

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Красноярский государственный педагогический университет
им. В.П. Астафьева»

Институт математики, физики и информатики

(наименование института/факультета)

Кафедра-разработчик математики и методики обучения математике

(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕНО

На заседании кафедры
Протокол № 8 от «07» мая 2025
Шашкина Мария Борисовна
ФИО зав. кафедрой

ОДОБРЕНО

На заседании научно-методического
совета специальности (направления
подготовки)
Протокол № 8 от 14 мая 2025

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации обучающихся

по теории чисел

наименование дисциплины /практики/модуля

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
«физика» и «математика»
реализуемых на основе единых подходов к структуре и содержанию
«Ядра высшего педагогического образования»

Квалификация: бакалавр

Составитель: С.И. Калачева, доцент
(ФИО, должность)

ИТОГОВЫЙ ТЕСТ ПО ТЕОРИИ ЧИСЕЛ (зачёт)

1. Запишите число из промежутка $[-5; 1]$, сравнимое с 12 по модулю 6
_____.
2. Выберите верные сравнения:
1) $13^4 \equiv 1(mod 5)$; 2) $28^8 \equiv 1(mod 10)$;
3) $28^8 \equiv 1(mod 5)$; 4) $13^4 \equiv 1(mod 7)$.
3. Какие из записанных систем чисел являются полными системами вычетов по модулю 7?
1) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; 2) $\{0, 1, 9, 3, -3, 5, 20\}$;
3) $\{-2, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; 4) $\{1, 2, 0, 10, 4, -5, 6\}$.
4. Какие из записанных систем чисел являются приведенными системами вычетов по модулю 8?
1) $\{2, 4, 6\}$; 2) $\{1, -5, 3, -1\}$; 3) $\{1, 3, 5, 7\}$; 4) $\{-7, -3, 1, 13\}$.
5. Какие из записанных выражений не являются верными?
1) $a \equiv b(m), c \equiv d(m) \Rightarrow a + c \equiv b + d(m)$
2) $a \equiv b(m), c \equiv d(m) \Rightarrow a - c \equiv b - d(m)$
3) $a \equiv b(m), c \equiv d(m) \Rightarrow ac \equiv bd(m)$
4) $a \equiv b(m), c \equiv d(m) \Rightarrow a + d \equiv b + c(m)$
6. Найдите две последние цифры числа 6^{123} _____.
7. По какому модулю приведенная система вычетов содержит 6 чисел?
8. Количество классов вычетов по модулю 60, взаимно простых с модулем, равно
_____.
9. Какую степень имеет сравнение $8x^{20} - 15x^{19} + 7x^{18} + 28x^{17} - 4x^{16} + 30x^{15} + 10x^6 - 4x^3 + 23x^2 - 21x - 11 \equiv 0(mod 13)$ _____
10. Найдите остаток от деления $3^{80} + 7^{80}$ на 11 _____
11. Решением сравнения $20x \equiv 15(mod 7)$ являются числа класса вычетов
_____.
12. Определите количество решений сравнения $12x - 9 \equiv 0(mod 6)$:
1) 0; 2) 1; 3) 2; 4) 3.
13. Вычислите $\varphi(600)$ _____.
14. Система сравнений $\begin{cases} x \equiv 6(mod 7) \\ x \equiv 27(mod 4) \\ x \equiv -13(mod 6) \end{cases}$
1) Имеет одно решение; 2) не имеет решения;
3) имеет 2 решения; 4) имеет 4 решения.
15. Число $1999 \cdot 2001 + 1$ по модулю 4 сравнимо с числом:
1) 0; 2) 1; 3) 2; 4) 3.
16. Все решения сравнения $9x \equiv 15(mod 12)$ исчерпываются следующими:

- $x \equiv 3 \pmod{12}$ 1) $x \equiv 6 \pmod{12}$ 2) $x \equiv 3 \pmod{12}$ 3) $x \equiv 7 \pmod{12}$ 4) $x \equiv 6 \pmod{12}$
 $x \equiv 9 \pmod{12}$ $x \equiv 15 \pmod{12}$ $x \equiv 11 \pmod{12}$
17. Замените сравнение $15x^9 - 12x^5 + 23x - 11 \equiv 0 \pmod{5}$ более простым ему равносильным _____.
18. При каком условии система сравнений $\begin{cases} x \equiv \alpha \pmod{m_1} \\ x \equiv \beta \pmod{m_2} \end{cases}$ имеет единственное решение? _____
19. Какой системой сравнений может быть заменено сравнение $3x^3 - 4x^2 + 5 \equiv 0 \pmod{15}$
20. Понизьте степень сравнения $39x^{151} + 573x^{101} + x^{111} - 3x^5 + 9x^2 + 10x - 5 \equiv 0 \pmod{11}$ и уменьшите коэффициенты _____.

ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ

.....

Самостоятельная работа №1

Цепные дроби.

Вариант 1

1. Найдите значения цепной дроби:
 (a) $[1, 2, 3]$; (b) $[3, 2, 2]$; (c) $[3, 1, 2]$.
2. Разложите в цепную дробь:
 (a) $\frac{3}{5}$; (b) $\frac{11}{13}$; (c) $\frac{9}{7}$; (d) $\frac{17}{5}$.

Самостоятельная работа №2
Теория сравнений.
Вариант 1

1. Какому классу вычетов по модулю n принадлежит число a , если: (a) $a = 23, n = 4$; (b) $a = -12, n = 5$; (c) $a = 14, n = 6$?
2. Выпишите полную систему вычетов по модулю n , содержащую число a , если: (a) $a = 22, n = 4$; (b) $a = -11, n = 5$; (c) $a = 12, n = 6$.
3. Выпишите приведенную систему вычетов по модулю n , содержащую число a , если: (a) $a = 21, n = 4$; (b) $a = -11, n = 5$; (c) $a = 13, n = 6$.
4. Найдите остаток от деления a на n , если:
(a) $a = 3^{147}, n = 5$; (b) $a = 2^{188}, n = 7$; (c) $a = 4^{123}, n = 11$.
5. Решите сравнение:
(a) $2x \equiv 3 \pmod{5}$; (c) $-2x \equiv 1 \pmod{3}$; (e) $-5x \equiv 3 \pmod{6}$;
(b) $3x \equiv 2 \pmod{4}$; (d) $-3x \equiv 2 \pmod{5}$; (f) $2x \equiv 4 \pmod{7}$.
6. Решите систему сравнений
(a) $\begin{cases} x \equiv 3 \pmod{8} \\ x \equiv 11 \pmod{20} \end{cases}$ (b) $\begin{cases} 5x \equiv 8 \pmod{14} \\ 3x \equiv 72 \pmod{15} \end{cases}$ (c) $\begin{cases} 6x \equiv 2 \pmod{20} \\ x \equiv -2 \pmod{5} \\ 4x \equiv 11 \pmod{29} \end{cases}$
(d) $\begin{cases} 10x \equiv 20 \pmod{30} \\ 4x \equiv 2 \pmod{10} \\ 8x \equiv 16 \pmod{4} \end{cases}$
7. Решите сравнение
(a) $x^5 - 2x^2 + 1 \equiv 0 \pmod{3}$;
(b) $x^7 + 4x - 3 \equiv 0 \pmod{5}$;
(c) $x^8 - 6x^2 + 2 \equiv 0 \pmod{7}$;
(d) $x^6 + 6x - 2 \equiv 0 \pmod{3}$;
(e) $x^6 - 11x^2 + 3 \equiv 0 \pmod{5}$;
(f) $x^7 + 4x + 5 \equiv 0 \pmod{7}$.
8. Выясните, сколько решений имеет сравнение:
(a) $x^2 \equiv 12 \pmod{5}$; (b) $x^2 \equiv 13 \pmod{7}$; (c) $x^2 \equiv 14 \pmod{11}$.

Самостоятельная работа №3
Показатели, первообразные корни и индексы.
Вариант 1

1. Вычислите показатель $P(a)$ числа a по модулю m :

(a) $P_5(3)$; (b) $P_6(5)$; (c) $P_7(2)$; (d) $P_8(3)$; (e) $P_9(4)$; (f) $P_{11}(3)$.

2. Решите сравнение:

(a) $31x^6 \equiv 20 \pmod{7}$; (b) $32x^8 \equiv 10 \pmod{11}$; (c) $3x^3 \equiv 2 \pmod{5}$;
(d) $x^{17} \equiv 2 \pmod{7}$; (e) $31x^6 \equiv 20 \pmod{13}$.

3. Найдите длину периода десятичной записи дроби:

(a) $\frac{2}{3}$; (b) $\frac{1}{3}$; (c) $\frac{1}{7}$; (d) $\frac{5}{9}$; (e) $\frac{4}{9}$; (f) $\frac{7}{9}$; (g) $\frac{5}{11}$.

ИТОГОВЫЙ ТЕСТ ПО АЛГЕБРЕ (Зачет)

21. Запишите число из промежутка $[-5; 1]$, сравнимое с 12 по модулю 6 _____.

22. Выберите верные сравнения:

1) $13^4 \equiv 1 \pmod{5}$; 2) $28^8 \equiv 1 \pmod{10}$;
3) $28^8 \equiv 1 \pmod{5}$; 4) $13^4 \equiv 1 \pmod{7}$.

23. Какие из записанных систем чисел являются полными системами вычетов по модулю 7?

1) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; 2) $\{0, 1, 9, 3, -3, 5, 20\}$;
3) $\{-2, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; 4) $\{1, 2, 0, 10, 4, -5, 6\}$.

24. Какие из записанных систем чисел являются приведенными системами вычетов по модулю 8?

1) $\{2, 4, 6\}$; 2) $\{1, -5, 3, -1\}$; 3) $\{1, 3, 5, 7\}$; 4) $\{-7, -3, 1, 13\}$.

25. Какие из записанных выражений не являются верными?

1) $a \equiv b(m), c \equiv d(m) \Rightarrow a + c \equiv b + d(m)$
2) $a \equiv b(m), c \equiv d(m) \Rightarrow a - c \equiv b - d(m)$
3) $a \equiv b(m), c \equiv d(m) \Rightarrow ac \equiv bd(m)$
4) $a \equiv b(m), c \equiv d(m) \Rightarrow a + d \equiv b + c(m)$

26. Найдите две последние цифры числа 6^{123} _____.

27. По какому модулю приведенная система вычетов содержит 6 чисел?

28. Количество классов вычетов по модулю 60, взаимно простых с модулем, равно _____.

29. Какую степень имеет сравнение $8x^{20} - 15x^{19} + 7x^{18} + 28x^{17} - 4x^{16} + 30x^{15} + 10x^6 - 4x^3 + 23x^2 - 21x - 11 \equiv 0 \pmod{13}$ _____.

30. Найдите остаток от деления $3^{80} + 7^{80}$ на 11 _____.

31. Решением сравнения $20x \equiv 15 \pmod{7}$ являются числа класса вычетов _____.

32. Определите количество решений сравнения $12x - 9 \equiv 0 \pmod{6}$:
1) 0; 2) 1; 3) 2; 4) 3.

33. Вычислите $\varphi(600)$ _____.

34. Система сравнений $\begin{cases} x \equiv 6(mod 7) \\ x \equiv 27(mod 4) \\ x \equiv -13(mod 6) \end{cases}$

- 2) Имеет одно решение; 2) не имеет решения;
3) имеет 2 решения; 4) имеет 4 решения.
35. Число $1999 \cdot 2001 + 1$ по модулю 4 сравнимо с числом:
1) 0; 2) 1; 3) 2; 4) 3.
36. Все решения сравнения $9x \equiv 15 \pmod{12}$ исчерпываются следующими:
- | | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| $x \equiv 3 \pmod{12}$ | $x \equiv 3 \pmod{12}$ | $x \equiv 3 \pmod{12}$ |
| 1) $x \equiv 6 \pmod{12}$ | 2) $x \equiv 3 \pmod{12}$ | 3) $x \equiv 7 \pmod{12}$ |
| $x \equiv 9 \pmod{12}$ | $x \equiv 15 \pmod{12}$ | $x \equiv 11 \pmod{12}$ |
37. Замените сравнение $15x^9 - 12x^5 + 23x - 11 \equiv 0 \pmod{5}$ более простым ему равносильным _____.
38. При каком условии система сравнений $\begin{cases} x \equiv \alpha \pmod{m_1} \\ x \equiv \beta \pmod{m_2} \end{cases}$ имеет единственное решение? _____
39. Какой системой сравнений может быть заменено сравнение $3x^3 - 4x^2 + 5 \equiv 0 \pmod{15}$
40. Понижьте степень сравнения $39x^{151} + 573x^{101} + x^{111} - 3x^5 + 9x^2 + 10x - 5 \equiv 0 \pmod{11}$ и уменьшите коэффициенты _____.