МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА

(КГПУ им. В.П.Астафьева)

Институт/факультет Институт математики, физики и информатики
Кафедра Математического анализа и МОМ в вузе
Специальность 050201 «Математика»

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ
Зав.кафедрой Математического анализа и МОМ в вузе
(полное наименование кафедры)

________________ Л.В.Шкерина
(подпись) (И.О. Фамилия)

«____» ______________________ 2015 г.

Выпускная квалификационная работа

Методика обучения учащихся 5-6 классов решению сюжетных задач

Выполнил студент группы 61
(номер группы)

Курагина Н. И. ____________________
(И.О. Фамилия) (подпись, дата)

Форма обучения заочное

Научный руководитель:
старший преподаватель
математического анализа
и МОМ в вузе О. В. Берсенева ______________
(ученая степень, должность, И.О.Фамилия) (подпись, дата)

Рецензент:
к. ф.- м. н., доцент кафедры
алгебры, геометрии и методики
их преподавания С. И. Калачёва ________________
(ученая степень, должность, И.О.Фамилия) (подпись, дата)

Дата защиты __________________

Оценка __________________

Красноярск
2015

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ

Д.Пойа, рассматривая роль задач в математике, писал: «Владение математикой это есть умение решать задачи, не только стандартные, но и требующие известной независимости мышления, здравого смысла, оригинальности, изобретательности». Математические задачи являются одной из главных составляющих содержания учебного предмета математики, который включает также и теоретический материал. Но и теоретический материал учащиеся усваивают в процессе решения задач. Поэтому решения задач является основной деятельностью при обучении математике.[26], [13]

Разработкой методики обучения решению сюжетных задач занимались учёные, как Ю.М.Колягин, Д.Пойа, А.А.Столяр и другие.

В последние годы самые сильные отрицательные эмоции у учащихся на уроках математики вызывает задания решать задачи. Примерно половина учеников на контрольной работе или экзамене не приступает к решению задач.

Почему так происходит? Зачем надо обучать детей решению задач и Как это делать? Подобные вопросы все чаще возникают в современной школе. Именно эта проблема показалась одной из актуальных на сегодняшний день.

Не прекращаются поиски эффективной методики обучения решению сюжетных задач в общеобразовательной школе.

Одной из **актуальных проблем** в методике математики является вопрос обучения решению сюжетных задач, так как они играют важную роль в жизни человека. Задачи, которые ставит перед собой человек, и задачи, которые ставят перед ним другие люди и обстоятельства жизни, направляют всю его деятельность в течение всей его жизни.[3]

Психологические исследования проблемы обучения решению задач показывают, что основные причины не сформированности у учащихся общих умений и способностей в решении задач состоят в том, что ученики, не обладая необходимыми знаниями о сущности задач и способах их решения, решают их, не осознавая должным образом свою собственную деятельность.

Объект: процесс обучения математике учащихся 5-6 классов общеобразовательной школы.

Предмет исследования: методика обучения учащихся 5-6 классов решению сюжетных задач

Цель данной дипломной работы: рассмотреть методику работы над задачами, которые решаются алгебраическим способом, и разработать рекомендации по обучению учащихся отыскивать пути решения задач алгебраическим способом.

Гипотеза: если процесс обучения решению сюжетных задач разных типов выстраивать в соответствии с унифицированными этапами работы с сюжетной задачей, то это будет способствовать формированию умений учащихся 5-6 классов решать сюжетные задачи разных типов.

Задачи дипломной работы:

1. на основе анализа психолого-педагогической и методической литературы охарактеризовать особенности обучения учащихся 5-6 классов решению сюжетных задач;
2. описать содержание этапов решения сюжетных задач алгебраическим методом;
3. разработать рекомендации по обучению решению задач разных типов, проверить эффективность разработанных рекомендаций в процессе экспериментальной работы.

Глава I. Психолого-педагогические аспекты обучения решению задач 5- 6 классов

1.1. Задача и ее функции

Задача является одним основных компонентов содержания обучения математике. Любая задача — это цель, которую необходимо достичь в определенных условиях. Работа с данным компонентом содержания обеспечивает формирование таких приемов мышления как анализ, синтез, обобщение, абстрагирование и др. Математическая задача — это задача, сформулированная в математических терминах. Продуктом решения такой задачи является получение математического факта. Задача, в которой данные и связь между ними включены в фабулу называется сюжетной задачей.Содержание такой задачи чаще всего представляет собой ситуацию, более или менее близкую к жизни. Важны для усвоения учащимися математических отношений, развития интереса к математике, способностей обучающихся. В процессе решения сюжетных задач у учащихся формируются умения и навыки моделирования реальных процессов и явлений. Решение задач формирует у обучающихся умение планировать свою деятельность, воспринимать учебную и другую информацию, создает условия мотивирующие на реализацию учебно-познавательной деятельности. При этом также формируются умения оформлять рационально результаты своих действий, осуществлять самоконтроль. [5]

Выделяют четыре основных функции задач в обучении математике:

1) Обучающая функция задач обеспечивает формирование у обучающихся системы математических знаний, умений и навыков, способов деятельности в процессе освоения содержания предметной области «Математика».

Выделим несколько видов задач по их обучающей роли.

- задачи для усвоения математических понятий;
- задачи для овладения математической символикой;
- задачи для обучения доказательствам;

- задачи для формирования математических умений и навыков;
- задачи, мотивирующие изучение новых математических фактов.

Воспитывающая функция задач направлена на воспитание у обучающихся интереса к математике, навыков организации учебного труда, нравственных и других качеств личности.

При решении математических задач у обучающихся формируются навыки организации умственного труда, такие как: усидчивость, внимательность, сосредоточенность, организованность, целеустремленность и др. Решение трудных задач требует от обучающихся проявления настойчивости в преодолении трудностей в достижении целей. При этом воспитывается и развивается чувство долга, ответственности учащегося за приобретение математических знаний, умений и навыков. Решение задач учащиеся записывают в тетради, учитель показывает разные формы записей решения, воспитывая тем самым у учащихся аккуратность. Решение математических задач воспитывает у учащихся особый математический стиль мышления. С помощью задач, решаемых на уроках математики, учащиеся знакомятся с ролью математики в других науках. Решение задач, предваряющих изучение новых математических сведений, создающих проблемную ситуацию, способствует возбуждению и развитию интереса к изучению математики.

3) Развивающая функция задач ориентирована на развитие основных компонентов мышления, на формирование приемов умственной деятельности, на развитие личностных качеств необходимых для реализации математической деятельности.

Математические задачи должны будить мысль учеников, заставлять ее работать, развиваться и совершенствоваться. При решении математических задач учащиеся выполняют построения, преобразования и запоминают формулировки, но и обучаются четкому мышлению, умению рассуждать, сопоставлять и противопоставлять факты, находить общее и различное, делать правильные умозаключения.

Решение математических задач требует применения мыслительных умений:
-анализировать ситуацию,
-сопоставлять данные и искомые;
-конструировать простейшие математические модели, осуществляя мысленный эксперимент;
-синтезировать, отбирая полезную информацию для решения задачи, систематизируя ее;
-кратко и четко, в виде текста, символически, графически оформлять свои мысли;
-объективно оценивать полученные при решении задачи результаты, обобщать или специализировать результаты решения задачи, исследовать особые проявления заданной ситуации.
К задачам развивающей роли можно отнести:
- задачи, включающие элементы исследования;
- задачи на отыскание ошибок;
- задачи на доказательство;
- занимательные задачи;
4. задачи на отыскание различных вариантов решения и выбор лучшего из них;
- составление математических задач.

Контролирующая функция задач обеспечивает определение уровня освоения обучающимися учебного материала предметной области «Математика», их способности к самостоятельной реализации учебной деятельности в процессе изучения различных вопросов школьного курса математики, уровня развития и достижения новых образовательных результатов.

Функции задач в обучении взаимосвязаны. В каждой отдельной учебной ситуации выделяется и реализуется ведущая функция задачи в соответствии с целевой установкой ее применения, остальные выступают ведомыми, но от этого их значимость не снижается. Речь идет только о расстановке приоритетов в конкретном случае.

В методической литературе проблеме обучения решению сюжетных задач уделяется огромное внимание. Это обусловлено тем, что такие задачи часто выступают средством формирования не только многих математических понятий, но и средством формирования умений строить математические модели реальных процессов, а также средством развития мышления обучающихся.

1.2. Обучение решению задач в истории математического образования в России

Традиционно в процессе математического образования в России сюжетные задачи всегда занимали первое место и является исключительно российским феноменом. В России как ни в одной стране уделялось значительное внимание обучению учащихся решению задач, отражающих реальные жизненные ситуации. Причем это было характерно в основном для России, не смотря на то, что практика применения сюжетных задач в процессе обучения во всех цивилизованных государствах идет от глиняных табличек Древнего Вавилона и других древних письменных источников, то есть имеет родственные корни.

На протяжении долгого времени математические знания передавались из поколения в поколение в виде списка задач практического содержания вместе с их решениями. Изначально процесс обучения математике выстраивался как работа по заданным образцам. Ученикам предлагалось решать математические задачи с целью отработки определенного «правила». Такой подход к обучению был обоснован тем, что обученным считался тот ученик, который умел решать задачи встречавшиеся в практической деятельности: в торговых расчетах, строительстве и земледелии. При этом от учеников не требовалось сознательного усвоения материала, необходимо было выучить наизусть и четко выполнить все рекомендации учителя. «Это ничего, что ты ничего не понимаешь, ты и впереди также многого не будешь понимать», — утешал бывало наставник своего питомца, и вместо понимания рекомендовал не заноситься, а выучить наизусть все, что задают, и потом стараться применить это к делу . Так в 1923 Г. В. Беллюстин описывал старинную практику обучения решению текстовых задач [2].

Одна из причин такой ситуации в том, что основной целью обучения детей арифметике (а задачи выступали основным средством этого обучения) было освоение ими определенных вычислительных умений, связанных с расчетами, выполнение которых необходимо в практической деятельности.

В применении задач в процессе обучения математике условно можно выделить следующие этапы:

1) *обучение решению задач* выступает основной целью обучения математике. Этот этап был характерен для периода 17 — 19 веков. Так в предисловии к «Арифметике» Л.Ф. Магницкого, где утверждается, что математику следует "вытерживать" для решения задач, главным образом задач на купеческие сделки, банковские расчеты [1].Следует отметить, что задачи из учебника Магницкого весьма жизнеспособны, многие из них перешли в последующие учебники, и до настоящего времени они часто приводятся авторами арифметических и алгебраических задачников. Живой интерес при решении этих задач испытывают и современные школьники.

2)*обучение математике, сопровождаемое решением задач* (19 — 20 вв). Содержание второго этапа обусловлено представлением о методике обучения математике, заниматься поиском средств, приемов усвоения теоретического материала.[23];

3)*обучение математике через решение задач*. В настоящее время математические задачи являются незаменимым средством усвоения учащимися понятий и методов школьного курса математики, вообще математических теорий. Большая роль задач в развитии мышления и в математическом воспитании учащихся, в формировании у них умений и навыков в практических применениях математики. Решение задач служит достижению всех целей, которые ставят перед обучением математике.[26].

1.3. Психологические особенности детей в период 10-12 лет

В процессе обучения ребенок оперирует как с самими предметами, так и с символами предметов и отношений между ними. Операции с этими элементами производятся мысленно, и они обратимы. В сознании развиваются системы символов, посредством которых ребенок воспринимает мир. Чтобы ребенок усвоил некоторые понятия, их следует перевести на язык этих внутренних структур. Мышление позволяет учащимся выявлять в сознаваемых объектах отдельные их свойства, стороны, что возможно установить с помощью чувств, но и отношения и закономерности связей между этими свойствами и сторонами. Тем самым с помощью мышления он познает общие свойства и отношения, выделяет среди них главные, определяющие характер объектов. Это позволяет ученику предвидеть результаты наблюдаемых событий, явлений и своих собственных действий, проверяемых в дальнейшем путем эксперимента. Возрастает исследовательская активность, ее широта и разносторонность, происходит развитие умения ставить вопросы как средства самостоятельного мышления. Вся эта огромная работа выполняется с помощью мыслительных операций: сравнения, анализа и синтеза, абстракции, обобщения и конкретизации.

Математическое мышление – это абстрактное, теоретическое мышление, объекты которого лишены всякой вещественности и могут интерпретироваться самым произвольным образом, лишь бы при этом сохранялись заданные между ними отношения. Нужно уделять внимание восприятию временных и пространственных отношений, указанных в задаче. Учащиеся могут самостоятельно оперировать понятиями: скорость, время, расстояние. Все это будет успешно реализовываться, если у ученика сформировано произвольное внимание, тоесть внимание, направленное учеником в соответствии с целями и задачами. Это внимание является контролем за совершаемыми действиями.[7]

Первоначально у ребенка образная память, но затем ее значение (образной памяти) уменьшается. Тем не менее, результат запоминания обычно выше при опоре на наглядный материал.

В процессе обучения развивается абстрактно-теоретическое, наглядно-действенное и наглядно-образное виды мышления, при этом они развиваются в тесном взаимодействии друг с другом. Учитывая взаимодействие мышления, уже давно одним из основных принципов обучения считается принцип наглядности, в соответствии с которым обучение строится на конкретных образах, непосредственно воспринимаемых учащимися. Отвечая на вопрос о психологической функции наглядного материала, включенного в процесс обучения, А.Н. Леонтьев указывает, что она состоит в том, что «он (наглядный материал) служит как бы внешней опорой внутренних действий, совершаемых ребенком под руководством учителя в процессе овладения знаниями».[10]

Общий вывод, приходит к которому А.Н. Леонтьев в исследовании проблемы наглядности в обучении, состоит в том, что роль и место наглядного материала в процессе обучения определяются отношением деятельности учащихся с наглядным материалом к деятельности, которая составляет суть процесса обучения.

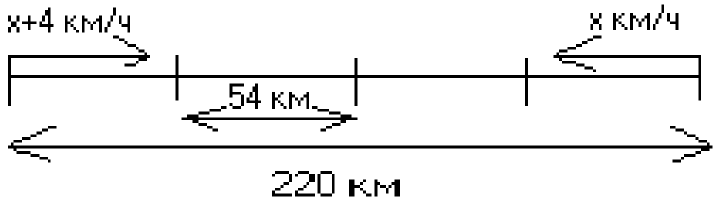
Это означает, что целесообразность использования средств наглядности зависит от того, способствует ли деятельность, непосредственной целью которой является освоение этой наглядности, другой деятельности (основной) по овладению учащимися знаниями, ради усвоения которых и используются эти средства наглядности. Если эти две деятельности не связаны между собой, то наглядный материал бесполезен, а иногда даже может играть роль отвлекающего фактора.

Рассмотрим пример, иллюстрирующий зависимость внимания от использования наглядного материала.

«Скорость велосипедиста на 4 км/ч больше, чем скорость всадника. Через 2 ч расстояние между ними стало равным 54 км. Найти скорости велосипедиста и всадника, если первоначальное расстояние между ними равно 220 км».

В качестве наглядного материала может выступать изображение велосипедиста и всадника.

Какова же при этом будет деятельность учеников? Очевидно, что они будут просто рассматривать изображенные фигуры. Но эта деятельность совершенно не связана с той, которая достигает цели обучения: в данном случае выделение общего способа решения задач «движение навстречу друг другу». Поэтому такой наглядный материал не только не помогает осуществлению цели обучения, а мешает этому. В этом случае лучше использовать схему:



Исследуя проблему наглядности, В.В. Давыдов приходит к следующему весьма важному выводу: «… тем, где содержанием обучения выступают внешние свойства вещей, принцип наглядности себя оправдывает. Но там, где содержанием обучения становятся связи и отношения предметов, - там наглядность далеко не достаточна. Здесь … вступает в силу принцип моделирования.».[19] А так как в курсе математики основным содержанием как раз являются разного рода отношения, то, следовательно, основным для этого курса является не принцип наглядности, а принцип моделирования. В чем он состоит? Принцип моделирования не противопоставляется принципу наглядности – он лишь является его высшей ступенью, его развитием и обобщением. При обучении учащиеся должны опираться на наглядность и на чувственные образы. Необходимо давать учащимся схемы, графики для упрочнения этих образов, их изучения.

Но также при решении задач нужно уметь оперировать абстрактными понятиями и рассуждениями, т.е. должно развиваться теоретическое мышление.

Этот возрастной период – период взросления. Развиваются интеллектуально-познавательные и вычислительные способности. Увеличивается стремление к самостоятельной деятельности. Образы, объекты носят осмысленный характер. Вырабатывается воля достижения цели в обучении. Деятельность становится более осмысленной. Поэтому, чтобы у учащихся было стремление к учению, нужно идти чуть впереди их развития, но при этом опираться на принцип доступности, т.е. идти в пределах зоны ближайшего развития. Обучение (тем более решению задач, у каждого учащегося возникают свои трудности) должно быть личностно-ориентированным (нужно учитывать психику и особенности учащегося).

А чтобы обучение учащихся было успешнее, нужно учитывать психологические особенности их познавательных процессов.

Мышление

При возникновении некоторых задач ребенок пытается решить их, реально примеряя и пробуя их на себе, но он же не может решать задачи, как говорится, в уме. Он представляет себе реальную ситуацию действует в ней в своем воображении. Такое мышление, в котором решение задачи происходит в результате внутренних действий с образами, называется наглядно-образным. Конечно, они могут мыслить логически, но следует помнить, что этот возраст склонен к обучению, опирающемуся на наглядность. Затем у ребенка все большее значение начинает приобретать теоретическое мышление, способность устанавливать самое большое количество смысловых связей в окружающем мире. В возрасте 11 – 12 лет у подростка вырабатывается мышление, которое называется формальное. Он уже может рассуждать, но при этом только опираясь на логику.

Произвольность познавательных процессов у учащихся 5-х классов возникает лишь на высоте волевого усилия, когда ребенок специально организует себя под напором обстоятельств или по собственному побуждению.

В процессе взросления может меняться возможность управления вниманием, памятью. Учащийся в состоянии ими управлять по своей воли.

Внимание

Познавательная активность ребенка, которая направлена на обследование окружающего мира организует его внимание на исследуемых объектах довольно долго, пока не иссякнет интерес. Детям трудно сосредоточиться на однообразной и деятельности, которая мало их привлекает, но требует умственного напряжения. Чтобы удерживать свое внимание на интеллектуальных задачах, ребенок должен приложить свои усилия.

Подросток может управлять своим вниманием, концентрировать его в значимой для себя деятельности. На уроке внимание подростка нуждается в поддержке с учительской стороны.

Память

Ребенок может сознательно пользоваться приемами запоминания. Он повторяет то, что хочет запомнить, старается осознать запоминаемое в заданной последовательности. Непроизвольное запоминание остается более продуктивным. В процессе учебной деятельности запоминание должно быть произвольным. Это становится возможным, если ребенок понимает что он должен запомнить. В процессе обучения ребенок приходит к пониманию необходимости заставит работать на себя свою память. В подростковый период учащийся способен управлять своим произвольным вниманием. Память перестраивается, переходя от доминирования механического запоминания к смысловому. При этом перестраивается сама смысловая память – она приобретает логический характер, потом включается мышление. Становится более доступным запоминание абстрактного материала.

Важным стимулом к учению является притязания на признание среди сверстников. Знания для учащихся приобретают особую значимость.

1.4. Педагогические основы в обучении решению задач.

В обучении математике роль задач определяется, с одной стороны, тем, что конечные цели этого обучения сводятся к овладению учащихся методами решения определенной системы математических задач. С другой стороны, она определяется и тем, что полноценное достижение целей обучения возможно лишь с помощью решения учащимися системы учебных и математических задач. Решение задач в обучении математике выступает и как цель, и как средство обучения. Важной функцией решения задач является функция формирования и развития у учащихся умений решений любых математических задач. Общее умение по решению задач следует отличать от частных умений решения задач определенного вида. В основе частных умений лежит изучаемые учащимися частные методы (алгоритмы и эвристические схемы) решения задач данного вида. Общие умения могут возникнуть лишь благодаря решению большого числа задач. «Если хотите научиться решать задачи, то решайте их!» – советует Д. Пойа. Следуя этому совету, учитель предлагает учащимся огромное количество задач и затрачивают на их решение больше половины всего учебного времени. А результаты этой работы очень скромные: большинство учащихся, встретившись с задачей незнакомого или малознакомого вида, не знают, как к ней подступиться, с чего начать решение, и при этом обычно произносят: «А мы с такими не сталкивались».[19][20]

Общие знания о задачах и механизмах их решения нужны для того, чтобы решение задач приносило наибольший познавательный эффект, чтобы процесс их решения превратился в подлинный метод обучения учащихся определенным знаниям и навыкам.

Каковы же знания, которые должны быть усвоены учащимися о задачах и их решении?

Это общие представления о задачах и процессах их возникновения из реальных и абстрактных проблемных ситуаций; о составных частях и структуре задач; об основных видах задач в зависимости от характера объекта и требований задачи; общие представления о сущности процесса решения задач и конкретизация их в отношении каждого вида задач; о структуре и этапах процесса решения задач.

Главное – сформировать такой общий подход к решению задач, когда задача рассматривается как объект для анализа, для исследования, а ее решение – как конструирование и изобретение способа решения. Это осуществляется в процессе обучения математике с помощью основополагающих принципов дидактики. Действительно, в обучении реализуются следующие принципы:

1. Принцип научности отражает взаимосвязь с современным научным знанием. Этот принцип воплощается в отборе изучаемого материала, в порядке и последовательности введения научных понятий в учебный процесс.

Принцип научности нацеливает учителя на вовлечение школьников в проведение анализа результатов собственных наблюдений, в самостоятельное их (результатов) исследование.

2. Принцип систематичности и последовательности придает системный характер учебной деятельности, теоретическим знаниям, практическим умениям учащегося. Этот принцип предполагает усвоение знаний в определенном порядке, системе. Требование систематичности и последовательности в обучении нацелено на сохранение преемственности содержательной и процессуальной сторон обучения, при которых каждый урок–это логическое продолжение предыдущего как по содержанию

изучаемого учебного материала, так и по характеру, способам выполняемой учениками учебно-познавательной деятельности.

При решении задачи с помощью уравнения может усложняться характер взаимосвязи между элементами условия задачи, уравнения по мере того, как изучается новый материал и ученик приобретает новые знания, умения.[12]

3. Принцип связи обучения с практикой предусматривает, чтобы процесс обучения стимулировал учеников использовать полученные знания в решении практических задач, анализировать и преобразовывать окружающую действительность. Для этого используется анализ примеров и ситуаций из реальной жизни, соотнесение с жизненными ситуациями условия задачи, анализ условия задачи.

4. Принцип доступности требует учета особенностей развития учащихся, анализа материала с точки зрения их реальных возможностей и такой организации обучения, чтобы они не испытывали интеллектуальных, моральных, физических перегрузок.

Доступность должна заключаться в обучении учащихся новому материалу, опираясь на их знания, опыт, особенности мышления. Например, при решении задач с помощью составления уравнений учащиеся должны уметь решать прежде всего сами уравнения.

1. Принцип наглядности означает, что эффективность обучения зависит от целесообразного привлечения органов чувств к восприятию и переработке учебного материала. В процессе обучения используются наглядные средства: модели, рисунки, схемы и т.п.

Виды, наглядности, которые могут быть использованы при решении задач, это:

1. экспериментальная наглядность (опыты, эксперименты);
2. символическая и графическая наглядность (графики, схемы и т.п.);
3. внутренняя наглядность (образы, создаваемые речью учителя).

Использование наглядности должно быть в той мере, в какой она способствует формированию знаний и умений, развитию мышления. При решении задачи, ученик должен переходить от образного представления процессов, описываемых в ней, к их записи с помощью схем, графиков.

Глава II. Методические аспекты обучения решению сюжетных задач

2.1.Этапы работы над сюжетной задачей

Основной целью работы над задачей является ее решение. Под *решением* задачи будем понимать процесс поиска последовательности действий, которую необходимо выполнить для получения определенного результата, его анализ и оценку. Данный поиск осуществляется на основе анализа условия и требования задачи. В научно-методической литературе, как правило, выделяют четыре основных этапа процесса решения математической задачи:

• *осмысление текста задачи и анализ её содержания*. На этом этапе проводится работа, ориентированная на понимания сюжета, описанного в задаче; определение величин, которыми описывается ситуация, установление различных зависимостей между ними; определение отношений, заданных условием задачи. Результатом такого предварительного анализа является построение модели задачи: краткой записи, графической модели, таблицы и т.д.

• *осуществление поиска решения и составление плана решения.* Данный этап является наиболее трудным для обучающихся. Представляет собой систему вопросов, которые на начальном этапе обучения формулирует учитель, затем обучающиеся должны формулировать их самостоятельно. Ответы на поставленные вопросы и подводят к плану решения задачи. Результатом выполнения данного этапа является математическая модель ситуации, причем в качестве такой модели может служить формула, уравнение, система уравнений, график и т. п.;

• *реализация плана решения* предполагает работу с математической моделью и получение определенного математического результата, который необходимо интерпретировать ;

• *анализ найденного решения, поиск других способов решения* предполагает исследование построенной математической модели, интерпретацию результата исследования математической модели в заданную ситуацию, запись ответа. На этом же этапе можно предложить другие варианты решения.[26].

Сюжетные задачи — это первые задачи, на которых раскрывается идея моделирования реальных процессов. Суть *метода моделирования* заключается в том, что «для исследования какого-либо явления или объекта выбирают или строят другой объект, в каком-то отношении подобный исследуемому» [25].

Таким образом, моделирование включает в себя: 1) построение модели, 2) исследование модели, 3) анализ полученных результатов и перенос их на объект изучения.

Процесс решения сюжетной задачи – это теоретическое исследование, представляющее собой процесс математического моделирования.

Обычно рассматривают арифметический, алгебраический и геометрический методы решения сюжетных задач. Самым распространенным и наиболее общим является алгебраический метод. Неслучайно при модернизации школьного курса математики в 70-е годы ведущей была тенденция решения *всех* сюжетных задач алгебраическим методом. Однако авторы реформы не учли, что для овладения общими методами решения задач ребенку нужно пройти школу развития содержательного мышления на простых типовых задачах, решаемых арифметическим методом, точнее на системе задач, выработанной опытом лучших отечественных учителей и методистов. [11] Поэтому начнём рассмотрение методов решения сюжетных задач с арифметического метода.

Арифметический метод решения сюжетных задач

Известно, что любая задача, сводящаяся к уравнению первой степени, может быть решена арифметически. Рассмотрим процесс решения задачи арифметическим методом.

Первый этап решения задачи представляет собой анализ её текста. На первом этапе учитель должен добиться того, чтобы учащиеся «приняли» задачу, то есть поняли ее смысл, сделав целью своей деятельности. Для этого полезно найти более удобную, более компактную и наглядную форму записи текста задачи. Такой формой является схематическая запись. В зависимости от условия задачи это может быть словесная запись, запись в форме таблиц, линейных или столбчатых диаграмм, схем, рисунков и т.д. Такая запись служит *схематизации условия,* дает возможность одновременно видеть все связи между данными.

Приведём несколько примеров.

Задача 1. Три пятых класса собрали 700 кг макулатуры: 5-а – 130 кг, 5-б - в 2 раза больше, чем 5-а. Сколько килограммов макулатуры собрал 5-в класс?

Здесь удобна словесная форма записи условия:

5-а – 130 кг

5-б – в 2 раза больше

5-в – ?

700 кг

Задача 2. Расстояние от станции А до станции В товарный поезд прошел за 9 часов, двигаясь со скоростью 40 км/ч. За какое время пройдет это расстояние почтовый поезд, если его скорость равна 60км/ч? С какой скоростью должен двигаться пассажирский поезд, чтобы пройти это расстояние за 4 часа?

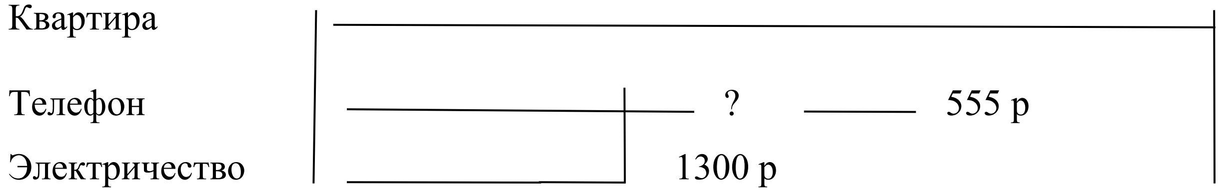
Краткую запись этой задачи удобнее сделать в виде таблицы:

	Скорость	Время	Расстояние
Товарный поезд	40 км/ч	9 ч.	Одинаковое
Почтовый	40 км/ч	?	

поезд			
Пассажирский поезд	?	4 ч	

Задача 3. Плата за квартиру на 555 р. больше платы за телефон, а плата за электричество на 1300 р. меньше платы за квартиру. Что больше: плата за телефон или плата за электричество, и на сколько?

Кратко условие этой задачи можно записать с помощью отрезочной диаграммы, где длины отрезков соответствуют данным и искомым величинам.



Задача 4. Сыну и дочери вместе 31год. Отец старше сына на 28 лет, а мать старше дочери на 23 года. Сколько лет отцу и матери вместе?

Словесная запись:

с + д = 31

о = с + 28 о + м = ?

м = д + 23

Можно сделать графическую схему:

отец + мать = ?

+28 [ ] + 23

сын + дочь = 31

Второй этап процесса решения сюжетной задачи арифметическим методом целесообразно начинать с **анализа**, который проводится по схеме: «чтобы узнать –надо знать». Он начинается с вопроса задачи. Приведём соответствующий пример.

Задача 5. Полярникам действующей станции сбросили с самолета два контейнера. В первом было 32 бочки с топливом, а во втором – 24 ящика с продуктами. Чему равен вес одного ящика, если каждая бочка весила 70 кг, а суммарный вес всего груза составил 3440 кг?

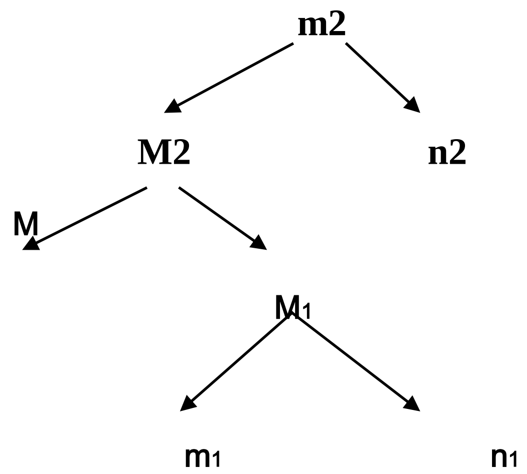
Краткая запись условия:

<table>
<tr><td></td><td>Вес</td><td>Количество</td><td rowspan="3">Общий вес
3440 кг</td></tr>
<tr><td>Топливо</td><td>70 кг</td><td>32 бочки</td></tr>
<tr><td>Продукты</td><td>?</td><td>24 ящика</td></tr>
</table>

План рассуждений:

Чтобы узнать:	Необходимо знать:
1) вес одного ящика (m2)	вес продуктов(M2) и кол-во ящиков(n2)(изв.)
2) вес продуктов (M2)	общий вес (M) (изв.) и вес топлива (M1)
3) вес топлива (M1)	количество бочек (n1) (изв.) и вес одной бочки (m1) (изв.)

Схематическая запись поиска:



Иногда поиск решения осуществляется **синтетическим** методом. Его суть может быть описана следующим образом: исходя из условия, составляют первую промежуточную (вспомогательную) задачу. Полученный при её решении результат и одна из величин основной задачи позволяют составить и решить вторую промежуточную задачу; так поступают до тех пор, пока ответ на последнюю вспомогательную задачу не будет ответом на вопрос основной задачи. Приведём соответствующий пример.[25]

Например, задача: Из двух сел вышли одновременно навстречу друг другу два пешехода и встретились через 4 часа. Расстояние между селами 36км, скорость одного пешехода 4км/ч. Найти скорость второго пешехода.

Краткая запись условия дана в виде таблицы.

	v	t	s
1	4 км/ч (v1)	4 ч (t1)	36 км
2	? (v2)	4 ч (t2)	

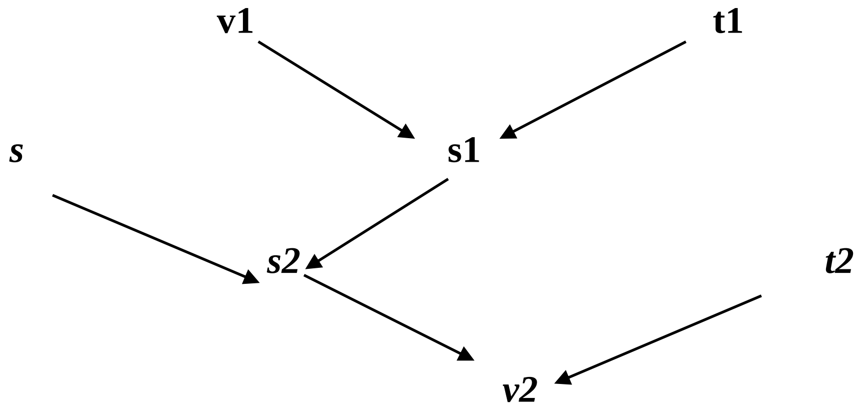
***План рассуждений*:**

1) Зная v1 (км/ч) и t1 (4 ч), можно узнать s1, (путь 1-го);

2) Зная s и s1, можно найти s2 (путь2-го);

3) Зная s2 и t2 можно найти v2.

Схематическая запись поиска



В процессе поиска решения обычно одновременно используют и анализ, и синтез, т.е. аналитико-синтетический метод. При этом ученик должен *УМЕТЬ:*

1) Переводить отношения между величинами на язык равенств.

Например, отношение «а составляет ⅔ от b» ученик должен уметь записать в виде a = ⅔ · b и выразить из него b = a : ⅔ и ⅔ = a : b.

2) Записывать зависимости между величинами с помощью формул известных процессов и выражать величины из формул.

Так зависимость между выполненной работой А, производительностью N и временем выполнения работы t ученик должен записать в виде формулы А= N· t и уметь выражать из этой формулы N и t. При арифметическом способе решения необходимо умение поставить вопрос, взаимосвязывающий три величины, то есть сформулировать элементарную задачу, в которой по двум величинам можно найти третью. Для поиска совокупности таких задач, как мы уже отмечали, можно использовать классический анализ или синтез. При решении многих сюжетных однотипных задач последовательность действий не изменяется, меняются лишь числовые данные. Поэтому имеет смысл выделить некоторые ключевые задачи и рассмотреть способы их решения. Подходы к выделению ключевых задач могут быть различны. Обычно выделяют: задачи на нахождение двух (или нескольких) чисел по их сумме и разности; задачи на нахождение двух (или нескольких) чисел по их сумме (разности) и отношению; задачи на предположение задачи на движение (в одну или разные стороны); по течению и против течения; задачи на совместную работу; задачи на проценты; задачи на тройное правило (простое и сложное); задачи на смешение и сплавы и др.

Рассмотрим один из этих типов – задачу на предположение:[25]

Задача 7. Торговец продает орехи двух сортов: одни по 90 центов, другие по 60 центов за килограмм. Он хочет получить 50 килограммов смеси по 72 цента за килограмм. Сколько для этого потребуется орехов каждого сорта?

Запишем условие задачи в виде таблицы.

<table>
<tr><th></th><th>Цена</th><th>Количество</th><th>Стоимость</th></tr>
<tr><td>1 сорт</td><td>90 центов</td><td>?</td><td rowspan="3">(3600 центов)</td></tr>
<tr><td>2 сорт</td><td>60 центов</td><td>?</td></tr>
<tr><td>Смесь</td><td>72 цента</td><td>50</td></tr>
</table>

Стоимость смеси или выручку, которую хочет получить торговец, можно определить, зная цену смеси и количество проданных орехов: 72 × 50 = 3600 (цт). Получили задачу на предположение. Предположим, что все орехи торговец продает по цене 1-го сорта, тогда 1) 90 · 50=4500 (цт) – выручил бы торговец; 2) 4500 - 3600=900 (цт) – составила бы переплата; (За счет чего?) 3) 90 - 60=30 (цт) – переплачивал бы торговец за каждый килограмм орехов 2-го сорта; 4) 900 : 30=30 (кг) – орехов 2-го сорта продал торговец; 5) 50 - 30=20 (кг) – орехов 1-го сорта продал торговец.

Геометрический метод

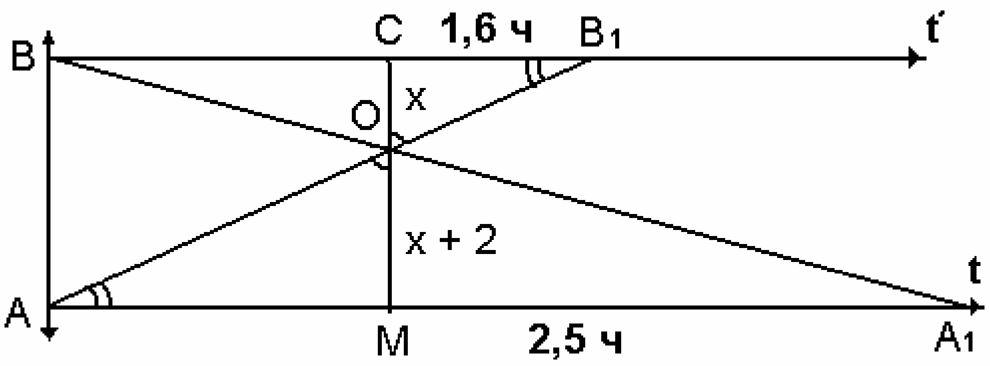
Этим методом можно решать задачи на равномерные процессы, на стоимость, на совместную работу, на смеси и т. д.

Решение этих задач можно выполнить с помощью графика линейной функции.

В отличие от графического решения уравнений, где используется постоянная система координат, при решении сюжетных задач удобнее пользоваться переменной системой координат, то есть иметь на одном чертеже две системы координат для построения графиков заданных в условии задачи зависимостей, причём график каждой зависимости строится в своей системе координат. При решении задач на равномерное движение строятся в переменной системе координат (по оси абсцисс – время (их две), по оси ординат – расстояние) графики движения – два графика линейных функций. Абсцисса точки их пересечения указывает время встречи, а ордината – место встречи.

Задача 8. Из двух пунктов А и В одновременно навстречу друг другу выходят два туриста. При встрече оказывается, что турист, вышедший из А, прошел на 2 км больше, чем второй турист. Продолжая движение с той же скоростью первый турист прибывает в В через 1 ч 36 мин., а второй в А –

через 2 ч 30 мин после встречи. Найдите расстояние АВ и скорость каждого туриста.



Пусть х км – расстояние, пройденное 2-м туристом до встречи, тогда (х+2) км – расстояние, пройденное 1-м туристом до встречи. ΔОСВ ~ ΔОМА: х/х+2 = 1,6/АМ, ΔВОС ~ ΔАОМ: х/х+2 = ВС/2,5, отсюда 1,6/АМ = ВС/2,5,

Но АМ = ВС, следовательно, 1,6/АМ = АМ/2,5, тогда АМ2 = 4, таким образом,

АМ=ВС=2ч., следовательно х/х+2 = 1,6/2, откуда х=8.

То есть расстояние, пройденное до встречи 2-м туристом, равно 8 км, а расстояние, пройденное до встречи 1-м туристом, равно 10 км. Тогда скорость 1-го 10:2=5(км/ч), скорость 2-го – 8:2=4(км/ч),

а расстояние АВ=10+8, то есть АВ = 18км.

Ответ: 18км, 5км/ч, 4км/ч.

Задача 1. Расстояние между двумя причалами 35 км. Сколько времени потратит теплоход на путь по реке от одного причала до другого и обратно, если собственная скорость теплохода 17 км/ч, а скорость течения реки- 3 км/ч?

Работа над текстом задачи.

После прочтения текста задачи, учащимся задают следующие вопросы:

К какому типу задач относится данная задача?

Что движется по реке?

Какие величины рассматриваются при решении задач по реке?

Какие из величин нам известны?

В каком направлении двигается теплоход по реке?

Как находится скорость по течению реки?

Как находится скорость против течения реки?

Какая величина является искомой?

Решалась ли ранее подобная задача?

Перевод текста на математический язык, установление соотношения между данными и вопросом.

Составляются таблицы 1 и 2, при заполнении 2 таблицы задаются вопросы:

Как найти время движения теплохода по течению реки?

Как найти время движения теплохода против течения реки?

Как найти общее время?

V собственная км/ч	**V т.р. км/ч**
17	3

Движение теплохода	**S, км**	**V**	**t**
По течению реки	35	V собственная + V т.р.	S:V по течению реки
Против течения реки	35	V собственная - V т.р.	S:V против течения реки

Правильный ответ на первые 2 вопроса позволяют заполнить 4 столбец таблицы.

План решения задачи.

Находим скорость по течению реки.

Находим время, затраченное на движение по течению реки.

Находим скорость по течению реки.

Находим время, затраченное на движение против течения реки.

Находим общее время, которое потратил теплоход на путь по реке от одного причала до другого и обратно.

Ответ: 4,25 ч.

По окончанию решения задачи делаем проверку и оценку решения задачи , задавая вопросы учащимся:

Можно ли указать другие способы решения задачи?

Что повторили при решении данной задачи?

Почему рассмотренный способ является рациональным?

Задача 2. Площадь участка поля 80 га, первый тракторист вспахал 40% этого участка, а второй 60% оставшейся части. Кто из них вспахал больше и на сколько га?

Работа над текстом задачи.

Интерес к решению задачи поднимается, если разыграть ее в классе.

Вопросы на понимание содержания задачи:

О чем говорится в задаче?

Что такое 1%? Как находится?

За сколько % принимается все поле?

Больше или меньше половины вспахал 1 тракторист?

Можем ли ответить на предыдущий вопрос про 2 тракториста?

Как находится оставшаяся часть поля?

Что будем сравнивать, отвечая на вопрос, кто из них вспахал больше?

Какой способ выберим для решения задачи?

Перевод текста на математический язык, установление соотношения между данными и вопросом.

Изображаем все поле

Это 100%. Разделим его на две части.

80 га – это 100%

40% от 80 га **40%-?**	**60% от** **60%- ?**

60%Это остаток

Первый тракторист вспахал 40% от всего поля. Сколько будет это га обозначим знаком вопроса.

Вторая часть прямоугольника это остаток. Обязательно под ней написать слово остаток и поставить знак вопроса. Во второй части прямоугольника записываем 60% к слову остаток.

Сколько вспахал 2 тракторист -обозначим знаком вопроса.

План решения задачи.

Найти сколько вспахал 1 тракторист.

Найти сколько осталось вспахать после 1 тракториста.

Найти сколько вспахал 2 тракторист.

Найти на, сколько один тракторист, вспахал больше другого.

Решение в тетради учеников должно выглядеть следующим образом:

80:100*40=32(га) вспахал 1 тракторист

80-32=48(га) остаток

80:100*60=28,8(га) вспахал 2 тракторист

32-28,8=3,2(га) на стоько га1 тракторист вспахал больше 2 тракториста

Ответ: на 32 га.

По окончанию решения задачи делаем проверку и оценку решения задачи , задавая вопросы учащимся:

Понравилась ли вам задача?

Кто оказался прав в предложении?

Есть ли другой способ решения?

Задача 3. Через два крана бак наполняется за 9 минут. Если бы был открыт только первый кран, то бак бы наполнился за 36 минут. За сколько минут наполнился бы бак через первый и второй кран?

Работа над текстом задачи.

Задаем вопросы учащимся:

Что происходит в задаче?

Известно ли время, за которое наполняется бак с помощью двух кранов?

С помощью первого крана?

С помощью второго крана?

Через второй кран бак будет наполняться больше или меньше 9 минуь?

Какая часть бака наполняется за 1 минуту 2 кранами вместе ?

Какая часть бака наполняется 1 краном за 1 минуту?

Перевод текста на математический язык, установление соотношения между данными и вопросом.

Составляем таблицу:

Время заполнения бака	**Часть бака наполняется за 1 минуту**
1 кран	36
2 кран	?
вместе	9

План решения задачи.

Какая часть бака наполняется за 1 минуту 2 кранами?

Какая часть бака наполняется за 1 минуту 1 краном?

Какая часть бака наполняется за 1 минуту 2 краном?

Какая часть бака наполняется 2 краном за 1 минуту?

За какое время наполняется бак через один, второй кран?

Решение в тетради учеников должно выглядеть следующим образом:

1:9=1/9 часть бака наполняется за 1 минуту 2 кранами вместе

1:36=1/36 часть бака наполняется за 1 минуту 1 краном

1/9 – 1/36=3/36=1/12 часть бака наполняется за 1 минуту 2 краном

1:1/12=12 (мин) наполняется бак одним и вторым краном

По окончанию решения задачи делаем проверку и оценку решения задачи , задавая вопросы учащимся:

Что показалось трудным в решении задаче?

Есть ли другие способы решения задачи?

Придумать похожую задачу про заполнение бассейна.

Задача 4. Тесто для вареников содержит 16 частей творога, 2 части муки, 1 часть масла, 3 части сметаны, 3 части сахара. Определите массу каждого продукта в отдельности для приготовления 1 кг теста.

Работа над текстом задачи.

1 кг будем рассматривать в граммах

Вопросы на понимание:

К какому типу относится задача?

О чем говорится в задаче?

В чем выражены данные в задаче?

Известен ли общий вес теста в кг, в частях?

Как найти общий вес в частях?

Как находится вес 1 части, если известен вес нескольких частей?

Какие величины нужно найти в задаче?

Перевод текста на математический язык, установление соотношения между данными и вопросом.

Масса		
В частях	В граммах	
Творог	16	?
мука	2	?
Масло	1	?
Сметана	3	?
Сахар	3	?
Всего	?	1000 г

План решения задачи.

Сколько всего частей приходится на 1000 г теста?

Каков вес 1 части?

Сколько граммов творога содержится в тесте (сколько граммов приходится на 16 частей) ?

Сколько граммов муки содержится в тесте?

Сколько граммов масла содержится в тесте?

Сколько граммов сметаны содержится в тесте?

Сколько граммов сахара содержится в тесте?

Решение в тетради учеников должно выглядеть следующим образом:

10+2+1+3+3=25 частей приходится на 1000 г теста

1000:25=40(г) масса одной части

16*40=640(г) творога содержится в тесте

2*40=80(г) муки содержится в тесте

1*40=40(г) масла содержится в тесте

3*40=120(г) сметаны содержится в тесте

3*40=120(г) сахара содержится в тесте

Ответ: 640 г, 80 г , 40 г , 120 г , 120 г

По окончанию решения задачи делаем проверку и оценку решения задачи , задавая вопросы учащимся:

Понравилась ли задача?

Есть ли другой способ решения задачи?

Рассмотренные методики работы над сюжетными задачами дают возможность формировать у учащихся умения записывать реальные жизненные ситуации на математическом языке, что способствует развитию логического мышления, овладению операциями мышления – анализом, синтезом, обобщением, воспитывать такие качества личности, как самостоятельность, настойчивость и творчество.

Алгебраический метод решения сюжетных задач

Решим эту же задачу алгебраическим методом.

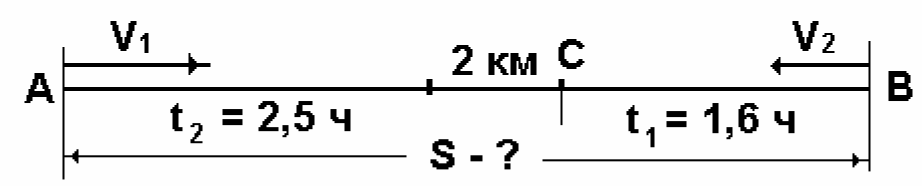
1 этап. Осмысление текста задачи.

• О каком процессе идет речь в задаче? О равномерном прямолинейном движении навстречу друг другу

• Какие величины характеризуют этот процесс? – v, t, S.

• Как они связаны между собой? – S =vt.

Выполним краткую запись условия задачи в виде чертежа:



Что требуется определить в задаче? Расстояние АВ и скорости туристов.

• Какие данные задачи помогут нам это сделать? – АВ = АС + СВ, АВ>СВ на

2км. По условию задачи расстояние СВ первый турист пройдёт за 1,6 часа, а расстояние СА – второй за 2,5 часа.

2 этап. Осуществление поиска решения и составление плана.

Естественно, расстояние СВ принять за Х(км), тогда расстояние АС=(Х+2)км, скорость 1-го туриста =Х/1,6(км/ч), скорость 2-го туриста =(Х+2)/2,5 (км/ч), время 1-го туриста до встречи =(Х+2)*1,6/ х(ч), время 2-го туриста до встречи =2,5 х/(х+2)(ч)

Проверка
8 км
10 км
5 км/ч
4км/ч
2ч
2ч

Так как до встречи оба туриста находились в пути одно и то же время, то это и является основанием для составления уравнения,[4] таким образом математической моделью ситуации является уравнение:

$1,6(x+2)/x = 2,5\ x/(x+2),\ x \neq 0,\ x \neq -2.$

3 этап. Реализация плана решения –исследование построенной модели.

После преобразований данное уравнение примет вид: (x+2)2 1,6 = 2,5 x2; или 9x2 – 64x – 64 = 0, откуда x1= 8, x2= – 8/9 Интерпретация результата: x2 не удовлетворяет условию задачи, так как расстояние не может быть отрицательным. СВ = 8км; АС = 10 км; АВ = 18 км; v1 = 8/1,6; v1 =5км/ч; v2 = 10/2,5; v2 = 4 км/ч.

4 этап. Анализ найденного решения, поиск других способов решения.

Прежде всего, необходимо сделать проверку.[16] Проверка делается либо по условию задачи, либо задача решается другим способом, либо составлением новой задачи. Проверка по условию задачи показана выше, равно как и показан геометрический способ решения данной задачи. Рассмотрим один из вариантов составления новой задачи: Из двух пунктов, расстояние между которыми 18км навстречу друг другу выходят два туриста. Скорость 1-го – 5 км/ч, скорость 2-го – 4км/ч. Сколько времени потребуется каждому туристу, чтобы преодолеть расстояние после встречи, если первый до встречи прошел на 2км больше?

6) 18 - 2 = 16 (км) – прошли бы оба туриста, если бы до встречи их путь был одинаковым (как у 2-го);

7) 16 : 2 = 8 (км) – прошел второй до встречи;

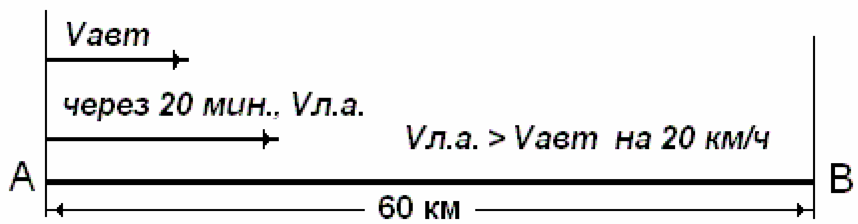
8) 18 - 8 = 10 (км) – прошел первый до встречи;

9) 8 : 5 = 1,6 (ч) – время 1-го после встречи;

10) 10 : 4 = 2,5 (ч) – время 2-го после встречи.

Заметим, чтобы решать задачу алгебраически, необходимо, кроме умений переводить отношения между величинами на язык формул и записывать зависимости между величинами с помощью формул имеющихся процессов, уметь выполнять еще два действия: выбирать неизвестную величину, через которую выражать другие величины и выбирать условие, на основе которого составляется уравнение (система уравнений). При этом, составленная модель зависит как от выбора неизвестных, так и от выбора условия составления уравнения. Так к следующей задаче можно составить четыре модели.[25]

Задача 9 Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми равно 60 км, выехал автобус, а через 20 мин вслед за ним выехал легковой автомобиль, скорость которого на 20 км/ч больше скорости автобуса. Автобус пришел в пункт В на 10 мин. позже легкового автомобиля. Найдите скорости автобуса и легкового автомобиля.



После такого рисунка данные задачи можно свести в таблицу:

	Расстояние	Скорость	Время
Автобус	60 км	va,	t a на ½ ч больше
Легко-вой ав-томобиль	60 км	Vл.а на 20 км/ч больше	t л.а..

1) Если в качестве неизвестной выбираем величину va, тогда зная, что vл.а – va = 20, получаем vл.а. = va + 20, и искомое уравнение примет вид:

60/va – 60/(va + 20) = ½ 2) Если в качестве неизвестной выбираем величину ta, то из условия tл.а. = ta ½ получим уравнение. 60/(ta - 1/2) – 60/ta = 20

3) Если в качестве неизвестной выбираем vл.а., то из условия vл.а. – va = 20 будем иметь: 60/(vл.а. – 20) – 60/ vл.а. = ½ 4) И, наконец, если в качестве

неизвестной принимаем $t_{л.а.}$, то, зная, что $t_a = t_{л.а.} + 1/2$, получим уравнение: $60/t_{л.а.} - 60/(t_{л.а.} + 1/2) = 20$.

Видим, что каждая из четырёх составленных моделей зависит не только от выбора неизвестной, но и от выбора условия составления уравнения. [18]

Алгебраический метод решения сюжетных задач является наиболее универсальным. С помощью составления уравнения или системы уравнений можно решить любую сюжетную задачу. В данной статье мы показали возможности использования арифметического и геометрического методов. Арифметический метод мы считаем целесообразным использовать в качестве пропедевтического, способствующего более сознательному формированию умений решать любую задачу. С этой целью были рассмотрены анализ и синтез в процессе поиска решения задачи. Геометрический метод не используется в средней школе, так как мало знаком учителю. Тем не менее, при решении задач на равномерные процессы иногда он даёт более простое и компактное решение, как было показано в статье. На примере задачи которую предложили оказалось возможным проиллюстрировать алгебраические и геометрические связи. Умение решать задачи является одним из важных показателей математического развития учащихся, глубины усвоения ими учебного материала.

Алгебраический метод решения сюжетных задач

Решим эту же задачу алгебраическим методом.

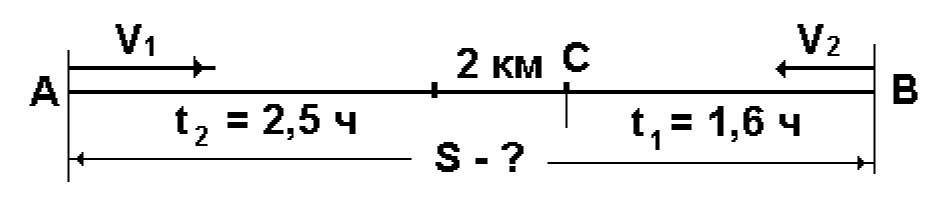
1 этап. Осмысление текста задачи.

• О каком процессе идет речь в задаче? О равномерном прямолинейном движении навстречу друг другу

• Какие величины характеризуют этот процесс? – v, t, S.

• Как они связаны между собой? – S =vt.

Выполним краткую запись условия задачи в виде чертежа:



Что требуется определить в задаче? Расстояние АВ и скорости туристов.

• Какие данные задачи помогут нам это сделать? – АВ = АС + СВ, АВ>СВ на

2км. По условию задачи расстояние СВ первый турист пройдёт за 1,6 часа, а расстояние СА – второй за 2,5 часа.

2 этап. Осуществление поиска решения и составление плана.

Естественно, расстояние СВ принять за Х(км), тогда расстояние АС=(Х+2)км, скорость 1-го туриста =Х/1,6(км/ч), скорость 2-го туриста =(Х+2)/2,5 (км/ч), время 1-го туриста до встречи =(Х+2)*1,6/ х(ч), время 2-го туриста до встречи =2,5 х/(х+2)(ч)

Проверка
8 км
10 км
5 км/ч
4км/ч
2ч
2ч

Так как до встречи оба туриста находились в пути одно и то же время, то это и является основанием для составления уравнения,[4] таким образом математической моделью ситуации является уравнение:

1,6(х +2)/х = 2,5 х/(х+2), х ≠ 0, х ≠ -2.

3 этап. Реализация плана решения –исследование построенной модели.

После преобразований данное уравнение примет вид: $(x+2)^2$ 1,6 = 2,5 x^2; или $9x^2 - 64x - 64 = 0$, откуда $x_1 = 8$, $x_2 = -8/9$ Интерпретация результата: x_2 не удовлетворяет условию задачи, так как расстояние не может быть отрицательным. CB = 8км; AC = 10 км; AB = 18 км; $v_1 = 8/1{,}6$; $v_1 = 5$км/ч; $v_2 = 10/2{,}5$; $v_2 = 4$ км/ч.

4 этап. Анализ найденного решения, поиск других способов решения.

Прежде всего, необходимо сделать проверку.[16] Проверка делается либо по условию задачи, либо задача решается другим способом, либо составлением новой задачи. Проверка по условию задачи показана выше, равно как и показан геометрический способ решения данной задачи. Рассмотрим один из вариантов составления новой задачи: Из двух пунктов, расстояние между которыми 18км навстречу друг другу выходят два туриста. Скорость 1-го – 5 км/ч, скорость 2-го – 4км/ч. Сколько времени потребуется каждому туристу, чтобы преодолеть расстояние после встречи, если первый до встречи прошел на 2км больше?

6) 18 - 2 = 16 (км) – прошли бы оба туриста, если бы до встречи их путь был одинаковым (как у 2-го);

7) 16 : 2 = 8 (км) – прошел второй до встречи;

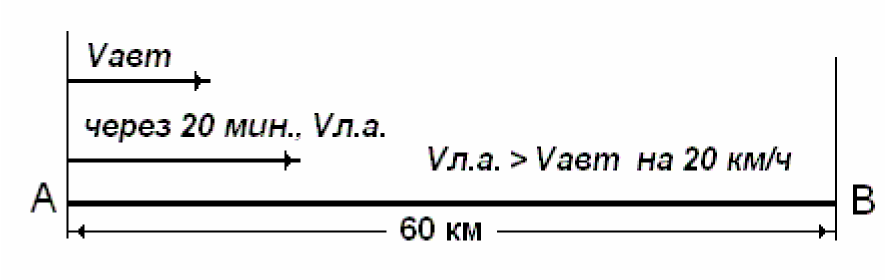
8) 18 - 8 = 10 (км) – прошел первый до встречи;

9) 8 : 5 = 1,6 (ч) – время 1-го после встречи;

10) 10 : 4 = 2,5 (ч) – время 2-го после встречи.

Заметим, чтобы решать задачу алгебраически, необходимо, кроме умений переводить отношения между величинами на язык формул и записывать зависимости между величинами с помощью формул имеющихся процессов, уметь выполнять еще два действия: выбирать неизвестную величину, через которую выражать другие величины и выбирать условие, на основе которого составляется уравнение (система уравнений). При этом, составленная модель зависит как от выбора неизвестных, так и от выбора условия составления уравнения. Так к следующей задаче можно составить четыре модели.[25]

Задача 9 Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми равно 60 км, выехал автобус, а через 20 мин вслед за ним выехал легковой автомобиль, скорость которого на 20 км/ч больше скорости автобуса. Автобус пришел в пункт В на 10 мин. позже легкового автомобиля. Найдите скорости автобуса и легкового автомобиля.



После такого рисунка данные задачи можно свести в таблицу:

	Расстояние	Скорость	Время
Автобус	60 км	va,	t а на ½ ч больше
Легко-вой ав-томобиль	60 км	Vл.а на 20 км/ч больше	t л.а..

1) Если в качестве неизвестной выбираем величину va, тогда зная, что vл.а – va = 20, получаем vл.а. = va + 20, и искомое уравнение примет вид:

60/va – 60/(va + 20) = ½ 2) Если в качестве неизвестной выбираем величину ta, то из условия tл.а. = ta ½ получим уравнение. 60/(ta - 1/2) – 60/ta = 20

3) Если в качестве неизвестной выбираем vл.а., то из условия vл.а. – va = 20 будем иметь: 60/(vл.а. – 20) – 60/ vл.а. = ½ 4) И, наконец, если в качестве неизвестной принимаем tл.а., то, зная, что ta =tл.а. + 1/2, получим уравнение: 60/tл.а. – 60/(tл.а. + 1/2) = 20.

Видим, что каждая из четырёх составленных моделей зависит не только от выбора неизвестной, но и от выбора условия составления уравнения. [18]

Алгебраический метод решения сюжетных задач является наиболее универсальным. С помощью составления уравнения или системы уравнений можно решить любую сюжетную задачу. В данной статье мы показали возможности использования арифметического и геометрического методов. Арифметический метод мы считаем целесообразным использовать в качестве пропедевтического, способствующего более сознательному формированию умений решать любую задачу. С этой целью были рассмотрены анализ и синтез в процессе поиска решения задачи. Геометрический метод не используется в средней школе, так как мало знаком учителю. Тем не менее, при решении задач на равномерные процессы иногда он даёт более простое и компактное решение, как было показано в статье. На примере задачи которую предложили оказалось возможным проиллюстрировать алгебраические и геометрические связи. Умение решать задачи является одним из важных показателей математического развития учащихся, глубины усвоения ими учебного материала.

2.2.Роль аналитико-синтетических рассуждений в формировании умений решать задачи алгебраическим способом

Много учителей математики, работая с сюжетными задачами, стремятся в процессе обучения перейти как можно быстрее к решению их алгебраическим способом, не понимая, что решение сюжетной задачи арифметическим способом учит детей особому способу мышления – синтезу (от данных к искомому), в то время как «алгебраический» способ решения задачи учит анализу (от искомого к данным).[8] После прохождения курса математики 5-6 класса, учащиеся в курсе алгебры основной школы длительное время решают сюжетные задачи только алгебраическим способом, т.е. составлением уравнения и тем самым учатся мыслить аналитически. Становится ясно, что исключение или сокращение числа текстовых задач, решаемых арифметически из практики обучения в 5-6 классах (и в начальной школе) не только объединяет само обучение математике, но и лишает учащихся разностороннего математического развития. Подчеркнем, что при решении текстовой задачи арифметическим способом на уровне поиска решения идет обучение детей не только синтезу (зная …, можно узнать …), но и анализу (чтобы узнать …, нужно знать …).

В виду методической значимости заявленной проблемы рассмотрим более подробно в данном параграфе взаимосвязь анализа и синтеза, которая ярко иллюстрируется при решении текстовых задач курса математики 5-6 класса.

В психологии установлено, полноценное мышление человека формируется только тогда, когда он владеет аналитико-синтетическим способом рассуждений. Всякая составная текстовая задача представляет собой логически связанную последовательность простых задач. Структура этой последовательности и определяет ход решения задачи, ведущего от условия к искомому результату. Трудность решения задачи, которая не является стандартной (задачей с известным ходом решения) и состоит в обнаружении этой последовательности действий. Явно или неявно всякий человек, решающий поставленную задачу использует аналитико-синтетический способ рассуждений.

Проиллюстрируем этот метод рассуждений задачей 5 класса.

Задача. «Из пунктов А и В одновременно навстречу друг другу выехали два автобуса. Первый шел со скоростью 50 км/ч, а второй – 40 км/ч. Их встреча произошла в 20 км от середины пути АВ. Найти расстояние между пунктами А и В.» [15]

Представим условие задачи на схеме:

2 автобус – 40 км/ч 1 автобус – 50 км/ч

20км 20км

1) Проведем рассуждения аналитически, сопровождая их схемой и записью решения.

Чтобы узнать расстояние пройденное автомобилем до встречи, нужно узнать скорость их сближения и время сближения. Скорость сближения находится действием:

50+40=90(км/ч)

Чтобы узнать время сближения, нужно узнать разницу в пройденном пути и скоростях движения, из за которой один путь оказался меньше другого.

Оба результата находим так:

50-40=10(км/ч)

20+20=40(км)

Теперь не трудно получить результат:

40:10=4(ч)

90х4=360(км)

Расстояние АВ- 90х4=360, скорость сближения 50+40=90, время сближения 40:10=4? разность расстояния 20+20=40, разность скорости 50-40=10

Решение

Пусть *x*(км) – расстояние АВ, тогда x/2+20 (км) – расстояние, пройденное 1 автобусов до встречи, а x/2-20 (км) – расстояние, пройденное 2 автобусом до встречи.

$\frac{\frac{x}{2}+20}{50}$ (ч) – время движения 1 автобуса, а $\frac{\frac{x}{2}-20}{40}$ (ч) – время движения 2 автобуса.

Составляем уравнение:

$$\frac{\frac{x}{2}+20}{50}=\frac{\frac{x}{2}-20}{40}$$

x = 360 (км).

2) Проведем теперь рассуждения синтетически, также сопровождая их схемой и записью решения.

Зная скорость движения автомобилей, можно узнать скорость сближения (50+40=90(км/ч))

Зная место встречи, можно узнать на сколько один автомобиль проехал больше другого (20+20=40(км/ч)); зная скорости автомобилей, можно узнать разность скоростей, которая обусловила разность пройденных до встречи путей (50-40=10(км/ч). Зная оба различия, можно узнать время сближения-время пути до их встречи(40:10=4(ч)). Зная время сближения и скорость сближения, можно найти путь АВ 90х4=360(км). Скорость сближения 50+40=90 20+20=40, разность скоростей 50-40=10, время сближения 40:10=4

Решение

1) 20+20=40(км),

2) 50-40=10 (км/ч),

3) 40÷10=4(ч),

4) 50+40=90(км/ч),

5) 90×4=360 (км).

Анализ открывает путь решения задачи, а синтез осуществляет это решение. Анализ иногда называют методом открытия. А синтез методом обоснования. Решая любую текстовую задачу арифметическим способом, ученик (и учитель) обязательно намечают план решения (а это и есть скрытый анализ), и уже затем формулируют первый вопрос (или записывают первое действие). Решение многих текстовых задач методом уравнений, легче, чем их решение арифметическим методом. Вместе с тем, следует помнить, только анализ не имеет доказательной силы и поэтому всегда соседствует с синтезом. Решение задачи методом уравнений нуждается в смысловой проверке, а выкладки, полученные аналитическим путем (от искомого к данным) нуждаются в синтетическом подтверждении (от данных к искомому).

При работе сюжетными задачами, прежде всего, необходимо помнить, что важно не столько решить задачу, а сколько научить учащихся решать задачи, догадываться, рассуждать, обосновывать или опровергать свои догадки, уметь проверять полученный результат.

Работа по формированию умений перевода сюжета задачи на математический язык разбивается на пять этапов.

1 этап. Составление и расшифровка числовых выражений

2 этап. Составление буквенных выражений

3 этап. Расшифровка буквенных выражений в соответствии с данной ситуацией.

4 этап. Составление равенств.

5 этап. Расшифровка равенств.

2.3. Формирование регулятивных УУД при решении сюжетных задач.

Концепция развития универсальных учебных действий разработана на основе системно-деятельностного подхода (Л.С. Выготский, А.Н. Леонтьев, П.Я. Гальперин, Д.Б. Эльконин, В.В. Давыдов, А.Г. Асмолов). В широком значении термин «универсальные учебные действия» означает умение учиться, т.е. способность субъекта к саморазвитию и самосовершенствованию путем сознательного и активного нового социального опыта. В более узком (собственно психологическом значении) термин «универсальные учебные действия» можно определить как совокупность способов действия учащихся (а также связанных с ними навыков учебной работы), обеспечивающих его способность к самостоятельному усвоению новых знаний и умений, включая организацию процесса.

Важное место в формировании умения учиться занимают регулятивные универсальные учебные действия, обеспечивающие организацию, регуляцию и коррекцию учебной деятельности.

Регулятивные УУД - это самоуправление познавательной и учебной деятельностью, и именно они обеспечивают умение организовывать любую деятельность человека. В связи с этим возникла необходимость разработки системы приемов, направленных на формирование и развитие регулятивных универсальных учебных действий.

В школе можно выделить следующие регулятивные учебные действия, которые отражают содержание ведущей деятельности детей школьного возраста:

1. Умение учиться и способность к организации своей деятельности (планирование, контроль, оценка):

— способность принимать, сохранять цели и следовать им в учебной деятельности;

— умение действовать по плану и планировать свою деятельность;

— умение контролировать процесс и результаты своей деятельности;

—умение оценивать и корректировать свою деятельность; самооценивание

— умение взаимодействовать со взрослыми и со сверстниками в учебной деятельности.

2. Формирование целеустремленности и настойчивости в достижении целей, жизненного оптимизма, готовности к преодолению трудностей:

— целеустремленность и настойчивость в достижении целей;

— готовность к преодолению трудностей, формирование установки на поиск способов разрешения трудностей (стратегия совладания);

Выделим несколько регулятивных действий, которые на наш взгляд формируются при решении задач:

- ✓ целеполагание как постановка учебной задачи на основе соотнесения того, что уже известно и усвоено учащимися, и того, что ещё неизвестно;
- ✓ планирование — определение последовательности промежуточных целей с учётом конечного результата; составление плана и последовательности действий;
- ✓ прогнозирование — предвосхищение результата и уровня усвоения знаний, его временных характеристик;
- ✓ контроль в форме сличения способа действия и его результата с заданным эталоном с целью обнаружения отклонений и отличий от эталона;
- ✓ коррекция — внесение необходимых дополнений и коррективов в план и способ действия в случае расхождения эталона, реального действия и его результата с учётом оценки этого результата самим обучающимся, учителем, товарищами;
- ✓ оценка — выделение и осознание обучающимся того, что уже усвоено и что ещё нужно усвоить, осознание качества и уровня усвоения; оценка результатов работы;
- ✓ саморегуляция как способность к мобилизации сил и энергии, к волевому усилию (к выбору в ситуации мотивационного конфликта) и преодолению препятствий.

Средством формирования регулятивных УУД служат:

- ✓ проблемно-диалогическая технология,
- ✓ технология оценивания образовательных достижений (учебных успехов).

Для диагностики формирования регулятивных универсальных учебных действий возможны следующие виды заданий:

- ✓ «преднамеренные ошибки»;

- ✓ поиск информации в предложенных источниках, задания на аналогии,
- ✓ диспут;
- ✓ взаимоконтроль;
- ✓ «ищу ошибки»
- ✓ КОНОП (контрольный опрос на определенную проблему)

Целенаправленная организация этой работы формирует у учащихся умение принимать, сохранять, реализовывать учебные цели, самостоятельно планировать свои действия, осуществлять итоговый и пошаговый контроль, вносить коррективы, оценивать действия и их результат, стремиться преодолевать препятствия (волевая саморегуляция).

В современной методике (Л.М. Фридман, С.Е. Царёва) процесс решения текстовой задачи рассматривается как переход от словесной модели к математической. В основе осуществления этого перехода лежит семантический(смысловой) анализ текста и выделение в нём математических понятий и отношений (математический анализ текста).

При решении текстовой задачи важно осознание учеником предстоящей деятельности с точки зрения ее учебного смысла. Школьник должен задуматься о значении, о цели, что он делает, понять, зачем это необходимо. Поэтому уже первые шаги в решении задачи позволяют развивать такое регулятивное действие, как определение цели предстоящей деятельности. В этом может помочь такой приём как алгоритм. Например, при знакомстве с текстовыми задачами учащимся предлагается алгоритм, в соответствии с которым они определяют цель своей деятельности. Работая по алгоритму происходит так же и развитие регулирующей речи.(Приложение 1)

На этапе принятия и осмысления задачи происходит формирование УУД **целеполагания** через технологию проблемного диалога (Мельникова Е.Л.)

Цель: понять ситуацию, описанную в задаче, выделить условие и требование (вопрос). Обучающиеся отвечают на вопросы: Из чего состоит задача? Где и для чего могут пригодиться полученные сведения? Что известно? Что неизвестно? Что надо найти? Но в учебниках в основном даются задачи одинаковые по структуре: условие, требование.

Каждый ребёнок индивидуален и по-своему принимает и осознаёт задачу. И это он отражает в моделировании задачи. **Моделирование задачи** – это перевод текста на язык математики. Для моделей используются предметы, сюжетные картинки, схемы, рисунки, чертежи. (Приложение 2)

На этапе поиска плана решения задачи происходит формирование УУД **планирования** через технологию проблемного диалога (Мельникова Е.Л.). Составление плана основано на двух способах: синтетическом (рассуждения от условия к вопросу) и аналитическом (от вопроса к условию).

Например, Две девочки купили 5 метров ленты по одинаковой цене. Одна уплатила 15 рублей, другая – 10 рублей. Сколько метров ленты купила каждая девочка?

Предложенные планы решения задачи.

рассуждения от вопроса к условию рассуждения от условия к вопросу

- что нужно найти? n_1 и $n2$ - что известно? n и С
- что нужно знать, чтобы найти n? - что нужно найти? n_1 и $n2$

(цену и стоимость) - что нужно знать, чтобы найти n_1 и $n2$?

1. находим общую стоимость
2. Зная, стоимость и общее количество купленной ленты, находим цену.
3. находим n1
4. находим n2

1. зная сколько заплатила 1 девочка найдём цену.
2. Зная цену и сколько заплатила 2 девочка, найдём сколько метров ленты купила 2 девочка.

Приём «выбор верного плана решения из предложенных вариантов» формирует такие регулятивные действия как контроль и прогнозирование.

На этапе выполнения плана решения задачи можно использовать прием « Завершение решения задачи».

1) □ + □ = □ (р.)

2) □ : □ = □ (р.)

3) □ : □= □ (м)

4) □ : □ = □ (м)

На этапе проверки формируются такие регулятивные УУД, как контроль и оценка своей деятельности и деятельности одноклассников. Приём «Оценочные шкалы». Критерии оценивания:

1. умение выделять условие и требование:
2. умение создавать схему, рисунок, краткую запись;
3. умение составлять план;
4. правильность решения задачи;
5. умение составления обратной задачи.

При решении текстовых задач ученикам приходится самостоятельно ориентироваться в имеющихся знаниях, ставя перед собой вопрос: «Владею ли я теми знаниями, которые необходимы для решения задачи? Необходимы ли мне новые знания и умения?» Для этой деятельности нужны такие регулятивные учебные действия, как *прогнозирование, коррекция* и *волевая саморегуляция.* Прием « обсуждение готовых способов решения задачи». Данный прием целесообразно применить, например, при работе с задачей (3кл.): Поезд, следуя из одного города в другой, прошел первые 180км пути со скоростью 60км/ч. На остальной путь ему потребовалось при той же скорости на 4 ч больше. Сколько всего км должен был пройти поезд?»

На доске записываются три способа решения задачи, и дается по рядам объяснить каждый их них:

I	II	III
1)180:60=3(ч)	1)60?4=240(км)	1)180:60=3(ч)
2)3+4=7(ч)	2)240+180=420(км)	2)3+4=7(ч)
3)60?7=420(ч)	3)180+420=600(км)	3)7+3=10(ч)
4)180+420=600(км)		4) 60 · 10 =600(км)

Затем выясняется, какой способ оказался наиболее понятным для учащихся, какой наиболее рациональный.

Таким образом, в процессе обучения решению текстовых задач можно формировать все виды регулятивных УУД: целеполагание, планирование, прогнозирование, контроль, коррекцию, оценку и волевую саморегуляцию. Для этого нужны специальные задания. Поэтому при подготовке к уроку, отбирая или специально конструируя задания, учитель должен учитывать не только логику предметного содержания, но и характер того или иного УУД, которое формируется на данном этапе.

Можно сделать вывод, что, овладев регулятивными УУД на уроках математики, учащиеся переносят их и на другие предметы: на уроках русского языка легко определяют цель задания, при написании изложения — составляют точный план, при работе с деформированным текстом — контролируют и оценивают свою деятельность, не затрудняясь, корректируют и исправляют ошибки в заданиях типа «Найди и исправь ошибки»

Глава III. Практическая реализация этапов решения сюжетных задач алгебраическим способом

3.1.Решение задач с помощью составления уравнений в теме «Уравнения»

Регулярное применение алгебраического метода решения текстовых задач начинается с 7 класса. К этому моменту часть учащихся уже достигает на достаточно хорошем уровне умения решать методом составления уравнения несложные сюжетные задачи.[12]

В 6 классе в связи с появлением новых видов уравнений и методов их решения текстовые задачи становятся разнообразнее как по содержанию, так и по своей информационной структуре. Эти задачи таковы, что они позволяют действительно показать преимущество алгебраического способа решения по сравнению с арифметическим. В 1 – 6 классах зачастую алгебраическим способом решались такие сюжетные задачи, которые поддавались простому, иногда устному выполнению.

К началу систематического использования алгебраического способа у учащихся должны быть сформированы на хорошем уровне следующие умения:

- проводить анализ текста задачи с целью усвоения ситуации, заданной в задаче, выявление ее предметной области и связей между объектами;
- распознавать величины, участвующие в задаче;
- сравнивать значения – величины, входящих в задачи;
- записывать одну задачу через другую;
- выявлять равные величины (на основе этого и составляется уравнение);
- кратко записывать условие задачи.

Полезной окажется работа, в результате которой ученики проследят за тем, как перевод условия задачи с естественного (русского) языка на язык алгебры позволяет составить уравнение.

Рассмотрим следующую задачу: «Сын моложе отца в 7 раз, а через 10 лет отец станет старше сына в 3 раза. Сколько лет сыну в настоящее время?»

Оформим решение в следующем виде:

На русском языке	На языке алгебры
В настоящее время возраст сына неизвестен	x
Возраст отца в настоящее время	$7x$
Через 10 лет возраст сына станет равен	$x + 10$
Через 10 лет возраст отца станет равен	$7x + 10$
Возраст отца станет больше возраста сына в 3 раза	$7x + 10 = 3\ (x + 10)$

Несмотря на то, что в 5 – 6 классах уже шло формирование у учащихся умение выбирать неизвестное, следует этому вопросу уделить пристальное внимание и в 7 классе, т.к. у многих школьников это умение не сформировалось на нужном уровне. При этом акцент нужно сделать на оптимальный выбор неизвестного. Прежде, почти всегда, за неизвестное принималась одна или несколько величин. Школьникам на конкретных примерах следует показать, что в ряде случаев за неизвестное целесообразно выбирать величину, не относящуюся к искомой.

Главное внимание при обучении учащихся способу решения текстовых задач методом составления уравнений должно быть обращено на сознательную отработку этапности решения. Полная схема включает такие этапы:

1) объяснение к составлению уравнения;
2) составление уравнения;
3) решение уравнения;
4) проверка;
5) запись ответа;
6) анализ решения задачи;

На первом этапе проводится анализ задачи, выделяются объекты и процессы, подлежащие рассмотрению, выделяются величины, характеризующие эти процессы, выбирается неизвестная величина, через которую выражаются остальные.

Далее выявляются основания для составления уравнения и составляется само уравнение. Целью последнего этапа является выявление рациональных путей решения, уяснения и уточнения идеи и метода решения, уяснение общих правил для решения подобных задач.

Подготовительные упражнения

Подготовительные упражнения предназначены для подготовки учащихся к решению задач, с которыми они ранее не встречались. Важное значение для составления уравнений по условию задачи имеют навыки в записи алгебраических выражений, равенств с целью уяснения основных понятий и соотношений: равно, больше на столько-то, больше во столько-то раз, отношение и др..

Для отработки этих понятий и соотношений между ними необходимы систематические упражнения в записи алгебраических выражений.

- Большое значение имеет запись формул, выражающих функциональную зависимость между величинами. Приведем упражнения, которые целесообразно давать систематически, повторяя их время от времени.

1. Скорость движения тела V, время движения t , путь S. Запишите формулы для определения S, V, t.

2. Цена товара k, количество m, стоимость c. Запишите формулы зависимости между c, k и m.

3. Производительность – p деталей в час, время работы – t часов, объем произведенной продукции – n деталей. Запишите формулы для определения p, t, n

- Цель следующих заданий: формирование умений анализировать условие, исследовать корни, соотносить их с условием задачи.

При решении задач с помощью уравнений могут возникнуть затруднения, связанные с выделением из условия задачи величин, связанным какими-либо зависимостями.

Можно предложить учащимся следующие упражнения:

1. Прочитайте задачу и ответьте на вопросы.

Теплоход за час проходит расстояние, в 4 раза меньше, чем катер. Сколько километров в час проходит каждый из них, если сумма их скоростей равна 90 км/ч?

Вопросы:

1) Назовите величины, связанные следующими зависимостями:

а) одна больше другой в 4 раза;

б) одна меньше другой в 4 раза;

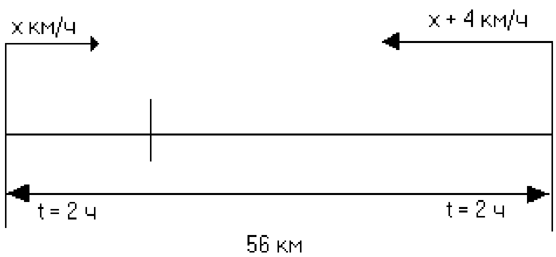
2) Если теплоход проходит x км в час, то что могут означать следующие выражения:

4x, 4x + x?

❖ Цель: развитие воображения учащихся, формирование умений читать схематически записи условий.

Задание: по схематической записи составить задачу.

а)



б)

	V (км/ч)	t (ч)	S (км)
I	x	7	
II	x + 5	6	

❖ Цель заданий: первичное закрепление знаний об этапах решения задач.

Решить задачу, составив уравнение. На полке стояло несколько книг. Когда с нее сняли 10 книг, то на полке стало 25 книг. Сколько книг было на полке?

I. Анализ задачи.

Переведем задачу на математический язык.

Было несколько книг	х
сняли 10 книг	10
стало 25 книг	25

Т.к. неизвестно, сколько книг было на полке, то это и обозначили х.

II. Составим уравнение.

х – 10 = 25

было сняли стало

III. Решаем уравнение.

х – 10 = 25

Чтобы найти неизвестное уменьшаемое, надо к разности прибавить вычитаемое.

х = 25 + 10

х = 35

IV. Ответ: 35 книг было на полке.

Работа с задачей.

Задача: «В двух книгах 70 страниц. В первой книге страниц в 6 раз больше, чем во второй. Сколько страниц в каждой книге?»

I. 1) О чем говорится в задаче? (о двух книгах).

2) В какой книге больше страниц? (в первой книге).

3) В какой книге меньше страниц? (во второй книге).

4) Что известно о количестве страниц в каждой книге? (в первой книге в 6 раз больше)

5) Наименьшее обозначим за «х». Что такое х в задаче? (х – количество страниц во второй книге).

6) Как выразить количество страниц в 1-ой книге? (6х)

7) Сколько всего страниц в двух книгах? (70 страниц).

Схематическая запись.

	количество страниц
I книга	6x
II книга	x

II. Основание составления уравнения: 70 страниц.

III. Составление уравнения:

x + 6x = 70

IV. Решение уравнения:

x + 6x = 70

x (1 + 6) = 70

7x = 70

x = 70 : 7

x = 10

V. 10 страниц во второй книге.

VI. В задаче спрашивалось, сколько страниц в каждой книге. Значит, надо найти, сколько страниц в первой книге.

По условию это: 6x. Найдем значение этого выражения.

10 · 6 = 60 (с).

VII. Найдены все величины. Можно записать ответ:

Ответ: 10 страниц во второй книге, 60 страниц в первой книге.

3.2. Решение задач с помощью составления уравнений в теме «Прямая и обратная пропорциональные зависимости»

Рассмотрим этапы изучения этой темы.

Во-первых, надо научить школьников решать пропорции. Основной способ их решения должен опираться на основное свойство пропорций.

Когда эта цель будет достигнута, то можно показать использование свойств, пропорций для упрощения их решения.

Во-вторых, нужно научить школьников выделять в условиях задач две величины, устанавливать вид зависимости между ними.

В-третьих, нужно научить их по условию задачи составлять пропорцию. При решении первых задач полезно подчеркнуть, что стоимость покупки определяется по формуле:

стоимость = цена · количество

и проследить, как при увеличении (уменьшении) одной величины в несколько раз изменяется вторая величина при неизменной третьей.

Аналогичная работа с задачами проводится по формуле:

путь = скорость · время

1. За несколько одинаковых карандашей заплатили 8 р. Сколько нужно заплатить за такие же карандаши, если их:

а) в 2 раза больше;

б) в 2 раза меньше?

2. Имеются деньги на покупку 30 карандашей.

а) Сколько тетрадей можно купить на те же деньги, если тетрадь дешевле карандаша в 2 раза?

б) Сколько ручек можно купить на те же деньги, если ручка дороже карандаша в 10 раз?

Наблюдения, полученные учащимся при решении задач 1,2, нужно использовать при формировании понятий прямой и обратной пропорциональности.

Две величины называются прямо пропорциональными, если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая увеличивается (уменьшается) во столько же раз.

Две величины называются обратно пропорциональными, если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая уменьшается (увеличивается) во столько же раз.

Дальше, опираясь на опыт решения задач 1,2 т определения, учащиеся должны ответить на вопросы заданий 3,4,5. Здесь следует постоянно обращать их внимание на то, какие величины изменяются, а какие нет.

3. Какова зависимость между:

1) ценой одной ручки и стоимостью нескольких ручек при постоянном их количестве?

2) Количеством ручек и их стоимостью при постоянной их цене?

3) количеством ручек и их ценой при постоянной их стоимости?

4. Какова зависимость между:

1) количеством тракторов и площадью, которую они вспашут за 1 день?

2) числом дней работы и площадью, которую он вспашет?

3) количеством тракторов и числом дней, за которые они вспашут поле?

5. Покупают одинаковые альбомы. Какова зависимость между количеством альбомов и стоимостью покупки?

Работу над заданиями 2,3 надо обобщить, заметив, что если три величины связаны равенством $a = b \cdot c$, то при постоянном произведении множители обратно пропорциональны, а при постоянном множителе другой множитель и произведение прямо пропорциональны. Этот факт нужно рассмотреть применительно к формулам:

стоимость = цена · количество,

путь = скорость · время,

работа = производительность · время.

Перейдем к решению задач с помощью пропорций.

6. Расстояние между двумя городами пассажирский поезд прошел со скоростью

80 км/ч за 3 ч. За сколько часов товарный поезд пройдет то же расстояние со скоростью 60 км/ч?

Скорость (км) Время (ч)

$\downarrow$	80	3	$\uparrow$
	40	x	

В краткой записи условия задачи стрелки показывают, что скорость уменьшилась, а время увеличилось в одно и то же число раз. Это число находится делением большего числа на меньшее (в направлении стрелок). Чтобы учащиеся лучше освоили прием составления пропорций, надо постоянно задавать вопрос: «Во сколько раз увеличилась (уменьшилась) первая величина?» Тогда число, дающее ответ, будет находиться делением большего значения величины на меньшее (в направлении стрелок). На первых порах это число должно быть целым, позднее – дробным.

7. 5 маляров могли покрасить забор за 8 дней. За сколько дней покрасят тот же забор:

а) 10 маляров; б) 1 маляр?

Чтобы у учащихся не сложилось впечатление, будто зависимость бывает только двух видов – прямой и обратной пропорциональностью, полезно рассмотреть провокационных задачи, в которых зависимость имеет другой характер.

8. За 3 ч поймали 12 карасей. Сколько карасей поймают за 4 ч?

9. Два петуха разбудили 6 человек. Сколько человек разбудят пять петухов?

10. Трое пошли – три гвоздя нашли. Четверо пойдут – много ли найдут?

До сих пор мы рассматривали задачи, в которых отношение двух неизвестных значений одной величины было целым числом. В следующих задачах оно часто выражается дробью. Как и раньше, здесь следует постоянно задавать вопрос: «Во сколько раз увеличилась (уменьшилась) величина?»

11. Из «Арифметики» А.П. Киселева. 8 аршин сукна стоят 30 р. Сколько стоят 15 аршин этого сукна?

12. Со скоростью 80 км/ч товарный поезд прошел 720 км. Какое расстояние пройдет за это же время пассажирский поезд, скорость которого 60 км/ч?

13. За одно и то же время токарь обтачивает 6 деталей, а его ученик – 4 детали.

1) Сколько деталей обточит ученик за то же время, за которое токарь обточит 27 деталей?

2) Сколько времени потратит ученик на задании, которое токарь выполняет за 1ч?

После изучения основных понятий в этих темах («Пропорции», «Прямая и обратная пропорциональности»), учащиеся решают соответствующие задачи.

Подготовительные упражнения

Рассмотрим некоторые подготовительные упражнения, которые можно давать учащимся, чтобы сформировать у них навыки и умения устанавливать зависимости между величинами.

1. Какую часть одно число составляет от другого?

а) 4 от 20; б) 7 от 15; в) 10 от 20; г) 13 от 21

2. Найдите отношения и придумайте отношения, значения которых равны заданным:

а) 25 к 5; б) 0,25 к 0,55; в) 1,37 к 1,3; г) 6 к 27

3. Что показывает отношение:

а) пути, пройденного автомобилем, ко времени его движения;

б) числа деталей ко времени из изготовления;

в) стоимости купленных апельсинов к их массе?

4. Дана пропорция, найти выражение, которое не является пропорцией, выведенной из данной:

1) $a : 20 = 4 : 8$

1) $a : 4 = 20 : 8$;

2) $8 : 20 = 4 : a$;

3) 20 : a = 4 : 8;

4) 20 : a = 8 : 4.

2) 8 : 21 = b : 30

1) b : 21 = 30 : 8;

2) 8 : b = 21 : 30;

3) 8 : 30 = b : 21;

4) 8 : 21 = 30 : b.

1. Проверьте, используя основное свойство пропорции, следующие равенства. Какие из них являются пропорцией, а какие нет?

а) $4\frac{1}{2} : 3\frac{1}{4} = 36 : 26$

б) $\frac{18}{3} = \frac{30}{5}$

в) $2\frac{1}{4} : 9 = 1 : 39$

г) $\frac{0{,}35}{0{,}6} = \frac{0{,}105}{0{,}18}$

д) 3 : 7,5 = 2,5 : 6

2. Какова зависимость между:

1) временем и скоростью движения при постоянном пути?

2) количеством тракторов и числом дней, за которые они вспашут поле?

3. Установите зависимость:

1) За x кг апельсинов заплатили p рублей. Как изменится стоимость покупки, если массу апельсинов увеличили в 5 раз; уменьшили в 2 раза?

4. Расстояние от деревни до города велосипедист проехал за 3 часа.

1) За сколько часов это расстояние пройдет пешеход, скорость которого в 3 раза меньше скорости велосипедиста?

2) За сколько часов это расстояние пройдет мотоциклист, скорость которого в 5 раз больше скорости велосипедиста?

При решении этих задач учащиеся повторят, что такое отношение, как оно составляется, понятие пропорции, ее свойства, установление прямой или обратной пропорциональности между величинами.

Понятно, что если в задаче говорится о двух величинах, то краткая запись будет выглядеть следующим образом:

I вел. – II вел.

Изменение I вел. – II вел.

При этом проверяется зависимость первой величины от второй или наоборот. Если при увеличении / уменьшении первой величины в n раз, во столько же увеличится / уменьшится II величина, то это прямая пропорциональность.

Обозначение вводится с помощью стрелочек, которые «смотрят» в одну сторону.

↓ I вел. – II вел. ↓

I изм. вел. – II изм. вел.

Для обратной пропорциональности при соответствующем определении для нее, стрелочки будут иметь разное направление:

↓ I вел. – II вел. ↑

I изм. вел. – II изм. вел.

Т.к. в пропорции четыре составляющие, то три из них должны быть оговорены в задаче. А четвертую и будем обозначать неизвестной.

Приведем пример: «В 200 г раствора содержится 4 г соли. Сколько соли содержится в 600 г раствора?»

Составив схематическую запись для этой задачи, получим:

	раствор		соль
Было	200 г	–	4 г
Спрашивается	600 г	–	х г

Теперь выясняем зависимость и ставим стрелочки.

↓ 200 г – 4 г ↓

600 г – х г

При рассуждении учащиеся используют свой практический опыт. Вид пропорциональности устанавливается на основе закономерности; «законов» логики в соотношении между величинами. У учащихся развивается воображение, самоконтроль за выполнением своих действий.

Работа с задачей и схема работы на уроке

Теперь рассмотрим работу по решению задач на выполнение конкретных задач, опираясь на приведенную схему (этапы).

Для перевозки груза потребовалось 15 машин грузоподъемностью 7,5 т. Сколько нужно машин грузоподъемностью 4,5 т, чтобы перевезти тот же груз?

1) Ученикам задаются следующие вопросы:

1. Что является объектом исследований? (количество машин грузоподъемностью 4,5 т)

2. Что они должны делать? (перевезти тот же груз)

3. Сколько машин перевезли этот груз, грузоподъемностью каждая по 7,5 т? (15)

4. Что неизвестно? Как обозначим? (кол-во машин; обозначим неизвестной х)

II. Составим краткую запись условия:

15 – 7,5 т

х – 4,5 т

1) Груз тот же, но каждая из машин теперь может увезти меньшую массу – 4,5 т. Увеличится или уменьшится количество машин, которые перевезут груз? (увеличится).

2) А число машин увеличилось или уменьшилось? (увеличилось).

3) Какая это пропорциональность? (обратная)

↓15 – 7,5 т ↑

х – 4,5 т

III. Составим пропорцию. Она будет являться уравнением.

15 – 7,5 т

x – 4,5 т

Стоит обратить внимание на то, как составляется пропорция:

а) записываются два отношения в соответствии со стрелками;

б) между ними ставится знак равенства.

IV. Теперь надо найти неизвестное х. Для этого удобно использовать основное равенство пропорции.

$15 \cdot 7{,}5 = x \cdot 4{,}5$

$x \cdot 4{,}5 = 112{,}5$

$x = 112{,}5 : 4{,}5$

$x = 25$

V. В задаче в качестве х обозначали количество машин, что и спрашивалось в вопросе. Поэтому мы нашли ответ. Т.к. использовали свойство пропорции и известный алгоритм решения уравнений, то все действия законны и вычисления верны. Осталось посмотреть соответствие ответа смыслу поставленного вопроса. Значение неизвестной х – это и есть количество машин, т.е. то, что спрашивалось в задаче. Можем записать ответ.

VI. Ответ: 25 машин грузоподъемностью 4,5 т потребуется.

VII. Исследование задачи можно не проводить, т.к. известен только один путь ее решения с помощью пропорции. В задачах по этой теме этапы выявления основания и анализ решения задачи не имеют места. Ошибки у учащихся возможны при установлении вида зависимости. Поэтому они в процессе решения должны обдумывать смысл слов, осмысленно выявлять зависимость, чтобы в дальнейшем правильно записать пропорцию.

3.3 Значение проекта и его влияние на обучение сюжетных задач

В этом учебном году столкнулась с проблемой решения сюжетных задач в 5 классе. Для того, чтобы избежать дальнейших проблем в этом, учащиеся моего класса решили создать исследовательский проект по решению сюжетных задач.

Данная исследовательская работа посвящена изучению сюжетных задач, как школьного курса математики, так и задач, которые являются нестандартными и не могут встретиться на уроках математики в школе.

Сюжетные задачи - это наиболее древний вид школьных задач. Они всегда широко использовались, и будут использоваться в жизни людей. Ещё задолго до нашей эры в Древнем Египте, Вавилоне, Китае, Индии были известны и многие методы решения сюжетных задач, которые на протяжении веков существенно изменялись и видоизменяются до сих пор.

Мы считаем, что умение решать сюжетные задачи не только важно, но и увлекательно. Различные задачи могут дать разнообразную пищу для размышлений каждого человека. Считается, что круг математических задач довольно узок. Поэтому мы задались вопросом: «Чем полезны сюжетные задачи, и какие они бывают?».

Описание организации и результатов эксперимента

Изучив теоретические положения по использованию моделирования при решении задач в 5 классе, у нас возникло желание и интерес реализовать это на практике.

Для того чтобы доказать или опровергнуть предположение, что использование моделирования помогает при решении задач, была проведена соответствующая работа.

Исследование проходило на базе МБОУ «Агинская средняя общеобразовательная школа №1» . Были взяты два класса: 5«А» класс –

экспериментальный и 5«Б» класс – контрольный. Данные классы по уровню развития примерно одинаковые.

Для эксперимента была выбрана тема «Десятичные дроби».

Задачи практической работы:

- подобрать задания для проверочной работы;
- провести срезовую работу по решению задач;
- проанализировать допущенные ошибки;
- апробировать систему задач с использованием моделей;
- провести контрольную работу;
- сравнить количество допущенных ошибок;
- сделать выводы по использованию моделирования при решении задач.

Исследование проводилось в три этапа: 1) констатирующий эксперимент; 2) формирующий эксперимент; 3) контрольный эксперимент.

Цель констатирующего эксперимента: определить уровни сформированности умений решать текстовые задачи у школьников 5 классов. Эксперимент был направлен на решение следующих **задач:**

1. Изучить особенности развития умений решать текстовые задачи у школьников 5 классов
2. Рассмотреть оценки уровней сформированности решать сюжетные задачи самих детей и их родителей.
3. Сравнить уровни сформированности умений решать сюжетные задачи учащимися в экспериментальном и контрольном классах.

Для достижения поставленной цели были выбраны различные **методы исследования**: беседы и наблюдения, анкетирование детей родителей, анализ контрольных работ, метод экспертных оценок.

Анализ развития умений решать сюжетные задачи школьниками 5 классов.

Во время констатирующего эксперимента были изучены особенности развития умений решать сюжетные задачи у школьников 5 классов

1. Выявили оценки уровня сформированности умения решать текстовые задачи самими детьми, а также их родителями. Методика исследования: анкетирование.
2. Изучили уровень сформированности умений решать текстовые задачи детьми, анализ контрольных работ. Методика исследования: контрольная работа.

В период констатирующего эксперимента было проведено анкетирование детей и их родителей.

Анкетирование детей:

Вопросы анкеты:

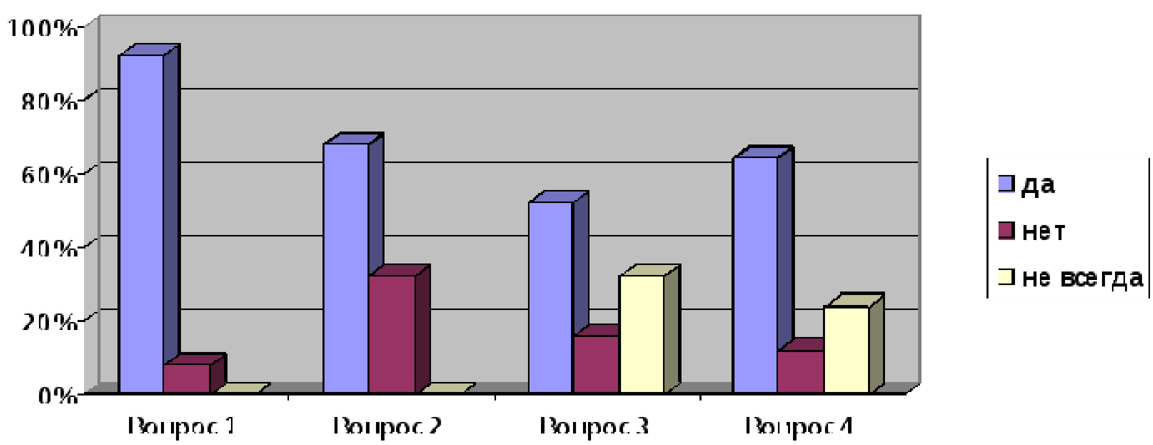
1. Считаешь ли ты, что научиться решать задачи, важно? (да, нет).

2. Осознаешь ли ты связь между решением задач на уроке и реальной жизнью? (да, нет).

3. Справляешься ли ты с решением задач в домашнем задании? (да, нет, не всегда)

4. Затрудняешься ли ты в выборе арифметического действия при решении задач? (да, нет, не всегда)

Диаграмма 1.Соотношение ответов учащихся.



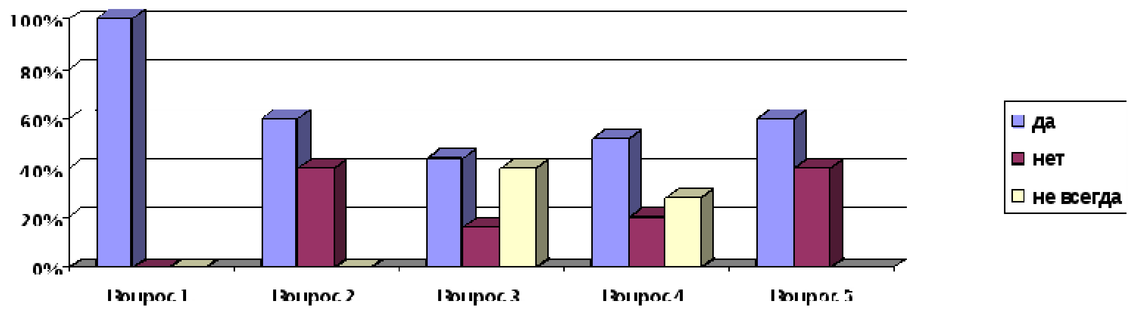
Как видно из диаграммы, отношение учащихся к решению текстовых задач неоднозначно. Но все же большинство учащихся (91%) считает важным научиться решать задачи, 30% учащихся не всегда справляются с решением задачи дома, 22% учащихся не всегда уверенны в выборе арифметического действия при решении задач.

Анкетирование родителей:

Вопросы анкеты:

1. Считаете ли Вы, что научить ребенка решать задачи, важно? (да, нет).
2. Как вы думаете, осознает ли Ваш ребенок связь между решением задач на уроке и реальной жизнью? (да, нет).
3. Справляется ли Ваш ребенок с решением задач в домашнем задании? (да, нет, не всегда).
4. Затрудняется ли Ваш ребенок в выборе арифметического действия при решении задач? (да, нет, не всегда).
5. Вы оказываете помощь ребенку при решении задач дома? (да, нет).

Диаграмма 2. Соотношение ответов родителей.



В результате проведения анкетирования определено, что все родители (100%) считают важным научить ребенка решать задачи. Дома не все дети справляются с решением задачи самостоятельно, родители оказывают им помощь (56%), а 43% родителей считают, что их дети не осознают связь между реальной жизнью и решением задач на уроке и 17% родителей сказали, что их дети не справляются с решением задачи дома. По сравнению с детьми, родители оценили проблему строже.

Кроме анкетирования, была проведена вводная контрольная работа для учащихся, цель которой состояла в определении частных умений у младших школьников, связанных с решением текстовых задач.

Таблица 1. Компоненты решения задач.

№	***Компоненты решения задач***	***Номер задания***	***Максимальное количество баллов***
1	Выбор арифметического действия в процессе решения текстовой задачи	1, 2, 3	6
2	Решение задачи разными способами	3	4
3	Знания этапов решения текстовых задач и приемов их выполнения	1, 2, 3, 4*	6
4	Соотношение реальной ситуации с ее математической моделью	1, 2, 3, 4*	6

Таблица 2. Анализ вводной контрольной работы

№	Список учащихся	№1	№2	№3	№4	Кол-во баллов	Уровень сформированности умений решать задачи	Доп.задания
1	Некрасов Никита	4	2	4	4	14	средний	-
2	Молчун Елизавета	2	0	2	2	6	низкий	-
3	Иванов Алекандр	6	0	4	4	14	средний	-
4	Нерослов Максим	6	4	6	6	22	высокий	+
5	Емельянова Полина	6	4	6	6	22	высокий	+
6	Иванов	4	0	2	2	8	низкий	-

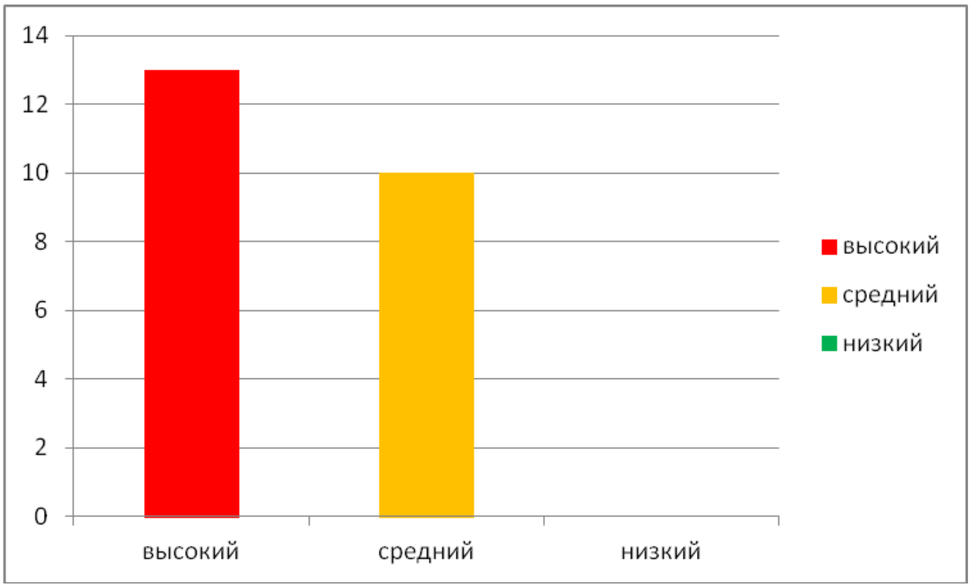
	Алексей							
7	Лапо Никита	6	0	4	2	12	средний	-
8	Левичев Данил	4	2	4	4	14	средний	-
9	Явкина Елизавета	6	4	6	6	22	высокий	+
10	Сидоров Макар	6	2	4	2	14	средний	-
11	Корнева Виктория	6	4	6	6	22	высокий	+
12	Николаева Анна	6	2	4	0	12	средний	+
13	Кислякова Светлана	4	2	2	0	8	низкий	-
14	Евгеньев Максим	4	0	4	4	12	средний	-
15	Якимова Юлия	6	2	4	0	12	средний	-
16	Снытко Анна	6	2	6	6	20	высокий	+
17	Тоцкий Андрей	4	0	4	6	14	средний	-
18	Наумова Дарья	6	4	6	6	22	высокий	+
19	Татьяна Вельц	4	0	4	4	12	средний	-
20	Алена Мохова	4	4	4	0	12	средний	-
21	Виктория Гребенюк	6	4	6	6	22	высокий	+
22	Пустовая Кристина	4	0	4	6	14	средний	-
23	Виктория	2	0	2	2	6	низкий	-

	Кольчурина							

Анализ вводной контрольной работы

Качество выполненной учащимися вводной контрольной работы оценивалось в условных баллах, что позволило разделить их на три группы в зависимости от уровня сформированности умений решать текстовые задачи. К группе учащихся с высоким уровнем сформированности умений решать задачи отнесем учащихся с результатом 16 – 22 баллов (75 – 100% выполненных заданий); к среднему уровню отнесем учащихся с результатом 11 – 15 баллов (50 – 74% выполненных заданий), а к низкому - учащихся с результатом 0 – 10 баллов (0 – 49% выполненных заданий).

Таким образом, контроль позволил сделать вывод о том, что высоким уровнем сформированности умений решать задачи обладают 7 человек (30%), средним – 12 человек (52%), а низким – 4 человек (16%).



На момент начала констатирующего эксперимента в программу включены практически все виды задач, предусмотренные курсом математики. Теоретическими положениями, лежащими в основе выбора действий для решения задач, дети в основном владеют. При разборе задачи в классе опираюсь на следующих учащихся: Если задача, предложенная в учебнике, не является стандартной, то работаю над ней в классе, непосредственно на уроке. Для домашнего выполнения преимущественно предлагаю известные учащимся виды задач.

Также, мы проверили умение решать нестандартную задачу. 7 учащихся (30%) справились с решением нестандартной задачи.

Итак, на первом констатирующем этапе эксперимента мы изучили уровни сформированности умений решать текстовые задачи у учащихся.

Формирующий эксперимент

В период подготовки к формирующему эксперименту мы дополнили традиционный, весьма ограниченный набор методических приемов, используемых в процессе обучения решению задач (интерпретация текста задачи на уровне краткой записи или схемы, аналитико-синтетический разбор и т.п.). Так, мы использовали :

- *Прием, основанный на предложенных объектах, сюжете, вспомогательной модели.*

- *Прием составления задачи на основе нескольких задач, содержащих один сюжет и часть общих объектов с их количественными характеристиками.*

- *Прием обучения составлению задач по предложенному решению с подробным пояснением.*

- *Прием составления текста задачи по сюжетным рисункам с изменением действия.*

Были рассмотрены приемы работы над текстовой задачей достаточно разнообразные, однако, они рассчитаны в основном на учащихся с уровнем знаний выше среднего. Ученикам же с низким или средним уровнем эти приемы позволяют, с помощью учителя или других учащихся, стать успешнее.

Одно из педагогических условий, которое важно для развития умений решать текстовые задачи – это сочетание ***фронтальной, групповой, индивидуальной*** форм работы детей на уроке.

В период подготовки к формирующему эксперименту мы увеличили долю работы групповой и в парах, аргументы таковы:

- ситуация ставит каждого ребенка перед необходимостью высказывания;
- на этой «экспертной площадке» активна поисковая, исследовательская деятельность, личное участие в выборе из возможных вариантов и принятии решения;
- каждый приобретает опыт диалога, деловой беседы с соблюдением норм общения.

Из современной методической литературы учителю известны признаки групповой работы учащихся на уроке:

класс делится на группы для решения конкретных учебных задач;

- состав группы непостоянный, он подбирается с учетом того, чтобы с максимальной эффективностью для коллектива могли реализоваться учебные возможности каждого члена группы;
- каждая группа получает определенное задание и выполняет его сообща под непосредственным руководством лидера группы или учителя;
- задания в группе выполняются таким способом, который позволяет учитывать и оценивать индивидуальный вклад каждого члена группы.

При подборе заданий мы учитывали, что их делят на две группы: ***репродуктивные*** и ***продуктивные***.

К ***репродуктивным*** заданиям относится, например, решение арифметических сюжетных задач знакомых видов. От учащихся требуется воспроизведение знаний и их применение в привычной ситуации – работа по образцу, выполнение тренировочных упражнений.

К ***продуктивным*** заданиям относятся упражнения, отличающиеся от стандартных. Ученикам приходится применять знания в измененной или в новой, незнакомой ситуации, осуществлять более сложные мыслительные действия (например, поисковые, преобразующие), создавать новый продукт (составлять задачи, сочинять сказки на основе сюжетных задач). В процессе работы над продуктивными заданиями школьники приобретают опыт творческой деятельности.

Дифференцированная работа чаще всего организуется следующим образом: учащимся с низким и ниже среднего уровнем обученности предлагаются репродуктивные задания, а ученикам со средним, выше среднего и высоким уровнем обученности – творческие задания.

Выводы:

1. По результатам анкетирования детей и их родителей 48% испытывали трудности в решении сюжетных задач.
2. Данные анализа контрольных работ до формирующего эксперимента указывают на недостаточное развитие умений решать сюжетной задачи.
3. Дети не проявляют интереса к решению задач.
4. Методические подходы, обеспечивающие успешное развитие умений решать сюжетные задачи у 5-6 классов должны быть соотнесены с пониманием доминантной роли продуктивной деятельности, которая связана с активной работой мышления и находит свое выражение в мыслительных операциях анализа и синтеза, сравнения, классификации, аналогии, обобщения, а также с волей и чувствами детей.

Содержание формирующего эксперимента

Существенна в содержании формирующего эксперимента деятельность школьников 5 классов по решению сюжетных задач с использованием приемов:

-аналитико-синтетического исследования задачи;

-моделирования;

- выбора;

-преобразования;

- конструирования.

Эти приемы выступили средством формирования у детей общих умений решать любые задачи, в том числе определенных видов.

Организуя деятельность детей, особое внимание уделяли анализу взаимосвязей между данными и искомыми, многоплановой работе над задачей после ее решения.

Непременной была забота побудить детей высказать свою точку зрения и аргументировать ее. В этих целях мы практиковали работу на «малых экспертных площадках», когда варианты решения исследуют двое-трое детей.

Для формирования умений решать задачи определенных видов мы выделили блок учебных заданий. Дети приобретали знание видов задач, знание способов решения, умение сопоставлять свой вариант с образцом решения.

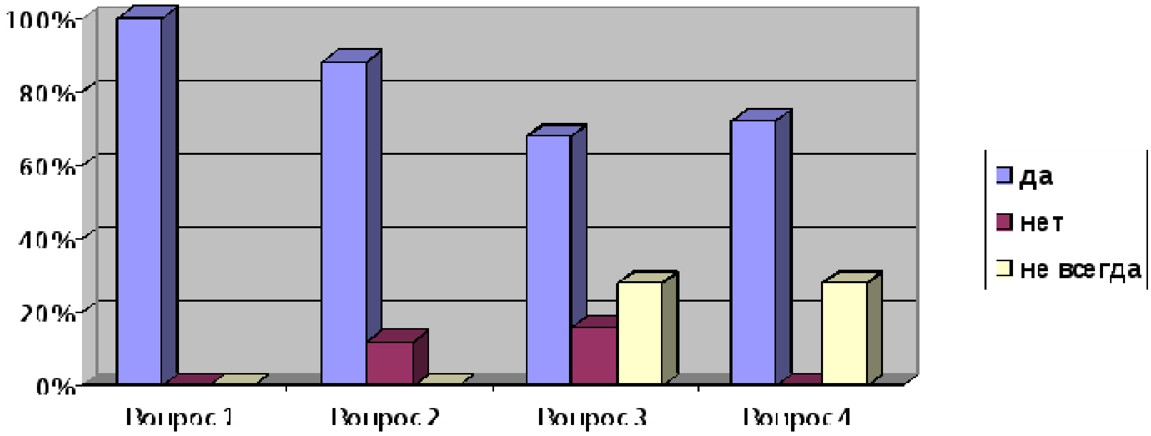
Второй блок заданий ориентирован на развитие умений решать нестандартные задачи.

На втором этапе эксперимента мы применили разные методы, формы и виды работы при обучении решению сюжетных задач.

Для нас важно знать, как дети стали себя оценивать, повысилась ли у них самооценка, поэтому в конце формирующего эксперимента мы снова провели анкетирование детей. Вопросы анкеты те же, что и в констатирующем эксперименте.

1. Считаешь ли ты, что научиться решать задачи, важно? (да, нет).
2. Осознаешь ли ты связь между решением задач на уроке и реальной жизнью? (да, нет).
3. Справляешься ли ты с решением задач в домашнем задании? (да, нет, не всегда)
4. Уверенно ли ты выбираешь арифметическое действие при решении задач? (да, нет, не всегда)

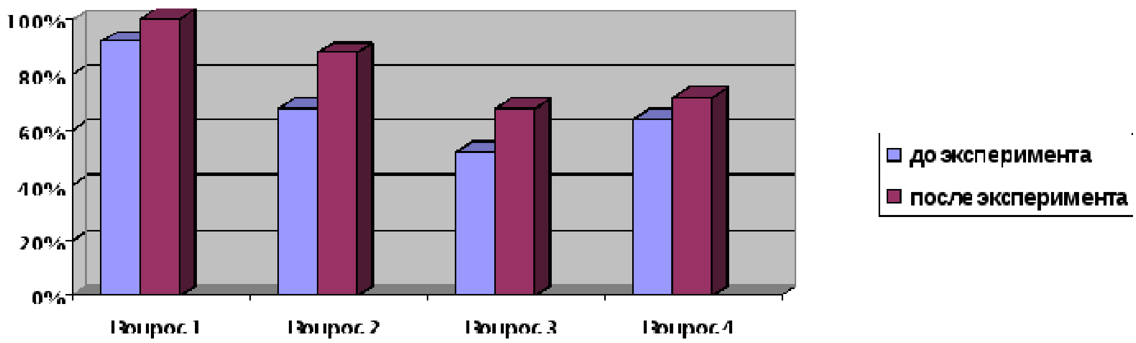
Диаграмма 1. Распределение ответов учащихся.



Как видно из диаграммы, все учащиеся (100%) считают наиболее важным научиться решать задачи, 3 учащихся (13%) не могут справиться с решением задачи дома, 6 учащихся (26%) сомневаются в выборе арифметического действия при решении задач.
Сравним ответы учащихся до формирующего эксперимента и после.

Диаграмма 2. Динамика изменений отношения детей к текстовым задачам.

Из диаграммы видно, что работа которую провели дала возможность большинству учащихся (по их мнению) ликвидировать страх перед текстовой задачей, осознать связь между реальной жизнью и решением задач, успешно решать задачи дома, уверенно выбирать арифметические действия при решении задач.



На контрольном этапе будем повторно проводить контрольную работу и анкетирование учащихся с целью определения динамики уровня сформированности умений школьников решать сюжетные задачи.

На контрольном этапе была проведена итоговая контрольная работа в с целью определения изменений в уровнях сформированности умений решать сюжетные задачи.

Задания, включенные в итоговую контрольную работу, предполагают проверку следующих компонентов решения задач: умение выбирать арифметическое действие в процессе решения текстовой задачи; умение решать задачи разными способами; знание этапов решения текстовых задач и приемов их выполнения; умение соотносить реальную ситуацию с ее математической моделью. Для проверки мы предложили задания №1, №2, №3. Качество выполненной учащимися итоговой контрольной работы оценивалось в условных баллах. Также в контрольную работу включено дополнительное задание №4-нестандартная задача.

К группе учащихся с высоким уровнем сформированности умений решать задачи отнесем учащихся с результатом 16 – 22 баллов (75 – 100% выполненных заданий); к среднему уровню отнесем учащихся с результатом 11 – 15 баллов (50 – 74% выполненных заданий), а к низкому уровню сформированности умений отнесем учащихся с результатом 0 – 10 баллов (0 – 49% выполненных заданий).

Таблица 3. Уровни сформированности умений решать задачи на констатирующем и на контрольном этапах

№	Список учащихся	Кол-во баллов на констатирующем этапе	Уровень сформированности умений решать задачи на ***констатирующем этапе***	Кол-во баллов на контрольном этапе	Уровень сформированности умений решать задачи на ***контрольном этапе***
1	Некрасов Никита	14	средний	20	высокий

2	Мочун Елизавета	6	низкий	14	средний
3	Иванов Александр	14	средний	18	высокий
4	Нерослов Максим	22	высокий	22	высокий
5	Емельянова Полина	22	высокий	22	высокий
6	Иванов Алексей	8	низкий	14	средний
7	Лапо Никита	12	средний	14	средний
8	Левичев Данил	14	средний	14	средний
9	Явкина Елизавета	22	высокий	22	средний
10	Сидоров Макар	14	средний	18	высокий
11	Корнева Виктория	22	высокий	22	высокий
12	Николаева Анна	12	средний	18	высокий
13	Кислякова Светлана	8	низкий	14	средний
14	Евгеньев Максим	12	средний	14	средний
15	Якимова Юлия	12	средний	18	высокий
16	Снытко Анна	20	высокий	22	высокий
17	Тоцкий Андрей	14	средний	14	средний
18	Наумова Дарья	22	высокий	22	высокий

19	Вельц Татьяна	12	средний	18	высокий
20	Алена Мохова	12	средний	14	средний
21	Виктория Гребенюк	22	высокий	22	высокий
22	Пустовая Кристина	14	средний	14	средний
23	Кольчурина Виктория	6	низкий	14	средний

По итогам эксперимента, проведенного нами на контрольном этапе, можно сказать, что на момент окончания эксперимента группа учащихся с низким уровнем сформированности умений решать задачи отсутствует. Доля учащихся с высоким уровнем сформированности (57%) существенно превосходит долю учащихся со средним уровнем сформированности (43%) этих же умений.

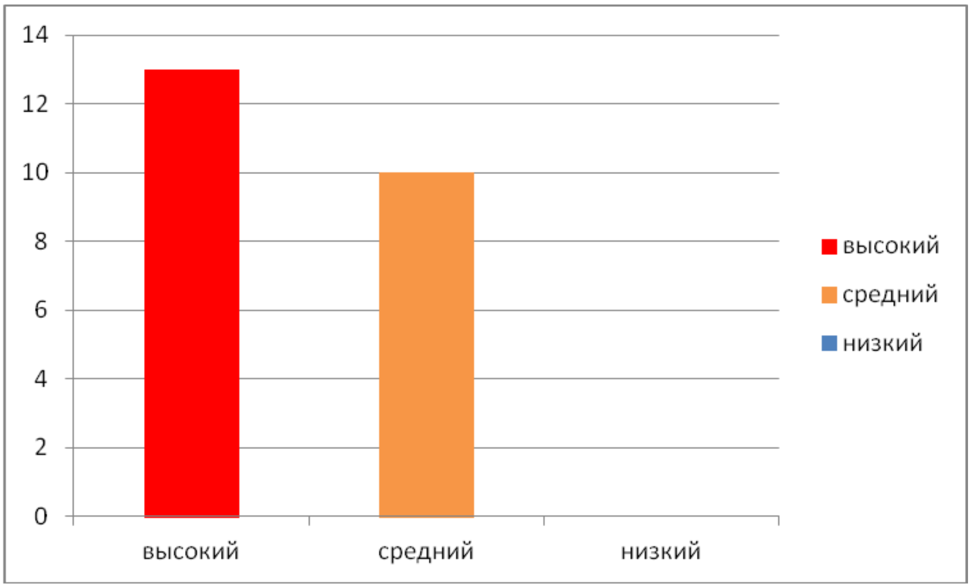


Таблица 4. Динамика уровней сформированности умений решать задачи

Уровень сформированности умения решать задачи	Констатирующий этап		Контрольный этап		Динамика	
	Чел.	%	Чел.	%	Чел.	%

Высокий	7	30	13	57	+6	+27
Средний	12	52	10	43	-2	-9
Низкий	4	17	0	0	-4	-17

Анализируя результаты эксперимента, можно выделить ряд методических рекомендаций для учителей математики в повышении уровня сформированности умений решать сюжетные задачи.

Методические рекомендации для учителей математики

1. Оцените возможности ваших учащихся, изучите характер трудностей, которые они испытывают при решении задач, расспросите родителей школьников о том, в какой помощи нуждается ребенок, прежде чем начать целенаправленную работу по повышению уровня сформированности умений школьников решать задачи.

2. Классифицируйте сюжетные задачи, которые включены в учебник математики, по которому происходит обучение в классе (например стандартные и нестандартные).

3. Целесообразно некоторые из задач предлагать не в словесной форме, а в виде условного ее изображения (краткой записи, таблицы, чертежа, рисунка и т.п.). Желательно, чтобы суть выполняемых упражнений постоянно видоизменялась (решить задачу, составить условие по модели или по решению, дополнить условие, убрать лишние данные, найти ошибки в рассуждениях, найти другой способ решения). Кроме численных данных, на определенной ступени обучения допустимы буквенные. Это позволит учащимся глубже осознать изучаемые правила, связи между величинами и другие теоретические положения.

4. На этапе подготовки урока предусмотрите альтернативную деятельность учащихся. Если ход урока который вы запланировали не удалось реализовать, еще раз внимательно проанализируйте причины, которые помешали организовать работу в соответствии с планом. Учтите свои недостатки при планировании работы в дальнейшем.

5. Убедитесь в том, что в выборе форм работы над задачей в плане нет однообразия. Формы деятельности учащихся должны периодически сменять

друг друга.
6. Помните, что при одной и той же форме организации деятельности учащихся при решении задачи возможны разнообразные методические подходы.
7. Старайтесь строить учебную деятельность школьников так, чтобы максимально использовать современные методы обучения, включайте в свои уроки проблемные ситуации. Вступайте с учащимися в дискуссии, предлагайте школьникам выступать в роли учителя.
8. Психологи проводили исследования и установили, что хорошо успевающий по предмету учащийся при заниженных требованиях рано или поздно снижает уровень учебной мотивации. Слабоуспевающий учащийся, ориентируется на успешных более чем он в учебе одноклассников, в условиях высоких требований стремится в меру своих сил овладеть программными вопросами. Отсюда делаем вывод, что не нужно бояться вести работу над задачей на достаточно высоком уровне сложности.
9. При организации коллективной (фронтальной) работы старайтесь следить за тем, чтобы в активную деятельность были включены все учащиеся класса. Особого внимания требуют учащиеся, которые редко проявляют инициативу в коллективе. Включить таких школьников в работу можно специальными вопросами адресованными им, предложением продолжить начатую мысль, просьбой оценить услышанное. Помните, что одобрение успехов таких учащихся чрезвычайно важно для них. При необходимости дать негативную оценку работе этих учащихся постарайтесь подобрать такие слова, чтобы не унизить человеческое достоинство школьника, не спровоцировать его на замкнутость в коллективе.
10. При организации индивидуальной работы учащихся при решении задач очень хорошо продумывайте уровень сложности предлагаемых заданий, способ оформления выполненного задания. Учителю следует самому распределить задания по уровню сложности между учащимися. В других ситуациях право выбора уровня сложности предоставляйте самим школьникам. Поощряйте учащихся, которые сегодня показывают желание выполнить задание более высокого уровня сложности.

11. Независимо от того, какой формой организации деятельности школьников вы воспользовались на данном уроке, обязательно подведите итоги работы всего класса в конце урока. Дальше следует описать, что, по вашему мнению, удалось реализовать, а чего достичь не удалось. Выслушайте мнение учащихся о том, что показалось им наиболее продуктивным, а что вызвало определенные трудности. Результаты анализа по возможности лучше учесть при проведении следующих уроков.

12. Заинтересуйте учащихся решением нестандартных задач. При организации работы по решению задач в маленьких группах, в том числе в парах, тщательно продумывайте состав групп. Создавайте «экспертные площадки». Объединяйте в одну группу учащихся с разными успехами в обучении, с различными психологическими особенностями . Определите, какой деятельностью должна заниматься группа и что должно стать результатом ее работы. Обязанности внутри группы может распределять учитель, но если у учащихся есть желание самостоятельно распределить нагрузку внутри группы, не мешайте им в этом. Не опасайтесь рабочего шума: идет поиск вариантов решения.

Заключение

Жизнь лишь постольку прекрасна, поскольку ее можно посвятить изучению математики и ее преподаванию

С.Пуассон

Тема выпускной квалификационной работы является одной из актуальных в современной методике преподавания математики, так как в большинстве случаев решение текстовых задач вызывает трудности у учащихся. Умение решать задачи является одним из важных показателей уровня математического развития, глубины усвоения учебного материала. С начала и до конца обучения в школе математическая задача неизменно помогает ученику вырабатывать правильные математические понятия, намного глубже выяснять различные стороны взаимосвязей в окружающей его жизни, дает возможность применять изучаемые теоретические положения. Текстовые задачи – традиционно трудный материал для значительной части школьников. Однако в школьном курсе математики ему придается большое значение, так как такие задачи способствуют развитию логического мышления, речи и других качеств продуктивной деятельности обучающихся.

Следует как можно чаще решать текстовые задачи алгебраическим способом, это является одним из основных показателей уровня математического развития школьников, глубины усвоения ими учебного материала.

В итоге это приведёт к качественно новому уровню подхода учащихся к изучению математики, суть которого сводится не к механическому, шаблонному решению поставленных задач, а их всестороннему анализу. При учёте этих факторов учащиеся достигают более высоких результатов обучения.

Решение задач алгебраическим методом - чуть ли не единственный путь для объяснения ученикам того, чем вообще занимается математика, - объяснения метода математического моделирования. Деятельность школьника в этой области протекает только при решении текстовых задач алгебраическим методом. Ученик читает условия, характеризующие некоторую бытовую ситуацию, переводит эту ситуацию на математический язык (составляет уравнения) и затем решает уравнения, уже не думая о данной бытовой ситуации. Он работает с математической моделью. Наконец, он получает результат на языке этой модели и переводит его на естественный язык (осмысление и запись ответа) - получает решение бытовой задачи.

У учащихся наблюдается активизация их мыслительной деятельности. При правильной организации работы у учащихся развивается активность, наблюдательность, находчивость, сообразительность, смекалка, развивается абстрактное мышление, умение применять теорию к решению конкретных задач.

В процессе исследования были достигнуты следующие задачи:

- изучена необходимая литература по данной теме;
- рассмотрены современные подходы к решению задач алгебраическим способом;
- выяснено, какие трудности возникают в ходе решения задач алгебраическим способом, указаны способы преодоления;
- подобраны практические упражнения, которые способствуют формированию навыков решения задач алгебраическим способом;

Подтверждена гипотеза, что процесс обучения решению сюжетных задач разных типов способствует формированию умений учащихся 5-6 классов решать сюжетные задачи разных типов.

Библиографический список

1. Волович М.Б. Ключ к пониманию математики. – М., 1997. -10 с.
2. Глейзер Г.И. История математики в школе: 4 – 6 классы: Пособие для учителей. – М., Просвещение, 1984.- 9-10 с.
3. Гусев В.А. Как помочь ученику полюбить математику. – М., 1994.- 4 с., 48 с.
4. Далингер В.А. Обучение учащихся решению текстовых задач методом составления уравнений. – Омск, 1991.-31 с.
5. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике: т.2. – М.: Просвещение, 1997.- 7 с.
6. Крутецкий В.А. Основы педагогической психологии. – М.: Просвещение, 1972.-12-18 с.
7. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность. – М.: «Мысль», 1975.- 15 с.
8. Лященко Е.И. Проблема задач в школьном курсе математики. Задачи как цель и средство обучения математике учащихся средней школы. – ЛГПИ им. А.И. Герцена, 1981.-38-41 с., 40 с.
9. Математика в 5 классах: В помощь учителю / Под ред. А.И. Маркушевича. – М.: Просвещение, 1971.
10. Мухина В.С. Возрастная психология: Учебник. – М.: «Академия», 1999.-15 с., 37 с.
11. Оганесян В.А. и др. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика. – М., 1980. -25 с., 23-33 с.
12. Орехов Ф.А. Решение задач методом составления уравнений. – М.: Просвещение, 1971.-21с., 55-60 с.
13. Пойа Д. Как решать задачу: Пособие для учителей. М., 1961. – 4 с., 9- 12 с.

14.Саранцев Т.И. Общая методика преподавания математики: Учебное пособие для студентов математических специальностей педагогических вузов. – Саранск, 1999.-6 с.

15.Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике. – М.: Просвещение, 1995. -41 с.

16. Совайленко В.К. Система обучения математике в 5 – 6 классах: Из опыта работы. – М.: Просвещение, 1991.-11 с., 33 с.

17. Сорокин П.И. Занимательные задачи по математике с решениями и методическими указаниями: М.: 1967-36 с.

18. Шатилова А.В. Обучение школьников составлению математических задач: учебно–методическое пособие для студентов физико–математических факультетов педагогических вузов. – Издательство БГПИ, 1999.-33 с., 35 с.

19.Шевкин А.В. Обучение решению текстовых задач в 5 – 6 классах. – М.: Рус. слово, 2001.-20с.

20.Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе. – М.: Просвещение, 1983.-20 с.

21Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи: Пособие для учащихся. – М.: Просвещение, 1984.-23 с.

22. Методика работы с сюжетными задачами: Учебно-методическое пособие / Н.А. Малахова, В.В.Орлов, В.П.Радченко, В.Е.Ярмолюк; под ред. к.п.н., доц. Радченко, к.п.н. В.В.Орлова. С. Петербург: «Образование», 1992-21-23 с.

23. Теоретические основы обучения математике в средней школе: Учебное пособие/ Т.А. Иванова, Е.Н. Перевощикова, Т.П. Григорьева, Л.И.Кузнецова: Под ред.проф. Т.А.Ивановой. Н.Новгород: НГПУ, 2003-11 с.

24. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи: Кн. для учащихся ст. классов сред. школы. – 3-е изд., доработанное. М.: Просвещение, 1989- 21-23 с., 49 с., 51 с.

25. Шарова О.П. О некоторых аспектах методики обучения учащихся решению сюжетных задач арифметическим методом/ Вопросы методики обучения математике в средней школе: Учебное пособие/ отв. ред. Т.Н. Карпова, Т.М.Корикова.-Ярославль: Издательство ЯГПУ им. К.Д.Ушинского, 2002- 23 с, 28 с., 30 с., 34 с.

26.Тумашева О.В. задачи в обучении математике; Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, 2-е издание., испр.- Красноярск, 2012 - 12 с., 24 с.

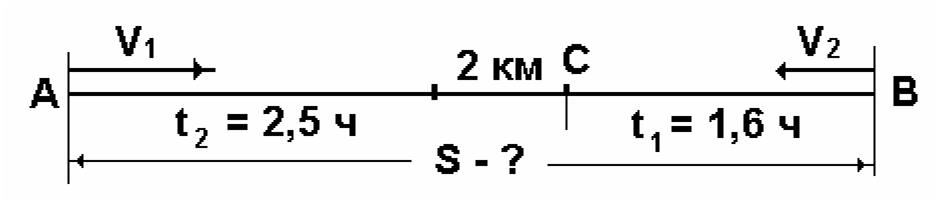
Приложение 1

Алгоритм решения задачи.

Алгоритм решения задачи.	
Первоначальный (развёрнутый).	**Переход в умственное действие** (по Гальперину П. Я.)
1.Прочитай задачу и представь себе то, о чём в ней говорится.	Читаю задачу… В задаче говорится… Мне известно… Надо узнать…
2. Запиши задачу кратко или выполни чертёж.	Читаю по частям, составляю краткую запись, схему, чертёж.
3. Поясни, что показывает каждое число, повтори вопрос задачи.	Рассказываю по краткой записи… по чертежу, по схеме..
4. Подумай, можно ли сразу ответить на вопрос задачи. Если нет, то подумай – почему. 5. Составь план решения (цепочку).	Составляю план решения задачи…
6. Выполни решение.	Решаю…
7.Проверь решение и ответь на вопрос задачи.	Прикидка результата
8. Запиши решение и ответ.	Пишу решение и ответ….
9. Составь обратную задачу.	Составляю обратную задачу…

Приложение 2

1.



2.

Приложение 3

Исследовательский проект по математике на тему:

«Сюжетные задачи и интересные методы их решения»

Оглавление

Введение

«Тот, кто не знает математики, не может
узнать никакой другой науки и даже не
может обнаружить своего невежества»
Роджер Бэко

Данная исследовательская работа посвящена изучению сюжетных задач, как школьного курса математики, так и задач, которые являются нестандартными и не могут встретиться на уроках математики в школе.

Сюжетные задачи - это наиболее древний вид школьных задач. Они всегда широко использовались, и будут использоваться в жизни людей. Ещё задолго до нашей эры в Древнем Египте, Вавилоне, Китае, Индии были известны и многие методы решения сюжетных задач, которые на протяжении веков существенно изменялись и видоизменяются до сих пор.

Мы считаем, что умение решать сюжетные задачи не только важно, но и увлекательно. Различные задачи могут дать разнообразную пищу для размышлений каждого человека. Считается, что круг математических задач довольно узок. Поэтому мы задались вопросом: «Чем полезны сюжетные задачи, и какие они бывают?».

Объект исследования: сюжетные задачи математической направленности и методы их решения.

Предмет исследования: набор нестандартных сюжетных задач математической направленности, которые имеют нестандартное решение и могут способствовать организации досуга школьников.

Цель работы: разработка набора нестандартных задач, которые имеют интересное решение для использования на факультативных курсах математики и для организации досуга обучающихся на перемене.

Задачи:

- Изучение литературы, отражающие теоретическую основу понятия «сюжетная задача»;
- Изучение этапов решения сюжетных задач;
- Подбор нестандартных задач, подходящих для изучения на факультативных курсах по математике в 5 – 6 класса;
- Составление набора нестандартных сюжетных задач включающего в себя их решение;

Глава 1 Сюжетные задачи и методы их решения.

1.1. Что такое сюжетная задача?

Для того чтобы познакомится с понятием «задача» нам пришлось познакомиться с ученым по имени Фридман Лев Моисеевич, ведь именно он занимался проблемами классификации задач и их решений. Из его книги «Сюжетные задачи» мы узнали, что «*задача* представляет собой требование или вопрос, на который надо найти ответ, опираясь на те условия, которые указанны в задаче и учитывая их».

Так же изучая труд Льва Моисеевича, нам удалось понять, что же такое сюжетные задачи математической направленности.

Во-первых, любая математическая задача является текстовой, т.е. в каждой математической задаче, которая сформулирована словами, прослеживается зависимость между условием (данными задачи) и требованием (поставленным вопросом) задачи.

Во-вторых, сюжетная задача – это, всегда, текстовая задача, в которой речь идет о реальных объектах.

Для более простого восприятия понятия «Сюжетная задача» мы выделили сюжетные признаки определений:

1. Составлена словами

2. Связь между условием и требованием
3. Речь идет о реальных объектах
4. Всегда прослеживается протекание процесса

Используя эти признаки мы составили схему определения. (Схема 1)

Его можно использовать на уроках математики при изучении задач. Это будет более понятно для обучающихся и сэкономит время урока, так как построить схему быстрее, чем записывать два длинных определения.

Схема 1

Итак, мы разобрались, что такое сюжетная задача, поэтому теперь нужно узнать, полезны ли они.

1.1. История возникновения задач

История возникновения задач начинается примерно в 3000 лет до нашей эры, во времена вавилонянам и египтянам. Можно сказать, что вся математика зародилась благодаря задачам и вот почему.

Первой математической задачей была задача о подсчете поголовья скота. Так как в те времена начала зарождаться торговля, людям пришлось искать способы подсчета цен, количества проданного и купленного. Отсюда и пошла математика: цифры и действия.

Следующей важной математической задачей для человечества стала разработка календаря. Для этого потребовалось научиться рассчитывать движение Луны, Солнца и планет – это была первая задача на движение, которая принадлежит вавилонянам.

Египтяне зашли дальше вавилонян в своем математическом развитии и поэтому их задачи стали более сложными. Во времена египтян появились задачи связанные со строительством (расчет высоты, ширины, объема и площади) и если бы не математика мир не увидел бы главных достопримечательностей Египта – пирамид.

И вот, наконец, в XVI-XVII вв. настал рассвет развития математики, который длился более трехсот лет. В это время активно развивались все аспекты математики, в том числе задачи приобрели свой нынешний вид о котором мы поговорим немного позже.

При изучении истории возникновения задач, мы заметили, что первые задачи связанны с бытовыми проблемами и проблемами строительства, а значит, без решения этих задач люди не смогли бы наладить торговлю и построить великие мировые памятники. Отсюда следует, что решение задач это неотъемлемая часть жизни каждого человека, так как все мы регулярно делаем покупки или что-либо конструируем. Так же стоит сказать, что в процессе изучения истории задач мы поняли, что все сюжетные задачи являются реальными ситуациями с которыми может столкнуться каждый человек. Большинство из «бытовых» задач были сформулированы и в наше время представлены в различных школьных учебниках по математике.

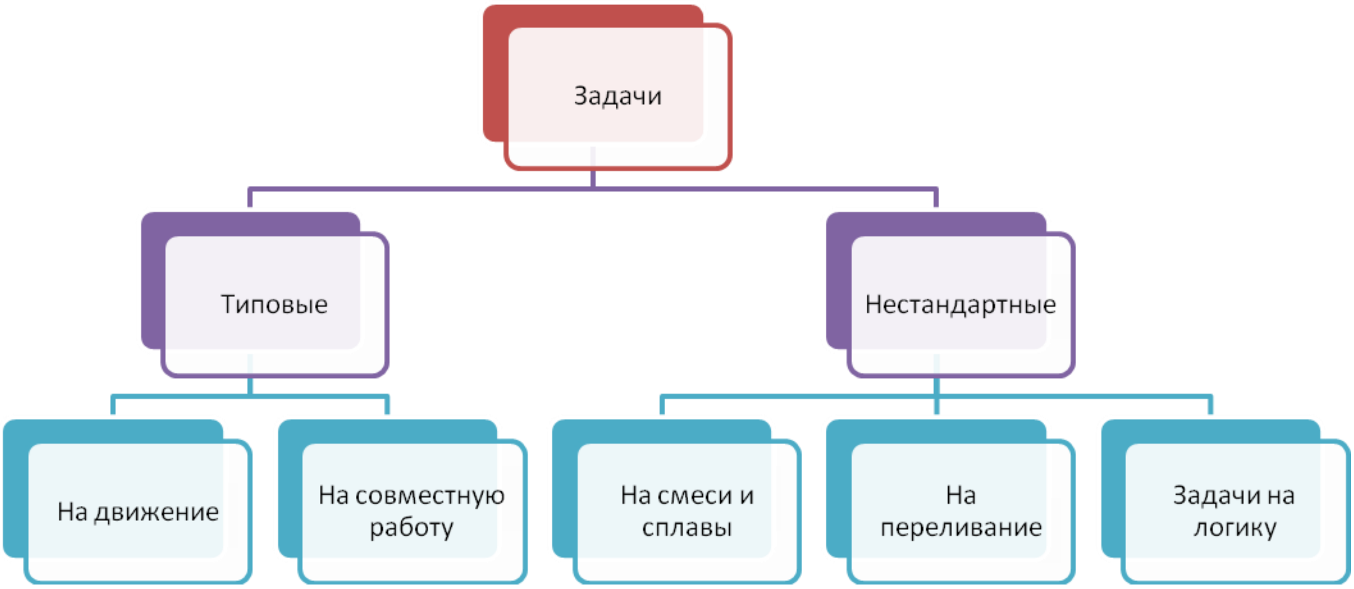
Но стоит отметить, что все эти задачи, представленные в учебниках, довольно однообразны. И поэтому, мы решили узнать, а существуют ли задачи не представленные в школьных учебниках.

1.2. Виды сюжетных задач

Итак, мы задались вопросом: «Какие бывают задачи?».

Для этого нам снова пришлось обратиться к трудам Льва Моисеевича Фридмана. В своей книге «Сюжетные задачи» он приводит одну из множества классификаций сюжетных задач, и мы решили придерживаться именно ее. Так как она является наиболее простой для понимания и отражает наиболее важные виды задач. (Схема 2)

Схема 2.



Изучив выбранную нами классификацию задач, мы решили остановиться на нестандартных задачах, а именно на задачах на логику. Так как именно они являются самыми необычными и интересными, именно они смогут разнообразить досуг детей на переменах и привлечь их внимание к изучению математики. Так же такие задачи способствуют развитию логического и абстрактного мышления у школьников.

1.3. Решение сюжетных задач.

Решение задач строится всегда одинаково, независимо от метода решения и типа задачи. Оно состоит из 4 этапов:

1. **Прочитать задачу:** этот этап является одним из самых важных, так как понятая задача – это наполовину решенная задача. Если после первого прочтения смысл задачи остается не понятым, ее стоит прочитать еще раз или два;
2. **Осуществление поиска решения и составление плана решения задачи:** на этом этапе решающему, важно определится с методом решения (арифметический, метод уравнений, графический, схематический и т.д.) и построить поэтапный план решения задачи;
3. **Реализация плана решения:** здесь решающий должен реализовать каждый этап намеченного плана решения и придти к ответу;
4. **Анализ полученного решения:** на данном этапе стоит выполнить проверку полученного ответа и если он верен сформулировать ответ, если же ответ является неверным стоит начать решение задачи сначала, не ища ошибку в проделанной работе;

Итак, мы выделили этапы решения задачи, но в каждом из них есть своя хитрость. И чтобы при их реализации допускать как можно меньше ошибок, мы решили последовать примеру Бориса Заходера и составили свои «Вредные советы» для решения задач.

Правило I. Насколько возможно, избегай читать условие задачи. Чтение условия только отнимает время и запутывает.

Правило 2. Выпиши все числа из условия в том порядке, в каком они там даны. Не забудь о числах, написанных словами.

Правило 3. Если правило 2 дало тебе три числа или больше, то лучше всего сложить их все.

Правило 4. Если чисел только два и они примерно одной величины, то лучше всего вычесть одно из другого.

Правило 5. Если чисел только два и одно много меньше другого, то попробуй разделить, а если не разделится, то перемножь.

Правило 6. Если у задачи такой вид, как будто надо применить формулу, выбери формулу с достаточным числом переменных, чтобы использовать все данные.

Правило 7. Если с правилами 1—6 ничего хорошего не получается, сделай последнюю отчаянную попытку. Возьми все числа, полученные с помощью правила 2, и заполни две страницы всевозможными операциями с ними. Затем обведи кружком пять-шесть полученных чисел на каждой странице на случай, если какое-нибудь из них окажется ответом. Может и получишь что-нибудь за то, что старался.

Вывод: В первой главе мы разобрались с понятие сюжетной задачи, выбрали понравившиеся нам виды задач и вспомнили этапы решения задач. Теперь мы можем приступить к поиску интересных в формулировке и решении задач.

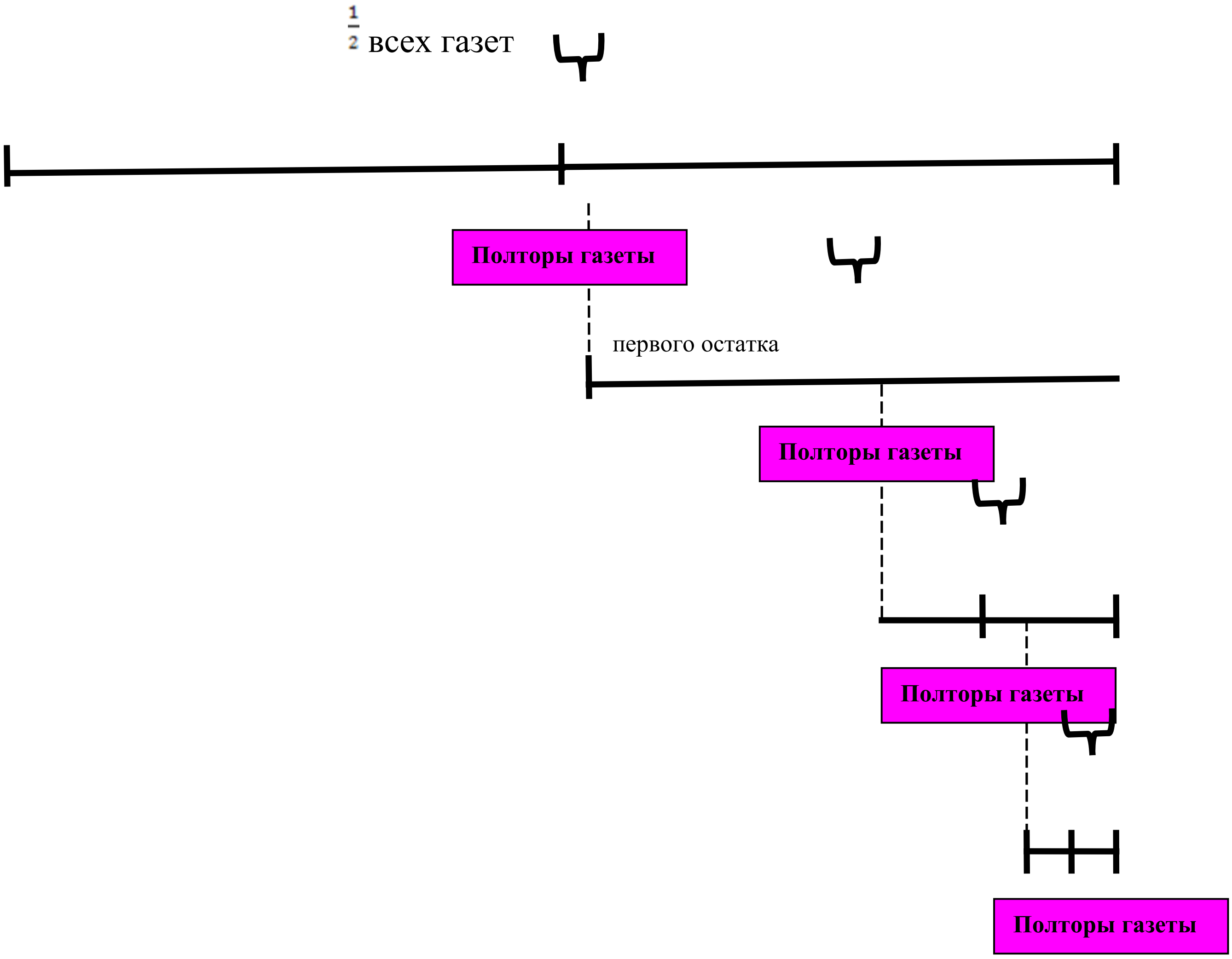
Глава 2. Набор сюжетных задач

Изучив большое количество задач, представленных в различных источниках, мы выбрали, на наш взгляд, самые интересные из них. При этом мы руководствовались не только интересными «сюжетами» задач, но и алгоритмом их решения.

1. Задачи на дроби.

Данный раздел задач является для нас актуальным, потому что именно дроби являются основной темой для изучения в 5 классе.

Задача 1: В субботу утром почтальон развозил газеты по многоквартирным домам. В первом доме он разнес половину всех газет и еще полторы газеты, во втором доме ему пришлось разнести половину оставшихся и еще полторы газеты, в третьем доме он так же разнес половину оставшихся газет и еще полторы и в четвертом доме он разнес половину оставшихся газет и еще полторы газеты. На этом работа почтальона на это утро была закончена и все газеты разнесены. Сколько газет почтальон разнес в это утро?



Решение:

1,5 + 1,5 = 3 (газеты) – разнес почтальон в четвертом доме

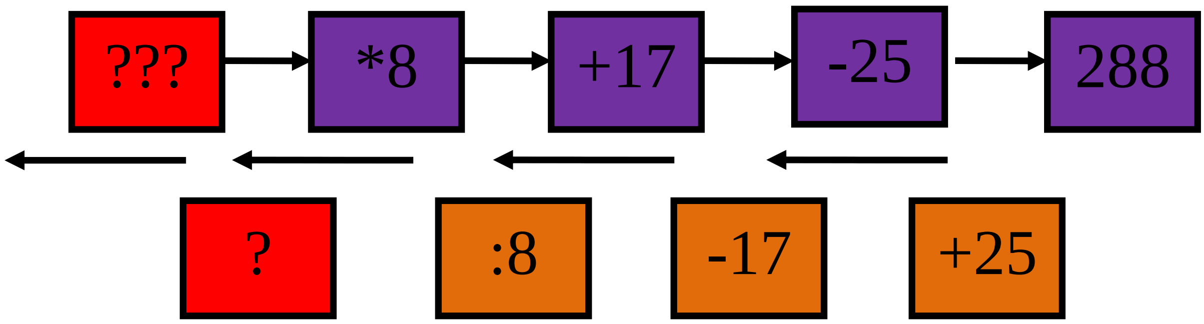
(3 + 1,5)*2 = 9 (газет) – второй остаток

(9 + 1,5)*2 = 21 (газета) – первый остаток

(21 + 1,5)*2 = 45 (газет) – было у почтальона

Ответ: 45 газет разнес почтальон.

Задача 2: Ирина и Маша решили поиграть в числа. Ира загадала число, умножила его на 8, прибавила 17 и отняла 25. В итоге у Иры получилось число 288. Помогите Маше угать число, которое загадала Ира?



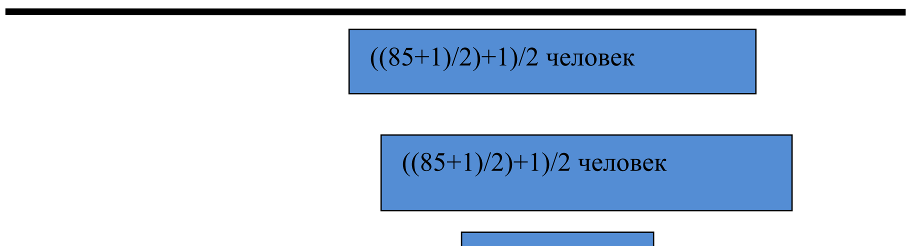
1. 288+25 = 313

2. 313 – 17 = 296

3. 296 : 8 = 37

Ответ: задуманное число 37

Задача 3: В школьном буфете за булочками к чаю выстроилась очередь. Булочки задерживались, и в каждый промежуток между стоящими успело влезть по человеку. Булочки все еще не начали выдавать, и во все промежутки опять влезло по человеку. Тут, наконец, принесли 85 булочек, и всем стоящим досталось по одной. Сколько человек стояло в очереди первоначально?

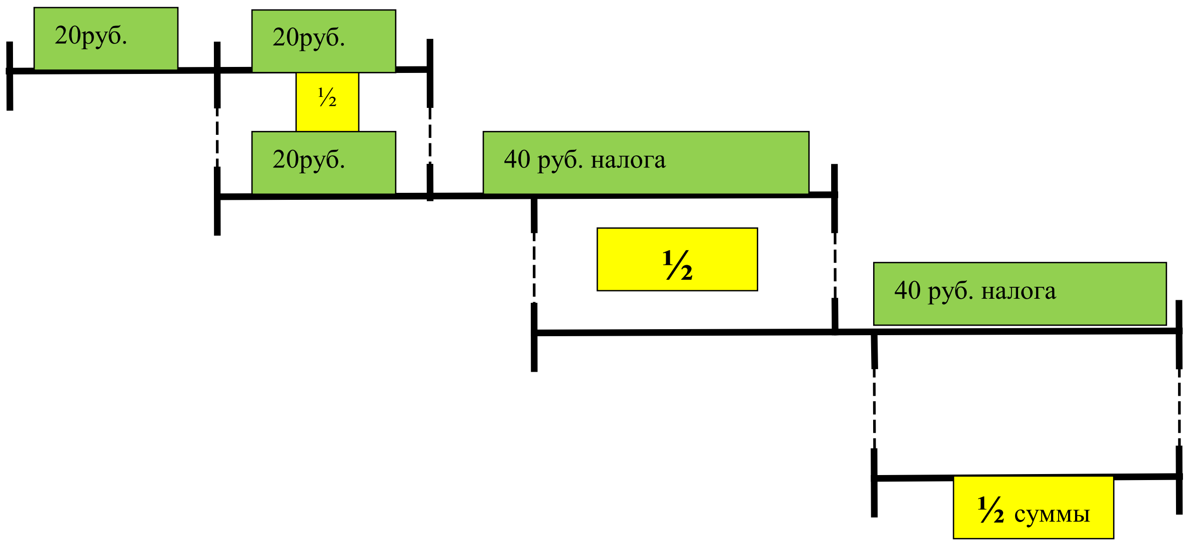


1. (85 +1)/2 = 43 (человека) стояло в очереди после первого прошедшего промежутка времени

2. (43+1)/2 = 22 (человека)

Ответ: 22 человека стояло в очереди

Задача 4: Предложил черт лодырю: «Всякий раз, как перейдешь этот волшебный мост, твои деньги удвоятся. За это ты, перейдя мост, должен будешь отдать мне 40 рублей». Трижды перешел лодырь мост — и остался совсем без денег. Сколько денег было у лодыря первоначально?



1. 20+40 = 60 (руб.) – сумма после второго перехода по мосту
2. 60 : 2 = 30 (руб.) – сумма до второго перехода по мосту
3. 30 + 40 = 70 (руб.) – сумма после первого перехода по мосту
4. 70 : 2 = 35 (руб.) – первоначальная сумма

Ответ: 35 рублей было у лодыря

Задача 5: Летела стая гусей к 7-ми озерам. На каждом озере оставалось половина стаи и еще пол гуся. Сколько было всего гусей, если на 7-е озеро прилетел один гусь.

Ответ: всего было 33 гуся.

<u>Особенность:</u>

В каждой из подобранных нами задач говорится о частях целого, которых не может существовать. А значит, решающий должен понимать, что ответом к каждой из таких задач должно быть целое число, так как 22,5 гуся летать не может, так же как и почтальон по пол газеты не разносит. Если вовремя осознать всю абсурдность дробного ответа для таких задач, то можно если не решить задачу, то хотя бы приблизится к верному ответу.

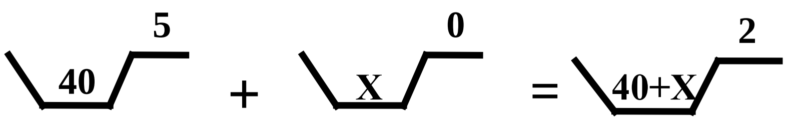
Так же стоит отметить, что задачи такого типа часто встречаются в ГИА, а значит, умение правильно их решать очень важно для каждого ученика.

2. Простые задачи для «чашек».

Задачи данного типа – это задачи на смеси и сплавы. В таких задачах речь идет о различных растворах, их перемешивании и процентном соотношении их составов. На первый взгляд такие задачи всегда кажутся сложными, но при правильном подходе к решению все становится довольно просто.

Задача 1: Морская вода содержит 5% соли по массе. Сколько пресной воды нужно добавить к 40 литрам морской воды, чтобы концентрация составляла 2%?

РЕШЕНИЕ:



Пусть x литров пресной воды добавили (x>0), тогда…

$40*0,05 + x*0 = (40+x)*0,02$

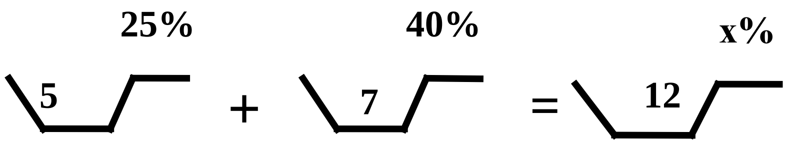
2 = 0,8 + 0,02x

x = 60

Ответ: 60 литров

Задача 2: Смешали 5 литра 25-процентного водного раствора некоторого вещества с 7 литрами 30-процентного водного раствора того же вещества. Сколько процентов составляет концентрация полученного раствора?

РЕШЕНИЕ:



5*25 + 7*40 = 12x

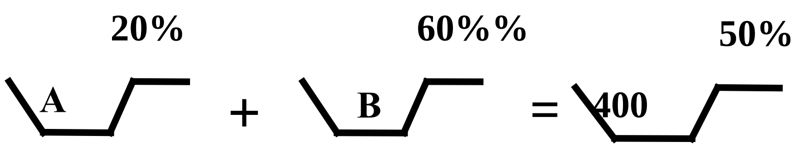
12x = 405

X = 33,75%

Ответ: 33,75% концентрация полученного раствора

Задача 3: Имеется два сплава. Первый сплав содержит 20% железа, второй — 60% железа. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 400 кг, содержащий 50% железа. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

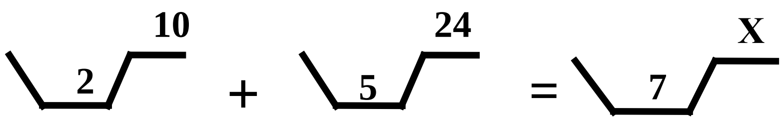
РЕШЕНИЕ:



Ответ: 200

Задача 4: В бруске чугуна массой 2 килограмма содержится 10% железа, а в бруске стали массой 5 килограмм содержится 24% железа. Сколько железа будет в сплаве данных брусков?

РЕШЕНИЕ:



Пусть х содержание железа в полученном сплаве, тогда

$2*10 + 5*2 = 7x$

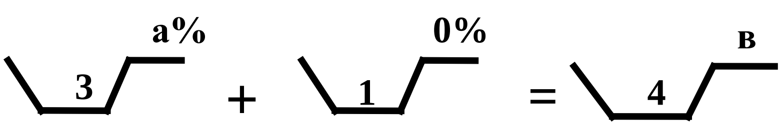
$7x = 140$

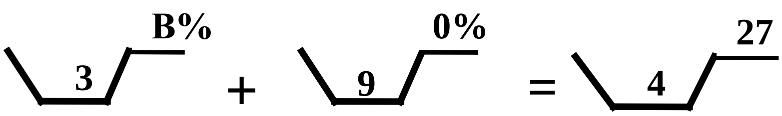
$X = 20$

Ответ: содержание железа в полученном сплаве составит 20 %

Задача 5: К 3 литрам аммиачного раствора добавили 1 литр чистой воды. Смесь тщательно перемешали и отлили 1 литр раствора. Эту процедуру повторили еще раз и получили 27% аммиачного раствора. Какова была исходная концентрация раствора?

РЕШЕНИЕ:





Пусть в концентрация последнего раствора, где 27< в < 100

1) 3в + 1*0 = 4*0,27

   3в = 1,08

   в = 0,36→ 36 % - концентрация второго раствора

2) 3а + 1*0 = 4*0,36

   3а = 1,44

   а = 0,48→ 48% - первоначальная концентрация

Ответ: 48% исходная концентрация аммиачного раствора

Особенность:

Мы назвали раздел задач на смеси и сплавы «Задачи для чашек». Такое название было выбрано нами из-за особенности решения: для того чтобы как можно проще и рациональнее решить задачу данного типа нужно построить чашечки и представить их в качестве слагаемых и суммы уравнения. После этого для каждой чашечки нужно написать данные – какого она объема и какова концентрация содержащегося в ней сплава или смеси. После чего определить знак для действия (если мы смешиваем вещества из нескольких чашечек, то знак будет плюс; если мы отливаем вещества, то знак будет минус). И итогом решения такой задачи станет решение уравнения составленного из данных записанных на чашечках.

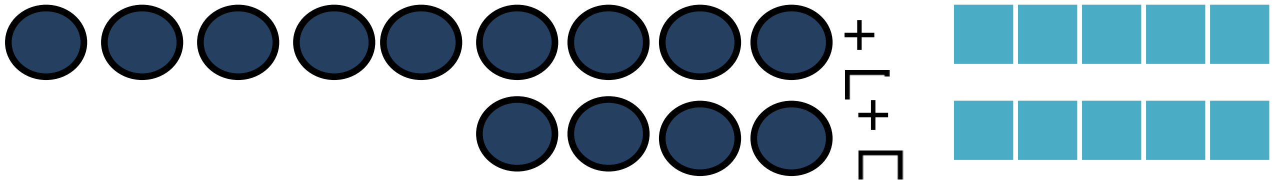
3. **Задачи на метод исключения неизвестного.**

Задачи этого раздела были разделены нами на три части. Это было сделано для того чтобы показать, что существует три различных приема решения таких задач.

Прием 1: «Сравнение двух условий вычитания».

Задача 1: Секретарь покупала канцелярию для завуча школы. Сначала она купила 9 тетрадей и 5 ручек за 213 рублей, а потом 4 тетради и 5 ручек за 103 рубля. Сколько стоит одна ручка и одна тетрадь?

РЕШЕНИЕ:

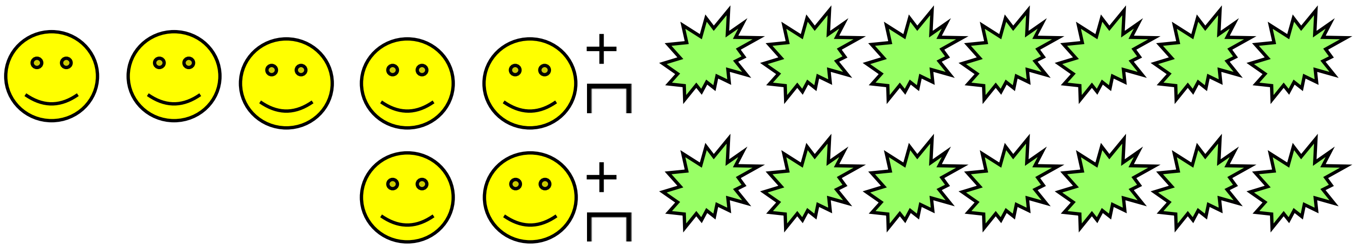


1) 213 – 103 = 110 (руб) – разница в цене между первой и второй покупками
2) 9 – 4 = 5 (шт) – разница в покупке тетрадей
3) 110 : 5 = 22 (руб) – стоимость тетради
4) (213 – 22*9) : 5 = 3 (руб) – стоимость ручки

Ответ: тетрадь стоит 22 рубля, ручка стоит 3 рубля

Задача 2: 2 набора фломастеров и 7 пачек цветных карандашей стоят 349 рублей, а 5 наборов фломастеров и 7 пачек цветных карандашей стоят 484 рубля. Сколько стоят один набор фломастеров и одна пачка цветных карандашей?

РЕШЕНИЕ:



1) 484 – 349 = 135(руб) – разница в стоимости покупок
2) 12 – 9 = 3 (н.фл.) – разница в количестве купленных наборов фломастеров
3) 135 : 3 = 45 (руб) – стоимость набора фломастеров
4) (349 – 45*2) : 7 = 37 (руб) – стоит пачка цветных карандашей

Ответ: 45 рублей стоит набор фломастеров, 37 рублей стоит одна пачка цветных карандашей.

Задача 3: Алиса подрабатывает на ферме. Вчера она покормила коров за 1 час и коз за 2 часа всего 47 животных. А сегодня она покормила коров за 1 час и коз за 3 часа, всего 59 животных. Сколько коров может покормить Алиса за 1 час? Сколько коз может покормить Алиса за 1 час?

РЕШЕНИЕ:

Схема построения краткой записи та же, что и в задачах 1 и 2.

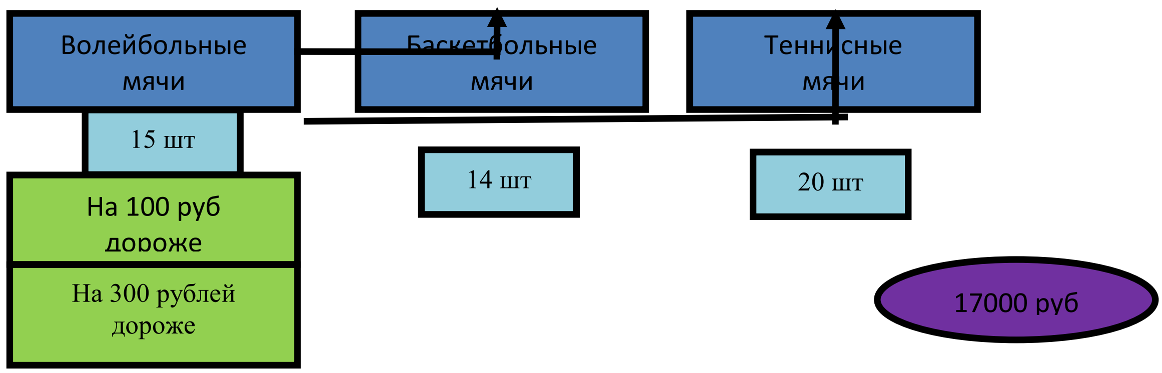
1) 59 – 47 = 12 (жив) – разница в количестве накормленных животных
2) 4 – 3 = 1 (час) – разница во времени работы
3) 12 : 1 = 12 (коз/час) – может покормить Алиса
4) (59 – 12*3) : 1 = 23 (коровы/час) – может покормить Алиса

Ответ: 23 коровы, 12 коз

Прием 2: «Замена одного неизвестного другим».

Задача 1: В школу были закуплены мячи: 15 волейбольных, 14 баскетбольных, 20 теннисных. Волейбольные мячи на 100 рублей дороже баскетбольных и на 300 рублей дороже теннисных. Сколько стоит один волейбольный, один баскетбольный и один теннисный мяч, если известно, что на покупку всей мячей было потрачено 17000 рублей

РЕШЕНИЕ:



Пусть, предположим, покупали только теннисные мячи, тогда стоимость всей покупки изменится:

1)15*300 + 14*200 = 7300(руб) – разница в стоимости покупок

2) 15 + 14 + 20 = 49 (мячей) – всего закупила школа

3) 17000 – 7300 = 9700 (руб) – станет стоимость покупки

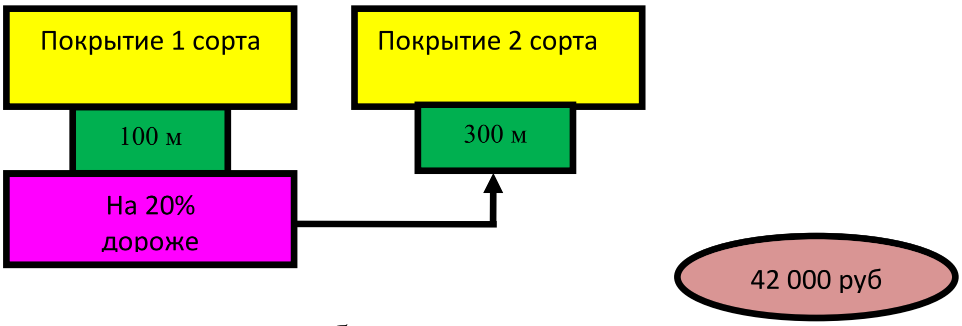
4) 9700 : 49 = 200(руб) – стоит теннисный мяч

5) 200 + 300 = 500 (руб)- стоит волейбольный мяч

5) 500 – 100 = 400 (руб) – стоит баскетбольный мяч

Ответ: волейбольный мяч стоит 500 рублей, баскетбольный мяч стоит 400 рублей, теннисный мяч стоит 200 рублей.

Задача 2: Обработка 100 метров беговой дорожки покрытием первого сорта стоит на 20 % дороже, чем обработка покрытием второго сорта. На стадионе было обработано 100 метров покрытием первого сорта и 300 метров покрытием второго сорта, что стоило 42000 рублей. Сколько стоит обработка 100 метров покрытием первого сорта, второго сорта?



Пусть, предположим, всю беговую дорожку покрывали покрытием второго сорта, тогда обработку 100 метров покрытием первого сорта можно принять за обработку 120 метров покрытием второго сорта.

1) 120 + 300 = 420 (метров) – обработали покрытием второго сорта

2) 42000 : 420 = 100 (руб/метр) – обработка 1 метра покрытием второго сорта

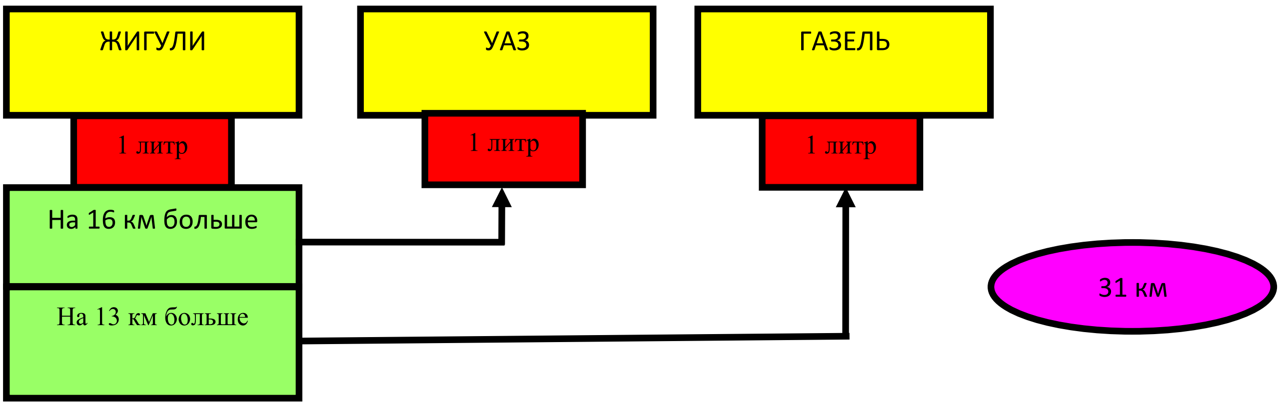
3) 100 * 100 = 10000(руб) – стоимость обработки 100 метров покрытием 2го сорта

4) (10000*20) : 100 + 10000 = 12000 (руб) – стоимость обработки 100 метров покрытием первого сорта

Ответ: покрытие первого сорта стоит 12000 рублей, покрытие второго сорта стоит 10000 рублей.

Задача 3: ЖИГУЛИ проезжает на одном литре топлива на 16 километров больше, чем УАЗ и на 13 километров больше чем ГАЗЕЛЬ. Сколько проедет каждая из машин на 1 литре топлива, если известно, что вместе они проедут 31 километр?

РЕШЕНИЕ:



Предположим, что ездили только на машине ЖИГУЛИ, тогда путь увеличится на….

1) 16 + 13 = 29 (км) – увеличится путь
2) 29 + 31 = 60 (км) – станет пройденный путь
3) 1 + 1 + 1 = 3(литра) – общий расход топлива
4) 60 : 3 = 20 (км/литр) – расход топлива автомобиля ЖИГУЛИ
5) 20 – 13 = 7 (км/литр) – расход топлива автомобиля ГАЗЕЛЬ
6) 20 – 16 = 4 (км/литр) – расход топлива автомобиля УАЗ

Ответ: ЖИГУЛИ проедет 20 км, УАЗ проедет 4 км, ГАЗЕЛЬ проедет 7 км.

Прием 3: «Соединение нескольких условий в одно».

Задача 1: У Марины и Алины вместе 350 рублей, у Марины и Кати вместе 250 рублей, у Алины и Кати вместе 300 рублей. Какая сумма денег у каждой из девочек?

РЕШЕНИЕ:

М + А = 350 руб

М + К = 250 руб

А + К = 300 руб

1) 350 + 250 + 300 = 900 (руб) – удвоенная сумма
2) 900 : 2 = 450 (руб) – общая сумма
3) 450 – 350 = 100 (руб) – у Кати
4) 450 – 250 = 200 (руб) – у Алины
5) 450 – 300 = 150 (руб) – у Марины

Ответ: у Марины 150 рублей, у Алины 200 рублей, у Кати 100 рублей.

Задача 2: Мальчики помогали бабушке капать картофель. Витя и Коля вместе накопали вместе 53 ведра картофеля, Витя и Олег вместе накопали 47 ведер, а Коля и Олег 50 ведер. Сколько ведер картофеля накопал каждый из мальчиков?

РЕШЕНИЕ:

В + К = 53 ведра

В + О = 47

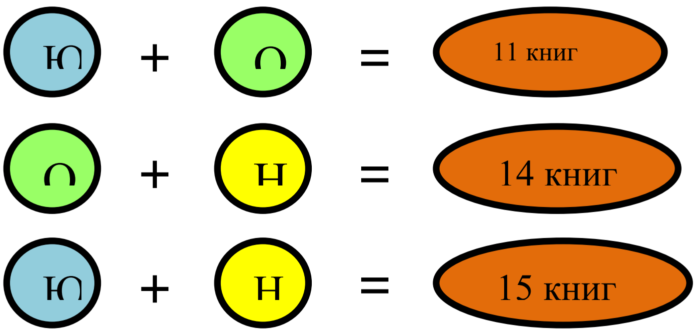
К + О = 50 ведер

1) 53 + 47 + 50 = 150 (ведер) – удвоенная сумма накопанных ведер
2) 150 : 2 = 75 (ведер) – общая сумма накопанных ведер
3) 75 – 53 = 22 (ведра) – накопал Олег
4) 75 – 47 = 28 (ведер) – накопал Коля
5) 75 – 50 = 25 (ведер) – накопал Витя

Ответ: Витя накопал 25 ведер, Коля накопал 28 ведер, Олег накопал 22 ведра.

Задача 3: Юля и Оля вместе за лето прочитали 11 книг, Оля и Настя прочитали вместе 14 книг, а Юля и Настя вместе прочитали 15 книг. Сколько книг прочитала каждая из девочек?

РЕШЕНИЕ:



1) 11 + 14 + 15 = 40 (книг) – удвоенная сумма прочитанных книг
2) 40 : 2 = 20 (книг) – сумма прочитанных книг
3) 20 -11 = 9 (книг) – прочитала Настя
4) 20 – 14 = 6 (книг) – прочитала Юля
5) 20 – 15 = 5 (книг) – прочитала Оля

Ответ: Юля прочитала 6 книг, Оля прочитала 5 книг, Настя прочитала 9 книг.

4. **Задачи на метод «пропорционального деления».**

Задачи данного вида являются стандартными и присутствуют во всех учебниках математики 5 класса. Выбрали мы их потому, что решение таких задач является просты м но довольно не понятным.

Задача 1: 72 яблока распределили между мальчиками и девочками класса в отношении 3 : 5. Сколько яблок досталось девочкам?

РЕШЕНИЕ:

1) 3 + 5 = 8 (частей) – на 72 яблока
2) 72 : 8 = 9 (яблок) – приходится на 1 часть
3) 9*5 = 45 (яблок) – досталось девочкам

Ответ: 45 яблок

Задача 2: Количество ребят в 5 «а», в 5 «б» и в 5 «в» относится как 3 : 5 : 7. Сколько ребят в каждом классе, если известно, что всего в пятых классах учится 60 ребят?

РЕШЕНИЕ:

1) 3 + 5 + 7 = 15 (частей) – приходятся на всех пятиклашек
2) 60 : 15 = 4 (человека) – приходится на 1 часть
3) 4*3 = 12 (человек) – в 5 «а» классе
4) 4*5 = 20 (человек) – в 5 «б» классе
5) 4*7 = 28 (человек) – в 5 «в» классе

Ответ: в 5 «а» классе 12 ребят, в 5 «б» классе 20 ребят, в 5 «в» классе 28 ребят.

Задача 3: Канат длиной 117 метров разрезали на три части, которые относятся как 2 : 5 : 6. Какова длина части каната?

РЕШЕНИЕ:

1) 2 + 5 + 6 = 13 (частей) – приходит на всю длину ткани
2) 117 : 13 = 9 (м) – приходится на одну часть
3) 2*9 = 18 (м) – первая часть ткани
4) 5*9 = 45 (м) – вторая часть ткани
5) 9*6 = 54 (м) – третья часть ткани

Ответ: 18 метров, 45 метров, 54 метра

Задача 4: Длина прыжка кузнечика, мошки и блохи относятся как 1 : 3 : 6. Какова длина прыжка каждого из насекомых, если известно, что сумма длин прыжков равна 1 сантиметр.

РЕШЕНИЕ:

1) 1+3+6 = 10 (частей) – приходится на сумму длин прыжков
2) 100 : 10 = 10 (мл) – приходится на 1 часть
3) 1*10 = 10 (мл) – длина прыжка кузнечика
4) 3*10 = 30 (мл) – длина прыжка мошки
5) 6*10 = 60 (мл) – длина прыжка блохи

Ответ: 10 миллиметров, 30 миллиметров, 60 миллиметров

Задача 5: 168 ребят разделили на три отряда в отношении 5 : 7 : 9. Сколько ребят в каждом отряде?

РЕШЕНИЕ:

1) 5 + 7 + 9 = 21 (часть) – приходится на всех ребят
2) 168 : 21 = 8 (ребят) – приходится на одну часть
3) 5*8 = 40 (ребят) – в первом отряде
4) 7*8 = 56 (ребят) – во втором отряде
5) 9*8 = 72 (человека) – в третьем отряде

Ответ: 40 ребят в первом отряде, 56 ребят во втором отряде, 72 человека в третьем отряде.

Особенность:

Все задачи на части и отношения всегда решаются одинаково. И если знать процесс решения, то никаких трудностей не возникнет.

5. **Задачи «для досуга».**

Здесь мы собрали все самые интересные и необычные задачи, встретившиеся нам в процессе исследования. У таких задач нет конкретного алгоритма решения и они не относятся не к какой конкретной теме по математике, но они могут скрасить досуг любого школьника во время перемены.

1. Найти два смежных угла, один из которых больше другого на прямой угол.
2. Определить площадь равнобедренной трапеции, у которой основания равны 12см и 20см, а диагонали взаимно перпендикулярны.
3. Что больше, число а или число 2а?
4. Функция y=k/x является возрастающей или убывающей на каждом из промежутков (-∞; 0) и (0; +∞) ?
5. У куба 8 вершин, если одну из них отпилить, сколько вершин будет?
6. Постройте прямоугольный равнобедренный треугольник, у которого сумма катетов в 2 раза больше гипотенузы.
7. Придумайте простое трёхзначное число, в записи которого употребляются лишь цифры 1 и 4.
8. Сколькими нулями заканчивается произведение натуральных чсел$1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot \ldots \cdot 100$?
9. Три утёнка и четыре гусёнка весят 2 кг 500 г, а четыре утёнка и три гусёнка весят 2 кг 400 г. Сколько весит один гусёнок?
10. Если Аня идёт в школу пешком, а обратно едет на автобусе, то всего на дорогу она затрачивает полтора часа. Если же она едет на автобусе в оба конца, то весь путь занимает у неё 30 минут. Сколько времени тратит Аня на дорогу, если в школу и из школы она идёт пешком?
11. В четырёх классах школы учатся 60 человек. Докажите, что хотя бы двое из них празднуют день рождения в одну и ту же неделю.

12. Счётчик показал, что автомобиль проехал 15951 км. Через 2 ч на счётчике опять было число, которое читалось одинаково в обоих направлениях. С какой скоростью ехал автомобиль? и т.д.

13. Можно ли расставить 10 стульев вдоль стен квадратной комнаты так, чтобы возле каждой стены стульев было поровну?

14. Я отпил полчашки чёрного кофе и долил её молоком. Потом я отпил 1/3 чашки и долил её молоком. Потом я отпил 1/6 чашки и долил её молоком. Наконец, я допил содержимое чашки до конца. Чего я выпил больше: кофе или молока?

15. Поезд проходит мимо светофора за 5с, а мимо платформы длиной 150м за 15с. Найдите длину поезда и его скорость.

16. Алёша и Боря вместе весят 82 кг, Алеша и Вова весят 83 кг, Боря и Вова весят 85 кг. Сколько весят вместе Алёша, Боря и Вова?

17. Сколькими нулями заканчивается произведение натуральных чисел $1901 \cdot 1902 \cdot 1903 \cdot \ldots \cdot 2000$?

18. Масса кирпича 4 кг. Какую массу имеет игрушечный кирпичик, сделанный из того же материала, если все размеры его в 4 раза меньше?

19. После семи стирок измерения куска хозяйственного мыла, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, уменьшились вдвое. На сколько ещё стирок хватит оставшегося куска мыла?

20. Девочки составляют $\frac{3}{5}$ нашего класса, $\frac{1}{7}$ их числа – отличницы. Сколько учащихся в нашем классе?

21. Мастер переплетает 3 книги в час, а его ученик – 2 книги. Как распределить между ними срочный заказ на переплетение 140 книг,

чтобы они выполнили эту работу в кратчайший срок? За сколько дней они выполнят заказ? Считайте, что продолжительность рабочего дня-7ч.

22. 100 синиц за 100 дней съедают 100 кг зерна. Сколько зерна съедят 10 синиц за 10 дней?

23. Земной шар стянули обручем по экватору. Затем увеличили длину обруча на 1м. Пролезет ли кошка в образовавшийся зазор?

24. Рядовой Степанов почистил ведро картошки за 4ч, и у него 20% всей картошки ушло в очистки. За сколько часов он начистит такое же ведро картошки?

25. В спортивной секции девочки составляют 60% числа мальчиков. Сколько процентов числа всех участников секции составляют девочки?

Рассмотрев большое количество сюжетных задач, мы старались выбрать самые интересные и полезные. Мы считаем, что подобранные нами задачи могут пригодиться всем, как на уроках математики, так и в реальной жизни, ведь каждый человек может встретится с одной из ситуаций описанных в наших задачах.

Список литературы

1. Виленкин Н.Я., Чесноков А.С., Швацбург А.С., Жохов В.И. Математика: Учебник для 5 класса. – М.: Мнемозина, 2008. – 256с. Ил.

2. Фридман Л.М. Сюжетные задачи по математике. История, теория, методика: Учеб.пособие для учителей и студентов педвузов и колледжей. – М.: Школьная пресса, 2002

3. Фридман Л.М., Турецкин Е.Н. Как научиться решать задачи: Книга для 4. учащихся. – М.: Просвещение, 1989

4. Фридман Л.М., Турецкин Е.Н. Как научиться решать задачи: Книга для 4. учащихся. – М.: Просвещение, 1989. – 192с.

5.

Интернет- ресурсы

1. dinai.org/zadacha-o-stae-gusey-i-semi-ozerah.html
2. nazva.net/forum/index.php?topic=3097.0;wap
3. www.mathedu.ru/.../fridman-sujetnie_zadachi_v_russkih_metodikah.doc
4. festival.1september.ru/articles/563867