

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Красноярский государственный педагогический университет  
им. В.П. Астафьева»

Институт математики, физики и информатики

(наименование института/факультета)

Кафедра-разработчик математики и методики обучения математике

(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕНО

На заседании кафедры  
Протокол № 9 от «08» мая 2024  
Шашкина Мария Борисовна  
ФИО зав. кафедрой

ОДОБРЕНО

На заседании научно-методического  
совета специальности  
(направления подготовки)  
Протокол № 7 от 15 мая 2024

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации обучающихся

по ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

наименование дисциплины / практики/модуля

Для профилей по направлениям подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование,  
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)  
«математика» и «информатика», 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя  
профилями подготовки) «физика» и «математика»,  
реализуемых на основе единых подходов к структуре и содержанию  
«Ядра высшего педагогического образования»

Квалификация: бакалавр

Составитель: В.Р. Майер, профессор

(ФИО, должность)

## Индивидуальная домашняя работа №1

Линия  $\Gamma$  задана своим векторным уравнением  $\vec{r} = \vec{r}(t)$ , точка  $P$  принадлежит линии  $\Gamma$ . В точке  $P$  найти:

- а) Уравнение касательной.
- б) Уравнение бинормали.
- в) Уравнение главной нормали.
- г) Уравнение соприкасающейся плоскости.
- д) Уравнение нормальной плоскости.
- е) Уравнение спрямляющей плоскости.
- ж) Координаты базисных векторов естественного трехгранника.
- з) Кривизну.
- и) Кручение.

ВАРИАНТЫ:

- |     |  |  |
|-----|--|--|
| 1.  | $\vec{r}(t) = (2t; \ln t; t^2)$  | $P(2; 0; 1)$   |
| 2.  | $\vec{r}(t) = \left(\frac{t^2}{2}; \frac{2t^3}{3}; \frac{t^4}{2}\right)$ | $P\left(\frac{1}{2}; -\frac{2}{3}; \frac{1}{2}\right)$ |
| 3.  | $\vec{r}(t) = \left(t; \frac{t^2}{2}; \frac{t^3}{6}\right)$              | $P\left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{6}\right)$            |
| 4.  | $\vec{r}(t) = \left(t; \frac{t^3}{3}; \frac{1}{2t}\right)$               | $P\left(1; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$            |
| 5.  | $\vec{r}(t) = (e^t; e^{-t}; t\sqrt{2})$                                  | $P(1; 1; 0)$   |
| 6.  | $\vec{r}(t) = (\cos t; \sin t; t^3 - 9t)$                                | $P(1; 0; 0)$   |
| 7.  | $\vec{r}(t) = (3t - t^3; 3t^2; 3t + t^3)$                                | $P(-2; 3; -4)$   |
| 8.  | $\vec{r}(t) = (t; t^2; e^t)$   | $P(0; 0; 1)$   |
| 9.  | $\vec{r}(t) = (t; t^3; t^2 + 4)$   | $P(1; 1; 5)$   |
| 10. | $\vec{r}(t) = (t; t^2 + 2; t^3 + t)$                                     | $P(1; 3; 2)$   |

## Индивидуальная домашняя работа №2

Поверхность  $\Phi$  задана своим векторным уравнением  $\vec{r} = \vec{r}(u, v)$ , точка  $P$  принадлежит  $\Phi$ .

- а) Найти криволинейные координаты точки  $P$ .
- б) Доказать, что в окрестности точки  $P$  поверхность  $\Phi$  гладкая.  
В точке  $P$  найти:
  - в) Уравнение касательной плоскости.
  - г) Уравнение нормали.
  - д) Коэффициенты первой квадратичной формы.
  - е) Угол между  $u$ - и  $v$ -линиями.
  - ж) Коэффициенты второй квадратичной формы.
  - з) Нормальные кривизны в направлении  $u$ -линии и  $v$ -линии.
  - и) Полную и среднюю кривизну.
  - к) Определить тип точки  $P$ .

### ВАРИАНТЫ:

- |     |   |              |
|-----|---|--------------|
| 11. | $\vec{r}(u, v) = (u + v; u - v; u^2 + v^2)$         | $P(2; 0; 2)$ |
| 12. | $\vec{r}(u, v) = (u^2; uv; v^2)$                    | $P(1; 1; 1)$ |
| 13. | $\vec{r}(u, v) = (u^3; v^3; u + v)$                 | $P(1; 1; 2)$ |
| 14. | $\vec{r}(u, v) = (3u + 3v; 3u^2 + 3v^2; 2u + 2v^3)$ | $P(6; 6; 4)$ |
| 15. | $\vec{r}(u, v) = (u \cos v; u \sin v; u + v)$       | $P(1; 0; 1)$ |
| 16. | $\vec{r}(u, v) = (u; v; uv)$                        | $P(1; 1; 1)$ |
| 17. | $\vec{r}(u, v) = (u + v; u - v; 2uv)$               | $P(2; 0; 2)$ |
| 18. | $\vec{r}(u, v) = (u^2 v; u + v; uv^2)$              | $P(1; 2; 1)$ |
| 19. | $\vec{r}(u, v) = (\cos u; \sin u; v)$               | $P(1; 0; 1)$ |
| 20. | $\vec{r}(u, v) = (u; v; e^u \sin v)$                | $P(1; 0; 0)$ |

## Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Вектор-функции одного скалярного аргумента. Вектор-функции постоянной длины.
2. Годограф, регулярные и гладкие линии. Касательная прямая к линии.
3. Длина дуги кривой. Естественная параметризация кривой.
4. Трёхгранник Френе. Уравнения граней и рёбер трёхгранника.
5. Кривизна кривой, вычисление кривизны, геометрический смысл. Критерий принадлежности линии одной прямой.
6. Кручение кривой, формулы Френе.
7. Геометрический смысл кручения кривой, вычисление кручения. Критерий принадлежности линии одной плоскости.
8. Вектор-функции двух скалярных аргументов. Регулярные и гладкие поверхности, касательная плоскость, нормаль.
9. Первая квадратичная форма поверхности, свойства.
10. Длина дуги кривой на поверхности.
11. Угол между кривыми на поверхности.
12. Площадь фрагмента поверхности.
13. Вторая квадратичная форма поверхности. Нормальная кривизна.
14. Линии на поверхности, имеющие общую касательную. Плоские сечения поверхности. Теорема Менье.
15. Индикатриса Дюпена. Уравнение индикатрисы Дюпена.
16. Классификация точек поверхности, главные направления и главные кривизны.
17. Формула Эйлера.
18. Средняя и полная кривизны поверхности. Классификация точек поверхности в зависимости от значений полной кривизны и средней кривизны поверхности.