

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Выпускающая кафедра: математики и методики обучения математике

Романова Виктория Владимировна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

**ФОРМИРОВАНИЕ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ
ОБУЧАЮЩИХСЯ 7 КЛАССА В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ
МАТЕМАТИКЕ**

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы: Математика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Зав. кафедрой: к.п.н., доцент Шашкина М.Б.

17.05.2025

(дата, подпись)

Руководитель: к.п.н., доцент, доцент кафедры
математики и МОМ., Кейв М. А.

17.05 . 2025

(дата, подпись)

Дата защиты 19.06.2025

Обучающийся: Романова В.В.

Оценка отлично

Прописью

Красноярск, 2025

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ	5
1.1 Критическое мышление как новый образовательный результат	5
1.2. Дидактические условия формирования критического мышления обучающихся в процессе обучения математике	13
ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ФОРМИРОВАНИЮ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 7 КЛАССА В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ	30
2.1 Банк заданий на анализ информации проверку гипотез, обоснование и аргументацию выводов для уроков математики 7 класса.....	30
2.2. Методические разработки фрагментов уроков математики 7 класса с использованием приёмов и методов развития критического мышления обучающихся	46
2.3. Апробация методических рекомендаций	55
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	60
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	62
Приложение А	67
Приложение Б.	69

Введение

Критическое мышление как интегративное свойство личности является одним из ключевых навыков 21 века. Основной целью формирования критического мышления школьников, не имеющих устойчивых навыков мыслить критически, является расширение мыслительных компетенций для эффективного решения социальных, научных и практических проблем. Поиск и разработка результативных методик формирования критического мышления остается одной из актуальных проблем школьного математического образования. Тема выпускной квалификационной работы посвящена вопросу формирования критического мышления обучающихся 7 класса в процессе обучения математике.

Современное поколение обучающихся сталкивается с большим потоком разнообразной информации, что создает необходимость в ее правильной интерпретации. Это обуславливает важность подготовки школьника к существованию в информационном обществе, гражданина с критическим мышлением. Поиск результативных методик развития критического мышления на уроках математики остается одной из актуальных проблем математического образования.

В настоящее время существует необходимость в теоретической переоценке концепта критического мышления как ключевого элемента, способствующего успешной адаптации обучающихся в постоянно изменяющейся информационно-образовательной среде.

Среди школьных дисциплин математика выделяется как одна из ведущих в развитии способности к критическому мышлению. В отличие от других предметов, она дает возможность решать задачи разнообразными методами, включая обработку и представление информации, а также её синтез, поиск и анализ.

Возникающая проблематика, касающаяся недостаточной обоснованности теоретических подходов к формированию критического мышления у школьников в ходе обучения математике, провоцирует актуальные противоречия. Эти противоречия проявляются между реально существующим социальным заказом

на развитие критического мышления, необходимого для принятия решений через оценку ситуации, и практической реализацией данного заказа в образовательных системах, особенно в рамках математического образования.

Гипотеза исследования: если в процессе математической подготовки обучающихся 7 класса использовать специальные приёмы, методы обучения и задания на анализ информации, проверку гипотез, обоснование и аргументацию выводов, то это будет способствовать развитию критического мышления.

Объект исследования: математическая подготовка обучающихся 7 класса.

Предмет исследования: дидактические условия формирования критического мышления обучающихся 7 класса в процессе обучения математике.

Цель исследования: разработка и апробация методических рекомендаций по формированию критического мышления обучающихся 7 класса в процессе обучения математике.

Задачи исследования:

- 1) Охарактеризовать понятие «критическое мышление».
- 2) Описать дидактические условия формирования критического мышления обучающихся в процессе обучения математике.
- 3) Разработать методические рекомендации по формированию критического мышления обучающихся на уроках математики 7 класса.
- 4) Провести апробацию методических рекомендаций по формированию критического мышления.

Глава 1. Теоретические аспекты формирования критического мышления обучающихся в процессе обучения математике

1.1 Критическое мышление как новый образовательный результат

По мнению психологов К. Дуннера и Б. Рассела, «мышление – совокупность умственных процессов, лежащих в основе познания; к мышлению именно относят активную сторону познания: внимание, восприятие, процесс ассоциаций, образование понятий и суждений. В более тесном логическом смысле мышление заключает в себе лишь образование суждений и умозаключений путём анализа и синтеза понятий» [38, с. 98].

С точки зрения философов Л.Н. Каган и А. Ф. Лосева «мышление – идеальный компонент реальной деятельности общественного человека» [16, 12].

Понимание мышления как процесса создания новаторских знаний демонстрирует динамическую способность человека к преобразованию окружающего мира. В ходе этого когнитивного действия возникает уникальный продукт, не имеющий аналогов ни в объективной реальности, ни в субъективных представлениях индивида на текущий момент.

Критика – это «изучение или обсуждение чего-либо с целью поиска недостатков» [41, с.35].

Критичность (греч. kritike – искусство разбирать, судить) – «способность осознавать свои ошибки, умение оценивать свои мысли, взвешивать доводы за и против выдвигающихся гипотез и подвергать эти гипотезы всесторонней проверке» [32, с. 102].

По мнению Д. Халперн, «критичность состоит в умении обдуманно действовать, проверять и исправлять свои действия в соответствии с условиями реальности» [40, с. 217].

Используя метод контент-анализа в сфере психологии и педагогики, изучим различные определения понятия «критическое мышление» (таблица 1).

Таблица 1. Контент-анализ определения понятия «критическое мышление»

№	Автор	Определение понятия
1	Д.М.Шакирова	«Критическое мышление – это обоснованность суждений,

		утверждение действий и способность оценить степень их обоснованности» [42].
2.	А. В. Виноградова	«Критическое мышление – это особый вид умственной деятельности, позволяющий человеку вынести здравое суждение о предложенной ему точке зрения или модели поведения» [7].
3.	В.В. Роон	«Критическое мышление – это разумное рефлексивное мышление, сфокусированное на решении того, во что верить и что делать» [16, с. 126].
4.	Д. Халперн	«Критическое мышление – это направленное мышление, отличающееся взвешенностью, логичностью и целенаправленностью» [40].
5.	Д.Б. Эльконин	«Критическое мышление – это мышление, которое использует когнитивные навыки и стратегии, которые помогают оценивать ситуации и увеличивают вероятность получения желательного результата» [5].
6	М. П. Козина	«Критическое мышление – это самостоятельное мышление, которое делается самим человеком для себя самого» [20].
7	С. В. Менькова	«Критическое мышление – это мышление человека, помогающее выстраивать мотивационное поле самому себе» [28].

В области образования некоторые исследователи определяют критическое мышление как:

– Дмитриев Г.Д. отмечает как «один из способов интеллектуальной деятельности человека, который характеризуется следующими умениями: определять ложные стереотипы, ведущие к неправильным выводам; выявлять предвзятое отношение, мнение и суждение; уметь отличить факт, от предположения и личного мнения; подвергать сомнению логическую непоследовательность устной и письменной речи; определять суть проблемы и альтернативные пути ее творческого решения; уметь делать вывод о том, чьи конкретно ценностные ориентации, интересны, идейные установки отражают текст; избегать категоричности в утверждениях и т.д.»[10, с. 81];

– По мнению Попкова В.А. это «специфическая форма оценочной деятельности субъекта познания, направленная в самом общем смысле на выявление степени соответствия (или несоответствия) того или иного продукта принятым эталонам и стандартам, включающая определенные процедуры и способствующая смысловому самоопределению субъекта познания по отношению к самым разнообразным проявлениям окружающего мира и его продуктивному преобразованию» [35, с. 27];

– Дьюи Д. считает, что «интеллектуально организованный процесс, направленный на активную деятельность по осмыслению, применению, анализу, обобщению или оценке информации, полученной или создаваемой путем наблюдения, опыта, рефлексии, рассуждений или коммуникации как руководство к действию или формированию убеждения» [11, с. 49];

– Векслер С. И. пишет, что «прижизненно формирующееся мышление, развитие которого можно ускорить с помощью специально организованного обучения, тренируя школьников, прежде всего в нахождении и опровержении ошибок, а также в рецензировании ученических работ» [6, с. 17].

Отметим, что П.Ф. Каптерев доказывал «необходимость в школьном процессе обучения «создавать» у ребенка такое мышление, посредством которого учащийся сам в состоянии вырабатывать субъективно новые знания» [17, с. 185].

Кроме того, Д. Дьюи отмечает, что «все подходы к понятию критического мышления в психологии, педагогике и смежных науках довольно близки по смыслу, и предлагает определение данного понятия, передающего суть данных подходов: критическое мышление – это использование когнитивных техник или стратегий, которые увеличивают вероятность получения желаемого конечного результата; развитие критичности ведет к формированию у человека критического мышления» [11, с. 111].

Виды мышления

Прямое влияние на предмет с целью его познания отображает наглядно-действенное мышление [24]. Этот вид мышления начинает формироваться у младенцев примерно от шести месяцев и продолжается до достижения ими полутора лет.

Наглядно-образное – этот вид мышления, основанный на визуальных представлениях и образах, как правило, характерен для представителей креативных занятий [24].

Абстрактное (словесно-логическое) мышление – опирающееся на логические операции и размышления, функционирует через абстрактные понятия

и применение языка. Оно предполагает формулировку гипотез и проведение анализа данных [24].

Мышление теоретико-эмпирического характера направлено на исследование и создание новаторских теорий и концепций [24]. Индивиды с подобным складом ума устремлены к осмыслению окружающей действительности посредством анализа закономерностей и установления причинно-следственных зависимостей.

Практическое мышление – направлено на реализацию специфичных задач и достижение определенных результатов [24]. Личности, которые обладают данным складом ума, имеют склонность принимать решения, опираясь на личный опыт.

Способность личности, заключающаяся в анализе, оценке и критическом осмыслении данных, а также в логическом мышлении с выдвижением обоснованных аргументов, характеризует критическое мышление [24].

Критическое мышление выделяется среди прочих благодаря своим уникальным функциям. Оно сосредотачивается на глубоком анализе и тщательной интерпретации окружающей действительности. В отличие от него, иные формы мыслительной деятельности обладают разнообразными характеристиками и направлены на различные элементы умственной работы.

Чтобы освоить критическое мышление важно придерживаться четырех принципов: «выявление и оспаривание предположений; проверка фактической точности и логической последовательности; рассмотрение контекста; изучение альтернатив» [12, с. 88].

Эта совокупность принципов представляет собой не просто навыки мышления, но фундамент, на котором строится критическое мышление. Используя их совместно, становится возможно осуществить анализ любой информации, поступающей из источников массовой информации, интернета, в ходе взаимодействия с окружающими или в процессе изучения математических дисциплин.

Критическое мышление – это комплексный процесс, который включает в себя несколько взаимосвязанных компонентов (рисунок 1) [15].

Анализ	• Разделение информации на части: анализ начинается с рассмотрения информации как целого, а затем ее разделения на отдельные части, факты, аргументы и доказательства. • Идентификация ключевых элементов: выделение самых важных элементов информации, которые имеют наибольшее значение для понимания темы. • Выявление связей и зависимостей: поиск взаимосвязей между различными частями информации, установление причинно-следственных связей и понимание зависимостей между фактами.
Оценка	• Проверка достоверности: определение надежности источника информации, проверка фактов и доказательств на точность. • Оценка релевантности: определение, насколько информация актуальна и важна для данной темы или проблемы. • Оценка логичности: проверка аргументов на логичность, выявление противоречий и несоответствий. • Оценка предвзятости: определение, не влияет ли на информацию личное мнение, чувства или интересы автора.
Создание аргументов	• Формулирование собственной позиции: основываясь на анализе и оценке информации, формирование собственной точки зрения и мнения по теме. • Поддержка аргументами: приведение фактов, доказательств и логических аргументов в поддержку своей позиции. • Учет противоположных точек зрения: рассмотрение альтернативных точек зрения и аргументов, чтобы сделать свою позицию более обоснованной.

Рисунок 1. Компоненты критического мышления

Компоненты, действуя взаимосвязано, и образуют сложную сеть, обеспечивающую функциональность критического мышления.

Таким образом, критическое мышление – это структурированное и рациональное размышление, которое самостоятельно направляется с целью достижения определённых интеллектуальных задач в разных областях науки или личных интересов.

Способность критически мыслить является одной из ключевых компетенций XXI века.

Требования ФГОС ООО к образовательным результатам в сфере критического мышления, определяют следующие ориентиры [36]:

- «способность анализировать – обучающиеся должны уметь определять связи между утверждениями, вопросами и доводами;
- умение оценить надёжность данных и определить убедительность аргументов;
- способность аргументированно объяснять – обучающиеся должны владеть методами логически строить мысль и защищать свои выводы;
- умение формировать гипотезы (предположения) и делать самостоятельно выводы, выявляя недостающую информацию;

– владеть саморегуляцией, саморефлексией, самопроверкой и коррекцией своих действий» [36].

Для развития критического мышления педагоги и психологи (Л.Н. Ерофеева, С.В. Лещева, С.В. Менькова [12], Д. Дьюи [11], Д. Халперн [40]) рекомендуют применять такие технологии обучения, которые подразумевают три стадии: первичный вызов, последующее осмысление материала и финальная рефлексия.

При обучении критическое мышление проявляется как процесс оценки, который определяется логическим подходом, обоснованностью, целенаправленностью, независимой работой и возможностью контроля, направленным на усвоение и рефлексии знаний у субъекта познания.

В структуре критического мышления психологи выделяют четыре компонента (см. рисунок 2) [15].



Рисунок 2. Компоненты критического мышления

Ефрова А. Р. В своей работе [13] выделяет следующие уровни развития критического мышления (рисунок 3):



Рисунок 3. Классификация уровней критического мышления (по Еферовой)

В своих работах Д. Халперн выделяет показатели развития критического мышления такие, как умение анализировать и оценивать аргументы, социальную природу критического мышления и умение анализировать представленную информацию [40]. В своих работах Д. Клаустер, И. О. Загашев, С. И. Заир-Бек и И. В. Муштавинская также выделяют эти же показатели [14]. Мы проанализировали работы вышеупомянутых авторов и выявили ключевые критерии и показатели развития критического мышления обучающихся:

- Социальность – умение эффективно общаться и работать в коллективе, прислушиваться к чужому мнению и учитывать его точку зрения, вносить свой вклад в совместное принятие решений;
- Аргументация – умение убедительно обосновывать свою точку зрения, принимать осознанные и взвешенные решения, ясно и корректно выражать свои мысли в письменной и устной речи;
- Анализ информации – умение выделять основную информацию из многочисленных фактов, обнаруживать пробелы в знаниях, оценивать сильные и слабые стороны аргументов и обнаруживать ошибки в них;
- Логичность мышления – умение строить логические цепочки, оценивать корректность последовательности умозаключений, принимать разумные решения о том, отклонить ли суждение, согласиться с ним или отложить его рассмотрение;

- Самостоятельность – умение задавать вопросы, выдвигать предположения, признавать свои ошибки, принимать на себя ответственность;

- Рефлексивность - уровень развития рефлексивных умений, включающих в себя способность к адекватной самооценке, объективному самоанализу, анализу собственных мыслительных процессов и поведения при решении сложных задач как индивидуально, так и коллективно.

На основании вышеуказанных критериев и показателей критического мышления нами были выделены уровни его сформированности, а также их содержание/ характеристика (см. таблицу 2).

Таблица 2. Уровни и показатели сформированности критического мышления

Уровни сформированности КМ	Показатели сформированности КМ
Недостаточный	Неумение проводить анализ информации и обосновывать свои выводы, проблемы с пониманием логической взаимосвязи при решении задач.
Низкий	Обучающиеся обладают начальными знаниями о методах анализа информации и пока не освоили умение строить логические последовательности и осуществлять критический анализ.
Средний	Обучающиеся демонстрируют навык создания логически связанных последовательностей для решения задач, а также проявляют умение критически оценивать информацию и находить альтернативные подходы к решению проблем.
Высший	Обучающиеся демонстрируют скорость и аккуратность в процессе анализа и критической оценки, а также проявляют умение генерировать новые идеи и ответы.

Вывод: В своем исследовании мы придерживаемся определения Д. Дьюи «критическое мышление – это интеллектуально организованный процесс, направленный на активную деятельность по осмыслению, применению, анализу, обобщению или оценке информации, полученной или создаваемой путём наблюдения, опыта, рефлексии, рассуждений или коммуникации как руководство к действию или формированию убеждения» [11]. Условно выделяют четыре уровня сформированности критического мышления: недостаточный, низкий,

средний, высший. Показателями критического мышления выступают: владение обобщенными знаниями и навыками работы с информацией; умение анализировать и выявлять причинно-следственные связи; умение обосновывать выводы и самостоятельно принимать решения.

Учебный предмет «математика» обладает соответствующим потенциалом для формирования и развития критического мышления обучающихся.

1.2. Дидактические условия формирования критического мышления обучающихся в процессе обучения математике

Образовательной организации предъявляется запрос общественности на подготовку выпускников, которые сочетают в себе умение критически оценивать информацию и извлекать необходимые знания, демонстрируя при этом гибкость в условиях динамично изменяющейся среды.

Для развития критического мышления в процессе обучения математике необходимы соответствующие условия.

В своей работе Ч. Темпл, К. Мередит и Дж. Стил определили педагогические условия, которые способствуют развитию критического мышления обучающихся [33]:

1. Важно предоставить возможность для приобретения опыта критического мышления, а также дать время на его приобретение;
2. Необходимо давать учащимся возможность размышлять;
3. Целесообразно способствовать активности учащихся в учебном процессе;
4. Важно принимать различные мнения и идеи;
5. Важно выражать веру в то, что каждый учащийся способен на критические суждения;
6. Необходимо убедить учащихся в том, что они не рискуют быть высмеянными;
7. Необходимо ценить проявления критического мышления.

Учащиеся при этом должны:

1. Развивать в себе уверенность и понимание ценности своих мнений и идей;
2. Активно участвовать в учебном процессе;
3. С уважением выслушивать различные мнения;
4. Быть готовыми как формулировать свои суждения, так и воздерживаться от них.

Для развития критического мышления применяется специализированная методика, известная как техника развития критического мышления (ТРКМ). Эта методика была разработана американскими специалистами в области образования, среди которых выделяются Ч. Темпл, Дж. Стил, К. Мередит [39].

Взаимодействие между педагогом и обучающимися составляет фундамент метода развития навыков критического мышления, направленной на творческое сотрудничество. Основное внимание уделяется развитию у школьников способности аналитически подходить к любой информации. Основой не является запоминание содержания, а постановка вопросов и нахождение путей их решения.

Цель ТРКМ: подготовка будущих поколений направлена на формирование детей, овладевающих мастерством обмена информацией и способностей к продуктивной коммуникации, а также на развитие у них умений по активному восприятию сказанного. Особое внимание уделяется мастерству ведения дискуссий в процессе их образования.

Технология развития критического мышления стремится к достижению следующих целей:

- «образовательной мотивации: повышения интереса к процессу обучения и активного восприятия учебного материала;
- культуры письма: формирования навыков написания текстов различных жанров;
- информационной грамотности: развития способности к самостоятельной аналитической и оценочной работе с информацией любой сложности;
- социальной компетентности: формирования коммуникативных навыков и ответственности за знание» [34, с. 134].

Дидактический цикл, ставший фундаментом для технологии развития критического мышления, получил в отечественной педагогике особое обозначение: «Вызов – осмысление – рефлексия». Эта системная модель выстраивается на универсальных закономерностях, присущих человеческому мышлению. Учитывая, что такие закономерности регулируют процесс восприятия информации в различных областях знаний, изучение технологии «Развитие критического мышления» можно успешно интегрировать в любой учебный контент.

Теория трехступенчатого обучения (ТРКМ) строится на базовой модели с тремя ключевыми этапами. Это означает, что процесс усвоения информации проходит последовательно через три основных этапа. Для лучшего понимания представляем эту структуру в форме схемы с детальным описанием каждой её части (рисунок 4):

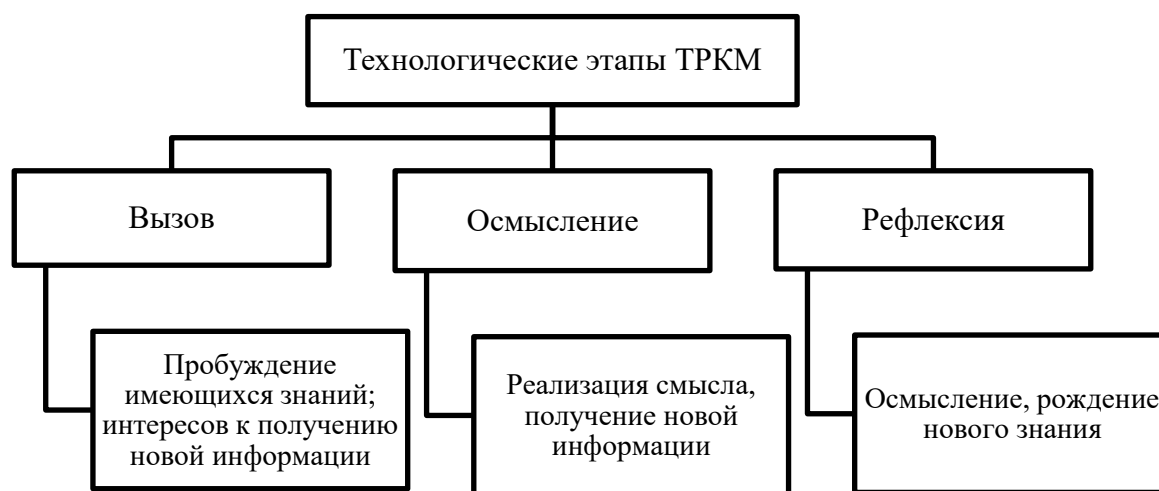


Рисунок 4. Технологические этапы ТРКМ

Исследуя все три стадии данной технологии развития критического мышления, становится очевидной их взаимосвязанность: каждый этап системно поддерживает другую, и их отдельное существование невозможно.

Первый этап «Вызов» – «актуализирует имеющиеся знания учащихся, пробуждает интерес к теме; именно здесь определяются цели изучения материала. Для этого используют различные приемы: прием мозгового штурма, наработка различных версий в отношении изучаемого материала, верные и неверные утверждения («верите ли вы»), ключевые слова, таблица ЗХУ (знаю, хочу узнать,

узнал), кластеры. На основе имеющихся знаний учащиеся могут строить свои прогнозы, определять цели познавательной деятельности на данном уроке» [9].

Второй этап «Осмысление» нового материала (новой информации, идеи, понятия). «Здесь происходит основная содержательная работа обучающегося с текстом, причем «текст» следует понимать достаточно широко, это может быть документ или любой другой источник знаний, а также – речь учителя, видеоматериалы и др. В процессе работы обучающегося с новой информацией используются следующие приемы – чтение текста с остановками, маркировка текста символами, инсерт (составление таблиц), эффективная лекция, древо предсказаний, дневники и бортовые журналы, толстые и тонкие вопросы, зигзаг» [39].

Третий этап «Рефлексия (размышление)», «здесь ученик осмысляет изученный материал и формирует свое личное мнение, отношение к изучаемому материалу. На данной стадии возможно проведение дискуссии, написание сочинения, эссе, фиксация рассмотренного материала в виде собственных выводов, записей в тетради, составления схемы, портфолио, синквейна, кластера» [39].

Соблюдение всех трех этапов на уроке является обязательным, поскольку оно позволяет отразить многоэтапный и сложный процесс мышления.

На рисунке 5 представлены образовательная модель для развития критического мышления [39].

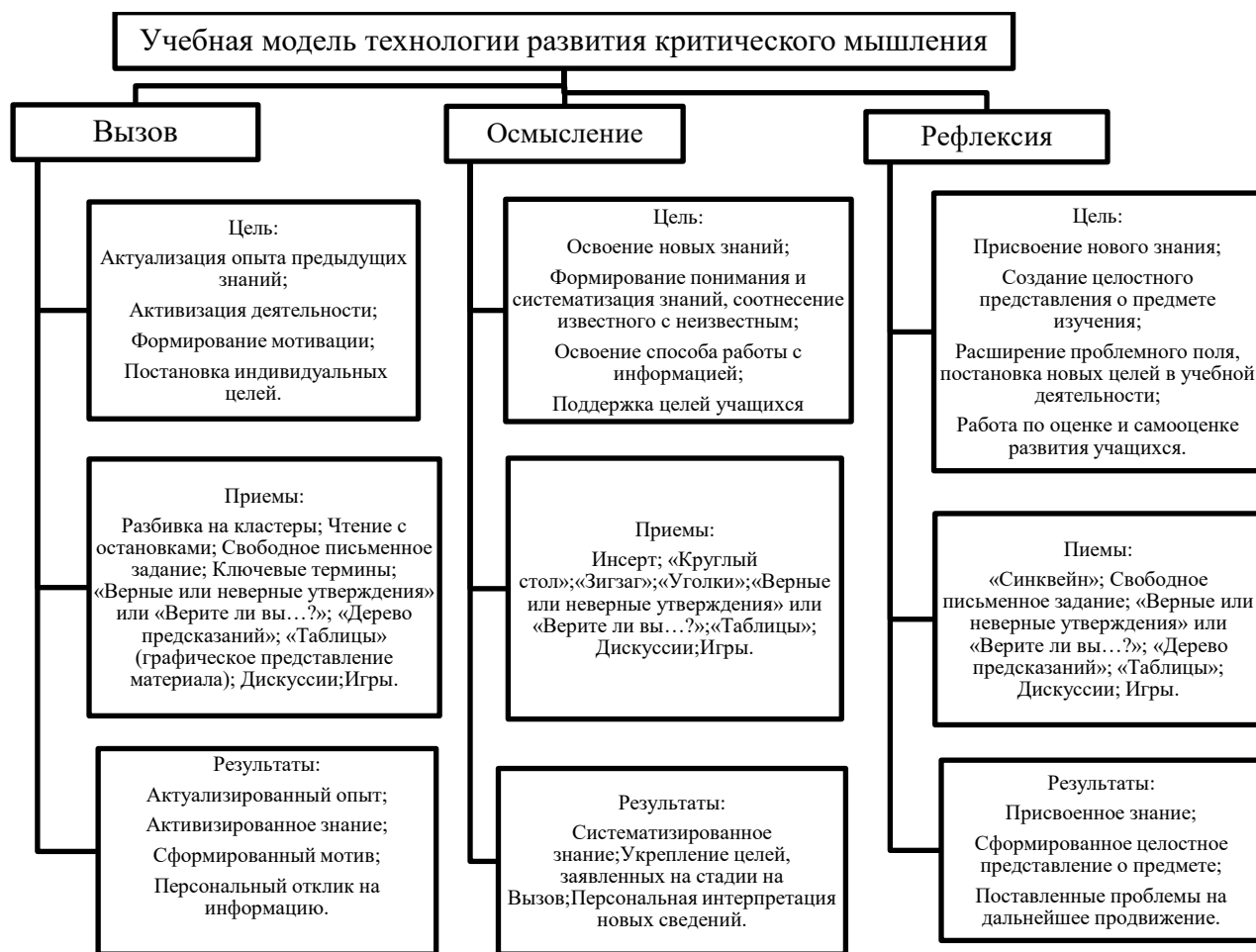


Рисунок 5. Учебная модель технологии развития критического мышления

На основе педагогической технологии, ориентированной на развитие критического мышления, следует организовывать учебный процесс во всех дисциплинах, включая математику. Более того, базовая конструкция указанной технологии гармонично интегрируется с ключевыми фазами обучения математике, соединяя их в единое целое.

Для структурирования информации и создания смысловых текстов на уроках математики полезно применять «кластеры», таблицы, схемы и другие средства графического представления информации.

Для развития критического мышления необходимо формировать образовательную среду, поддерживающую мыслительный процесс, поощряющую содержательные дискуссии и обмен разнообразными мнениями.

По нашему мнению, в учебниках по математике для 7 класса недостаточно заданий, способствующих развитию у обучающихся критического мышления.

Отсутствуют задания, направленные на анализ и осмысление текста параграфа, выявление его структуры. Кроме того, практически не встречаются задания, которые бы поощряли обучающихся к самостоятельному изучению дополнительных источников учебной литературы.

Проанализировав учебник Алгебры 7 класс авторов Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворов можно сделать вывод, что в нем присутствуют отдельные задания, способствующие развитию критического мышления, однако они встречаются в учебнике крайне редко.

Для развития критического мышления на уроках математики обучающимся целесообразно предлагать разнообразные виды заданий: задания, связанные с анализом таблиц, текстов, изображений, схем; задания с встроенными ошибками и задачи, включающие лишние данные или с противоречащими данными (компонент анализ или оценка); провоцирующие задачи (компонент создание аргументов) – формулировки условия или требования таких задач могут навязать обучающемуся неверный ответ, натолкнуть на неправильный путь решения; многовариантные задания – имеют несколько вариантов ответов; задания на поиск ошибок в представленном решении – среди заложенных ошибок могут быть содержательные, логические, вычислительные, графические и другие; задания, требующие самостоятельного поиска информации в открытых источниках; задания, в которых нужно определить, является ли утверждение верным или нет, и обосновать свой ответ и др.

Приведем примеры заданий по темам школьного курса математики 7 класса, которые могут способствовать развитию критического мышления обучающихся:

- *задания, связанные с анализом таблиц, текстов, изображений, схем*

Пример 1.

10 В таблице 5 даны нормативы по бегу на 100 м.

Таблица 5. Нормативы по бегу на 100 м, с

Хронометр	Мастер спорта межд. класса	Мастер спорта	Кандидат в мастера спорта	I разряд	II разряд	III разряд
Ручной	—	—	10,7	11,2	11,8	12,7
Автоматический	10,28	10,64	10,94	11,44	12,04	12,94

Используя таблицу 4, ответьте на вопросы. Считайте, что время измеряли автоматическим хронометром.

- Сколько спортсменов во время контрольного забега выполнили норматив кандидата в мастера спорта по бегу на 100 м?
- Сколько спортсменов выполнили норматив I разряда?
- Сколько спортсменов выполнили норматив II разряда?

Пример 2.

На диаграмме 10 показаны данные о числе учебных и художественных книг русских и зарубежных авторов в школьной библиотеке. Сколько примерно учебных книг в библиотеке, если всего в библиотеке 800 книг?

Диаграмма 10. Школьный библиотечный фонд



- задания с встроенными ошибками

Пример 3. Найдите неверные утверждения, укажите допущенные ошибки и исправить их:

$$a^2 + b^2 + 2ab = (a - b)^2;$$

$$c^2 - 2ca + a^2 = (c + a)^2;$$

$$64 + 4a^2 = (8 - 4a)(8 + 2a);$$

$$49 - 25k^2 = (7 - 5k)(7 - 5k).$$

- провоцирующие задачи

Пример 4. Проверьте, верно ли равенство

$$\frac{1}{6 * 7} + \frac{1}{7 * 8} + \frac{1}{8 * 9} = \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{9}\right)$$

Пример 5. Не выполняя вычислений, сравните значения выражений:

$$1,48 * 1,7 \text{ и } 1,48 : 1,7$$

$$3,876 * 0,34 \text{ и } 3,876 : 0,34$$

Пример 6. Верно ли при любом значении x равенство:

$$\text{а) } (-x^3)^2 * (x^5)^4 = (x^7)^3 * (-x^2)^2x$$

$$\text{б) } (-x^2)^3 * (-x^6)^2 = (-x^5)^3 * x^2$$

- *многовариантные задачи*

Пример 7. На прямой взяты точки А, В и С так, что расстояние между точками А и В равно 5, а между точками В и С равно 3. Найдите расстояние между точками А и С.

Помимо специальных заданий, на уроках математики можно применять разнообразные приёмы обучения, направленные на развитие критического мышления: «мозговой штурм»; «анализ проблемных ситуаций»; веб-квест; формулировка примеров, контрпримеров, аргументов и доказательств, подтверждающих или опровергающих тот или иной факт; дискуссия; ролевые и/или деловые дидактические игры и др.

Способность задавать правильные вопросы – это основа критического мышления. Важно поощрение учеников не просто принимать информацию, а активно ее опровергать, рассматривая ее с разных сторон. Вместо "Что произошло?", уместен вопрос "Почему это произошло?", "Какие последствия могут быть?», «Есть ли альтернативные объяснения?".

Сделать класс местом активных дискуссий - еще один эффективный способ достижения образовательной цели. Неплохо будет организовать дебаты, где обучающиеся должны аргументировать свою точку зрения, приводя доказательства, отвечая на контраргументы и рассматривая проблему с разных перспектив.

Эффективным считается и обучение школьников разбираться в источниках информации, оценивать ее достоверность, находить и анализировать предвзятость.

В современном мире невозможно отрицать важность использования цифровых технологий. И в этой связи важно развить у школьников навыки критического использования информации из интернета. Они должны использовать инструменты для проверки достоверности информации, выявлять лживые информационные сообщения и критически анализировать текстовые потоки.

Учителя используют различные элементы технологии критического мышления С.И. Заир-Бекова [15]. Он предлагает пять педагогических методик (см. рис. 6).



Рисунок 6. Принципы процесса развития критического мышления при обучении математике

Рассмотрим некоторые методические приёмы организации некоторых форм самостоятельной учебной деятельности, направленные на развитие критического мышления. Такие как: составление таблиц; приём «Инсерт», приём контрольных вопросов, приём сократовская беседа, мозговой штурм и др.

Приём «Инсерт». Учитель предлагает обучающимся проблемную задачу: «Можно ли при помощи циркуля и линейки построить треугольник со сторонами 3см., 6см. и 12 см.?». Разделившись на группы постоянного состава, обучающиеся выслушивают мнения своих одноклассников. Оценивают ответы друг друга. Выбирают и подготавливают одного одноклассника из своей группы для презентации ответа.

Проектная деятельность. В процессе работы над каким-либо проектом обучающиеся должны, анализировать информацию, планировать, решать проблемы, работать в команде и представлять результаты.

Метод «Двухчастный дневник». Данный метод позволяет обучающимся с разных точек зрения осмыслить учебный материал. Для данного метода необходима тетрадь или файл, разделенный на две равные части. Правая часть: обучающимся необходимо проанализировать информацию с более объективной точки зрения, применяя и используя знания из других источников, рассматривая и сильные и слабые стороны, приводить факты и их доказательства. Левая часть: обучающимся предлагается зафиксировать свои личные мысли, чувства от данного текста, реакции на изученный материал или прочитанный текст. Данная часть предназначена для свободного выражения своих эмоций, ассоциаций, вопросов, которые могли возникнуть в процессе обучения.

Как работает данный метод?

1. Запись в левой части: обучающийся либо смотрит видео, либо читает текст, либо самостоятельно изучает предложенный материал и записывает свои первые впечатления, эмоции, которые у него возникли, вопросы. Важно, чтобы эта запись была личной и не подвергалась цензуре.

2. Анализ в правой части: далее обучающийся переходит к правой части данного дневника и анализирует материал уже с точки зрения фактов, аргументов, доказательств. Можно перефразировать текст, сравнить информацию с разными источниками, выделить ключевые идеи, использовать различные виды анализа.

Этот метод развивает критическое мышление: обучающийся учится анализировать информацию, сравнивать её, формулировать собственные выводы и аргументы. Также, дневник повышает уровень понимания темы, обучающийся записывая свои мысли глубоко погружается в учебный материал и запоминает его более эффективно.

Метод двухчастного дневника можно эффективно использовать на уроках математики. Например, обучающийся может записать в левой части дневника

свои первые впечатления от новой теоремы, а в правой части – ее доказательство, разобрать применение теоремы в конкретных задачах.

Ключевым элементом развития критического мышления является взаимодействие учителя и обучающегося. Учитель не только передает знания, но и создает условия для активной мыслительной деятельности обучающихся. Он задает вопросы, стимулирует размышления, помогает обучающимся анализировать информацию, формулировать собственное мнение.

Это позволяет не только осмыслить учебный материал, но и развить навыки самостоятельной работы, анализа и рефлексии.

Математическая игра «Исправляем ошибки». Во время данной игры обучающиеся делятся на несколько микро-групп и члены жюри. Каждая команда получает задание с математическими задачами и определениями знакомых понятий, в тексте которых пропущены слова или допущены ошибки.

$$a^2 + b^2 + 2ab = (a-b)^2 - \text{формула ...}$$

$$c^2 - 2ca + a^2 = (c+a)^2 - \text{формула}$$

$$9 + 4a^2 = (3 - 2a)(3 + 2a) - \text{формула}$$

$$4 - 25a^2 = (2 - 5a)(2 + 5a) - \text{формула квадрат разности}$$

Обучающимся предстоит найти ошибки и вставить пропущенные слова. Учитель заблаговременно составляет картотеку типичных ошибок обучающихся. В игре побеждает та команда, которая быстрее всех справится с заданием. Другие команды заслушивают выступление первой команды. Отметки получают самые активные обучающиеся.

Метод «Мозгового штурма» (так же известный как «брейнсторминг») широко применяется для генерации новых идей в научных и практических сферах. Задачи, которые выбираются в рамках «Мозгового штурма», должны быть обоснованными теоретически или практически, а также вызывать живой интерес у обучающихся. Основное требование к выбору задачи – наличие возможности для получения разнообразных, нестандартных решений. Подготовка к «Мозговому штурму» включает несколько этапов (рис. 7):

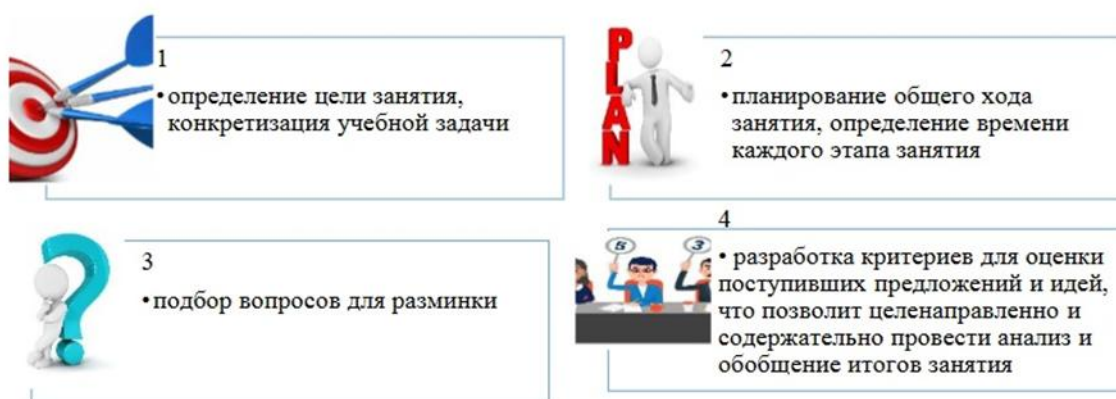


Рисунок 7. Алгоритм работы с приёмом «Мозговой штурм»

Пример: команды должны быстро и точно ответить на 20 вопросов.

- Сумма углов треугольника. Ответ: 180 градусов.
- Геометрическая фигура в связях любви. Ответ: треугольник.

«Мозговой штурм» является одним из передовых и инновационных интерактивных методов обучения.

Приём «Кластер» представляет собой визуальный способ структурирования информации, где ключевые идеи представлены в виде схемы с учетом всех возможных связей между ними. Этот метод помогает организовать и систематизировать учебное содержание и может применяться на разных этапах урока.

Для создания логической последовательности на уроках математики учителю необходимо уделить внимание разработке четко сформулированных вопросов и осмыслению геометрических понятий. Используя методику «Развитие критического мышления» через специально подготовленные учебно-познавательные ситуации, способствует развитию когнитивных функций и процессов, включая различные типы памяти, мышление, внимание и восприятие. Процесс создания кластера прост и логичен (рис. 8):

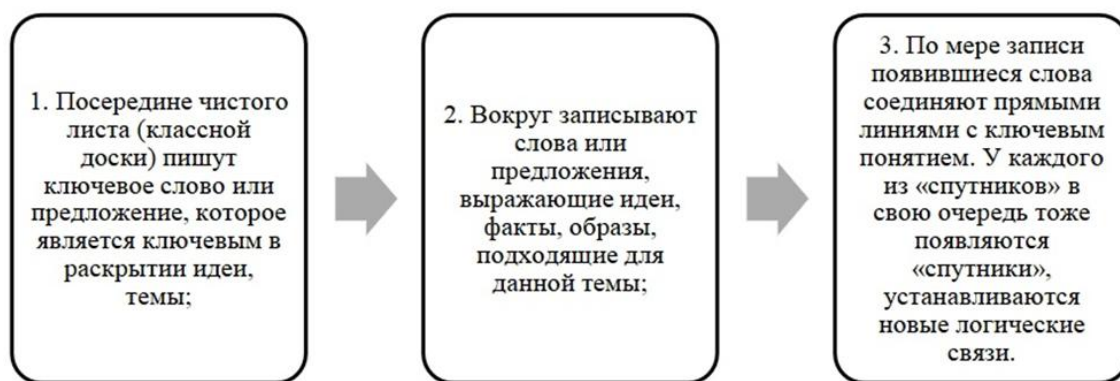


Рисунок 8. Алгоритм составления Кластера.

На уроках математики с помощью этого метода обучающиеся осваивают навыки выявления ключевых особенностей предмета, способности сравнивать несколько объектов, выделять сходства и различия в символах и свойствах, а также делать простейшие обобщения на основе общих характеристик. Эта техника является фундаментальным навыком для развития аналитических и синтетических способностей, а также для формирования способности к логическому мышлению и рассуждению.

Метод «Корзина идей» схожа с такими известными подходами, как «Мозговой штурм» и «Кластер», и предполагает различные формы взаимодействия, будь то индивидуальные и коллективные. Каждый из этих методов дает возможность способно выражать мысли без их критического анализа. Однако, в то время как кластеры способствуют лучшему пониманию последовательности логических шагов, «Корзина идей» помогает выявить «зоны интересов».

Ниже представим алгоритм работы с «Корзиной идей» (рисунок 9):

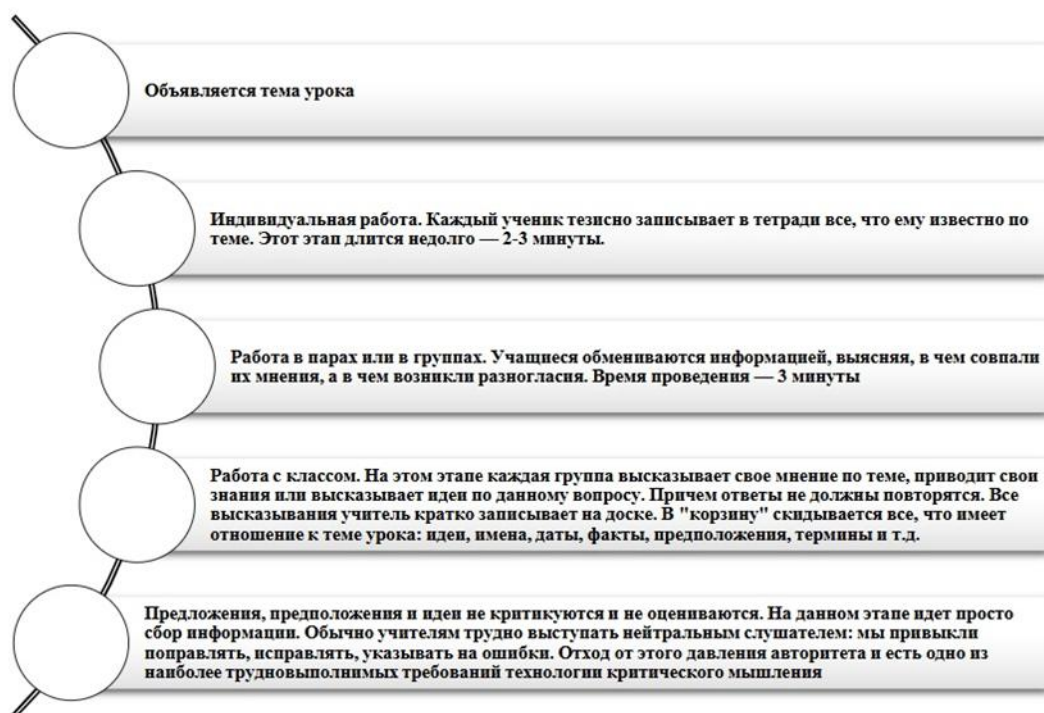


Рисунок 9. Алгоритм работы с методом «Корзина идей» на уроке

Все идеи и предложения будут поняты и проанализированы по мере прохождения урока. Постепенно все неточные или неправильные утверждения должны исчезнуть из "корзины", останется только "выжимка" из верных.

При проведении итога урока, на этапе рефлексии можно вновь обратиться к "Корзине идей".

«Корзина идей» — это вовлечение всех обучающихся в образовательный процесс. На традиционных уроках этап актуализации знаний обычно не всегда может охватить всех обучающихся в классе и многие из них предпочитают оставаться пассивными, оставляя активную работу другим. «Корзина идей» нацелена на индивидуальную форму работы, которая позволяет даже самым пассивным внести свой вклад в урочную деятельность.

Метод «Синквейн». Применение метода Синквейна на уроках математики для обучающихся 7-го класса способствует глубокому усвоению знаний, развитию умения выражать сложные мысли и чувства в краткой форме. Обучающиеся должны научиться сокращать информацию и передавать идеи в нескольких словах. Давайте рассмотрим правила написания синквейна (см. таблицу 3).

1 строка	Содержит одно слово, чаще всего существительное или местоимение, обозначающее обсуждаемый объект или предмет
2 строка	Два прилагательных или причастия. Они описывают функции и свойства объекта или предмета, выбранного в синквейне.
3 строка	Обычно состоит из трех глаголов или деепричастий, которые описывают характерные действия объекта.
4 строка	Выразить личное отношение автора синквейна к описываемому предмету или объекту, можно через фразу состоящую из четырех слов
5 строка	Одно слово, которое обозначает суть объекта или предмета .

Таблица 3. Правила написания синквейна.

Обучающиеся убеждены в том, что каждый из них способен написать интересное стихотворение. Предложение написать синквейн может быть полезным как в начале, так и в конце урока. Увлеченная работа обучающихся зачастую приводит к созданию поэтических шедевров. Лучшие результаты достигаются при работе в парах или группах, что позволяет обучающимся глубже размышлять и критически анализировать темы. Обучающиеся не только пишут свои произведения в классе, но и дома, что делает процесс еще более привлекательным.

Приём «Пометки на полях» находит своё применение не только в высших и средних учебных заведениях, но и в общеобразовательных школах.

1. На начальном этапе урока учитель анонсирует тему и предлагает обучающимся вспомнить и записать в свои тетради все, что они знают о ней. Очевидно, что представленная информация может быть неполной, неточной или даже искажённой. Наша задача – обновить знания.

2. Далее обучающиеся делятся на пары для обмена информацией и дополнения друг друга.

3. После этого пары объединяются в группы по четыре человека. Например, используются обозначения:

«V» - «знал»

«+» - «узнал новое».

Затем учитель совместно с обучающимися подводят итог урока, обсуждая новое, что было усвоено, и задают вопрос о желании узнать больше об обсуждаемой теме.

Обучающиеся самостоятельно выражают свои вопросы. После изучения текста им предлагается составить таблицу с колонками, в которой указаны уже известные факты, новые сведения и вопросы, которые хотелось бы разобрать.

Знал	Узнал	Хочу узнать

Таблица 4. Таблица ответов «Пометки на полях»

Учитель акцентирует внимание на последней колонке, даёт рекомендации и подсказки о том, где можно найти ответы на интересующие вопросы.

Вывод: Образовательную деятельность по математике в 7 классе необходимо организовать таким образом, чтобы наряду с формированием математических знаний, умений и навыков происходило формирование критического мышления обучающихся. Это способствует приобретению значимо важных личностных качеств, более качественному усвоению математического материала. Виды заданий по математике для обучающихся 7 класса, которые способствуют развитию критического мышления: провоцирующие задания – формулировки условия или требования таких задач могут навязать обучающемуся неверный ответ, натолкнуть на неправильный путь решения; задания с противоречащими данными; многовариантные задания – имеют несколько вариантов ответов; задания на поиск ошибок в представленном решении – среди заложенных ошибок могут быть содержательные, логические, вычислительные, графические и другие; задания, требующие самостоятельного поиска информации в открытых источниках; задания, в которых нужно определить, является ли утверждение верным или нет, и обосновать свой ответ.

С целью развития критического мышления на уроках математики целесообразно применять различные дидактические приёмы и методы обучения,

основанные на решении проблем и активном взаимодействии: «мозговой штурм»; «анализ проблемных ситуаций»; формулировка контрпримеров, аргументов и доказательств, подтверждающих или опровергающих тот или иной факт; дискуссия; ролевые и/или деловые дидактические игры и др.

Глава 2. Методические рекомендации по формированию критического мышления обучающихся 7 класса в процессе обучения математике

2.1 Банк заданий на анализ информации проверку гипотез, обоснование и аргументацию выводов для уроков математики 7 класса

Таблица 5. Распределение заданий на развитие критического мышления по темам школьного курса математики 7 класса

№ п/п	Наименование темы урока	Номер и вид задания на развитие критического мышления
Алгебра		
1	Линейное уравнение с одной переменной	Задание 17 «Найди ошибку». Фрагмент урока №2.
2	Функция	Задание 9. Задание 14. Задание 19.
3	Определение степени с натуральным показателем	Задание 10 «Раскраска». Задание 8.
4	Умножение и деление степеней	Задание 3 «Найди ошибку».
5	Многочлен	Задание 7 «Верите ли вы, что...».
6	Применение формул сокращенного умножения при нахождении значений выражений и упрощении выражений	Задание 10 «Раскраска».
7	Система линейных уравнений	Задание 4 «Толстые и тонкие вопросы».
8	Повторение основных понятий и методов курса 7 класса, обобщение знаний	Фрагмент урока №1 дидактическая игра «Математические детективы».
Геометрия		
9	Угол	Задание 5 «Кластер». Задание 12 «Синквейн».
10	Перпендикулярные прямые	Задание 11 «Софизм».
11	Треугольники	Фрагмент урока №3.
12	Окружность и её элементы	Задание 16.
13	Повторение и обобщение знаний основных понятий и методов курса 7 класса	Задание 6 «Верно ли».
Вероятность и статистика		
14	Таблицы	Задание 15. Задание 20.
15	Круговые диаграммы	Задание 13.
16	Графы	Задание 18.

Задание 1. В школе запланирована экскурсия для учеников. Всего в экскурсии примут участие 120 учеников. В школьный автобус могут

поместиться 28 учеников. Определите, сколько автобусов потребуется, чтобы вместить всех учеников, и сколько учеников поместится в последний автобус.

Решение: чтобы узнать, сколько автобусов потребуется, разделите общее количество учеников на количество учеников, которых может вместить каждый автобус.

$$120 \div 28 \approx 4,29$$

Нужно пять автобусов, потому что у вас не может быть и доли автобуса. Умножьте количество полных автобусов (4) на вместимость автобуса (28), чтобы определить количество учеников в последнем автобусе, затем вычтите это количество из общего числа учеников:

$$120 - (4 \times 28) = 120 - 112 = 8 \text{ студентов в последнем автобусе.}$$

Задание 2. Решить задачу.

Оцените, можно ли на полку, выдерживающую 50 кг, положить 180 пачек чая по 150 г каждой? Сколько нужно коробок, чтобы разложить весь чай, если в одну коробку входит 400 г чая?

Решение: найдем сколько весят 180 пачек чая

$$180 \times 150 = 27000 \text{ г или } 27 \text{ кг (в } 1 \text{ кг} = 1000 \text{ г.)}$$

Если в одну коробку входит 400 г. чая, то в нее можно положить только 2 пачки чая по 150 г. Тогда

$180 : 2 = 90$ коробок понадобится, чтобы положить в них 180 пачек чая по 150 г.

Задание 3. В ходе урока математики Тимофею пришлось столкнуться с проблемой, которая заключалась в том, что он не смог должным образом освоить и запомнить основные правила, касающиеся умножения и деления степеней. Когда его попросили выйти к доске, чтобы решить несколько примеров, результаты его работы оказались следующими:

$$1. a^2 * a^3 = a^6$$

$$2. x^3 * x^3 = x^9$$

$$3. b^{12} : b^3 = b^4$$

$$4. a^{12} : a^4 = a^3$$

Дайте вашу оценку решенным задачам и ответам на них. Согласны ли вы с результатами? Какие ошибки допустил Тимофей при решении примеров? Какое знание и какие правила позволили бы ему избежать ошибок и успешно решить задачи?

Методические рекомендации и комментарии.

1. Ответ неверен, правильный ответ:

$$a^2 * a^3 = a^{2+3} = a^5$$

2. Ответ неверен, правильный ответ:

$$x^3 * x^3 = x^{3+3} = x^6$$

3. Ответ неверен, правильный ответ:

$$b^{12} : b^3 = b^{12-3} = b^9$$

4. Ответ неверен, правильный ответ:

$$a^{12} : a^4 = a^{12-4} = a^8$$

Следовательно, Тимофей совершил ошибки в решении каждого из примеров. Чтобы справиться с заданием успешно, ему нужно было освоить основы умножения и деления степеней с одинаковым основанием.

Методические рекомендации: после выполнения задания 3 обучающимся предлагается проговорить правила умножения и деления степеней с одинаковым основанием, чтобы не допустить ошибок в последующих заданиях.

Задание 4. Обучающимся предлагается разработать тонкие и толстые вопросы (примеры вопросов см. в таблице 6), связанные с темой «Система линейных уравнений». Далее обучающимся предстоит поменяться с соседом по парте разработанными ими вопросам и дать на них ответы.

Таблица 6. Пример составленных вопросов

Обучающийся	Тонкие вопросы (вопросы, на которые можно ответить, одним словом, вопросы, связанные с воспроизводством)	Толстые вопросы (вопросы, требующие глубокого размышления, привлечения дополнительной информации и умения проводить анализ)
1.	Верно ли, что без построения прямых можно найти точку их пересечения?	Что такое система уравнений?

2.	Согласны ли вы с тем, что способ подстановки – универсальный метод решения систем линейных уравнений?	Что называется решением системы линейных уравнений?
3.	Какие способы решения систем линейных уравнений вы знаете?	Расскажите, как решить систему уравнений методом сложения, подстановки?
4.	Как выяснить, является ли пара чисел решением систем линейных уравнений?	Объясните, когда удобнее воспользоваться способом подстановки, а когда способом сложения?

Задание 5. Обучающимся предлагается составить кластер к термину «Угол» (пример, представлен на рисунке 10).

Методические рекомендации: сначала обучающиеся самостоятельно составляют кластер, после чего совместно с педагогом проводят обсуждение и уточнение созданного материала.

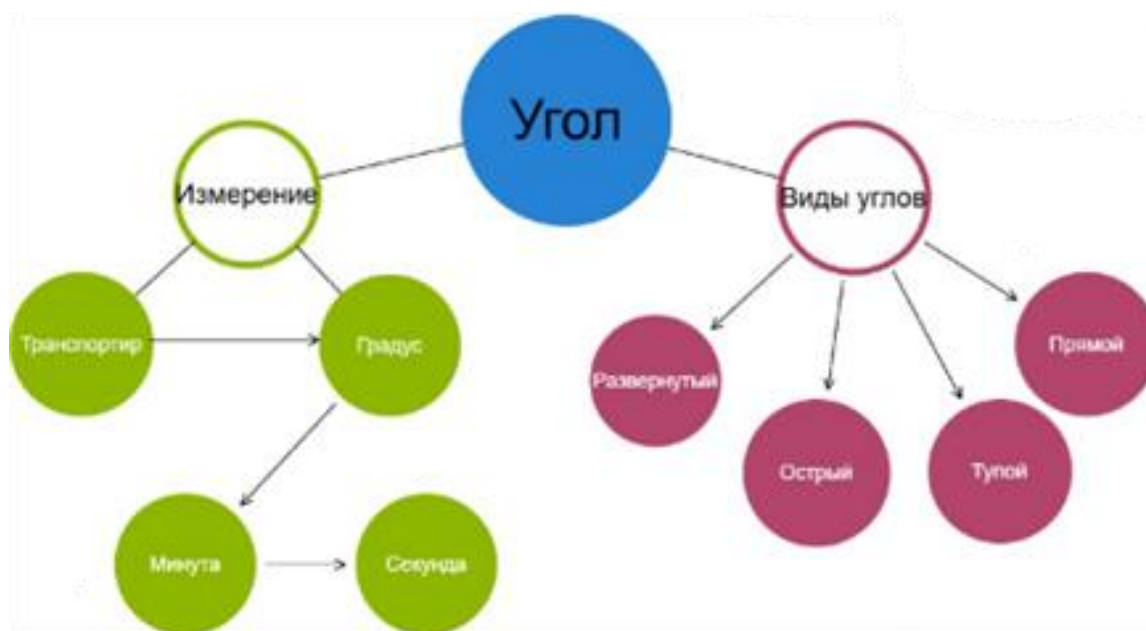


Рисунок 10. Кластер к термину «Угол»

Кластер визуализируют, применяя несколько цветовых решений. Самостоятельно отмеченные учащимся сведения записываются ручкой одного оттенка, тогда как добавленные либо исправленные данные отображаются иным цветом. Такой подход позволяет учащемуся и педагогу оперативно выявлять недостатки в освоении материала, а также формулировать необходимые заключения.

Задание 6.

Верно ли данное высказывание (ответьте «да» или «нет»)?

1. Через любые две точки можно провести прямую, и притом только одну. (да)
2. Вертикальные углы в сумме составляют 180° . (нет)
3. Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны. (да)
4. В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная из прямого угла, является биссектрисой и высотой. (да)
5. В равнобедренном треугольнике углы при основании равны. (да)
6. В равнобедренном треугольнике биссектриса, проведенная к основанию, является медианой и высотой. (да)
7. Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны. (нет)
8. Если при пересечении двух параллельных прямых секущей сумма соответственных углов равна 180° , то прямые параллельны. (нет)
9. Диаметр, проведенный через середину хорды, параллелен этой хорде.

Методические рекомендации и комментарии. Рекомендуется использовать данное задание при повторении геометрических тем в 7 классе. Варианты проведения могут включать как традиционный письменный диктант, так и интерактивную проверку в классе: при правильном ответе обучающимся необходимо поднять большой палец вверх, при ошибке- опустить его вниз.

Задание 7. Обучающимся предлагается работа с текстом учебника, после ознакомления с которым они заполняют полученные карточки. Учитель раздает учащимся карточки с вопросами, каждый из вопросов начинается с фразы «Верите ли вы, что...» и открывает дискуссию, в ходе которой обучающиеся вместе обсуждают ряд утверждений, помечая истинные как «+» и ложные как «-».

Таблица 7. Примерный список вопросов

Верите ли вы, что...		+/-
1.	...любой многочлен можно разложить на множители с помощью формул	

	сокращенного умножения?	
2.	... выражение $c^2 - b^2$ можно представить в виде произведения двух множителей?	
3.	... выражение $9c^2 - 1$ тождественно равно произведению $(3c-1)(3c+1)$	
4.	... многочлен $c^2 + 9$ можно разложить на множители?	
5.	... многочлен $a^2 + 6a + 9$ можно представить в виде квадрата суммы a и 3 ?	

Задание 8. Замените звездочку степенью с основанием a так, чтобы образовалось верное равенство:

$$a^5 x * = a^{19}$$

$$a^9 : * = a^5$$

$$a^{14} : * x a^9 = a^{11}$$

$$a^4 x * x a^2 = a^7$$

$$* : a^{10} = a^{32};$$

$$* a^7 : a^{23} = a^2$$

Задание 9. Эльф продвигался по подземным ходам в поисках утерянного города. Первые три часа его прогресс составлял 4 миль/час, но затем, когда его путь повернул под склон горы, его темп возрос, достигнув 8 миль/час через два часа пути. Неожиданно путешественник оказался в ловушке, которую ему устроили обитатель пещер – тролли. Осознав, что бой с превосходящими его в численности врагами невыгоден, эльф решил спастись бегством с начальной скоростью 17 миль/час. За час преследования его темп снизился до 7 миль/час. Благодаря своей выносливости он смог уйти от погони, хотя и был истощен, и следующие три часа провел в бессознательном состоянии. После того как он восстановил силы, он продолжил свой путь, увеличивая скорость с 4 миль/час до 7 миль/час за два часа, а затем до 12 миль/час за последующие четыре часа. Затем он прошёл час с такой же скоростью, а на последнем отрезке пути его темп уменьшился до 3 миль/час.

Составьте график (см. рисунок 11), отображающий изменение скорости эльфа на протяжении 17 часов его путешествия, учитывая, что его темп изменялся равномерно.

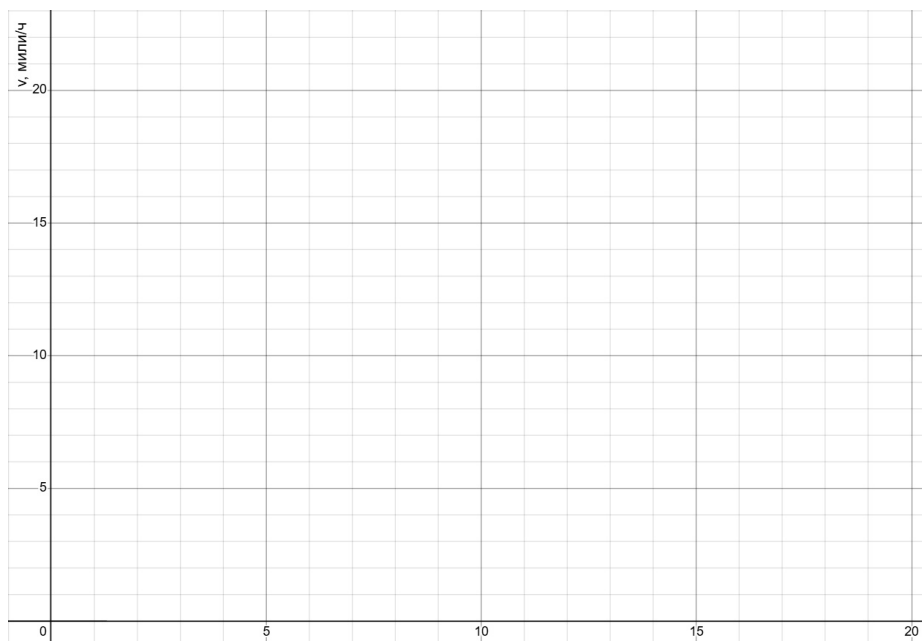


Рисунок 11

Задание 10. Математические раскраски.

В ходе творческого процесса обучающиеся экспериментируют с разнообразными сочетаниями оттенков, формируя неповторимые и насыщенные красками произведения. Они могут вдохновляться созданием сюжетов, связанных с изображением, или же использовать красочные фрагменты рисунка как способ выражения своих внутренних переживаний и эмоций (пример раскрасок см. на рисунке 12).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТЕПЕНИ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

Найди значение каждого выражения. Определи цвет. Раскрась элемент.

2 красный	10 земный
4 синий	17 голубой
6 желтый	50 оранжевый
7 бежевый	64 коричневый
8 черный	70 розовый

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80

Найдите значение выражения, раскрасьте соответствующее ответу поле в сетке черным цветом

$a^2 = 25, a = 5$	$a^2 = 4, a = 2$	$a^2 = 9, a = 3$	$a^2 = 16, a = 4$	$a^2 = 25, a = 5$
$a^2 = 36, a = 6$	$a^2 = 49, a = 7$	$a^2 = 64, a = 8$	$a^2 = 81, a = 9$	$a^2 = 100, a = 10$
$a^2 = 121, a = 11$	$a^2 = 144, a = 12$	$a^2 = 169, a = 13$	$a^2 = 196, a = 14$	$a^2 = 225, a = 15$
$a^2 = 256, a = 16$	$a^2 = 289, a = 17$	$a^2 = 324, a = 18$	$a^2 = 361, a = 19$	$a^2 = 400, a = 20$
$a^2 = 441, a = 21$	$a^2 = 484, a = 22$	$a^2 = 529, a = 23$	$a^2 = 576, a = 24$	$a^2 = 625, a = 25$
$a^2 = 676, a = 26$	$a^2 = 729, a = 27$	$a^2 = 784, a = 28$	$a^2 = 841, a = 29$	$a^2 = 900, a = 30$
$a^2 = 961, a = 31$	$a^2 = 1024, a = 32$	$a^2 = 1089, a = 33$	$a^2 = 1156, a = 34$	$a^2 = 1225, a = 35$
$a^2 = 1296, a = 36$	$a^2 = 1369, a = 37$	$a^2 = 1444, a = 38$	$a^2 = 1521, a = 39$	$a^2 = 1600, a = 40$
$a^2 = 1681, a = 41$	$a^2 = 1764, a = 42$	$a^2 = 1849, a = 43$	$a^2 = 1936, a = 44$	$a^2 = 2025, a = 45$
$a^2 = 2116, a = 46$	$a^2 = 2209, a = 47$	$a^2 = 2304, a = 48$	$a^2 = 2401, a = 49$	$a^2 = 2500, a = 50$
$a^2 = 2601, a = 51$	$a^2 = 2704, a = 52$	$a^2 = 2809, a = 53$	$a^2 = 2916, a = 54$	$a^2 = 3025, a = 55$
$a^2 = 3136, a = 56$	$a^2 = 3249, a = 57$	$a^2 = 3364, a = 58$	$a^2 = 3481, a = 59$	$a^2 = 3600, a = 60$
$a^2 = 3721, a = 61$	$a^2 = 3844, a = 62$	$a^2 = 3969, a = 63$	$a^2 = 4096, a = 64$	$a^2 = 4225, a = 65$
$a^2 = 4356, a = 66$	$a^2 = 4489, a = 67$	$a^2 = 4624, a = 68$	$a^2 = 4761, a = 69$	$a^2 = 4900, a = 70$
$a^2 = 5041, a = 71$	$a^2 = 5184, a = 72$	$a^2 = 5329, a = 73$	$a^2 = 5476, a = 74$	$a^2 = 5625, a = 75$
$a^2 = 5776, a = 76$	$a^2 = 5929, a = 77$	$a^2 = 6084, a = 78$	$a^2 = 6241, a = 79$	$a^2 = 6400, a = 80$
$a^2 = 6561, a = 81$	$a^2 = 6724, a = 82$	$a^2 = 6889, a = 83$	$a^2 = 7056, a = 84$	$a^2 = 7225, a = 85$
$a^2 = 7396, a = 86$	$a^2 = 7569, a = 87$	$a^2 = 7744, a = 88$	$a^2 = 7921, a = 89$	$a^2 = 8100, a = 90$
$a^2 = 8281, a = 91$	$a^2 = 8464, a = 92$	$a^2 = 8649, a = 93$	$a^2 = 8836, a = 94$	$a^2 = 9025, a = 95$
$a^2 = 9216, a = 96$	$a^2 = 9409, a = 97$	$a^2 = 9604, a = 98$	$a^2 = 9801, a = 99$	$a^2 = 10000, a = 100$

$18^2 - 260$
 $3^3 \times 2^2 - 2^2 \times 11$
 $\frac{(-10)^3 \times 9^2}{-3 \times (-10)^2} + 3^3$
 $(-0,1)^4 \times 7 \times (-10)^5$
 $\left(\frac{2}{5}\right)^3 \times \left(5 \times 2 \frac{1}{2}\right)^2$
 $2^5 \times 0,5^4 + 5^4 \times 0,2^3$
 $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times 128$
 $0,1^5$

$0,3^5 \times (-10)^4 \times \frac{80}{243}$
 $(4 + 2^4 \times 0,5^3)^2$
 $\frac{9 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2}{7^2 - 3^2 \times 5}$
 $\frac{-1^3 + 25^2 - 24^2}{700 \times 0,1^2}$
 $\frac{7^2 - 14^2}{0,3} + (-2)^3 \times 61$
 $\frac{4}{0,25^2} + \left(3^2 \times 1 \frac{7}{9}\right)$
 $(-2)^4 + 1^7$



Рисунок 12. Раскраски по теме «Степень с натуральным показателем» и «Формулы сокращенного умножения».

Задание 11. Математические софизмы.

«Докажите», что из точки, расположенной за пределами прямой, к данной прямой можно одновременно построить два перпендикулярных отрезка (см. рисунок 13).

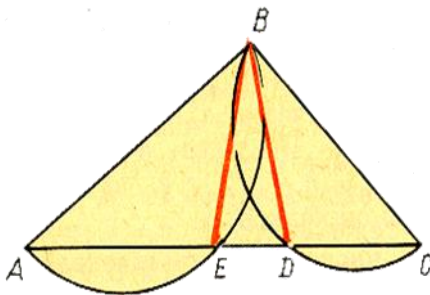


Рисунок 13.

Решение: представим себе треугольник ABC, вдоль каждой стороны которого мы очертим полуокружности, которые пересекутся с отрезком AC в точках E и D. Теперь соединим точки E и D с вершиной B. Если рассмотреть углы AED и BDC, мы увидим, что они являются прямыми, что характерно для углов, вписанных в окружность, опирающихся на диаметр. Это означает, что отрезки BE

и BD перпендикулярны AC, то есть из точки В пролегают два перпендикуляра к отрезку AC. Но где же здесь ошибка?

Ответ: Проблема заключается в неправильном изображении. В реальности полуокружности должны пересекаться с отрезком AC в одной точке, что означает, что BE и BD должны совпадать.

3. Софизм «Пять равно шести».

Рассмотрим следующее математическое равенство:

$$35+10-45=42+12-54$$

Выделим общие множители в левой и правой частях равенства. Таким образом получим:

$$5 (7+2-9) = 6 (7+2-9)$$

Теперь разделим обе части равенства на общий множитель, который находится в скобках.

В результате получаем $5=6$.

Что же здесь не так?

Ответ: проблема заключается в том, что общий множитель $(7+2-9)$ равен нулю, а делить на нуль нельзя.

Задание 12. «Синквейн».

1 строка – одно существительное выражающее главную тему синквейна. 2 строка – два прилагательных, выражающих главную мысль. 3 строка – три глагола описывающие действия в рамках темы. 4 строка – фраза, несущая определенный смысл. 5 строка – заключение в форме существительного (ассоциация с первым словом).

1. Угол

2. Развернутый, тупой

3. Совместить, начертить, обозначить

4. Развернутый угол равен 180°

5. Фигуры

Задание 13. Тема: круговые диаграммы.

Финансовый анализ домашнего бюджета: в качестве финансового эксперта вам поручено провести детальный анализ расходов семейного бюджета. Ваша задача – выявить структуру месячных расходов и создать круговую диаграмму, демонстрирующую пропорции различных категорий расходов.

Семья Сидоровых является примером трудолюбивых и ответственных людей, которые ценят стабильность и надежность. В её состав входят Тимофей и Стефания, оба успешные специалисты в сферах маркетинга и финансов. Следующий перечень расходов отражает их внимательное и рациональное отношение к управлению домашним бюджетом:

- Жилье (ипотека) – 25, 5 тыс. рублей: Тимофей и Стефания ценят комфортность и стабильность, поэтому основная часть их расходов связана с ежемесячными платежами по ипотеке за их жильё.
- Питание (продукты, рестораны) – 17 тыс. рублей: Сидоровы понимают важность здорового питания, поэтому они не жалеют средства на покупку высококачественных продуктов и редкие посещения ресторанов.
- Транспорт (автомобиль) – 12, 75 тыс. рублей: Тимофей и Стефания стремятся поддерживать свой автомобиль в идеальном состоянии, что находит отражение в их расходах на его обслуживание и топливо.
- Развлечения (кино, театр, кафе) – 8, 5 тыс. рублей: Семья уделяет внимание своему досугу, предпочитая культурные мероприятия и посещения кафе в кругу семьи и друзей.
- Здоровье (медицинские услуги, страховка) – 8,5 тыс. рублей: Тимофей и Стефания следуют принципам здорового образа жизни и уделяют внимание своему здоровью, что находит отражение в их расходах на медицинские услуги и страховку.
- Образование (курсы, учебные материалы) – 4, 25 тыс. рублей: Семья Сидоровых ценит образование и личностное развитие, поэтому готова инвестировать в своё профессиональное и личностное развитие.

- Сбережения и инвестиции – 4, 25 тыс. рублей: Тимофей и Стефания понимают важность финансовой устойчивости, поэтому активно откладывают средства на сбережения и инвестиции.

- Дополнительные затраты (связь, интернет, гардероб) – 4, 25 тыс. рублей: В семье особое внимание уделяется контролю за тратами на повседневные расходы, включая коммунальные услуги, интернет-услуги и покупки одежды.

Вопросы:

1. Какие компоненты расходов занимают ведущую позицию в общем расписании расходов и где возможно оптимизировать финансовые потоки?

2. Какие экономические стратегии и цели могут быть поставлены для эффективного распределения средств и реализации плана накопления в размере 50 тыс. рублей за период шести месяцев?

Задание 14. Общая объёмная статистика по урожаю пшеницы в год представляет собой итоговую весовую сумму всех видов этого зернового культивара, собранного на территории страны за период года. Обычно эти данные выражаются в миллионах тонн. На графике, который предоставлен (см. рисунок 14), отражено производство пшеницы в миллионах тонн в России, Соединённых Штатах Америки и Индии за семилетнее время, начиная с 2011 года. Пожалуйста, внимательно изучите график и ознакомьтесь с дополнительной информацией из статьи.

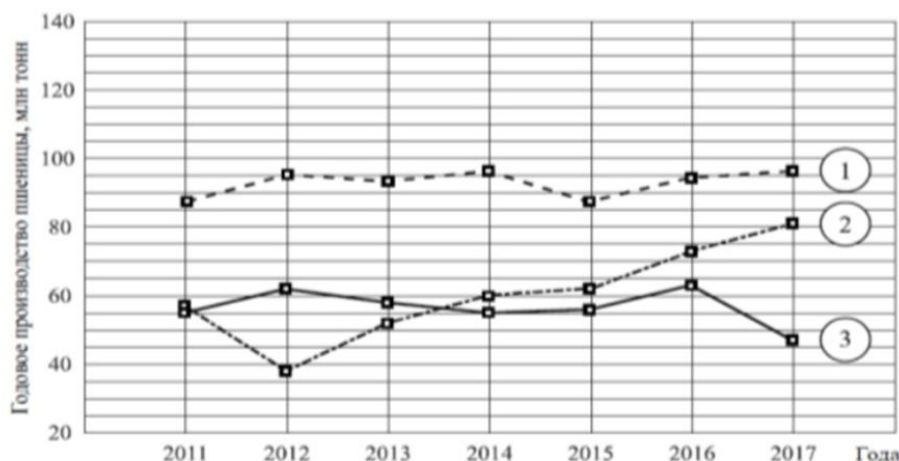


Рисунок 14. Производство пшеницы в миллионах тонн в России, Соединённых Штатах Америки и Индии

В 2012 году основная аграрная территория России оказалась под ударом невероятной засухи, что привело к значительному уменьшению урожая пшеницы, а на 8% территорий потеря урожая была полной. Погодные условия сложились не в пользу и другим аграрным странам. В 2015 года в Индии длительная жара привела к уничтожению части посевов пшеницы. Помимо этого, урожайность пшеницы в Индии в тот год пострадала из-за избытка осадков и града, последовавших за засухой. В США в 2017 году из-за падения закупочных цен на пшеницу фермеры сократили посевы на 1,5 миллиона акров. А том же году засуха и поздние метели в США привели к рекордно низкой урожайности зерновых. В Китае же благоприятная погода в большинстве сельскохозяйственных регионов в течение последних десяти лет способствовала стабильному росту урожая пшеницы, которая, наряду с рисом, является основным продуктом питания населения. В 2015 году урожай составил 130 миллионов тонн, что на 10 миллионов тонн больше, чем четыре года назад. Однако в 2019 году урожай снизился на 2 миллиона тонн по сравнению с 2018 годом. Тем не менее, в 2017 году наблюдался значительный рост по сравнению с предыдущим годом, и общий урожай пшеницы в 2017 году оказался на 10% выше, чем в 2011 году.

1. Исходя из предоставленной информации, выясните, к какой стране относится каждый из трех графиков.
2. Создайте на основе данного текста схематичный график урожайности пшеницы в Китае за период с 2011 по 2017 годы (см. рисунок 15).

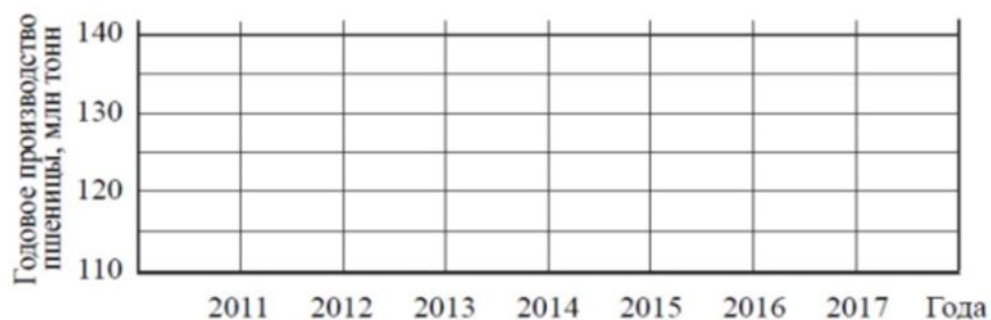


Рисунок 15.

Задание 15.

В нашей семье, состоящей из 4-х человек, заболели мама с сыном. Нам необходимо приобрести медикаменты для их выздоровления, однако для всех остальных членов семьи тоже потребуется пройти курс лечения. Перед тем как заказать лекарство по рецепту, необходимо внимательно ознакомиться с инструкцией и убедиться, что указанные в ней противопоказания не представляют угрозы для здоровья наших близких. Для определения необходимого количества упаковок лекарства, необходимо знать массу каждого члена семьи: мама – 65,8 кг, папа – 96,3 кг, бабушка – 85,6 кг, а сын – 9,5 кг.

1. Какое количество упаковок лекарства необходимо приобрести для всей семьи, если курс лечения длится 4 дня?
2. Как изменится расчет, если малыш отказывается от приёма таблеток?
3. Какую сумму необходимо отдать на покупку лекарства?
4. Какую сумму необходимо отдать по покупке лекарства, учитывая акции аптеки: при покупке двух упаковок, на вторую предоставляется 15% скидка?

Таблица 8. Стоимость лекарства

Ибупрофен	Табл, 400 мг	30 шт	82 руб	Сербия
Ибупрофен	Табл, 200 мг	50 шт	33 руб	Беларусь
Ибупрофен	Суспензия	100 мл	82 руб	Россия
Ибупрофен, апельсиновая	Суспензия	100 мл	101 руб	Россия
Ибупрофен для детей	Суппозитории	10 шт	90 руб	Россия

Задание 16.

На рисунке представлены окружности с центрами в точках А и В (см. рисунок 16). Радиус наименьшей окружности составляет один сантиметр, второй – 2 сантиметра, третьей – три сантиметра и так далее. Муха начинает свой путь в точке А, а её цель посетить точки В и С.

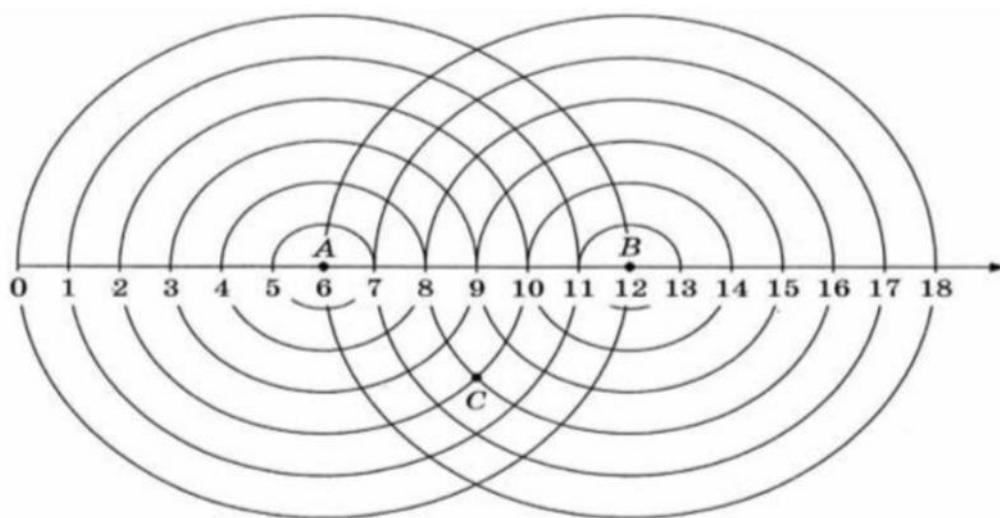


Рисунок 16.

1. Представьте кратчайший маршрут, который может пройти муха.
2. Определите длину этого маршрута.

Задание 17.

На уроке решали уравнение:

$$3(x-2)=2x+4$$

Один из учеников предложил такой способ решения:

«Раскрою скобки и решу уравнение так:

$$3x-6=2x+4$$

Дальше – перенесу все с X в левую часть и числа в правую:

$$3x-2x=4+6$$

$$x=10»$$

Ваша задача:

1. Объясните, правильно ли ученик решил? Почему?
2. Какие шаги он выполнил правильно, а какие – неправильно?
3. Если есть ошибки, укажите их и исправьте решение.
4. Предложите свой способ решения этого уравнения и объясните его.

Задание 18.

Наташа впервые решила позавтракать в школьном буфете. Ниже представлено меню (см. таблицу 9), сколько существует способов, чтобы выбрать кондитерские изделия и напиток?

Таблица 9. Обед в школьном буфете.

Напитки	Кондитерские изделия
черный чай	эклер со сгущенкой
сок	ватрушка
компот	чизкейк

Решение:

Предположим, что Наташа выбрала сок. Какое сладкое лакомство она может сочетать с данным напитком? (сок с эклером, сок с ватрушкой, сок с чизкейком)

Сколько вариантов у неё имеется? (3)

Если Наташа выберет чай, то сколько вариантов кондитерских изделий у неё будет? (3)

А если же она остановит свой выбор на компоте, тогда сколько вариантов? (тоже 3)

Так как же определить, сколько всего у неё будет вариантов? ($3+3+3=9$)

Рекомендации:

Для решения данной задачи можно использовать граф. Обозначить напитки и кондитерские изделия вершинами графа и соединить их ребрами, если Наташа может сочетать их. Подсчитав количество ребер, мы также получим 9.

Задание 19.

В 7 утра велосипедист начал свой путь из точки А в точку В, которые расположены на расстоянии 180 км друг от друга. Через некоторое время отправился мотоциклист по этому же маршруту. Мотоциклист, доехав до пункта В, остановился пообедать на три часа. После обеда мотоциклист отправился в обратном направлении в пункт А с той же скоростью. На рисунке 17 линия движения велосипедиста обозначена 1, линия движения мотоциклиста цифрой 2, но путь мотоциклиста обозначен только из пункта А в пункт В. Вдоль оси абсцисс отмечено время, а вдоль ординат - расстояние от начальной точки А.

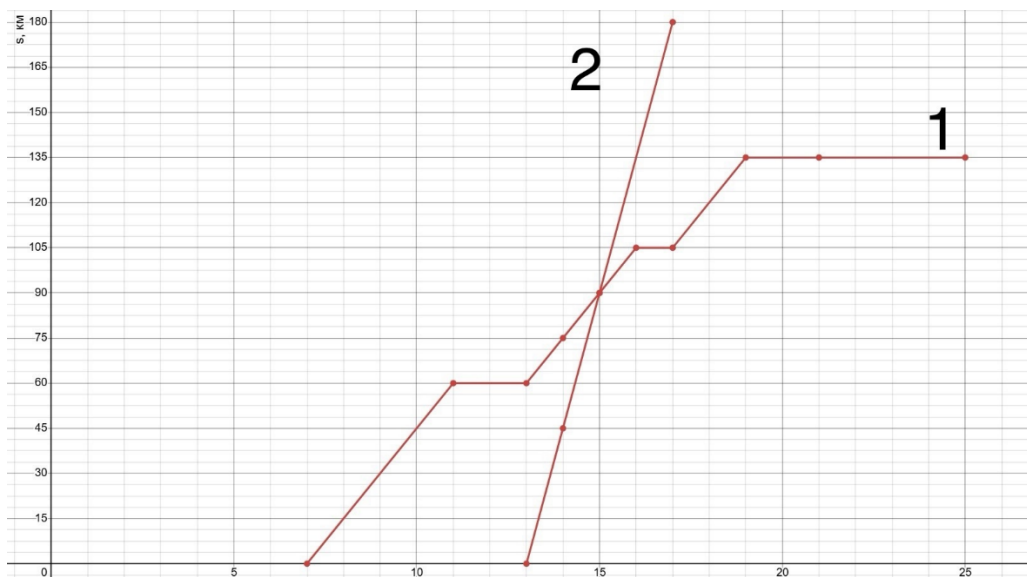


Рисунок 17. График передвижений

На этом же графике достройте график движения мотоциклиста до возвращения в пункт А.

Задание 20.

В некоторой стране V был проведен опрос в 2010 и 2020 году среди жителей: «Какой самый популярный журнал?». Данные данного опроса представлены в таблице 10.

Название журнала	Число читателей (млн. чел.)		Реализация в 2020 году	
	2010	2020	Подписка	Маркетплейсы
Понимашка	4,8	6,1	10%	24%
Шишкин лес	7,5	2,4	20%	11%
Саша и Маша	1,1	1,4	30%	35%
Мурзилка	8,5	8,0	50%	80%
В гостях у ёжика	2,3	4,6	40%	47%

Таблица 10. Результаты опроса.

Ответьте на вопросы:

1. Сколько всего было в 2010 году читателей (в млн. чел.) у журналов «Мурзилка», «Понимашка», «В гостях у ёжика».
2. Какой журнал был самый популярный по числу читателей в 2020 году?
3. В 2020 году назовите 3 самых продаваемых журналов на маркетплейсе.
4. Как вы думаете, в 2020 году подписка на данные журналы пользовалась популярностью? Если нет, то почему?

2.2. Методические разработки фрагментов уроков математики 7 класса с использованием приёмов и методов развития критического мышления обучающихся

Фрагмент урока по теме: Повторение основных понятий и методов курса 7 класса, обобщение знаний

Цель: Закрепление материала по темам 7 класса (линейные уравнения, одночлены и многочлены, формулы сокращенного умножения), развитие навыков критического анализа математических утверждений

Тип урока: урок – дидактическая игра «Математические детективы»

Подготовка к игре: класс делится на 4 группы по 6 человек. Каждая команда совещается и выбирает название своего «детективного агентства». Далее ведущий раздаёт обучающимся стартовые наборы: 3 жетона подсказок, блокноты, карандаши. На школьной доске ведущий ведёт запись названий команд и полученные баллы.

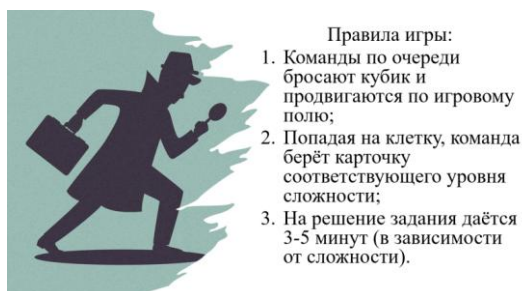


Рисунок 18. Правила игры

Типы карточек-заданий:

1. «Найди ошибку»
2. «Верно или неверно»
3. «Логический капкан»
4. «Два решения»
5. «Избыточные данные»



Команда может привлечь одного участника из другой команды для совместного решения





Рисунок 19. Специальные клетки на игровом поле

Повышение рангов:

За накопленные баллы обучающиеся могут повысить свой ранг.

20 баллов: «Детективы - стажеры»

50 баллов: «Детективы - аналитики»

80 баллов: «Старшие детективы»

120 баллов: «Мастера математической дедукции»

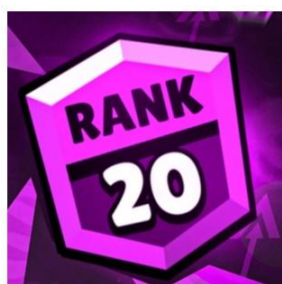


Рисунок 20. Баллы рангов

Начисление баллов:

За правильное решение задания уровня 1: 5 баллов

За правильное решение задания уровня 2: 10 баллов

За правильное решение задания уровня 3: 15 баллов

Бонус за нахождение альтернативного способа решения: + 3 балла.

Штраф за использование подсказки: - 2 балла

Игровое поле (см. рисунок 21):



Рисунок 21. Игровое поле

Обозначения карточек на игровом поле:

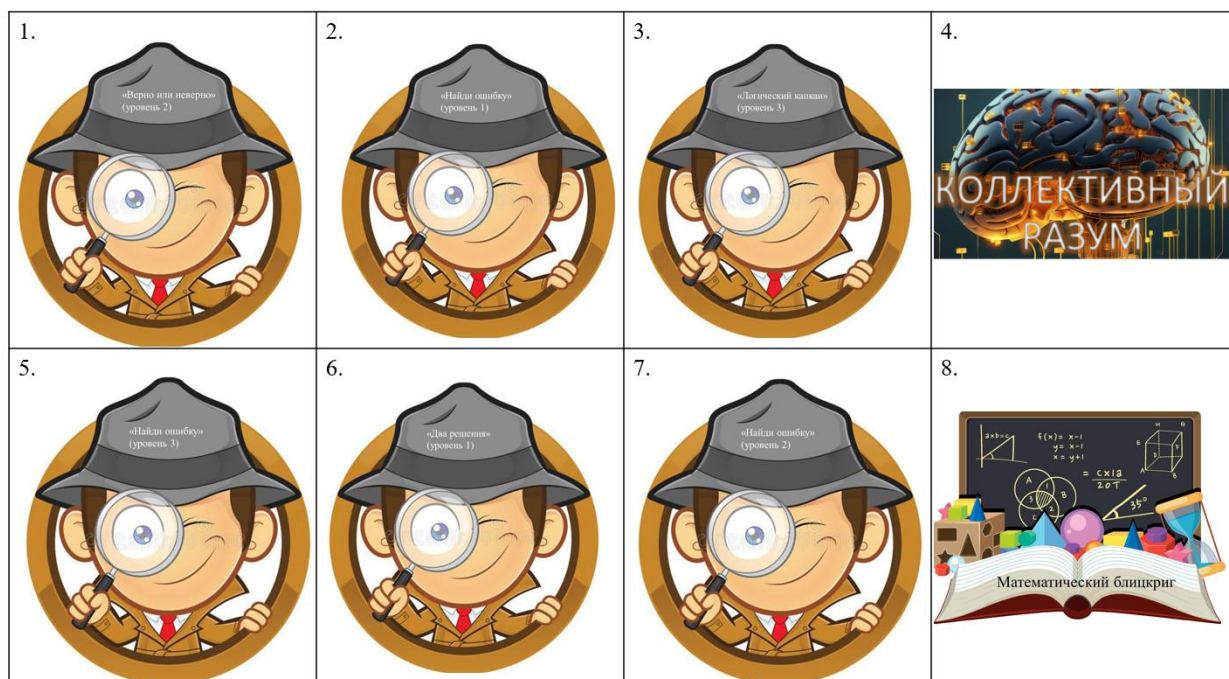
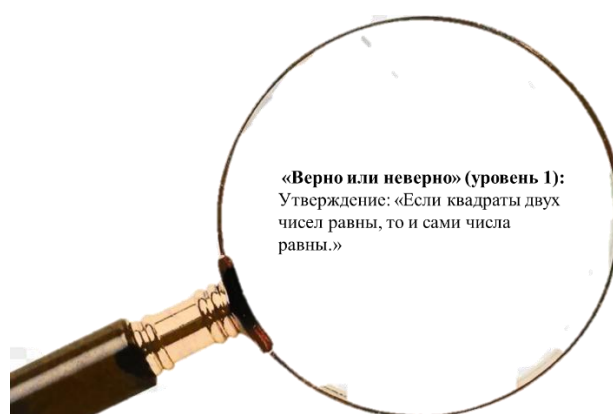
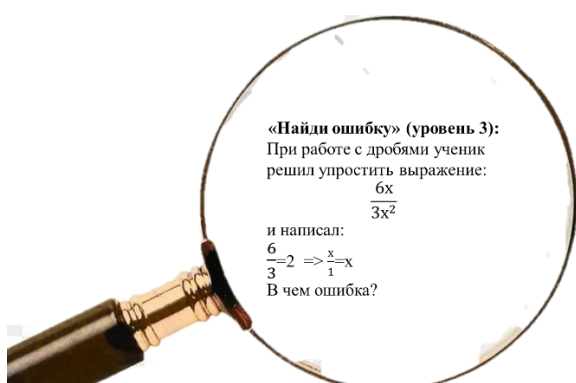
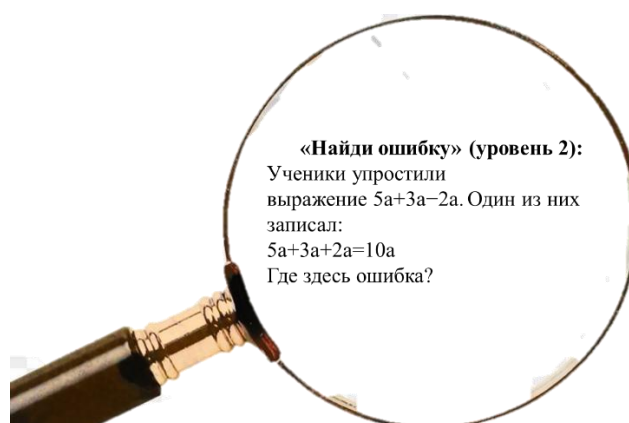
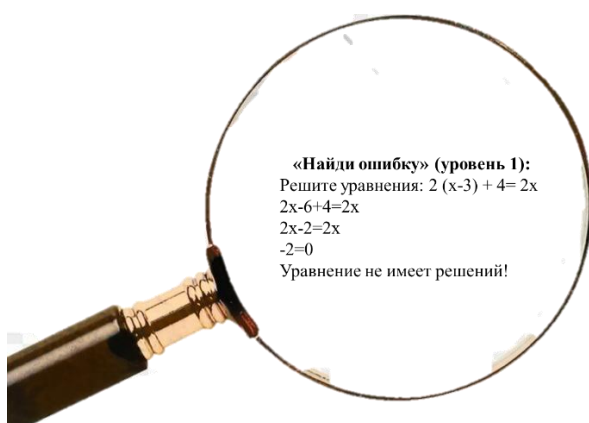




Рисунок 22. Распределение карточек на игровом поле

Карточки – задания:



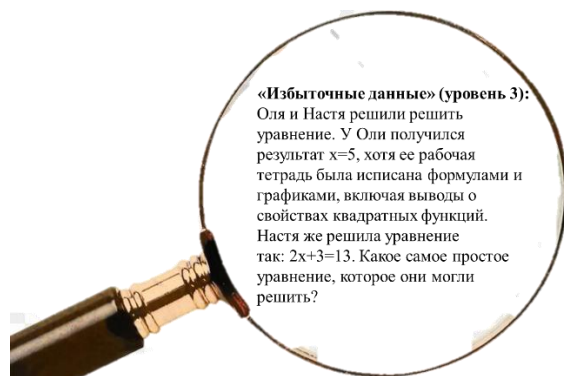
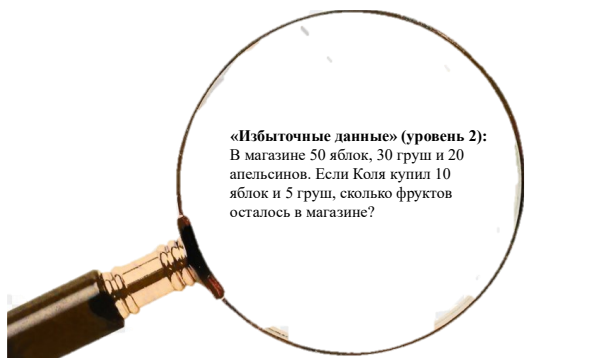
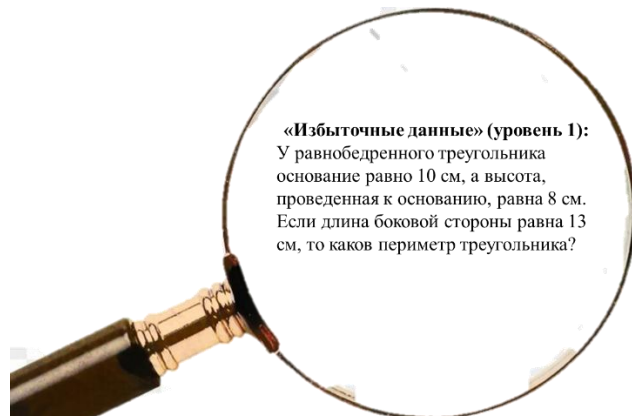
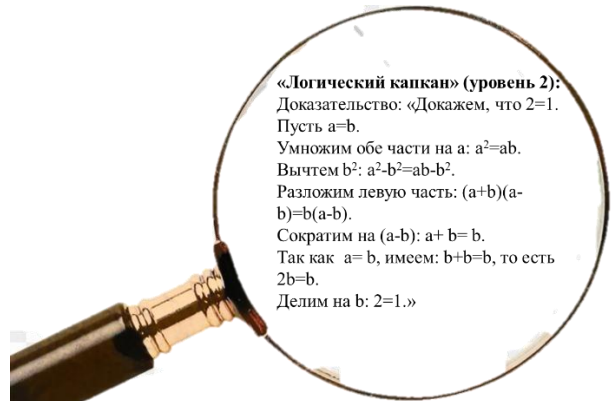
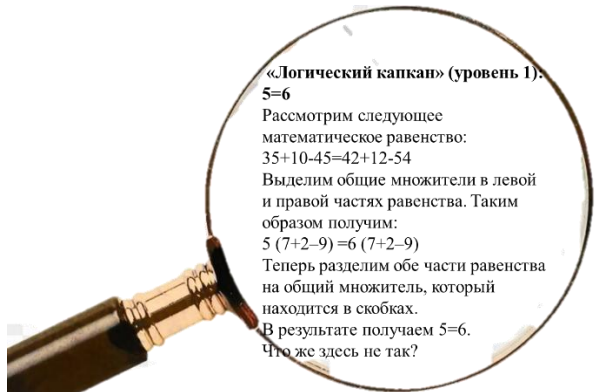
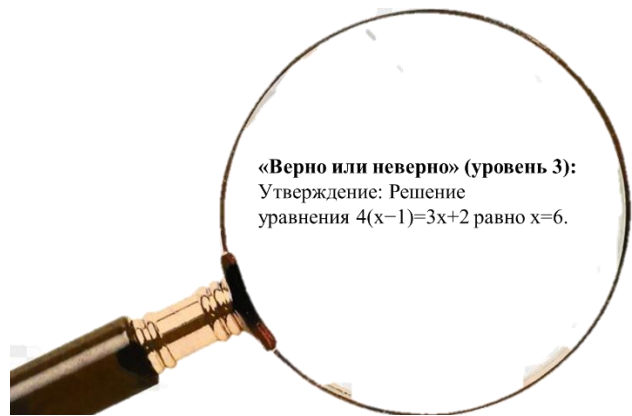


Рисунок 23. Задания

Завершение игры:

Игра завершается, когда:

1. Одна из команд достигает ранга «Мастера математической дедукции»;
2. Истекает отведенное на урок время.

После проведения игры проводится обсуждение.

1. Какие типы ошибок встречались чаще всего?
2. Какие приёмы помогали найти ошибки?
3. Что было сложнее: найти ошибки или доказать правильность\неправильность утверждений?
4. Какие знания помогли в решении заданий?
5. Как критическое мышление помогает в изучении математики?

Фрагмент урока по теме: Линейные уравнения с одной переменной

Тип урока: Урок открытия новых знаний, обретения новых умений и навыков.

Цель урока: отрабатывать навык решения линейных уравнений с одной переменной, основанный на применении свойств равносильности уравнений.

Этап урока: Реализация выбранного плана по разрешению затруднения.

Сценарий этапа урока с использованием приёма «Мозговой штурм».

Давайте вместе с вами сформулируем, что называют линейным уравнением (*Линейное уравнение с одной переменной — это математическое равенство, в котором есть только одна неизвестная величина — переменная, и она всегда стоит в первой степени*).

А теперь давайте сверим ваши предположения с учебником (*Уравнение вида $ax=b$, где x - переменная, a и b - некоторые числа, называется линейным уравнением с одной переменной*).

Совпали ли ваши предположения? (да)

Приведите примеры таких уравнений. ($2x=6$, $9x=36$, $2x+3=7$ и т.д)

А теперь я вам предлагаю каждому подойти и вытянуть карточку. На данных карточках у вас указаны цвета. Разбейтесь на группы с определённым цветом.

Сейчас вам в группе необходимо выбрать командира.

Ваша задача заключается в том, что вы должны на листе бумаги написать всё, что вы знаете о линейных уравнениях с одной переменной. Например: как их решать, применяемые формулы, примеры из жизни, где можно встретить линейные уравнения.

У вас могут быть самые разные идеи, не боимся формулировать даже странные свои мысли.

После того, как выйдет время, вам нужно будет представить свои результаты классу.

Время на выполнение задания 10 минут, можете приступать.

По истечению времени обучающиеся выходят к доске и представляют свои результаты.

Для того, чтобы оценить выступление группы, остальные участники примеряют на себе 6 шляп.

Белая шляпа: факты, объективность и прояснение информации. Красная шляпа: чувства и эмоции. Черная шляпа: критика. Желтая шляпа: достоинства и позитивные моменты. Зелёная шляпа: творчество и креатив. Синяя шляпа: подведение итогов.

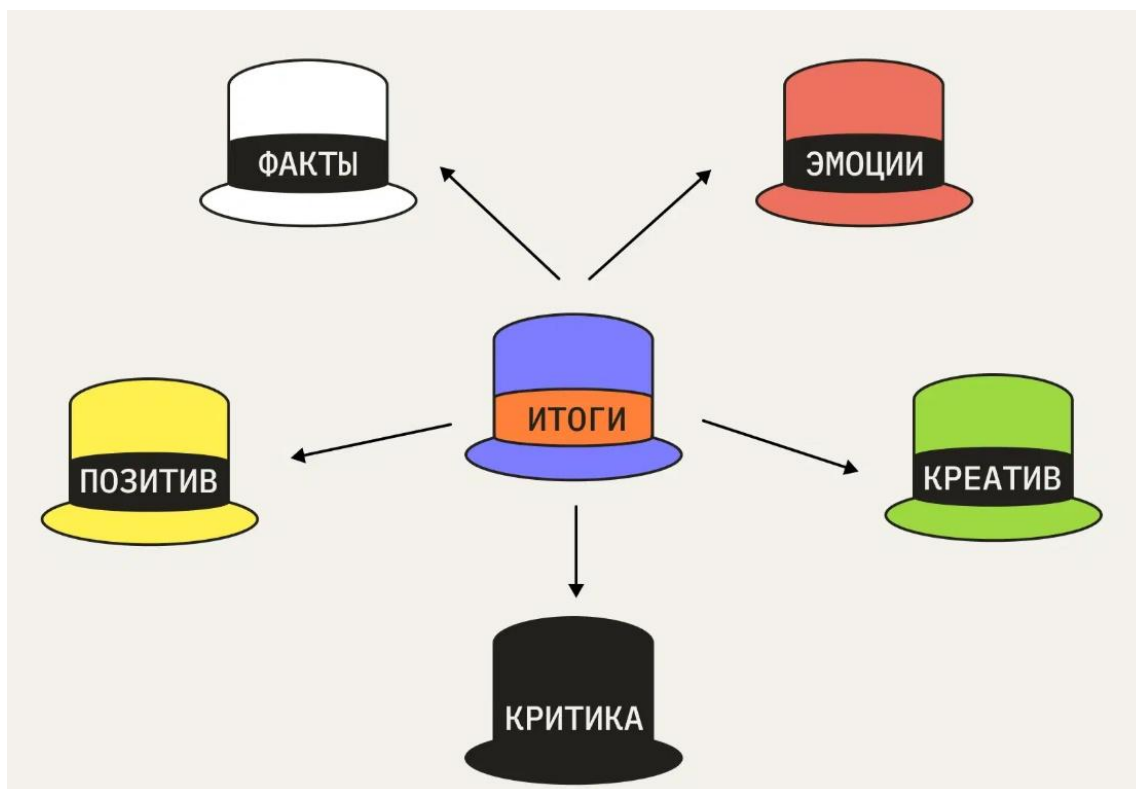


Рисунок 24. Шесть шляп мышления

Обучающиеся могут задавать вопросы друг другу и углубить понимание темы через обсуждение и обмен мнениями.

А теперь давайте выберем самые гениальные идеи, и возьмём их за основу.

Фрагмент урока по теме: «Треугольники»

Тип урока: Урок систематизации знаний.

Цель урока: обобщить и систематизировать знания обучающихся о треугольниках, их видах, свойствах и признаках равенства.

Этап урока: Реализация выбранного проекта.

Сценарий этапа урока с использованием приёма «Синквейн».

Учитель организует деление класса по группам:

- 1 группа: «Виды треугольников и их свойства»
- 2 группа: «Признаки равенства треугольников»
- 3 группа: «Медианы, биссектрисы, высоты треугольника»
- 4 группа: «Равнобедренный треугольник».

В каждой группе необходимо выбрать командира и секунданта.

Каждой группе необходимо составить опорный конспект по той теме, которая к ним относится (конспект должен быть с рисунками).

Время на выполнение работы 7 минут. Не забываем правила работы в группах.

После отведенного время на работу командиры от каждой группы выходят к доске и кратко представляют свои опорные конспекты, чтобы остальные обучающиеся тоже могли вспомнить данный материал.

А теперь, когда мы с вами все вспомнили давайте составим синквейн.

Для начала, кто знает, что называют синквейном?

Синквейн — это краткая форма изложения мысли в стихотворной нотации, представляющая собой пятистишие, где каждая строка имеет свое значение и структуру.

Давайте разберем каждую строку.

1 строка	Содержит одно слово, чаще всего существительное или местоимение, обозначающее обсуждаемый объект или предмет
2 строка	Два прилагательных или причастия. Они описывают функции и свойства объекта или предмета, выбранного в синквейне.
3 строка	Обычно состоит из трех глаголов или деепричастий, которые описывают характерные действия объекта.
4 строка	Выразить личное отношение автора синквейна к описываемому предмету или объекту, можно через фразу состоящую из четырех слов
5 строка	Одно слово, которое обозначает суть объекта или предмета .

А теперь в каждой группе вам необходимо создать свой синквейн к слову «Треугольник».

Время на выполнение работы 5 минут.

Пример:

Треугольник.

Разносторонний, равнобедренный.

Измеряет, соединяет, доказывает.

Простейшая фигура с тремя углами
Многоугольник.

2.3. Апробация методических рекомендаций

Для обоснования и экспериментальной проверки методических рекомендаций по формированию критического мышления обучающихся 7 класса в процессе обучения математике нами была спланирована и организована апробация на базе МБОУ «Тюхтетская СШ №1».

Цель апробации заключалась в проверке гипотезы исследования: если в процессе математической подготовки обучающихся 7 класса использовать специальные приёмы, методы обучения и задания на анализ информации, проверку гипотез, обоснование и аргументацию выводов, то это будет способствовать развитию критического мышления.

В апробации принимали участие обучающиеся 7 класса в возрасте 14–15 лет, в количестве 26 человек.

Экспериментальное исследование включало констатирующий, формирующий и контрольный этапы.

На констатирующем этапе апробации нами был выявлен первоначальный уровень развития критического мышления. На формирующем этапе проводилось экспериментальное обучение с использованием банка заданий и методических разработок фрагментов уроков математики для 7 класса, представленных в параграфах 2.1. и 2.2. На контрольном этапе была проведена повторная диагностика уровня развития критического мышления и сравнительный анализ полученных результатов.

Для диагностики уровня развития критического мышления на констатирующем этапе использовалась входная контрольная работа по математике. Контрольная работа рассчитана на 40 минут и содержит 6 заданий (Приложение А).

Анализ входного тестирования выявил, что большая часть 7-го класса показала недостаточный уровень критического мышления что составляет 58%.

31% показали низкий уровень сформированности. Только 11% обучающихся показали средний уровень этой способности, при этом ни один не достиг высшего уровня (см. рисунок 25).

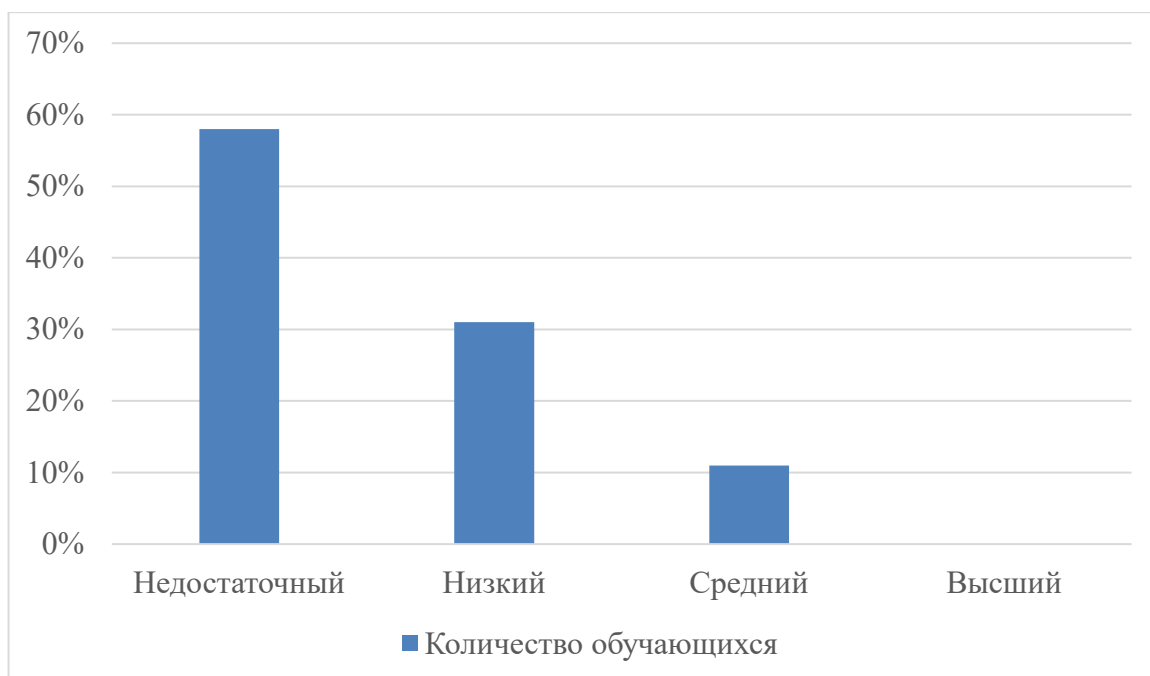


Рисунок 25. Уровни сформированности критического мышления на констатирующем этапе у обучающихся 7 классов

Согласно результатам констатирующего этапа апробации, можем сделать следующие выводы. Нет обучающихся у которых выявлен высший уровень сформированности критического мышления. У 3-х обучающихся выявлен средний уровень сформированности критического мышления, так как некоторые задачи вызвали у них определенные затруднения, что говорит о недостаточно сформированном умении анализировать. У 8-ми обучающихся выявлен низкий уровень. И у 15 обучающихся выявлен недостаточный уровень сформированности критического мышления.

В ходе наблюдения за деятельностью обучающихся на уроках математики и проведения входной диагностики были зафиксированы следующие выводы:

- Нехватка умения адекватно анализировать и интерпретировать ситуацию, описанную в задаче;
- Пробелы в знаниях по математике, изученные в 6 классе;

- Неразвитость навыков стратегического планирования решения задач;
- Недостаток осознания мыслительных процессов, необходимых для выявления ошибок и аргументации.

Таким образом, полученные данные подтверждают важность выбранной темы исследования и необходимость развития критического мышления среди семиклассников в рамках эксперимента. С этой целью был проведен формирующий этап апробации. В процесс обучения математике 7 класса были включены задачи на анализ информации, проверку гипотез, обоснование и аргументацию выводов, представленные в работе в параграфе 2.1. Также использовался комплекс методов и приемов обучения математике, которые способствуют развитию критического мышления – методические разработки фрагментов уроков математики 7 класса, описанные в работе в параграфе 2.2.

На заключительном этапе опытно-экспериментальной работы были определены следующие задачи:

1. Провести анализ данных, которые были получены в процессе экспериментального обучения;
2. Сравнить уровни сформированности критического мышления до и после проведения педагогического эксперимента;
3. Сделать выводы о том, как можно продолжить работу по развитию критического мышления обучающихся 7 классов.

Итоговая контрольная работа состоит из заданий, позволяющих оценить и измерить уровень критического мышления среди обучающихся 7-го класса, участвующих в эксперименте (Приложение Б).

Для оценки уровня критического мышления использовались критерии, представленные в таблице 11.

Таблица 11. Критерии для оценки уровней сформированности критического мышления

Критерии для оценки	Баллы	Уровень критического мышления
Верно выполнены все задания работы.	5	Высший

Выполнены все задания работы, но допущены неточности, или решение одной задачи недостаточно обоснованно, или решение одной из задач не доведено до конца, но имеется верная идея решения. Верно выполнено три или четыре задания.	3, 4	Средний
Верно выполнено одно или два задания работы.	1, 2	Низкий
Решение не отвечает ни одному из критериев, перечисленных выше.	0	Недостаточный
Максимальный балл	5	

Итоговые данные, представленные на диаграмме (рисунок 26), свидетельствуют о характерных изменениях в развитии критического мышления.

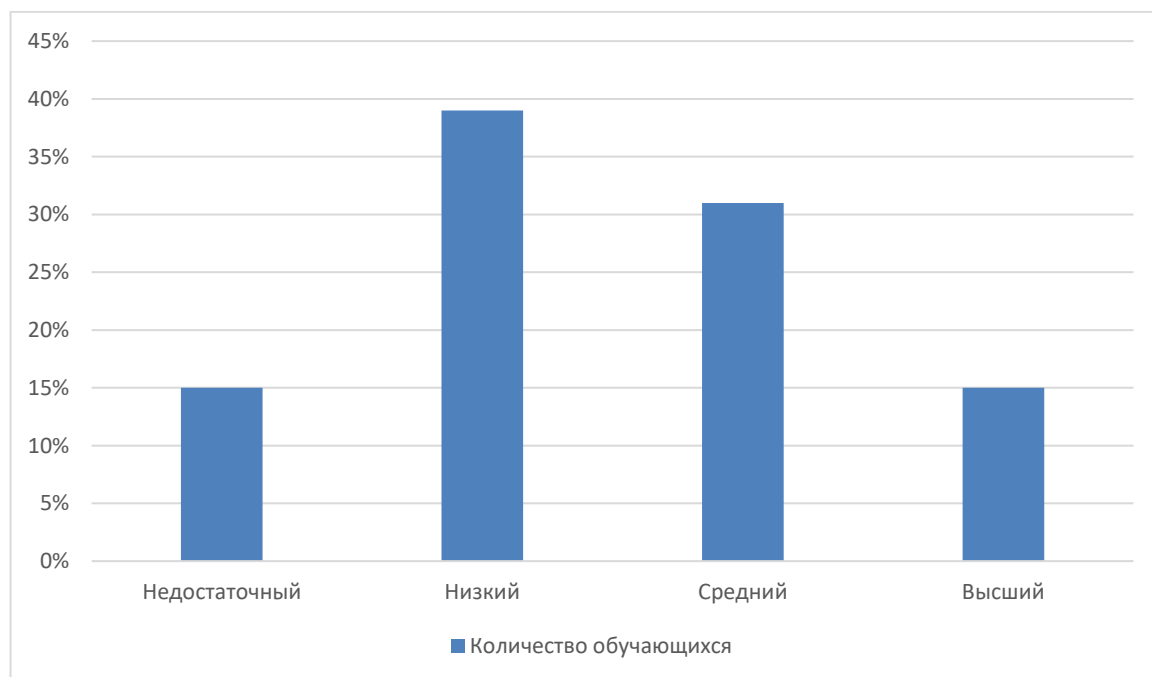


Рисунок 26. Уровни сформированности критического мышления на контрольном этапе у обучающихся 7 классов

Сравнительный анализ результатов апробации на констатирующем и контрольном этапах представлен на рисунке 27.

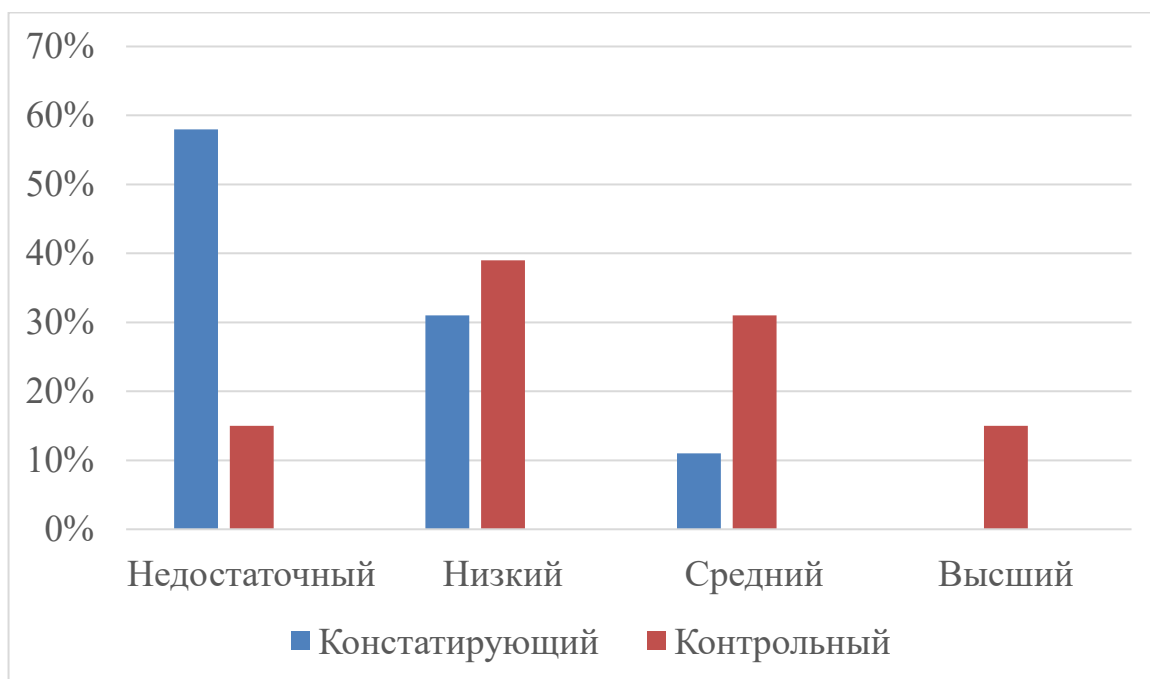


Рисунок 27. Диаграмма уровня сформированности критического мышления обучающихся 7 класса (до и после экспериментального обучения)

При повторной диагностике критического мышления доля обучающихся с недостаточным уровнем уменьшилась на 43%, с низким уровнем увеличилась на 8%, со средним уровнем увеличилась на 20%, с высоким уровнем увеличилась на 15%. Таким образом, сравнительный анализ входной и итоговой диагностики выявил положительную динамику показателей уровня сформированности критического мышления у обучающихся 7 класса.

При анализе полученных данных можно сделать вывод, что результаты педагогической апробации подтвердили гипотезу о том, что если в процессе математической подготовки обучающихся 7 класса использовать специальные приёмы, методы обучения и задания на анализ информации, проверку гипотез, обоснование и аргументацию выводов, то это будет способствовать развитию критического мышления.

Заключение

Способность критически мыслить является одной из ключевых компетенций XXI века.

Под критическим мышлением понимают «интеллектуально организованный процесс, направленный на активную деятельность по осмыслению, применению, анализу, обобщению или оценке информации, полученной или создаваемой путем наблюдения, опыта, рефлексии, рассуждений или коммуникации как руководство к действию или формированию убеждения» [11].

Условно выделяют четыре уровня сформированности критического мышления: недостаточный, низкий, средний, высший.

Показателями критического мышления выступают: владение обобщенными знаниями и навыками работы с информацией; умение анализировать и выявлять причинно-следственные связи; умение обосновывать выводы и самостоятельно принимать решения.

Учебный предмет «математика» обладает соответствующим потенциалом для формирования и развития критического мышления обучающихся.

В практике обучения математике целесообразно применять технологию развития критического мышления [39], ориентированную на аналитическое освоение учебного материала. Технология развития критического мышления (ТРКМ) строится на трех ключевых этапах: вызова, осмысления и размышления. Этап вызова служит для актуализации имеющихся знаний у обучаемых, предвосхищая их интерес к изучаемой теме и определяя цели обучения. На этапе понимания идет глубокая содержательная работа с информацией. — На заключительном этапе – рефлексии, обучающиеся переосмысливают полученные знания, вырабатывают индивидуальное восприятие и отношение к информации.

В логике ТРКМ на уроках математики обучающимся целесообразно предлагать разнообразные виды заданий: задания, связанные с анализом таблиц, текстов, изображений, схем; задания с встроенными ошибками и задачи, включающие лишние данные или с противоречащими данными (компонент анализ или оценка); провоцирующие задачи (компонент создание аргументов) –

формулировки условия или требования таких задач могут навязать обучающемуся неверный ответ, натолкнуть на неправильный путь решения; многовариантные задания – имеют несколько вариантов ответов; задания на поиск ошибок в представленном решении – среди заложенных ошибок могут быть содержательные, логические, вычислительные, графические и другие; задания, требующие самостоятельного поиска информации в открытых источниках; задания, в которых нужно определить, является ли утверждение верным или нет, и обосновать свой ответ и др.

Дидактические приёмы и методы развития критического мышления: «мозговой штурм»; «анализ проблемных ситуаций»; формулировка контрпримеров, аргументов и доказательств, подтверждающих или опровергающих тот или иной факт; дискуссия; ролевые и/или деловые дидактические игры и др.

В рамках данного исследования нами был разработан банк специальных авторских заданий, направленных на развитие критического мышления по разным темам школьного курса математики 7 класса.

В работе представлены методические разработки фрагментов уроков математики 7 класса с использованием приёмов и методов ТРКМ.

На базе МБОУ «Тюхтетская СШ №1» была организована и проведена апробация, результаты которой подтвердили гипотезу исследования: если в процессе математической подготовки обучающихся 7 класса использовать специальные приёмы, методы обучения и задания на анализ информации, проверку гипотез, обоснование и аргументацию выводов, то это будет способствовать развитию критического мышления обучающихся.

Все задачи исследования выполнены, цель исследования достигнута.

Библиографический список

1. Chatfield, T. Critical thinking: analyze, doubt, form your opinion / T. Chatfield. - M: Alpina Publisher, 2019. - 328 p.
2. Paul R., Elder L. Critical Thinking: Tools for Taking Charge of Your Learning and Your Life. Rowman & Littlefield; Copyright: 2021
3. Shcheglova, I. A. On the role of critical thinking in foreign educational systems / I. A. Shcheglova // Science and school. - 2018. - No. 6. - P. 193-200.
4. Андропова, О. В. Некоторые приемы развития критического мышления учащихся на уроках математики [Текст] / О. В. Андропова // Математика, физика, экономика и физико-математическое образование: материалы конференции «Чтения Ушинского» физико-математического факультета. - Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2005.
5. Арсеньев К.С. Методологический анализ современных подходов к развитию критического мышления / К.С. Арсеньев, О.Г. Смолянинова // Вестник ЧПГУ Серия: Педагогические науки. – 2019. – № 4. – С. 88-97.
6. Векслер С.И. Развитие критического мышления старшеклассников в процессе обучения: автореф. дисс. канд. пед. наук. – Киев, 1974. – 20 с.
7. Виноградова А.В. Формирование критического мышления школьников при проведении устной работы по геометрии в старших классах/ А.В. Виноградова // Практическое образование в России. – 2015. – № 4. – С. 72-79.
8. Выготский, Л.С. Педагогическая психология [Текст] / Под ред. В.В. Давыдова. - М.: «Педагогика», 1991. - 480 с.
9. Галиева С.Ю. Педагогические условия как фактор формирования критического мышления школьников в контексте изучения математики / С.Ю. Галиева, А.Б. Каметова // Научно-педагогическое обозрение. Pedagogical Review. – 2021. – № 4. – С. 43-52.
10. Дмитриев Г.Д. Многокультурное образование: учебник для вузов / Г.Д. Дмитриев. – М.: Народное образование, 1999. – 208 с.
11. Дьюи Д. Психология и педагогика мышления/ Д. Дьюи. – М.: Лабиринт, 1999. – 192 с.

- 12.Ерофеева Л.Н. Применение технологии развития критического мышления в лекционном преподавании математических дисциплин / Л.Н. Ерофеева, С.В. Лещева, С.В. Менькова // Вестник НГТУ им. Р.Е. Алексеева. – 2023. – № 4. – С. 87-101.
- 13.Ефорова А. Р. Педагогические условия формирования критического мышления студентов в образовательном процессе технического вуза: диссертация ... кандидата педагогических наук / А. Р. Ефорова. Астрахань, 2010. 211с
- 14.Загашев И. О., Заир Бек С. И., Муштавинская И. В. Учим детей мыслить критически. Санкт-Петербург: Альянс «Дельта», 2003. 191 с.
- 15.Заир-Бек, СИ. Развитие критического мышления на уроке [Текст]: Пособие для учителя / СИ. Заир-Бек, И.В. Муштавинская. - М.:Просвещение, 2004. - 175 с : ил..
- 16.Каган М.С. К построению философской теории личности/ М.С. Каган // Философские науки. 1971. – № 6. – С. 8-12.
- 17.Каптерев П.Ф. Избранные педагогические сочинения/ П.Ф. Каптерев. – М.: НАУКА. 1982. – 703 с.
- 18.Клаустер Д. Что такое критическое мышление? //Перемена: Международный журнал о развитии мышления через чтение и письмо. 2001. №4. С. 36-40
- 19.Коджаспирова Г. М. Коджаспиров А. Ю. Педагогический словарь: Для студ. высш. и средн. пед. учеб. заведений. — М.: Издательский центр «Академия», 2005. — 176 с.
- 20.Козина М.П. Провоцирующие задачи как средство развития критического мышления младших школьников / М.П. Козина // Научный лидер. – 2021. – № 16. – С. 112-121
- 21.Козырь Е.А. Характеристика приемов технологии РКМЧП. // газ. «Русский язык». - 2009. - № 7.
- 22.Концепция развития математического образования в Российской Федерации [Электронный ресурс]. URL: <https://docs.edu.gov.ru/document/b18bcc453a2a1f7e855416b198e5e276/> (дата обращения: 20.05.2025 г.)

23. Лосев А.Ф. Философия. Мифология. Культура/ А.Ф. Лосев. – М.: НАУКА, 1991. – 469 с.
24. Луцкович В.В. Специфика взаимосвязи типов мышления и субъективных особенностей понимания // Экспериментальная психология, 2013. том 6. № 3. С. 53–61.
25. Математика. Алгебра: 7-й класс: базовый уровень: учебник / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова; под ред. С. А. Теляковского. – 15-е изд., перераб. - . Москва: Просвещение, 2023. – 255, [1] с.: ил.
26. Математика. Вероятность и статистика: 7-9-е классы: базовый уровень: учебник: в 2 частях / И. Р. Высоцкий, И. В. Яценко; под ред. И. В. Яценко. – Москва: Просвещение, 2023
27. Математика. Геометрия: 7-9-е классы: базовый уровень: учебник / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев [и др.]. – 15-е изд., стер. – Москва: Просвещение, 2024. – 416 с.: ил.
28. Менькова С.В. Задания на поиск ошибок как средство развития критического мышления студентов при изучении математических дисциплин / С.В. Менькова // Современные проблемы естествознания и естественнонаучного образования: сборник статей участников Всероссийской научно-практической конференции (Арзамас, 27-28 ноября 2020 г.). – Арзамас: Арзамасский филиал ННГУ, 2020. – С. 192-198.
29. Мироненко, С. Н., Тихонова, Л. П., Сиротина, Н. П. Показатели и уровни развития критического мышления студентов [Текст] / С. Н. Мироненко, Л. П. Тихонова, Н. П. Сиротина // Вестник Череповецкого государственного университета. — 2020. — № №1. — С. 185-195.
30. Министерство просвещения Российской Федерации. М., 2022. [Электронный ресурс]. URL: <https://edu.gov.ru/> (дата обращения: 14. 04. 2025).
31. Муштавинская И.В. Технология развития критического мышления на уроке и в системе подготовки учителя. Санкт-Петербург: КАРО, 2013. 140 с.

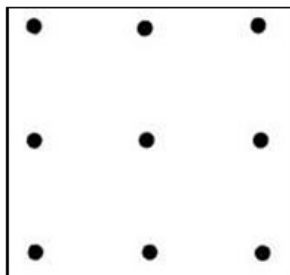
32. Ожегов С.И. Словарь русского языка / С.И. Ожегов. – М.: Академия, 1989. – 924с.
33. Основы критического мышления [Текст]: Междисциплинарная программа: Пособие I / Сост. Дж. Стил, К. Мередит, Ч. Темпл, С. Уолтер.-М., 1997.
34. Пономарева Е.В. Применение технологии критического мышления на уроках математики / Е.В. Пономарева, А.К. Каримова, Л.В. Звездина // Молодой ученый .– 2020. – № 34 (324). – С. 133-138.
35. Попков В.А. Критический стиль мышления в профессиональном самостановлении преподавателя высшей школы: автореф. дис. д-ра псих. наук. – Москва, 2002. – 42 с.
36. Приказ Министерства просвещения РФ от 31.05.2021г. №287 «Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://base.garant.ru/401433920/53f89421bbdaf741eb2d1ecc4ddb4c33/> (дата обращения: 18.05.2025)
37. Смирнов В. А., Смирнова И. М «Геометрические задачи на развитие критического мышления». -М.: МЦНМО, 2021. – 96с.
38. Сорокина Г.В. Критическое мышление: история и современный статус/ Г.В. Сорокина //Вестник Московского университета. – 2003. – № 6. – С. 97-110.
39. Технология развития критического мышления [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://litcey.m/literatiira/19420/index.html?page=12> (Дата обращения: 19.05.2025)
40. Халперн Д. Психология критического мышления/ Д. Халперн. – СПб.: «Питер», 2000. – 512 с.
41. Чебакова Г.В. Развитие творческого мышления учащихся на уроках математики через систему поисково-практических задач / Г.В. Чебакова // Наука, образование и культура. – 2024. – № 8 (32). – С. 34-36.
42. Шакирова Д.М. Критическое мышление: учебное пособие / Д.М. Шакирова. – Казань: ГАОУ ДПО ИРО РТ, 2019. – 46 с.

43. Хаджиева, Ф.А., Нарбутаев, Ф.М. Способы развития критического мышления у подростков// Молодой ученый. - 2018. - №19. - С. 234-236. [Электронный ресурс]. URL <https://moluch.ru/archive/205/49895/> (дата обращения: 18.05.2025)

Приложение А

Входная работа, для проверки сформированности критического мышления

Задание 1. Соедините все девять точек, проведя не более четырех прямых линий и не отрывая карандаш от бумаги.

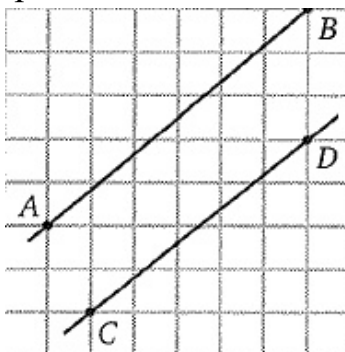


Задание 2. Имея сосуд А объемом 9 литров, сосуд Б объемом 42 литра и сосуд В, вмещающий 6 литров, нужно отмерить ровно 21 литр. Каким образом это можно сделать? Решите задачу и составьте план решения (их может быть несколько).

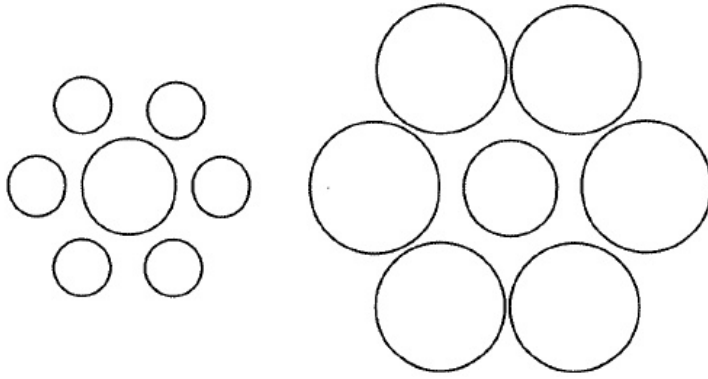
Задание 3. Ваша подруга Анна пригласила вас на вечеринку по случаю своего дня рождения. Она испекла пирог и хочет разделить его поровну между семью гостями и оставить себе один кусочек. Иван поспорил, что сможет разделить его всего тремя надрезами ножом. Как ему это удастся, при условии, что пирог должен быть разделен равномерно?



Задание 4. Параллельны ли прямые АВ и CD, изображенные на рисунке?



Задание 5. Какой из двух внутренних кругов, изображенных на рисунке больше?



Задание 6. Приведите контрпримеры для следующих утверждений:

Утверждение 1. Если две стороны и угол одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны.

Утверждение 2. Если сторона и два угла одного треугольника равны стороне и двум углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

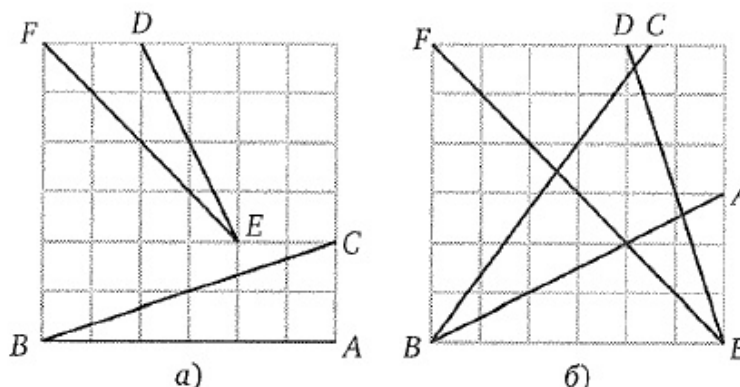
Приложение Б.

Итоговая работа, для проверки сформированности критического мышления

Задание 1. Нарисуйте график передвижений.

Старый почтенный монах покидает свой монастырь ровно в 6 часов утра, чтобы взобраться по извилистой горной тропе на вершину и там уединиться. Он достигает вершины ровно в 4 часа вечера. Проведя на вершине ночь во сне и молитвах, он покидает вершину горы ровно в 6 часов утра и добирается до монастыря ровно в 4 часа вечера. Никаких ограничений на скорость монаха не накладывается. Известно, что по пути он несколько раз останавливается, чтобы отдохнуть. Спрашивается, существует ли на горной тропе такая точка, которую монах проходит в одно и то же время суток?

Задание 2. Сравните углы ABC и DEF , изображенные на рисунке.



Задание 3. Найдите ошибки в доказательствах следующего утверждения.

Утверждение: Гипотенуза прямоугольного треугольника равна его катету.

Доказательство: пусть ABC – прямоугольный треугольник (Угол C – прямой) (рис. 1). Докажем, что гипотенуза AB равна катету AC .

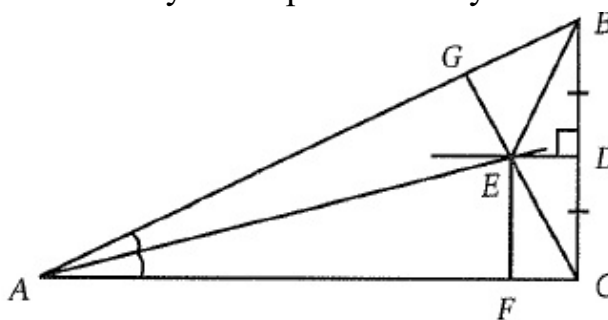


Рис. 1

Проведем биссектрису угла A и серединный перпендикуляр к стороне BC . Обозначим через E их точку пересечения. Соединим отрезками точку E с вершинами B и C . Из точки E опустим перпендикуляры EF и EG соответственно на стороны AC и AB треугольника ABC . Так как точка E принадлежит серединному перпендикуляру к отрезку BC , то отрезки BE и CE равны. Так как точка E принадлежит биссектрисе угла A , то отрезки EF и EG

равны. Прямоугольные треугольники BEG и CEF равны по катету и гипотенузе. Следовательно, отрезки BG и CF равны. Прямоугольные треугольники $АEG$ и AEF равны по катету и гипотенузе. Следовательно, отрезки AG и AF равны. Складывая отрезки AG и BG , AF и CF , получаем равенство гипотенузы AB и катета AC .

Задание 4. Приведите контрпримеры для следующих утверждений:

Утверждение 1. Если две стороны и угол одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны.

Утверждение 2. Если сторона и два угла одного треугольника равны стороне и двум углам другого треугольника, то такие треугольники равны.