МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Красноярский государственный педагогический университет
им. В.П. Астафьева»

Институт математики, физики и информатики
(наименование института/факультета)
Кафедра-разработчик математики и методики обучения математике
(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕНО

На заседании кафедры
Протокол № 9 от «08» мая 2024
Шашкина Мария Борисовна
ФИО зав. кафедрой

ОДОБРЕНО

На заседании научно-методического совета
специальности (направления подготовки)
Протокол № 7 от 15 мая 2024

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации обучающихся

по ПРОФИЛЬНОМУ ИССЛЕДОВАНИЮ В МАТЕМАТИКЕ
наименование дисциплины /практики/модуля

Для профилей по направлениям подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование, 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) «математика» и «информатика», 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) «физика» и «математика»
реализуемых на основе единых подходов к структуре и содержанию
«Ядра высшего педагогического образования»

Квалификация: бакалавр

Составители: В.Р. Майер, профессор, В.В. Абдулкин

(ФИО, должность)

Раздел №1. Установочные семинары

Индивидуально-групповое задание.

Содержание задания:

а) сформулируйте комплект из четырёх задач для одного из классов на заочный тур очередной открытой Краевой олимпиады по геометрии;

б) создайте в среде Живая математика динамические чертежи, приведите подробное решение каждой задачи с использованием динамических чертежей;

в) разработайте для каждой задачи критерии оценки ее решения;

г) создайте видеоролик с разбором решения задач с использованием среды Живая математика и программы захвата экрана Bandicam.

Раздел №2. Проведение олимпиады и анализ ее результатов

Итоговый отчёт по практике.

Содержание отчёта:

а) опишите свою работу в составе рабочей группы оргкомитета олимпиады (рассылка приглашений, выставление заданий на сайт, участие в проверке задач, информирование участников о результатах заочного тура, отправка участникам олимпиады видеороликов с анализом решений и т.д.);

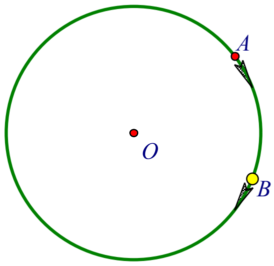
б) проведите подробный анализ решения задач участниками олимпиады по курируемым вами школам, подготовьте рекомендации учащимся и учителям, оформите соответствующий текст в отчёте по практике;

в) разработайте комплект из четырёх задач для выбранного вами класса на очный тур олимпиады, подготовьте их решение, включите соответствующий материал в отчёт.

Пример выполнения индивидуально-группового задания для студентов, готовящих олимпиадные задачи для 10 класса

Задача 1. *По окружности в одном направлении движутся две точки, причём скорость движения первой точки в 12 раз меньше скорости движения второй. Определите, какое наименьшее время проходит между совпадениями точек, если вторая точка пробегает всю окружность за 60 минут?*

Решение. Так как за 60 минут вторая точка пробегает всю окружность, то за 1 минуту она пробегает дугу градусной меры 360º/60 = 6º. За 1 минуту первая точка



пробегает дугу в 12 раз меньшую, следовательно, градусная мера этой дуги равна 6º/12=0,5º. Обозначим через х – число минут между ближайшими совпадениями точек. За х минут первая точка пробежит дугу градусной меры 0,5х градусов. За это же время вторая точка пробежит дугу градусной меры 6х градусов и совместится с первой точкой. Очевидно, что разность между градусными мерами дуг, которые пробегают за х минут вторая и первая точки соответственно, будет равна 360º. Отсюда получаем уравнение 6х – 0,5х = 360. Решая его, получим х = 720/11 = $65\frac{5}{11}$.

Ответ: $65\frac{5}{11}$ минут.

Баллы	**Критерии оценивания задачи 1**
3	Приведена верная последовательность всех шагов, каждый шаг обоснован, найдено точное наименьшее время между совпадениями точек.
2	Приведены верная последовательность шагов и доказательство, однако при их обосновании допущены несущественные ошибки (численные или в рассуждениях).
1	Приведена верная последовательность шагов, однако один из них не обоснован, например формула, связывающая искомую величину, приведена без необходимых комментариев.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2 и 3 балла.

Задача 2. *Окружность проходит через вершину C прямоугольника ABCD, касается стороны AB, пересекает сторону CD в точке M и касается стороны AD в точке K. Найдите сторону AB, зная, что AD=18, DM=4.*

Решение.

1. Положим x = OK - радиус окружности. Достроим прямоугольник ABCD до прямоугольника AQPD, в котором PQ касается окружности в точке T. Ясно, что KMCT – равнобедренная трапеция, причём CP = DM = 4, KT = 2x и AK = x.

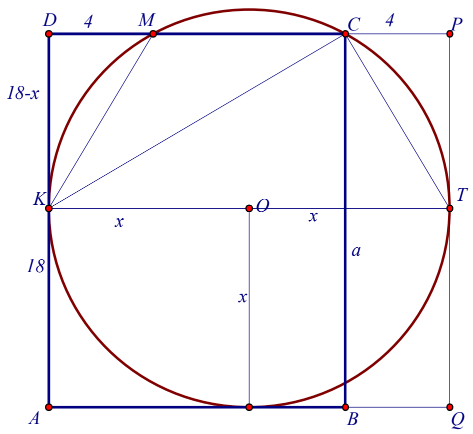
2. В соответствии с условием о принятыми обозначениями, DK=18 - x, DC = 2x - 4.

3. По свойству касательной и секущей: $DK^2=DM\cdot DC$ или $(18 – x)^2 = 4(2x-4)$.

4. Решая уравнение $x^2 - 44x + 340=0$, $x_1 = 10$, $x_2 = 34$. Нас устроит лишь корень x = 10 (при втором корне точка K окажется вне отрезка AD).

5. AB = DP – CP = 2x – 4 = 20 – 4 = 16

Ответ: 16.



Баллы	Критерии оценивания задачи 2
3	Приведена верная последовательность всех шагов, каждый шаг достаточно подробно обоснован, получен верный ответ.
2	Приведены верная последовательность шагов и доказательство, однако при их обосновании допущены несущественные ошибки (численные или в рассуждениях).
1	Приведена верная последовательность шагов, однако имеет место одно из замечаний: 1) один из шагов не обоснован, например формула, связывающая искомую величину, приведена без ссылки на свойство секущей и касательной; 2) ответ содержит посторонний корень.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2 и 3 балла.

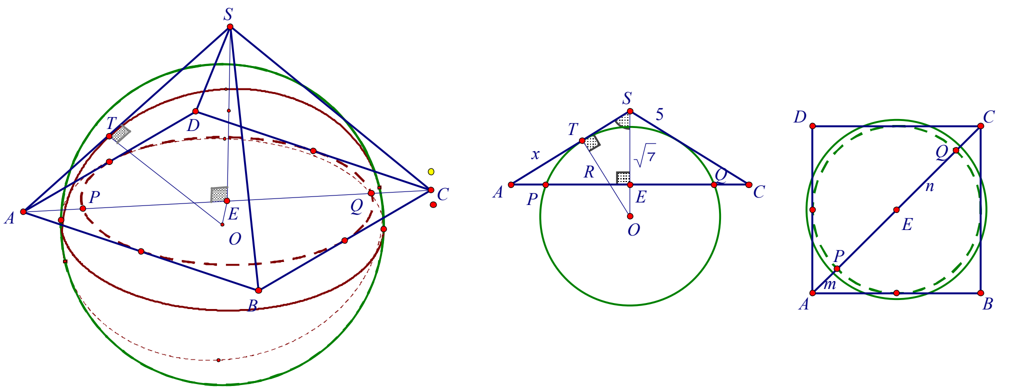
Задача 3. *Найдите радиус сферы, если известно, что она касается всех рёбер правильной четырёхугольной пирамиды с боковым ребром 5 и высотой* $\sqrt{7}$.

Решение:

Пусть SABCD – правильная пирамида с основанием ABCD, SA=5, высота SE = $\sqrt{7}$. Пусть сфера радиуса R и с центром в O касается всех рёбер пирамиды, в частности ребра AS в точке T. Рассмотрим сечение пирамиды и сферы плоскостью SAC. Получим равнобедренный треугольник ACS (AS=CS=5) и окружность радиуса R, с центром O, лежащим на луче SE и касающуюся боковых сторон треугольника, в частности стороны AS в точке T. Обозначим через P и Q – точки пересечения окружности со стороной AC треугольника. Поскольку сфера касается и сторон квадрата ABCD, лежащего в основании пирамиды, то отрезок PQ является диаметром сечения сферы плоскостью ABC, представляющим собой вписанную в этот квадрат окружность.

1. По теореме Пифагора AE = $3\sqrt{2}$ = CE, отсюда, AC = $6\sqrt{2}$.

2. Зная AC, найдем сторону AB = 6. Т.к диаметр PQ вписанной в квадрат ABCD окружности равен стороне квадрата, то PQ = 6.



3. Найдём AP = (AC - PQ) / 2 = $3(\sqrt{2}-1)$ = QC и AQ = $3(\sqrt{2}+1)$.

4. $AT^2 = AP \cdot AQ = 9(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1) = 9$, отсюда AT=3 и ST = 5-3=2.

5. Так как $\triangle ASE \sim \triangle OST \Rightarrow R/AE = ST/SE$, отсюда, $R = 6\sqrt{2}/\sqrt{7} = 6\sqrt{14}/7$.

Ответ: $6\sqrt{14}/7$

Баллы	Критерии оценивания задачи 3
3	Приведена верная последовательность всех шагов, каждый шаг подробно обоснован, искомый радиус сферы найден верно.
2	Приведена верная последовательность шагов, однако при обосновании шагов имеет место одно из следующих замечаний: 1) при решении задачи какой-либо из пунктов решения имеет незначительные логические изъяны; 2) в одном из последних шагов допущена одна не грубая арифметическая ошибка.
1	Приведена верная последовательность шагов, однако при их обосновании имеют место оба замечания из предыдущего пункта.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2 и 3 балла.

Задача 4. *Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, длины ребер которого равны a. Найдите расстояние от вершины B до точки Q - пересечения BD_2 с плоскостью A_1C_1D, где D_2 - середина ребра DD_1.*

Решение.

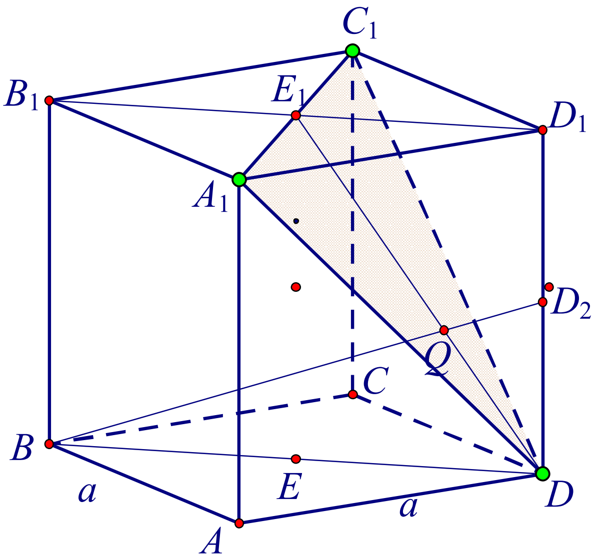
Рассмотрим диагональное сечение куба плоскостью B_1BD. Очевидно, точка Q пересечения BD_2 с плоскостью A_1C_1D будет совпадать с пересечением отрезков BD_2 и E_1D, где E_1 середина B_1D_1. Рассмотрим отрезок EE_1, соединяющий середину E отрезка BD с E_1. Рассмотрим E_2 – точку пересечения EE_1 и BD_2.

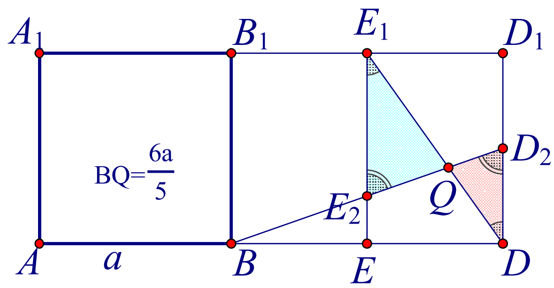
1. По свойству средней линии треугольника $EE_2:BB_2 = 1:2$, отсюда $EE_2:DD_1 = 1:4$, отсюда $EE_2:E_1E_2 = 1:3$ и $DD_2:E_1E_2 = 2:3$.

2. Из подобия треугольников DD_2Q и E_1E_2Q следует, что $QD_2:QE_2 = 2:3$.

3. Из 2 следует, что $BQ:BD_2 = 8:10 = 4:5$.

4. Итак, $BQ = 4BD2/5 = 4\sqrt{2a^2 + a^2/4}/5 = 6a/5$.





Ответ: 6a/5

Баллы	**Критерии оценивания задачи 4**
3	Приведена верная последовательность всех шагов, каждый шаг обоснован, получен верный ответ.
2	Приведена верная последовательность шагов, однако при обосновании шагов имеет место одно из следующих замечаний: 1) при решении задачи какой-либо из пунктов решения имеет незначительные логические изъяны; 2) в одном из последних шагов допущена одна не грубая арифметическая ошибка.
1	Приведена верная последовательность шагов, однако при обосновании шагов имеют место оба замечания из предыдущего пункта.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2 и 3 балла.