

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Красноярский государственный педагогический университет
им. В.П. Астафьева»

Институт математики, физики и информатики

Кафедра-разработчик: кафедра математики и методики обучения математике

УТВЕРЖДЕНО

на заседании кафедры математики и МОМ
протокол № 8 от «07» мая 2025 г.
Зав. кафедрой М.Б. Шашкина

ОДОБРЕНО

на заседании НМСС(Н) ИМФИ,
протокол № 8 от «14» мая 2025 г.
Председатель Е.А. Аёшина

ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации обучающихся

Дискретная математика

(наименование дисциплины/модуля/вида практики)

44.03.01 Педагогическое образование

(код и наименование направления подготовки)

Математика

(направленность (профиль) образовательной программы)

Бакалавр

(квалификация (степень) выпускника)

Составитель

Кейв М.А., доцент кафедры математики и МОМ

Красноярск 2025

1. Назначение фонда оценочных средств

1.1. Целью создания ФОС дисциплины «Дискретная математика» является установление соответствия учебных достижений запланированным результатам обучения и требованиям основной профессиональной образовательной программы, рабочей программы дисциплины.

1.2. ФОС по дисциплине решает задачи:

- контроль и управление процессом освоения студентами необходимых знаний, умений, навыков и уровня сформированности компетенций, определенных в ФГОС ВО по соответствующему направлению подготовки;
- контроль (с помощью набора оценочных средств) и управление (с помощью элементов обратной связи) достижением целей реализации ОПОП, определенных в виде набора универсальных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций выпускников;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс Университета.

1.3. ФОС разработан на основании нормативных документов:

- федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (уровень бакалавриата);
- образовательной программы высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование, направленность (профиль) образовательной программы Математика и информатика, квалификация (степень) «бакалавр»;
- Положения о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева» и его филиалах.

2. Перечень компетенций с указанием показателей и критериев оценивания

Код и наименование компетенции и для ОП ВО, индикаторы достижения компетенции (ИДК)	Шкала оценивания			
	«отлично»	«хорошо»	«удовлетворительно»	«неудовлетворительно»
	«зачтено»			«не зачтено»
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач				
УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.	<i>Критерий</i> Правильно применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности (правильно выполнены задания более 90% инвариантной и более 75% вариативной частей самостоятельной работы)	<i>Критерий</i> Применяет логические формы и процедуры в достаточном объеме, допускает неточности при рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности (правильно выполнены более 80% заданий инвариантной и не менее 50% заданий вариативной самостоятельной работы)	<i>Критерий</i> Способен решать задачи по заданному алгоритму. Испытывает затруднения в использовании логических форм и процедур, частично способен к рефлексии по поводусобственной и чужой мыслительной деятельности (правильно выполнены более 60% заданий инвариантной и имеются верно выполненные задания вариативной самостоятельной работы)	<i>Критерий</i> Не способен к рефлексии по поводусобственной и чужой мыслительной деятельности (правильно выполнены менее 60% заданий инвариантной самостоятельной работы)
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач				
ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета)	<i>Критерий</i> Обладает полным теоретическим знанием структуры, состава и дидактических единиц преподаваемого предмета (правильно выполнены задания более 90% инвариантной и более 75% вариативной частей самостоятельной работы)	<i>Критерий</i> Обладает знанием структуры, состава и дидактических единиц преподаваемого предмета в достаточном объеме (правильно выполнены более 80% заданий инвариантной и не менее 50% заданий вариативной самостоятельной работы)	<i>Критерий</i> Обладает знанием структуры, состава и дидактических единиц преподаваемого предмета в неполном объеме (правильно выполнены более 60% заданий инвариантной и имеются верно выполненные задания вариативной самостоятельной работы)	<i>Критерий</i> Обладает знанием структуры, состава и дидактических единиц преподаваемого предмета в недостаточном объеме (правильно выполнены менее 60% заданий инвариантной самостоятельной работы)

ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО	<i>Критерий</i> Обладает полным знанием теоретического материала и владеет умением осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения (правильно выполнены задания более 90% инвариантной и более 75% вариативной частей самостоятельной работы)	<i>Критерий</i> Обладает знанием материала в достаточном объеме и умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения (правильно выполнены более 80% заданий инвариантной и не менее 50% заданий вариативной самостоятельной работы)	<i>Критерий</i> Обладает знанием по отбору учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в неполном объеме (правильно выполнены более 60% заданий инвариантной и имеются верно выполненные задания вариативной самостоятельной работы)	<i>Критерий</i> Обладает знанием по отбору учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в недостаточном объеме (правильно выполнены менее 60% заданий инвариантной самостоятельной работы)
ПК-3. Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов				
ПК-3.1. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)	<i>Критерий</i> Обладает полным знанием теоретического материала и владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (правильно выполнены задания более 90% инвариантной и более 75% вариативной частей самостоятельной работы)	<i>Критерий</i> Обладает знанием материала в достаточном объеме и демонстрирует владение способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (правильно выполнены более 80% заданий инвариантной и не менее 50% заданий вариативной самостоятельной работы)	<i>Критерий</i> Обладает знанием материала в неполном объеме и допускает неточности при использовании способов интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (правильно выполнены более 60% заданий инвариантной и имеются верно выполненные задания вариативной самостоятельной работы)	<i>Критерий</i> Обладает знанием материала в недостаточном объеме, не владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (правильно выполнены менее 60% заданий инвариантной самостоятельной работы)

Задания для типовых самостоятельных работ по дисциплине

«Дискретная математика»

1. Комбинаторика

1. Сколькими способами из группы в 24 человека можно выбрать двоих делегатов на конференцию?
2. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, если цифры в числе не повторяются?
3. Из колоды, содержащей 52 карты, вынули 10 карт. В скольких случаях среди этих карт не окажется ни одного туза?
4. Сколькими различными способами можно переставить буквы в слове МИССИСИПИ так, чтобы одновременно 3 буквы С не стояли подряд и 4 буквы И не стояли подряд.
5. Найдите частное решение рекуррентного уравнения $a_n = a_{n-1} + a_{n-2} - a_{n-3}$, удовлетворяющее начальным условиям $a_0 = 0, a_1 = 1, a_2 = 2$.

Самостоятельная работа 2. Булевы функции

1. Проверьте равенство, построив таблицы значений соответствующих функций:

$$x \vee y = (x \rightarrow y) \rightarrow y.$$

2. Выясните, является ли система функций $\{xy, x \vee y, x \oplus y, xy \vee yz \vee zx\}$ полной.

3. Постройте минимальную ДНФ для функции $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 x_2 \rightarrow \overline{x_3}) \oplus (x_1 \mid x_2 x_3)$.

Самостоятельная работа 3. Теория графов

1. Связный граф, не содержащий циклов, называется:

а) псевдографом;

б) мультиграфом;

в) лесом;

г) деревом.

2. Среди изображенных на рис. 1 графов изоморфными являются:

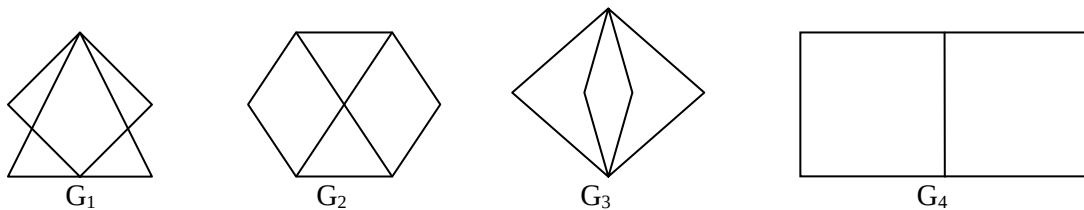


Рис. 1

- а) G_1 и G_2 ;

- б) G_1 и G_3 ;

- В) G_1 и G_4 ;

- Г) G_2 и G_4 .

3. Матрица смежности для графа, изображенного на рис. 2, имеет вид:

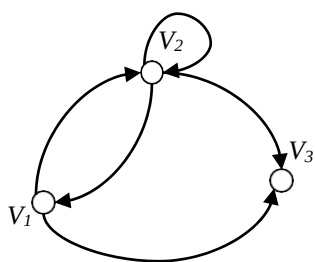


Рис. 2

- а) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Изображенный на рис. 3 граф является:

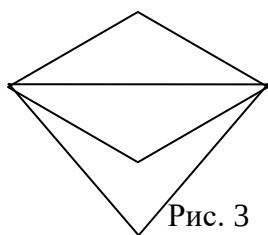


Рис. 3

- а) эйлеровым и гамильтоновым;
б) эйлеровым, но не гамильтоновым;
в) гамильтоновым, но не эйлеровым;
г) не эйлеровым и не гамильтоновым.

5. Имеется 100 городов, между некоторыми из них проложены дороги с двухсторонним движением. Известно, что из любого города можно попасть в любой другой, причем по единственному маршруту. Сколько имеется дорог?

6. Простой цепью в графе, изображенном на рис. 4, является:

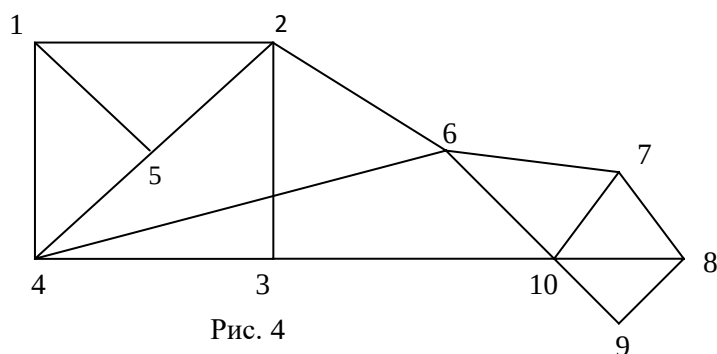


Рис. 4

- а) 1-5-2-6-2-1-4; б) 1-4-5-2-6-10-8;
в) 1-2-5-1-4-3-10-6-2; г) 1-5-2-6-7-8-9-10-6.

7. Длина кратчайшего маршрута, соединяющего вершины 1 и 8, приведенного на рис. 4 графа, равна:

- а) 3; б) 4; в) 5; г) 6.

8. Допускает ли граф, изображенный на рис.4, плоскую укладку:

- а) да; б) нет.

9. Число граней графа приведенного на рис. 4 равно:

- а) 8; б) 9; в) 10; г) 11.

10. Является ли граф, изображенный на рис. 4, двудольным:

- а) да; б) нет.

11. Хроматическое число для приведенного на рис. 4 графа равно:

- а) 2; б) 3; в) 4; г) 5.

Контрольные вопросы и задания по темам

Раздел 1. Комбинаторика

Тема 1.1. Введение в комбинаторику. Правило суммы и произведения. Комбинаторные конфигурации: размещения, перестановки, сочетания (без повторений и с повторениями)

1. Правила комбинаторики. Примеры.
2. Основные комбинаторные конфигурации без повторений. Примеры.
3. Основные комбинаторные конфигурации с повторениями. Примеры.

Тема 1.2. Числовые последовательности и рекуррентные соотношения. Линейные однородные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами

1. Рекуррентные соотношения. Примеры.
2. Задачи, приводимые к рекуррентным соотношениям.
3. Алгоритм решения линейных однородных уравнений. Примеры.

Раздел 2. Булевы функции

Тема 2.1. Определение булевых функций и операции над ними. Связь булевых функций с теорией множеств. Нормальные формы. Полные системы функций.

1. Определение булевых функций и операций над ними. Примеры.
2. Связь булевых функций и операции над ними. Примеры.
3. Нормальные формы. Полиномы Жегалкина. Полные системы функций. Теоремы Поста. Примеры.

Раздел 3. Теория графов

Тема 3.1. Введение в теорию графов. Основные понятия: определение и способы задания графа; степень вершины, изоморфизм графов; виды графов.

1. Графы, оргграфы, псевдографы, мультиграфы. Примеры. Степень вершины графа. Примеры. Лемма о рукопожатиях и следствие из неё.
2. Изоморфные графы. Примеры.
3. Матричное задание графов. Матрицы смежности. Примеры.

Тема 3.2. Маршруты в графе. Связные графы. Эйлеровы и гамильтоновы графы.

1. Маршруты в графах. Цепи, циклы, простые цепи и простые циклы. Примеры. Теоремы о простых цепях и циклах. Поиск маршрутов в графах.
2. Связность в графах. Компоненты связности графа. Теорема о дополнении графа. Связь числа рёбер, вершин и компонент связности.
3. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Нагруженные графы. Поиск минимальных маршрутов в графах. Примеры.

Тема 3.3. Деревья. Минимальное остовное дерево.

1. Деревья. Свойства деревьев. Характеризационная теорема.
2. Остовное дерево. Теорема об остовном дереве в графе. Примеры.
3. Поиск минимального остовного дерева в нагруженных графах. Примеры.

Тема 3.4. Плоские и планарные графы. Укладка графа. Раскраска вершин графа.

1. Плоские и планарные графы. Грани плоского графа. Примеры укладки графов. Формула Эйлера. Критерий планарности графа.
2. Двудольные графы. Теорема Кёнига. Способ распознавания двудольности графа. Примеры.
3. Правильная раскраска вершин графа. Хроматическое число. Алгоритм последовательной раскраски. Примеры.

Проектные задания по дисциплине «Дискретная математика»

Задание 1. Разработайте для школьников альбом – комплекс исторических экскурсов о становлении и развитии таких важных разделов дискретной математики как комбинаторика, криптография, теория чисел, рекуррентные соотношения, суммы, графы и др.

Примерный план экскурса в историю науки: сведения о зарождении раздела науки; примеры проблемных, старинных задач, давших толчок к развитию раздела науки; хронология основных переломных этапов развития науки; биографические сведения, освещающие судьбы научных идей и судьбы их творцов; сведения о современных тенденциях развития науки; библиографический список литературы для желающих более подробно познакомиться с историей развития науки; кроссворд или викторина по историческому экскурсу.

Форма представления результатов выполнения задания: печатный и электронный экземпляр альбома, подготовленный стендовый доклад с презентацией исторических экскурсов.

Задание 2. Разработайте и создайте популярный ознакомительно-обзорный Web-сайт о специальных числах для школьников.

Примерный план Web-сайта:

- Что такое число? Исторический экскурс о возникновении чисел.
- Числа Фибоначчи. Биографические сведения о Фибоначчи. Задача о кроликах. Замечательные свойства чисел Фибоначчи. Числа Фибоначчи и золотое сечение в Природе, Науке, Искусстве.
- Гармонические числа – история их появления и основные свойства. Карточный фокус. Задача о червяке на резинке. Музыка и числа.
- Числа Стирлинга первого и второго рода – сведения об их возникновении и приложениях.
- Числа Бернулли – история их появления и основные свойства.
- Фигурные числа
- Комбинаторные задачи и числа Каталана.
- Совершенные, дружественные, счастливые и др. числа.

- Кроссворд, тест, ребус или викторина о специальных числах.

Форма представления результатов выполнения задания: Web-сайт и его презентация.

Задание 3. Напишите статью и доклад для ежегодной научно-практической конференции студентов и молодых ученых «Молодежь и наука XXI века» на одну из следующих тем:

- Школьникам о понятии рекуррентного соотношения.
- Рекуррентные соотношения в задачах для школьников.
- Неоднородные рекуррентные соотношения и методы их решения.
- Рекуррентные соотношения и конечные суммы.
- Графические модели решения комбинаторных задач.
- Графы в задачах для школьников.
- Тема, предложенная студентом.

Примерный план научной статьи

1. Введение. Сведения об актуальности темы статьи. Чему посвящена статья? Какой вопрос затрагивается в статье? Основная цель статьи и т.п.
2. Основная часть. Обоснованно раскрываются теоретические и практические аспекты проблематики статьи. Примеры.
3. Заключение. Основные выводы, результаты, рекомендации и т.п.
4. Библиографический список используемой литературы.

Форма представления результатов выполнения задания: печатный и электронный экземпляр статьи, подготовленный доклад с презентацией.

Задание 4. Создайте номер популярного журнала для школьников, в рамках которого будут освещаться популярные задачи теории графов. Осуществите его выпуск и презентацию.

Примерные рубрики журнала:

- Из истории возникновения теории графов
- Графы помогают решать задачи
- Приложения теории графов
- Кратко об основных понятиях теории графов: граф, элементы графа, виды графа, степень вершины графа, маршруты в графе, связность и др.

- Деревья. Свойства деревьев. Остовое дерево. Деревья в программировании.
- Задача о трех домах и трех колодцах. Микросхемы в радиоэлектронике. Укладка графа. Формула Эйлера.
- Задача о кёнигсбергских мостах. Фигуры непрерывного рисования. Правила обхода фигур одним росчерком.
- Игра У. Гамильтона «Кругосветное путешествие». Задача коммивояжера.
- Лабиринты. Обходы лабиринтов.
- Раскраска графов. Задачи, связанные с раскраской графа. Гипотеза четырех красок. Свойства шахматной доски.
- О сетевых задачах. Потоки в сетях. Сетевое планирование и управление.

Форма представления результатов выполнения задания: печатный и электронный экземпляр журнала, подготовленный стендовый доклад с презентацией.

Задание 5. Составьте методическую копилку «В помощь учителю математики» по рубрике «Занимательные задачи по теории графов», «Графы в олимпиадных задачах» с решениями.

Форма представления результатов выполнения задания: альбом – методическая копилка «в помощь учителю математики» и ее презентация.

Задание 6. В теории графов имеется целый арсенал алгоритмов поиска оптимальных маршрутов в графе, определения связности графа, раскраски графа и другие. Осуществите перевод основных алгоритмов теории графов на один из языков программирования. Напишите программу на любом компьютерном языке для решения одной из задач:

- определение связности графа;
- нахождение маршрутов в графе (поиск в глубину, поиск в ширину);
- выделение эйлерова и гамильтонова цикла в графе;
- нахождение остова минимального веса в графе (алгоритм Краскала);
- правильная раскраска вершин графа.

Форма представления результатов выполнения задания: презентация разработанных компьютерных программ с демонстрацией их работы на конкретных задачах.

Типовые вопросы к зачету по дисциплине «Дискретная математика»

1. Правила комбинаторики. Основные комбинаторные конфигурации: размещения, перестановки, сочетания. Примеры.
2. Рекуррентные соотношения. Задачи, приводимые к рекуррентным соотношениям. Решение линейных однородных уравнений. Примеры.
3. Определение булевых функций и операций над ними. Связь булевых функций и операции над ними. Примеры.
4. Нормальные формы. Полиномы Жегалкина. Полные системы функций. Теоремы Поста. Примеры.
5. Графы, орграфы, псевдографы, мультиграфы. Основные элементы графа и его внутренняя структура. Примеры. Графы в школьном курсе математики.
6. Степени вершин графов. Теорема о сумме степеней вершин графа. Полустепени вершин орграфа. Теорема о сумме полустепеней вершин орграфа. Примеры.
7. Матричное задание графов. Матрицы смежности и инцидентности. Примеры.
8. Операции над графами. Подграфы. Примеры. Изоморфизм графов. Примеры.
9. Маршруты и пути в графах и орграфах. Цепи, циклы, простые цепи и простые циклы. Теоремы о простых цепях и циклах. Примеры.
10. Связность в графах. Компоненты связности графа. Теорема о дополнении графа. Связь числа рёбер, вершин и компонент связности.
11. Поиск маршрутов в графах. Алгоритмы поиска в ширину и в глубину.
12. Нагруженные графы. Поиск минимальных маршрутов в графах.
13. Деревья. Свойства деревьев. Характеризационная теорема. Остовное дерево. Поиск минимального остовного дерева в нагруженных графах.
14. Эйлеровы графы и циклы. Критерий эйлеровости графа. Алгоритм выделения эйлерова цикла в графе. Примеры.
15. Гамильтоновы графы и циклы. Достаточные условия существования гамильтоновых циклов. Методы выделения гамильтоновых циклов в графе. Примеры.

16. Двудольные графы. Теорема Кёнига. Способ распознавания двудольности графа. Примеры.
17. Плоские и планарные графы. Грани плоского графа. Примеры укладки графов. Формула Эйлера.
18. Следствие из формулы Эйлера. Непланарность графов $K_{3,3}$ и K_5 . Критерий планарности графа.
19. Правильная раскраска вершин графа. Хроматическое число. Алгоритм последовательной раскраски. Примеры.
20. Раскраска планарных графов. Гипотеза о четырёх красках. Теорема о пяти красках.