

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В. П. Астафьева»
(КГПУ им. В. П. Астафьева)

Факультет начальных классов
Кафедра теории и методики начального образования
Баева Ангелина Олеговна
ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

СБОРНИК УПРАЖНЕНИЙ, НАПРАВЛЕННЫЙ НА ФОРМИРОВАНИЕ
ОСНОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ У ОБУЧАЮЩИХСЯ
4 КЛАССА

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование,
направленность (профиль) образовательной программы
Начальное образование

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

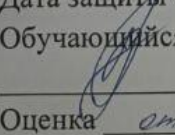
Зав.кафедрой кандидат педагогических
наук, доцент Басалаева М.В.

 «11» июня 2025 г.
Руководитель кандидат педагогических

наук, доцент Басалаева М.В.

Дата защиты «16» июня 2025 г.

Обучающийся Баева А. О.

 «11» июня 2025 г.
Оценка отлично

Красноярск, 2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ ...	7
§1.1. Понятие математической грамотности.....	7
§ 1.2. Психолого-педагогические основы формирования математической грамотности у младших школьников	15
§ 1.3. Опыт формирования математической грамотности в начальной школе.....	22
Выводы по главе I.....	30
ГЛАВА II. ИССЛЕДОВАНИЕ АКТУАЛЬНОГО УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ	32
§1.1. Методы исследования актуального состояния сформированности математической грамотности у младших школьников	32
§2.1. Результаты исследования актуального состояния сформированности математической грамотности у младших школьников	39
§2.3. Описание сборника упражнений, направленного на формирование основ математической грамотности у обучающихся 4 класса	48
Выводы по главе II.....	52
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	55
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	59

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность выбора темы выпускной квалификационной работы обусловлена системно-деятельностным подходом, заложенным в основу Федерального государственного образовательного стандарта. Данный подход направлен на формирование личностных качеств, соответствующих запросам современного информационного общества и потребностям инновационного развития экономики.

В соответствии с действующим ФГОС основной целью образовательной отрасли «Математика» являются: овладение обучающимися системы математических знаний, навыков и умений, необходимых в повседневной жизни и будущей трудовой деятельности, достаточных для успешного овладения другими образовательными отраслями знаний [1]. В пояснительной записке учебных программ по математике общеобразовательных учебных заведений говорится, что «математические знания и умения рассматриваются не как самоцель, а как средство развития личности школьника, обеспечение его математической грамотности как способности понимать роль математики в мире, в котором он живет, высказывать обоснованные математические суждения и использовать математические знания для удовлетворения познавательных и практических потребностей».

В указе Президента Российской Федерации от 21 июля 2020 года в рамках национальной цели "Возможности для самореализации и развития талантов" обозначено вхождение Российской Федерации в число десяти ведущих стран мира по качеству общего образования до 2030 г [3].

В 2022 году в России было проведено исследование уровня функциональной грамотности, включающее в себя и исследование математической грамотности, PISA. По результатам исследования,

участники из российских школ заняли лишь 16-е место в мире [31], что не соответствует цели, обозначенной в указе президента.

В 2020 году в Красноярском крае провели оценку уровня математической грамотности с помощью инструмента PROGRESS [42]. Согласно отчету, 51% учащихся имеет средний уровень сформированности математической грамотности, 24% тестируемых оказались на уровне ниже среднего. Мы видим необходимость в работе над повышением общего уровня сформированности математической грамотности.

Таким образом, проблема формирования математической грамотности обуславливает актуальность исследования.

Проблема формирования математической грамотности среди обучающихся начальной школы рассматривалась такими исследователями, как Е. Е. Алексеева [18], И. И. Валеев [20], Т. А. Иванова [24], Г. С. Ковалева [28], Е. Ю. Лукичева [29], А. Д. Нахман [31] и другие. А так же в рамках международного исследования PISA [39] и программы диагностики PROGRESS-ML [35], разработанной Институтом образования Высшей школы экономики.

По мнению профессора НИУ ВШЭ Фрумина И. Д. математическая грамотность - способность применять математические инструменты, аргументацию, моделирование в повседневной жизни, в том числе в цифровой среде [34].

Исследование, с помощью которого был изучен актуальный уровень сформированности математической грамотности, было проведено на базе МБОУ СШ №30 г. Красноярска. Испытуемыми выступили учащиеся 4А класса в количестве 19 человек.

Объект исследования – процесс формирования основ математической грамотности у обучающихся 4 класса.

Предмет исследования – актуальное состояние сформированности основ математической грамотности обучающихся 4 класса и условия ее изменения.

Гипотеза исследования – уровень сформированности математической грамотности младших школьников характеризуется тремя критериями: когнитивным, деятельностным и аналитическим, и сформирован он преимущественно на низком уровне.

Цель исследования – исследовать актуальное состояние уровня сформированности математической грамотности у обучающихся 4 класса и разработать сборник упражнений, направленный на формирование основ математической грамотности учащихся.

Для достижения цели были решены следующие **задачи**:

1. Исследовать теоретические основы формирования математической грамотности младших школьников;
2. Разработать критерии оценки уровня сформированности основ математической грамотности.
3. Исследовать актуальный уровень сформированности основ математической грамотности.
4. Обработать результаты исследования и представить их в виде таблиц и диаграмм.
5. Проанализировать результаты исследования и опровергнуть или подтвердить выдвинутую гипотезу.
6. Разработать сборник упражнений, направленный на формирование основ математической грамотности обучающихся.

Методы исследования: анализ психолого-педагогической литературы, констатирующий эксперимент.

Структура работы: выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованной литературы, приложений.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

§1.1. Понятие математической грамотности

Современное общество предъявляет жесткие требования к качеству образования, в том числе и общего. Это связано с тем, что быстро и хаотично развивающееся общество нуждается в специалистах, обладающих развитым критическим, аналитическим мышлением, гибкостью ума, способностью к качественному сбору, анализу, синтезу, обработке и применению информации. Без этих качеств выпускник школы не будет способен отвечать требованиям, которые выдвигают к нему преподаватели в вузе, а далее и работодатель.

Тем не менее, оценивая образовательные результаты по математике с точки зрения готовности школьников к дальнейшему обучению, отечественные специалисты пришли к единому мнению: уровень подготовки учащихся недостаточен для решения практико-ориентированных задач, приближенных к реальным жизненным ситуациям.

Умение быстро ориентироваться в ситуации, выдвигать новые идеи, выбирать подходящий вариант из множества предложенных – без этих навыков выпускник школы и, впоследствии, вуза будет испытывать трудности как в ситуации конкуренции на рынке труда, так и в повседневной жизни.

Формирование этих и многих других компетенций начинается уже в начальной школе через развитие функциональной грамотности, включая ее математическую составляющую.

В 1957 году ЮНЕСКО [32] ввела понятие грамотности. Грамотность - совокупность умений, включающих чтение и письмо, которые применяются в социальном контексте. Сегодня мы понимаем это как умение читать, писать, считать. Однако для успешного существования индивида в обществе этих навыков недостаточно. Поэтому одновременно с понятием «грамотность» было введено понятие «функциональная грамотность». Под ней подразумевается способность использовать вышеперечисленные навыки в условиях взаимодействия с социумом. Функциональная грамотность применяется в самых разнообразных жизненных ситуациях: прочесть и понять инструкцию по эксплуатации бытовых приборов; грамотно оформить возврат товара в магазине; построить логическую цепочку, чтобы доказать свою правоту собеседнику и т.п. Как видно из определения, «функциональная грамотность» - понятие гораздо более широкое и системное, чем «грамотность». Функциональная грамотность принимает не столько предметную направленность, сколько социальную и культурологическую.

А. А. Леонтьев высказал следующую мысль: «Функционально грамотный человек — это человек, который способен использовать все постоянно приобретаемые в течение жизни знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений» [10].

Виноградова Н.Ф. дала следующее определение : «Функциональная грамотность сегодня – это базовое образование личности. Ребенок должен обладать: готовностью успешно взаимодействовать с изменяющимся окружающим миром; возможностью решать различные (в том числе нестандартные) учебные и жизненные задачи; способность строить социальные отношения; совокупностью рефлексивных умений,

обеспечивающих оценку своей грамотности, стремление к дальнейшему образованию» [24].

Сегодня необходимость формирования функциональной грамотности закреплена на государственном уровне в Федеральном государственном образовательном стандарте. В прочтении ФГОС, функциональная грамотность – это способность решать учебные задачи и жизненные проблемные ситуации на основе сформированных предметных, метапредметных и универсальных способов деятельности. Понятие включает в себя овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу готовности к успешному взаимодействию с изменяющимся миром и дальнейшему успешному образованию [1].

Таким образом, процесс достижения образовательных результатов начального общего образования неразрывно связан с формированием функциональной грамотности у младшего школьника.

Формирование функциональной грамотности предполагает учет конкретных дисциплин. Таким образом, она включает в себя и понятие «функциональной математической грамотности», которое определяется следующим образом:

По мнению профессора НИУ ВШЭ Фрумина И. Д. математическая грамотность - способность применять математические инструменты, аргументацию, моделирование в повседневной жизни, в том числе в цифровой среде. Данное определение взято за основное.

Математическая грамотность, по мнению ученого и исследователя С. А. Ракова, - способность личности видеть и применять математику в реальной жизни, понимать содержание и методы математического моделирования, строить математическую модель, исследовать ее методами

математики, интерпретировать полученные результаты, оценивать погрешность вычислений [16] .

Согласно определению, данному в контексте оценки качества образования PISA, математическая грамотность - не что иное, как способность индивидуума формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах. Она включает математические рассуждения, использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов для описания, объяснения и предсказания явлений. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые должны принимать конструктивные, активные и размышляющие граждане [39].

Ковалева Г. С. раскрывает понятие математической грамотности , как способность человека определять и понимать роль математики в мире, в котором он живет, высказывать хорошо обоснованные математические суждения и использовать математику так, чтобы удовлетворять в настоящем и будущем потребности, присущие созидательному, заинтересованному и мыслящему гражданину [28].

Ковалева выделяет следующие характеристики математической грамотности:

- распознавать жизненные задачи, решение которых возможно с помощью математики
- формулировать данные задачи на математическом языке
- решать данные задачи, используя математические факты и методы
- анализировать использованные методы решения
- интерпретировать полученные результаты решения

Таким образом, обладание математической грамотностью позволит ребенку решать различные бытовые ситуации:

- рассчитать время выхода из дома, чтобы успеть к n -ному уроку
- посчитать, сколько тетрадей можно купить на данную сумму и понимать сумму сдачи
- ориентироваться во времени как по электронным, так и по механическим часам

Но владение математической грамотностью может помочь ребенку не только и не столько здесь и сейчас, в детском возрасте. Многие ситуации, с которыми школьник столкнется во взрослой жизни, напрямую связаны с овладением понятиями, включаемых в математическую грамотность:

- определить, в каком банке выгоднее брать кредит, учитывая процентную ставку
- выбирать более выгодный тариф оплаты общественного транспорта
- рассчитывать бюджет на месяц
- выстраивать ход рассуждений, не путая логическую цепочку суждений

Очевидно, что умения и навыки, связанные с математической грамотностью, которые применяются взрослым человеком, начинают формироваться в начальной школе, в том числе на уроках математики.

Оценить эффективность образовательной системы в развитии функциональной математической грамотности можно, изучив результаты международного исследования PISA (Programme for International Student Assessment). Целью данного тестирования является оценка уровня

грамотности школьников в различных видах учебной деятельности: читательской, естественнонаучной и математической [39].

Математическая грамотность согласно программе PISA включает в себя владение такими **умениями** как:

1. *Умение формулировать задачу математически (когнитивный аспект)*

Процесс решения проблемной ситуации начинается с ее поиска в заданном контексте. Учащийся должен понять, какие условия имеют непосредственное отношение к данной ситуации, сформулировать задание на языке математики согласно приведенным условиям. Так же к данному умению относится способность структурировать ситуацию, создать ее математическую модель, упростить с учетом возможных допущений.

Так, ученик контекста вычленяет и осознает математическую задачу, которая может быть решена с использованием математического аппарата.

2. *Умение применять математический аппарат (деятельностный аспект)*

Успешное решение математических задач требует владения широким спектром инструментов: от базовых формул и правил до сложных концепций и методов логического анализа.

3. *Умение интегрировать и интерпретировать полученные результаты (аналитический аспект)*

После решения математической задачи необходимо связать результаты решения с контекстом, в котором задача была сформулирована. Для этого требуется интерпретировать их с точки зрения первоначальных условий задачи. Соответственно, ученик должен уметь интерпретировать

математические результаты и обосновывать их с точки зрения контекста, в котором задача была сформулирована.

В соответствии с уровнем овладения данными умениями, PISA выделяет **6 уровней математической грамотности ученика**, где второй уровень является пороговым, а пятый и шестой – самые высокие уровни, указывающие на высокое владение компетенциями:

1 уровень

- Студент в состоянии ответить на заданные в знакомом контексте вопросы, когда вся необходимая для решения задачи информация предоставлена, а само задание сформулировано ясно.
- Для того, чтобы выполнить стандартные задания, ученику необходимы четкие и прямые указания.
- Для решения задачи возможно выполнить только очевидные действия, вытекающие из описания ситуации.

2 уровень

- Исходя из контекста ситуации, способен сделать несложный вывод.
- В состоянии извлечь информацию из заранее предоставленного единственного источника.
- Применяет базовые алгоритмы, способы и правила для выполнения операций с натуральными числами.

3 уровень

- Способен рассуждать на основе толкования нескольких источников.

- Способен придерживаться алгоритмов, в том числе требующих принятия решения на последующих шагах.
- Осознает смысл задачи, может выбирать и применять простые методы решения
- Справляется с процентами, десятичными и обыкновенными дробями.

4 уровень

- Работает со сложными конкретными ситуациями, которые имеют определенные ограничения и требуют некоторых допущений.
- Связывает информацию, выраженную математическими символами и различные аспекты реальных ситуаций.
- Демонстрирует математическую интуицию в некоторых ситуациях.
- Аргументирует собственные действия

5 уровень

- Создает и осознает модели сложных ситуаций
- Способен на выбор, сравнение, решение и оценку стратегий решения задачи.
- При решении задачи демонстрирует развитое умение размышлять и рассуждать.
- Создает описания ситуации с помощью символов и формального языка.
- Применяет адекватную ситуации математическую интуицию.

- Формулирует и излагает собственную интерпретацию рассуждений.

6 уровень

- Осмысляет, обобщает и использует информацию, основанную на исследованиях и моделировании проблемных ситуаций.
- Использует знания в непривычных ситуациях.
- Не испытывает затруднений при трансформировании информации, используемой для решения конкретной задачи.
- Анализирует, синтезирует, сопоставляет и использует информацию из различных источников.
- Применяет не только математический аппарат, но и математическую интуицию для поиска новых подходов к решению проблемных ситуаций.
- Аргументирует свои действия, объясняя их применения в конкретной ситуации.

§ 1.2. Психолого-педагогические основы формирования математической грамотности у младших школьников

Современные исследователи определяют младший школьный возраст как период от 6-7 до 9-10 лет. В этот период у детей происходит важное развитие физических способностей, формируются базовые представления о мире, уровень развития речи и мышления, а также развивается их социальное восприятие окружающего мира. Все это позволяет начать систематическое обучение.

В данном возрасте дети переживают смену своего образа жизни по сравнению с дошкольным возрастом. Возникают новые требования и социальная роль ученика, а также начинается учебная деятельность как новый вид деятельности. В школе дети приобретают не только новые знания и умения, но также приобретают определенный социальный статус. Это пересмотр их места в системе социальных отношений. Изменяются интересы и ценности детей, а также их общая структура жизни.

Внимание является способностью к концентрации, в умении человека фокусироваться на отдельном раздражителе или их совокупности, выделяя их из общего потока информации, который постоянно воздействует на нервную систему человека.

У первоклассников преобладает непроизвольное внимание. Так, например, любой шум в коридоре или за окном, легко переключает внимание школьника от слов учителя на источник шума. Для того, чтобы удерживать внимание детей, учителю необходимо давать паузы между заданиями и переключать внимание детей на что-то интересное им. Переключение внимания позволяет избежать переутомления психики [14].

Объем внимания, то есть количество объектов, которые ученик способен “схватить” с одинаковой ясностью, у младших школьников довольно узок. В связи с этим, если ребенку предстоит ознакомиться сразу с двумя новыми объектами, то происходит “спутывание” характеристик этих объектов.

Концентрация внимания характеризует уровень сосредоточения человека на объекте внимания и силу раздражителя, необходимого, чтобы его отвлечь. У младших школьников концентрация внимания достаточно низкая, любой шум, разговор родителей может отвлечь его от объекта внимания, особенно, если он ему не интересен. Однако, существует и

обратная ситуация. Если школьник чем-то сильно увлечен, его внимание основано на интересе, то в некоторых случаях ни разговоры одноклассников, ни замечания учителя его не отвлекут от занятия.

Устойчивость внимания есть время сохранения доминанты. Если внимание основано на интересе школьника, то удерживаться на объекте оно может довольно длительное время. Однако устойчивость произвольного внимания имеет довольно низкие показатели. Педагогам хорошо знакома особенность младших школьников быстро отвлекаться, испытывать сложности с концентрацией на скучных, но важных заданиях, особенно если они требуют длительного времени. Это проявляется в их рассеянности. Однако дети этого возраста всё же способны сосредоточиться на интеллектуальных задачах, но для этого необходимы сильная мотивация и значительные волевые усилия. [17].

Таким образом, внимание младшего школьника является неустойчивым, непроизвольным, отличается утомляемостью. Перечисленные качества затрудняют формирование умений для математической грамотности на данном этапе психического развития. Задания, направленные на формирование математической грамотности, могут быть интересны школьнику, однако они являются достаточно трудными, следствием чего является постоянное переключение внимания школьника на другие объекты. Таким образом, для формирования математической грамотности необходимо развивать произвольное и устойчивое внимание.

Памятью называют возможность запечатлевать и воспроизводить по мере надобности полученные впечатления.

Память младших школьников играет важную роль в их образовательном процессе. В начальные годы обучения дети ещё не

обладают навыками запоминания информации и, поэтому, часто прибегают к механическому запоминанию, что затрудняет процесс обучения.

Т. П. Зинченко утверждает, что у младших школьников произвольная память сформирована на высоком уровне. Дети запоминают хорошо только тот материал, который им достаточно интересен, либо производит на них достаточное эмоциональное впечатление

Согласно Т. П. Зинченко, у младших школьников хорошо сформирована произвольная память. Дети легко запоминают, но далеко не любой материал, а лишь тот, который им интересен, либо произвел большое эмоциональное впечатление на них [8].

По А. Н. Леонтьеву, в младшем школьном возрасте у детей наиболее развита наглядно-образная память. Дети легко запоминают конкретные сведения, события, лица, предметы и факты [10].

У детей младшего школьного возраста преобладает механическая память. Они склонны заучивать учебный материал наизусть, а также дословно воспроизводить выученный материал [15].

Прочность памяти (длительность сохранения материала) у младших школьников довольно слаб. Ребенок может быстро усвоить интересный ему материал, однако в дальнейшем его применение в новых обстоятельствах может вызвать затруднение у ребенка.

Количество запоминаемых материалов, или объем памяти, растет от 1 класса к 4. Однако у всех младших школьников наиболее продуктивным оказывается запоминание наглядного материала [11].

Таким образом, память младших школьников механическая, произвольная, наглядно-образная. Также дети этого возраста склонны к механическому запоминанию. Формирование математической грамотности требует не только запоминания внешней формы материала. Для понимания глубинных причинно-следственных связей, необходимо формирование логической памяти, которая позволяет осознавать смысл запоминаемого материала. Кроме того, необходимо развивать произвольную память для овладения рядом математических понятий и алгоритмов.

Посредством **мышления** человек познает предметы и явления в их существенных признаках и тех многообразных реальных связях, которые между этими предметами и явлениями существуют.

Отличительной чертой мышления является его направленность на осознание связей, которые “не лежат на поверхности” явления.

На начальных этапах мышление младшего школьника отличается практичностью. При решении задач школьники обращаются к практическим методам решения: прежде, чем научиться в уме прибавлять одно число к другому, дети учатся делать это на счетных палочках или других объектах, находящихся непосредственно в поле их восприятия. Далее, с развитием уровня мышления, ребенок может проделывать эти действия в уме. Лишь на последнем уровне мышления действие уходит на последний план.

Младшие школьники также в некоторой степени обладают логическим (словесным мышлением). В отличие от практического, оно осуществляется только словесным путем. Человеку для решения задачи необходимо размышлять, строить логические и причинно-следственные связи.

При развитии словесно-логического мышления в учебном материале становится все меньше наглядных образов. В процессе обучения всё большее значение приобретает выполнение логических операций не с реальными объектами, а с отвлечёнными символами и логическими понятиями, а также взаимосвязями между ними. В ходе учебного процесса дети осваивают разнообразные методы мыслительной деятельности, учатся действовать мысленно, без опоры на конкретные предметы, и развивают способность анализировать ход своих размышлений[7].

У младшего школьника преобладающим является практическое мышление, однако, несмотря на это, на данном этапе у него начинается процесс формирования словесно-логического мышления и теоретического мышления. Именно эти психические функции становятся основой для математической грамотности [11].

Возникновение интеллектуальной рефлексии свидетельствует о начале формирования теоретического мышления у младших школьников. Теоретическое мышление начинает проявляться в тех ситуациях, где требуется не просто использовать готовые правила, а самостоятельно их открывать или конструировать новые [9].

Таким образом, процесс развития когнитивных способностей учеников начальной школы не является случайным, а происходит благодаря направленной образовательной работе, знаниям педагога и специфическим особенностям организации учебного материала. Этот процесс наиболее успешен, когда учитель глубоко понимает и учитывает возрастные особенности своих учеников в своей работе.

Регулярная учебная деятельность способствует развитию **воображения** у детей. Множество информации, предоставляемой младшим школьникам, представляет собой устные описания, рисунки и схемы. Дети

должны создавать ментальные образы реальности, такие как поведение персонажей в рассказе, исторические события, незнакомые местности, или расположение геометрических фигур в пространстве, и так далее.

Божович А.И. представила наглядный пример эволюции детского воображения. В младшем дошкольном возрасте (3–4 года) дети изображают самолёт простейшими рисунками из двух палочек. К возрасту 7–8 лет они уже способны выделить основные детали воздушного судна, такие как крылья и пропеллер. А к 11–12 годам у школьников проявляется стремление к максимальной детализации рисунка, где самолёт должен «выглядеть как настоящий». [4].

Развитие репродуктивного воображения у младших школьников происходит на всех уроках путем формирования у детей способности определять и изображать неявные состояния объектов, которые не были прямо упомянуты в описании, но логически следуют из него. Это необходимо для решения математической задачи, ведь ребенку необходимо в своем воображении преобразовать реальные образы в математические символы, манипулировать этими символами, переводить их обратно в бытовую форму.

Таким образом, из вышеизложенного можно сделать следующий вывод. Формирование математической грамотности – процесс сложный, он требует включения различных психических структур обучающегося, таких как внимание, мышление, воображение, память. У детей младшего школьного возраста эти структуры в силу психо-физиологических особенностей сформированы недостаточно для того, чтобы проводить полноценное формирование математической грамотности. В этом процессе учитель сталкивается с неустойчивостью и произвольностью внимания, памяти, недостаточного уровня сформированности словесно-образного

мышления и абстрактной фантазии у ребенка, что может затруднять становление ученика как математически грамотного человека. В связи с этим учителю необходимо разрабатывать парадигму формирования данной компетенции у младшего школьника с особенной внимательностью, адаптирую задания под возможности ребенка.

§ 1.3. Опыт формирования математической грамотности в начальной школе

Формирование математической грамотности представляет собой процесс, направленный на развитие у учащихся способности применять полученные знания, умения и навыки в реальных жизненных ситуациях для решения разнообразных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных взаимодействий.

Ключевой аспект формирования математической грамотности заключается в том, чтобы учащиеся могли осознанно применять свои математические знания в повседневной жизни. Это включает в себя:

- Выполнение расчетов стоимости товаров и услуг;
- Определение массы и объема необходимых материалов;
- Следование инструкциям и рецептам;
- Анализ данных, представленных в различных формах (таблицы, диаграммы, графики);
- Принятие решений на основе количественной информации.

Уровень математической грамотности российских школьников по результатам тестирования Международной программой по оценке качества обучения PISA 2022 г [39].

Международная программа по оценке качества обучения PISA в 2022 г. протестировала 9043 российских школьников из 265 образовательных организаций. Из них 1261 школьник – ученики сельских образовательных организаций, 7752 – ученики городских образовательных организаций.

В 2022 году уровень математической грамотности российских школьников составил 503 балла по 1000-балльной шкале, что позволило занять стране 16 место в мире.

В целом по РФ по всем видам грамотности, в том числе по математической, наблюдается позитивная динамика результатов (*рис. 1*).

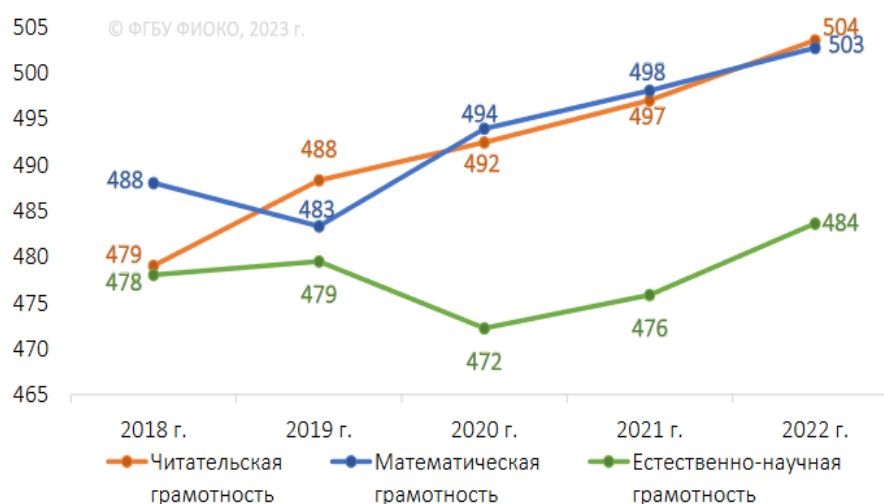


Рисунок 1 — Общероссийская оценка функциональной грамотности по модели PISA-2022

При этом рост результатов в основном обусловлен тем, что все большее количество участников преодолевает пороговый уровень. В 2022 году 84,2% участников превысил пороговый уровень математической грамотности, что превышает показатели предыдущих лет (*рис. 2*.)

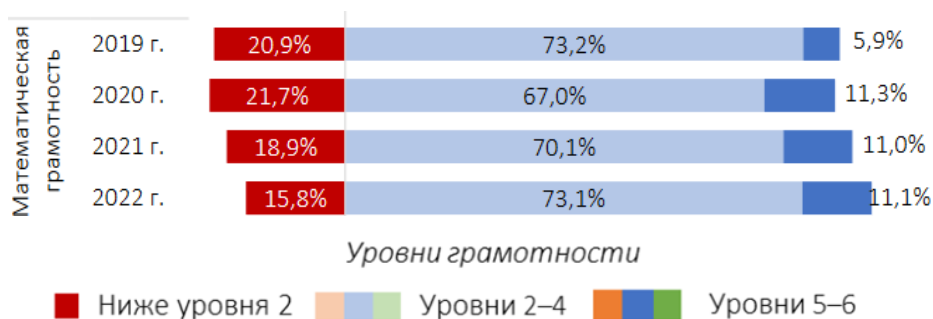


Рисунок 2 — Уровень математической грамотности российских школьников согласно оценке по модели PISA-2022

Таким образом мы можем видеть, что математическая грамотность абсолютного большинства российских школьников находится на среднем уровне. Это означает, что большинство российских школьников способно делать выводы, исходя из контекста; осознавать смысл задачи и подбирать в соответствие с этим алгоритм решения; работать с конкретными ситуациями, которые имеют ограничения и требуют допущений.

11,1% школьников освоил математическую грамотность на 5-6 уровне, что является высоким результатом. Их умение рассуждать находится на высоком уровне; они способны создавать описания ситуаций с помощью математического языка; осмыслять, обобщать информацию; аргументировать свои действия.

Для 15,8% школьников перечисленные выше математические действия трудновыполнимы или же вообще невыполнимы. Таким образом, практически 1\5 учеников российских школ не имеет навыков базового анализа, синтеза информации, решения задач, отличающихся от стандартных, формулирования вывода и его аргументации. То есть, считаются математически неграмотными.

Для того, чтобы проанализировать, как именно происходит процесс формирования математической грамотности в российской школе, необходимо рассмотреть корпус заданий Всероссийской проверочной

работы для 4 класса [36]. Всероссийская проверочная работа проводится для оценки уровня подготовки школьников с учетом требования Федеральных государственных образовательных стандартов. Таким образом, некоторые задания включают в себя оценку уровня формирования математической грамотности. Рассмотрим некоторые из них:

Задания, направленные на оценку **когнитивного** критерия формирования математической грамотности (рис. 3, 4):

Ниже на клетчатом поле со стороной клетки 1 см изображён прямоугольник.

Изобрази на рисунке прямоугольник, который имеет площадь на 9 см^2 меньше исходного и весь является его частью.

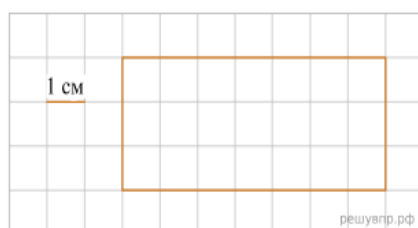


Рисунок 3 — задание из ВПР, направленное на оценивание когнитивного критерия математической грамотности

У тети Веры три коровы: Бурёнка, Красавица и Любава. Тётя Вера заносит в таблицу количество литров молока, которое она получает от каждой коровы за день. Используя таблицу, ответь на вопросы.

Какая корова дала больше всех молока за второй день?

Дни по порядку	Бурёнка	Красавица	Любава
Первый день	12	20	14
Второй день	15	22	11
Третий день	14	18	12
Четвёртый день	18	17	13

Рисунок 4 — задание из ВПР, направленное на оценивание когнитивного критерия математической грамотности

Задания, направленные на оценивание **деятельностного** критерия формирования математической грамотности (рис. 5, 6):

На компьютере установлен пароль, состоящий из семи цифр. Цифры идут в порядке возрастания, т. е. каждая следующая цифра больше предыдущей. Вторая цифра в этом пароле — «3», пятая — «6».

Рисунок 5 — задание из ВПР, направленное на оценивание деятельностного критерия математической грамотности

Ниже приведены данные за три года о количестве дождливых дней в июне-октябре в Челябинске. Используя эти данные, ответь на вопрос.

Месяц	2010 год	2011 год	2012 год
Июнь	2	7	4
Июль	3	4	2
Август	4	8	4
Сентябрь	4	10	7
Октябрь	1	4	6

Сколько дождливых дней было в Челябинске в августе 2011 года?

Рисунок 6 — задание из ВПР, направленное на оценивание деятельностного критерия математической грамотности

Задания, направленные на оценивание **аналитического** критерия формирования математической грамотности (рис. 7, 8):

Рассмотри рисунок и ответь на вопрос: сколько рублей сдачи получит покупатель, расплатившийся за одну тарелку и один стакан купюрой в 100 руб.?
Запиши решение и ответ.



Рисунок 7 — задание из ВПР, направленное на оценивание аналитического критерия математической грамотности

Семён приехал в Сыктывкар в понедельник и планирует пробыть там до субботы. Он хочет встретиться с другом, пойти в музей и посетить театр, причём каждому из этих дел он хочет посвятить отдельный день. Музей работает по вторникам и четвергам, спектакли в театре идут только по средам, а друг свободен в среду и четверг. Назовите день, когда Семён пойдёт в музей.

Рисунок 8 — задание из ВПР, направленное на оценивание аналитического критерия математической грамотности

Таким образом мы видим, что в ВПР присутствуют задания, направленные оценку различных аспектов формирования грамотности, что соответствует требованиям ФГОС. Соответственно, необходимо проанализировать школьные учебники на наличие заданий, которые бы способствовали формированию данного показателя.

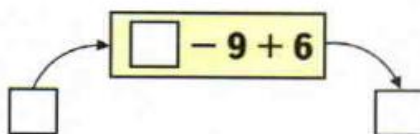
На данный момент в школьной программе не предусмотрен отдельный блок заданий на формирование математической грамотности. Однако, некоторые задания, направленные на это, включены в учебники начальной школы. Для анализа наличия заданий на формирование математической грамотности и развитие логических приёмов мышления в рассмотрим учебникм 3 [12] и 4 [11] классов учебно-методического комплекта «Школа России».

Задания, направленные на формирование **когнитивного** критерия формирования математической грамотности (рис. 9, 10):

1. Какие числа пропущены в каждом ряду?
- 1, 2, , , 5, , , 8, , 10.
- 2, 4, , , 10.
- 10, 8, , 4, .

Рисунок 9 — задание из учебника по математике за 4 класс, направленное на формирование когнитивного аспекта математической грамотности

Вычислительная машина работает так:



- 1) Какое число будет на выходе из машины, если в неё ввести число: 11; 22; 34; 45; 67; 78?
- 2) Какое число ввели в машину, если на выходе из машины получили число: 17; 51; 20; 44; 65?

Рисунок 10 — задание из учебника по математике за 4 класс, направленное на формирование когнитивного критерия математической грамотности

Задания, направленные на формирование деятельностного критерия формирования математической грамотности (рис. 11, 12):

Что надо ещё знать, чтобы решить задачу?
Шесть бубликов стоят столько же, сколько стоят 3 белых батона. Сколько стоит 1 бублик?
Дополни задачу недостающими данными и реши её.

Рисунок 11 — задание из учебника по математике за 4 класс, направленное на формирование деятельностного критерия математической грамотности

Начерти и вырежи такие же фигуры. Разрежь каждую из них на 2 такие части, которые при наложении совпадут.

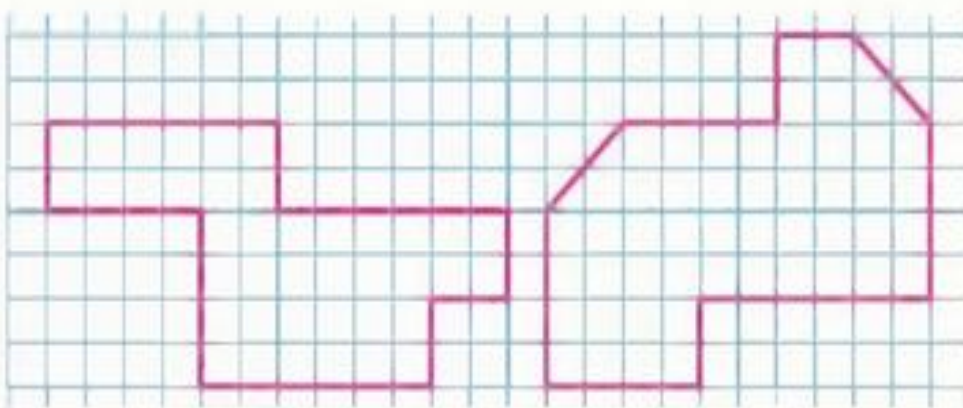


Рисунок 12 — задание из учебника по математике за 4 класс, направленное на формирование деятельностного критерия математической грамотности

Задания, направленные на формирование аналитического критерия формирования математической грамотности (рис. 13, 14):

Спектакль начинается в 17 ч. В какое время Миша должен выйти из дома, если он хочет быть в театре за полчаса до начала спектакля, а на дорогу от дома до театра у него уходит 20 мин пешком от дома до метро, 15 мин поездом на метро и 10 мин пешком от метро до театра?

Рисунок 13 — задание из учебника по математике за 4 класс, направленное на формирование аналитического критерия математической грамотности

Тебе, наверное, не раз встречались книги кулинарных рецептов. В кулинарных рецептах количество продуктов указывается, как правило, в граммах. Но часто в доме нет специальных весов, а на кухне под рукой всегда есть стакан и ложка. Поэтому при приготовлении пищи полезно знать, какая масса того или иного продукта помещается в одном стакане, в одной столовой ложке, в одной чайной ложке. В таблице указано, сколько граммов некоторых продуктов содержится в одном стакане, в одной столовой ложке, в одной чайной ложке.

Название продукта	Масса в граммах		
	Стакан	Столовая ложка	Чайная ложка
Мука пшеничная	160	20	10
Сахарный песок	200	25	10
Молоко	200	20	
Масло сливочное	245	20	5
Соль	320	30	10
Рис	230	20	

Предположим, мы хотим приготовить рисовую молочную кашу. Как с помощью стакана и ложек отмерить продукты для одной порции рисовой каши, если для неё надо взять 100 г риса, 200 г молока, 10 г сахарного песка, 10 г масла, 5 г соли?

Рисунок 14 — задание из учебника по математике за 4 класс, направленное на формирование деятельностного аспекта математической грамотности

Помимо учебников, в классной работе могут применяться различные тренажеры по функциональной, в том числе математической, грамотности. Такие тренажеры выпускаются под авторством О. А. Рыдзе [33], О. В. Федоскиной [36], С. А. Артемьевой [19], М. В. Буряк[20], Р. А. Казаковой [27].

Таким образом, анализ учебников для 3 и 4 классов показывает, что в них действительно содержатся задания, направленные на развитие различных аспектов математической грамотности. Тем не менее, важно

отметить, что такие задания преимущественно размещены в разделе «Странички для любознательных» и не всегда являются обязательными для выполнения. Несмотря на наличие этих заданий, их недостаточно для полноценного формирования функциональной математической грамотности у учащихся. Следовательно, учителю необходимо самостоятельно подбирать дидактический материал для решения данной задачи.

Выводы по главе I

Федеральный государственный образовательный стандарт требует от школьника не только знания фактической математической информации. Сегодня выпускнику начальной школы необходимо уметь применять все эти знания в условиях реальной жизни. Именно для этого важным элементом развития школьника является формирование математической грамотности.

Математическая грамотность как одна из компонент функциональной грамотности трактуется как:

«Способность личности видеть и применять математику в реальной жизни, понимать содержание и методы математического моделирования, строить математическую модель, исследовать ее методами математики, интерпретировать полученные результаты, оценивать погрешность вычислений» [17].

«Способность индивидуума формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах» [39].

«Способность человека определять и понимать роль математики в мире, в котором он живет, высказывать хорошо обоснованные математические суждения и использовать математику так, чтобы удовлетворять в

настоящем и будущем потребности, присущие созидательному, заинтересованному и мыслящему гражданину» [28].

На формирование математической грамотности влияют психолого-педагогические особенности младшего школьного возраста. Произвольность таких психических функций, как память, внимание, мышление, воображение младшем в младшем школьном возрасте не сформированы в полной мере. Они отличаются непроизвольностью, неустойчивостью. Данные особенности необходимо учитывать при разработке сборника, направленного на повышения уровня сформированности математической грамотности.

Математическая грамотность включает в себя 3 компонента: когнитивный (знание фактической математической информации); деятельностный (умение применить знания в учебных ситуациях со знакомым контекстом); аналитический (умение путем анализа информации справляться с незнакомыми формами заданий).

Таким образом, гипотеза о трех компонентах математической грамотности была доказана.

На основе данных компонентов учеными Института образования ВШЭ была разработана шкала оценки уровня математической грамотности PROGRESS-L, которая оценивает каждый компонент. Данная шкала была использована для разработки диагностической программы исследования уровня математической грамотности у младших школьников.

ГЛАВА II. ИССЛЕДОВАНИЕ АКТУАЛЬНОГО УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

§1.1. Методы исследования актуального состояния сформированности математической грамотности у младших школьников

Изучение уровня сформированности функциональной математической грамотности у учащихся начальных классов проводилось путем тестирования учащихся 4 класса.

Тестирование проводилось на базе школы МБОУ СШ №30. В нем приняли участие 19 учеников 4 класса в возрасте 9-11 лет. В исследовании приняло участие 10 девочек и 9 мальчиков. Проводилось тестирование на уроке математики длительностью 60 минут.

Тестирование разрабатывалось на основе инструмента PROGRESS, разработанного Институтом образования НИУ ВШЭ. В рамках данного инструмента было создано тестирование базовой математической грамотности PROGRESS-ML [35].

В своем исследовании специалисты опираются на понятие математической Фрумина [34]: “Математическая базовая грамотность — способность применять математические инструменты, аргументацию, моделирование в повседневной жизни, в том числе в цифровой среде»

Цель исследования формулируется следующим образом: “оценить, насколько хорошо учащийся ориентируется в математике после прохождения четырех лет формального обучения в школе”.

Для оценивания данного показателя выделяется:

5 тематических областей

3 группы когнитивных операций

Тематические области исследования PROGRESS-ML,
представленные блоками заданий. Каждый блок состоит из трех заданий.

Первый блок - закономерности. В этом блоке оценивается умение выявлять правила, по которым строятся последовательности чисел или геометрических фигур, и определять общие закономерностей в наборах данных.

Второй блок - моделирование. Этот блок оценивает умение преобразовывать текстовые описания в математические выражения и уравнения, а также способность к анализ условий задачи и выделение ключевых числовых данных.

Третий блок - пространственные представления. Этот раздел направлен на оценку способности учащихся понимать пространственные связи и мысленно манипулировать плоскими и объёмными фигурами. В рамках этого блока ученики должны не только уметь различать геометрические фигуры, но и способны создавать новые геометрические формы, комбинируя их в единые структуры.

Четвертый блок - измерения величин. Этот блок проверяет умение учащихся работать с числами как с мерами различных объектов. Для успешного выполнения задач этого раздела необходимо понимание того, что число может служить характеристикой объекта, отражая его количественные параметры.

Пятый блок - работа с информацией. В этом блоке оценивается способность учащихся анализировать и интерпретировать данные, представленные в форме таблиц, графиков и диаграмм. Ученики должны уметь не только читать такие визуальные материалы, но и использовать их для решения различных задач.

Чтобы исследовать степень сформированности математической грамотности у младших школьников, в рамках инструмента PROGRESS-

ML специалисты использовали три критерия когнитивных операций, которые базируются на классификации TIMSS: знания, применение, интерпретация.

На основе этих групп выделили **критерии оценивания** уровня математической грамотности: когнитивный (знание), деятельностный (применение), аналитический (интерпретация).

Когнитивный критерий подразумевает оценку фактических знаний, которые служат основой для выполнения заданий из разных тематических блоков.

Выделяются следующие уровни критерия:

Выше среднего: объём фактологических знаний участника значителен, что позволяет ему успешно справляться с заданиями из 4–5 тематических разделов, представленных ранее

Средний уровень: фактологические знания участника достаточны для выполнения заданий из 2–3 тематических разделов.

Ниже среднего: объём фактических знаний ограничен, участник способен выполнять задания лишь из 1 тематического раздела.

Деятельностный критерий оценивает умение применять полученные знания, навыки и умения для решения задач и проблемных ситуаций в хорошо знакомом контексте.

Уровни:

Выше среднего: учащийся способен применять алгоритмы и методы для решения задач из 4–5 тематических разделов, при этом допускаются незначительные ошибки.

Средний: учащийся владеет методами и алгоритмами, необходимыми для решения задач из 2–3 тематических разделов.

Ниже среднего: знания алгоритмов и методов у участника ограничены, он может справляться только с заданиями из 1 тематического раздела.

Аналитический критерий оценивает способность решать незнакомые задания, тщательно анализируя представленную информацию и связывая знания из различных областей.

Выделяются следующие уровни критерия:

Выше среднего: учащийся путем анализа информации справляется с неизвестными ранее формами заданий из 4-5 тематических блоков.

Средний: учащийся путем анализа информации справляется с неизвестными ранее формами заданий из 2-3 тематических блоков. При этом он может испытывать некоторые трудности и допускать незначительные ошибки.

Ниже среднего: учащийся способен выполнить только задания известной формы, способен решить незнакомые задания не более чем из 1 тематического блока

Таким образом, на основе инструмента PROGRESS были выделены **общие уровни сформированности математической грамотности у младших школьников:**

Выше среднего: может выполнять задания, в которых не указан явный алгоритм действий; использует числовые модели для представления информации, представленной в текстовой или геометрической форме; распознаёт различные геометрические фигуры и способен создавать новые геометрические объекты путём комбинирования плоских или объёмных фигур; понимает принципы построения последовательностей и может продолжить их на основе анализа данной последовательности.

Средний: может выполнять задания, алгоритм действий в которых не представлен явно; с помощью чисел выражает модели, сформулированные

в текстовом виде или в виде геометрических последовательностей; распознает отдельные геометрические фигуры, а также может представлять новые геометрические объекты, образованные путем объединения плоских или объемных фигур в отдельную композицию; распознает принципы построения последовательностей, способен на их основе продолжать последовательность.

Ниже среднего: способен выполнять задания, требующие работы с информацией и применения базовых математических понятий; применяет имеющиеся фактические знания для решения задач с хорошо знакомым алгоритмом и контекстом; умеет распознавать и продолжать простые последовательности; владеет навыками оперирования именованными числами для измерения величин объектов.

Данные критерии легли в основу диагностической программы исследования уровня сформированности математической грамотности (Таблица 1). В программе указаны критерии, уровни и баллы, описывающие каждый критерий.

Таблица 1.

Диагностическая программа исследования актуального уровня сформированности математической грамотности у обучающихся 4 класса.

Критерии	Уровни		
	Ниже среднего	Средний	Выше среднего
Когнитивный	Небольшой объем фактологических знаний участника, выполняет задания не более чем из 1 тематического блока	Объем фактологических знаний участника достаточен, он способен выполнить задания из 2-3 тематических блоков	Объем фактологических знаний участника обширен, он способен выполнить задания из 4-5 тематических блоков

Баллы	0 - 4	5 - 7	8 - 10
Деятельностный	Небольшой объем знаний алгоритмов и способов действия участника, он затрудняется выполнить задания более чем из 1 тематического блока.	Учащийся знает и применяет способы действия и алгоритмы для решения задач из 2-3 тематических блоков	Учащийся знает и применяет достаточное количество способов действий и алгоритмов в решении задач из 4-5 тематических блоков, может допускать незначительные ошибки в ходе их применения
Баллы	0 - 4	5 - 7	8 - 10
Аналитический	Учащийся способен выполнить только задания известной формы, способен решить незнакомые задания не более чем из 1 тематического блока.	Учащийся путем анализа информации справляется с неизвестными ранее формами заданий из 2-3 тематических блоков. При этом он может испытывать некоторые трудности и допускать незначительные ошибки.	Учащийся путем анализа информации справляется с неизвестными ранее формами заданий из 4-5 тематических блоков.
Баллы	0-4	5-7	8-10
Общий уровень	Способен выполнять задания, требующие работы с информацией и применения базовых математических понятий; применяет имеющиеся фактические знания	Может выполнять задания, алгоритм действий в которых не представлен явно; с помощью чисел выражает модели, сформулированные в текстовом виде или в виде	Может выполнять задания, в которых не указан явный алгоритм действий; использует числовые модели для представления информации, представленной в

	для решения задач с хорошо знакомым алгоритмом и контекстом; умеет распознавать и продолжать простые последовательности; владеет навыками оперирования именованными числами для измерения величин объектов.	геометрических последовательностей; распознает отдельные геометрические фигуры, а также может представлять новые геометрические объекты, образованные путем объединения плоских или объемных фигур в отдельную композицию; распознает принципы построения последовательностей, способен на их основе продолжать последовательность.	текстовой или геометрической форме; распознаёт различные геометрические фигуры и способен создавать новые геометрические объекты путём комбинирования плоских или объемных фигур; понимает принципы построения последовательностей и может продолжить их на основе анализа данной последовательности.
Общий балл	0-12	13-21	22-30

Тестовые задания, направленные на оценивание у данных критериев были сформированы на основании теста PROGRESS-ML (Приложение 1).

Тест состоит из 5 тематических блоков (пространственные представление, измерения величин, закономерности, моделирование, работа с информацией), включающих в себя по 3 задания.

Каждое из заданий блока направлено на диагностику одного из трех критериев: когнитивного, деятельностного и аналитического.

§2.1. Результаты исследования актуального состояния сформированности математической грамотности у младших школьников

Исследование проводилось в рамках констатирующего эксперимента на базе МБОУ СШ № 30 среди 19 учеников 4 класса.

Количественные результаты

Уровень сформированности математической грамотности испытуемых оценивался по трем критериям: когнитивному, деятельностному и аналитическому (Приложение 2).

Когнитивный критерий

Первые задания каждого блока направлены на оценку **когнитивного критерия** и определяют уровень знания фактического знания математического материала обучающегося.

Оценка задания в соответствии с ключом:

2 балла - проведены все необходимые операции, рассуждения, представленные обучающимся, ведут к верному ответу, нет арифметических ошибок, верный ответ получен.

1 балл - проведены все необходимые операции, рассуждения, представленные обучающимся, ведут к верному ответу, но допущена арифметическая ошибка, которая не нарушает логики ответа.

0 баллов - приведенные рассуждения и способы действий неверны, ответ неверный.

Таким образом, когнитивный критерий, включающий знания по математике, оцениваются в 5 тематических блоках следующим образом:

8 - 10 баллов - уровень выше среднего

5 - 7 баллов - средний уровень

0 - 4 баллов - уровень ниже среднего.

Среднее количество баллов, набранное по когнитивному критерию в 4 классе - 2,58, что соответствует низкому уровню сформированности когнитивного критерия. Результаты по уровню сформированности данного критерия мы отобразили на Рисунке 15.

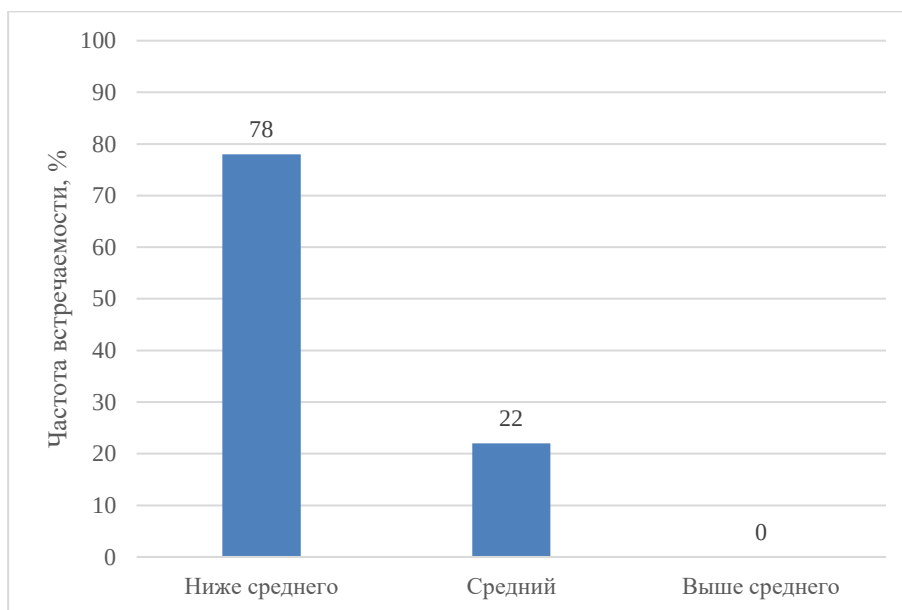


Рисунок 15 – Результаты по определению актуального уровня сформированности математической грамотности у обучающихся по когнитивному критерию

Деятельностный критерий

Вторые задания каждого тематического блока позволяют оценить использование приобретенных знаний и навыков с целью решения задач и проблемных ситуаций, алгоритм решения и контекст которых хорошо знаком ученику. Таким образом, в данных заданиях мы оцениваем **деятельностный критерий**.

Оценка задания в соответствии с ключом:

2 балла - проведены все необходимые операции, рассуждения, представленные обучающимся, ведут к верному ответу, нет арифметических ошибок, верный ответ получен.

1 балл - проведены все необходимые операции, рассуждения, представленные обучающимся, ведут к верному ответу, но допущена арифметическая ошибка, которая не нарушает логики ответа.

0 баллов - приведенные рассуждения и способы действий неверны, ответ неверный.

Таким образом, деятельностный критерий, включающий применение знаний по математике оценивается в 5 тематических блоках следующим образом:

8 - 10 баллов - уровень выше среднего

5 - 7 баллов - средний уровень

0 - 4 баллов - уровень ниже среднего.

Среднее количество баллов, набранное по деятельностному критерию в 4 классе - 2,47, что соответствует низкому уровню сформированности когнитивного критерия.

Полученные результаты по всему классу мы отобразили на Рисунке 16.

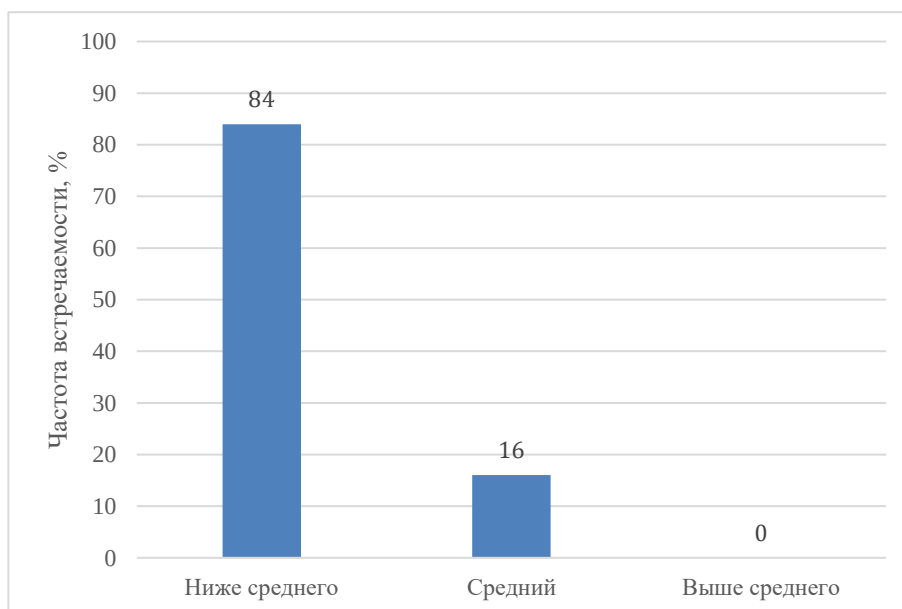


Рисунок 16 – Результаты по определению актуального уровня сформированности математической грамотности у обучающихся по деятельностному критерию

Аналитический критерий

Третьи задания каждого блока нацелены на оценку умения решать задачи с незнакомым ученику контекстом, тщательно анализируя

представленную информацию и связывая знания из различных областей. Таким образом, оценивается **аналитический критерий** сформированности математической грамотности.

Оценка задания в соответствии с ключом:

2 балла - проведены все необходимые операции, рассуждения, представленные обучающимся, ведут к верному ответу, нет арифметических ошибок, верный ответ получен.

1 балл - проведены все необходимые операции, рассуждения, представленные обучающимся, ведут к верному ответу, но допущена арифметическая ошибка, которая не нарушает логики ответа.

0 баллов - приведенные рассуждения и способы действий неверны, ответ неверный.

Таким образом, аналитический критерий, включающий способность решать задачи, требующие анализа информации и нахождения связей между разными областями знаний, оценивается в 5 тематических блоках следующим образом:

8 - 10 баллов - уровень выше среднего

5 - 7 баллов - средний уровень

0 - 4 баллов - уровень ниже среднего.

Среднее количество баллов, набранное по аналитическому критерию в 4 классе - 1,89, что соответствует низкому уровню сформированности когнитивного критерия.

Полученные результаты мы отобразили на Рисунке 17.

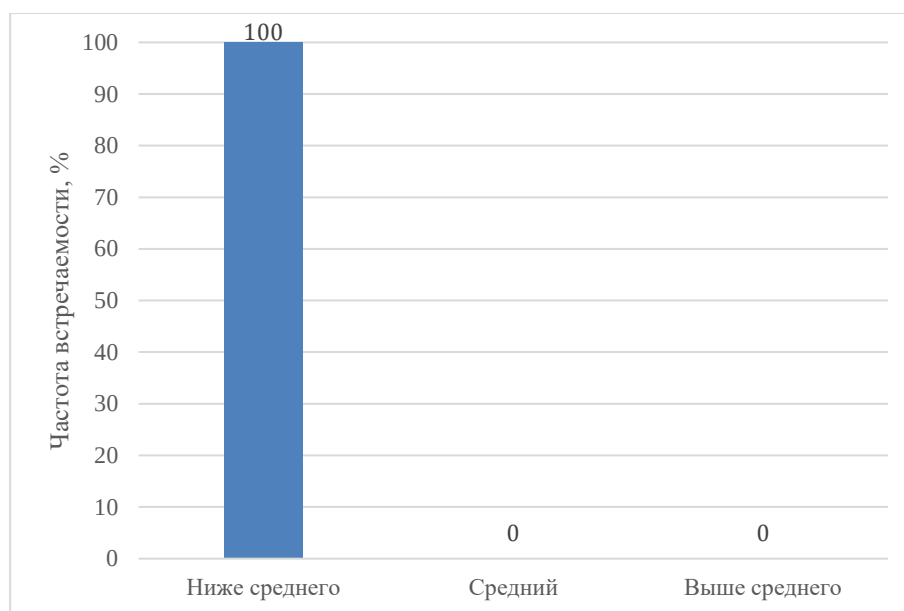


Рисунок 17 – Результаты по определению актуального уровня сформированности математической грамотности у обучающихся по аналитическому критерию

Обобщив результаты всех критериев, можно выявить общий уровень сформированности математической грамотности в классе.

Актуальный уровень сформированности математической грамотности согласно шкале PROGRESS оценивается следующим образом:

22 - 28 баллов - уровень выше среднего

13 - 21 баллов - средний уровень

0 - 12 баллов - уровень ниже среднего.

Среднее количество баллов, набранное суммарно за всю работу - 6,84, что соответствует низкому уровню сформированности математической грамотности в классе.

Полученные результаты мы отобразили на Рисунке 18.

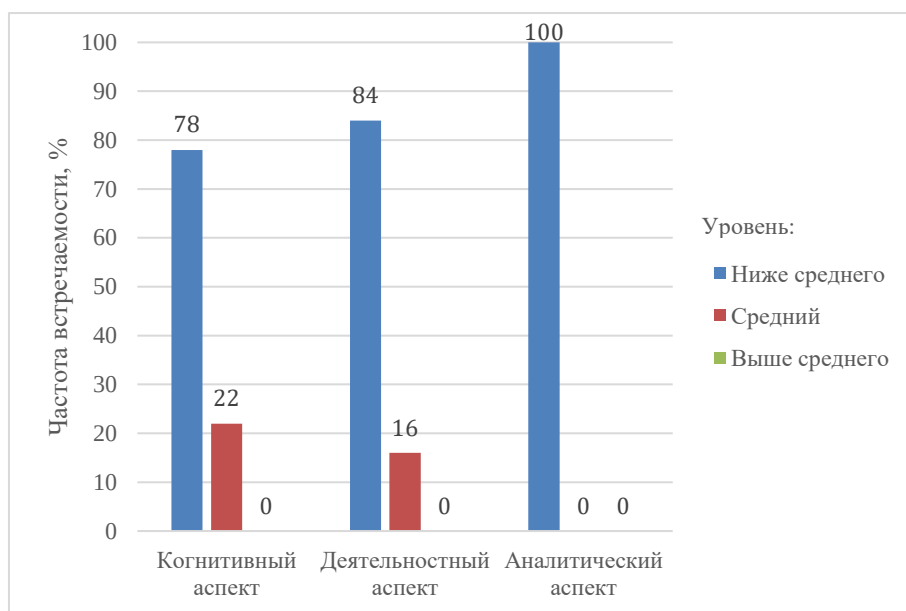


Рисунок 18 – Результаты по определению актуального уровня сформированности математической грамотности

Исходя из результатов исследования на основании шкалы PROGRESS, можно сделать вывод, что все три критерия оценки сформированности уровня математической грамотности в 4 классе развиты на уровне ниже среднего. Общий уровень математической грамотности в классе также можно оценить, как “ниже среднего”.

Качественные результаты

При оценке уровня сформированности когнитивного критерия было выявлено, что у 78% учащихся уровень сформированности когнитивного критерия - ниже среднего. У 22% - средний уровень.

Такие результаты оценки когнитивного критерия указывают на то, что 22% испытуемых имеют достаточный объем фактологических знаний, которые являются базой для решения любых задач. Тогда как 13 учеников имеют небольшой объем фактологических знаний, из-за чего им было затруднительно решить задания из таких тематических областей как

закономерности, моделирование, пространственные представления, измерения величин и работа с информацией.

По итогам проверки заданий, оценивающих деятельностный критерий математической грамотности, выяснилось, что у 84% испытуемых деятельностный критерий сформирован на уровне ниже среднего. Эти учащиеся не могут использовать освоенные алгоритмы и методы для решения задач в знакомых контекстах. Лишь у 16% обучающихся наблюдается средний уровень сформированности данного критерия, что означает, что они способны применять полученные навыки и знания для решения задач и проблемных ситуаций, алгоритм и контекст которых им хорошо знакомы.

Аналитический критерий сформирован на уровне ниже среднего у 100% обучающихся класса. Это свидетельствует о том, что четвероклассники не готовы к анализу предоставленной информации. Они не в состоянии связать факты из различных сфер знаний и рассматривать несколько вариантов решения задачи.

Таким образом, в классе нет ни одного обучающегося, чей общий уровень математической грамотности был бы выше среднего.

17% учащихся имеют средний уровень сформированности математической грамотности, что означает овладение следующими компетенциями:

- Может выполнять задания, алгоритм действий в которых не представлен явно;
- С помощью чисел выражает модели, сформулированные в текстовом виде или в виде геометрических последовательностей;
- Распознает отдельные геометрические фигуры, а также может представлять новые геометрические объекты, образованные путем объединения плоских или объемных фигур в отдельную композицию;

- Распознает принципы построения последовательностей, способен на их основе продолжать последовательность.

83% учащихся имеют уровень сформированности математической грамотности ниже среднего. То есть, они овладели следующими компетенциями:

- Способен выполнять задания, требующие работы с информацией и применения базовых математических понятий;
- Применяет имеющиеся фактические знания для решения задач с хорошо знакомым алгоритмом и контекстом;
- Умеет распознавать и продолжать простые последовательности;
- Владеет навыками оперирования именованными числами для измерения величин объектов.

Однако учащиеся не обладают навыками анализа представленной информации для решения новых задач. Они не способны:

- Находить связи между различными областями знаний.
- Применять эти связи для решения комплексных задач.
- Рассматривать и оценивать различные варианты решения проблем.

Данное тестирование разработано на основе шкалы PROGRESS-ML [23]. При создании этой шкалы авторы опирались на группы когнитивных операций, которые были выделены в рамках международного тестирования TIMSS для учащихся четвёртого класса.

В рамках TIMSS используется следующая таксономия когнитивных операций: знания, умения, рассуждения. Данная таксономия схожа с таксономией Блума, однако не полностью идентична ей, так как вместо 6 ступеней выделяет 3.

Так же, как и в таксономии Блума, переход на следующий этап овладения навыком невозможен, пока в полной мере ученик не овладеет навыком на текущем уровне. Таким образом, деятельностный критерий

формирования математической грамотности не может быть сформирован, пока в полной мере не сформирован когнитивный критерий. Другими словами, ученик не сможет успешно применять на практике знания и навыки, пока он не овладеет базой фактологических знаний, необходимых для решения данной задачи.

Подобным образом, пока не будет сформирован деятельностный критерий, ученик не сможет освоить и аналитический критерий, так как не научившись применять знания в знакомых ситуациях, ученик не будет способен анализировать задачи в незнакомых ситуациях и находить варианты их решения.

По результатам исследования мы видим, что в основном уровень сформированности математической грамотности учащихся находится на уровне ниже среднего, что подтверждает выдвинутую нами гипотезу.

Отсюда вытекает проблема: математическая грамотность младших школьников преимущественно сформирована на уровне ниже среднего.

Причину мы видим в следующем. Мы ожидаем сформированности функциональной грамотности, в том числе математической, на более высоком уровне у старших школьников. Это подтверждается тем, что тестирование PISA проводится среди 7-8 классов. Лишь к этому возрасту мы можем ожидать от школьников достаточного уровня сформированности знаниевого аппарата для формирования математической грамотности. В младшем школьном возрасте мы можем говорить лишь о формировании основ, необходимых для формирования математической грамотности в будущем. Эти основы заключаются овладении необходимыми знаниями (когнитивный критерий), алгоритмами и способами действий (деятельностный критерий), способами решения задач в незнакомом контексте (аналитический критерий).

Данные основы формируются путем решения практикоориентированных задач и задач с экономическим компонентом.

Именно поэтому было решено разработать сборник упражнений, направленный на формирование основ математической грамотности у обучающихся 4 класса.

§2.3. Описание сборника упражнений, направленного на формирование основ математической грамотности у обучающихся 4 класса

Сформированность математической грамотности требует ФГОС НОО [1]. Согласно данному документу, предметные результаты по предмету «Математика» должны обеспечивать, в том числе «...использование начальных математических знаний при решении учебных и практических задач и в повседневных ситуациях для описания и объяснения окружающих предметов, процессов и явлений, оценки их количественных и пространственных отношений, в том числе в сфере личных и семейных финансов». Следовательно, заниматься формированием основ математической грамотности следует на уроках математики.

При анализе результатов исследования уровня математической грамотности младших школьников, были выявлены следующие знаниевые дефициты:

1. Распознавание закономерностей, как определенных правил, по которому в числовом, фигурном или другом ряду элементов происходит повторение или изменение самих элементов или их свойств в соответствии с заданным правилом, в реальных жизненных ситуациях;
2. Вычленение и анализ данных, предложенных в текстовой задаче, для построения выражения, с помощью которого можно решить задачу;
3. Составление уравнений, используя схему;

4. Использование чисел, как мер величин для характеристики размера конкретного объекта;
5. Подсчет времени. Например, подсчет времени прибытия корабля в пункт Б, при заданном времени выезда из пункта А и времени пути;
6. Составление новых композиций из заданных геометрических фигур. Например, составление квадрата со стороной 9 см из заданных фигур;
7. Умение мысленно представлять и изменять геометрические фигуры. Например, определять внешний вид фигуры после перегиба по отмеченной линии;
8. Умение извлекать из таблиц информацию и применять ее для решения задачи.

Для того, чтобы работать с данными дефицитами и заложить знаниевую базу для формирования основ математической грамотности, было принято решение разработать сборник упражнений, направленных на постепенное формирование математической грамотности с учетом возрастных особенностей детей младшего школьного возраста.

Цель сборника - формирование у обучающихся способности определять и понимать роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные математические суждения и использовать математику так, чтобы удовлетворять в настоящем и будущем потребности, присущие созидательному, заинтересованному и мыслящему гражданину.

По итогам работы с упражнениями обучающиеся получают возможность освоить следующие знания, умения и навыки:

1. Распознавать, составлять и продолжать числовые закономерности;
2. Использовать данные, представленные в текстовых задачах для составления моделей и решения данных задач;
3. Составлять и решать уравнения, в том числе с использованием схем;
4. Использовать числа как меры величин объектов;

5. Рассчитывать время с использованием таблиц либо информации из текста;
6. Мысленно представлять геометрические фигуры, составлять из них новые геометрические композиции;
7. Мысленно изменять геометрические фигуры, представлять внешний вид фигуры после определенных изменений;
8. Извлекать из таблиц информацию и применять ее для решения задач.

Дефициты, выявленные в результате исследования, легли в основу структуры сборника, отраженную в Таблице 2.

Таблица 2

Структура сборника упражнений, направленного на формирование основ математической грамотности

Содержание	Предметные результаты
Цепочки	Читать, записывать, сравнивать, упорядочивать многозначные числа; Находить число большее или меньшее данного числа на заданное число, в заданное число раз.
Решение задач	Выбирать рациональное решение задачи, находить все верные решения из предложенных; Решать практические задачи, связанные с повседневной жизнью; Решать текстовые задачи в 1–3 действия, выполнять преобразование заданных величин, выбирать при решении подходящие способы вычисления; Использовать единицы величин при решении задач; Составлять модель текстовой задачи, числовое выражение.

Уравнения	Находить неизвестный компонент арифметического действия; Составлять уравнение с использованием графической модели.
Величины	При решении задач выполнять сложение и вычитание однородных величин, умножение и деление величины на однозначное число; Использовать при решении задач и в практических ситуациях (покупка товара, определение времени, выполнение расчётов) соотношение между величинами.
Время	Использовать при выполнении практических заданий и решении задач единицы времени; Извлекать, использовать информацию, представленную на простейших диаграммах, в таблицах.
Геометрические композиции	Конструировать геометрические фигуры (композиции) из данных фигур, делить прямоугольник, многоугольник на заданные части.
Изменение фигур	Находить периметр прямоугольника (квадрата), площадь прямоугольника (квадрата), периметр треугольника; Мысленно представлять вид геометрической фигуры после ряда изменений, умение найти периметр и площадь измененной фигуры.
Работа с информацией	Извлекать, использовать информацию, представленную на простейших диаграммах, в таблицах (например, расписание, режим работы), на предметах повседневной жизни (например, ярлык, этикетка)

В сборнике каждая тема включает в себя 5-6 заданий, которые можно применять на уроках по математике.

Таким образом, используя задания из сборника, учитель сможет постепенно, без отрыва от занятий, создать условия для формирования математической грамотности обучающихся.

Выводы по главе II

Вторая глава посвящена исследованию уровня сформированности математической грамотности среди обучающихся 4 класса.

В ходе исследования нами был проведен констатирующий эксперимент, в процессе проведения которого был определен актуальный уровень сформированности математической грамотности у обучающихся 4 класса. В рамках исследования мы оценивали уровень сформированности математической грамотности по трем критериям: когнитивному, деятельностному и аналитическому.

Целью исследования стало оценивание того, насколько обучающийся способен ориентироваться в математике после прохождения четырех лет формального обучения в школе.

Базой исследования для проведения эксперимента выступила МБОУ СШ №30. В исследовании приняли учащиеся 4 класса в количестве 19 человек.

Диагностика, проведённая для определения текущего уровня сформированности математической грамотности учащихся, была осуществлена с использованием инструмента PROGRESS-ML, разработанного Институтом образования Высшей школы экономики.

Тестирование состоит из 5 тематических блоков: закономерности, моделирование, измерение величин, пространственные представления и работа с информацией.

В блоке «моделирование» оценивается способность обучающегося выражать в числовой форме визуальные модели, основываясь на тексте задания. Блок «измерение величин» оценивает способность использовать числа в качестве мер объектов. «Пространственные представления» оценивает умение мысленно представлять геометрические фигуры в пространстве, понимание пространственных отношений. Понимание и интерпретация табличной информации и информации в виде графиков оценивалась путем решения заданий блока «пространственные величины».

Каждый тематический блок состоит из 3 заданий. Первое задание каждого блока направлено на оценку когнитивного критерия, то есть на оценку уровня овладения фактологическими знаниями и базовыми алгоритмами.

Вторые задания каждого тематического блока позволяют оценить использование приобретенных знаний и навыков с целью решения задач и проблемных ситуаций, алгоритм решения и контекст которых хорошо знаком ученику.

Третьи задания каждого блока нацелены на оценку умения решать задачи с незнакомым ученику контекстом, тщательно анализируя представленную информацию и связывая знания из различных областей.

Проанализировав результаты всех критериев, мы смогли установить общий уровень математической грамотности учащихся. Выяснилось, что 78% обучающихся демонстрируют уровень математической грамотности ниже среднего. Только 22% учащихся показали результаты на среднем уровне. Важно отметить, что ни один из учеников не достиг уровня выше среднего. Этот результат подтверждает выдвинутую нами гипотезу.

Таким образом, проблема заключается в сформированности математической грамотности на уровне ниже среднего.

Решением данной проблемы мы видим разработку сборника упражнений, направленных на формирование математической грамотности.

С целью разработки сборника мы проанализировали затруднения в предметных областях, с которыми столкнулись испытуемые, и на основании этих затруднений разработали структуру сборника. Сборник состоит из 8 разделов: цепочки, решение задач, уравнения, величины, время, геометрические композиции, изменение фигур, работа с информацией, каждый из которых содержит 5-6 заданий, приближенных к реальным жизненным ситуациям. Данный сборник упражнений может быть эффективно интегрирован в процесс обучения математике без отрыва от учебного процесса.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Математическая грамотность – компетенция, которую от человека требует современный, постоянно меняющийся, мир. Формирование основ математической грамотности продиктовано системно-деятельностным подходом, заложенным в основу ФГОС. Одним из аспектов данного подхода является направленность на формирование личностных качеств, соответствующих запросам современно информационного общества.

Однако по результатам международных и российских исследований, российские школьники не овладевают данной компетенцией на должном уровне.

Этим продиктована актуальность исследования, целью которого стало исследовать актуальное состояние уровня сформированности математической грамотности у обучающихся 4 класса и разработать сборник упражнений, направленный на формирование основ математической грамотности учащихся.

В ходе исследования были изучены теоретические основы формирования математической грамотности младших школьников. Мы исследовали работы Е. Е. Алексеевой, И. И. Валеева, Т. А. Ивановой, Г. С. Ковалевой, Е. Ю. Лукичевой, А. Д. Нахман. В ходе изучения данных источников мы выяснили, что представляет термин «математическая грамотность», что включает в себя данное понятие.

Далее мы изучили и описали психовозрастные особенности детей младшего школьного школьного возраста, влияющие на процесс формирования математической грамотности, а именно: память, внимание, мышление, воображение.

Мы выяснили, каким образом данные психовозрастные особенности влияют на формирование математической грамотности. В процессе развития математической грамотности учеников учитель сталкивается с

неустойчивостью и произвольностью внимания, памяти, недостаточного уровня сформированности словесно-образного мышления и абстрактной фантазии у ребенка, что может затруднять становление ученика как математически грамотного человека. Данные особенности необходимо учитывать при разработке сборника, направленного на повышения уровня сформированности математической грамотности.

При анализе учебников математики УМК «Школа России» была выявлена следующая особенность материала: в учебниках присутствуют задания, с помощью которых можно формировать разные аспекты математической грамотности. Однако, эти задания, в основном, представлены в разделе «Странички для любознательных», выполнение их не является обязательным. Таким образом, материал, находящийся в учебнике, не позволяет учителю создать полноценные условия для формирования математической грамотности у учеников. На основании проведенного анализа мы пришли к заключению, что вопрос формирования математической грамотности у младших школьников представляет собой актуальную проблему, требующую пристального внимания и углублённого изучения.

Изучение актуального уровня сформированности функциональной математической грамотности у учащихся начальных классов проводилось путем тестирования учащихся 4 класса на базе МБОУ СШ №30. В исследовании приняли участие 19 учеников 4 класса в возрасте 9-11 лет.

Уровень сформированности математической грамотности оценивался с помощью тестирования, созданного на основании шкалы PROGRESS-ML, разработанной Институтом образования ВШЭ. В основе данной шкалы лежат критерии, определяющие уровень сформированности математической грамотности: когнитивный, деятельностный, аналитический. На основе данного инструмента мы разработали программу диагностики уровня сформированности математической грамотности.

Согласно программе, когнитивный критерий предполагает оценку фактологических знаний, которые являются базой для решения любых задач.

Деятельностный показатель производит оценку способности учащихся применять полученные знания и умения для разрешения различных задач и проблемных ситуаций.

При этом особое внимание уделяется способности учеников эффективно использовать имеющиеся алгоритмы решения в задачах с хорошо знакомым ученику контекстом.

Аналитический критерий оценивает способность решать незнакомые задания, тщательно анализируя представленную информацию и связывая знания из различных областей. У каждого из критериев выделяется по 3 уровня: средний, выше среднего и ниже среднего.

Тестирование состоит из 5 тематических блоков: закономерности, моделирование, пространственные представления, измерения величин, работа с информацией. Каждый блок состоит из 3 заданий. Первое задание каждого блока оценивает когнитивный критерий, второй задание - деятельностный, третье - аналитический критерий.

По итогам проведённого исследования все полученные данные были тщательно проанализированы и визуализированы посредством наглядных диаграмм. Обобщив результаты по трем критериям, нами был выявлен общий уровень математической грамотности обучающихся 4 класса. У 73% учеников математическая грамотности сформирована на уровне ниже среднего, что подтверждает выдвинутую нам гипотезу.

Исходя из результатов констатирующего эксперимента и анализа методической и психолого-педагогической литературы, мы приняли решение разработать сборник упражнений, направленных на формирование математической грамотности среди младших школьников.

Данный сборник содержит 8 тематических блоков, соответствующих дефицитам, которые были выявлены в ходе проведения эксперимента: распознавание закономерностей; вычленение и анализ данных, предложенных в текстовой задаче, для построения выражения, с помощью которого можно решить задачу; составление уравнений, с использованием схем; использование чисел, как мер величин объектов; подсчет времени; составление новых композиций из заданных геометрических фигур; представление и изменение в уме геометрических фигур; извлечение информации из таблиц и графиков;

В сборнике каждая тема включает в себя 5-6 заданий, которые можно применять на уроках по математике.

Таким образом, задачи, поставленные в выпускной квалификационной работе, были выполнены, а цель исследования достигнута.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. О национальных целях развития Российской Федерации на период до 2030 года: Указ Президента Российской Федерации от 21.07.2020 № 474 [Электронный ресурс] // Официальный интернет-портал правовой информации: гос. система правовой информации. - Режим доступа: <http://kremlin.ru/acts/bank/45726> (дата обращения: 12.11.2024).
2. Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования [Электронный ресурс] // Федеральные государственные образовательные стандарты: [официальный сайт]. - Режим доступа: <https://fgos.ru> (дата обращения: 12.11.2024).
3. Акт правительства Российской Федерации "Концепция развития математического образования в Российской Федерации" от 24.12.2013 № 2506-р с изм. и допол. в ред. от 8.10.2020.
4. Указ Президента Российской Федерации "О национальных целях развития Российской Федерации на период до 2030 года" от 21.07.2020 № 474
5. Божович, А.И. Личность и её формирование в детском возрасте./ А.И. Божович. – СПб.: Питер, 2008. – 398 с
6. Белошистая, А.В. Методика обучения математике в начальной школе: курс лекций / А.В. Белошистая. — М.: Владос, 2007. — 455 с.
7. Добрынин, Н.Ф. Возрастная психология: Курс лекций [Текст] / Н.Ф. Добрынин, А.М. Бардиан, Н.В. Лаврова; Под ред. проф. Н.Ф. Добрынина. - Москва: Просвещение, 1965. - 295 с.
8. Зинченко, Т.П. Когнитивная и прикладная психология / Т.П. Зинченко. – Воронеж: НПО «МОДЭК», 2000. – 608 с.
9. Кагермазова, Л.Ц. Возрастная психология [Текст] / Л.Ц. Кагермазова. – М.: РАО, 2008. – 321 с.

10. Леонтьев, А.Н. Лекции по общей психологии. Учебное пособие для вузов по специальности "Психология" [Текст] / А.Н. Леонтьев. - М.: Смысл, 2000. – 344 с.
11. Люблинская, А.А. Учителю о психологии младшего школьника./ А.А. Люблинская. – М.: Просвещение, 2007. – 278с.
12. Моро М. И., Бантова М. А., Бельтюкова Г. В. И др. Математика. 4 класс. Учеб. Для общеобразовательных организаций в 2 ч. М34 Ч. 2. 4-е изд. М.: Просвещение, 2015. 138 с.
13. Моро М. И., Бантова М. А., Бельтюкова Г. В. И др. Математика. 3 класс. Учеб. Для общеобразовательных организаций в 2 ч. М34 Ч. 2. 14-е изд., переработка. М.: Просвещение, 2023. 112 с.
14. Немов, Р. С. Общая психология. Введение в психологию : учебник и практикум для вузов / Р. С. Немов. — 6-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 727 с.
15. Обухова, Л.Ф. Возрастная психология: учебник/ Л.Ф. Обухова. - М.:Юрайт, 2011. – 460 с.
16. Образовательная система «Школа 2100» – качественное образование для всех: сб. материалов / Под науч. ред. Д.И. Фельдштейна. – М. : Баласс, 2003. – 320 с.
17. Зак, А. З. Развитие умственных способностей младших школьников / А.З. Зак. – Москва : Просвещение : Владос, 1994. – 320 с.
18. Алексеева, Е.Е. Методические особенности формирования математической грамотности учащихся как составляющей функциональной грамотности / Е.Е. Алексеева // Мир науки, культуры, образования. – 2020. – № 4 (83). – С. 214-218
19. Артемьева С. А. Задачи для младших школьников (3 – 4 класс) на формирование математической грамотности (МГ) // 2020

- 20.Буряк М. В., Мишина А. П., Шейкина С. А. Функциональная грамотность 4 класс. Диагностические работы. - Планета, 2025. - 116 с.
- 21.Беляева Е.В. Формирование математической грамотности обучающихся в начальной школе / Е.В. Беляева // Альманах мировой науки. – 2020. – №1(37). – С. 34 - 35.
22. Боровских А.В. О понятии математической грамотности / А.В. Боровских// Педагогика. – 2022. – Т. 86. – № 3. – С. 33 - 45.
- 23.Валеев, И.И. Функциональная математическая грамотность как основа формирования и развития математической компетенции / И.И. Валеев // Бизнес. Образование. Право. – 2020. – № 4 (53). – С. 353-360
- 24.Виноградова, Н.Ф. Функциональная грамотность младшего школьника: книга для учителя. Под ред. Н.Ф. Виноградовой. М.: Российский учебник: Вентана-Граф, 2018. - 288 с.
- 25.Дюкарева О.А. Развитие математической грамотности младших школьников / О.А. Дюкарева // Школьная педагогика. – 2021. – № 1(20). – С. 7.
- 26.Иванова, Т.А. Структура математической грамотности школьников в контексте формирования их функциональной грамотности / Т.А. Иванова, О.В. Симонова // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. – 2009. – № 1-1. – С. 125-129.
- 27.Казакова, Р.А. Развитие функциональной грамотности на уроках математик: учебно-методическое пособие. - Ростов н\Д: ГБУ ДПО РО РИПК и ППРО, 2017. - 66 с
- 28.Ковалева, Г.С. Результаты международного исследования PISA: качество образования // Школьные технологии. - 2005. -№ 2. - С. 37-43

- 29.Лукичева, Е.Ю. Математическая грамотность: обзор понятия и методики формирования / Е.Ю. Лукичева // Непрерывное образование. – 2020. – № 3 (33). – С. 46-53.
- 30.Мацкевич, В.В. Функциональная грамотность [Текст] / В.В. Мацкевич, С.А. Крупник // Всемирная энциклопедия: Философия. - Минск, Харвест, 2001. - 312 с.
- 31.Нахман, А.Д. Индикаторы математической грамотности обучающихся / А.Д. Нахман // Вопросы педагогики. – 2021. – № 4-1. – С. 234-239.
- 32.Рудик, Г. А. Функциональная грамотность - императив времени / Г. А. Рудик, А. Жайтапова, С. Г. Стог // Современные научные исследования: методология, теория, практика : материалы Международной научно-практической конференции, Челябинск, 24 февраля 2014 года / Центр содействия развитию научных исследований. – Челябинск: Сити Принт, 2014. – 94-107 с.
- 33.Рыдзе, О. А. Преемственность в формировании математической функциональной грамотности учащихся начальной и основной школы / О. А. Рыдзе, К. А. Краснянская // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2019. – Т. 1, № 4(61). – 146-158 с.
- 34.Универсальные компетентности и новая грамотность: чему учить сегодня для успеха завтра / И. Д. Фрумин, М. С. Добрякова, К. А. Баранников, И. М. Реморенко // Современная аналитика образования. – 2018. – № 2(19). – С. 1-25.
- 35.Федерякин, Денис, Галина Ларина, и Елена Карданова. 2021. «Измерение базовой математической грамотности в начальной школе». Вопросы образования / Educational Studies Moscow, вып. 2 (июнь), 199-226 с.
- 36.Федоскина, О. А. Математика 4 класс О. В. Федоскина. — Москва : Эксмо, 2012. — 48 с.

- 37.Варианты ВПР по математике для 4 класса // 4ВПР URL: <https://4vpr.ru/4-klass/282-varianty-vpr-po-matematike-dlya-4-klassaa.html> (дата обращения: 12.11.2023 г.)
- 38.Концепция направления «математическая грамотность» исследования PISA 2021. – URL: <https://fioco.ru/Contents/Item/Display/2201978> (дата обращения: 13.01.2023).
- 39.Кочурова Е.Э. Формирование математической грамотности младших школьников в урочной и внеурочной деятельности [Электронный ресурс]. URL: <https://clck.ru/Z6nHz> (дата обращения: 08.10.2024).
- 40.Международная программа по оценке образовательных достижений учащихся (PISA) [Электронный ресурс] // Официальный сайт ФГБУ «Федеральный институт оценки качества образования». – Режим доступа: <https://fioco.ru/pisa> . (дата обращения: 12.11.2023 г.)
- 41.Международное исследование качества математического и естественно-научного образования (TIMSS) [Электронный ресурс] // Официальный сайт ФГБУ «Федеральный институт оценки качества образования». – Режим доступа: <https://fioco.ru/timss> (дата обращения: 12.11.2023 г.)
- 42.Результаты исследования PROGRESS-ML [Электронный ресурс]/ Красноярский «Центр оценки качества образования». – Режим доступа: <https://coko24.ru> (дата обращения: 23.10.2023).

