МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА

(КГПУ им. В.П.Астафьева)

Институт/факультет Институт математики, физики и информатики
Кафедра Алгебры, геометрии и методики их преподавания
Специальность 050201 «Математика»

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ
Зав.кафедрой Алгебры, геометрии и методики их преподавания
(полное наименование кафедры)

(подпись) В.Р.Майер (И.О. Фамилия)

«22» декабря 2015 г.

Выпускная квалификационная работа

Прикладные задачи на уроках математики в 9 классе

Выполнил студент группы 61 (номер группы)

А. А. Горбунова (И.О. Фамилия) 22.12.15г. (подпись, дата)

Форма обучения заочная

Научный руководитель:
к.п.н., ст. преподаватель кафедры
алгебры, геометрии и
методики их преподавания
Е. А. Аёшина 21.12.15г.
(ученая степень, должность, И.О.Фамилия)) (подпись, дата)

Рецензент
ст. преподаватель кафедры
математического анализа и
методики обучения математике в вузе
О. В. Берсенева 21.12.15г.
(ученая степень, должность, И.О.Фамилия)) (подпись, дата)

Дата защиты

Оценка

Красноярск
2015

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Прикладная направленность школьного курса математики осуществляется с целью повышения качества математического образования учащихся, применения их математических знаний к решению задач повседневной практики и в дальнейшей профессиональной деятельности, реализации межпредметных связей, что соответствует современным федеральным государственным образовательным стандартам по математике в основной и старшей школе [15, С.28].

Хорошее качество математической подготовки положительно влияет на развитие у учащихся способностей применять математику при решении прикладных задач. С другой стороны усиление прикладной направленности обучения математике имеет положительное влияние на качество обучения самой математике, так как повышается интерес школьников к учебе.

В разное время проблемой прикладной направленности обучения математике занимались как математики, так и методисты: С.С. Варданян, Г.Д. Глейзер, В.А. Гусев, Г.В. Дорофеев, Н.А. Терешин, Ю.Ф. Фоминых и другие [33, С.7].

Из истории дидактики известно, что интерес к прикладной математике в курсе средней школы всегда носил декларативный характер, хотя формально для каждого периода развития системы образования проблема прикладной направленности «решалась». До недавнего времени в методике преподавания математики прикладная направленность находила свое отражение в одном из дидактических принципов – принципе политехнизма. Позже широкая математизация подавляющего числа современных наук привела в движение процессы, связанные с внедрением в школьную математику задач не только производственного содержания, характерных для принципа политехнизма, но и задач из области экономики, экологии, социологии, истории и других сфер человеческой деятельности. Принцип политехнизма уступил место прикладной направленности обучения математике, став ее составляющей. Прикладная направленность обучения математике включает в себя его политехническую направленность, в том числе реализацию связей с курсами физики, химии, географии, черчения, трудового обучения и т.д.; широкое использование электронно-вычислительной техники и обеспечение компьютерной грамотности; формирование математического стиля мышления и деятельности [23, С.56].

Актуальность дипломной работы. В настоящее время существует объективная необходимость практической ориентации школьного курса алгебры и геометрии. Вместе с тем базовый уровень является недостаточным для реализации данного положения, что и определяет актуальность решения прикладных задач в дополнительном учебном курсе.

Практическая направленность комплекса прикладных задач связана с раскрытием значимости математики, ее методов в деятельности человека для познания им окружающего мира, для применения полученных знаний, умений на практике. Кроме того, осуществление этой направленности позволяет решать проблему мотивации, целеполагания, так как показ значимости изучаемого материала привлекает внимание учеников к содержанию занятия, помогает понять не только социальную ценность материала, но и ценность «для себя». Однако, перенасыщенность содержания школьных учебников теоретическими заданиями и недостаточное количество часов, в том числе количество часов, отведенных на решение задач прикладного характера, далеко не способствуют их реализации [34, С.2].

Таким образом, необходимость включения прикладных задач в процесс обучения, недостаточная разработанность вопросов, связанных с использованием прикладных задач при изучении конкретных содержательных линий в курсе алгебры основной школы и ряд других указанных выше причин определяют актуальность данной работы.

Оригинальность данной работы состоит в том, что на основе применения дифференцированного подхода в обучении математике, повышается интерес учащихся к математике, создаются условия для творческой мыслительной активности детей.

Объект: процесс обучения математике в 9 классе.

Предмет: реализация прикладной направленности в обучении математике в 9 классе.

Цель дипломной работы: разработать комплекс задач прикладной направленности на уроках математики в 9 классе на основе применения дифференцированного подхода.

Задачи, решаемые в данной работе:

1. изучить литературу по проблеме прикладной направленности, реализации дифференцированного подхода в обучении математике;
2. обосновать актуальность решения прикладных задач в школьном курсе математики;
3. обосновать применение дифференцированного подхода при реализации прикладной направленности в обучении математике;
4. выявить и охарактеризовать типы прикладных задач, которые могут быть использованы для осуществления прикладной направленности обучения математике, уточнить их функции;
5. разработать комплект прикладных задач, реализующих дифференцированный подход в обучении математике;
6. составить план апробации разработанного комплекта прикладных задач.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОБЛЕМЫ ПРИКЛАДНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

1.1 Прикладная направленность в школьном курсе математики и дифференцированный подход

Математика объективно является наиболее сложным школьным предметом, требующим более интенсивной мыслительной работы, более высокого уровня обобщений и абстрагирующей деятельности. Поэтому невозможно добиться усвоения математического материала всеми учащимися на одинаково высоком уровне. Даже ориентировка на «среднего» ученика в обучении математике приводит к снижению успеваемости в классе, к издержкам воспитательного характера у ряда школьников (потеря интереса к математике, порождение безответственности, нежелание учиться и др.). Нынешнее отношение учащихся к математике характеризуется снижением ее популярности среди школьников.

Признание математики в качестве обязательного компонента общего среднего образования в большей мере обуславливает необходимость осуществления дифференцированного подхода к учащимся – как к определенным их группам (сильным, средним, слабым), так и к отдельным ученикам [24, С.16]. Дифференцированный (групповой и индивидуальный) подход становится необходим не только для поднятия успеваемости слабых учеников, но и для развития сильных учеников, причем его понимание не должно сводиться лишь к эпизодическому добавлении в процессе обучения слабо успевающим учащимся тренировочных задач, а более подготовленным – задач повышенной трудности. Более полное понимание дифференциации обучения предполагает использование ее на различных этапах изучения математического материала: подготовки учащихся к изучению нового, введения нового, применения к решению задач, этапа контроля за усвоением и др. Дифференцировать можно содержание изучаемого материала (выделение обязательного и дополнительного); дифференцировать можно методы (приемы) обучения, варьируя ими с целью оказания различной степени индивидуальной или групповой помощи ученикам при организации самостоятельной работы по изучению нового, при решении задач и др.; дифференцировать можно средства и формы обучения. Опыт передовых учителей показывает, что дифференциация может затрагивать все элементы методической системы обучения и в этом случае она дает наибольший эффект в условиях обычного класса.

Рассмотрим виды дифференциации.

Внутренняя дифференциация – различное обучение детей в достаточно большой группе учащихся (класс), подобранной по случайным признакам, без выделения стабильных групп. Может осуществляться в форме учёта индивидуальных особенностей учащихся, системы уровневой дифференциации [24, С.56].

Внешняя дифференциация – это дифференциация по содержанию. Она предполагает обучение разных групп учащихся по программам, отличающимся глубиной и широтой изложения материала. Дифференциация этого вида, как правило, осуществляется через курсы по выбору и профильное обучение. При этом одни учащиеся выберут общекультурный уровень изучения и усвоения учебного материала, другие – прикладной, третьи – творческий, в соответствии со своими интересами, способностями, склонностями и с учетом возможной в будущем профессиональной деятельности.

Уровневая дифференциация выражается в том, что обучение учащихся одного и того же класса в рамках одной программы и учебника проходит на различных уровнях усвоения учебного материала. Определяющим при этом является уровень обязательной подготовки (базовый уровень), который задается образцами типовых задач. На основе этого уровня формируется более высокий уровень овладения материалом – уровень возможностей. Принципы уровневой дифференциации [24, С.73]:

1. Овладение обязательным уровнем подготовки.

2. Выделение и открытое предъявление всем участникам учебного процесса уровня обязательной подготовки.

3. «Ножницы» между уровнем обязательных требований и уровнем обучения (не ограничивать учебный процесс обязательными требованиями к результатам обучения).

4. Добровольность в выборе уровня усвоения и отчетности.

5. Соответствие содержания, контроля и оценивания знаний по уровневому подходу, в соответствии с которым контроль должен предусматривать проверку у всех учащихся достижений уровня обязательной подготовки. Это дополняется проверкой усвоения материала на более высоких уровнях.

Уровневая дифференциация предполагает, что каждый ученик класса должен услышать изучаемый программный материал в полном объёме, увидеть образцы учебной математической деятельности. При этом одни учащиеся воспримут и усвоят учебный материал, предложенный учителем или изложенный в книге, а другие усвоят из него только то, что предусматривается обязательными результатами в качестве минимума. Каждый ученик имеет право добровольно выбрать уровень усвоения и отчетности в результатах своего учебного труда по каждой конкретной теме (разделу), а возможно и курсу в целом. Задачей учителя является обеспечение поступательного движения учащихся к более высокому уровню знаний и умений.

Под прикладной направленностью в обучении математике будем понимать ориентацию содержания и методов школьного математического образования на применение математики в различных областях человеческой деятельности, в смежных дисциплинах, в быту, как на современном этапе развития общества, так и в прошлом [19, С.27].

В условиях уровневой дифференциации реализация прикладной направленности приобретает особый смысл. Она может выражаться, прежде всего, в отборе содержания учебного материала, предлагаемого учащимся на уроках, в частности, в подборе прикладных задач для разных уровней.

Направление в реализации прикладной направленности на уроках математики с учетом разделения учащихся на группы, соответствующие различным уровням знаний, может быть связано с дифференцированным подходом к организации работы учащихся на уроках математики. Это должно выражаться в определении различных уровней требований к методам выполнения этих работ и сложности предлагаемых заданий. Так, уровень обязательной подготовки при проведении практических работ должен включать в себя знание основных формул, умение переводить одни единицы измерения в другие, умение правильно выполнять необходимые измерения и простейшие вычисления. На более высоких уровнях ученики помимо этого должны уметь применять знания в нестандартных или измененных ситуациях, уметь выполнять более сложные вычисления, если возможно, уметь использовать различные измерительные приборы и инструменты.

Предложение заданий различной сложности предполагает добровольный выбор уровня. Но это вовсе не означает, что ученик может остановиться на каком-то одном задании. Задания подобраны так, что каждое следующее, включая предыдущее, несет в себе что-то новое. Это позволяет ученикам, прилагая определенные усилия, переходить с одного уровня на другой, что способствует их развитию.

На уроках математики при реализации уровневой дифференциации удобно использовать прикладные задачи как задания более сложного уровня. Кроме того, учащиеся с большим интересом решают задачи с «практическим смыслом». Решение прикладных задач реализует межпредметные связи. Например, экономики и математики или физики и математики и др. Решение таких задач соответствует ФГОС ООО по математике в основной и старшей школе. Таким образом, можно сделать вывод о том, что задачи прикладного характера занимают важное место в школьном курсе математики, их основная роль заключатся в реализации ФГОС ООО по математике в основной и старшей школе в части прикладной направленности обучения.

1.2 Прикладные задачи: понятие, классификация, функции

В настоящее время нет единого подхода к трактовке понятия «прикладной задачи». Понятие «прикладная задача» в литературе трактуется по-разному. Н.А. Терешин отмечает, что «одни исследователи прикладной называют задачу, требующую перевода с естественного языка на математический» [33, С.6]. Другие исследователи считают, что прикладная задача должна быть по своей постановке и методам решения более близкой к задачам, возникающим на практике. Третьи под прикладной задачей понимает сюжетную задачу, сформулированную, как правило, в виде задачи-проблемы и удовлетворяющую следующим требованиям: 1) вопрос должен быть поставлен в таком виде, в каком он обычно ставится на практике (решение имеет практическую значимость); 2) искомые и данные величины (если они заданы) должны быть реальными, взятыми из практики. Сам же Н.А. Терешин дает следующее определение: «прикладная задача – это задача, поставленная вне математики и решаемая математическими средствами» [33, С.6]. Это определение, на мой взгляд, точно описывает суть понятия «прикладная задача».

В данной работе под термином «прикладная задача» понимается такая задача, которая показывает применение математической теории в практических ситуациях. В содержании или в ходе решения прикладных задач должно быть показано применение некоторой теории или аппарата во внематематических ситуациях.

На основе существующих в настоящее время разделов прикладной математики выделяются задачи на математическое моделирование, алгоритмизацию и программирование. Практика показывает, что школьники с интересом решают и воспринимают задачи практического содержания. Учащиеся с увлечением наблюдают, как из практической задачи возникает теоретическая, и как чисто теоретической задаче можно придать практическую форму. К прикладной задаче следует предъявлять следующие требования [26, С.43]:

1. в содержании прикладных задач должны отражаться математические и нематематические проблемы и их взаимная связь;
2. задачи должны соответствовать программе курса, вводится в процесс обучения как необходимый компонент, служить достижению цели обучения;
3. вводимые в задачу понятия, термины должны быть доступными для учащихся, содержание и требование задач должны “сближаться” с реальной действительностью;
4. способы и методы решения задач должны быть приближены к практическим приемам и методам;
5. прикладная часть задач не должна покрывать ее математическую сущность.

Прикладные задачи дают широкие возможности для реализации общедидактических принципов в обучении математике в школе. Практика показывает, что прикладные задачи могут быть использованы с разной дидактической целью, они могут заинтересовать или мотивировать, развивать умственную деятельность, объяснять соотношение между математикой и другими дисциплинами [26, С.79].

Классификация прикладных задач в курсе математики. К первой группе задач отнесем задачи, основные функции которых связаны с формированием понятия. К таким задачам могут быть отнесены:

- задачи, связанные с актуализацией знаний и умений, необходимых при формировании данного понятия;
- задачи на выделение существенных признаков понятия;
- задачи на распознавание формируемого понятия;
- задачи на установление свойств понятия;
- задачи на применение понятия [26, С.34].

Вторую группу составляют задачи, позволяющие организовать деятельность учащихся на этапе исследования полученного решения, что, в свою очередь, способствует развитию умения решать прикладные задачи.

К этой группе задач относятся:

- задачи с недостающими и скрытыми данными;

- задачи с лишними данными;

- задачи с противоречивыми данными;

- задачи с нетрадиционным вопросом, задачи с нераскрытым вопросом;

- задачи, допускающие неоднозначное решение, не имеющие решения [26, С.34].

Также можно привести другую классификацию прикладных задач, по предметной области к которой относится задача:

- физическая задача (например, задачи на движение, работу);

- экономическая задача (например, задачи о кредитах);

- задача бытового характера (например, задачи на нахождение наиболее выгодного способа передвижения, на машине или на поезде);

- химические задач (задачи о растворах) и т.д. [26, С.35].

Можно выделить следующие функции прикладных задач в школьном курсе математики [34, С.3]:

1. Повышение интереса учащихся к математике, поскольку для подавляющего большинства ценность математического образования состоит в ее практических возможностях.

Многие математические теории при формальном изложении кажутся искусственными, оторванными от жизни, просто непонятными. Если же подойти к этим проблемам с позиции исторического развития, то станет виден их глубокий жизненный смысл, их естественность, необходимость. Практика убеждает, что вводимый на уроках исторический материал усиливает творческую активность учащихся. Это происходит в процессе решений практических исторических задач, через обзоры жизни и деятельности великих математиков учитель имеет возможность познакомить учащихся с самим понятием творчества, коснуться многих нравственных категорий.

Или, например, прикладные задачи можно подобрать так, чтобы их постановка привела к необходимости приобретения учащимися новых знаний по математике, а приобретенные под влиянием этой необходимости знания позволили решить не только поставленную, но и ряд других задач прикладного характера. Для создания проблемных ситуаций можно использовать и отдельные фрагменты прикладных задач, а задачи в целом рассмотреть впоследствии при закреплении и углублении знаний школьников.

Для постановки проблемы перед изложением нового учебного материала следует использовать задачи с практическим содержанием, отличающиеся ясностью и простотой решения. Их использование обеспечивает более осознанное овладение математической теорией, учит школьников самостоятельному выполнению учебных заданий, приемам поиска, исследования и доказательства, основным мыслительным операциям, выделению существенных свойств математических объектов.

2. Реализация межпредметных связей. Эта функция прикладных задач очевидна, так как математический аппарат используется при решении физических, экономических и др. видов задач. Таким образом, наглядно показана связь математики с соответствующими науками.

3. Обучение моделированию реальных ситуаций. Решение прикладных задач не возможно без процесса моделирования, заключающегося в переходе от практической задачи (реальной ситуации) к абстрактной математической задачи (модели реальной ситуации).

4. Реализация дифференцированного подхода в обучении математике в школе. Прикладные задачи в школьном курсе математики являются наиболее сложными заданиями, это связано с тем, что кроме применения инструментов математического аппарата к решению абстрактной математической задачи, необходимо осуществить переход к ней от задачи с

практическим содержанием (то есть получить модель рассматриваемого реального процесса или явления). Таким образом, при реализации дифференцированного подхода ориентированного на уровень подготовки учащегося, удобно в качестве наиболее сложных заданий использовать прикладные задачи. Кроме этого, можно реализовать дифференцированный подход за счет организации урока решения прикладных задач таким образом, чтобы сильные учащиеся решали прикладные задачи самостоятельно, а слабые ученики совместно с учителем.

5. Прикладные задачи способствуют повторению и закреплению материала. Уроки решения прикладных задач являются уроками повторения пройденного материала, так как в процессе решения задач применяются ранее полученные на уроках математики знания и умения.

1.3 Прикладные задачи как математическое моделирование реальных ситуаций

Решение прикладных задач состоит из трех этапов: формализация, реализация, интерпретация. Прикладными можно считать текстовые задачи, представленные в действующих учебниках, однако большинство из них ориентирует учащихся лишь на определение количественной характеристики описываемых явлений: «Найти скорость велосипедиста, мотоциклиста, автобуса, поезда, теплохода, течения реки и т. д.», «Сколько часов потратил велосипедист, мотоциклист, автобус и т. д.?». Очевидно, такие задачи необходимо переформулировать, с тем, чтобы переориентировать учащихся с установления количественной характеристики связей, отраженных в задаче, на выявление их сущности.

Задачи с прикладной направленностью входят в качестве составного элемента в решение прикладных задач [28, С.261]. К ним можно отнести задачи на построение моделей, на интерпретацию полученных результатов, внутримодельные задачи. Такие задачи могут быть сформулированы как на практическом материале, так и на математическом.

Иногда на уроках математики при решении текстовой задачи стараются как можно быстрее перейти к математической формулировке, например к уравнению, сосредотачивая всё внимание на решении этого уравнения. Наверное, это не совсем верно. Пусть задач будет решено меньше, но не следует жалеть времени на неформальное обсуждение условия исходной задачи, уяснения смысла участвующих в ней величин, на выбор и мотивировку гипотез, на адекватность математической модели, на обсуждение выводов из её изучения. Эти моменты вызывают наибольшие затруднения, и именно владением ими определяется умение применять математику за её пределами.

Действительно, формулировки задач из разных областей знаний содержат нематематические понятия. Если математик принимает участие в решении такой задачи, то он, прежде всего, берется перевести ее на математический язык, то есть язык выражений, формул, уравнений, неравенств, функций, графиков и т. д.

Результат такого перевода называют математической моделью, а саму задачу - прикладной задачей [28, С.324].

Термин «модель» (от латинского «modulus» - образец) мы употребляем очень часто: модель самолета, модель атомного ядра, модель Солнечной системы и др.

Изучая свойства модели объекта, мы тем самым изучаем свойства самого объекта.

Науку, которая занимается построением и изучением математических моделей, называют моделированием.

Цель решения любой задачи - получить правильный ответ. Поэтому составление математической модели - это только первый этап решения прикладной задачи. На самом деле решение прикладной задачи состоит из трех этапов.

Этапы математического моделирования прикладной задачи в школе [7,С.113]:

1. построение математической модели;

2. решение математической задачи;

3. результат, полученный на втором этапе, анализируется, исходя из смысла прикладной задачи.

Отметим, что успешная реализация первого шага требует наличия определенных знаний из той области, к которой принадлежит прикладная задача.

Реализация второго этапа связана лишь с математической деятельностью: нахождение значений выражений, решения уравнений, неравенств их систем, построение графических объектов и т.д.

На третьем этапе полученный результат надо записать на языке прикладной науки, или, по-другому, интерпретировать результат.

Рассмотрим теперь процесс моделирования более подробно.

Рассмотрение математики как инструмента познания предполагает исследование процесса работы этого инструмента, исследование процесса применения математики к решению возникающих в человеческой практике задач [7, С.135]. Это исследование имеет непосредственное отношение к содержательно-методическим вопросам среднего математического образования вследствие основополагающей роли в обучении тех элементов математической культуры, которые многократно участвуют в процессе применения математики. Тем самым мы опять-таки вынуждаемся поставить вопрос о характере этого процесса и о связанных с ним особенностях различных элементов математической культуры.

Процесс применения математики к любой практической задаче естественным образом делится на три этапа.

Первым из них является этап перехода от ситуации, которую необходимо разрешить, к формальной математической модели этой ситуации, к четко поставленной математической задаче – этап формализации.

Решение поставленной математической задачи методами, развитыми в самой математике для задач данного типа, составляет содержание второго этапа – этапа решения задачи внутри построенной математической модели. Наконец, третий этап сводится к интерпретации полученного решения математической задачи, применения этого решения к исходной ситуации и сопоставления его с нею.

Любая система математического образования не может не учитывать необходимости овладения учащимися элементами математической культуры, относящимися ко всем трем этапам процесса применения математики к решению практических задач. Однако до сих пор уровень математического развития учащихся школы повышался в основном за счет овладения ими теми элементами математической культуры, которые относились к среднему внутриматематическому этапу.

Действительно, ведь изучение математики немыслимо без достаточно глубокого продвижения в теорию. Вместе с тем, раз начавшись, такое продвижение в процессе обучения часто отвлекается от исходного содержания, забывая о реальных истоках. Добавим сюда еще очевидную необходимость развивать чисто технические навыки, как правило, не связанные с реальным содержанием – примером могут служить известные задачи на преобразование и упрощение алгебраических или тригонометрических выражений. Добавим сюда те преимущества, которые получают обучающие, освобождаясь от непринципиальных в математическом смысле вопросов, хотя и важных с иных точек зрения.

Сказанное выше, по крайней мере, объясняет издавна сложившуюся тенденцию школьной математики почти не выходить за пределы математической модели. В результате практически всюду в школьном курсе учащиеся получают задачи, уже сформулированные на языке модели. Решение их производится также чисто внутримодельными методами, и полученный результат требуется формулировать на языке модели. Такое положение, возможно, устроило бы нас в геометрии, где содержание даже внутримодельных задач все-таки содержательно интерпретируется учащимися на языке геометрических объектов, легко связываемых со своими прототипами. Однако остальное содержание упражнений курса математики фактически сводится к «модельным» упражнениям, во многих случаях развивающим чисто технические навыки. При этом наблюдается тенденция к развитию подобного содержания, когда его объем заведомо превосходит все мыслимые и разумные границы.

Пожалуй, единственной иллюстрацией всем трем этапам применения математики, описанным выше, может служить практика решения так называемых текстовых задач, что и обеспечивает этому разделу школьного курса непреходящую ценность.

Каждая текстовая задача представляет собой описание некоторой реальной или приближенной к реальной ситуации, в которой требуется определить некие величины или сделать качественный вывод, относящийся к самой ситуации. Существенно, что язык представления задачи, т. е. язык, на котором описана ситуация, не совпадает с языком, на котором производится решение, в то время как результат должен быть выдан в терминах исходного языка.

Заметим, что во многих задачах, предлагаемых в школе, условия не содержат лишних данных, так что в определенном смысле эти условия не только достаточны для получения ответа на вопрос задачи, но и необходимы. Тем самым авторы задач берут на себя часть труда, связанного с необходимостью проверки ответа в переопределенных задачах.

Полученная математическая модель ситуации является ее огрублением и потому, что ей могут соответствовать различные исходные ситуации. В этом случае можно говорить о математическом изоморфизме ситуаций [7,С.144]. Однако, если даже ситуации математически изоморфны, т. е. приводят к одним и тем же математическим моделям, они не всегда являются изоморфными в ситуационном смысле, ибо, скажем, ответ, имеющий истолкование в одной ситуации, может быть бессмысленным в другой.

Этап решения модельной задачи сводится к решению составленного уравнения или системы уравнений (неравенств), исследованию функции и т.п. Такое решение может быть не связано с содержанием исходной задачи, так что в принципе его можно передоверить другому лицу (что, кстати, довольно часто используется в практике прикладных математических исследований, когда решение формализованной задачи передоверяется либо профессиональному математику, либо ЭВМ). Отметим, что в школьной практике мы все же прибегаем иногда к содержательному истолкованию входящих в модель величин, что позволяет упростить решение математической задачи и проводить его не во всей полноте, отбрасывая неадекватные исходной ситуации, но имеющие математический смысл случаи. Так, извлекая квадратный корень из квадрата неотрицательной по смыслу задачи величины, мы позволяем себе не рассматривать отрицательный случаи. Тем самым мы сообразуем строгость и полноту математического исследования с условиями ситуации.

Третий этап – этап интерпретации полученного решения заключается в обратном переходе от математической модели к реальным объектам. Здесь, например, проводится проверка полученных данных, соответствуют ли они условиям задачи. Очевидно, что если получилась, например, отрицательная масса, то либо модель составлена неверно, либо в процессе решения полученной математической модели допущена ошибка. Этот простой вопрос иногда освещается с неверных позиций. Так, часто путают посторонние корни задачи с посторонними корнями системы, или предлагают проводить проверку составлением обратной задачи, в которой неизвестным было бы что-нибудь из данного в условии задачи, и т. п.

Правильное разрешение этого вопроса связано с определением этапа интерпретации, на котором полученные решения проверяются на предмет соотнесения с исходной ситуацией. При этом не может идти речи о посторонних корнях системы – они должны исключиться на втором этапе.

Для этого задаются необходимые условия, например, в виде неравенств, соответствующие данным задачи.

Посторонние решения, отвечающие математической модели, но не отвечающие исходной ситуации, могут оказаться вполне осмысленными в иной ситуации, математически изоморфной нашей. Поэтому единственным критерием того, является решение системы ответом задачи или нет, может служить то, имеют ли истолкование в терминах исходной ситуации все величины, вовлеченные в процесс составления уравнений. По этой причине отбрасывают, например, слишком большие или отрицательные величины, если по смыслу задачи эта величина не может быть отрицательной и превосходить некоторого заданного значения. Однако – и это довольно типично для многих прикладных задач – принципиальной необходимости в подобной проверке нет, ибо описанная в условии задачи ситуация предполагается происходившей в действительности, в силу чего задача должна иметь хотя бы одно решение. А так как все решения задачи заведомо должны удовлетворять построенной нами системе, то единственный не отброшенный ответ и является ответом задачи.

В процессе решения текстовой прикладной задачи могут быть реализованы все три этапа разобранной выше схемы. Более того, внимательный анализ решения позволяет обнаружить в нем более частные моменты, характерные для деятельности, связанной с приложениями математики.

Так, при переходе от условия задачи к строгой математической модели использовались не доказательные, а правдоподобные рассуждения. Заметим также, что не обязательно уточнять смысла понятий, используем.

Очень интересным моментом решения является согласование уровня строгости и полноты математического исследования со смыслом исходной ситуации, т.е. с реальным смыслом величин, входящих в условие задачи. То, что этот смысл привлекается на переходных этапах, вещь вполне естественная, а вот вовлечение содержательных и нематематических соображений в процесс решения собственно математической задачи нетривиально.

В результате решения прикладных задач учащиеся должны [15, С. 17]

- знать:

1. значение прикладных задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;

2. характер законов логики математических рассуждений;

3. возможности геометрического языка как средства описания свойств реальных предметов.

- уметь:

1. решать текстовые задачи алгебраическим методом, с помощью уравнений, системы уравнений;

2. находить решение с помощью графика зависимости;

3. решать геометрические задачи, опираясь на изученные формулы, свойства.

Что касается учителя, реализующего дифференцированный подход на уроках решения прикладных задач, то следует отметить, что кроме отличного знания своего предмета, придется ознакомиться с материалом по другим школьным дисциплинам, соответствующим предметной области прикладной задачи. Кроме того, необходимо очень четко организовать занятие, так как придется во время урока осуществлять контроль каждого ученика.

ГЛАВА 2. РЕАЛИЗАЦИЯ ООО ФГОС НА ПРИМЕРЕ УЧЕБНИКА «АЛГЕБРА 9 КЛАСС» А.Г. МОРДКОВИЧА

2.1 Обзор учебника «Алгебра 9 класс» А.Г. Мордковича

Учебник «Алгебра 9 класс» под редакцией А.Г. Мордковича, Л.А. Александровой, Т.Н. Мишустиной, Е.Е. Тульчинской, П.В. Семенова состоит из двух частей – теоретической и практической (задачник) [1]. Название и содержание изучаемых тем в обеих частях учебника идентичны друг другу. В задачнике задания идут в порядке возрастания сложности. Учебник включает пять глав.

Первая глава учебника посвящена изучению рациональных неравенств и их систем. Сначала рассмотрены линейные и квадратичные неравенства, затем рациональные неравенства, а потом уже системы неравенств. Рассмотрен графический метод их решения.

Во второй главе рассмотрены методы решения систем уравнений: метод подстановки, метод алгебраического сложения и метод замены переменных. Прикладной характер носят задачи из параграфа «Системы уравнений как математические модели реальных ситуаций».

В учебнике представлены:

1. Задачи на движения:

Турист проплыл по реке на лодке 90 км и прошел пешком 10 км. При этом на пеший путь было затрачено на 4 ч меньше, чем на путь по реке. Если бы турист шел пешком столько времени, сколько на самом деле он плыл по реке, а плыл по реке столько времени, сколько на самом деле шел пешком, то соответствующие расстояния были бы равны. Сколько времени он шел пешком и сколько времени он плыл по реке?

2. Задачи о работе:

Две бригады, работая вместе, должны отремонтировать участок шоссейной дороги за 18 дней. В действительности же получилось так, что сначала работала первая бригада, а заканчивала ремонт участка дороги *вторая бригада, работающая не более чем в два раза быстрее первой. В результате ремонт участка дороги продолжался 40 дней, причем первая бригада в свое рабочее время выполнила 2/3 всей работы. За сколько дней был бы отремонтирован участок дороги каждой бригадой отдельно?*

3. Задачи с растворами:

Имеются два раствора соли в воде, первый — 40%-й, второй — 60%-й. Их смешали, добавили 5 л воды и получили 20%-й раствор. Если бы вместо 5 л воды добавили 5 л 80%-го раствора соли, то получился бы 70%-й раствор. Сколько было 40%-го и сколько 60%-го раствора?

4. Задачи на проценты:

В январе 2006 г. на счет в банке была положена некоторая сумма денег. В конце 2006 г. проценты по вкладу составили 2000 р. Добавив в январе 2007 г. на свой счет еще 18 000 р., вкладчик пришел в банк закрыть счет в декабре 2007 г. и получил 44 000 р. Какая сумма была положена на счет первоначально и сколько процентов в год начисляет банк?

Третья глава «Числовые функции» рассматривает области определений и значений функций, два способа задания функции – аналитический и графический, свойства функции. Рассмотрены степенные функции.

Четвертая глава посвящена вопросам числовых последовательностей, арифметической и геометрической прогрессии. В ней предложены несколько текстовых задач прикладного характера.

1. С экономическим смыслом:

– задача на проценты по кредиту:

Клиент взял в банке кредит в размере 50 000 р. на 5 лет под 20% годовых. Какую сумму он должен вернуть в банк в конце срока, если условия погашения кредита таковы:

а) проценты возвращаются в банк ежегодно;

б) весь кредит с процентами возвращается в банк в конце срока?

– задача о биржевых торгах:

На биржевых торгах в понедельник вечером цена акции банка «Городской» повысилась на некоторое количество процентов, а во вторник произошло снижение стоимости акции на то же число процентов. В результате во вторник вечером цена акции составила 99% от ее первоначальной цены в понедельник утром. На сколько процентов менялась котировка акции в понедельник и во вторник?

2. Задача из биологии:

Бактерия, попав в живой организм, к концу 20-й минуты делится на две бактерии, каждая из них к концу следующих 20 минут делится опять на две и т. д. Найдите число бактерий, образующихся из одной бактерии к концу суток.

Однако таких задач мало – буквально по одной задаче на каждую разновидность.

В пятой главе «Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей» рассмотрены:

1. Комбинаторные задачи:

На контрольной будет пять задач: по одной из пройденных пяти тем. По каждой теме учитель составил список из десяти задач. Известно, что на контрольной будут задачи именно из этих списков. По каждой теме ученик умеет решать восемь задач и не умеет решать две задачи. Найдите:

а) общее число всех вариантов контрольной:

б) число вариантов, в которых ученик умеет решать все пять задач;

в) число вариантов, в которых ученик не решит ни одной задачи;

г) число вариантов, в которых ученик умеет решать все задачи, кроме первой.

2. Статистические задачи:

Ценники в продуктовом магазине распределили по ценовым категориям. Получилось такое распределение (граничную цену относят к более высокой категории):

Цена, р.	*0-20*	*20-50*	*50-100*	*100-150*	*150-200*	*> 200*
Кол-во ценников	*31*	*52*	*47*	*38*	*19*	*13*

а) Найдите объем измерения, т. е. количество распределенных ценников.

б) Какова частота варианты «от 100 до 150р.»?

в) Какова процентная частота варианты «больше или равно 200 р.?

г) Дополните таблицу строкой частот вариант и строкой их процентных частот.

В этой главе рассмотрены статистические показатели – среднее значение, мода, размах, частоты. Приведены задачи прикладного характера, в которых выражен практический смысл данных показателей:

После урока по теме «Статистика» на доске осталась таблица

Варианта	*4*	*7*	
Кратность	*5*	*2*	*3*

и ответ: «Среднее значение = 10».

а) Заполните пустое место в таблице.

б) Укажите размах и моду распределения.

в) Может ли в ответе для среднего значения стоять число 15, если все варианты — целые числа?

г) Заполните пустое место в таблице, если в ответе для среднего значения стоит число х.

В качестве средства наглядного представления данных предложена – гистограмма и полигон частот:

Деталь по норме должна весить 431 г. Контроль при взвешивании 2000 деталей дал такие результаты:

Вес, г	*427*	*428*	*429*	*430*	*431*	*432*	*433*	*434*	*435*
Число деталей	*40*	*80*	*220*	*360*	*610*	*430*	*200*	*40*	*20*

а) Чему равна мода измерения?

б) Каков процент деталей, вес которых отличается от планового *не более чем на два грамма?*

в) Составьте таблицу распределения частот.

г) Постройте многоугольник частот. Для удобства из всех вариант вычтите по 431.

Рассмотрены простейшие вероятностные задачи на подбрасывание монеты и игрального кубика:

Игральный кубик бросили дважды. Найдите вероятность того, что:

а) среди выпавших чисел есть хотя бы одна единица;

б) сумма выпавших чисел не больше 3;

в) сумма выпавших чисел меньше 11;

г) произведение выпавших чисел меньше 27.

Таким образом, по результатам анализа, можно сделать вывод о том, что в учебнике представлено не достаточное количество задач с разноплановым содержанием. Между тем, ежедневно мы сталкиваемся, например, с экономическими задачами – что выгоднее купить, на какой срок и под какой процент выгоднее сделать вклад; с задачами практического, бытового характера – сколько рулонов обоев необходимо купить, чтобы полностью оклеить комнату, на чем выгоднее поехать - на поезде или на машине, какой тариф подключить и т.д.

По результатам обзора учебника делаем вывод о необходимости разработать комплект материалов, включающий в себя разнотипные прикладные задачи, и разработать методику, позволяющую ученикам даже со слабым уровнем подготовки по математике решать задачи прикладного характера самостоятельно. Необходимо также провести апробацию данного комплекта материалов и диагностику учащихся на предмет умения решать прикладные задачи до применения комплекта материалов и после, сделать вывод об эффективности применения на уроках математики разработанного комплекта задач.

2.2 Комплект материалов для подготовки учащихся к решению прикладных задач в 9 классе

Прикладная направленность обучения математике предполагает ориентацию его содержания и методов на тесную связь с жизнью, основами других наук, на подготовку школьников к использованию математических знаний в предстоящей профессиональной деятельности. Одним из основных средств, применение которого создает хорошие условия для достижения прикладной и практической направленности обучения математике, являются задачи с практическим содержанием (задачи прикладного характера).

При разработке комплекса прикладных задач учитывались следующие дополнительные требования, предъявляемые к задачам прикладного характера:

1. доступность школьникам используемого нематематического материала;

2. реальность описываемой в условии ситуации, числовых значений данных, постановки вопроса и полученного решения.

Задачи с практическим содержанием представлены в школьных учебниках преимущественно в виде стандартных алгебраических и геометрических задач, зачастую не отвечающих сформулированным требованиям. Содержание этих задач нуждается в существенном обогащении.

Прикладная направленность обучения математике предполагает планомерную подготовку школьников к применению знаний и умений по предмету к решению практических задач, возникающих в различных областях человеческой деятельности. Использование задач прикладного характера способствует такой подготовке лишь в известной мере. Но не раскрывает саму технологию применения фактов и методов математики к решению практических проблем. Однако жизнь настойчиво требует постепенного введения учащихся в мир практических задач, умения решать простейшие из них. Это нелегкая педагогическая проблема. Она нуждается в должном математическом и методическом обеспечении.

Усвоение учащимися применения математики при решении практических задач является важным условием развития мышления школьников. Эффективным средством обучения общим средствам решения прикладных задач служат, во-первых, явное выделение трех этапов моделирования при решении задач, во-вторых, обучение школьников сознательному выполнению каждого из этих этапов решения задач в отдельности.

Любая задача, возникающая на практике, не является математической, и чтобы решить ее требуется переформулировать на язык математики.

Это для учеников наиболее трудная часть работы. Часто ребята решают задачи, сформулированные явно, но такую же задачу, которую надо перевести на язык математики решают с большим трудом.

Работа с задачами, имеющими практическое содержание, возможна на таких этапах урока математики как объяснение нового материала и закрепление.

При этом на этапе закрепления, возможно, осуществить дифференцированный подход к учащимся. Рассмотрим, как это сделать на примере практических задач темы «*Решение прикладных задач на составление уравнений и систем уравнений*». Отметим, что для решения практических задач необходим, как минимум, удовлетворительный уровень знаний учащимся математики. Дифференцированный подход выражается в том, что учитель ориентируется на уровень знаний учащегося. Группа A – слабые учащиеся (удовлетворительный уровень знаний математики, но слабый уровень самостоятельности); группа B – учащиеся со средними познаниями в математике, не способные самостоятельно определить, какие средства необходимо применить при решении задачи, группа C – сильные ученики, способные провести самостоятельно все три этапа математического моделирования, возможно с небольшой помощью учителя в виде наводящих вопросов и т.п. В табл. 1 представлены задачи, предназначенные для решения учениками разных групп.

Таблица 1. Реализация дифференцированного подхода при решении прикладных задач

<table>
<tr><th></th><th>Группа А</th><th>Группа В</th><th>Группа С</th></tr>
<tr><td>Задача</td><td>Две бригады, работая вместе должны отремонтировать заданный участок шоссейной дороги за 18 дней. В действительности же получилось так, что сначала работала только одна первая бригада, а заканчивала ремонт участка дорого одна вторая бригада, производительность труда которой более высокая, чем первой бригады. В результате ремонт заданного участка дороги продолжался 40 дней, причем первая бригада в свое рабочее время выполнила 2/3 всей работы. За сколько дней был бы отремонтирован участок дороги каждой бригадой отдельно?</td><td>Бригада рыбаков намеревалась выловить в определенный срок 1800ц рыбы. Треть этого срока был шторм, вследствие чего плановое задание ежедневно недовыполнялось на 20ц. Однако в остальные дни бригаде удавалось ежедневно вылавливать на 20ц. больше дневной нормы и плановое задание было выполнено за 1 день до срока. Сколько центнеров рыбы намеревалась вылавливать бригада рыбаков ежедневно?</td><td>Планом было предусмотрено, что предприятие на протяжении нескольких месяцев изготовит 6000 насосов. Увеличив производительность труда, предприятие стало изготовлять в месяц на 70 насосов больше, чем было предусмотрено и на 1 месяц раньше установленного срока перевыполнило задание на 30 насосов. На протяжении скольких месяцев было предусмотрено выпустить 6000 насосов?</td></tr>
<tr><td>Задание</td><td>Переведите реальные объекты в математические, заполнив таблицу; запишите краткое условие задачи в математических терминах; сделайте чертеж.<table><tr><td>Реальные объекты</td><td>Математические объекты</td></tr><tr><td></td><td></td></tr></table></td><td>Составьте таблицу перевода реальных объектов, имеющихся в задаче в математические, и запишите краткое условие задачи в математических терминах.</td><td>Запишите условие задачи в математических терминах. Сделайте чертеж к нему.</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td rowspan="2"></td>
<td><table><tr><td>Ремонт участка дороги</td><td></td></tr><tr><td>Срок работы</td><td></td></tr><tr><td>Работа первой бригады, выполненная за 1 день</td><td></td></tr><tr><td>Работа второй бригады, выполненная за 1 день</td><td></td></tr></table></td>
<td>Сделайте чертеж к задаче.</td>
<td></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="2">Контроль</td><td rowspan="2">Один из учеников выполняет задание на доске. Затем остальные учащиеся группы сверяют свое решение с решением на доске</td><td>Выполняют задание с помощью учителя.</td><td>Выполняют задание самостоятельно.</td></tr>
<tr><td colspan="2">В течение урока учитель индивидуально проверяет правильность выполнения.</td></tr>
</table>

Ученики группы А решают задачу совместно с учителем, один ученик решает задачу на доске, другие в тетрадях, поэтапно, сверяясь с решением на доске. Ученики группы В решают задачу индивидуально с помощью учителя. Помощь, необходимая тому или иному ученику, определяется на уроке. Кто-то испытывает затруднения в том, чтобы определить к какой математической теме относится данная прикладная задача и после соответствующей подсказки начинает решать самостоятельно, кто-то не может, догадаться, как составить уравнение, а кто-то испытывает трудности при решении задачи, уже переведенной на математический язык и т.п. Ученики группы С решают задачу самостоятельно. Контроль учеников группы В и С проводится учителем в индивидуальном порядке. Ученики группы А проводят самоконтроль, сверяясь с решением на доске.

Очевидно, что необходимо разделение учащихся на группы по степени овладения учениками материалом по математике за весь курс 9 класса, с этой целью проводят диагностическую работу.

Диагностическая работа по темам, изучаемым в 9 классе.

Вариант 1.

1. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \frac{3-2x}{5} > 1, \\ x^2 - 4 \geq 0. \end{cases}$$

2. Найдите область определения функции $\sqrt{(x^2-11x+24)^{-1}}$.

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} y + 2x = 1, \\ 3x^2 - y = 8. \end{cases}$$

4. Сумма пятого и восьмого членов арифметической прогрессии на 15 больше суммы седьмого и десятого. Найдите разность прогрессии.

5. Случайным образом выбирают одно из решений неравенства $|x-2| < 5$. Какова вероятность того, что оно окажется и решением неравенства $x^2 - 16 > 0$?

6. Исследуйте функцию $y = \frac{x-7}{x+2}$ на монотонность. Постройте график заданной функции.

Вариант 2.

1. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \frac{4-3x}{2} > 3, \\ x^2 - 9 \geq 0. \end{cases}$$

2. Найдите область определения функции $\sqrt{(x^2-15x+17)^{-1}}$.

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3y - x = 2, \\ x^2 - 4y = 7. \end{cases}$$

4. Сумма шестого и девятого членов арифметической прогрессии на 12 больше суммы седьмого и четвертого. Найдите разность прогрессии.

5. Случайным образом выбирают одно из решений неравенства

$|x+4|<6$. Какова вероятность того, что оно окажется и решением неравенства $x^2 - 25 < 0$?

6. Исследуйте функцию $y = \dfrac{x+2}{x-2}$ на монотонность. Постройте график заданной функции.

Задачи прикладного характера, предназначенные для использования на уроках математики, собраны в комплект материалов (Приложение 1). Задачи в комплекте соответствуют изложенному материалу на уроках математики в 9 классе.

Разработанный комплект материалов предназначен для применения на уроках математики в 9 классе по следующим темам:

- «Решение прикладных задач с использованием прогрессии»;
- «Решение задач с использованием дробно-рациональных функций»;
- «Решение прикладных задач с использованием неравенств»
- «Решение прикладных задач на составление уравнений и систем уравнений»;
- «Решение прикладных задач по теории вероятности».

Приведем примеры решения задач по каждой теме, представленной в разработанном комплекте материалов.

Пример решения задачи по теме «Решение прикладных задач с использованием прогрессии».

Условия задачи. Отдыхающий, следуя совету врача, загорал в первый день 5 мин, а в каждый последующий день увеличивал время пребывания на солнце на 5 мин. В какой день недели время его пребывания на солнце будет равно 40 мин, если он начал загорать в среду?

Решение задачи.

Группа А. Учащимся группы А предлагается ответить на ряд вопросов в форме беседы. Затем один из учащихся на доске решает задачу. Каждый учащийся самостоятельно проводит контроль решения задачи, сверяясь с решением на доске.

Вопросы по тексту задачи:

1. Что обозначим за x ?

Ответ. Время пребывания на солнце.

2. Меняется ли значение этой переменной по условию задачи?

Ответ. Да.

3. Прочтите еще раз условие задачи и ответьте на вопрос: как меняется время пребывания на солнце?

Ответ. Увеличивается на 5 минут каждый день.

4. Чему равно начальное значение этой переменной?

Ответ. 5 минут.

5. Сколько минут отдыхающий будет загорать в первый, второй, третий и четвертый дни?

Ответ. 5, 10, 15, 20 минут.

6. На что похож этот ряд? Как получен каждый следующий член ряда?

Ответ. На арифметическую прогрессию. Увеличением на 5.

7. Запишите полученные данные в обозначениях арифметической прогрессии? Чему равен первый член? Чему равна разность прогрессии?

Ответ. $a_1 = 5, d = 5.$

8. Прочитайте еще раз вопрос задачи, что в обозначениях арифметической прогрессии означает время 40 минут?

Ответ. $a_n = 40$ – n-й член прогрессии.

9. Какая формула связывает величины a_1, d и a_n? Что известно в этой формуле? А что можно найти?

Ответ. Формула общего члена ряда: $a_n = a_1 + d \cdot n.$ Известны a_1, d и a_n. Найти можно n .

Далее учащимся предлагается самостоятельно заполнить таблицу, состоящую из двух столбцов: «Реальные объекты» и «Математические объекты»:

Реальные объекты	Математические объекты (название, обозначение и формула)
Время загара в первый день	Первый член арифметической прогрессии, a_1
Увеличение времени загара на 5 минут каждый день	Разность арифметической прогрессии, d
Время загара 40 минут в искомый день	n -ый член арифметической прогрессии, $a_n = a_1 + d \cdot n$

10. Решите полученное линейное уравнение и найдите n . Что в условиях задачи означает полученное значение?

Ответ. $40 = 5 + 5n$. Откуда $n = 7$. Значит, на 7 день, начиная с первого дня отдыха, время составит 40 минут.

11. Как же ответить на вопрос задачи? Какая дополнительная информация необходима?

Ответ. Известно, что загорать отдыхающий начал в среду. Дополнительная информация – в неделе 7 дней. Следовательно, через 7 дней снова будет среда, так как 7/7=1, получили тот же день недели.

Группа В.

Учащимся из этой группы предлагается самостоятельно заполнить вышеуказанную таблицу по условиям задачи, при этом в таблице уже заполнен первый столбец. Затем по мере заполнения учащимися таблицы в тетрадях учителем проводится индивидуальный контроль каждого ученика.

В ходе решения учащиеся задают вопросы учителю и получают индивидуальные консультации по решению задачи.

Группа С.

Учащиеся самостоятельно заполняют полностью пустую таблицу соответствия реальных объектов математическим, записывают математические обозначения, формулы. Решают задачу и интерпретируют полученный результат, отвечая на вопрос задачи. По ходу решения задачи ученики также могут задавать вопросы учителю. Учитель проводит индивидуальный контроль каждого ученика.

Отметим, что учащимся всех трех групп после окончания решения предлагается выделить три этапа математического моделирования в решении: перевод задачи на математический язык (заполнение таблицы), решение математической задачи (решение уравнения) и интерпретация результата (ответ на вопрос «Что найдено?» и ответ на вопрос задачи). И указать какой из этапов, вызвал наибольшую сложность при решении задачи.

Пример решения задачи на тему «Решение задач с использованием дробно-рациональных функций».

Условие задачи. В течение первых 5 мин давление газа в трубопроводе изменяется по формуле $p=\dfrac{t+7}{t+2}$, где p — давление газа (Па), t —время (мин). Увеличивается или уменьшается давление? Как изменится давление в течение первых двух минут?

Решение задачи.

Группа А. Учащимся группы А предлагается ответить на ряд вопросов в форме беседы. Затем один из учащихся на доске решает задачу. Каждый учащийся самостоятельно проводит контроль решения задачи, сверяясь с решением на доске.

Вопросы по тексту задачи:

1. Какие величины рассматриваются в задаче?

Ответ. p — давление газа (Па), t —время (мин).

2. Какая зависимость между этими величинами?

Ответ. $p = \frac{t+7}{t+2}$.

3. Какая это функция?

Ответ. Дробно-рациональная.

Далее предлагается заполнить таблицу:

Реальные объекты	Математические объекты
Давление	p
Время	t
Зависимость давления от времени	$p = \frac{t+7}{t+2}$.

4. Как узнать, как будет изменяться давление в зависимости от времени?

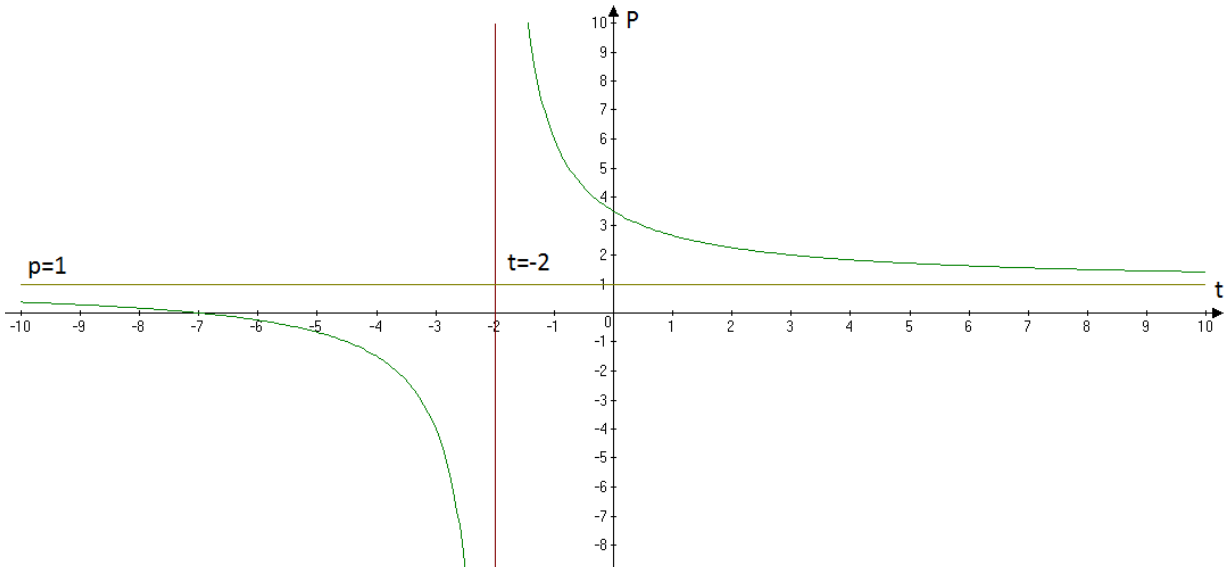
Ответ. Построить график функции.

5. Постройте график функции, упростив выражение? (К доске вызывают ученика).

Ответ.

$$p = \frac{t+7}{t+2} = \frac{t+2+5}{t+2} = 1 + \frac{5}{t+2}$$

Строим график функции $p = \frac{5}{t}$, смещенный на 1 единицу вверх по оси p и на 2 единицы влево по оси t .



6. При $0 \leq t \leq 5$ как изменяется давление? Покажите, какой части графика соответствует этот интервал?

Ответ. Уменьшается.

7. Как узнать, как изменится давление в течение первых двух минут?

Ответ. Вычислить давление при $t = 0$ и при $t = 2$ и найти разность давлений.

$p(0) = \frac{7}{2} = 3{,}5$ Па, $\qquad p(2) = \frac{2+7}{2+2} = 2{,}25$ Па.

$p(2) - p(0) = 2{,}25 - 3{,}5 = -1{,}25$ Па.

8. Что означает знак «-»?

Ответ. Что давление уменьшается.

Группа В.

Учащимся предлагается самостоятельно заполнить таблицу по условиям задачи, в таблице уже заполнен первый столбец. Учителем проводится индивидуальный контроль каждого ученика группы. В ходе решения учащиеся задают вопросы учителю и получают индивидуальные консультации по решению задачи.

Группа С.

Учащиеся самостоятельно заполняют пустую таблицу. Помощь учителя заключается в наводящих вопросах. Учитель проводит индивидуальный контроль каждого ученика.

Пример решения задачи на тему «Решение прикладных задач с использованием неравенств».

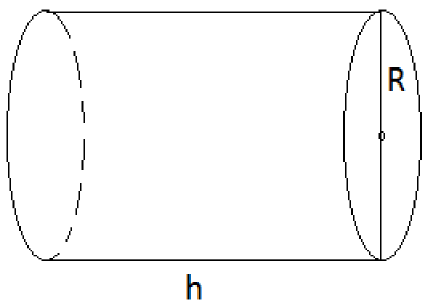
Условие задачи. На автомобиле КРАЗ имеется два одинаковых топливных бака цилиндрической формы длиной 0,5м (соответствует высоте цилиндра, так как цилиндры расположены горизонтально). При каких наименьших размерах бака общая емкость будет не менее 200л?

Решение задачи.

Вопросы по тексту задачи:

1. Какие размеры можно определить для топливного бака, кроме длины (соответствует высоте)? Сделайте рисунок.(К доске вызывается ученик).

Ответ. Радиус основания R .



2. Что такое емкость бака? Как ее обозначить? По какой формуле можно найти ее?

Ответ. Емкость – это объем цилиндра. Обозначают обычно буквой V . Формула:

$V = \pi R^2 h.$

3. Какое неравенство можно составить по условию задачи «При каких наименьших размерах бака общая емкость будет не менее 200л?»

Ответ. Так как емкости две, то или $\pi R^2 h \geq 100$.

4. Заполните таблицу соответствия реальных объектов

математическим:

Реальные объекты	Математические объекты
Длина бака	Высота цилиндра h
Другие размеры бака	Радиус основания цилиндра R
Емкость бака	Объем цилиндра $V = \pi R^2 h$

5. Что можно сказать о единицах измерения в задаче?

Ответ. Их нужно привести. Например, $0{,}5\ \text{м} = 5\ \text{дм}$.

6. Почему в дм?

Ответ. Так как $1\text{л} = 1\text{дм}^3$.

7. Решите полученное неравенство? Какой ответ не удовлетворяет условиям задачи?

Ответ.

$$R^2 \geq \frac{20}{\pi}$$

$$R \geq \sqrt{\frac{20}{\pi}}$$

$R \leq -\sqrt{\frac{20}{\pi}}$ – не удовлетворяет условию задачи, так как радиус неотрицательная величина.

8. Ответьте на вопрос задачи?

Ответ. При наименьшем радиусе основания бака $\sqrt{\frac{20}{\pi}}$.

Группа В.

Учащиеся сами заполняют пустой столбец таблицы. По мере решения учитель проводит индивидуальную проверку.

Группа С.

Учащиеся самостоятельно заполняют пустую таблицу. По мере заполнения учитель проводит индивидуальную проверку.

Пример решения задачи на тему «Решение прикладных задач на составление уравнений и систем уравнений».

Условие задачи. Из танкера произошла утечка нефти. Через 2 часа 40 минут из ближайшего пункта В на встречу нефтяному пятну отправился катер для устранения данной экологической проблемы. Встреча произошла в 27 км от пункта В. Необходимо найти скорость нефтяного пятна, если собственная скорость катера 12 км/ч, а расстояние от пункта В до места аварии 44 км.

Решение задачи.

Группа А.

Отвечают на вопросы учителя. Один из учеников выходит решать к доске, производится самопроверка.

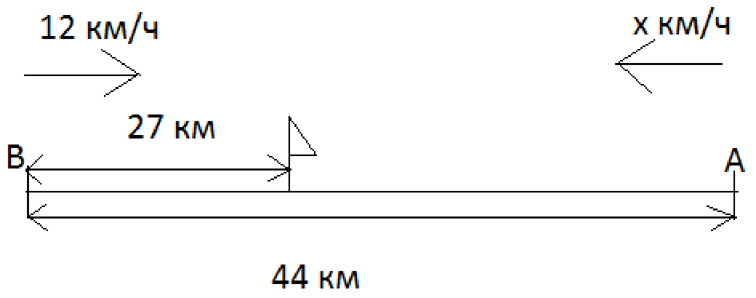
Вопросы по тексту задачи:

1. О каких величинах говорится в задаче?

Ответ. Скорость катера, скорость нефтяного пятна, расстояние до места аварии, время выхода катера.

2. Сделайте рисунок к задаче.(К доске вызывается ученик).

Ответ.



3. Какую величину обозначим за x ?

Ответ. Скорость нефтяного пятна.

4. Заполните таблицу?

	Катер	Нефтяное пятно
Скорость	12 км/ч	x км/ч
Время движения	?	?
Пройденный путь	27	?

5. Что можно сразу найти по условию задачи? Продолжайте заполнять таблицу.

Ответ. Время движения катера

6. Сколько времени прошло с момента аварии до встречи катера с нефтяным пятном? Продолжайте заполнять таблицу.

Ответ.

7. На какое расстояние за это время распространилось нефтяное пятно?

Ответ.

8. Какое уравнение можно составить? (Посмотрите на рисунок).

Ответ. $27 + 4\frac{11}{12}\cdot x = 44$

$x \approx 3{,}46$

9. Получен ли ответ на вопрос задачи?

Ответ. Да, скорость распространения нефтяного пятна примерно 3,46 км/ч.

Группа В.

Учащиеся этой группы заполняют таблицу с уже заполненным первым столбцом. Учитель проводит индивидуальную проверку этой группы. Выполняя работу, учащиеся задают вопросы учителю.

Группа С.

Учащиеся самостоятельно выполняют все шаги решения. Также они могут задавать вопросы учителю. Учитель проводит индивидуальную проверку.

Пример решения задачи на тему «Решение прикладных задач по теории вероятностей».

Условие задачи. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,04. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,98. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,02. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Решение задачи.

Вместе с учителем устно составляются вопросы по решению задачи, затем один ученик работает у доски остальные в тетради, записывая решение.

Вопросы по тексту задачи:

1. О каких событиях говорится в задаче? Введите для них обозначения.(К доске вызывается ученик).

Ответ. A – «батарейка исправна»; $\overline{A}$ – «батарейка неисправна» – противоположное событие. B – «система контроля забракует батарейку».

2. Что известно о вероятностях событий A и $\overline{A}$? Чему они равны? Ответ. По условию $p(A) = 0,04$. По теореме о вероятности противоположного события $p(A) = 1 - p(A) = 0,96$.

3. Почему для события B даны два значения вероятностей? Как их различать? Введите обозначения?

Ответ. Для события B даны два значения вероятностей, так как это условное событие и его вероятность зависит от того произошло или нет событие A. По условию «Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,98», то есть батарейка неисправна, произошло событие $\overline{A}$, тогда $p\left(\frac{B}{\overline{A}}\right)$=0,98. «Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,02», то есть батарейка исправна, произошло событие A , тогда $p\left(\frac{B}{A}\right)$=0,02.

4. Что требуется найти в задаче? Введите обозначение.

Ответ. «Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля», то есть требуется найти вероятность $p(B)$.

5. Заполните таблицу:

Событие	Вероятность (значение и/или формула)

Ответ.

Событие	Вероятность (значение и/или формула)
A – «батарейка исправна»	$p(A) = 1 - p(\overline{A}) = 0{,}96$
$\overline{A}$ – «батарейка неисправна»	$p(\overline{A}) = 0{,}04$
$\frac{B}{\overline{A}}$ – «система забракует неисправную батарейку»	$p\left(\frac{B}{\overline{A}}\right)$=0,98
$\frac{B}{A}$ – «система забракует	$p\left(\frac{B}{A}\right)$=0,02

исправную батарейку»	
B – случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля	формула полной вероятности $p(B) = p(A)p\left(\frac{B}{A}\right) + p(\bar{A})p\left(\frac{B}{\bar{A}}\right) =$ $= 0{,}96 \cdot 0{,}02 + 0{,}04 \cdot 0{,}98 = 0{,}$

6. Получен ли ответ на вопрос задачи?

Ответ. Да, система забракует случайно-выбранную батарейку с вероятностью 0,0584.

Группа В.

Им предлагается самостоятельно заполнить таблицу, где уже заполнен первый столбик. По ходу решения задачи учитель проводит индивидуальную проверку.

Группа С.

Заполняют полностью пустую таблицу соответствия реальных объектов математическим, записывают математические обозначения, формулы. По ходу решения задачи ученики также могут задавать вопросы учителю. Учитель проводит индивидуальный контроль каждого ученика.

Реализация дифференцированного подхода при обучении решению прикладных задач заключается в индивидуальном подходе к каждому ученику с учетом уровня его математической подготовки и степени самостоятельности при выполнении заданий. А именно с учениками группы А проводится беседа, в ходе которой им предлагается ответить на ряд наводящих вопросов по тексту задачи. Затем один ученик из этой группы выполняет решение на доске, остальные в тетради и сверяются с решением задачи на доске. Учитель осуществляет контроль решения учащегося, вызванного к доске. По ходу решения задачи учащимся предлагается заполнить таблицу соответствия реальных объектов, описанных в условии задачи, математическим объектам.

Учащимся групп B и C предлагается самостоятельно заполнить ту же таблицу соответствия реальных объектов математическим. Отличие заключается в том, что учащимся группы B предлагается таблица с заполненным первым столбцом, а учащимся группы C полностью пустая таблица. По ходу урока учащиеся групп B и C могут задавать вопросы учителю и получать индивидуальные консультации. Так же учитель осуществляет индивидуальный контроль каждого ученика.

2.3 Апробация комплекта материалов

Разработанный комплект материалов был апробирован на уроках алгебры в 9 классе гимназии №7 г. Красноярска. В эксперименте участвовали 25 учащихся. Сначала была проведена диагностическая работа с целью разделения учащихся на группы A, B и C по уровню математической подготовки.

Получены следующие результаты: из 12 баллов – максимум, который можно получить за выполнение диагностической работы (2 балла за каждое правильно выполненное задание), меньше 6 баллов набрали 17 человек (уровень A), от 6 до 9 баллов включительно набрали 5 человек (уровень B) и от 9 до 12 баллов включительно набрали 3 человека (уровень C).

Таким образом, в группе испытуемых, состоящей из 25 человек, 17 человек (68%) со слабым уровнем подготовки по математике (группа A), 5 человек (20%) со средним уровнем подготовки по математике (группа B) и 3 человека(12%) с высоким уровнем подготовки по математике (группа C). Для наглядности результаты представлены на диаграмме (рис.1).

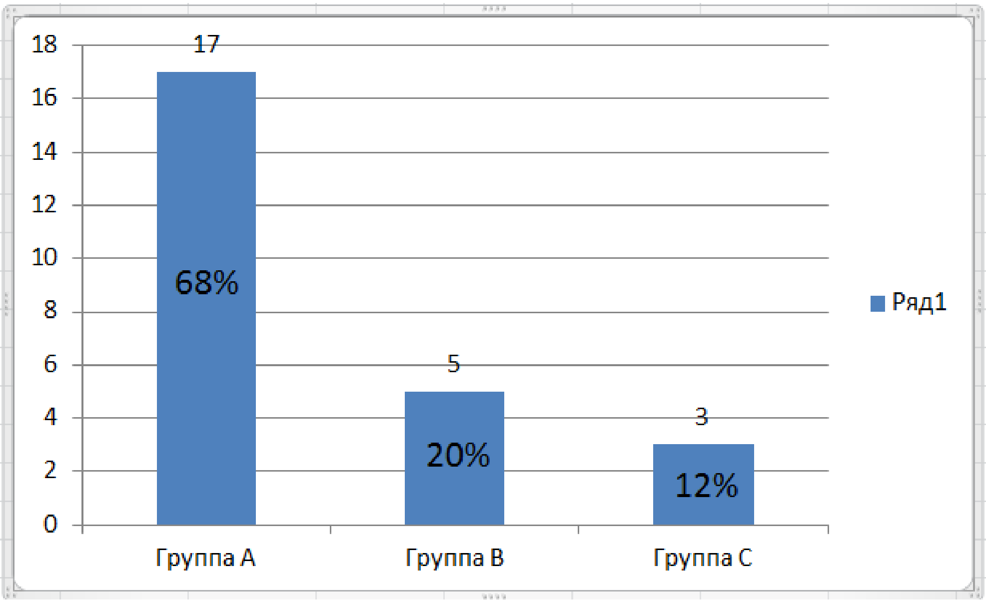


Рис.1 Результаты выполнения диагностической работы.

Следовательно, в ходе применения разработанного комплекта прикладных задач на уроках необходимо будет осуществлять индивидуальный контроль восьми учащихся. Что вполне возможно, при соответствующей подготовке к уроку.

Кроме диагностической работы до непосредственного применения комплекта прикладных задач в учебном процессе испытуемым были также предложены прикладные задачи, взятые из рассмотренного выше учебника «Алгебра 9 класс» под редакцией А.Г. Мордковича и др.

Результат проведенной самостоятельной работы был следующий: оценку «5» получил 1 ученик, оценку «4» получили 5 человек, оценку «3» получили 10 человек и 9 человек не справились с задачами. При чем, результаты диагностической работы подтвердились и при выполнении самостоятельной работы по прикладным задачам. Те ученики, которые плохо написали диагностическую работу снова либо не справились с решением прикладных задач, либо получили за нее низкую оценку «3». Но и среди учащихся с уровнем подготовки группы В есть те, кто не справился с решением прикладных задач, либо получил оценку «3». Это связано с тем, что при решении прикладных задач не достаточно просто владеть математическим аппаратом, нужно еще уметь переводить реальную практическую задачу на математический язык и интерпретировать полученный результат. Результат проведенной самостоятельной работы подтвердил этот факт, так как в целом он оказался хуже результатов диагностической работы.

Далее с испытуемыми было проведено пять уроков по следующим темам:

- «Решение прикладных задач с использованием прогрессии»;
- «Решение задач с использованием дробно-рациональных функций»;
- «Решение прикладных задач с использованием неравенств»
- «Решение прикладных задач на составление уравнений и систем уравнений»;
- «Решение прикладных задач по теории вероятности».

Для изучения данного материала по пяти урокам отводится 5 часов. Для проведения диагностической работы отводится 3 урока. Один урок с целью разделения учащихся в зависимости от уровня математической подготовки на группы А, В и С, и по одному уроку на диагностику умения учащихся решать прикладные задачи соответственно до и после применения разработанного комплекта материалов.

Комплект материалов для подготовки учащихся к решению прикладных задач состоит из диагностической работы и основной части, разделенной на 5 частей в соответствии с темами уроков. Задачи в каждой теме расположены в порядке возрастания сложности и разделены на группы А, В и С. Отметим здесь, что учащимся разных групп нужно давать разные задачи одинаковой сложности. Так как ученики группы А будут разбирать задачи совместно с учителем в ходе беседы и решать их у доски. Если для групп В и С будут предложены те же задачи, то учащиеся не будут решать их самостоятельно, ведь проще списать с доски. Очень сложные задачи предлагать не стоит, так как основная цель – научить школьников решать прикладные задачи самостоятельно, повысив тем самым самооценку учащихся и интерес к математике и другим дисциплинам в целом.

В целом за один урок – 45 минут с учетом специфики решения прикладных задач, каждый учащийся может решить 2-3 задачи, поэтому по каждой теме представлено по 6-8 задач (Приложение 1). После номера задачи в скобках указано для какой группы учащихся предназначена задача. Например, «1(А)» означает, что задача предлагается учащимся группы А с низким уровнем подготовки по математике.

Отметим здесь, что к теме «Решение прикладных задач по теории вероятностей» дан необходимый теоретический материал, так как того теоретического материала, что дан в учебнике Мордковича по алгебре за 9 класс по соответствующей теме недостаточно для решения приведенных в комплекте задач. Следовательно, урок по теме «Решение прикладных задач по теории вероятностей» будет уроком изучения нового материала.

После применения комплекта задач проведена самостоятельная работа.

Самостоятельная работа по теме «Решение прикладных задач».

1 вариант.

1. Один работник может выполнить задание за 20 часов. Другой – за 26 часов. Хватит ли им 1 суток, чтобы выполнить задание, работая вместе.

2. За 1 секунду происходит четыре деления клетки. Первоначально было 4 клетки. Через какой промежуток времени станет 16384 клетки.

3. Одновременно по велотреку стартовали два велосипедиста. Один велосипедист проезжает круг за 1 мин, а другой за 45 секунд. Через какое наименьшее время велосипедисты снова встретятся на старте.

4. Имеется два раствора сахара. Первый раствор 25%, а второй 40%. Сколько каждого раствора нужно взять, чтобы получить 60 кг 35% раствора сахара.

5. Имеется прямоугольный лист картона 4х8см. Из него нужно вырезать заготовку, из которой можно склеить коробку объема не меньшего 12(без крышки). Как это сделать.

2 вариант.

1. Одна швея может сшить костюм за 8 часов. Другая – за 6 часов. За какое наименьшее время они смогут выполнить задание, работая вместе.

2. За 1 секунду происходит два деления клетки. Первоначально было 6 клетки. Через какой промежуток времени станет 6144 клетки.

3. Одновременно по велотреку стартовали два велосипедиста. Один велосипедист проезжает круг за 45 мин, а другой за 30 секунд. Через какое наименьшее время велосипедисты снова встретятся на старте.

4. Имеется два раствора сахара. Первый раствор 45%, а второй 20%. Сколько каждого раствора нужно взять, чтобы получить 80 кг 30% раствора сахара.

5. Имеется прямоугольный лист картона 6х10см. Из него нужно вырезать заготовку, из которой можно склеить коробку объема не меньшего 24(без крышки). Как это сделать.

Результаты самостоятельной работы на решение прикладных задач после применения комплекса прикладных задач: «5» получили 3 человека (12%), «4» получили 10 человек (40%), «3» получили 9 человек (36%) и 3 человека (12%) не справились с задачами.

Таким образом, мониторинг степени умения учащихся решать прикладные задачи показал, что после применения разработанного комплекта материалов получены лучшие результаты. Это говорит о необходимости внедрять прикладные задачи в процесс обучения математики в разных темах на разных этапах урока.

Следует отметить здесь, что реализация дифференцированного подхода при решении прикладных задач требует не только достаточного уровня подготовки учеников по математике, но и высокого уровня профессиональной подготовки учителя, так как в ходе проведения урока проводится индивидуальная помощь и контроль в отношении каждого ученика. Уроки получились очень динамичные и интересные, что несомненно способствовало повышению интереса учащихся к математике, повышению самооценки учащихся, развитию у них самостоятельности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения дипломной работы были исследованы теоретические аспекты проблемы прикладной направленности школьного курса математики, возможность применения дифференцированного подхода в обучении школьников решению прикладных задач. В первой теоретической главе рассмотрены различные подходы к введению понятия «прикладная задача», классификации прикладных задач, подробно рассмотрены три этапа процесса математического моделирования, отмечены особенности каждого этапа.

Во второй практической главе сделан обзор учебника «Алгебра 9 класс» под редакцией А.Г. Мордкович, Л.А. Александровой, Т.Н. Мишустиной, Е.Е. Тульчинской, П.В. Семенова на предмет соответствия реализации ФГОС ООО в части прикладной направленности школьного курса математики. Разработана методика реализации дифференцированного подхода в обучении школьников 9 класса решению прикладных задач, направленных на использование математических знаний и умений. Составлен комплект заданий, позволяющий реализовать данную методику.

В комплект заданий входит диагностическая работа, необходимая для определения уровня знаний учащегося за курс математики 9 класса, а также основная часть, разделенная на пять тем, соответствующих главам ученика «Алгебра 9 класс» под редакцией А.Г. Мордкович и др.: «Решение прикладных задач с использованием прогрессии»; «Решение задач с использованием дробно-рациональных функций»; «Решение прикладных задач с использованием неравенств»; «Решение прикладных задач на составление уравнений и систем уравнений»; «Решение прикладных задач по теории вероятности».

Причем занятия по первым четырем темам являются уроками повторения материала, изученного на уроках алгебры в 9 классе, а последнее занятие по теме «Решение прикладных задач по теории вероятности» является уроком изучения нового материала, так как на этом уроке будет изложен теоретический материал, необходимый при решении прикладных задач соответствующей темы. В учебнике «Алгебра 9 класс» под редакцией А.Г. Мордковича и др. в пятой главе «Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей» недостаточно теоретического материала. Там больше внимания уделено элементам комбинаторики, но мало теории вероятностей.

Проведена апробация разработанного комплекта прикладных задач. Результат диагностики умения учащихся решать прикладные задачи до и после применения комплекта материалов показал, что после реализации дифференцированного подхода к решению прикладных задач на уроках математики учащиеся стали лучше решать задачи практического содержания. Таким образом, повышение качества обучения после применения комплекта прикладных задач, означает, что необходимо внедрять в учебный процесс задачи прикладного характера по разным темам на разных этапах урока математики.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алгебра 9 класс: Учеб. для 9 кл. общеобразоват. учреждений/ А.Г. Мордкович, Л.А. Александровой, Т.Н. Мишустиной, Е.Е. Тульчинской, П.В. Семенова – 12-е изд. перераб. – М.: Мнемозина, 2012. 224с.

2. Алгебра: сборник заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 кл.: Итоговая аттестация / Л.В. Кузнецова, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович, Л.О. Рослова.- М.: Просвещение, 2006.- 192 с.

3. Алгебра: Учеб. для 9 кл. общеобразоват. учреждений / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников и др.- М.: Просвещение, 2008.- 255 с.

4. Алгебра: Учеб. Для 9 кл. общеобразоват. Учреждений / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, Ю.В. Сидоров и др.- 10-е изд.- М.: Просвещение: Моск. учеб., 2006.- 255 с.

5. Алгебра: Учеб. для 9 кл. общеобразоват. учреждений / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков и др.; под ред. С.А. Теляковского.- 3-е изд.- М.: Просвещение, 2006.- 271 с.

6. Башмаков М.И. Ценностные ориентиры математического образования / Математика, №20, 2005.

7. Блехман И.И. Прикладная математика: Предмет, логика, особенности./ И.И. Блехман, А.Д. Мышкин, Я.Г. Паново – 4-е изд. – М.:Издательство ЛКИ, 2007. 325с.

8. Гузеев, И. С Содержание образования и профильное обучение в старшей школе / И.С. Гузеев / Народное образование. - 2002. - №9. - с. 113-123.

9. Загвязинский В.И., Закирова А.Ф., Строкова Т.А. Педагогический словарь. М.: Академия, 2008.

10. Клёнов, Н. Как подготовить школу к профильному обучению / Н. Клёнов. / Народное образование. - 2003. - №7. - с. 106-114.

11. Колосов, В. Углублённое математическое образование / В. Колосов. / Математика. - 2004. - №. - с. 2-7.

12. Комбинаторика. / Математика. - 2004. - №17. - с. 22-27.

13. Концепция модернизации российского образования на период до 2010 года / Нормативные документы в образовании. - 2003. - №2. - с. 2-21.

14. Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования / Официальные документы в образовании. - 2002. - №27. - с. 3-12.

15. Концепция федеральных государственных образовательных стандартов общего образования: проект / Рос. акад. образования; под ред. А. М. Кондакова, А. А. Кузнецова. — М.: Просвещение, 2008. — 40 с.

16. Кузнецов, А. А. О школьных стандартах второго поколения / А. А. Кузнецов. / Муниципальное образование: инновации и эксперимент. - 2008. - № 2. - С. 3-6.

17. Кузнецов, А.А. Базовые и профильные курсы: цели, функции, содержание / А.А. Кузнецов. / Педагогика. - 2004. - №2. - с. 28-33.

18. Макарычев, Ю.Н. Элементы статистики и теории вероятностей: Учебное пособие для учащихся 7-9 классов общеобразовательных учреждений / Ю.Н. Макарычев. - М.: Просвещение. - 2003. - с. - 78

19. Марков, В.И. Деятельностный подход в обучении математике в условиях предпрофильной подготовки и профильного обучения / В.И. Марков. - Киров. - 2006. – 200с.

20. Математика: Арифметика, функции, анализ данных: Учебник для 9 кл. общеобразоват. учреждений / Под ред. Г.В. Дорофеев. - М.: Просвещение. - 2000. - 352

21. Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для вузов \ под научн. ред. Н.Л. Стефановой, Н.С. Подходовой. – М.: Дрофа, 2005. -416 с.

22. Мордкович, А.Г., Семёнов, П.В. События. Вероятность. Статистическая обработка данных: Дополнительные материалы к курсу алгебры для 7-9 кл - М.: Мнемозина. - 2002

23. Никифорова М.А. «Преподавание математики и новые компьютерные технологии» \ «Математика в школе»,2005, №6, с.73; №7, с.56.

24. Осмоловская И.М. Организация дифференцированного обучения в современной общеобразовательной школе. М.: Изд. «Институт практической психологии», НПО «МОДЭК», 2002, - 137 с.

25. Основные понятия комбинаторики / Математика. - 2004. - №7. - с. 11-13.

26. Петров В. А. Прикладные задачи на уроках математики. Книга для учителя / В. А. Петров. – Смоленск, СГПУ, 2001. 234с.

27. Печёнкина Е.Н. Практико-ориентированные задачи на уроках математики в основной школе / Электронный ресурс http://rudocs.exdat.com/docs/index-100680.html

28. Подласый И.П. Педагогика: Новый курс: Учеб. для студ. высш. учеб. заведений: В.2 кн. - М.: Гуманит. изд. Центр ВЛАДОС, 2002 - 576 с.

29. Полонский В.М. Словарь понятий и терминов по образованию и педагогике. М., 2000. 368 с.

30. Примерная основная образовательная программа образовательного учреждения. Основная школа / Е. С. Савинов - М.: Просвещение, 2011. - 342с.

31. Романовская, М. Профильная школа / Романовская и др. / Директор школы. - 2003. - №7. - с. 12-21.

32. Семёновых, А. Комбинаторика / А. Семёновых. / Математика. - 2000. - №15. - с. 28-32.

33. Терешин, Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики: книга для учителя / Н.А. Терешин. - М.: Просвещение, 1990. 221с.

34. Фирсов В.В. О прикладной ориентации курса математики / Математика в школе. - 2006. - №6. – с. 2-9., - 2006. - №7. – с. 2-13.Индивидуально-дифференцированный подход к обучению и воспитанию школьников (проблемы, поиск, опыт): Сборник статей. Орехово-Зуево, 2003.

35. Шестакова, Л.Г. Математика в гуманитарных классах. / Л.Г. Шестакова / Математика в школе. - 1996. - №1. - с. 10-13.

36. Элективные курсы по математике: учебно-методические рекомендации. / М.В. Крутихина, З.В. Шилова. - Киров, ВятГГУ. - 2006. - с. – 40

37. Алгебра: Учебник для 9 кл. общеобразоват. учреждений / Под ред. С.А. Теляковского. - М.: Просвещение: Дрофа - 2003. 356с.

38. Аксёнова, Э.А. Профильное образование школьников / Э.А. Аксёнова / Образование в Сибири. - 2002. - №1. - с. 2-5.

39. Артёмова, Л.К. Профильное обучение: опыт, проблемы, пути решения / Л.К. Артемова. / Школьные технологии. - 2003. - №4. - с. 22-32.

40. Артюхова, И.С. Проблема выбора профиля обучения в старшей школе / И.С. Артюхова. / Педагогика. - 2004. - №2. - с. 28-33

41. Бабичева, Л. Школа будущего / Лана Бабичева. / Лидеры образовния. - 2003. - №6. - с. 18-21.

42. Безденежных Т. Профильное обучение: реальный опыт и сомнительные нововведения / Т. Безденежных, В. Шмелёв. / Директор школы. - 2003. - №1. - с. 7-12.

43. Болотов, В.А. Перспективы перехода школы на профильное обучение / В.А. Болотов. / Воспитание школьников. - 2004. - №1. - с. 2-8.

44. Тесты по математике 5-11 кл. – М.: ООО «Агентство «КРПА «Олимп»: «Издательство АСТ»,2002. 425с.

45. Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / Ш.А.Алимов, Ю.М.Колягин, Ю.В.Сидоров и др. – 9-е изд. – М.: Просвещение, 2001. 384 с.

46. Башмаков М.И. Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10-11 кл. сред. шк. – М.: Просвещение, 2000.

47. Юшин Н.Б. Прикладные математические задачи. « Студенческий научный форум». VII Международная студенческая электронная научная конференция. http://www.scienceforum.ru/2015/1029/13885

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

КОМПЛЕКС МАТЕРИАЛОВ

Задачи к теме «Решение прикладных задач с использованием прогрессии»

1(А). Отдыхающий, следуя совету врача, загорал в первый день 5 мин, а в каждый последующий день увеличивал время пребывания на солнце на 5 мин. В какой день недели время его пребывания на солнце будет равно 40 мин, если он начал загорать в среду?

2(ВС). Настенные русские часы с кукушкой устроены так, что кукушка кукует 1 раз, когда часы показывают половину очередного часа, и каждый час столько раз, каково время от 1 до 12. Сколько раз прокукует кукушка за сутки?

3(А). Рост дрожжевых клеток происходит делением каждой клетки на две части. Сколько стало клеток после десятикратного их деления, если первоначально было 20 клеток?

4(ВС). Из пункта А в пункт В одновременно с постоянными скоростями отправились пешеход и велосипедист. Велосипедист, прибыв в пункт В, повернул назад и встретил пешехода через 1 ч после начала движения из пункта А. После встречи с пешеходом велосипедист снова поехал в пункт В, а по прибытии туда повернул обратно и встретился с пешеходом через 1 ч после первой встречи. После второй встречи велосипедист опять поехал в пункт В, а доехав, повернул обратно и т. д. Найти время, за которое пешеход пройдет путь АВ.

5(А). Музыкальная октава делится на 12 равных интервалов-полутонов. Частота каждого последующего звука приблизительно в 1,059 раза больше частоты предыдущего. Во сколько раз нота соль выше ноты до той же октавы (вычисления провести на микрокалькуляторе)?

6(ВС). При свободном падении физическое тело проходит за первую секунду 4,9 м, а каждую последующую секунду на 9,8 м больше, чем за предыдущую. Найти: а) глубину шахты, если камень достиг ее через 8 секунд; б) сколько секунд падала бы гайка с высоты 490 м?

Задачи к теме «Решение задач с использованием дробно-рациональных функций».

1(А). В течение первых 5 мин давление газа в трубопроводе изменяется по формуле $p = \dfrac{t+7}{t+2}$, где p — давление газа (Па), t —время (мин). Увеличивается или уменьшается давление?

2(ВС). В таблице представлено население (млрд) земного шара в различные годы.

Год	1900	1940	1950	1970	1990
Население, Н	1,63	2,25	2,53	3,64	5,30

По этим данным постройте график. Оцените приближенно по графику население Земли в 1981, 1987, 2000гг.

3(А). В сосуд с одним литром кипятка вливают x литров воды с температурой $20°c$. Найдите функцию, выражающую зависимость температуры Т смеси от объема влитой воды. Вычислите ее значение при $x = 0{,}1;\ 0{,}5;\ 1;\ 2;\ 4;\ 9$. Постройте график функции по этим точкам. Найдите по графику значение Т при $x = 3$.

Указание. Температура смеси выражается по формуле: $T = \dfrac{100+20x}{1+x}$.

4(ВС). Сжатие x пружины пропорционально приложенной силе F (т.е. F=kx). Для сжатия пружины на 3 см нужна сила 10Н. Какая сила потребуется для сжатия пружины на 5 мм? Постройте график зависимости длины пружины от приложенной силы (для O≤F≤10 Н), если длина пружины в состоянии покоя равна 50 см.

5(А). При бороновании 1 га пахоты трактор расходует 1,3 кг горючего. Составьте формулу для вычисления зависимости расхода горючего M (кг) от площади поля S (га). Постройте график зависимости M от S.

6(ВС). Норма высева пшеницы 170 кг/га. Найдите зависимость расхода семян m от засеянной площади S. Постройте график полученной зависимости. Сколько семян потребуется для посева на площади 10 м^2; 100 м^2; 0,5 га?

7(А). Длина автомобильного моста через Каму в Перми 1050 м (при 0°). Найдите зависимость его длины от температуры T воздуха. Как изменится длина моста, если температура изменится от -20° до 20°? Справка. От нагревания тела расширяются, при этом их линейные размеры увеличиваются и могут быть вычислены по формуле $l = l0(l+aT)$, где l0 – длина тела при температуре 0 °С, T – температура окружающей среды в °С, а – коэффициент линейного расширения (его значения различны для разных веществ), l – длина тела при температуре T. Коэффициент линейного расширения бетона $a=12 \cdot 10^{-6}$.

8(ВС). Из одного пункта в одном направлении с отрывом в 1 ч друг от друга последовательно вышли лыжник со скоростью 10 км/ч, мотоцикл со скоростью 20 км/ч и автомобиль со скоростью 40 км/ч. Для каждого из них, на одной координатной плоскости, постройте график зависимости пройденного пути от времени (для $0 \leq t \leq 5$). Пользуясь графиками, ответьте на вопросы:

а) Кто движется первым через 5 ч после выхода лыжника?

б) Кого раньше догнал автомобиль – лыжника или мотоциклиста?

в) В какой момент времени все трое окажутся за отметкой 60 км от исходного пункта?

Задачи к теме «Решение прикладных задач с использованием неравенств».

1(А). На автомобиле КРАЗ имеется два топливных бака цилиндрической формы длиной 0,5м (соответствует высоте цилиндра, так как цилиндры расположены горизонтально). При каких наименьших размерах бака общая емкость будет не менее 200л?

2(ВС). На какой высоте надо повесить фонарь над центром круговой площадки радиуса а, чтобы радиус освещаемой площадки был не меньше 5м? (Из физики известно, что освещенность обратно пропорциональна квадрату расстояния до источника света и пропорциональна синусу угла наклона луча света к освещаемой маленькой площадке).

3(А). Окно имеет форму прямоугольника, завершенного полукругом. Дан периметр фигуры. Какова должна быть высота окна, чтобы площадь окна была не меньше S?

4(ВС). Десантный катер высадил разведгруппу в районе (3205) в 3 км от берега в створе с устьем реки Прямая. Задача группы на надувной лодке выйти к мысу Сагиз (В), находящемуся на берегу на расстоянии 5 км от устья (А) реки Прямой. Скорость лодки 4 км/ч, а скорость передвижения группы по суше 5 км/ч. Сможет ли группа попасть в место назначения за время, не превышающее 2 часов?

5(А). Над центром круглого стола радиуса r висит лампа. На какой высоте надо подвесить эту лампу, чтобы на краях стола получить радиус освещенности не меньший 1м? (Из физики известно, что освещенность обратно пропорциональна квадрату расстояния до источника света и пропорциональна синусу угла наклона луча света к освещаемой маленькой площадке).

6(ВС). Из пункта А, находящегося в лесу в 5 км от прямолинейной дороги, пешеходу нужно попасть в пункт В, расположенный на этой дороге в 13 км от пункта А. По дороге пешеход может двигаться с максимальной скоростью 5 км/ч, а по лесу — с максимальной скоростью 3 км/ч. Сможет ли пешеход добраться из пункта А в пункт В за время, не превышающее 4 часов?

Задачи к теме «Решение прикладных задач на составление уравнений и систем уравнений».

1(А). Из танкера произошла утечка нефти. Через 2 часа 40 минут из ближайшего пункта В на встречу нефтяному пятну отправился катер для устранения данной экологической проблемы. Встреча произошла в 27 км от пункта В. Необходимо найти скорость нефтяного пятна, если собственная скорость катера 12 км/ч, а расстояние от пункта В до места аварии 44 км.

2(ВС). В 9 ч самоходная баржа вышла из А вверх по реке и прибыла в пункт В; 2 ч спустя после прибытия в В эта баржа отправилась в обратный путь и прибыла в А в 19 ч 20 мин того же дня. Предполагаю, что средняя скорость течения реки 3 км/ч и собственная скорость баржи все время постоянны. Определить в котором часу баржа прибыла в пункт В. Расстояние между А и В равно 60 км?

3(А). В одном из отсеков судна возникла течь, и отсек оказался полностью заполнен водой. Для откачки воды включены 2 насоса разной производительности. Через 18 часов после этого течь была устранена, второй насос выключен и еще через 12 часов воды в отсеке не осталось. Если бы течь устранить не удалось, то 2 насоса осушили бы отсек наполовину через 10 часов совместной работы. За какое время второй насос осушил бы отсек наполовину, если бы не удалось устранить течь?

4(ВС). Известно, что свободно падающее тело проходит в первую секунду 4,9 м, а в каждую следующую на 9,8 м больше, чем в предыдущую. Пусть два тела начали падать с одной высоты одно за другим, с интервалом 5с. Через какое время они будут друг от друга на расстоянии 220,5 м?

5(А). Две бригады, работая вместе должны отремонтировать заданный участок шоссейной дороги за 18 дней. В действительности же получилось так, что сначала работала только одна первая бригада, а заканчивала ремонт участка дорого одна вторая бригада, производительность труда которой более высокая, чем первой бригады. В результате ремонт заданного участка дороги продолжался 40 дней, причем первая бригада в свое рабочее время выполнила 2/3 всей работы.

6(ВС). Бригада рыбаков намеревалась выловить в определенный срок 1800ц рыбы. Треть этого срока был шторм, вследствие чего плановое задание ежедневно недовыполнялось на 20ц. Однако в остальные дни бригаде удавалось ежедневно вылавливать на 20ц больше дневной нормы и плановое задание было выполнено за 1 день до срока. Сколько центнеров рыбы намеревалась вылавливать бригада рыбаков ежедневно?

Задачи к теме «Решение прикладных задач по теории вероятностей».

1(А). Девятиклассники Петя, Катя, Ваня, Даша и Наташа бросили жребий, кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должна будет девочка.

2(ВС). У бабушки 10 чашек: 7 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.

Событие A и B называются противоположными друг другу, если любой исход благоприятен ровно для одного из них. Например, при бросании кубика событие «выпало нечетное число» является противоположным событием «выпало четное число».

Событие, противоположное событию A обозначают . Из определения противоположных событий следует, что $P(A) + P(\bar{A}) = 1$, значит

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}).$$

Два события A и B называют несовместными, если отсутствуют исходы, благоприятствующие одновременно как событию A, так и событию B. Например, при бросании кубика события «выпало число 3» и «выпало четное число» несовместны. При этом события «выпало число больше 3-х» и «выпало четное число» совместны.

Пусть событие C означает, что произошло хотя бы одно из событий A и B. Тогда С называют объединением событий A и B, пишут $C = A \cup B$.

Если события A и B несовместны, то вероятность их объединения равна сумме вероятностей событий A и B:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Два события A и B называют независимыми, если вероятность каждого из них не зависит от появления или не появления другого события.

Например, выполним последовательно два подбрасывания монеты. Тогда события «при первом подбрасывании выпала решка» и «при втором подбрасывании выпал орел» являются независимыми: вероятность каждого из них Равна $\frac{1}{2}$ независимо от того, что произошло при другом подбрасывании.

Рассмотрим другой пример. Пусть в урне находятся два черных и два белых шара. Сначала из урны наугад извлекают один шар. Затем из той же урны наугад извлекают еще один шар. Обозначим через A событие «первый извлеченный шар белый», а через B – «второй извлеченный шар черный». Тогда события A и B являются зависимыми. Действительно, если событие А произошло, то в урне из трех оставшихся шаров два черных и $P(B) = \frac{2}{3}$. Если же событие А не произошло, то в урне из трех оставшихся шаров один черный и $P(B) = \frac{1}{3}$.

Пусть событие C означает, что произошло как событие A, так и B. Тогда С называют пересечением событий A и B, пишут $C = A \cap B$.

Если события A и B независимы, то вероятность их пересечения равна произведению вероятностей событий A и B: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Частотой события A называют отношение $\frac{m}{n}$, где n – общее число испытаний, m – число появлений события A. Например, пусть мы подбросили монету 100 раз, орел выпал 47 раз. Тогда частота выпадения орла в нашем эксперименте равна $\frac{47}{100} = 0{,}47$.

3(А). На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет чётной и больше 5?

4(В). Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Н. с вероятностью 0,45. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Н. с вероятностью 0,4. Гроссмейстеры А. и Н. играют две шахматные партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

5(С). В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,4. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Теоремы сложения и умножения вероятностей

Суммой двух событий A и B называется событие C, состоящее в появлении хотя бы одного из событий A или B.

Теорема сложения вероятностей

Вероятность суммы двух несовместимых событий равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A + B) = P(A) + P(B).$$

В случае, когда события A и B совместны, вероятность их суммы выражается формулой

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB),$$

где AB – произведение событий A и B.

Два события называются зависимыми, если вероятность одного из них зависит от наступления или не наступления другого, в случае зависимых событий вводится понятие условной вероятности события.

Условной вероятностью $P\left(\frac{A}{B}\right)$ события A называется вероятность события A, вычисленная при условии, что событие B произошло. Аналогично через $P\left(\frac{B}{A}\right)$ обозначается условная вероятность события B при условии, что событие A наступило.

Произведением двух событий A и B называется событие C, состоящее в совместном появлении события A и события B.

Теорема умножения вероятностей

Вероятность произведения двух событий равна вероятности одного из них, умноженной на условную вероятность другого при наличии первого:

$$P(AB) = P(A)\cdot P\left(\frac{B}{A}\right), \text{ или } P(AB) = P(B)\cdot P\left(\frac{A}{B}\right).$$

Следствие. Вероятность совместного наступления двух независимых событий A и B равна произведению вероятностей этих событий:

$$P(AB) = P(A)P(B).$$

Формула полной вероятности.

Если событие B может произойти только при выполнении одного из событий $A_1, A_2, \cdots A_n$, которые образуют полную группу несовместных событий, то вероятность события A вычисляется по формуле

$$P(B) = P(A_1)\cdot P(B|A_1) + P(A_2)\cdot P(B|A_2) + \cdots + P(A_n)\cdot P(B|A_n).$$

Формула Бернулли

Если событие A появляется с одинаковой вероятностью p и не появляется с вероятностью q в каждом из n испытаний, то вероятность появления события A в n испытаниях ровно m раз определяется по формуле Бернулли:

$$P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}.$$

где

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!\,m!}.$$

Факториал

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n.$$

6(A). На экзамене по биологии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Млекопитающие», равна 0,15. Вероятность того, что это вопрос на тему «Грибы», равна 0,23. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

7(B). В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,08 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

8(C). Вероятность того, что новый мобильный телефон прослужит больше двух лет, равна 0,62. Вероятность того, что он прослужит больше пяти лет, равна 0,43. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше пяти лет, но больше двух.

9(A). Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,07. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

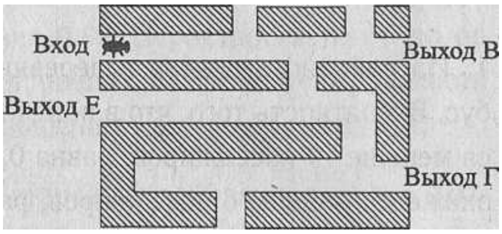
10(B). В некотором городе из 8000 появившихся на свет младенцев 4888 мальчиков. Найдите частоту рождения девочек в этом городе. Результат округлите до сотых.

11(C). Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,34.

12(А). Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,04. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,98. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,02. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

13(ВС). На рис. 1 изображён лабиринт. Жук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад жук не может, поэтому на каждом разветвлении жук выбирает один из путей, по которому ещё не полз. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью жук придёт к выходу Е.

Рис.1 Выход А Выход Б



Выход Д