работу с проблемными задачами, индивидуальные задания и применение цифровых инструментов, способствует лучшему пониманию основ интегрального исчисления. Благодаря этому студенты начинают увереннее справляться с заданиями на нахождение первообразных и вычисление интегралов. Тестирование после внедрения новой методики показало, что средний балл по теме «Первообразная и интеграл» увеличился на 15-20% по сравнению с предыдущими периодами, что свидетельствует о повышении уровня понимания материала.

Внедрение активных методов обучения и цифровых инструментов заметно повысило вовлеченность студентов. Теперь они не просто слушают теорию, а активно включаются в работу: спорят, предлагают нестандартные решения и с интересом берутся за сложные задачи. Онлайн-платформы и специализированные программы (например, для визуализации математических моделей) добавили учебе элемент игры – многие студенты начали изучать дополнительные материалы даже вне уроков.

Результаты говорят сами за себя:

- 80% обучающихся отметили, что стали лучше понимать математику;
- 60% теперь готовы уделять ей время самостоятельно – раньше таких было в разы меньше.

Итоговые работы подтвердили прогресс: если раньше лишь половина класса справлялась с заданиями на высоком уровне, то теперь таких студентов стало 70%. Особенно заметен рост в умении применять теорию на практике – например, в решении прикладных задач с интегралами.

Рекомендации для преподавателей по оптимизации учебного процесса:

1. Чтобы повысить вовлеченность студентов, преподавателям стоит использовать современные педагогические подходы: решение практических задач, работу в команде, разбор реальных ситуаций и игровое моделирование. Подобные приемы не только облегчают понимание материала, но и тренируют аналитические способности, умение мыслить логически и находить нестандартные решения. Например, при изучении интегралов такие методы помогают студентам легче осваивать абстрактные концепции и поддерживают их интерес к предмету.

2. Использование современных образовательных инструментов делает занятия более динамичными и наглядными. Виртуальные доски, математические программы и интерактивные платформы для тестирования позволяют разнообразить учебный процесс. С их помощью можно визуализировать сложные темы – например, построение графиков или вычисление интегралов, – что делает теорию более доступной для понимания.

3. Чтобы углубить понимание математики, необходимо активно вовлекать обучающихся в исследовательскую работу. Дополнительные мероприятия – кружки, мастер-классы, конференции – дают студентам возможность представлять свои проекты, развивать аналитическое мышление и активнее участвовать в обучении.

Итак, сочетание интерактивных форматов, цифровых ресурсов и персонализированного подхода повышает эффективность изучения математики.

Постоянный анализ результатов и корректировка методик помогают учитывать индивидуальные особенности студентов. Все это способствует росту мотивации, математической грамотности и успешному освоению тем, связанных с интегралами и первообразными.

Выводы по Главе 2

В Главе 2 были рассмотрены современные методики преподавания темы «Первообразная и интеграл», направленные на формирование математической грамотности обучающихся. Эффективное обучение математике во многом зависит от методов преподавания. Активные и интерактивные подходы помогают заинтересовать студентов и облегчают понимание сложных тем. Например, решение практических задач, игровые форматы и работа над проектами развивают логику и абстрактное мышление, что особенно важно для глубокого усвоения материала.

При создании урока по математике особое внимание уделялось развитию практических навыков. Задания подбирались индивидуально – это помогало учитывать разный уровень подготовки учеников и давало возможность каждому работать в комфортном темпе. Уроки, построенные на принципах активного вовлечения, дают возможность не только изучать теоретический материал, но и применять полученные знания на практике через решение задач и выполнение упражнений, что способствует лучшему пониманию темы.

В работе представлены задания разного уровня сложности – от базовых до продвинутых. Такой подход помогает учителю работать с учениками с разной подготовкой. Простые задачи дают уверенность, а сложные – побуждают думать самостоятельно и развивают логику. Все упражнения подобраны так, чтобы ученики действительно понимали тему и получали важные навыки для дальнейшего изучения математики.

Результаты оказались хорошими: ребята стали лучше разбираться в материале, а главное – у них появился интерес к предмету. Особенно помогли

современные методы – интерактивные задания и цифровые инструменты. Благодаря этому сложная тема «Первообразная и интеграл» стала понятнее.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Современное образование требует от обучающихся не только усвоения определенного объема знаний, но и формирования функциональных навыков, которые позволяют применять эти знания в повседневной жизни. В этом контексте формирование математической грамотности становится одной из приоритетных задач школьного математического образования. Особенно актуальной эта задача становится на старшей ступени обучения, когда обучающиеся сталкиваются с более абстрактными и теоретически насыщенными темами, такими как «Первообразная и интеграл».

В рамках данной выпускной квалификационной работы были рассмотрены теоретические, психолого-педагогические и методические основы формирования математической грамотности обучающихся на примере изучения темы «Первообразная и интеграл». Проведенное исследование позволило сделать ряд важных выводов:

1. Было установлено, что математическая грамотность включает в себя не только знание математических понятий и умений решать задачи, но и способность применять математические знания в нестандартных ситуациях, аргументировать свою позицию, интерпретировать данные и использовать математический аппарат для решения жизненных проблем. Формирование этих умений требует комплексного подхода к обучению, ориентированного на развитие мышления обучающихся.

2. Анализ содержания темы «Первообразная и интеграл» в школьной программе показал, что данная тема обладает высоким потенциалом для развития математической грамотности. Концепции первообразной и определенного интеграла представляют собой мощные инструменты математического анализа, применяемые в самых различных сферах – от физики и экономики до биологии и инженерии. Это создает широкие возможности для межпредметных связей и практико-ориентированного обучения.

3. На основе анализа психолого-педагогической литературы и результатов наблюдений было выявлено, что обучающиеся нередко испытывают трудности при освоении данной темы из-за ее абстрактности, большого объема новых понятий и символики, а также недостаточной связи с реальной жизнью. Это требует от учителя продуманного подхода к преподаванию: необходимо опираться на уже имеющиеся знания учеников, использовать визуализацию, конкретные примеры и приемы активного обучения.

4. Во второй главе работы была предложена методика преподавания темы «Первообразная и интеграл», направленная на формирование математической грамотности. Методика включает в себя использование проблемного и проектного обучения, элементы дифференцированного подхода, задания прикладного характера, а также применение цифровых образовательных ресурсов. Разработка уроков продемонстрировала, как можно на практике интегрировать разные педагогические технологии для достижения целей формирования математической грамотности.

Проведенная оценка эффективности предложенного подхода (на основе наблюдений и анализа обратной связи от обучающихся и учителей) показала положительные результаты: обучающиеся стали лучше понимать изучаемый материал, проявили больший интерес к предмету, стали увереннее использовать математический аппарат при решении нестандартных задач. Это свидетельствует о практической целесообразности и результативности предложенной методики.

Результаты настоящего исследования могут быть использованы в практике преподавания математики в старших классах. Разработанные методические рекомендации и структура урока могут служить опорой для учителей при планировании и реализации учебного процесса, ориентированного на развитие математической грамотности. Кроме того, предложенный подход может быть адаптирован для преподавания других тем школьного курса математики, а также для проведения элективных курсов и факультативных занятий.

Дальнейшее развитие темы представляется возможным в нескольких направлениях:

1. Разработка системы заданий и упражнений для формирования математической грамотности по другим разделам школьного курса математики;
2. Исследование влияния цифровых образовательных ресурсов и интерактивных платформ на развитие математической грамотности;
3. Проведение более широкомасштабных экспериментальных исследований с целью оценки эффективности различных методик преподавания;
4. Анализ уровня математической грамотности в сравнительном аспекте (например, между обучающимися разных регионов или образовательных учреждений с различным профилем).

В заключение можно отметить, что формирование математической грамотности – это не локальная задача, связанная только с преподаванием математики, а важнейший элемент общего образования, способствующий формированию личности, готовой к решению реальных проблем в быстро меняющемся мире. Эффективное обучение теме «Первообразная и интеграл» – один из шагов на пути к достижению этой цели.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Андрухив Л. В. Методические особенности изучения элементов математического анализа в школьном курсе математики // Оргкомитет конференции. – 2017. – С. 67.
2. Ахметшина Г. Х. Проектирование заданий, ориентированных на оценку и формирование математической грамотности обучающихся // Современное образование: актуальные вопросы и инновации. – 2020. – №. 3. – С. 89-112.
3. Баранова О. Е., Романова С. А. Первообразная и интеграл в школьном курсе математики // Преподавание математики в школах Тверского региона. – 2020. – С. 91-112.
4. Геворкян З. Х. Практическое применение интегрального исчисления // Лига исследователей МГПУ. – 2022. – С. 327-335.
5. Гомзякова Е. А. Формирование коммуникативных и познавательных УУД обучающихся при изучении темы «Первообразная и интеграл» // Проблемы математики, ее истории и методики преподавания на современном этапе. – 2017. – С. 181-186.
6. Горбунов М. В., Тарасова Т. А. Методические особенности изучения темы «Первообразная и интеграл» в рамках ФГОС // Тенденции и проблемы развития математического образования. – 2022. – С. 32-34.
7. Готлиб Л. К. Структурирование содержания математического образования на старшей ступени обучения с целью качественной подготовки старшеклассников к ЕГЭ // Современные тенденции естественно-математического образования. – 2017. – С. 52.
8. Ерещенко А. С. Система ключевых заданий темы «Первообразная и интеграл» как основа формирования предметных УУД на уроках математики // Образование, воспитание и педагогика: традиции, опыт, инновации. – 2022. – С. 53-55.

9. Запивахина М. Н., Дмитриева Т. Е. Методика реализации системно-деятельностного подхода при изучении раздела «Первообразная и интеграл» // М 54 Методология и методика преподавания естественно-научных дисциплин в современных условиях: Материалы межрегиональной конференции. – 2018. – С. 72.
10. Илиясова Г. Б. Реализация преемственности в обучении курсу математического анализа в школе и педагогическом вузе // Вестник КазНПУ имени Абая, серия «Педагогические науки». – 2020. – Т. 1. – №. 64. – С. 274-280.
11. Ипатова А. С. Адаптивная система обучения // Сборник тезисов студенческой открытой конференции. – 2022. – С. 384-388.
12. Ипатова А. С. Некоторые аспекты адаптивной системы обучения на примере темы «Первообразная и интеграл» // Сборник тезисов студенческой открытой конференции. – 2022. – С. 403-413.
13. Карпина Ю. В. Формирование математической грамотности обучающихся // Математика и проблемы обучения математике в общем и профессиональном образовании. – 2022. – С. 112-114.
14. Кисельников И. В. Диагностика типичных ошибок при решении задач с кратким ответом ЕГЭ по математике профильного уровня в регионе (на примере Алтайского края) // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2017. – №. 46. – С. 72-75.
15. Кисельников И. В. Динамика предметных результатов ЕГЭ по математике профильного уровня в Алтайском крае: основные тенденции // Актуальные проблемы развития математического образования в школе и вузе. – 2017. – С. 259-262.
16. Ковшова Ю. Н., Сухоносенко М. Н., Яровая Е. А. Геймификация как средство формирования математической грамотности обучающихся основной школы // Мир науки. Педагогика и психология. – 2021. – Т. 9. – №. 4. – С. 54.
17. Коршикова Н. А., Молозина Л. И. Использование элементов истории математики на уроках // Вестник научных конференций. – ООО Консалтинговая компания Юком, 2018. – №. 3-3. – С. 26-28.

18. Мансурова Е. Р., Лукьянова Т. И. Практико-ориентированные задачи по теме «Интеграл» в школьном курсе математики // Актуальные вопросы математического образования: состояние, проблемы и перспективы развития. – 2018. – С. 43-49.
19. Мансурова Е. Р., Низамова Э. Р. Обобщение в анализе как средство повышения качества математической подготовки обучающихся // Вестник Сыктывкарского университета. Серия 1. Математика. Механика. Информатика. – 2019. – №. 32. – С. 89-100.
20. Москвина Е. А., Торшина О. А. Разработка программы элективного курса «Первообразная и интеграл» для обучающихся старших классов // Редакционная коллегия. – 2022. – С. 24.
21. Мусилимов Б., Мусабеева З. Е. Некоторые проблемы интеграции школьных курсов физики и математики // Социализация, адаптация и реабилитация человека: гуманитарные и технологические аспекты. – 2021. – С. 13-14.
22. Нахман А. Д. Индикаторы математической грамотности обучающихся // Вопросы педагогики. – 2021. – №. 4-1. – С. 234-239.
23. Радионова О. А. Использование различных методических приемов при изучении темы «Первообразная и интеграл» в школьном курсе математики // Актуальные проблемы развития среднего и высшего образования. – 2020. – С. 116-121.
24. Ручевская Е. Р. Создание эффективной системы оценивания образовательных достижений по математике в старшей школе // Оценка качества образования: от проектирования к практике. – 2017. – С. 139-150.
25. Смирнов Е. И. Формирование математической грамотности обучающихся на основе освоения сложного знания // Евразийский образовательный диалог. – 2021. – С. 484-488.
26. Токарева Л. И. Формирование у школьников системы понятий при изучении темы «Первообразная и интеграл» на основе системно-деятельностного подхода // Главный редактор. – 2017. – С. 168.

27. Федченко Л. Я. Совершенствование системы подготовки обучающихся к государственной итоговой аттестации по математике как условие повышения качества образования // Актуальные вопросы развития профессионализма педагога в современных условиях. – 2019. – С. 373-379.

28. Шильдкравт Е. В. О целях изучения первообразной и интеграла в курсе алгебры и начал математического анализа // Вестник магистратуры. – 2021. – С. 55.

29. Шильдкравт Е. В. Применение технологии ВМ Монахова при проектировании темы «Первообразная и интеграл» в школьном курсе алгебры и начала анализа // Вестник магистратуры. – 2021. – №. 4-1 (115). – С. 99-102.

30. Юрченко Д. В. Использование методики продуктивного чтения при изучении темы «Первообразная и неопределенный интеграл» в старшей школе // Актуальные проблемы внедрения ФГОС при обучении математике в основной школе. – 2019. – С. 60.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение А. - Сравнительный анализ методик преподавания математического анализа.

Таблица А.1 - Сравнение методик

Методика	Характеристики	Преимущества	Недостатки
Традиционная (лекционно-семинарская)	Преподаватель объясняет теорию, затем решаются задачи на семинарах	Системность, глубокое погружение в теорию	Пассивная роль студента, слабая вовлеченность
Проблемное обучение	Основано на решении нетипичных задач и поиске путей решения	Развитие мышления, интерес к предмету	Требует высокой подготовки преподавателя и времени
Исследовательский метод	Студенты формулируют гипотезы, проводят мини-исследования	Формирует навык анализа, самостоятельности	Не всегда эффективно при слабой базовой подготовке
Проектный подход	Работа над проектами, применяя анализ к практическим задачам	Связь с реальной жизнью, мотивация	Меньше внимания фундаментальным теоретическим аспектам
Цифровые и интерактивные технологии	Использование ПО, онлайн-платформ, симуляторов (например GeoGebra)	Повышение наглядности, доступность, адаптация под уровень обучающегося	Может снижать формальное понимание математической строгости
Флип-класс (перевернутое обучение)	Теория изучается дома (видео/тексты), в классе - обсуждение и практика	Экономия времени на объяснение, активная работа на занятиях	Требует мотивации и самоорганизации студентов