

Содержание

Введение.....	2
Глава 1 Теоретические основы формирования навыков решения комбинаторных задач у обучающихся 5 класса.....	5
1.1 Место и содержание комбинаторики в курсе математики 5 класса	5
1.2 Дидактические основы обучения комбинаторным задачам обучающихся 5 класса.....	13
Глава 2 Организация обучения решению комбинаторных задач в 5 классе ..	22
2.1 Цикл уроков по теме «Решение комбинаторных задач» в рамках математической подготовки обучающихся 5 класса.....	22
2.2 Педагогическая апробация: основные этапы и результаты.....	31
Заключение	38
Список использованных источников	40
Приложение А	46
Приложение Б.....	51
Приложение В.....	55

Введение

Актуальность исследования. В соответствии с обновленным федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования элементы комбинаторики входят в содержание учебного курса «Вероятность и статистика» учебного предмета «Математика» [37]. Этот материал необходим для формирования у обучающихся математической грамотности – умения осуществлять перебор и подсчет возможных вариантов в ходе решения комбинаторных и вероятностных задач.

С 2023 года федеральной программой учебного предмета «Математика» на базовом и углубленном уровнях предусмотрено выделение для изучения учебного курса «Вероятность и статистика» 1 часа в неделю учебного времени, начиная с 7-го класса [38]. В школьном курсе математики предусмотрен этап пропедевтики изучения элементов комбинаторики в 5-6 классах. В содержание федеральных школьных учебников по математике включены простейшие комбинаторные задачи, но отсутствуют методические рекомендации по обучению решению комбинаторных задач в 5-6 классах [25].

До 2023 года включение в программу основной школы изучения комбинаторики, статистики и теории вероятностей было определено в соответствии с указанием Министерства образования Российской Федерации от 23 сентября 2003 года о внедрении этих элементов в содержание математического образования основной школы». С 2003 года стало обязательным включение элементов комбинаторики, статистики и теории вероятностей в учебный план основной школы. Учебные комплексы, представленные в ранее утвержденных федеральных списках учебников для уроков математики в 5-6 классах и алгебры в 7-9 классах, содержали различные аспекты вероятности, статистики и комбинаторики. В учебниках для 5 класса была предусмотрена отдельная тема «Комбинаторика», где

изучались различные методы решения простых комбинаторных задач [26]. С 2012 года элементы комбинаторики и теории вероятности входят в содержание итоговой государственной аттестации выпускников общеобразовательных школ [8]. Однако, анализ результатов итоговой аттестации и наблюдение за реальной практикой обучения математике показывают, что некоторые обучающиеся не обладают прочными знаниями в области комбинаторики и испытывают затруднения при решении комбинаторных задач [28].

Вопросы методики обучения школьников элементам комбинаторики рассматривались в работах Е.А. Бунимовича [6], А.Н. Колмогорова [14], Ю.Н. Макарычева [22], А.Я. Хинчина [39] и др. Анализ научно-методической литературы показал, что большинство исследователей подчеркивают сложность в освоении учащимися комбинаторных знаний и умений.

Поиск и разработка результативных технологий формирования математической грамотности у обучающихся в области комбинаторики на сегодня остается одной из актуальных проблем школьного математического образования.

Гипотеза исследования: если в процессе математической подготовки обучающихся 5 класса применять специальный цикл уроков, то это будет способствовать формированию умения решать комбинаторные задачи.

Цель исследования: обоснование и экспериментальная проверка методических рекомендаций по формированию умения решать комбинаторные задачи.

Объект исследования: математическая подготовка обучающихся 5 класса.

Предмет исследования: дидактические условия формирования умения решения комбинаторных задач.

Для достижения цели исследования в ходе исследования решались следующие задачи:

- 1) Описать значение, место и содержание комбинаторики в курсе математики 5 класса, типы комбинаторных задач, решаемых в 5 классе.
- 2) Разработать диагностическую карту для оценки и измерения уровня сформированности умений решения комбинаторных задач у обучающихся по окончании 5 класса.
- 3) Описать дидактические условия формирования умений решения комбинаторных задач у обучающихся 5 класса.
- 4) Разработать цикл уроков по теме «Решение комбинаторных задач» в рамках математической подготовки обучающихся 5 класса.
- 5) Провести педагогическую апробацию, проанализировать и описать его результаты.

Глава 1 Теоретические основы формирования умения решения комбинаторных задач у обучающихся 5 класса

1.1 Место и содержание комбинаторики в курсе математики 5 класса

Комбинаторика в курсе математики 5 класса занимает ограниченное, но концептуально важное место. Хотя она не выделена в школьной программе как самостоятельный раздел, элементы комбинаторного мышления постепенно вводятся через задачи на перебор вариантов, упорядочивание, составление всех возможных комбинаций и начальные представления о систематическом поиске решений. Эти задачи встречаются в разделах, связанных с логическим мышлением, счетом, введением в алгебраическое мышление и работой с таблицами и схемами.

Содержательно комбинаторика в 5 классе проявляется прежде всего через практико-ориентированные задания: «Сколькими способами можно рассадить учеников?», «Сколько различных сочетаний одежды можно составить из двух футболок и трех брюк?», «Сколько различных маршрутов из точки А в точку В, если можно двигаться только вправо и вверх?». Такие задачи позволяют обучающимся интуитивно познакомиться с основными принципами комбинаторики – правилами умножения и сложения, принципом систематического перебора, начальным представлением о перестановках и сочетаниях [35].

Методически важно, что комбинаторные задачи в 5 классе не предполагают строгого введения терминов «перестановка», «сочетание» или «размещение». Вместо этого обучение строится на наглядности, моделировании, использовании таблиц, списков, схем, деревьев вариантов. Это позволяет обучающимся осваивать комбинаторную логику на доступном уровне, развивая при этом важнейшие когнитивные навыки — умение систематизировать, классифицировать, анализировать и делать выводы на основе наблюдений [16].

С педагогической точки зрения, комбинаторика в 5 классе выполняет важную развивающую функцию: она помогает формировать у учащихся представления о полноте и точности решения, способствует развитию критического мышления и внимательности. Такие задачи создают благоприятные условия для работы с одарёнными детьми, а также позволяют успешно включать элементы дифференцированного обучения.

Наконец, комбинаторные задания являются мостом между арифметическим мышлением и формированием элементов алгебраического и вероятностного мышления. Они также соответствуют требованиям формирования функциональной и математической грамотности учащихся, как это отражено в обновлённых ФГОС и международных исследованиях PISA. Таким образом, несмотря на небольшое количественное присутствие в учебной программе, комбинаторика играет важную роль в содержании курса математики 5 класса, закладывая основы для последующего освоения более сложных математических понятий [3].

Представителям различных профессий приходится решать задачи, в которых используются зависимости различных букв, цифр или других объектов. Например, начальнику цеха необходимо распределить работу между имеющимися средствами, агроному – связать сельскохозяйственные культуры на полях, а заведующей учебной частью школы – организовать планирование уроков. Ученые-химики исследуют связи между атомами и молекулами, лингвистический анализ определяют значение слов изучаемого языка. Комбинаторика – это раздел математики, который занимается изучением количества различных комбинаций, соответствующих условиям, созданным из заданных объектов. Эта область науки существовала уже в XIX веке. В то время азартные игры были широко распространены среди привилегированных слоев общества, и многие комбинаторные задачи касались именно этой сферы, например, определение количества способа выбросить количество очков в кости или получить определенное решение карты в карточной игре [29].

На практике получается, что непонимание комбинаторных концепций в детстве делает их понимание в более зрелом возрасте гораздо более сложной задачей. Многие аспекты комбинаторики непонятны и противоречат обыденному опыту. Однако с возрастом человек накапливает опыт, и комбинаторика становится более понятной. С учетом этих изменений возникает необходимость включения комбинаторики в школьную программу по математике. В прошлом уже предполагалось внедрение комбинаторных концепций как отдельного раздела в школьной программе. В 80-е годы элементы теории вероятностей и математической статистики были включены в программы профильных классов. В настоящее время ситуация в обществе принципиально изменилась, и это позволяет предположить, что формируемые вероятностным материалом знания и умения будут востребованы широким кругом людей, они станут наравне с компьютерной грамотностью неотъемлемой составляющей общекультурной подготовки современного человека.

Элементы комбинаторики в обязательном порядке входят как в содержание математической подготовки школьников, так и в содержание итоговой государственной аттестации выпускников общеобразовательных школ. В состав образовательных результатов математической подготовки входит формирование комбинаторных представлений и развитие комбинаторного мышления школьников [37].

В обучении математике роль комбинаторики постоянно возрастает, поскольку в ней заложены большие возможности не только развития мышления обучающихся, но и для подготовки их к решению проблем, возникающих в повседневной жизни.

Школьный курс математики содержит обязательные разделы[45]:

5-6 класс

1. Арифметика;
2. Числовые и буквенные выражения. Уравнения;
3. Измерения геометрических величин. Геометрические фигуры;

4. Элементы комбинаторики;

5. Математика в истории развития.

Согласно новым стандартам образования в основной школе, а именно в 5-9 классах требования к предметным результатам математики должны отражать[45]:

1.Формирование представлений о математике как о методе познания действительности, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления.

2. Развитие умений работать с учебным математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и символики, проводить классификации, логические обоснования, доказательства математических утверждений.

3. Развитие представлений о числе и числовых системах от натуральных до действительных чисел; овладение навыками устных, письменных, инструментальных вычислений.

4. Овладение символьным языком алгебры, приемами выполнения тождественных преобразований выражений, решения уравнений, систем уравнений, неравенств и систем неравенств; умения моделировать реальные ситуации на языке алгебры, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат.

5. Овладение системой функциональных понятий, развитие умения использовать функционально-графическое представления для решения различных математических задач, для описания и анализа реальных зависимостей.

6. Овладение геометрическим языком; развитие умения использовать его для описания предметов окружающего мира; развитие пространственных представлений, изобразительных умений, навыков геометрических построений.

7. Формирование систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах, представлений о простейших пространственных телах; развитие умений моделирования реальных ситуаций на языке геометрии, исследования построенной модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решения геометрических и практических задач;

8. Овладение простейшими способами представления и анализа статистических данных; формирование представлений о статистических закономерностях в реальном мире и о различных способах их изучения, о простейших вероятностных моделях; развитие умений извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, описывать и анализировать массивы числовых данных с помощью подходящих статистических характеристик, использовать понимание вероятностных свойств окружающих явлений при принятии решений.

9. Развитие умений применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин с использованием при необходимости справочных материалов, компьютера, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах.

В 5-9 классе в содержание раздела «Элементы статистики, вероятности. Комбинаторные задачи» входят такие темы как [36]:

- 1) представление данных в виде таблиц, круговых и столбчатых диаграмм и графиков;
- 2) среднее арифметическое;
- 3) случайное событие;
- 4) достоверные и невозможные события;
- 5) вероятность случайного события;
- 6) решение комбинаторных задач;
- 7) изучения правил суммы и произведения.

В результате изучения данного раздела, обучающиеся приобретут следующие умения [35]:

- 1) использовать простейшие способы представления и анализа статистических данных;
- 2) решать комбинаторные задачи на нахождение количества объектов и комбинаций;
- 3) различать стандартные обозначения числовых множеств, приводить примеры числовых множеств.

К выполнению заданного курса в учебниках разных авторов, каждый подошел по своему (таблица 1). Где-то элементы комбинаторики выделены отдельным параграфам, а где-то включены в тему урока как приложения.

Таблица 1. Анализ содержания стохастической линии в школьных учебниках 5 класса

№ п/п	Автор учебника	Наименование разделов и тем	Краткое содержание	Количество часов
1	Дорофеев Г.В., Шарыгин И.Ф., Суворова С.Б., Бунимович Е.А. и др.	Случайные события	События: случайные, достоверные, невозможные, равновероятные. Задачи на определение вероятности наступления события.	2
2	Виленкин Н.Я., Жохов В.И.	В учебнике нет материала по теме «Комбинаторика», как отдельный раздел, не приложением. В учебнике 5 класса всего 13 задач на перебор вариантов	Решение задач методом перебора возможных вариантов	2
3	Зубарева И.И., Мордкович А.Г.	Введение в вероятность. Достоверные, невозможные и случайные события. Комбинаторные задачи.	Задачи на определение характера событий (достоверное, невозможное, случайное). Решение методом 3 10 перебора вариантов.	3
4	Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С.	Комбинаторные задачи.	Комбинаторные задачи, древо возможных	5

		вариантов	
--	--	-----------	--

Проанализировав ряд учебников по математике 5-9 классов, было установлено, что в рамках школьной программы обучающимся предоставлено небольшое количество информации о различных приёмах решения комбинаторных задач и тренировочных задач по теме «Элементы комбинаторики и теории вероятностей».

Однако для развития навыка решения комбинаторных задач крайне важно овладение комбинаторным мышлением. Комбинаторное мышление – это способность человека к решению комбинаторных задач. Комбинаторное мышление - это способность анализировать и решать задачи, связанные с различными комбинациями и перестановками элементов. Оно позволяет рассматривать объекты как часть системы, искать закономерности в их сочетаниях и определять количество возможных вариантов. Комбинаторное мышление важно для решения задач в математике, информатике, логике, а также в реальных ситуациях, где требуется анализировать различные варианты действий или решений.

Оно представляет собой переходную форму от образного мышления к абстрактно-логическому и включает в себя разные элементы: мотивационные, операционные, содержательные, абстрактно-логические и образные.

Суть комбинаторного мышления состоит в поиске и преобразовании одних элементов в другие, придании им новых форм и комбинаций.

Существует три типа комбинаторного мышления:

- 1) наглядно-образный и наглядно-действенный;
- 2) продуктивный и репродуктивный;
- 3) теоретический и практический.

Развитие комбинаторного мышления формирует у человека способность к поиску оптимальных комбинаций компонентов различных

ситуаций, позволяет находить многообразие возможных вариантов и прогнозировать вероятные последствия таких комбинаций.

Комбинаторные задачи, основанные на реальных ситуациях, помогают учащимся лучше понимать окружающий мир, развивают у них навыки анализа и принятия решений. Учителя должны помочь учащимся освоить различные типы комбинаций и научить подсчитывать их количество с использованием различных методов, включая метод перебора. Комбинаторные задачи, основанные на реальных ситуациях, важны для практического применения в различных областях жизни. Решение таких задач способствует развитию логического мышления и навыков проблемного решения. Ученики, работая с такими задачами, готовятся к реальным ситуациям, где необходимо учитывать разнообразные варианты и условия.

Использование метода перебора и перечисление всех возможных вариантов способствует развитию комбинаторного типа мышления, под которым понимают переходную форму от образного мышления к абстрактно-логическому и включает в себя разные элементы: мотивационные, операционные, содержательные, абстрактно-логические и образные. Метод перебора в комбинаторике используется для нахождения всех возможных комбинаций элементов заданного множества. Он заключается в систематическом перечислении всех вариантов в соответствии с заданными условиями. Этот метод позволяет рассмотреть все возможные варианты решения задачи и найти их количество или конкретные комбинации.

Метод перебора всевозможных вариантов не только полезен при решении комбинаторных задач, но и при решении проблем в различных областях знаний. Освоение метода перебора имеет важное значение для учащихся и может быть успешно применено уже на начальном этапе обучения.

Процесс решения комбинаторных задач на уроках математики в 5 классе способствует пропедевтики изучения учебного курса «Вероятность и статистика».

1.2 Дидактические основы обучения комбинаторным задачам обучающихся 5 класса

На основании общих положений ФГОС ООО, стандарт включает в себя требования к условиям реализации основной образовательной программы основного общего образования [37]. Образовательная политика государства определяет требования к дидактическим условиям преподавания, определяемые федеральным образовательным стандартом. В связи с новыми требованиями меняются и образовательные подходы к обучению. Результаты обучения должны быть обеспечены сформированными компетенциями, которые обеспечат учащимся успешное будущее. Учащиеся смогут обладать способностью к решению возникающих учебных и жизненных ситуаций разными способами. Для этого необходимо создавать новые дидактические условия для выработки таких умений и навыков. Поскольку общество диктует свои запросы, и бросает вызовы современному человеку, необходимо менять содержание дидактических условий. Важно трансформировать дидактические условия, чтобы они соответствовали требованию времени.

По мнению Анохиной Г. М. дидактические условия, создаются в образовательном процессе с помощью лично ориентированной технологии совокупностью педагогических средств в содержании [2]. Ученик как субъект, для него создаются условия, организованные учителем, в которых он проявляет самостоятельность, когда добывает знания из учебника, электронных источников информации. Создавая различные ситуации во время урока, предметная деятельность обретает новый смысл.

Дидактические условия могут выступать как активаторы операциональных структур мышления учения.

По словам Егориной В. С. предлагается следующая система дидактических условий:

- 1) специально отобранное содержание процесса обучения школьников мыслительным операциям;
- 2) обеспечение единства мотивационного, содержательного и операционного компонентов обучения;
- 3) единство репродуктивного и продуктивного характера познавательной деятельности учащихся;
- 4) постепенное повышение степени их самостоятельности в овладении мыслительными операциями;
- 5) побудительно-интенсифицирующая деятельность учителя [10].

В современных педагогических исследованиях ученые – дидакты С. И. Архангельский, П. Я. Гальперин, К. Келли, Н. Ф. Талызина выделяют систему условий эффективности управления деятельностью учащихся по усвоению знаний. Применение системного подхода к организации процесса обучения с неизбежностью ставит вопрос о структуре той или иной системы. Характерными признаками структуры являются устойчивые и существенные взаимосвязи элементов системы.

Дидактика в понятии П. И. Пидкасистого – это педагогическая теория обучения, дающая научное обоснование его содержания, методов и организационных форм [30]. Дидактика – это наука о теориях образования и технологиях обучения [23]. В дидактике осуществление воспитательной функции обучения предлагается через реализацию эмоционально-ценностного компонента образования (М.Н. Скаткин, И.Я. Лернер, В.В. Краевский, И.К. Журавлев и др.) [18]. Система дидактических условий должна состоять из взаимосвязанных и взаимообусловленных дидактических средств и методов. Дидактическими условиями в образовательном процессе может выступать отбор и содержание материала урока. На сегодняшний день

в условиях современного образовательного процесса дидактика обеспечивает взаимодействие форм, методов, средств обучения, в результате которого происходит взаимодействие учащихся с учителем и между учащимися. Результаты обучения достигаются тогда, когда педагог качественно выбирает подход, оптимально подходит к отбору содержания учебного материала, к достаточным методам и средствам обучения. Дидактические условия могут быть обеспечены методами обучения, направленными на эффективность обучения учащихся. Таким образом, дидактические условия для развития личности создаются совокупностью педагогических средств, обеспечивают в учебном процессе образовательную среду посредством различных технологий, осуществляемых учителем [21]. Одним из процессов трансформации дидактических условий является создание образовательных маршрутов учащихся в образовательном процессе, которые сопровождаются во время урока учителем. На сегодняшний день автор предлагает в рамках образовательного процесса проводить урок, где создаются ситуации сотрудничества и взаимодействия как между учителем и учащимся, так и между учащимися. В данном формате урока образовательный маршрут в единстве обеспечит развитие учащихся и их взаимодействие, а также индивидуализацию образовательного процесса. Меняя подход к обучению, меняя формат урока, обеспечиваются дидактические условия для реализации ФГОС. Внедряя образовательный маршрут в образовательный процесс применяется системно-деятельностный подход в практике обучения, который в себя включает активную деятельность учащихся на уроке.

Решение комбинаторных задач может представлять для учащихся особую сложность, так как требует способности абстрагироваться от конкретных объектов и действий, а также применять умения анализа, синтеза и классификации. Задачи такого рода встречаются в федерал

ьном учебнике по математике крайне редко, что ограничивает их педагогический потенциал [24]. Для школьников решение комбинаторных задач может быть сложным из-за абстрактности, непривычности,

комбинаторной сложности, отсутствия эффективных методов, возможных ошибок в подсчете.

Одной из основных задач учителя математики на этапе пропедевтики изучения курса «Вероятность и статистика» является включение комбинаторных задач в содержание обучения математике в 5 классе.

При этом необходимо обратить внимание на следующие требования к системам задач, направленным на овладение методом комбинаторного перебора:

1. Задачи должны иметь доступный и понятный для школьников сюжет из повседневной жизни.
2. Начинать следует с задач с небольшим количеством возможных ответов.
3. Постепенное усложнение задач предполагает добавление дополнительных условий к исходным, начиная с простых и переходя к более сложным.
4. Для решения комбинаторных задач могут применяться следующие методы: перебор возможных вариантов; построение дерева перебора вариантов; использование таблиц; построение графов.

В задачах комбинаторики часто необходимо определить количество комбинаций, удовлетворяющих определенным условиям, из конечного набора объектов. Решение комбинаторных задач включает в себя несколько шагов. Сначала необходимо определить условия задачи и выделить все доступные варианты или элементы. Затем следует выбрать подходящий метод решения, такой как метод перебора, использование формул комбинаторики или построение графов. После этого проводится подсчет или анализ всех возможных комбинаций с учетом заданных условий. Важно также проверить полученное решение на корректность и выполнить необходимые расчеты. В простых случаях можно перечислить все нужные комбинации и подсчитать их количество. Однако при несистематическом перечислении можно пропустить некоторые комбинации или, наоборот,

посчитать одну комбинацию несколько раз. Поэтому рекомендуется при перечислении вариантов следовать двум правилам.

1. Даем каждой комбинации уникальный код или номер, чтобы каждая из них была однозначно определена.

2. Упорядочиваем комбинации в алфавитном порядке (при использовании букв) или по возрастанию чисел (при использовании цифр). Этот подход гарантирует, что не будет пропущено ни одно сочетание и исключает дублирование комбинаций.

Задача 1. Маша планирует съесть яблоко, сливу и мандарин, но она не определилась с порядком. Сколько возможных способов выбора последовательности у Маши?

Решение. Пусть Я обозначает яблоко, С – сливу, М – мандарин. Тогда, например, СМЯ представляет собой вариант, когда Маша сначала съест сливу, затем мандарин, и, наконец, яблоко. Давайте перечислим варианты в алфавитном порядке: МСЯ, МЯС, СМЯ, СЯМ, ЯМС, ЯСМ.

Получилось 6 вариантов [42].

Давайте рассмотрим ещё один метод для решения комбинаторных задач, который называется методом дерева вариантов. Он часто применяется, когда нужно перечислить все возможные комбинации элементов. Название этого метода происходит от его визуального подобия дереву.

Рассмотрим построение дерева вариантов, решая задачу.

Задача 2: Мистер Фокс, енотик Петр и бельчонок Белла купили три билета в кино на 1-е, 12-е и 19-е места. Сколько существует различных способов занять эти места?

Решение.

На первое место может сесть любой из троих друзей. На 12-е место любой из двоих оставшихся, а на 19-е место последний. Изобразим сказанное (рис. 1) с помощью дерева вариантов. Вершины графа первые буквы имён друзей: Ф, П и Б.

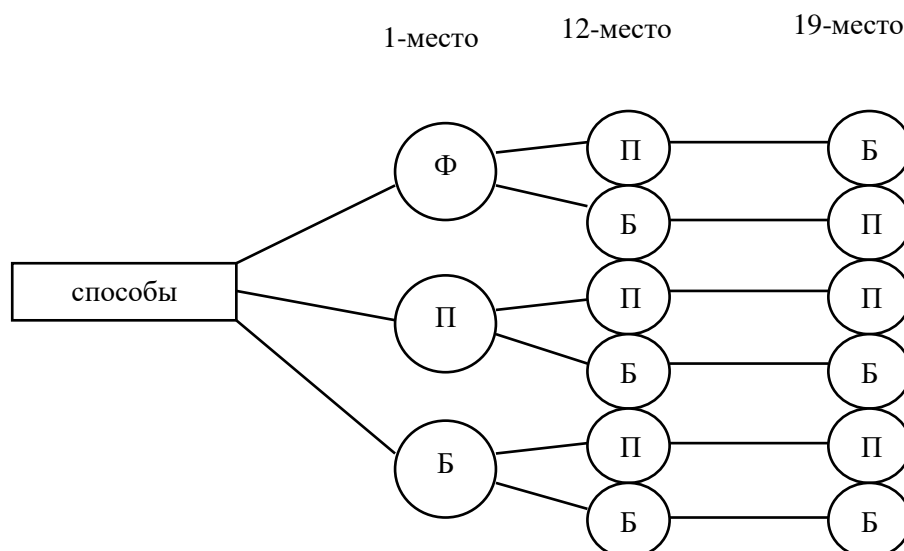


Рисунок 1 – Решение задачи 2 методом построения дерева вариантов

Таким образом, упорядоченные комбинации будут следующими: ФПБ, ФБП, ПФБ, ПБФ, БФП, БПФ. Существует всего 6 различных способов занять места [9].

Решить комбинаторные задачи можно с помощью таблиц. Они, как и дерево возможных вариантов, наглядно представляют решение таких задач.

Задача 3. Сколько нечетных двузначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 4, 6, 7, 8, 9?

Решение. Нужно составить таблицу: слева первый столбец – первые цифры искомых чисел, вверху первая строка - вторые цифры.

	1	3	7	9
1	11	13	17	19
3	31	33	37	39
4	41	43	47	49
6	61	63	67	69
7	71	73	77	79
8	81	83	87	89
9	91	93	97	99

Рисунок 2 – Решение задачи 3 с помощью табличного метода

Ответ: 28 [4].

Комбинаторные задачи могут быть решены путем создания графа. Граф состоит из точек на плоскости, которые называются вершинами, и линий, соединяющих эти точки, которые называются рёбрами. Граф представляет собой абстрактную геометрическую структуру, где вершины обычно представляют элементы определенного множества, а рёбра указывают на связи между этими элементами. Для наглядного отображения условий задачи вершины графа могут быть изображены в виде кругов или прямоугольников.

Задача 4. В парке 4 пруда. Было решено засыпать песком дорожки между ними так, чтобы можно было пройти от одного пруда к другому кратчайшим путем, т.е. не нужно было идти в обход. Задание: покажи, какие дорожки надо сделать (рис. 3).



Рисунок 3 – Решение задачи 4 с помощью графа

Ответ: 6 дорожек.

В 5 классе комбинаторные задачи можно успешно интегрировать в различные темы учебного курса. Некоторые из таких тем включают:

1. **Сочетания и размещения.** Задачи на расстановку объектов, перестановку элементов и определение комбинаций из набора предметов.
2. **Вероятность.** Использование комбинаторики для расчета вероятности событий, как например, вероятность выпадения определенной комбинации на игральной кости.

3. **Геометрия.** Комбинаторные задачи могут быть связаны с задачами на расстановку фигур, на пересечение геометрических объектов и другими геометрическими конфигурациями.

4. **Числа и операции.** Задачи, связанные с перестановкой чисел, составление числовых выражений, определение количества комбинаций цифр и т.д.

5. **Таблицы и графики.** Задачи, требующие составления таблиц с определенными условиями или построения графиков для анализа комбинаторных вариантов.

6. **Решение практических задач.** Комбинаторные задачи могут быть интегрированы в задачи реальной жизни, такие как составление различных комбинаций продуктов в магазине или определение возможных вариантов составления расписания занятий.

На этапе знакомства с правилом произведения можно устроить его «открытие» путем предложения учащимся решить несколько задач самостоятельно. В этих задачах определение количества решений не представляет трудностей при использовании таблицы вариантов. Например: «Составьте все возможные двузначные числа, используя: а) цифры 1, 2 и 3; б) цифры 0, 1, 2 и 3. Посчитайте их общее количество».

После этого можно предложить более сложную задачу, где подсчет вариантов станет более сложным (например, комбинации пар цифр от 0 до 9). Это ставит перед учащимися задачу: как найти количество пар и как найти способы решения задачи наиболее эффективно и быстро. Анализируя решение задачи, учащиеся могут прийти к выводу, что достаточно умножить количество способов выбора первого элемента на количество способов выбора второго элемента. Важно отметить важность формирования умения учащихся использовать в решении комбинаторных задач наглядные и простые инструменты, такие как графы. Например, при изучении Графа-дерева, становится ясно, что построение дерева помогает учащимся записать все возможные комбинации элементов.

Таким образом, можно сделать вывод, что методика обучения решению комбинаторных задач в 5 классе строится на применении различных наглядных и доступных способов решения: перебор возможных вариантов; построение дерева перебора вариантов; использование таблиц; построение графов.

Глава 2 Методика обучения решению комбинаторных задач в 5 классе

2.1 Цикл уроков по теме «Решение комбинаторных задач» в рамках математической подготовки обучающихся 5 класса

В действующей федеральной рабочей программе по математике для 5 класса отсутствует выделенный раздел, посвящённый комбинаторике как самостоятельной теме. Это отражает общую методическую линию школьного курса математики – в 5 классе основное внимание сосредоточено на систематизации и расширении знаний об арифметике, работе с натуральными и дробными числами, а также на развитии первичных представлений о геометрических фигурах. Комбинаторный аспект, будучи содержательно важным элементом математического мышления, в явном виде в программе не прописан [17].

Однако важно понимать, что отсутствие специального блока по комбинаторике не исключает её применения в образовательном процессе. Напротив, комбинаторные идеи органично вписываются в курс 5 класса через так называемые логические и текстовые задачи. В пояснительной записке к программе прямо указано, что обучающиеся «знакомятся с приёмами решения задач перебором возможных вариантов». Этот метод лежит в основе начального комбинаторного анализа. Таким образом, комбинаторные задачи могут рассматриваться как составная часть формирования логического и вариативного мышления, а не как самостоятельная область содержания.

Включение цикла комбинаторных задач на этом этапе обучения имеет глубокий смысл, так как оно позволяет развивать интуитивное представление о количестве и способах выбора, формирует основу для дальнейшего формального изучения тем размещений, сочетаний и перестановок, которое происходит уже в основной и старшей школе. Особенно важно, что эти задачи помогают укрепить навыки систематизации, анализа, работы с

таблицами и схемами, то есть формируют так называемую «математическую культуру», о которой упоминается в целях программы.

Поэтому даже при отсутствии специального тематического раздела, вопросы комбинаторики вполне могут быть органично включены в учебный процесс как расширение и обогащение стандартного курса, особенно в темах логических задач, повторения, а также в разделе, посвящённом решению задач с разными способами рассуждений. Подобная интеграция позволяет не только сделать обучение более интересным и содержательно насыщенным, но и реализовать метапредметные и личностные результаты, заложенные в программе.

Так, в рамках исследования был разработан цикл из 5 уроков, посвященных только решению комбинаторных задач. Целью стало развитие логического и вариативного мышления, формирования первичных навыков систематического перебора и применения правила произведения.

Особенности и порядок уроков представлен в таблице 2.

Таблица 2. Цикл уроков по теме «Комбинаторные задачи»

№	Тема урока	Краткое содержание	Соответствие ФОП (5 класс)
1	Введение в комбинаторику: перебор	Что такое комбинаторика. Перебор вариантов (одежда, меню, маршруты)	Познакомить с идеями систематического перебора вариантов Тема «Решение текстовых задач»
2	Правило произведения	Комбинирование предметов по нескольким признакам. Составление пар, троек и пр.	Научить применять правило произведения при подсчёте вариантов Тема «Решение текстовых задач»
3	Перестановки: порядок важен	Сколькими способами можно упорядочить элементы (рассадка, порядок слов)	Развивать представление о зависимости количеств вариантов от

			порядка элементов Тема «Решение текстовых задач»
4	Сочетания: порядок не важен	Подсчёт вариантов выбора без учета порядка (пары друзей, состав команд)	Научить отличать ситуации, где порядок не влияет на результат Тема «Решение текстовых задач»
5	Комбинаторные задачи. Повторение	Обобщение материала, задачи на выбор стратегии решения, визуализация.	Закрепить знания. Развить умение выбирать подходящий метод для решения Тема «Повторение и обобщение»

Как видно по данной таблице, цикл уроков, посвященных решению комбинаторных задач предполагалось реализовать за счет уроков, направленных на решение текстовых задач.

Далее представлен краткий план каждого из 5 уроков по комбинаторным задачам для 5 класса, с акцентом не только на формирование навыков решения задач, но и на развитие элементов математической грамотности, как это требуется ФГОС (в том числе умение анализировать, моделировать, работать с информацией, интерпретировать и оценивать результат). В Приложении А и Б представлены технологические карты двух уроков.

Урок 1. Введение в комбинаторику: перебор вариантов

Цель урока: познакомить с понятием комбинаторной задачи, научить систематически перебирать возможные варианты, формировать умение моделировать простые реальные ситуации.

Элементы математической грамотности: чтение и интерпретация реальной ситуации (например, выбор одежды), построение модели – таблицы, схемы, дерево вариантов.

Структура урока:

Мотивация: Ученикам предлагается ситуация – «Сколько нарядов можно составить из 2 рубашек и 3 брюк?»

Обсуждение: Как решать? Какая стратегия? (перебор)

Деятельность: Работа с таблицей, рисунком, карточками.

Групповая работа: Найдите все варианты сочетания разных продуктов на завтрак.

Рефлексия: Что помогает не потерять варианты? Как убедиться, что всё найдено?

Домашнее задание: придумать подобную задачу из своей жизни и решить.

Урок 2. Правило произведения

Цель урока: научить использовать правило произведения для быстрого подсчета вариантов, развивать умение строить математическую модель по условию

Элементы математической грамотности: преобразование ситуации в математическую модель (правило), применение арифметических знаний в реальной задаче (меню, расписания, комбинации маршрутов).

Структура урока:

Введение: «У тебя 3 рубашки и 4 пары брюк – сколько нарядов можно составить, не перебирая вручную?»

Вывод правила: произведение количества вариантов на каждом этапе выбора.

Примеры: «Меню из 2 напитков и 3 блюд; код из цифры и буквы»

Практика: работа в парах – составьте задачу на правило произведения.

Рефлексия: Когда удобно считать, а когда — перебирать?

Домашнее задание: найти в быту ситуацию, где удобно использовать правило произведения.

Урок 3. Перестановки: порядок важен

Цель урока: показать, как изменение порядка влияет на результат, формировать осознанное отношение к роли порядка в математических моделях.

Элементы математической грамотности: анализ и интерпретация: влияет ли порядок? Проверка полноты и уникальности вариантов.

Структура урока:

Задача: «Сколькими способами можно посадить 3 учеников?»

Обсуждение: Меняются ли варианты, если поменять местами?

Деятельность: Карточки с именами, практические задачи.

Связь с жизнью: Почему важно, кто в каком порядке выступает/стоит/сидит?

Обобщение: начальная идея перестановки (без формулы).

Домашнее задание: найти 3 предмета и посчитать, сколькими способами их можно расставить по порядку.

Урок 4. Сочетания: порядок не важен

Цель урока: научить отличать ситуации, в которых порядок выбора не важен, развивать критическое мышление при выборе метода подсчета.

Элементы математической грамотности: сравнение разных моделей (перестановки и сочетания). Адекватное применение модели к контексту.

Структура урока:

Вопрос: Выбираем 2 друга из 4 – АБ и БА это одно и то же?

Групповая деятельность: Работа с карточками, парами, графами.

Анализ: «Где в жизни важен порядок, а где нет?»

Закрепление: решение задач в парах.

Рефлексия: как понять, какую стратегию использовать?

Домашнее задание: придумать и решить задачу, где порядок не важен.

Урок 5. Итог. Решение комбинированных задач

Цель урока: закрепить полученные знания, научиться выбирать подходящий способ в зависимости от условия задачи.

Элементы математической грамотности: умение интерпретировать текст задачи, критический выбор стратегии решения, представление результатов в разных формах (схема, таблица, слова).

Структура урока:

Обобщение: Краткое повторение всех 4 стратегий.

Кейс: задачи из жизни (например, составить маршрут, меню, расписание).

Работа по станциям: задачи на правило произведения, перестановки и сочетания.

Групповая работа: объяснение решений, защита стратегии.

Рефлексия: «Где ещё пригодится? Какой способ самый удобный?»

Домашнее задание: мини-проект «Математика в моей жизни»: найти задачу с выбором/перестановкой и объяснить её решение.

Цикл уроков по теме «Решение комбинаторных задач» в 5 классе приобретает особую значимость с точки зрения формирования математической грамотности. Несмотря на то, что в школьной программе комбинаторика не выделяется как отдельный раздел, именно она позволяет сделать математику более живой, практикоориентированной и понятной ученикам. В основе всех задач, включённых в этот цикл, лежит идея выбора, а именно, как можно составить различные комбинации предметов, как влияет порядок на результат, и сколько существует возможных вариантов в той или иной ситуации. Эти вопросы встречаются не только в математике, но и в повседневной жизни, а потому работа с ними напрямую формирует у учащихся способность применять знания в практическом контексте.

Такой цикл помогает развивать у пятиклассников не просто вычислительные умения, но и навыки анализа, логического мышления и планирования. При решении задач дети не действуют по шаблону, а учатся размышлять, выделять шаги, делать выбор в зависимости от условий и обосновывать своё решение. Они начинают понимать, как моделировать простую ситуацию, например, выбор меню или маршрута, с помощью

таблицы, схемы или дерева вариантов. Это особенно важно на этапе перехода от конкретного мышления начальной школы к более абстрактному уровню в среднем звене.

Комбинаторные задачи органично вводят обучающихся в основы моделирования – одного из ключевых компонентов математической грамотности. В каждом задании школьники учатся представлять условие задачи в виде математической модели и интерпретировать полученный результат в контексте реальной ситуации. Кроме того, они учатся видеть взаимосвязи между шагами выбора, понимать, в каких случаях порядок влияет на ответ, а в каких нет, что требует тонкой логической работы и способности анализировать различия между задачами.

Не менее важным является то, что в процессе изучения комбинаторики активно формируются коммуникативные и регулятивные универсальные действия. Большая часть заданий предполагает групповую или парную работу, обсуждение стратегии решения, коллективное составление схем. Это развивает не только математическое мышление, но и умение слушать, аргументировать, проверять и уточнять позиции других. Математика из индивидуального действия превращается в совместную интеллектуальную деятельность, где важно не только «сосчитать», но и объяснить, почему так.

Особенно актуален такой цикл в контексте требований международных исследований, таких как PISA, где значительное место отводится задачам, в которых нужно рассуждать, строить стратегии, интерпретировать информацию и использовать математику для принятия решений. Даже самые простые задания на перебор вариантов или применение правила произведения по сути являются микро-моделями реальных ситуаций выбора, планирования и анализа.

Таким образом, включение цикла уроков по комбинаторике в образовательный процесс 5 класса имеет гораздо более глубокий смысл, чем просто знакомство с новым типом задач. Это способ выстроить у учащихся понимание математики как универсального языка описания и объяснения

окружающего мира. Это вклад в развитие гибкого и критического мышления, а также умения уверенно ориентироваться в ситуациях, требующих рационального выбора и принятия решений. Именно такие качества лежат в основе математической грамотности и востребованы в современной жизни.

Для того, чтобы данный цикл показал большую эффективность были разработаны методические рекомендации, сопровождающие данный цикл:

1. Общая дидактическая установка

Цикл уроков следует проводить в контексте раздела «Решение текстовых задач», не вынося комбинаторику в отдельный модуль. Важно позиционировать её как способ рассуждать, планировать и упорядочивать варианты. Цель – не запомнить формулы, а научиться «видеть» структуру выбора.

2. Принцип постепенного усложнения

Каждый урок основан на принципе наращивания сложности:

- 1) от простого перебора к правилу произведения,
- 2) от понимания порядка (перестановки) к его игнорированию (сочетания),
- 3) от шаблонных задач – к стратегиям выбора метода.

Это позволяет формировать устойчивое логическое мышление и чувство математического порядка.

3. Визуализация и моделирование

Используйте таблицы, деревья вариантов, карточки и схемы как визуальные опоры. Они особенно важны для пятиклассников, находящихся на границе между наглядно-действенным и логико-абстрактным мышлением.

4. Связь с жизнью

Все задачи и примеры должны быть максимально приближены к опыту учащихся: одежда, меню, маршруты, очереди, комбинации друзей и др. Это делает комбинаторику не формальной, а живой и прикладной.

5. Групповая работа и обсуждение

На каждом уроке предусмотрены этапы коллективного рассуждения. Поощряйте учеников проговаривать ход своих мыслей, комментировать выбор стратегии. Это способствует развитию УУД и метапредметных компетенций.

6. Разноуровневые задания

Задачи в уроках должны иметь вариативность по уровню сложности.

Например:

- 1) базовые задачи на прямой перебор;
- 2) задания, требующие выбора подходящего метода;
- 3) задачки с «ловушками» – где порядок то важен, то нет.

7. Рефлексия

После каждого урока важно проводить короткую рефлексию, в которой ученики фиксируют, что они узнали, что было трудным, какие стратегии они использовали. Это укрепляет осознанность мышления.

8. Домашние задания

Рекомендуется давать домашние задачи, ориентированные на поиск и формализацию реальных ситуаций — например, составить меню, посчитать маршруты, придумать аналогичную задачу. Это делает математику «личной».

9. Интеграция с другими предметами

Темы комбинаторики могут быть связаны с:

- 1) технологией (варианты сборки изделий),
- 2) русским языком (перестановки слов),
- 3) информатикой (алгоритмы перебора),
- 4) окружающим миром (ситуации выбора).

10. Диагностика результатов

Контроль и оценка осуществляются не через тестирование, а через:

- 1) устные рассуждения;
- 2) обсуждение в группе;
- 3) объяснение выбранного способа;
- 4) мини-проекты («Математика в моей жизни»).

Такие методические подходы обеспечат реализацию требований ФГОС, способствуют формированию математической грамотности и делают учебный процесс более содержательным, деятельностным и интересным для учеников.

2.2 Педагогическая апробация: основные этапы и результаты

Апробация внедрения в образовательный процесс цикла уроков по теме «Решение комбинаторных задач» в 5 классе происходила на базе МАОУ СШ № 147 (г. Красноярск). Так, перед внедрением цикла было проведено диагностическое тестирование, направленное на выявление развития уровня математической грамотности у обучающихся двух пятых классов – 5А и 5Б. (приложение В).

Диагностическое исследование включало в себя пять заданий, которые были направлены на выявление умений моделировать повседневные ситуации средствами математики, применять принцип систематического перебора и выбора, интерпретировать результаты и объяснять свои действия, а также различать ситуации, где важен порядок выбора, а где нет. Ситуации были бытовыми и не требовали специальных знаний, однако позволяли определить уровень логико-аналитических умений.

Обобщенные результаты представлены в таблице 3 и рис. 4.

Таблица 3. Обобщенные результаты диагностического обследования

Уровень сформированности	5А	5Б
Высокий	3	3
Средний	17	16
Низкий	5	6

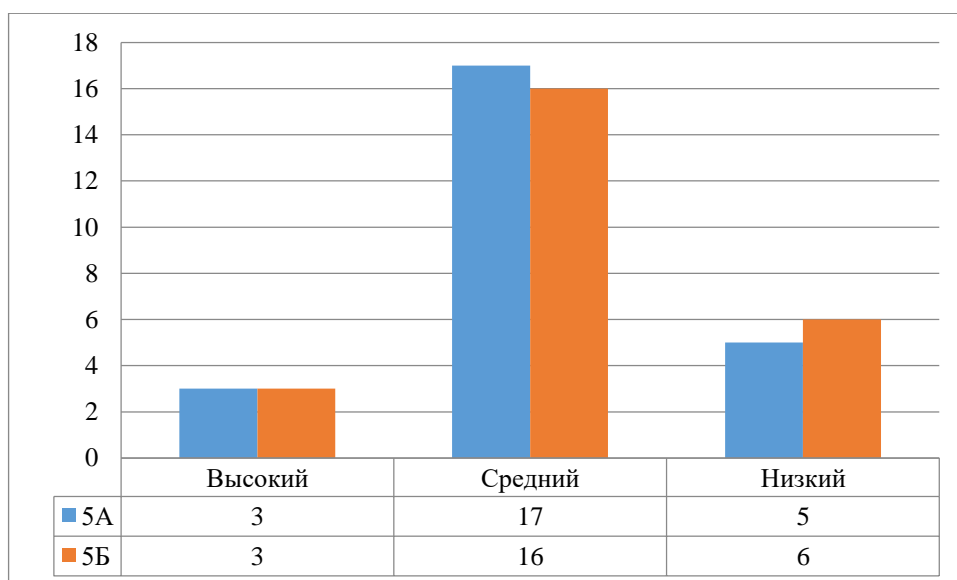


Рисунок 4 – Результаты диагностического обследования

Если смотреть на диаграмму, то можно отметить, что результаты у обоих классов практически одинаковые, большинство обучающихся (примерно две трети) показали средний уровень подготовки. Они в целом правильно решали задачи на составление вариантов (например, подсчёт обедов или подарков), но не всегда давали обоснование ответа и испытывали трудности с моделированием выбора в нестандартной форме (например, построение дерева вариантов или таблицы). Часто наблюдалось поверхностное понимание. Обучающиеся интуитивно угадывали ответ, но не могли объяснить, почему именно такой результат получается.

Небольшое количество учеников (12%) продемонстрировали высокий уровень – они грамотно анализировали условия, уверенно рассуждали о порядке выбора, использовали схемы и таблицы, объясняли ход мыслей. Такие учащиеся склонны к самостоятельному выявлению закономерностей и легко осваивают комбинаторные принципы.

Однако в обоих классах присутствовала и группа обучающихся с низким уровнем (22%). Эти дети не справились с формулировкой задачи, испытывали затруднения при чтении условий, путались в вариантах выбора. Некоторые отвечали наугад или просто не завершали задание. Основные

трудности были связаны с переходом от реального описания к математической модели, а также с недостаточным пониманием логической структуры задачи.

Далее два класса были разделены – в 5А был внедрен цикл задач, направленный на решение комбинаторных задач, тогда как в 5Б комбинаторные задачи рассматривались только частично и включались в темы, в рамках которых можно было использовать комбинаторные задачи. После завершения апробации было проведено повторное обследование на выявление уровня сформированности математической грамотности.

Данные, полученные в 5А классе, показали повышение общего уровня сформированности математической грамотности (табл. 4) и на рис. 5.

Таблица 4. Сравнительные результаты обследования в 5А классе

Уровень сформированности	До внедрения	После внедрения	Изменения
Высокий	3	9	$\Delta +6$
Средний	17	13	$\Delta -4$
Низкий	5	3	$\Delta -2$

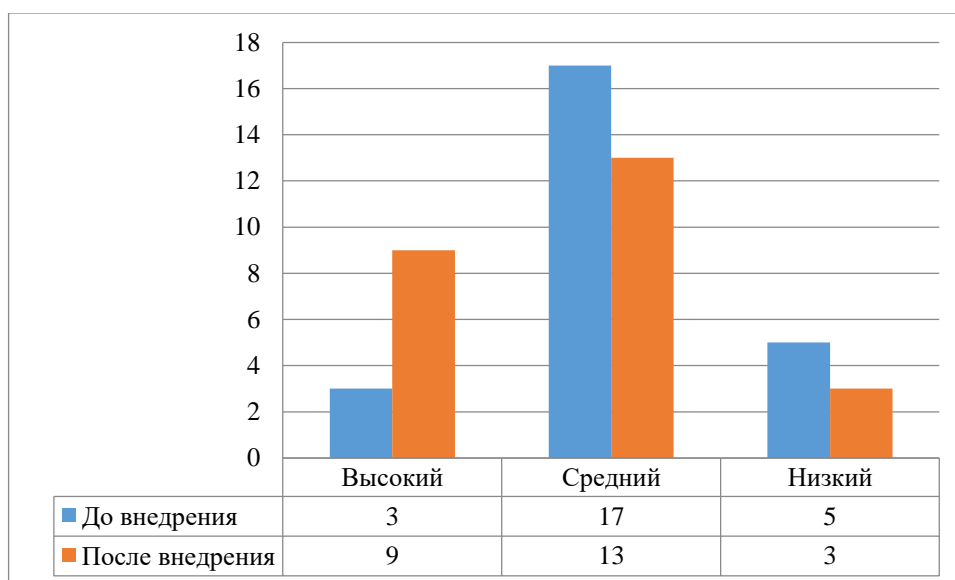


Рисунок 5 – Сравнительные результаты обследования в 5А классе

Результаты повторного обследования показывают устойчивую положительную динамику. Количество обучающихся, продемонстрировавших высокий уровень математической грамотности, увеличилось в 3 раза – с 3 до 9 человек. Это обучающиеся, которые уверенно применяют комбинаторные принципы, умеют строить и объяснять математические модели выбора, использовать таблицы и схемы, аргументировать свои решения.

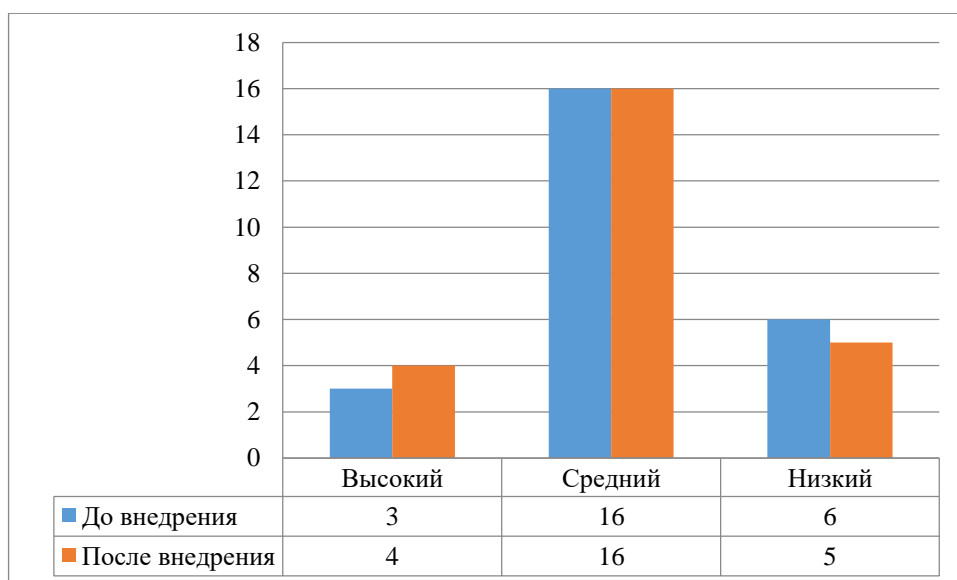
Одновременно наблюдается снижение числа детей с низким уровнем – с 5 до 3 человек. Эти обучающиеся продвинулись в понимании структуры задачи, но ещё испытывают трудности при обосновании ответа или построении полной модели. Их затруднения требуют дальнейшего индивидуального сопровождения, особенно при переходе от описания ситуации к математическому выражению.

Основная группа (13 человек) по-прежнему демонстрирует средний уровень – они решают задачи в знакомом формате, но часто опираются на конкретные примеры без полноценного обобщения. Эта группа стабильно освоила базовые навыки, но нуждается в регулярной тренировке через нестандартные задачи и задания открытого типа.

В 5Б классе результаты остались примерно такими же, как и на диагностическом обследовании (табл. 5 и рис. 6).

Таблица 5. Сравнительные результаты обследования в 5Б классе

Уровень сформированности	До внедрения	После внедрения	Изменения
Высокий	3	4	$\Delta +1$
Средний	16	16	$\Delta 0$
Низкий	6	5	$\Delta -1$



Сравнительные результаты обследования в 5Б классе

Результаты повторной диагностики в 5Б классе остались в целом стабильными. Незначительный прирост учеников с высоким уровнем (с 3 до 4) объясняется индивидуальным прогрессом отдельных обучающихся, а не системным изменением. Количество детей с низким уровнем снизилось с 6 до 5, что может быть связано с накопленным опытом выполнения подобных задач или разовой педагогической поддержкой.

Преобладающая часть обучающихся по-прежнему находится на среднем уровне – обучающиеся решают задачи, но не всегда могут объяснить решение, построить схему или обобщить способ действий. Это говорит о стабильности базового уровня, но отсутствии качественного роста математической грамотности, особенно в аспектах моделирования и интерпретации данных.

В целом, без целенаправленного подхода к обучению комбинаторике динамика развития математической грамотности оказалась слабовыраженной, и значимых сдвигов не произошло.

Проведённое диагностическое исследование в параллели 5-х классов с последующим сравнением данных до и после внедрения цикла уроков по комбинаторным задачам позволяет сделать содержательные выводы не

только о результативности конкретного педагогического вмешательства, но и о значении системной работы по формированию математической грамотности на раннем этапе обучения.

Сравнительный анализ двух классов – 5А, где был реализован цикл, и 5Б, где обучение шло в рамках базовой программы – показывает чёткую разницу в динамике развития математической грамотности. В 5А классе, где обучающиеся прошли через специально разработанную серию уроков, направленную на освоение комбинаторных принципов через реальные жизненные ситуации, было зафиксировано устойчивое повышение уровня математической грамотности. Количество учащихся с высоким уровнем возросло в 3 раза, а количество детей с низким уровнем заметно снизилось. Этот результат подтверждает не только эффективность предложенного подхода, но и его значимость для формирования ключевых компонентов функциональной грамотности.

Особенность цикла уроков заключалась в том, что он строился не на формальном изучении терминов или алгоритмов, а на осмысленном погружении в реальные и близкие детям ситуации выбора, в которых необходимо было рассуждать, моделировать, делать предположения, проверять гипотезы и интерпретировать полученные результаты. Таким образом, математика в сознании учеников стала не набором абстрактных правил, а универсальным инструментом для решения задач, с которыми они реально могут столкнуться в повседневной жизни.

В то же время, данные по 5Б классу, где аналогичный цикл не внедрялся, демонстрируют стагнацию: большинство учеников остались на прежнем среднем уровне, не показав выраженного прогресса. Незначительные положительные сдвиги можно объяснить общим когнитивным развитием и частичной адаптацией к формату заданий, но они не несут системного характера. Это подтверждает, что без целенаправленной методической работы развитие навыка решать комбинаторные задачи происходит фрагментарно и случайно.

В более широком педагогическом контексте данное исследование позволяет утверждать, что включение даже коротких содержательных модулей (в данном случае – цикла по комбинаторике) в учебный процесс способно запустить качественные изменения в учебной деятельности учащихся, повысить уровень их осмысленного включения в задачу, сформировать первые навыки самостоятельного выбора стратегии и аргументации.

Таким образом, цикл уроков по комбинаторным задачам не только дал предметные результаты, но и подтвердил своё значение как педагогической технологии формирования умения решения комбинаторных задач младших подростков, а также показал потенциал для дальнейшего применения на системной основе. Рекомендуется расширение подобной практики на другие классы и включение элементов комбинаторики в состав учебно-методических комплексов с 5 класса.

Заключение

Исследование, представленное в работе, демонстрирует определенный подход к решению актуальной задачи современного образования – формированию умения обучающихся решать комбинаторные задачи в рамках курса математики 5 класса. Работа охватывает как теоретическое обоснование проблемы, так и практическую реализацию с анализом результатов педагогической апробации, что позволяет сделать содержательные выводы о значимости и эффективности предложенного подхода.

Главная ценность исследования заключается в том, что комбинаторика была рассмотрена не как изолированная тема, а как естественный механизм развития логического, вариативного и критического мышления у школьников, а также как инструмент для формирования функциональной математической грамотности. В условиях обновления содержания образования и ориентации на международные стандарты, акцент на прикладной, жизненно значимый характер математических знаний становится особенно важным.

В первой главе представлена аргументированная теоретическая база – охарактеризовано место и содержание комбинаторики в рамках курса математики 5 класса, обозначены современные требования к результатам обучения, отражённые в ФГОС. Особое внимание уделено роли комбинаторики как части стохастической линии в школьной математике и её значимости для формирования способности к моделированию, планированию, оценке и принятию решений. Автор обоснованно указывает на пробелы в методических материалах по обучению комбинаторике в 5–6 классах, несмотря на её присутствие в учебниках.

Во второй главе представлена методическая разработка цикла уроков, адаптированного под возрастные особенности пятиклассников. Особенность подхода – ориентация не только на обучение методам перебора и правилу произведения, но и на включение жизненных контекстов, работу в парах и группах, визуализацию и интерпретацию задач. Этот цикл эффективно вписан

в учебную программу через стандартные темы «решение текстовых задач» и «повторение», что делает его реализацию практически возможной даже в рамках жёсткого учебного плана.

Особую значимость придаёт исследованию экспериментальная часть – диагностика уровня умения решать комбинаторные задачи в параллели двух 5-х классов до и после внедрения цикла уроков, а также объективный анализ полученных результатов. Данные показывают убедительное улучшение у учеников экспериментального класса (5А), где реализовывался цикл – рост числа обучающихся с высоким уровнем, сокращение группы с низким уровнем, а также повышение осознанности и качества решений. В контрольном классе (5Б), где цикл не внедрялся, наблюдалась стагнация, что подтверждает эффект именно методического вмешательства, а не общего возрастного или учебного развития.

Таким образом, исследование демонстрирует, что целенаправленное включение комбинаторных задач в учебный процесс 5 класса приводит к устойчивому росту уровня умения решать комбинаторные задачи обучающихся, особенно в аспектах моделирования, логического анализа, визуализации данных и рефлексии. Это доказывает актуальность предложенного подхода и его высокую практическую ценность.

Список использованных источников

1. Андреев, В. И. Педагогика высшей школы. Инновационно – прогностический курс: учеб. Пособие / В. И. Андреев. Казань: Центр инновационных технологий, 2013. – 500 с.
2. Анохина, Г. М. Дидактические условия развития личности в системе школьного естественнонаучного образования: - Автореф. дисс. ...канд. пед. наук /Анохина Галина Максимовна. – Воронеж, 2009. – 41 с.
3. Атаманская, Г. А. Методические особенности изучения комбинаторики в процессе математической подготовки учащихся 5-6 классов / Г. А. Атаманская // Современные тенденции развития науки и технологий. – 2015. – № 2-5. – С. 8-12.
4. Бармина Т.Е. Комбинаторика. Комбинаторные задачи / Т. Е. Бармина. – Александровск, 2016. – 22 с.
5. Белоусов, А. И. О методике изложения некоторых разделов комбинаторики: теория Пойа / А. И. Белоусов // Инженерный вестник. – 2015. – № 2. – С. 8.
6. Бунимович, Е. А. Комбинаторика, вероятность и статистика в российской школе / Е. А. Бунимович // Российское математическое образование. – 2017. – С. 418-450.
7. Валеев, И. И. Функциональная математическая грамотность как основа формирования и развития математической компетенции / И. И. Валеев // Бизнес. Образование. Право. – 2020. – № 4 (53). – С. 353-360.
8. Демоверсии ЕГЭ по математике 2024 год. – Электронный ресурс. – Режим доступа: URL : <https://4ege.ru/matematika/68361-demoversii-ege-2024-po-matematike.html> (дата обращения 18.04.2024).
9. Дерево вариантов. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа : URL : <https://foxford.ru/wiki/matematika/derevo->

variantov?utm_referrer=https%3A%2F%2Fyandex.ru%2F (дата обращения 17.04.2024)

10. Егорина, В.С. Формирование логического мышления младших школьников в процессе обучения: -Автореф. дисс. ... канд. пед. наук / Егорина Вера Сергеевна. - Брянск, 2001, - 23 с.

11. Захаров, А. Математика должна учить рассуждать и доказывать / А. Захаров, Е. Разумовская // Практический журнал для учителя и администрации школы. – 2013. – № 3. – С. 33-37.

12. Карапетян, А. Г. Формирование способностей решения комбинаторных задач в начальных классах / А. Г. Карапетян // Наука, образование, общество: актуальные вопросы, достижения и инновации : сборник статей V Международной научно-практической конференции, Пенза, 12 апреля 2022 года. – Пенза: Наука и Просвещение (ИП Гуляев Г.Ю.), 2022. – С. 89-92.

13. Ковалева, Г. С. Первые результаты международной программы PISA2009. Презентация и обсуждение первых результатов международной программы PISA-2009, 7 декабря 2010 г. – [Электронный ресурс]. – URL: http://www.centeroko.ru/pisa09/pisa09_pub.html (дата обращения 01.05.2024).

14. Колмогоров, А. Н. Избранные труды / А. Н. Колмогоров. – Т. 1.– Кн. 1 «О математике». – 2007.

15. Краснянская, К. А. Математическая грамотность и условия ее успешного формирования в 5–6-х классах / К. А. Краснянская, О. А. Рыдзе // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2023. – Т. 2. – № 1 (90). – С. 110–124.

16. Крутихина, М. В. Изучение элементов комбинаторики в 5-ом классе гуманитарной направленности / М. В. Крутихина, А. О. Сопот // Научно-методический электронный журнал "Концепт". – 2013. – № 11. – С. 131-135.

17. Лаврентьева, С. И. Текстовые задачи на движение в процессе обучения математике в 5 классе / С. И. Лаврентьева // Методический поиск: проблемы и решения. – 2021. – № 1(29). – С. 63-69.

18. Левченко, А. Е. Особенности введения элементов комбинаторики в 5-6 классах / А. Е. Левченко // Ступени роста - 2024 : материалы 76-й межрегиональной научно-практической конференции молодых ученых, Кострома, 01–22 апреля 2024 года. – Кострома: Костромской государственный университет, 2024. – С. 91.

19. Леонтьев, А. А. Образовательная система «Школа 2100». Педагогика здравого смысла // Образовательная система «Школа 2100». Официальный сайт. – [Электронный ресурс]. – URL: http://school2100.com/school2100/advisers/aa_leontyev/ (дата обращения 01.05.2024).

20. Лобанок, И. П. Пропедевтика элементов комбинаторики при изучении математики в 3-6 классах / И. П. Лобанок // Итоги научных исследований ученых МГУ имени А. А. Кулешова 2018 Г. : материалы научно-методической конференции, Могилев, 25 января – 07 2019 года / под редакцией Е. К. Сычовой. – Могилев: Могилевский государственный университет имени А.А. Кулешова, 2019. – С. 94-95.

21. Лучникова, Е. В. Дидактические условия в образовательном процессе / Е. В. Лучникова // Colloquium-Journal. – 2019. – № 24-5(48). – С. 16-17.

22. Макарычев, Ю. Н. Алгебра: 7 класс: учебник / Ю. Н. Макарычев. – 2008. – 211 с.

23. Маслова, Т. А. Дидактические условия реализации эмоционально-ценностного компонента в преподавании педагогических дисциплин в вузе: - Автореф. дисс. ...канд. пед. наук / Маслова Татьяна Александровна. – Калуга, 2013. – 24 с.

24. Мерзляк, А. Г. Математика. 5 класс: учеб. / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир; под ред. В.Е. Подольского. – М.: Вентана-Граф, 2019. – 301 с.
25. Математика. 5 класс : учебник : в 2 частях / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков. – Москва: Просвещение, 2023.
26. Математика. 5 класс : учебник : в 2 частях / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков. – Москва: Просвещение, 2021.
27. Методические материалы по формированию математической грамотности в 5-6-х классах для педагогов, внедряющих обновленный ФГОС ООО / под ред. Т. Ф. Сергеевой. – Москва, 2023. – 107 с.
28. Методический анализ результатов ОГЭ за 2023 г. – Электронный ресурс. – Режим доступа: URL : <https://coko38.ru/documents/gia9/close/7.pdf> (дата обращения 18.04.2024). Письмо Министерства образования Российской Федерации от 23 сентября 2003 г. № 03-93им/13-03 «О внедрении элементов комбинаторики, статистики и теории вероятности в содержание математического образования основной школы». – Электронный ресурс. – Режим доступа: URL : https://rmo-matemtik-tosno.1c-umi.ru/dokumenty/pis_mo_ministerstva_obrazovaniya_rossijskoj_federacii_ot_23_sentyabrya_2003_g_n_03-93in_13-03_o_vvedenii_elementov_kombinatoriki/ (дата обращения 18.04.2024).
29. Мохира Рахмон. Изучение элементов комбинаторики в средней школе с использованием интересных практических задач / Мохира Рахмон // Педагогический журнал Башкортостана. – 2019. – № 3(82). – С. 95-97.
30. Пидкасистый, П. И. Педагогика / П. И. Пидкасистый. – М.: 2004. – 332 с
31. Рослова, Л. О. Содержание математического образования в контексте функциональной математической грамотности / Л. О. Рослова, М. А. Бачурина // Образовательное пространство в информационную эпоху – 2019. Сборник научных трудов. Материалы Международной научно-

практической конференции. Под редакцией С.В. Ивановой. – М., 2019. – С. 1054-1068.

32. Рукшин, С. Е. О развитии комбинаторного мышления учащихся в 5-7 классах, часть 2 / С. Е. Рукшин, М. Е. Суслина // Современные проблемы математики и математического образования : Сборник научных статей Международной научной конференции, Санкт-Петербург, 18–20 апреля 2023 года. – Санкт-Петербург: Российский государственный педагогический университет им. А.И. Герцена, 2023. – С. 92-96.

33. Румянцева, И. Б. Методический проект плана занятий кружка «Занимательная комбинаторика» с учащимися 5 класса / И. Б. Румянцева, В. Э. Румянцев // Научный аспект. – 2024. – Т. 26, № 6. – С. 3230-3235.

34. РЭШ. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа. – URL: <https://fg.reshe.edu.ru/?r=85003587> (дата обращения 22.03.2025).

35. Садыкова, Е. Р. Из опыта обучения учащихся 6 классов элементам комбинаторики и теории вероятностей / Е. Р. Садыкова, О. В. Разумова, Л. Р. Гилемшина // Математика и математическое образование: проблемы, технологии, перспективы : Материалы 42-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, Смоленск, 12–14 октября 2023 года. – Смоленск: Смоленский государственный университет, 2023. – С. 284-287.

36. Сивинцева, В. О. Задания на освоение элементов стохастики и комбинаторики для учащихся 5-6 классов / В. О. Сивинцева // Вопросы математики, методики ее преподавания и цифровизации образования в учебно-исследовательских работах : Материалы Всероссийской научно-практической конференции студентов, магистрантов и аспирантов вузов, Пермь, 04 апреля 2023 года. – Пермь: Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, 2023. – С. 70-

37. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (утвержден Приказом Министерства

образования и науки РФ от 17 декабря 2010 г. № 1897) (с изменениями 29 декабря 2014 г., 31 декабря 2015 г., 11 декабря 2020 г., 8 ноября 2022 г.). – Электронный ресурс. – Режим доступа : URL : <https://base.garant.ru/55170507/53f89421bbdaf741eb2d1ecc4ddb4c33/> (дата обращения 17.04.2024).

38. Федеральная рабочая программа основного общего образования. Математика (базовый уровень). – 2023. – Электронный ресурс. – Режим доступа : URL : https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/13_ФРП_Математика_5-9-классы_база.pdf (дата обращения 17.04.2024).

39. Хинчин, А. Я. О математических определениях в школе / А. Я. Хинчин // Математика в школе. – 1941. – С. 85-105.

40. Читаем, решаем, живём (математическая грамотность), 5 класс : учебное пособие / под ред. Е. Н. Белай – Краснодар, ГБОУ ИРО Краснодарского края. - 2022. – 40 с.

41. Шабалдина, Н. В. Комбинаторика - наука будущего? Решение комбинаторных задач на уроках информатики в 5-6 классах / Н. В. Шабалдина // Информационные технологии в образовании, Саратов, 02–03 ноября 2015 года / Саратовский государственный университет. – Саратов: ООО «Издательский центр «Наука»», 2015. – С. 138-140.

42. Яковлев И.В. Материалы по математике. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа : URL : <https://mathus.ru/math/perevari.pdf> (дата обращения 17.04.2024)

Технологическая карта урока

Общая информация	
Составитель	Кудрявцева Дарья Михайловна
Программа (УМК)	Математика 5 класс Базовый уровень, Виленкин Н.Я. 2024 г.
Предмет	Математика
Класс	5
Раздел программы	Решение текстовых задач
Участников	25
Необходимое обеспечение занятия	
Мебель и учебное оборудование	<p>Места обучающихся (парты, стулья);</p> <p>Место учителя (учительский стол, стул);</p> <p>Меловая доска</p> <p>Настольный компьютер.</p> <p>Телевизор</p> <p>Скорость подключения к Интернет – не менее 10 Мбит/с, PING (задержка) – не более 5 мс (миллисекунд).</p>

Необходимое оборудование и программное обеспечение для участника занятия	Мобильное устройство Скорость подключения к Интернет – не менее 10 Мбит/с, PING (задержка) – не более 5 мс (миллисекунд). Учебник (задачник)
Ресурсы и материалы	Тетради и ручки.

Методические ориентиры	
Тема	Введение в комбинаторику. Перебор вариантов
Тип	Изучение нового материала («открытие» нового знания)
Цель занятия	Познакомить обучающихся с комбинаторными задачами и научить решать их методом перебора
Задачи	
Образовательные	Формировать представление о комбинаторной задаче, научить находить количество вариантов перебором
Воспитательные	Развивать логическое мышление, систематизацию, навыки представления информации в таблицах и схемах
Развивающие	Способствовать формированию познавательного интереса, аккуратности и внимательности
Основное содержание темы	

Что изучается на занятии?	Понятие комбинаторной задачи. Метод перебора. Визуализация решений.	
Основные термины и понятия (новые)	Вариант, перебор, систематизация	
Межпредметные связи	Информатика (таблицы), технология (моделирование выбора)	
Планируемые результаты обучения		
Предметные	Личностные	Метапредметные (УУД)
Обучающиеся решают задачи методом перебора. Строят таблицы вариантов и схемы выбора	Проявляют интерес к познанию новых способов решения, учатся сотрудничать в паре и группе.	Познавательные – анализ, моделирование), коммуникативные, регулятивные. Умение представлять данные в виде схем, обсуждать и объяснять свои действия.

Этап	Время	Форма ¹	Решаемые задачи, методы/методические приемы	УУД	Оборудование, ПО ² и ресурсы	Деятельность	
						педагога	обучающихся
Организационный этап	1 мин	Ф	Психологический настрой на работу	Регулятивные	Доска	Приветствует учащихся	Приветствуют учителя*

Этап мотивации	2 мин	Ф	Пробудить интерес через бытовую ситуацию	Познавательные коммуникативные	Экран телевизора	Вводит ситуацию выбора одежды	Слушают высказываются
Актуализация знаний	5 мин	И/П	Вспомнить ранее изученное	Познавательные, коммуникативные	Таблица, карточки	Задаёт вопрос о числе сочетаний	Отвечают, предполагают, обсуждают
Определение темы	2 мин	Ф	Выводят тему через анализ ситуации	Познавательные коммуникативные	Доска	Формулирует тему и цель	Записывают тему
Открытие нового знания	12 мин	П/Г	Формируют понятие «перебор вариантов»	Познавательные, коммуникативные	Таблицы, фишки	Даёт задание по перебору возможных сочетаний	Составляют варианты, представляют схему, высказывают свои предположения, сверяют их верность
Первичное закрепление	4 мин	И	Применяют навык на новой задаче	Познавательные Регулятивные	Тетради	Дает задание из реальной жизни	Решают самостоятельно
Закрепление	10 мин	Г	Упражнение на повторение и обсуждение	Регулятивные Познавательные	Карточки	Организует мини-игру «Составь все варианты»	Участвуют в команде

Рефлексия и подведение итогов	3 мин	И/Ф	Осмысление пройденного, обратная связь	Регулятивные Личностные	Стикеры/QR-код	Спрашивает, где можно применить	Делятся идеями
Д/з	1 мин	Ф	Углубление, перенос на повседневность	Регулятивные	Устно	Дает задание придумать задачу из жизни	Записывают д/з*

Дата _____ ФИО учителя _____ Подпись учителя _____

Технологическая карта урока

Общая информация	
Составитель	Кудрявцева Дарья Михайловна
Программа (УМК)	Математика 5 класс Базовый уровень, Виленкин Н.Я. 2024 г.
Предмет	Математика
Класс	5
Раздел программы	Решение текстовых задач
Участников	25
Необходимое обеспечение занятия	
Мебель и учебное оборудование	<p>Места обучающихся (парты, стулья);</p> <p>Место учителя (учительский стол, стул);</p> <p>Меловая доска</p> <p>Настольный компьютер.</p> <p>Телевизор</p> <p>Скорость подключения к Интернет – не менее 10 Мбит/с, PING (задержка) – не более 5 мс (миллисекунд).</p>

Необходимое оборудование и программное обеспечение для участника занятия	Мобильное устройство Скорость подключения к Интернет – не менее 10 Мбит/с, PING (задержка) – не более 5 мс (миллисекунд). Учебник (задачник)
Ресурсы и материалы	Тетради и ручки.

Методические ориентиры	
Тема	Правило произведения
Тип	Изучение нового материала («открытие» нового знания)
Цель занятия	Научить использовать правило произведения для подсчета вариантов в комбинаторных задачах.
Задачи	
Образовательные	Формировать представление о принципе комбинаторного умножения.
Воспитательные	Развивать абстрактное мышление, логический анализ, умение выделять шаги выбора.
Развивающие	Формировать внимание к деталям, интерес к математике через реальную применимость.
Основное содержание темы	

Что изучается на занятии?	Комбинирование независимых выборов. Таблицы и дерево вариантов.	
Основные термины и понятия (новые)	Правило произведения, шаг выбора, комбинация	
Межпредметные связи	Технология (планирование действий), окружающий мир (ситуации выбора)	
Планируемые результаты обучения		
Предметные	Личностные	Метапредметные (УУД)
Используют правило произведения для подсчета вариантов	Проявляют интерес к практическому применению знаний	Моделирование, построение логических цепочек, работа с таблицами, анализ

Этап	Время	Форма ¹	Решаемые задачи, методы/методические приемы	УУД	Оборудование, ПО ² и ресурсы	Деятельность	
						педагога	обучающихся
Организационный этап	1 мин	Ф	Настрой на деловую работу	Регулятивные	Доска	Приветствует учащихся	Приветствуют учителя*
Этап мотивации	2 мин	Ф	Обсуждение реальной ситуации выбора	Познавательные	Примеры меню	Задает вопрос: «Сколько всего вариантов?»	Выдвигают гипотезы

				коммуникативные			
Актуализация знаний	5 мин	И	Систематизация способов подсчета	Познавательные, коммуникативные	Примеры, карточки	Обсуждают задачи на перебор	Сравнивают старые и новые способы
Определение темы	2 мин	Ф	Формулируют тему урока через проблему	Познавательные коммуникативные	Доска	Помогает сформулировать тему	Записывают тему
Открытие нового знания	12 мин	П	Пошаговый выбор, запись формулы	Познавательные, коммуникативные	Таблица, доска	Объясняет правило произведения	Выполняют выбор с опорой на схему
Первичное закрепление	4 мин	И	Решение задач на правило произведения	Познавательные Регулятивные	Тетради	Раздает задание «Расписание, коды, меню»	Считают варианты
Закрепление	10 мин	Ф	Коллективная работа над задачей	Регулятивные Познавательные	Экран, доска	Разбирает задачу на трёхступенчатый выбор	Решают устно, объясняют
Рефлексия и подведение итогов	3 мин	И/Ф	Осмысление пройденного, обратная связь	Регулятивные Личностные	Устно, карточки	Спрашивает, где пригодится это правило	Приводят примеры
Д/з	1 мин	Ф	Задача на составление ситуации	Регулятивные	Устно	Даёт творческое задание	Записывают д/з

Дата _____ ФИО учителя _____ Подпись учителя _____

Диагностическое исследование по теме «Комбинаторные задачи»

Цель диагностики. Определить уровень сформированности у учащихся 5 класса следующих умений:

- распознавать комбинаторные ситуации;
- применять систематический перебор;
- использовать правило произведения;
- различать ситуации, в которых порядок важен/не важен;
- выбирать адекватную стратегию решения.

Форма проведения:

Индивидуальная или фронтальная работа.

Время выполнения: 30–40 минут.

Инструмент: диагностическая работа (бланк с 5 заданиями), + краткая анкета-рефлексия.

Структура работы:

Задание 1. Перебор (базовый уровень)

Сколько разных бутербродов можно сделать, если есть 2 вида хлеба (ржаной, пшеничный) и 3 вида начинки (сыр, колбаса, огурец)?

Оценивается: умение перебрать все возможные комбинации.

Задание 2. Правило произведения

В школьной столовой можно выбрать 1 из 3 напитков и 1 из 2 десертов.

Сколькими способами можно составить обед?

Оценивается: понимание принципа умножения.

Задание 3. Перестановки

Три ученика участвуют в эстафете. Сколькими способами можно определить порядок их выступлений?

Оценивается: понимание зависимости результата от порядка.

Задание 4. Сочетания

Из 4 учеников нужно выбрать 2 для дежурства. Сколькими способами это можно сделать, если порядок не важен?

Оценивается: различие между сочетанием и перестановкой

Задание 5. Выбор стратегии

Сколько существует разных вариантов пароля, если он состоит из одной цифры (от 1 до 3) и одной буквы (А или Б)? Можно ли решить задачу перебором и по правилу произведения?

Оценивается: способность выбрать стратегию и обосновать её.