

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Красноярский государственный педагогический университет
им. В.П. Астафьева»

Институт математики, физики и информатики

(наименование института/факультета)

Кафедра-разработчик математики и методики обучения математике

(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕНО

На заседании кафедры
Протокол № 9 от «08» мая 2024
Шашкина Мария Борисовна
ФИО зав. кафедрой

ОДОБРЕНО

На заседании научно-методического совета
специальности (направления подготовки)
Протокол № 7 от 15 мая 2024

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации обучающихся

по ПРОФИЛЬНОМУ ИССЛЕДОВАНИЮ В МАТЕМАТИКЕ

наименование дисциплины /практики/модуля

Для профилей по направлениям подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование,
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) «математика» и
«информатика», 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
«физика» и «математика»
реализуемых на основе единых подходов к структуре и содержанию
«Ядра высшего педагогического образования»

Квалификация: бакалавр

Составители: В.Р. Майер, профессор, В.В. Абдулкин

(ФИО, должность)

Раздел №1. Установочные семинары

Индивидуально-групповое задание.

Содержание задания:

а) сформулируйте комплект из четырёх задач для одного из классов на заочный тур очередной открытой Краевой олимпиады по геометрии;

б) создайте в среде Живая математика динамические чертежи, приведите подробное решение каждой задачи с использованием динамических чертежей;

в) разработайте для каждой задачи критерии оценки ее решения;

г) создайте видеоролик с разбором решения задач с использованием среды Живая математика и программы захвата экрана Bandicam.

Раздел №2. Проведение олимпиады и анализ ее результатов

Итоговый отчёт по практике.

Содержание отчёта:

а) опишите свою работу в составе рабочей группы оргкомитета олимпиады (рассылка приглашений, выставление заданий на сайт, участие в проверке задач, информирование участников о результатах заочного тура, отправка участникам олимпиады видеороликов с анализом решений и т.д.);

б) проведите подробный анализ решения задач участниками олимпиады по курируемым вами школам, подготовьте рекомендации учащимся и учителям, оформите соответствующий текст в отчёте по практике;

в) разработайте комплект из четырёх задач для выбранного вами класса на очный тур олимпиады, подготовьте их решение, включите соответствующий материал в отчёт.

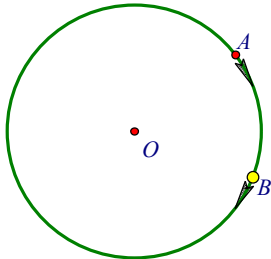
**Пример выполнения индивидуально-группового задания
для студентов, готовящих олимпиадные задачи для 10 класса**

Задача 1. По окружности в одном направлении движутся две точки, причём скорость движения первой точки в 12 раз меньше скорости движения второй. Определите, какое наименьшее время проходит между совпадениями точек, если вторая точка пробегает всю окружность за 60 минут?

Решение. Так как за 60 минут вторая точка пробегает всю окружность, то за 1 минуту она пробегает дугу градусной меры $360^\circ/60 = 6^\circ$. За 1 минуту первая точка пробегает дугу в 12 раз меньшую, следовательно, градусная мера этой дуги равна $6^\circ/12=0,5^\circ$. Обозначим через x – число минут между ближайшими совпадениями точек. За x минут первая точка пробежит дугу градусной меры $0,5x$ градусов. За это же время вторая точка пробежит дугу градусной меры $6x$ градусов и совместится с первой точкой. Очевидно, что разность между градусными мерами дуг, которые пробегают за x минут вторая и первая точки соответственно, будет равна 360° . Отсюда получаем уравнение $6x - 0,5x = 360$. Решая его,

получим $x = 720/11 = 65\frac{5}{11}$.

Ответ: $65\frac{5}{11}$ минут.



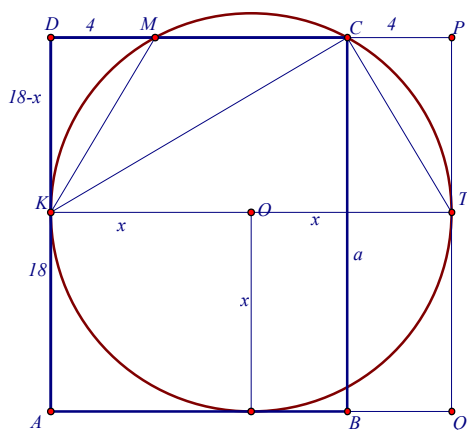
Баллы	Критерии оценивания задачи 1
3	Приведена верная последовательность всех шагов, каждый шаг обоснован, найдено точное наименьшее время между совпадениями точек.
2	Приведены верная последовательность шагов и доказательство, однако при их обосновании допущены несущественные ошибки (численные или в рассуждениях).
1	Приведена верная последовательность шагов, однако один из них не обоснован, например формула, связывающая искомую величину, приведена без необходимых комментариев.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2 и 3 балла.

Задача 2. Окружность проходит через вершину C прямоугольника $ABCD$, касается стороны AB , пересекает сторону CD в точке M и касается стороны AD в точке K . Найдите сторону AB , зная, что $AD=18$, $DM=4$.

Решение.

1. Положим $x = OK$ - радиус окружности. Достроим прямоугольник $ABCD$ до прямоугольника $AQPD$, в котором PQ касается окружности в точке T . Ясно, что $KMCT$ - равнобедренная трапеция, причём $CP = DM = 4$, $KT = 2x$ и $AK = x$.
2. В соответствии с условием о принятых обозначениях, $DK=18 - x$, $DC = 2x - 4$.
3. По свойству касательной и секущей: $DK^2 = DM \cdot DC$ или $(18 - x)^2 = 4(2x - 4)$.
4. Решая уравнение $x^2 - 44x + 340 = 0$, $x_1 = 10$, $x_2 = 34$. Нас устроит лишь корень $x = 10$ (при втором корне точка K окажется вне отрезка AD).
5. $AB = DP - CP = 2x - 4 = 20 - 4 = 16$

Ответ: 16.



Баллы	Критерии оценивания задачи 2
3	Приведена верная последовательность всех шагов, каждый шаг достаточно подробно обоснован, получен верный ответ.
2	Приведены верная последовательность шагов и доказательство, однако при их обосновании допущены несущественные ошибки (численные или в рассуждениях).
1	Приведена верная последовательность шагов, однако имеет место одно из замечаний: 1) один из шагов не обоснован, например формула, связывающая искомую величину, приведена без ссылки на свойство секущей и касательной; 2) ответ содержит посторонний корень.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2 и 3 балла.

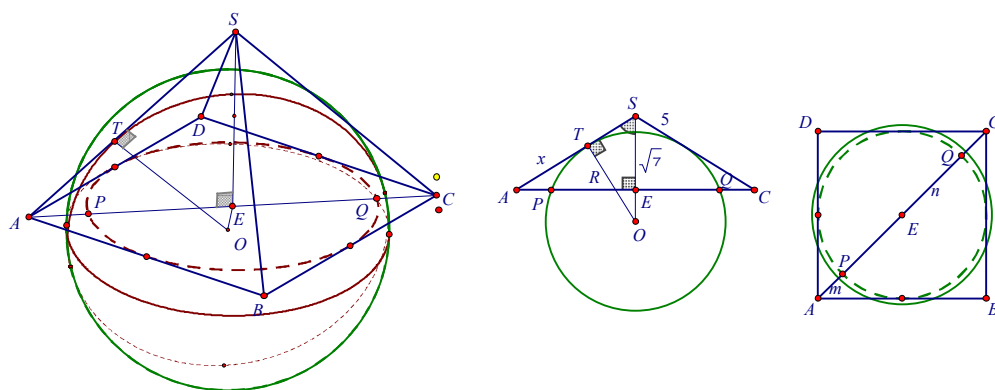
Задача 3. Найдите радиус сферы, если известно, что она касается всех рёбер правильной четырёхугольной пирамиды с боковым ребром 5 и высотой $\sqrt{7}$.

Решение:

Пусть $SABCD$ – правильная пирамида с основанием $ABCD$, $SA=5$, высота $SE = \sqrt{7}$. Пусть сфера радиуса R и с центром в O касается всех рёбер пирамиды, в частности ребра AS в точке T . Рассмотрим сечение пирамиды и сферы плоскостью SAC . Получим равнобедренный треугольник ACS ($AS=CS=5$) и окружность радиуса R , с центром O , лежащим на луче SE и касающуюся боковых сторон треугольника, в частности стороны AS в точке T . Обозначим через P и Q – точки пересечения окружности со стороной AC треугольника. Поскольку сфера касается и сторон квадрата $ABCD$, лежащего в основании пирамиды, то отрезок PQ является диаметром сечения сферы плоскостью ABC , представляющим собой вписанную в этот квадрат окружность.

1. По теореме Пифагора $AE = 3\sqrt{2} = CE$, откуда, $AC = 6\sqrt{2}$.

2. Зная AC , найдем сторону $AB = 6$. Т.к диаметр PQ вписанной в квадрат $ABCD$ окружности равен стороне квадрата, то $PQ = 6$.



3. Найдём $AP = (AC - PQ) / 2 = 3(\sqrt{2} - 1) = QC$ и $AQ = 3(\sqrt{2} + 1)$.

4. $AT^2 = AP \cdot AQ = 9(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) = 9$, откуда $AT=3$ и $ST = 5-3=2$.

5. Так как $\triangle ASE \sim \triangle OST \Rightarrow R/AE = ST/SE$, откуда, $R = 6\sqrt{2} / \sqrt{7} = 6\sqrt{14} / 7$.

Ответ: $6\sqrt{14} / 7$

Баллы	Критерии оценивания задачи 3
3	Приведена верная последовательность всех шагов, каждый шаг подробно обоснован, искомый радиус сферы найден верно.
2	Приведена верная последовательность шагов, однако при обосновании шагов имеет место одно из следующих замечаний: 1) при решении задачи какой-либо из пунктов решения имеет незначительные логические изъяны; 2) в одном из последних шагов допущена одна не грубая арифметическая ошибка.
1	Приведена верная последовательность шагов, однако при их обосновании имеют место оба замечания из предыдущего пункта.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2 и 3 балла.

Задача 4. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, длины ребер которого равны a . Найдите расстояние от вершины B до точки Q - пересечения BD_2 с плоскостью $A_1 C_1 D$, где D_2 - середина ребра DD_1 .

Решение.

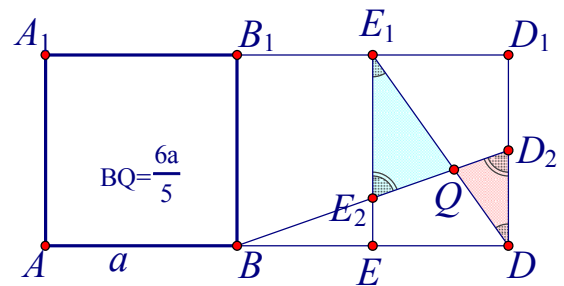
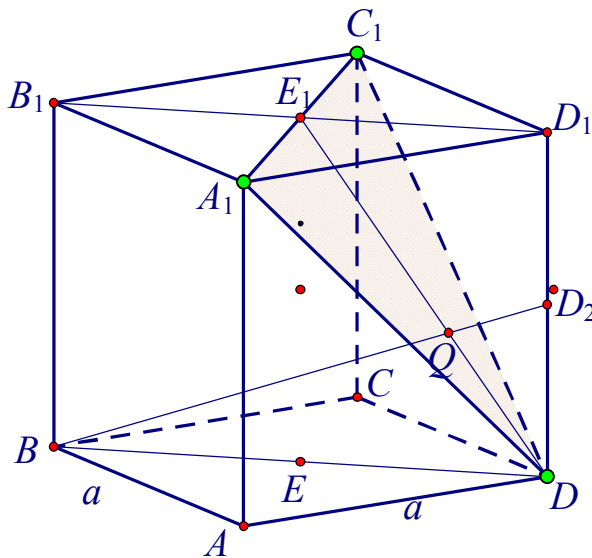
Рассмотрим диагональное сечение куба плоскостью $B_1 B D$. Очевидно, точка Q пересечения BD_2 с плоскостью $A_1 C_1 D$ будет совпадать с пересечением отрезков BD_2 и $E_1 D$, где E_1 середина $B_1 D_1$. Рассмотрим отрезок EE_1 , соединяющий середину E отрезка BD с E_1 . Рассмотрим E_2 – точку пересечения EE_1 и BD_2 .

1. По свойству средней линии треугольника $EE_2:BB_2 = 1:2$, отсюда $EE_2:DD_1 = 1:4$, отсюда $EE_2:E_1 E_2 = 1:3$ и $DD_2:E_1 E_2 = 2:3$.

2. Из подобия треугольников $DD_2 Q$ и $E_1 E_2 Q$ следует, что $QD_2:QE_2 = 2:3$.

3. Из 2 следует, что $BQ:BD_2 = 8:10 = 4:5$.

4. Итак, $BQ = 4BD_2/5 = 4\sqrt{2a^2 + a^2} / 4 / 5 = 6a/5$.



Ответ: $6a/5$

Баллы	Критерии оценивания задачи 4
3	Приведена верная последовательность всех шагов, каждый шаг обоснован, получен верный ответ.
2	Приведена верная последовательность шагов, однако при обосновании шагов имеет место одно из следующих замечаний: 1) при решении задачи какой-либо из пунктов решения имеет незначительные логические изъяны; 2) в одном из последних шагов допущена одна не грубая арифметическая ошибка.
1	Приведена верная последовательность шагов, однако при обосновании шагов имеют место оба замечания из предыдущего пункта.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2 и 3 балла.