

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
**«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**им. В.П. Астафьева»**

Институт математики, физики и информатики

Кафедра-разработчик: кафедра математики и методики обучения математике

УТВЕРЖДЕНО  
на заседании кафедры  
протокол № 7  
от 8 мая 2024 г.

Зав. кафедрой

ОДОБРЕНО  
на заседании научно-методического  
совета ИМФИ  
протокол № 9  
от 15 мая 2024г.  
Председатель

М.Б. Шашкина



Е.А. Аёшина



**ФОНД**  
**ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной  
аттестации обучающихся

История математики и математического образования  
(наименование дисциплины/модуля/вида практики)

44.03.01 Педагогическое образование  
(код и наименование направления подготовки)

Направленность (профиль) или специализация образовательной программы  
«Математика»

(заочная форма обучения)  
(общая трудоемкость 3 з.е.)

Составитель

Ганжа Е.И., доцент кафедры  
математики и МОМ



Красноярск 2024

## ВХОДНОЙ КОНТРОЛЬ

### Тест

1. Когда сформировалось понятие «Натуральное число»?

- 1) VI век до н.э.;
- 2) V век
- 3) III век

Правильный ответ 2.

2. Математический папирус Ринда это:

- 1) сборник арифметических задач периода Среднего царства;
- 2) древнеегипетское учебное руководство по геометрии и арифметике периода Среднего царства;
- 3) древнегреческий задачник по математике.

Правильный ответ 2.

3. Математический папирус Ринда в настоящее время находится в музеях:

- 1) Египта; 2) Греции; 3) Англии.

Правильный ответ 3.

4. Древнегреческому математику Пифагору не принадлежит:

- 1) теорема Пифагора; 2) таблица Пифагора; 3) обратная теорема Пифагора.

Правильный ответ 3.

5. Заграничным учителем Софьи Ковалевской был:

- 1) Карл Вейерштрасс; 2) Карл Гаусс; 3) Леонард Эйлер.

Правильный ответ 1.

6. Понятие определенного интеграла, изучаемого в курсе математического анализа, как предела интегральных сумм было введено:

- 1) Исааком Ньютоном; 2) Георгом Риманом; 3) Карлом Вейерштрассом.

Правильный ответ 2.

7. Термин «производная» в 1797 г. ввел великий французский математик:

- 1) Лагранж; 2) Коши; 3) Даламбер.

Правильный ответ 1.

8. Первый учебник по математике в России написал:

- 1) М.В. Ломоносов; 2) Л.Ф. Магницкий; 3) П.Л. Чебышев.

Правильный ответ 2.

9. Автором школьных учебников по математике был советский академик-математик:

- 1) М.В. Келдыш; 2) В.А. Садовничий; 3) А.Н. Колмогоров.

Правильный ответ 3.

10. Усиление функционально-графической линии в школьном курсе математики реализовано в учебниках по алгебре и алгебре и началам анализа, написанных под руководством и при участии:

- 1) А.Г. Мордковича; 2) Ю.М. Колягина; 3) Ш.А. Алимова.

Правильный ответ 1.

## ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ

**Задание.** Подобрать литературу по заданной теме, сделать реферативный обзор, подготовить краткое сообщение с презентацией, выступить с докладом на семинаре.

### Темы докладов и примерное содержание

**Тема 1. Основные этапы развития представлений о действительном положительном числе.** Примерное содержание: происхождение первых натуральных чисел, дробей; открытие несоизмеримости; теория отношений Евдокса; вклад арабских математиков; трактовка числа Декартом, Ньютоном; построение теории вещественного числа во второй половине XX века Р. Дедекиндом, К. Вейерштрассом, Ш. Мере, Г. Кантором.

**Тема 2. История формирования представления об отрицательном числе.** Примерное содержание: представление об отрицательных числах на Древнем Востоке, в античной, китайской и индийской математике, в Средние века, в эпоху Возрождения, в XVII и XVIII веках. Отношение к отрицательным числам Декарта, Ньютона, Лейбница, Эйлера и др. математиков.

**Тема 3. История формирования представления о комплексных числах.** Примерное содержание: роль Р. Бомбелли, Дж. Валлиса. Заблуждение Г. Лейбница. Позиция Л. Эйлера, Даламбера. Роль геометрической интерпретации комплексных чисел. Роль Гаусса. Целые комплексные числа. Использование комплексных чисел в различных разделах математики.

**Тема 4. Создание алгебры как символического исчисления.** Примерное содержание: зачатки алгебры в математике Древнего Вавилона; алгебра Диофанта; немецкая школа «Косс»; алгебраическая символика в работах итальянских алгебраистов. Виет и Декарт. Отделение алгебры от геометрии. Символика Ньютона, Лейбница, Эйлера, Гаусса.

**Тема 5. Исторический обзор методов решения уравнений первых четырёх степеней.** Примерное содержание: линейные и квадратные уравнения в первых цивилизациях. Евклидова «геометрическая алгебра». «Арифметика» Диофанта. Ал-Хорезми и рождение «ал-джабр». Школа ал-Караджи (арифметико-алгебраисты). Геометры-алгебраисты и решение кубических уравнений. Численное решение и методы приближения ат-Туси и ал-Каши. Итальянские алгебраисты эпохи Возрождения.

**Тема 6. Проблема решения в радикалах алгебраических уравнений степени выше четвертой.** Примерное содержание: попытки решения в радикалах алгебраических уравнений степени выше четвертой. Попытки Л. Эйлера. Трактат Ж. Лагранжа «Размышление об алгебраическом решении уравнений». Роль Гаусса, Руффини и Абеля. Э. Галуа и решение им проблемы.

**Тема 7. Становление элементарной геометрии.** Примерное содержание: формирование представлений о фигурах и телах в древности. Геометрические сведения в Древнем Египте и Вавилоне. Превращение геометрии в дедуктивную систему. Классические задачи древности.

**Тема 8. Конические сечения в древнегреческой и арабской математике.** Примерное содержание: конические сечения в работах Менехма, Аристея, Евклида, Архимеда, Аполлония. Вклад арабских математиков в учение о конических сечениях. Использование конических сечений в решении уравнений третьей и четвертой степени.

**Тема 9. Создание аналитической геометрии.** Примерное содержание: работы Ферма и Декарта. Развитие идей аналитической геометрии в сочинении Ньютона «Перечисление кривых третьего порядка». Работа А. Клеро «Исследование о кривых двойкой кривизны». Идея преобразований в аналитической геометрии.

**Тема 10. Создание проективной геометрии.** Примерное содержание: предыстория. Проективные отношения конических сечений и их свойства в трудах Аполлония. Теоремы Менелая и Паппа. Работы Ж. Дезарга и Б. Паскаля. Деятельность Г. Монжа, Л. Карно,

Ш. Брианшона, В. Понселе, Шаля, Я. Штейнера, Х. Штаудта. Классификация типов геометрий Ф. Клейном. «Эрлангенская программа».

**Тема 11. Создание дифференциальной геометрии.** Примерное содержание: выделение методов изучения кривых и поверхностей в особую область математики; работа Клеро «Исследования о кривых двойкой кривизны»; роль задач геодезии, картографии и механики; работы Л. Эйлера, Г. Монжа, К. Гаусса, Б. Римана.

**Тема 12. Метод «исчерпывания» Евдокса.** Примерное содержание: идея бесконечного в древнегреческой философии. Апории Зенона. Трудности, связанные с использованием бесконечности в древнегреческой математике. Лемма Евдокса. Метод исчерпывания. Доказательство теорем об отношении кругов и объеме пирамиды.

**Тема 13. Интегральные и дифференциальные методы Архимеда.** Примерное содержание: леммы Архимеда. Вычисление площади сегмента параболы, площади первого витка архимедовой спирали. Связь с идеей верхних и нижних интегральных сумм. Послание Архимеда к Эратосфену. Метод определения касательной к кривой.

**Тема 14. Интегральные и дифференциальные методы в Европе первой половины XVII века.** Примерное содержание. Интегральные методы И. Кеплера. Метод «Неделимых» Б. Кавальери, Э. Торричелли, Ж. Роберваля. Интегральные методы П. Ферма и Б. Паскаля. Метод касательных Г. Галилея – Ж. Роберваля. Метод нормалей и касательных Р. Декарта. Метод экстремумов и касательных Ферма.

**Тема 15. Создание основ дифференциального и интегрального исчисления в работах И. Ньютона и Г. Лейбница.** Примерное содержание. Метод «флюксий» и степенные ряды И. Ньютона. «Исчисление дифференциалов» Г.В. Лейбница. Первые попытки обоснования. Метод «первых» и «последних» отношений И. Ньютона.

**Тема 16. Проблемы обоснования дифференциального исчисления. «Аналист» Дж. Беркли.** Примерное содержание. Попытки обоснования дифференциального исчисления, предпринятые И. Ньютоном и Г. Лейбницем. Критика Б. Нивентейта и Ролля. Выступление Дж. Беркли. Защита идей анализа Маклореном. Исчисление нулей Л. Эйлера. Попытки Лагранжа построить анализ в обход понятия бесконечно малой величины. Методы пределов Даламбера. Метод компенсации ошибок Л. Карно. Два разных подхода к обоснованию анализа: теория пределов О. Коши и «Нестандартный анализ» А. Робинсона.

**Тема 17. Развитие понятия функции.** Примерное содержание. Античный период. Оксфордская и Парижская школы. От изучения движений к исследованию траекторий. Логарифмическая функция. Геометрические кривые и алгебраические функции Декарта. Аналитическое представление функций. Лейбниц, Барроу, Ньютон, И. Бернулли. Отождествление функции с аналитическим выражением. Работы Эйлера. Понятие непрерывной и разрывной функции по Эйлеру. Спор об объеме понятия функции и классах функций, выражаемых как суммы степенных или тригонометрических рядов. Расширенная трактовка понятия функции у Эйлера. Точка зрения Лакруа. Определение функции Н. Лобачевским и П. Лежен-Дирихле. Критика Г. Генкеля.

**Тема 18. Создание теории пределов.** Примерное содержание. Метод «исчерпывания» как исторически первый метод пределов. Метод «первых» и «последних» отношений И. Ньютона. Уточнения Маклорена. Точка зрения Эйлера и Лагранжа. Проблемы сходимости рядов. Метод пределов Даламбера. Спор Робинса и Джюрина. Курс анализа Жака Кузена, реализующий идеи Даламбера. Учебник С. Люилье. Учебник С. Гурьева. Метод пределов и теория компенсаций ошибок Карно. Эклектизм Лакруа. Идеи Б. Больцано. основополагающие работы О. Коши и К. Вейерштрасса.

**Тема 19. Развитие понятия интеграла.** Примерное содержание. Интегральные методы в Древней Греции, в арабской математике, в творчестве Ферма, Паскаля, Валлиса, Ньютона. Определенный интеграл Лейбница, Коши, Римана и Дарбу. Мера и интеграл Лебега.

**Тема 20. Создание и развитие теории вероятностей и математической статистики** Примерное содержание. Предыстория теории вероятностей. Работы Кардано, Н. Тартальи,

Галилея, Л. Пачоли. Успехи комбинаторики. Вероятностные задачи Паскаля и Ферма. Теория вероятностей Гюйгенса. Статистические исследования. «Искусство предположений» Я. Бернулли. От Я. Бернулли до Муавра. Теория ошибок. Работы Д. Бернулли, Даламбера и Лапласа.

**Тема 21. Роль аксиоматического метода в математике.** Примерное содержание. Первые аксиоматические системы. «Начала» Евклида, роль арабских математиков в совершенствовании аксиоматики Евклида. Неевклидовы геометрии. Работы Пеано, Паша, Гильберта. Основные требования к системе аксиом. Абстрактные группы, поля. Теория математических структур Н. Бурбаки.

**Тема 22. Математическая строгость и ее роль в истории развития математической науки.** Примерное содержание. Представление о математической строгости и ее воплощение в творчестве ведущих математиков в разные исторические периоды.

**Тема 23. История отечественной математики до XVIII века.** Примерное содержание. Математические знания на Руси в X–XVI веках. Первичные представления. Международные связи. Сочинение монаха Кирика. Объем знаний. Роль духовенства. Влияние крещения Руси. Славянская нумерация. Церковные запрещения. Математические рукописи XVII века. Организация школ. «Арифметика» Л.Ф. Магницкого.

**Тема 24. Математика в России XVIII века.** Примерное содержание. Основание академии наук. Академические гимназия и университет. Роль Л. Эйлера. Академия наук после Эйлера. Первые годы Московского университета. Проект создания новых университетов. Реформы Сперанского.

**Тема 25. Математика в России XIX века.** Примерное содержание. Состояние научных исследований по математике к началу XIX века. Петербургская математическая школа. Роль М.В. Остроградского, В.Я. Буняковского, П.Л. Чебышева, А.А. Маркова, А.М. Ляпунова. Московская математическая школа.

## ТЕМЫ ПИСЬМЕННЫХ РАБОТ (КЕЙСОВ)

### Кейс состоит из двух заданий

**Задание № 1.** Подобрать 5 – 6 публикаций, отвечающих теме кейса. Изучить их содержание, сделать аннотированный обзор этих статей, провести сопоставительный анализ, сформулировать и обосновать проблему, на решение которой направлены эти статьи. Охарактеризовать степень разрешения проблемы в этих статьях (для поиска статей используйте электронную библиотеку <http://elibrary.ru/>).

### Тематика кейсов.

1. Исторические события допетровской эпохи, оказавшие влияние на становление и развитие системы образования на Руси.

2. Основные тенденции математического образования в Древней Руси.

3. Импульсы развития математического образования в России в первой четверти XVIII века.

4. Методическая ценность «Арифметики» Л.Ф. Магницкого с точки зрения современного подхода к проектированию содержания и процесса обучения математике

5. Эффективность решения проблем обучения математике в екатерининскую эпоху с точки зрения современной образовательной ситуации.

6. Влияние реформ гимназического образования, проведенных С.С. Уваровым на среднее математическое образование.

7. Методические идеи, заложенные в руководствах Ф.И. Буссе, А.Ф. Малинина, А.П. Киселева и их влияние на развитие математического образования в России.

8. Проблема учебных планов и программ по математике в соответствии в XIX в. и в настоящий момент.

9. Образовательные реформы на рубеже XIX – XX веков, которые Вы бы поддержали.

10. Идеи обучения математике, получившие свое развитие рубеже XIX – XX веков и их место в современной общеобразовательной школе

11. роки истории: проблемы обучения математике XIX века, которые актуальны и сегодня.

12. Закономерности в развитии советского и российского школьного математического образования.

**Задание № 2.** Подобрать исторический контекст к изучению ниже представленной темы по курсу алгебры или геометрии 7-9 классов, опираясь на свои знания курса истории математики.

**Тематика кейсов.**

1. Числовые и алгебраические выражения в 7 классе
2. Линейные уравнения с одной переменной в 7 классе.
3. Иррациональные числа в 8 классе.
4. Множество действительных чисел в 8 классе.
5. Линейные и квадратные неравенства в 9 классе.
6. Множества и операции над ними в 9 классе.
7. Сумма углов треугольника.
8. Измерение величин углов.
9. Признаки равенства треугольников.
10. Прямоугольные треугольники.
11. Взаимное расположение прямой и плоскости.
12. Теорема Пифагора.

## **ПРОМЕЖУТОЧНЫЙ КОНТРОЛЬ**

### **Вопросы к зачету**

1. Формирование первоначальных математических знаний. Возникновение первых представлений о числе и фигуре. Значение этих представлений для практических нужд.
2. Древнеегипетская цивилизация. Египетские математические папирусы. Иероглифическая нумерация. Египетские дроби. Алгебраические и геометрические задачи.
3. Вавилонская математика. Математические клинописные тексты. Арифметика, алгебра и геометрия в Древнем Вавилоне.
4. Формирование первых математических теорий в Древней Греции. Ионийская и Пифагорейская школы. Возникновение теории чисел. Открытие несоизмеримых отрезков и его влияние на развитие математики.
5. Знаменитые задачи древности и их роль в развитии математики.
6. Создание аксиоматического метода, «Начала» Евклида, содержание, структура, цель, значение.
7. Математическое творчество Архимеда. Интегральные методы.

8. Математика эпохи Возрождения. Решение уравнений в радикалах. Алгебра Виета.
9. Семнадцатый век. Инфинитезимальные методы Кеплера. Теория неделимых Кавальери.
10. Аналитическая геометрия Р. Декарта и П. Ферма.
11. Роль Ферма, Паскаля, Валлиса в разработке методов вычисления площадей криволинейных трапеций и построение касательных.
12. Математическое творчество И. Ньютона.
13. Математическое творчество Г. Лейбница.
14. Леонард Эйлер, его математическое творчество и попытки обоснования анализа.
15. Французская математическая школа. Творчество Даламбера, Лагранжа и Лапласа.
16. К. Гаусс и его математическое творчество.
17. Аналитико-алгебраические исследования второй половины XVIII века (Коши, Абель, Якоби, Галуа).
18. Создание неевклидовой геометрии (Лобачевский, Больяй, Гаусс).
19. Б. Риман и его математическое творчество.
20. Арифметизация математического анализа во второй половине XIX века (Вейерштрасс, Дедекин, Кантор).
21. Российская математическая школа (Остроградский, Чебышев).
22. Математика последней четверти 19 века. Объединяющие идеи (Клейн, Пуанкаре).
23. Характеристика основных этапов истории школьного математического образования.
24. С.-Петербургская Академия наук, математическое образование в академической образовательной системе.
25. Общая характеристика развития математического образования в России в XVIII в.
26. Общая характеристика развития математического образования в первой половине XIX в.
27. Характеристика методико-математической периодики XIX в.
28. Характеристика международной классической системы школьного математического образования.
29. Роль Всероссийских съездов преподавателей математики (1911-1914) в движении за реформу классической системы школьного математического образования.
30. Общие итоги развития математического образования в эпоху Российской империи.
31. Характеристика советской эпохи развития отечественного школьного математического образования.
32. Международное движение за реформу школьного математического образования на теоретико-множественной основе в середине XX в.
33. Отечественная реформа советской модели классической системы школьного математического образования и её результаты (70-е годы XX в.).
34. Постреформенный восстановительный период отечественного математического образования (1980-1990 гг.).
35. «Демократическая» реформа школы и её результаты (90-е годы XX в.).
36. Современный период школьного математического образования и его перспективы.

### Критерии оценивания ответа студента на зачете

Оценка	Критерии оценки
Отлично	студент обнаруживает систематическое и глубокое знание

	программного материала по дисциплине, умеет свободно ориентироваться в вопросе. Ответ полный и правильный на основании изученного материала. Выдвинутые положения аргументированы и иллюстрированы примерами. Материал изложен в определенной логической последовательности, осознанно, литературным языком, с использованием современных научных терминов; ответ самостоятельный. Студент уверенно отвечает на дополнительные вопросы
Хорошо	студент обнаруживает полное знание учебного материала, демонстрирует систематический характер знаний по дисциплине. Ответ полный и правильный, подтвержден примерами; но их обоснование не аргументировано, отсутствует собственная точка зрения. Материал изложен в определенной логической последовательности, при этом допущены 2-3 несущественные погрешности, исправленные по требованию экзаменатора. Студент испытывает незначительные трудности в ответах на дополнительные вопросы. Материал изложен осознанно, самостоятельно, с использованием современных научных терминов, литературным языком
Удовлетворительно	студент обнаруживает знание основного программного материала по дисциплине, но допускает погрешности в ответе. Ответ недостаточно логически выстроен, самостоятелен. Основные понятия употреблены правильно, но обнаруживается недостаточное раскрытие теоретического материала. Выдвигаемые положения недостаточно аргументированы и не подтверждены примерами; ответ носит преимущественно описательный характер. Студент испытывает достаточные трудности в ответах на вопросы. Научная терминология используется недостаточно

#### Методические указания

Исторически «кейс-метод» возник как «метод конкретных ситуаций» в начале XX века в Школе бизнеса Гарвардского университета. Главной особенностью метода было изучение студентами прецедентов, т.е. имевшихся в прошлом ситуаций из юридической или деловой практики. К середине прошлого столетия метод конкретных ситуаций приобрел четкий технологический алгоритм, стал активно использоваться не только в американском, но и в западноевропейском бизнес-образовании. Одно из наиболее широких определений метода конкретных ситуаций было сформулировано в 1954 г. в классическом издании, посвященном описанию истории и применения метода конкретных ситуаций в Гарвардской школе бизнеса: "Это метод обучения, когда студенты и преподаватели участвуют в непосредственных дискуссиях по проблемам или случаям (*cases*) бизнеса. Примеры случаев обычно готовятся в письменном виде как отражение актуальных проблем бизнеса, изучаются студентами, затем обсуждаются ими самостоятельно, что дает основу для совместных дискуссий и обсуждений в



аудитории под руководством преподавателя. Метод конкретных ситуаций, таким образом, включает специально подготовленные обучающие материалы и специальную технологию использования этих материалов в учебном процессе" (Интернет-ресурс: [www.management.com.ua/be/be035.html](http://www.management.com.ua/be/be035.html))

Для изучения методических аспектов использования конкретной ситуации в учебном процессе полезно различать их по учебной функции. Наиболее известной в отечественной педагогике является следующая классификация конкретных ситуаций на основании их учебных функций:

- «ситуация-проблема» - прототип реальной проблемы, требующей оперативного решения; с помощью такой ситуации можно формировать умения по поиску оптимального решения;

- «ситуация-оценка» - прототип реальной ситуации с предлагаемым готовым решением, которое нужно оценить относительно его правильности и предложить свое адекватное решение;

- «ситуация-иллюстрация» - прототип реальной ситуации, которая включается в качестве факта в лекционный материал; визуальная образная ситуация способствует развитию умения визуализировать информацию для более простого способа разрешения ситуации;

- «ситуация-тренинг» - прототипы банка стандартных или других ситуаций (в зависимости от целей); их рекомендуется использовать для проведения тренинга по описанию ситуаций и их решению.

«Кейс-метод» - это метод учебно-познавательной деятельности студентов, в которой реализуются следующие принципы:

- проблемности (предполагает обязательное наличие проблемы в предлагаемой ситуации, т.е. присутствие некоторых противоречий, которые не возможно разрешить сиюминутно);

- моделирования профессиональных ситуаций и их решений (указывает на некоторую имитацию производственных событий, явлений, процессов, в которых обязательно содержится проблема, не имеющая быстрого решения);

- коллективно-индивидуальной деятельности (студенты, участвуя в разрешении проблемы конкретной учебной ситуации, реализуют, как индивидуальную, так и групповую деятельность);

- диалогичности общения (обмен мнениями, информацией, идеями, опытом и т.п. двух или более людей).

*Общие рекомендации по написанию кейса*

Кейс должен содержать:

1. Заголовок. Важно, чтобы заголовок отражал суть кейса.
2. Описание ситуации.
3. Поиск решений. Подробное описание, анализ путей решения кейса и выбор оптимального варианта выхода из ситуации.
4. Описание результата. В этом пункте описывается результат действий по решению проблемы.