|  |
| --- |
| **МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ** |
| федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования |
| **«Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева»** |

(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики

Кафедра-разработчик: кафедра математики и методики обучения математике

|  |  |
| --- | --- |
| FullSizeRender (2)УТВЕРЖДЕНО  на заседании кафедры  Протокол № 9  от 07 мая 2025 г.  Зав. кафедрой М.Б. Шашкина | ОДОБРЕНО  на заседании научно-методического совета специальности (направления подготовки)  Протокол №7  от 14 мая 2025 г.  Председатель Е.А. Аешина |

**ФОНД**

**ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся

Теория функции комплексного переменного

(наименование дисциплины/модуля/вида практики)

44.03.05 Педагогическое образование

(код и наименование направления подготовки)

Физика и математика

(направленность (профиль) образовательной программы)

Бакалавр

(квалификация (степень) выпускника)

Составитель: Михалкин Е.Н., профессор кафедры математики и МОМ

|  |
| --- |
|  |

Красноярск 2025

1. **Назначение фонда оценочных средств.**

1.1. **Целью** создания ФОС дисциплины «Теория функции комплексного переменного» является установление соответствия учебных достижений запланированным результатам обучения и требованиям основной профессиональной образовательной программы, рабочей программы дисциплины.

1.2. ФОС по дисциплине «Теории функций комплексного переменного» решает следующие **задачи**:

- оценка уровня сформированности компетенций, характеризующих способность выпускника к выполнению видов профессиональной деятельности по квалификации бакалавр, освоенных в процессе изучения данной дисциплины.

1.3. **ФОС разработан на основании нормативных документов**:

- ФОС разработан на основании нормативных **документов**:

- федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (уровень бакалавриата);

- образовательной программы высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (уровень бакалавриата), направленность (профиль) образовательной программы «Математика и информатика»;

- Положения о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой (государственной итоговой) аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре ˗ в КГПУ им. В.П. Астафьева.

**2. Перечень компетенций, подлежащих формированию в рамках дисциплины**

**ПК-1**. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач:

**ПК-1.1**. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).

**ПК-1.2**. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО

**3. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости**

4.1. Фонды оценочных средств включают: вопросы к коллоквиуму, контрольные работы, тематику рефератов.

**4. Оценочные средства (контрольно-измерительные материалы)**

**4.1. Вопросы к коллоквиуму**

1. Функции комплексного переменного. Предел. Непрерывность. Равномерная непрерывность.
2. Последовательности и ряды функций комплексного переменного. Абсолютная, условная, равномерная сходимость.
3. Степенные ряды в комплексной области. Теорема Абеля. Круг и радиус сходимости. Непрерывность суммы степенного ряда.
4. Функции , , и их свойства.
5. Логарифмическая функция и её основные свойства.
6. Понятие производной. Дифференцируемость функций комплексного переменного. Примеры дифференцируемых и недифференцируемых функций.
7. Условия Коши-Римана.
8. Аналитические функции. Связь аналитических функций с гармоническими. Восстановление аналитической функции по её действительной (мнимой) части.

**4.2.***Контрольная работа №1*

**Вариант 1**

1. Корнем уравнения  является число



1. Тригонометрическая форма числа  имеет вид



1. Уравнение линии  в декартовых координатах имеет вид



1. Точка  принадлежит множеству, определяемому условием



1. Сходящимся является ряд



1. Функция  принимает чисто мнимые значения

а) на прямых *y = ± x;* б) на всей комплексной плоскости;

в) на обеих координатных осях; г) на оси *ох.*

1.  а) равен 1; б) равен 0; в) не существует;

г) существует, но отличен от 0 и 1.

1. Круг сходимости ряда  определяется условием



**Вариант 2**

1. Корнем уравнения  является число



2. Тригонометрическая форма числа  имеет вид



3. Уравнение линии  в декартовых координатах имеет вид



4. Точка *z = 2 – 3i*  принадлежит множеству, определяемому условием



5. Сходящимся является ряд



6. Функция  принимает действительные значения

а) на оси *оу;* б) на оси *ох*;

в) на всей комплексной плоскости; г) в точках окружности 

7.  а) не существует; б) равен 1; в) равен 0;

г) существует, но отличен от 0 и 1.

8. Круг сходимости ряда  определяется условием



**4.3.** *контрольная работа №2*

**Вариант 1**

1.Выясните, где является дифференцируемой функция



2.Докажите, что функция  является аналитической на всей

комплексной плоскости и вычислите ее производную.

3.Можно ли восстановить аналитическую функцию *f*, мнимая часть которой

 Если да, то найдите ее.

4.Определите: а) в каких точках плоскости отображение  является

конформным,

б) где коэффициент растяжения указанного отображения равен 1.

5.Вычислите 

**Вариант 2**

1.Выясните, где является дифференцируемой функция



2.Докажите, что функция  является аналитической на всей

комплексной плоскости и вычислите ее производную.

3. Можно ли восстановить аналитическую функцию, действительная часть

которой  Если да, то найдите ее.

4. Определите: а) в каких точках плоскости отображение  является

конформным;

б) где коэффициент растяжения указанного отображения равен 2.

1. Вычислите 

**4.4. Тематика рефератов по дисциплине «ОСНОВЫ ТеориИ функций комплексного переменного»**

**Тема 1. Различные подходы к определению показательной функции комплексного переменного**

*Цель:* описать различные подходы к определению показательной функции комплексного переменного и провести их сравнительный анализ.

*Примерное содержание.* Определение показательной функции как суммы степенного ряда, как предела последовательности, как решения дифференциального уравнения, а также введённой с помощью формулы Эйлера. Доказательство свойств показательной функции для каждого из указанных выше подходов к её определению. Доказательство эквивалентности определений. Сравнительный анализ описанных подходов.

# Тема 2. Некоторые подходы к определению логарифмической функции в комплексной области

*Цель:* описать различные подходы к определению логарифмической функции комплексного переменного и провести их сравнительный анализ.

*Примерное содержание.* Интегральное определение функции *w* = Ln *z*, доказательство основных свойств функции, исходя из этого определения. Функция *w* = Ln *z* для комплексных значений *z* как аналитическое продолжение функции *y* = ln *x* для действительных значений *x*. Доказательство эквивалентности указанных определений. Краткое описание других известных вам подходов к определению логарифмической функции. Сравнительный анализ всех приведённых в курсовой работе определений.

### Тема 3. Дробно-линейные отображения и модель плоскости Лобачевского

*Цель*: описать свойства дробно-линейных отображений и на их основе построить модель плоскости Лобачевского.

*Примерное содержание*. Понятие дробно-линейного отображения, его конформность. Групповое и круговое свойства дробно-линейных отображений. Инвариантность двойного отношения. Построение отображения по образам трёх точек. Отображение круговых областей друг на друга. Сохранение симметрии. Интерпретация планиметрии Лобачевского.

*Замечание.* Описание теоретических положений должно сопровождаться достаточным числом соответствующих примеров.

**Тема 4. Конформные отображения, осуществляемые функцией Жуковского и обратной к ней функцией**

*Цель*: описать свойства функции Жуковского, обратной к ней функции и конформные отображения, осуществляемые ими.

*Примерное содержание.* Определение функции Жуковского, её аналитичность, однолистность и другие свойства. Образы окружностей и лучей при отображении функцией Жуковского. Примеры конформных отображений, осуществляемых этой функцией. Функция, обратная к функции Жуковского, её аналитичность. Примеры конформных отображений, осуществляемых этой функцией.

**Тема 5. Гидромеханическое истолкование аналитической функции**

**и её производной**

*Цель*: показать, какую роль играют аналитические функции при изучении плоскопараллельного движения жидкости, и, исходя из этой роли, дать гидромеханическое истолкование аналитической функции и её производной.

*Примерное содержание.* Понятие об установившемся плоскопараллельном движении жидкости. Проекции вектора скорости частиц жидкости на координатные оси. Функция тока, потенциал скоростей, характеристическая функция течения, её аналитичность. Гидромеханическое истолкование аналитической функции и её производной. Примеры.

**Тема 6. Интегральная теорема Коши и её применение к вычислению интегралов от функций действительного переменного**

*Цель*: описать полное доказательство интегральной теоремы Коши, принадлежащее Э. Гурса, для любой функции, аналитической в односвязной области, и показать её применение к вычислению некоторых несобственных интегралов от функций действительного переменного.

*Примерное содержание.* Главная идея доказательства теоремы. План доказательства. Полное доказательство теоремы с чётким выделением полученных результатов в каждом пункте осуществляемого плана. 1–3 примера в качестве иллюстрации приложений теоремы Коши к вычислению несобственных интегралов от функций действительного переменного.

**Тема 7. Приложения теории вычетов к вычислению интегралов**

**от функций действительного переменного**

*Цель*: описать некоторые приёмы применения теории вычетов к вычислению определённых и несобственных интегралов от функций действительного переменного.

*Примерное содержание.* Применение теории вычетов к вычислению:

а) определённых интегралов вида , где – дробно-рациональная функция  и ;

б) несобственных интегралов вида , где – дробно-рациональная функция (предполагается, что интеграл сходится);

в) несобственных интегралов вида , , где – дробно-рациональная функция, .

*Замечание.* Привести достаточное число примеров для каждого случая.

**Тема 8. Принцип аргумента аналитической функции**

**и следствия из него**

*Цель*: с помощью логарифмического вычета доказать теорему, называемую принципом аргумента аналитической функции, описать некоторые следствия из неё и их применение.

*Примерное содержание.* Понятие логарифмического вычета аналитической функции. Связь логарифмического вычета с нулями и полюсами функции. Доказательство принципа аргумента аналитической функции. Доказательство теоремы Руше как следствия из принципа аргумента. Доказательство основной теоремы алгебры, основанное на применении теоремы Руше.

*Замечание.* Решить несколько примеров на выяснение числа корней многочленов в заданных областях.

**4.5. Вопросы к зачету**

1. Функции комплексного переменного. Предел, непрерывность, равномерная непрерывность.

2. Последовательности и ряды функций комплексного переменного. Абсолютная, условная сходимость. Примеры. Связь между сходящимся и абсолютно сходящимся рядами.

3. Степенные ряды в комплексной области. Теорема Абеля. Радиус и круг сходимости. Непрерывность суммы степенного ряда.

4. Функции w = e^z, w= sin z, w = cos z и их основные свойства.

5. Логарифмическая функция и ее основные свойства. Отображения посредством логарифмической функции.

6. Понятие производной. Дифференцируемость функции комплексного переменного. Примеры дифференцируемых и недифференцируемых функций.

7. Условия Коши-Римана.

8. Аналитические функции. Связь аналитических функций с гармоническими.

9. Восстановление аналитической функции по ее действительной части.

10. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие о конформном отображении. Примеры конформных отображений.

11. Интеграл от функции комплексного переменного по кусочно-гладкому пути. Формулы для вычисления. Свойства.

12. Интегральная теорема Коши.

13. Интегральная формула Коши.

14. Первообразная функция. Формула Ньютона-Лейбница.

15. Понятие функционального ряда. Равномерная сходимость. Теорема Вейерштрасса.

16. Понятие ряда Лорана. Область сходимости рядов Лорана.

17. Понятие изолированной особой точки. Классификация изолированных особых точек