

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. В.П. АСТАФЬЕВА
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт/факультет

Математики, физики и информатики

(полное наименование института/факультета/филиала)

Выпускающая(ие) кафедра(ы)

Математики и методики обучения математике

(полное наименование кафедры)

МАКАРОВА ДАРЬЯ АЛЕКСАНДРОВНА

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

**ОБУЧЕНИЕ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ФОРМИРОВАНИЮ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ
ПОНЯТИЙ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СРЕДЫ ЖИВАЯ
МАТЕМАТИКА**

Направление подготовки 44.04.01 Педагогическое образование

Профиль Информационные и суперкомпьютерные технологии в математическом образовании

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ:

И.о. зав. кафедрой:

доцент, к. п. н, Шашкина М.Б.

(дата, подпись)

Руководитель магистерской программы:
профессор, д.п.н., канд. ф-м н. Майер В.Р.

(дата, подпись)

Научный руководитель:

профессор, д.п.н., канд. ф-м н. Майер В.Р.

(дата, подпись)

Дата защиты _____

(дата, подпись)

Обучающийся

Макарова Д.А.

(дата, подпись)

Оценка _____

Красноярск

2023

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ	4
ГЛАВА 1. ИСТОРИЧЕСКИЕ, ДИДАКТИЧЕСКИЕ И ЦИФРОВЫЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПОНЯТИЙ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ.....	11
§1.1.Исторический обзор по вопросу, связанному с усилением функциональной направленности школьного курса математики в России и за рубежом	11
§1.2.Анализ содержания учебников по курсу математики основной школы с точки зрения наличия в них задач на формирование функциональных понятий.....	19
§1.3. Дидактические возможности среды Живая математика, анимационный подход к решению задач на формирование функциональных понятий	29
Вывод по главе 1	36
ГЛАВА 2. РЕАЛИЗАЦИЯ АНИМАЦИОННОГО ПОДХОДА К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ НА ФОРМИРОВАНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПОНЯТИЙ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ	37
§2.1.Реализация анимационного подхода при построении и чтении простейших графиков зависимостей в 5-6 классе	39
§2.2.Реализация анимационного подхода при исследовании зависимостей при помощи формул и графиков в 7-8 классе.....	51
§2.3.Реализация анимационного подхода при исследовании квадратичных функций в 9 классе. Результаты педагогического эксперимента .	63
Итоги педагогического эксперимента по обучению учащихся 7 классов решению задач по формированию функциональных понятий.....	72
Вывод по главе 2	79
Заключение	80
Библиографический список	82

Приложение А. Фрагмент урока.....	89
Приложение Б. Практико-ориентированные задания	97
Приложение В. Комплекс заданий	99
Приложение Г. Технологическая карта сетевого урока.....	102
Приложение Д. Технологическая карта урока.....	115

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. Функциональный стиль мышления, одно из важнейших завоеваний математической культуры 18-19 веков, не потерял своего значения и в 20-21 веках, когда на первый план выступили дедуктивные рассуждения с их повышенным вниманием к логической отточенности и завершённости всех математических конструкций. Высказывания многих известных математиков (Ж. Адамара, Н. Винера, А.Н. Колмогорова, Н.Н. Лузина, А.Л. Семёнова, В.А. Садовниченко и многих других) свидетельствуют, что в основе их творческой инициативы по-прежнему лежат (или лежали) различные системы наглядно-кинематических представлений полуфизического-полулогического характера, оперирование которыми составляет одну из основных черт функционального стиля мышления. Особое значение этот стиль приобретает в учебном процессе. На уроках физики, химии, биологии, географии и других обучающиеся неизменно встречаются с такими физическими понятиями как изменение, зависимость, движение, процесс, причина и следствие. С ними в сознании ребёнка связан целый мир образов и представлений, которые могут и должны стать основой графически-кинематической интуиции, столь необходимой обучающемуся при изучении многих вопросов школьной математики и в первую очередь элементов математического анализа.

В связи с этим отметим диссертационное исследование «Система задач с функциональным содержанием в курсе алгебры восьмилетней школы» Р.А. Майера [32], в котором были решены следующие задачи: 1) обосновать целесообразность формирования у учащихся функционального стиля мышления параллельно с развитием у них теоретико-множественных представлений; 2) выяснить, насколько глубокой и содержательной может быть связь между этими двумя аспектами математического развития школьников; 3) разработать конкретную систему задач, обеспечивающую с

одной стороны развитие функционального стиля мышления, а с другой – тесную связь этого стиля с системой теоретико-множественных представлений учащихся.

Необходимость усиления функциональной направленности школьного курса математики продолжает оставаться актуальной и в наше время. Объясняется это потребностью современных работодателей в специалистах, способных использовать функциональный аппарат при разработке передовых технологий и, как следствие, необходимостью обучения школьников умению решать задачи прикладной направленности с функциональным контекстом. В отличие от доцифровой эпохи у современного педагога появилась возможность заинтересовать учащихся в решении различных прикладных задач, используя для этого на уроках математики в качестве средства мотивации компьютерные программы и цифровые инструменты.

За последние двадцать лет накоплен значительный мировой и отечественный опыт использования при обучении школьной и вузовской математике так называемых систем динамической математики (СДМ). В нашей стране наибольшее распространение получили такие СДМ как GeoGebra и Живая математика. Во многих российских школах учителя математики используют на своих уроках одну из этих систем. В некоторых педагогических вузах и федеральных университетах страны (Архангельск, Казань, Красноярск, Ярославль и др.) ведутся активные исследования, связанные с изучением возможностей систем динамической математики при обучении различным разделам алгебры, геометрии и начал математического анализа школьного курса математики. Так в Красноярском государственном педагогическом университете им. В.П. Астафьева изучаются возможности компьютерной анимации, реализуемой с помощью GeoGebra и Живой математикой, при обучении классическим разделам школьной алгебры и геометрии ([С.В. Ларин, пособие], [В.В. Абдулкин и другие, монография], [В.Р. Майер, Е.А. Сёмина, монография]). К сожалению, в этих работах и

работах других отечественных и зарубежных авторов нам не удалось обнаружить обсуждение вопросов, связанных с использованием систем динамической математики при обучении решению задач на формирование таких важнейших понятий школьного курса математики как понятия эмпирической зависимости, процесса, функции, других функциональных понятий.

Отмеченное выше позволило выявить **противоречие** между требованиями современного общества к уровню владения обучающимися основной общеобразовательной школы умениями решать задачи по формированию функциональных понятий и недостаточной разработанностью результативных цифровых подходов к обучению решению таких задач.

Проблема исследования: заключается в поиске и разработке результативных цифровых подходов к обучению решению задач на формирование функциональных понятий у обучающихся основной школы с использованием анимационных возможностей среды «Живая математика».

Цель исследования: теоретически обосновать, разработать и экспериментально апробировать анимационный подход к обучению решению задач по формированию функциональных понятий у обучающихся основной школы с использованием среды «Живая математика».

Объект исследования: учебно-воспитательный процесс в основной школе, ориентированный на использование в обучении школьному курсу математики анимационных чертежей.

Предмет исследования: обучение решению задач по формированию функциональных понятий в основной школе с использованием среды «Живая математика».

Задачи исследования:

а) проанализировать содержание тем, связанных с обучением решению задач по формированию функциональных понятий у обучающихся основной школы, в том числе с использованием динамических чертежей;

б) изучить конструктивные и динамические возможности среды Живая математика, позволяющие создавать анимационные gsp-чертежи для задач по формированию у обучающихся функциональных понятий;

в) адаптировать к современным условиям, разработанную в [РА Майер] систему задач по формированию функциональных понятий у обучающихся основной школы, разработать для некоторых задач этой системы в среде Живая математика анимационные чертежи, поддерживающие их решение;

г) апробировать разработанный подход, провести опытно-экспериментальную работу.

Методологическую основу исследования составил системно-деятельностный подход, предполагающий ориентацию на достижение предметных и метапредметных результатов.

Теоретическая основа исследования. Основные отличительные характеристики и особенности задач, направленных на формирование функциональных понятий у обучающихся представлены в работах Р.А. Майера, В.Р. Майера, О.В. Мишениной, И.В. Антоновой, Т.А. Михайловой, Т.Ф. Сергеевой. Методика обучения функционально-методической линии и пропедевтика работы учителя описаны в работах Н.Г. Баженовой, Т.А. Михайловой, Л.Ю. Марушенко, В.П. Покровского, О.В. Мишениной. Возможности компьютерной анимации и основы динамических моделей на уроках математики изучены в работах Т.Ф. Сергеевой, В.Р. Майера, А.В. Ванюрина, В.В. Мартынова, А.В. Вебера, Г.Н. Гиматдиновой. Возможностям организации учебной деятельности обучающихся основной школы, направленный на формирования понятия «функция» посвящены труды Л.Ю. Марушенко, В.П. Покровского, Н.Г. Баженовой, И.В. Антоновой, О.В. Мишениной. Опыт применения систем динамической математики на уроках алгебры описан М.Б. Шашкиной, М.А. Кейв, С.В. Лариным, а применение данных систем на уроках геометрии представлен в работах В.Р. Майра, М.В. Шабановой, С.В. Ларина. Особенности и возможности такой системы

динамической математики, как среда «Живая математика» представлены в работах М.В. Шабановой, В.Р. Майера, Г.Б. Шабата, В.В. Абдулкина, Е.А. Аёшиной, М.А. Кейв.

Экспериментальная база исследования: Кировское областное государственное общеобразовательное бюджетное учреждение "Средняя школа с углубленным изучением отдельных предметов имени Героя Советского Союза Зонова Н.Ф. пгт Юрья"

Структура работы отражает логику, содержание и результаты исследования. Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, включающих 8 параграфов, заключения, библиографического списка, насчитывающего 51 источник. Текст работы содержит 8 таблиц, 23 рисунков, 5 приложений.

Этапы исследования: на первом этапе (01.09.2021 – 30.06.2022) определение степени разработанности проблемы исследования. Формулировка цели, объекта, предмета, гипотезы и задач исследования. Исторический обзор по изучению функциональной линии в основной школе. Изучение возможностей среды Живая математика с точки зрения их использования при решении задач, ориентированных на формирование функциональных понятий. Проведение анализов учебников математики и алгебры 5-9 классов. Разработка собственных инструментов для задач с функциональной направленностью. Планирование экспериментальной работы.

На втором этапе (01.09.2022 – 30.06.2023) разработка методики цифрового сопровождения при решении задач, направленных на формирование функциональных понятий с использованием среды Живая математика. Разработка задач на построение, чтение и исследование графиков зависимостей для 5-9 классов.

На третьем этапе (01.09.2023 – 15.12.2023) апробация разработанной методики применения среды Живая математика в 7 классе на уроках алгебры

и геометрии и подготовка GSP-файлов. Оценка результатов опытно-экспериментальной работы. Оформление диссертационных исследований.

Научная новизна исследования заключается в:

- теоретическом обосновании целесообразности использования системы динамической геометрии Живая математика в процессе обучения решению задач, направленных на формирование функциональных понятий у обучающихся 5-9 классов;

- обоснование и разработке методические рекомендации по обучению решению задач, направленных на формирование функциональных понятий на уроках математики основной школы на базе среды Живая математика;

- разработке методики подготовки и использования динамических gsp-чертежей, поддерживающих решение задач на способы математического выражения и изучения зависимости.

Практическая значимость исследования состоит в том, что разработан комплект компьютерных моделей и демонстраций с использованием компьютерной анимации по решению задач, ориентированных на формирование функциональных понятий в 5-9 классах, описаны методические рекомендации по их использованию. Разработанный комплект планируется вводиться в образовательный процесс КОГОБУ СШ с УИОП пгт Юрья.

Апробация результатов исследования осуществлялась посредством выступлений и публикаций на конференциях:

1. *Макарова Д.А., Салчак А.Э.* Компьютерная анимация как средство визуального сопровождения решения задач на формирование интуитивного представления о пределе / В.Р. Майер, Н.Р. Колмакова, А.Э. Салчак, Д.А. Макарова / Информационные технологии в математике и математическом образовании: материалы XI Всероссийской с международным участием научно-методической конференции, посвященной

90-летию КГПУ им. В.П. Астафьева. Красноярск, 10-11 ноября 2022 г. [Электронный ресурс] / отв. ред. В.Р. Майер; ред. кол. – Электрон. дан. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева – Красноярск, 2022, с. 100-108.

2. *Макарова Д.А.* Использование среды Живая математика при обучении школьников «чтению» простейших графиков зависимостей // Информационные технологии в математике и математическом образовании: материалы XI Всероссийской с международным участием научно-методической конференции, посвященной 90-летию КГПУ им. В.П. Астафьева. Красноярск, 10-11 ноября 2022 г. [Электронный ресурс] / отв. ред. В.Р. Майер; ред. кол. – Электрон. дан. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева – Красноярск, 2022. С. 109-112.

3. *Макарова Д.А., Салчак А.Э.* О цифровом подходе к формированию функциональных понятий на уроках математики в 6 классе // Современная математика и математическое образование в контексте формирования функциональной грамотности: материалы VII Всероссийской с международным участием научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников; г. Красноярск, 13 мая 2022 г. Красноярск: Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева, 2022. С.151-152.

4. *Макарова Д.А.* Роль анимационного подхода при решении задач по формированию функциональных понятий в среде “Живая математика” в 6-7 классах // Образование и наука в XXI веке: математика, физика, информатика и технологии в смарт-мире: материалы Всероссийской с международным участием научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. (23 - 24 мая), 2023 Красноярск, С.113 – 119.

Исследованию возможностей реализации компьютерной среды «Живая математика» как средства при решении задач по формированию функциональных понятий в 5-9 классах.

ГЛАВА 1. ИСТОРИЧЕСКИЕ, ДИДАКТИЧЕСКИЕ И ЦИФРОВЫЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПОНЯТИЙ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

§1.1. Исторический обзор по вопросу, связанному с усилением функциональной направленности школьного курса математики в России и за рубежом

Функциональная линия представляет собой одну из важных составляющих школьного курса алгебры, являющуюся ключевым элементом изучения этой науки. Исследование функциональной линии отражает не только базовые математические навыки и знания, но имеет также глубокую общекультурную и мировоззренческую ценность.

Понятие функции пришло путем эволюции, и имеет свою уникальную историю, которая началась с глубокой древности. В одной из своих статей «Как возникло и развивалось понятие функции» [5] Н.Я. Виленкин писал, что после того, как человечество стало осознанно подходить к взаимосвязи окружающих явлений, возникла идея функциональной зависимости. Человек, не обладая вычислительными навыками, видел, что уровень их жизни зависит от количества добытой пищи. С течением времени люди стали обнаруживать все больше связей между различными величинами. И чтобы улучшить понимание этих зависимостей, люди начали использовать числа. Например, если за одну корову давали 8 зайцев, то за две коровы предоставляли уже 16 зайцев, а за три коровы – 24 зайца. Таким образом, возникло понятие пропорциональности величин.

Позднее перед людьми возникла потребность в изучении более сложных зависимостей. Особенно важным стало понимание связи между объемами геометрических фигур и их размерами. Для облегчения расчетов, древние жители Античного Вавилона разработали особые таблицы, которые можно назвать предшественниками табличных заданий функций. Эти

таблицы представляли собой набор числовых значений, связанных с определенными параметрами фигур.

От создания таблиц до формирования всеобщего понятия функциональной зависимости потребовалось достаточно много лет, но, несмотря на это, начало уже было. Изучение общих связей между величинами началось в XIV веке французским учёным Николасом Оремом. Его рукописи содержат рисунки, напоминающие современные функциональные графики. Также у него была идея классифицировать данные графики. К сожалению, тогда его догадки опережали уровень науки того времени. Для этого понадобились бы умения выражать связь между величинами, используя различные формулы. Но алгебры с буквенными выражениями тогда еще не существовало. И только в 16 веке благодаря проникновению идеи переменных стало возможным дальнейшее развитие понятия функции.

Такое понятие, как переменная величины было введено в науку французским математиком Рене Декарт (1596 – 1650). Зависимость между величинами стала отображаться в числах.

Понятие переменной величины ввел в науку французский математик Рене Декарт (1596 – 1650). Зависимости между величинами стали изображаться числами. В этом заключалась неявная идея числовой функции числового аргумента. При записи зависимостей Р. Декарт стал пользоваться буквами. Р. Декарт выразил связи между известными и неизвестными величинами в виде уравнений. Чтобы сделать уравнение более понятным, он заменил все размеры длинами отрезков. Это можно рассматривать как начало координатного метода. Одновременно с Р. Декартом идея соответствия между прямыми и уравнениями пришла к французскому математику Пьеру Ферма (1601 – 1665).

В XVII в. появилась потребность в общем понятии функция, в связи с возникновением термина «переменная», на ряду с которым в математику

вошло движение, изменение и процессы, которые отслеживаются временем. В начале 17 столетия математикам были известны эллипс, гипербола, парабола и другие кривые. Но в то время еще не существовало единого метода исследования линий. Открытия Р. Декарта и П. Ферма позволили выводить и изучать новые кривые с помощью их уравнений [8, С. 10 – 12].

Внедрение такой идеи, как переменная и буквенная алгебра позволило ученым направить свои усилия на изучение связи между величинами и их соответствий.

Понятие функции изначально было напрямую связано с геометрическими и механическими представлениями. И. Ньютон развил понимание переменной величины с учетом вопросов механики. Под функцией он имел в виду величину, которая меняется со временем. Р. Декарт и П. Ферма (1601 – 1665) сочетали представление о переменной величине с изучением вопросов геометрии [9, С. 99].

В своей работе «Геометрия» Р. Декарт сказал: «Придавая линии последовательно бесконечное множество различных значений, мы найдем также бесконечное количество значений и, тем самым, получим бесконечное количество различных точек...; они опишут требуемую линию». В его мыслях ярко прослеживается геометрическое выражение зависимости переменных x и y , что является графиком функции.

Термин «функция» (от лат. function — совершение, выполнение) впервые был использован в 1673 году немецким математиком Г. Лейбницем. Первоначально это понятие употреблялось в узком смысле слова, связанном только с геометрическими понятиями. Трактовалось через отрезки касательных и кривых, их проекциях и «других типах линий, выполняющих определенную функцию для данной фигуры». Это означает, что понятие функции еще не освободилось от своей геометрической интерпретации [8, С. 16 – 17].

В начале XVIII века вместе с развитием математического анализа произошел переход от интуитивного геометрического представления о функции к ее аналитическому определению. Поспособствовал этому переходу швейцарский математик Иоганн Бернулли (1667–1748). Он определил функцию переменной величины как величину, образованную каким-либо образом из этой переменной и констант (1718) [9, С. 99].

В 1748 году Леонард Эйлер, ученик Иоганна Бернулли, дал понятие функции переменной величины через аналитическое выражение, составленное каким-то образом из этой переменной величины и чисел или постоянных величин. Л. Эйлер имеет современное обозначение функции [46, С. 3].

Н.Я. Виленкин, анализируя приведенное выше определение И. Бернулли, отмечает, что в его определении не говорится, как должно формироваться «количество». Чтобы завершить это определение, необходимо было решить вопрос о приемлемых способах определения функций.

К середине XVIII века были решены многие механические задачи, связанные с перемещением отдельных точек. В центре внимания математиков находились проблемы механики твердого тела. Одной из таких задач было изучение колебаний струн. В решении этой проблемы принимали участие великие учёные XVIII века — Эйлер, Даламбер, Д. Бернулли и другие. Решая эту задачу, Эйлер и Даламбер независимо друг от друга пришли к решению, при котором первоначально отклонение струны можно было задавать разными выражениями в разных областях. Эйлер считал найденное решение законным, Даламбер имел другое мнение и настаивал на том, что начальное условие должно задаваться только одним выражением для всех значений [5, С. 43].

В этот спор вмешался Даниил Бернулли. Он предложил формулу, в которой выражается решение в виде суммы бесконечного ряда, состоящего

из тригонометрических функций. Он утверждал, что его решение выступает самым общим случаем. Но Эйлер и Даламбер с этим не согласились, аргументируя это тем, что это противоречит общему мнению математиков того времени, которые были убеждены, что два разных выражения не могут определять одну и ту же функцию [46, С. 6]. Возникшие разногласия привели к тому, что к концу XVIII века математики при определении функции избегали разговоров о том, как она определяется. В своей работе французский математик Лакруа писал: «Всякое количество, значение которого зависит от одного или многих количеств, называется функцией этих последних, независимо от того, известно или нет, какие операции нужно применить, чтобы перейти от них к первому». Обращая внимание на высказывание, можно заметить, что Лакруа на тот момент не отождествлял понятие функции и ее аналитическое выражение [8, С. 20].

В начале XIX века между такими понятиями, как функция и ее аналитическое выражение, произошел окончательный разрыв. Фурье, французский математик утверждал, что функции, определенные на разных промежутках по разному, представляются во всей области в виде суммы одного и того же бесконечного ряда. Таким образом, не имеет значения, задана ли функция одним или несколькими выражениями: дело лишь в том, какие значения принимает одна величина для данных значений другой величины.

На ряду с этой идеей, у немецкого математика Л. Дирихле в 1937г., появляется мысль о переходе к более полному определению функции: « у есть функция переменной x (на отрезке от a до b , если каждому значению (на этом отрезке) соответствует совершенно определенное значение y , причем безразлично, каким образом установлено это соответствие - аналитической формулой, графиком, таблицей либо даже просто словами». Аналогичное определение дал и русский математик Н.И. Лобаческий в 1834 г. независимо от высказываний Л. Дирихле [10, С. 24].

После, в середине XIX, понятие функция уже не определялась единой математической формулой. Новая идея для определения общего понятия функции подразумевала соответствие.

Вторая половина XIX века стала значимой. Именно тогда создавалась теория множеств, которая позволила дополнить идею соответствия. После, функция стала рассматриваться не только с точки зрения числовых множеств, но и со стороны объектов произвольной природы. Теперь функция отождествляется с таким понятием, как отображение [40, С. 8].

Г.Кантор и Р.Дедекинд, создатели теории множеств, сформулировали более общее определение отображения: пусть X и Y два множества. Говорят, что задано отображение $f: X \rightarrow Y$, если для любого элемента $x \in X$ указан $y \in Y$ соответствующий ему элемент $y \in Y$. В связи с ведением в курс математики такого понятия как отображение позволило не только уточнить понятие сложной функции, обратной функции, но и исследовать ряд различных проблем.

В XX веке стал веком споров вокруг определения Дирихле. Важный вопрос о необходимости дальнейшего углубления понятия функции возник в 1930 году после того, как вышла книга «Основы квантовой механики» Поля Дирака. Автор ввел новое понятие дельта-функция, которая ушла за рамки стандартного определения. Вследствие этого советский математик Н.М. Гюнтер и многие другие ученые публиковали работы, в которой за неизвестную брали не функцию точки, а «функцию области», что позволило приблизиться к физической сущности явления.

В общих чертах понятие обобщенной функции было сформулировано французом Лораном Шварцем. Первым, кто рассмотрел случай обобщенной функции, включающей дельта-функцию, был 28-летний советский математик и механик С.Л. Соболев в 1936 году. Он применил свою теорию для решения ряда задач математической физики.

Большой труд в развитие теории обобщенных функций внесли ученики и последователи Л. Шварца – И.М. Гельфанд, Г.Е. Шилев и др. [9, С. 25 – 26].

Таким образом, можно проследить историческое развитие понятия функции, которое прошло в несколько этапов:

Первый этап стал пропедевтический, который начался с древнейших времен и до XVII века.

Второй этап характеризуется введением понятия функции через механические и геометрические представления – начало XVII века.

Третьему этапу принадлежит введение аналитического определения функции. Данный этап длился с XVII века и до XIX века.

Четвертый этап определяет функцию как отображение (XIX век).

И пятый этап продолжает дальнейшее развитие понятия функции. Данный этап начался с XX века.

История развития понятия функции в полной мере отображает всю глубину, сложность и многогранность этого понятия. Над этим работали десятки знаменитых ученых. Сложившаяся структура изучения функциональной линии в школьном курсе математики, опирается на исторические аспекты развития понятия функции. Говоря об историческом подходе к понятию функция на школьных уроках, подразумевается повторение в процессе обучения наиболее важных этапов, которые прошло это понятие в науке [42, С. 259].

Функциональный стиль мышления, одно из важнейших завоеваний математической культуры XVIII века, не потерял своего значения и теперь, когда на первый план выступил «аксиоматический образ мысли» с его повышенным вниманием к логической отточенности и завершенности всех математических конструкций [32]. Высказывания многих известных математиков (Ж. Адамара, Н. Винера, А.Н.Колмогорова, А.Н. Крылова, Р.Неванлины, А. Пуанкаре, Г. Штейнгауза и многих других) свидетельствует,

что в основе их творческой интуиции по-прежнему лежат различные системы наглядно-кинематических представлений полуфизического-полулогического характер, оперирование которыми составляет одну из основных черт функционального стиля мышления. Особое значение этот стиль приобретает в учебном процессе. На уроках физики, химии, биологии, географии и многих других учащиеся неизменно встречаются с такими физическими понятиями, как изменение, зависимость, движение, процесс, причина и следствие. С ними в сознании ребенка связан целый мир образов и представлений, которые могут и должны стать основой графически-кинематической интуиции, столь необходимой учащемуся при изучении многих вопросов школьной математики и в первую очередь элементов математического анализа.

§1.2. Анализ содержания учебников по курсу математики основной школы с точки зрения наличия в них задач на формирование функциональных понятий

В учебниках по математике и по алгебре разных авторов отличается не только содержание, но и место изучения функционального материала. Отличия прослеживаются и в порядке изучения основных функциональных понятий

В школьном курсе математики обучающиеся приобретают базовые знания в 5-6 классе:

- числовые и буквенные выражения, рассматривая зависимость между величинами;
- понятия формулы и уравнения и умения работать с ними;
- понятия прямой и обратной пропорциональных зависимостей;
- координатная прямая, координатная плоскость и координаты.

В 7-9 классах обучающиеся приобретают знания о функциях по математике. Они изучают основные понятия, такие как определение функции, области определения и области значения, функции графика, а также различные функции, включая линейные, квадратичные. Учащиеся также учатся работать с причинами, выполнять операции с ними, находить значения функций при заданных аргументах и решать уравнения и аргументы, связанные с последовательностью. Эти знания предназначены для более сложных тем, связанных с явлениями, которые изучаются на более углубленных курсах математики.

В 10-11 классах обучающиеся изучают функциональное направление по математике. Функциональная линия включает в себя более сложные и продвинутые темы, связанные с явлениями, которые изучаются в более ранних классах. Учащиеся изучают более сложные типы функций, такие как рациональные, иррациональные и тригонометрические функции. Они также

учат анализировать и преобразовывать функции, находить их производные и интегралы, решать уравнения и символы, связанные с закономерностями, и применять эти знания для решения различных математических задач. Изучение функциональных линий в 7–11 классах является важной частью математического образования и готовит учащихся к более продвинутым курсам математики в будущем.

В 7-11 классах обучающиеся уже напрямую знакомятся с такими знаниями, как:

- понятие функция, график функции, его область определения и область значения
- запись $y = f(x)$;
- основные свойства функций;
- основные элементарные функции, их графики и свойства;
- кусочные функции;
- преобразования графиков функций;
- применение графиков функций к решению уравнений, неравенств и систем;
- понятия арифметической и геометрической прогрессий;
- тригонометрические функции, их графики и свойства.

Анализ содержания учебников по курсу математики основной школы позволяет определить наличие задач, направленных на определение необходимых объяснений. В учебниках обычно представлены задания, которые помогают учащимся понять основные понятия, их свойства и применение. Эти задачи могут включать в себя построение графиков функций, нахождение показателей функций при заданных аргументах, анализ зависимостей между переменными и т.д.

Однако конкретное содержание учебников может различаться в зависимости от автора и издания. Следует обратиться к учебникам по математике для основной школы, чтобы получить более подробную

информацию о имеющихся задачах на компонентах понятий.

В настоящее время учителя используют основные направления учебников при обучении математике в 5-6 классах: линию Н.Я. Виленкина, линия И.И. Зубарева и А.Г. Мордкович, линия Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина, линия Е.А. Бунимович. Данные учебные материалы рекомендованы Министерством образования и науки РФ и включены в Федеральный перечень. Все учебники соответствуют Федеральному государственному образовательному стандарту общего основного образования.

Обновленная программа ФГОС позволяет учащимся 5-6 классов ознакомиться с простейшими способами математического и компьютерного моделирования связей. Нами были проанализированы несколько УМК по математике. В таблице 1 представлен анализ содержания теоретического материала функциональной линии в различных учебниках математики 5-6 классов.

Таблица 1

Анализ содержания теоретического материала функциональной линии
в различных учебниках математики 5-6 классов

Авторы учебников	Содержание учебного материала
Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чеесноков, Л.А. Александрова, С.И. Шварцбурд [6, 7]	<u>5 класс:</u> Шкалы и координатный луч; Числовые и буквенные выражения. Формулы; Площадь. Площадь прямоугольника; Объем прямоугольного параллелепипеда; <u>6 класс:</u> Прямая и обратная пропорциональная зависимости; Окружность и круг; Длина окружности. Площадь круга; Диаграммы; Координатная плоскость; Графики.
И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович [17, 18]	<u>5 класс:</u> Числовые и буквенные выражения; Сравнение отрезков. Длина отрезка; Координатный луч; Формулы; Окружность и круг; Свойства углов треугольника; Расстояние между двумя точками. Масштаб; Объем прямоугольного параллелепипеда; <u>6 класс:</u> Координаты; Координатная плоскость; Решение задач на составление

	уравнений; Окружность. Длина окружности; Круг. Площадь круга; Диаграммы; Пропорциональность величин.
--	--

Окончание табл. 1

Авторы учебников	Содержание учебного материала
Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина [12, 13]	<p>5 класс: Окружность; Задачи на движение; Площадь прямоугольника; Объем параллелепипеда; Чтение и составление таблиц; Диаграммы;</p> <p>6 класс: Столбчатые и круговые диаграммы; Расстояние; Задачи на движение; Окружность и прямая; Буквенные выражения и числовые подстановки; Формулы. Вычисления по формулам; Формулы длины окружности, площади круга и объема шара; Что такое координаты; Прямоугольные координаты на плоскости; Площади.</p>
Е.А. Бунимович [3, 4]	<p>5 класс: Окружность; Задачи на движение; Площадь прямоугольника; Объем параллелепипеда; Чтение и составление таблиц; Диаграммы;</p> <p>6 класс: Столбчатые и круговые диаграммы; Расстояние; Прямая и окружность; Отношение величин. Масштаб; Буквенные выражения и числовые подстановки; Формулы. Вычисления по формулам; Формулы длины окружности, площади круга и объема шара; Координаты; Прямоугольные координаты на плоскости; Площади.</p>

Приведенный анализ содержания УМК разных авторов отражает более удачные темы, на которых целесообразно применять задания с функциональным содержанием. Это необходимо для подготовки учащихся к освоению учебной программы по математике 7 класса, в ходе которой они будут прямо знакомиться с понятием функции.

В учебнике Виленкина Н.Я. базируется на разноуровневое обучение, обеспечивает успешную подготовку обучающихся к освоению курса алгебры, геометрии и других смежных дисциплин систематически. Учебник Зубарева И.И., Мордкович А.Г. в большей степени облегчает учителю подготовку к уроку за счет того, что упражнения дифференцированы по трудности, приведены контрольные задания. В данном учебнике содержание теоретического материала ориентировано на организацию проблемного подхода в обучении, на организацию поисково-эвристической и коммуникативной деятельности учащихся. Учебник, как по содержанию, так

и по стилю построены таким образом, чтобы обеспечить учащимся достаточно плавный переход к систематическому изучению функции в 7 классе. В учебниках Дорофеева Г.В. и Бунимовича Е.А. в содержание заданий включены такие виды деятельности, как анализ информации, наблюдение и эксперимент, конструирование алгоритмов, поиск закономерностей, исследование и т.д.

В таблице 2 представлен анализ содержания теоретического материала функциональной линии в различных учебниках алгебры 7 класса.

Таблица 2

Анализ содержания теоретического материала функциональной линии
в различных учебниках алгебры 7 класса

Авторы учебников	Содержание учебного материала
Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова и др. [14]	Зависимости и формулы; Прямая пропорциональность. Обратная пропорциональность; Множество точек на координатной плоскости; Графики зависимостей $y = x$, $y = -x$, $y = x $, $y = - x $, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = -x^3$ Графики реальных зависимостей.
Ю.Н.Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова [25]	Понятие функции; Вычисление значений функции по формуле; Область определения; Область значений; График функции; Способы задания функции; Линейная функция; Функции $y = kx$, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = -x^3$ График линейного уравнения с двумя переменными; Графический метод решения линейных уравнений, неравенств с двумя переменными и их систем; Задание функции несколькими формулами.
Г.К. Муравин, К.С. Муравин, О.В. Муравина [36]	Понятие функции; Таблица значений и график функции; Функция $y = kx$; Пропорциональные переменные; Множество допустимых значений аргумента функции; Способы задания функции; Функции $y = kx$ и $y = kx + l$; График линейного уравнения с двумя переменными. Графический способ решения системы двух линейных уравнений с двумя переменными.
А. Г.Мордкович [33]	Математическая модель; Координатная плоскость; Линейная функция и её график; Взаимное расположение графиков линейных функций; Функции $y = x$, $y = -x$, $y = x $, $y = - x $, $y = x^2$, $y = x^3$ График линейного уравнения с двумя переменными; Свойства функций: область определения, промежутки возрастания и убывания функции, непрерывность; Запись $y = f(x)$; Кусочные функции.

Говоря об учебнике Г.В. Дорофеева 7 класса, следует заметить, что понятие функции не вводится. Функцию обучающиеся рассматривают через графики простейших зависимостей и через графики реальных зависимостей (кривые спроса, изменение времени, графики температуры).

В учебниках других предложенных авторов (Макарычев Ю.Н., Муравин Г.К., Мордкович А.Г.) понятие функции вводится в 7 классе. У Макарычева Ю.Н. функция трактуется как зависимость одной переменной от другой, вводится понятие аргумента, рассматриваются способы задания функции. Г.К. Муравин и О.В. Муравина функцию определяют через переменную величину и рассматривают «движение» графика.

В учебнике Макарычева Ю.Н. и Мордковича А.Г. вводится запись $y = f(x)$. В учебниках Мордковича А.Г. изучение функциональной линии является ведущей, так как рассматриваются понятия и функции, которым другие авторы учебников не уделяют значимого внимания, например, непрерывность, выпуклость, монотонность, область значений. В 7 классе обучающиеся в большей мере знакомятся с понятием функции на наглядно-интуитивном уровне. В других учебниках значение функциональной линии умеренное.

В таблице 3 представлен анализ содержания теоретического материала функциональной линии в различных учебниках алгебры 8 класса.

Курс алгебры в 8 классе во всех учебниках основополагающей функцией является функция обратной пропорциональности. Различные авторы учебников включают задания, где обучающиеся учатся через функцию анализировать и описывать зависимости между переменными.

В учебнике Г.В. Дорофеев вводит понятие функции и запись $y = f(x)$. Г.В. Дорофеев определяет функцию через переменную величину, через зависимость и правило соответствия. Основываясь на мнение Г.В. Дорофеева, обучающиеся к 8 классу будут иметь достаточно знаний о

зависимостях между величинами, и иметь достаточно обширное графическое представление. Поэтому освоение понятия о функциях будет легче.

Таблица 3

Анализ содержания теоретического материала функциональной линии
в различных учебниках алгебры 8 класса

Авторы учебников	Содержание учебного материала
Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова и др. [15]	График зависимости $y = \sqrt{x}$; График линейного уравнения с двумя переменными; Графический метод решения системы линейных уравнений с двумя переменными; Уравнение прямой $y = kx + l$; Понятие функции; Чтение графиков; Запись $y = f(x)$; Область определения; Функции $y = \sqrt{x}$, $y = kx + l$, $y = \frac{k}{x}$ Свойства функций: нули функции, промежутки, промежутки убывания и возрастания функции;
Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова [26]	Функция $y = \frac{k}{x}$ и её график; Функции $y = \sqrt{x}$ и её график; Уравнение с двумя переменными и её график; Исследование систем двух линейных уравнений с двумя переменными; Графический способ решения систем уравнений с двумя переменными; Функция. Область определения и множество значений функции; Свойства функции; Свойства линейной функции; Свойства функций $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{k}{x}$; Дополнительные темы: функции $y = x^{-1}$ и $y = x^{-2}$ и их свойства.
Г.К. Муравин, К.С. Муравин, О.В. Муравина [37]	Прямая и обратная пропорциональность величин; Функция $y = \frac{k}{x}$ и её график; Функции $y = x^2$ и её график; Уравнение с двумя переменными и её график; Функция. Область определения и множество значений функции;
А. Г. Мордкович [34]	Функции $y = \sqrt{x}$ и её график; Функция $y = x $; Функция $y = kx^2$, её свойства и график; Функция $y = \frac{k}{x}$ её свойства и график; Как построить график функции $y = f(x + l) + m$, если известен график функции $y = f(x)$; Функция $y = ax^2 + bx + c$, её свойства и график; Графическое решение квадратных уравнений; Дробно – линейная функция; Как построить график функций $y = f(x) $ и $y = f(x)$, если известен график функции $y = f(x)$; Графический способ решения систем уравнений с двумя переменными

В учебнике Г.К. Муравина отводится меньше внимания на изучение и

углубленное изучение функциональной линии по сравнению с авторами других учебников. К тому же, опускается изучение таких функций, как $y = \sqrt{x}$ и $y = kx^2$. На протяжении всего содержания недостаточное количество для освоения важной линии в курсе алгебры.

В 8 классе в учебнике А.Г. Мордкович обращает особое внимание простейшим преобразованиям графиков функций (например, сдвиг по координатным осям) и квадратичным функциям. Кроме того, автор на продолжает базироваться на наглядно-интуитивный уровень введения понятия выпуклости и ограниченности функции, предлагает формальное определение ее монотонности. Рассматривает автор также и построение с чтением графиков кусочных функций.

В таблице 4 представлен анализ содержания теоретического материала функциональной линии в различных учебниках алгебры 9 класса.

Таблица 4

Анализ содержания теоретического материала функциональной линии
в различных учебниках алгебры 9 класса

Авторы учебников	Содержание учебного материала
Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова и др. [16]	Квадратичная функция; Какую функцию называют квадратичной; График и свойства функции $y = x^2$; Сдвиг графика функции $y = x^2$ вдоль осей координат; График функции $y = ax^2 + bx + c$; Применение свойств квадратичной функции при решении задач; Графики уравнений, содержащие модули; Графическое исследование уравнений; График дробно-линейной функции;
Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова [27]	Функция. Область определения и область значений функции; Свойства функции; Квадратичная функция и ее график; График функции $y = ax^2$ и её свойства; Графики функции $y = ax^2 + n$ и $y = a(x - m)^2$; Построение графика квадратичной функции; Функция $y = x^n$; Дробно-линейная функция и её график; Графический способ решения систем уравнений.
Г.К. Муравин, К.С. Муравин, О.В. Муравина [38]	Квадратичная функция и ее график; График функции $y = ax^2$; График функции $y = ax^2 + bx + c$; Исследование квадратного трехчлена; Графическое решение уравнений и их систем; Степенная функция; Функция $y = x^3$; Функция $y = x^n$; Функция $y = \sqrt[n]{x}$ и ее график

Авторы учебников	Содержание учебного материала
А. Г. Мордкович [35]	Определение числовой функции. Область определения, область значений функции; Способы задания функции; Свойства функций (формальные определения всем свойствам, в том числе и тем, которые изучались в 7-8 классах); Четные и нечетные функции; Функции $y = x^n$, $y = x^{-n}$, $y = \sqrt[n]{x}$, их графики и свойства;

В курсе алгебры 9 класса ведущей изучаемой функцией является квадратичная функция и преобразования графиков функций. В учебнике Г.К. Муравина и О.В. Муравиной на изучение квадратичной функции отводится 10 часов, а в учебниках Ю.Н. Макарычева – 4 часа. У Г.В. Дорофеева на изучение данной функции и преобразованию графиков (сдвиги вдоль осей координат на примере функции) отведено 17 часов. В учебниках Ю.Н. Макарычева, Г.К. Муравина и О.В. Муравиной, А.Г. Мордковича авторы предлагают к рассмотрению степенной функции с натуральным показателем.

В учебнике Ю.Н. Макарычева автор знакомит читателей с $y = f(x)$ и с некоторыми свойствами функций: нули функции, промежутки знакопостоянства, промежутки возрастания и убывания, монотонность функции. На дополнительный пункт отводит дробно-линейную функцию.

А.Г. Мордкович вводит определение понятия функции только в 9 классе. По сравнению с другими авторами, в учебнике данного автора ранее понятие вводилось только через описание. Вводится обозначение $D(f)$ – область определения функции и $E(f)$ - область значений функции. Рассматриваются способы задания функции: аналитический, графический, табличный, словесный. Читатели знакомятся с понятиями «монотонная функция», «четная функция» и «нечетная функция».

В учебниках 7-9 классов Ю.Н. Макарычева, Г.К. Муравина и О.В. Муравиной, Г.В. Дорофеева представлено множество задач по теме

"Функции", которые условно можно разделить на следующие типы:

1. задачи на понимание и использование функциональных понятий, терминов и функциональной символики;
2. задачи на построение графиков простых функций;
3. задачи на описание свойств функций, соответствующие поведению графика;
4. задачи, направленные на понимание функции как математическая модель, которая описывает процессы, явления окружающего мира и исследует зависимости между физическими величинами;
5. задачи на построение сложных функций, применяя в том числе и кусочно-заданные функции и преобразования графиков функции;
6. задачи на применение функциональных представлений и свойств функций для решения уравнений, неравенств и систем;

После изучения функциональной линии в 5-9 классе учащиеся должны:

Понимать, что функция - это математическая модель, которая описывает и изучать различные зависимости между реальными величинами. Они также должны понимать, что различные типы функций могут описывать широкий спектр реальных зависимостей.

Уметь правильно использовать функциональную терминологию, такую как значение функции, аргумент, график функции, область определения, возрастание и другие. Кроме того, важно понимать эту терминологию при чтении текста, в речи учителя и в формулировке задач.

Также необходимы навыки нахождения значений функций, которые могут быть заданы формулой, таблицей или графиком, а также решение обратной задачи. Важно уметь определять промежутки возрастания и убывания функции по ее графику, а также промежутки знакопостоянства и нахождение наибольших и наименьших значений.

§1.3. Дидактические возможности среды Живая математика, анимационный подход к решению задач на формирование функциональных понятий

Электронные образовательные средства стремительно развиваются и проникают во все сферы жизни человека, включая образование. Электронные средства обучения играют решающую роль в образовании, предоставляя учителям возможности для улучшения качества образовательного процесса и развития универсальных научных занятий учащихся.

Интерактивные среды позволяют создавать визуальные и интерактивные материалы, которые помогают участвующим лучше понимать и запоминать материал. Они предоставляют возможность взаимодействия с содержимым, что позволяет участвующим активно участвовать в обучении и применять полученные знания на практике.

По мнению многих авторов (В.Р.Майера, О.В.Янченко, О.Н.Кугуелова, и др.), одним из ярких примеров такой интерактивной среды является компьютерная среда «Живая математика» [24, 45].

Динамическая среда «Живая математика» - это программное обеспечение, которое обеспечивает наглядное изучение математики. «Живая математика» обеспечивает анимационный подход к изучению математики, позволяя учащимся видеть изменения в графиках и зависимости параметров. «Живая математика» является одной из старейших интерактивных геометрических сред. Данный учебно-методический комплект (УМК) сформирован на основе программы Geometry's Sketchpad v.4 (в русифицированной версии известна под названием «Живая математика»), разработанной фирмой Key Curriculum Press (США), переведенной на русский язык и адаптированной Институтом Новых Технологий (Москва) [44].

Немаловажно и то, что данная среда имеет развитую систему измерения длин, площадей, углов, периметров и отношений с достаточно

высокой точностью, которую можно легко настроить. Кроме того, существующая система преобразования позволяет выполнять операции с объектами, такие как отражение, растяжение, смещение и вращение. А самое главное, работая с «Живой математикой», вы можете перемещать точки на уже созданном рисунке по любой траектории, и картинка принимает совершенно разные формы, что позволяет рассмотреть задачу со всех сторон. Это дает возможность рассмотреть не только частные решения задачи, но и провести исследовательский этап решения геометрических задач, о которой систематически забывают школьники. Важно помнить и о таких возможностях, благодаря которым можно менять оформление чертежа, что способствует развитию творческих способностей ученика. Например, это может быть варьирование дизайна линий, указав толщину, цвет и стиль. Также можно изменить цвет и размер точек; у фигур – цвет заливки внутренней области и т.д. Поэтому одним из главных преимуществ «Живой математики» является возможность непрерывного изменения объектов, что создает условия для проведения компьютерного эксперимента. Эту программу можно использовать для изучения математики по любому учебнику в любом классе, позволяя учителю демонстрировать материал.

В процессе обучения с использованием СДМ «Живая математика» необходимо выделять ее дидактические возможности. Рассматривая понятие «дидактика», заметим, что оно имеет несколько различных определений. Например, в концепции П.И. Пидкасистого дидактика – это теория преподавания педагогики с научным подтверждением ее содержания, методов и форм организации [39, с. 79]. Дидактика – наука, занимающаяся теорией образования и технологией обучения [41]. Такие авторы, как В.В. Краевский, И.К. Журавлев, М.Н. Скаткин, И.Я. Лернер и др. утверждают, что воспитательная функция обучения в дидактике реализуется в большей степени, если активизируется эмоционально-ценностная составляющая обучения [22].

В данной работе под дидактическими возможностями, будем считать такие средства обучения, при использовании которых достигается цель поднятия интереса к предметам, создания наглядности и повышения концентрации внимания обучающихся на базовых и углубленных учебных материалах. наиболее важном или сложном учебном материале (А.С. Куделко) [23].

Дидактические возможности различных информационных технологий в процессе обучения позволяют реализовать некоторые формы взаимодействия с целями, с точки зрения дидактики:

- взаимодействие между удаленными участниками процесса обучения;
- взаимодействие участников процесса обучения с удаленными источниками информации.

При этом возможны два варианта временного промежутка информационного взаимодействия :

- все участники процесса обучения одновременно находятся в прямом диалоге, создавая коллективное взаимодействие;
- участники обучения самостоятельно знакомятся с учебными материалами или выполняют задания в удобное для себя время, тем самым создается асинхронное взаимодействие.

Анализ понятия «дидактические возможности» может включать следующие определенные аспекты.

Первый аспект – это *адекватность обучения*, где дидактические возможности должны соответствовать поставленным образовательным целям. Учебный материал или методы обучения должны быть способами достижения желаемых результатов обучения. Применение на уроках математики компьютерных технологий должно быть в определенном смысле адекватным их использованию при изучении функциональной линии и адекватным целям и содержанию обучения» [43]. Согласно этому условию

при использовании компьютерных технологий в обучении необходимо произвести критическую оценку продуктивности их использования для достижения поставленных образовательных целей и определении соответствия между возможностями компьютерных средств и содержанием обучения.

Второй, немаловажный аспект – *адаптивность*, в котором дидактические возможности могут быть адаптированы к различным стилям обучения, потребностям и возможностям учащихся. Они должны быть гибкими и способными подчеркивать особенности каждого ученика.

Третий аспект отвечает за *мотивацию*. В данном аспекте дидактические возможности должны быть средством включения интереса и мотивации учащихся к обучению. Они могут включать интерактивные методы, использование новых технологий или привлекательных технических материалов.

Четвертый аспект – *активность*. «Инструменты познания – это различные компьютерные средства, которые поддерживают, направляют и расширяют мыслительные процессы своих пользователей» [44]. Предложенные инструменты должны отвечать критериям простоты и универсальности, что позволит достигать более широкие цели образования. Другими словами, «инструмент познания является активной средой, работая (обучаясь) в которой, пользователь сам наполняет эту среду специфическими объектами и их свойствами, соответствующими его предметной области (то есть допускает построение в ней компьютерных и функциональных моделей)» [11].

Заключительный аспект – *продуктивность*. Дидактические возможности должны быть эффективными в достижении целей образования. Они должны обеспечить подготовку знаний, развитие навыков и формирование компетентности учащихся.

Анализ приведенных выше аспектов помогает педагогам применять наиболее подходящие методы обучения и технические материалы, чтобы обеспечить эффективное и качественное образование.

Основными дидактическими положениями, отражающие закономерности процесса обучения и определяющие его направленность на развитие личности, являются принципы обучения: принцип индивидуального подхода, наглядности, принцип сознательного усвоения знаний, прочность знаний, принцип систематического и последовательного усвоения знаний, принцип доступности, принцип научности, преемственность обучения, принцип связи теории с практикой, развивающее обучение и т.д.

Проанализируем дидактические возможности среды «Живая математика» при изучении функциональной линии в соответствии с вышеперечисленными принципами.

Один из основных принципов среды динамической математики «Живая математика» – это *принцип создания движущих моделей и визуализаций с использованием компьютерной анимации*. Это поможет учащимся лучше понять абстрактные математические понятия. Учащиеся могут изменять параметры моделей, наблюдать изменения в настоящем времени и вводить различные значения, что способствует более глубокому пониманию математических концепций. При изучении функциональной линии на уроках математики эта возможность позволит обучающимся проследить зависимость одной величины от другой, начиная с 5 класса. За счет данного принципа информация рождается из внутреннего плана мышледеятельности человека.

Следующий *принцип системности*. Данный принцип предполагает организацию процесса обучения в системе, где все его компоненты взаимодействуют друг с другом. К основным особенностям управления системностью на уроках относятся: целостность, структурированность, взаимодействие, связь между уроками, адаптивность. Урок как единая

система, где каждый элемент выполняет свою роль и взаимодействует с другими элементами для достижения общей цели обучения. Урок включает в себя вступление, основную часть и заключение, что позволяет выдержать последовательность изучения функциональной линии на уроках математики в основной школе. Принцип системности обеспечивает более организованное и структурированное обучение, а также развитие критического мышления и навыков самостоятельной работы учащихся.

Кроме того, организуется *принцип активности*. Среда динамической математики позволяет учащимся проводить эксперименты и решать задачи, которые способствуют развитию их аналитического мышления и проблемно-ориентированного поведения. Учащиеся могут выводить гипотезы, проверять их с помощью моделей и визуализаций, а затем делать выводы на основе результатов. Данная возможность позволит сформировать такие умения, как определять зависимую величину от независимой, не используя понятия напрямую. Благодаря тому, что обучающиеся смогут самостоятельно провести эксперимент, формируется правильное умозаключение.

Следующий немаловажный *принцип динамичности*. «Живая математика» включает в себя интерактивные элементы, такие как мультимедиа, моделирование, что делает процесс обучения более увлекательным и приятным. За счет предложенных элементов можно производить различные действия с объектом, меняя его состояние из статического состояния в подвижное. При этом прослеживается характеристика объекта, закономерность изменений, функциональная зависимость между величинами. Такая интерактивность способствует активному обучению и способствует сохранению знаний.

Также, среда динамической математики может привести к возникновению обратной связи и подсказок, тем самым реализуется *принцип самоконтроля*. Это помогает им развивать навыки самоконтроля и самооценки. Учащиеся могут получать мгновенную информацию о

правильности своих ответов и исправлять ошибки, что обеспечивает более эффективное обучение.

В школьном курсе математики одну из ведущих содержательных линий занимает функционально-графическая линия, а компьютерная среда «Живая математика» обладает богатыми возможностями работы с функциями, с определением зависимостей величин, построение графиков и т.д.. Также появляется возможность демонстрировать конкретные предметы, процессы, явления, представление готового образца, заданного ученику извне. Здесь прослеживается *принцип наглядности*.

Таким образом, дидактические возможности формируют единую образовательную среду, реализуя различные принципы. Перечисленные принципы анимационного подхода с использованием среды «Живая математика» позволят последовательному изучению функциональной линии на уроках математики. Применение СДМ на уроках математики с целью освоения функциональных понятий позволит современному учителю организовывать учебный процесс таким образом, чтобы успешно достичь образовательного результата.

Для эффективной реализации запланированных результатов обучения учителю необходимо создать условия с организацией анимационного подхода, в которых учащиеся смогут самостоятельно проявлять свои умения, сотрудничать с другими участниками образовательного процесса, общаться с одноклассниками, учиться правильно выражать свое мнение и аргументировать его, учиться выражать себя и отстаивать свою точку зрения. Для решения рассматриваемой проблемы необходима разработка конкретных методических решений.

Вывод по главе 1

Изучены исторические аспекты становления и развития понятия функции. Описано историческое развитие, которое происходило в несколько этапов (пропедевтический; введение понятия функции через механические и геометрические представления; введение аналитического определения функции; определение функции как отображение; дальнейшее развитие с XX века). Структура функциональной линии в школьном курсе математики и алгебры отвечает всем историческим аспектам развития понятия функции.

Выполнен анализ содержания теоретического и задачного материала функциональной линии в учебниках алгебры основной школы разных авторов. Выявлено, что содержание и распределение функционального материала по классам отличается в учебниках математики и алгебры 5- 9 классов. Определено, что, несмотря на некоторые различия, большинство авторов начинает знакомить и вводить в 7 классе основную функцию – линейную функции. В 8 классе центральной функцией является функция обратной пропорциональности. В 9 классе особое внимание уделяется квадратичной функции и преобразованиям графиков функций.

Рассмотрены и описаны особенности изучения функциональной линии с позиции анимационного подхода и рассмотрены дидактические возможности его реализации с использованием системы динамической математики «Живая математика». Приведены определенные методические рекомендации, ориентированные на требования реализации анимационного подхода при изучении функциональных понятий.

ГЛАВА 2. РЕАЛИЗАЦИЯ АНИМАЦИОННОГО ПОДХОДА К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ НА ФОРМИРОВАНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПОНЯТИЙ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

Одной из важных составляющих педагогического процесса является его содержание. Содержание обучения прописано во многих нормативных документах, например, Государственном образовательном стандарте, учебных планах, программах и других.

Анимационный подход играет важную роль в формировании функциональных понятий. Принципы, о которых было упомянуто ранее, позволяют эффективно изучать объекты и явления с помощью движений и преобразований. Рекомендуется постепенно вводить элементы функции с использованием системы динамической математики, такой как "Живая математика", начиная с 5 класса. Это поможет подготовить учеников к пониманию и применению математического анализа.

Анализ основных положений анимационного подхода, результатов исследований, посвященных особенностям реализации анимационного подхода в процессе обучения с использованием СДМ, а также особенностей учебного материала функциональной линии позволили сформулировать требования к содержанию обучения решению задач по формированию функциональных понятий. Предлагаемые обучающимся задачи в процессе обучения математики и алгебры, должны:

- обеспечивать формирование у обучающихся целостной картины функциональной зависимости;
- побуждать обучающихся к сравнению и развитию критического мышления;
- побуждать к собственному мнению и самооценки;
- побуждать учащихся к формулированию собственных идей и представлений;

- стимулировать развитие пространственного мышления;
- обеспечивать вариативность обучения, то есть создавать «обстоятельства успеха».

В контексте нашего исследования содержание обучения математике и алгебре в 5-9 классах с позиции анимационного подхода будем определять системой заданий и упражнений, направленных на формирование функциональных понятий в основной школе с использованием среды «Живая математика».

§2.1.Реализация анимационного подхода при построении и чтении простейших графиков зависимостей в 5-6 классе

Основываясь на обновленную программу ФГОС и анализ содержания учебников, знакомство с простейшими средствами математического и компьютерного моделирования зависимостей важно вводить с 5 - 6 класса. Это необходимо для того, чтобы познакомить обучающихся плавно подготовить обучающихся к изучению функциональной линии в 7 классов. Это необходимо для того, чтобы подготовить обучающихся к освоению программы курса математики 7 класса, в которой они познакомятся непосредственно с понятием функции.

Общая содержательно-методическая функциональная линия в 5-6 классах:

- числовые и буквенные выражения, рассматривая зависимость между величинами;
- понятия формулы и уравнения и умения работать с ними;
- понятия прямой и обратной пропорциональных зависимостей;
- координатная прямая, координатная плоскость и координаты.

Формулировка рассматриваемых ниже заданий ориентирована на сопровождение (поддержку) их решения в среде Живой Математики. Стоит отметить, что применение их на уроках и визуализация задач, учителю важно заранее разработать и подготовить рабочие динамические рисунки, которыми обучающийся сможет пользоваться при поиске решения и с помощью которых он сможет провести определенный анализ и сформулировать необходимые выводы.

Рассмотрим некоторые задания для 5 класса:

Задание 1. На рабочем поле (рис. 1) построено изображение динамического прямоугольника с основанием фиксированной длины, равной 5 см, высоту можно менять, ухватившись мышкой за жёлтую точку.

Найдите площадь прямоугольника. Вычислите, чему будет равна площадь такого прямоугольника, если высоту взять равной 5 см; 15 см; 10 см. От чего зависит площадь прямоугольника, основание которого равно 5 см? Обозначив высоту рассматриваемого прямоугольника (в см) буквой h , а его площадь (в см^2) - буквой S , напишите формулу, выражающую зависимость площади S от высоты h .

$$a = 5 \text{ см}$$

$$b = 6,18 \text{ см}$$

Формула площади прямоугольника

$$S = a \cdot b = 30,92 \text{ см}^2$$

a	b	$a \cdot b$
5 см	5,00 см	24,98 см^2
5 см	15,02 см	75,10 см^2
5 см	10,05 см	50,23 см^2
5 см	6,18 см	30,92 см^2
5 см	6,18 см	30,92 см^2

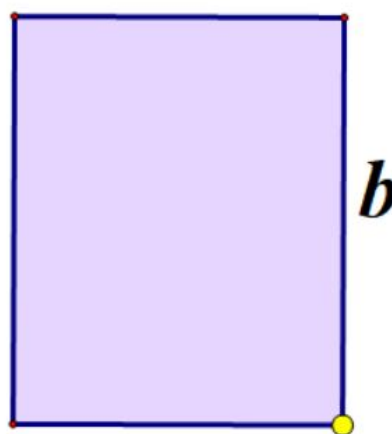


Рис. 1. Изменение высоты сосны со временем

Предложенное задание можно включать при изучении темы «Числовые и буквенные выражения» в 5 классе, причем на этапе открытия новых знаний это задание будет эффективным. Фрагмент урока (Приложение А) демонстрирует применение подобных заданий на разных этапах урока и отражает как комбинирование на протяжении всего урока различные методы, формы и приемы обучения. Анимация изображения дает возможность обучающимся провести эксперимент и выполнить самопроверку. Также же ярко прослеживается и зависимость одной величины от другой, когда меняется лишь одно значение. Немаловажно включать и задания, содержание которых имеет связь с другими дисциплинами. В данном случае учащийся не только прослеживает зависимость, работает с значениями в формуле, но и повторяет площадь прямоугольника.

Задание 2. Высота сосны со временем изменяется в соответствии с представленной таблицей (рис. 2). Пользуясь графиком, найдите: 1) высоту сосны в возрасте 30 лет, 74 года, 80 лет; 2) возраст сосны, высота которой 10 м, 18 м, 24 м; 3) на сколько метров выросла сосна за первые 20 лет, за вторые 10 лет; 4) на сколько метров выросла сосна в промежуток времени от 40 до 70 лет.

Возраст в годах	Высота в метре
0,00	0,00
10,00	3,20
20,00	6,00
30,00	9,20
40,00	12,10
50,00	14,90
60,00	17,00
70,00	19,20
80,00	21,30
90,00	22,70
100,00	24,10

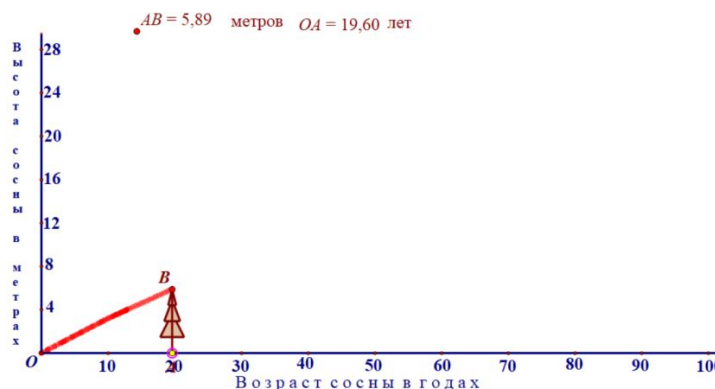


Рис. 2. Изменение высоты сосны со временем

Рассмотрение и анализ подобных задач в 5 классах позволяет выявить и уяснить закономерность между величинами (в данном случае величину высоты от пройденного времени). Задания данного типа целесообразно применять при изучении темы «Чтение и составление таблиц» и «Диаграммы» на разных этапах урока, например, на этапе актуализации знаний или на этапе самостоятельной работы с самопроверкой. Обучающиеся осознано будут подходить к решению таких задач благодаря динамическому графику. В данном примере прослеживаются такие принципы анимационного подхода, как визуализация, самоконтроль, наглядность, динамичность.

В основной школе ребята знакомятся с графиками через построение и «чтение» эмпирических графиков роста, размера, расстояния и др. В данном случае график строится не по формулам, а в соответствии с определенным физическим процессом.

Задание 3. Костя и Даша собирали ягоду в лесу. После того как баночки наполнились, ребята стали собираться домой. Обдумав свой путь, они решили, что с тяжелыми баночками легче будет идти им по шоссе. Но тут у них возник вопрос – в какую сторону пойти, чтобы быстрее выйти на шоссе. На рабочем поле (рис. 3) через динамический чертеж показано, как шла Даша (отрезок OD) и как шел Костя (отрезок ОК).

Подумайте, как выглядит кратчайший маршрут, по которому им надо было двигаться, чтобы добраться от точки O до шоссе. Чтобы определить кратчайшее расстояние от точки O до шоссе ребят потяните за точку (голубая точка изменит расстояние Кости, розовая – расстояние Даша).

Под каким углом к краю шоссе проходит кратчайший отрезок Даша? Кости?

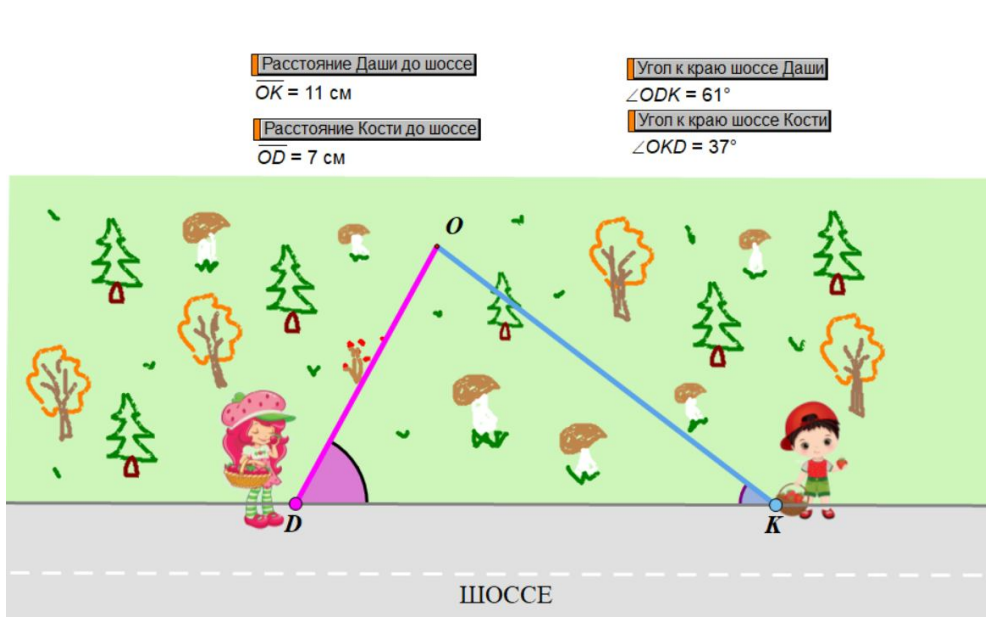


Рис. 3. Динамический чертеж к заданию 3

Задания данного типа имеет практико-ориентированное направление, где обучающиеся сталкиваются с ситуацией из жизни, что является актуальным для современного урока математики. Здесь ярко выражены такие принципы анимационного подхода, как принцип активности, где обучающиеся могут провести эксперимент, сформулировать свою точку

зрения, и принципы визуализации и системности. Предложение задание эффективно на уроках систематизации и обобщении знаний и умений. В процессе решения подобных задач учащийся осознано будет проводить связь между полученными знаниями и их практического применения в реальной жизни. Практические задания важно разрабатывать и подбирать таким образом, что в них затрагивались другие области человеческой жизни. К таким заданиям для 5 – 6 класса можно отнести задачи на определение площадей реальных объектов, задачи на движение, в которых рассматривается зависимость, например, затрат бензина от расстояния и др. (Приложение Б). Разработанные задания будут формировать у обучающихся не только пространственное, логическое и ассоциативное мышление, но также задания помогут сформировать первичные представления об функциональных понятий.

Следующие задачи рекомендуется реализовывать на уроках математики в 6 классе, что позволит учащихся познакомиться с графиками движения. Анимационный подход к решению этих задач позволяет моделировать идеальный процесс реальной закономерности.

Задание 3. Из города в деревню, расстояние между которыми 40 км, причём на первой трети дороги шёл ремонт, выехал мотоциклист. В приведённой таблице (рис. 4) указано, как со временем менялось расстояние от него до города. Ответьте на следующий вопрос:

1) На каком расстоянии от города был мотоциклист через 35 минут? 2) На сколько километров изменилось расстояние от мотоциклиста до города за первые 10 минут?

Чтобы наглядно представить особенности движения мотоциклиста, рассмотрите соответствующий ему график (рис. 4). Здесь длина АВ показывает, на каком расстоянии от города находился мотоциклист в соответствующие моменты времени.

Пользуясь этим графиком, найдите (перемещая мышкой А):

1) На каком расстоянии от города был мотоциклист через 18 минут после выезда? через 42 минуты? 2) Через сколько минут после выезда из города мотоциклист был от него на расстоянии 10 км? 12 км?

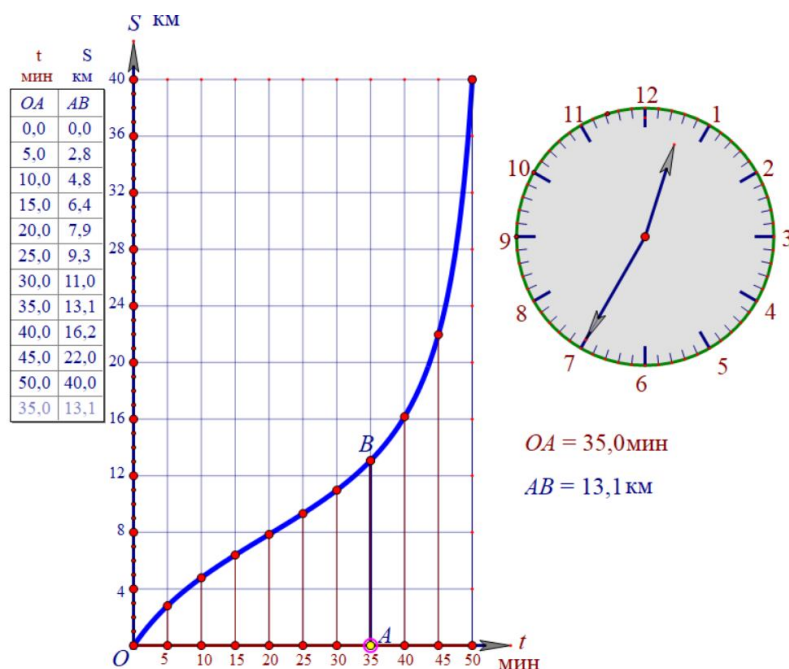


Рис. 4. График движения мотоциклиста

В 6 классе целесообразно включать графики различных ситуаций или явлений. Визуальное представление данных помогает учащимся лучше понять и освоить материал. Графики могут быть использованы для иллюстрации изменений во времени, сравнения различных величин или отображения зависимостей между переменными. Они также могут помочь анализировать данные и делать выводы на основе представленной информации. Включение графиков в учебный процесс может обеспечить активное участие учащихся, развитие навыков работы с данными, повышение интереса к изучаемому материалу. Также это будет способствовать формированию представлений о функциональных понятиях и функциональных зависимостей.

Цель урока в 6 классе с включением заданий, направленных на формулирование функциональных понятий, заключается в том, чтобы,

помочь учащимся в понимании и применении основных функциональных зависимостей в предметной области. Цель состоит в том, чтобы обучающиеся научились распознавать и применять основные понятия в различных контекстах, развивая свои когнитивные и аналитические навыки.

Другими словами, урок с применением заданий ориентированных на формирование функциональных понятий с использованием анимации должны позволить:

1. Проследить зависимость между величинами, то есть изменение одной меры вызывает изменение другой меры. Например, построение графиков, проведение статистических расчетов или использование математических моделей.

2. Развивать способности учащихся анализировать и синтезировать учебный материал. Например, задания, которые включают в себя умение разбираться в информации, особенности связи и отношениях между фактами, а также создают новые знания и идеи на основе полученной информации.

3. Воспитывать творческое отношение к учебной работе, что способствует к самостоятельному мышлению, поиску нестандартных решений, инициативности и креативности. Этого можно достичь за счет использования интерактивных методов обучения, поощрения и поддержки идей и предложений учащихся, а также создания условий для самостоятельного исследования и творческой работы.

4. Создавать эмоционально-опытную сферу через представление учебного материала. Этого можно достичь за счет использования методов, вызывающих интерес, эмоциональное вовлечение и активное участие учащихся. Это может включать в себя использование практических заданий, игр, дискуссий, примеров объяснения жизни и других методов, которые помогают лучше понять и дополнить материал.

Рассмотрим некоторые задания для 6 класса:

Задание 4. Высота уровня жидкости в сосуде зависит от объема налитой жидкости (рис. 5). Для построения графика зависимости необходимо заполнить таблицу ниже (для изменений высоты потяните за желтую точку и зафиксируйте значение в таблицу двойным нажатием). Заполните 10 строчек с разными величинами.

Пользуясь таблицей, ответьте на следующие вопросы:

- 1) Чему будет равна высота воды в сосуде, если налить в сосуд воду объемом 250 см^3 ? 150 см^3 ? 30 см^3 ?
- 2) Какой максимальный объем воды войдет в данный сосед?
- 3) Чему будет равен объем воды в сосуде, если ее высота поднялась на 5 см ? 2 см ? 7 см ?
- 4) Как меняется радиус верхней окружности, когда высота воды увеличивается? Как меняется радиус верхней окружности, когда высота воды уменьшается?

Объем воды в сосуде $V = 229,75 \text{ см}^3$

Высота воды в сосуде $h_1 = 4,50 \text{ см}$

Радиус верхней окр $r_1 = 2,91 \text{ см}$

Радиус нижней окр $r_2 = 5,06 \text{ см}$

h_1	r_1	r_2	V
3,94 см	3,19 см	5,06 см	214,09 см ³
5,58 см	2,37 см	5,06 см	252,28 см ³
7,17 см	1,58 см	5,06 см	270,40 см ³
3,23 см	3,55 см	5,06 см	189,55 см ³
1,59 см	4,37 см	5,06 см	110,86 см ³
3,91 см	3,20 см	5,06 см	213,21 см ³
1,64 см	4,34 см	5,06 см	113,86 см ³
4,84 см	2,74 см	5,06 см	237,87 см ³
2,33 см	4,00 см	5,06 см	150,49 см ³
2,33 см	4,00 см	5,06 см	150,49 см ³
4,50 см	2,91 см	5,06 см	229,75 см ³

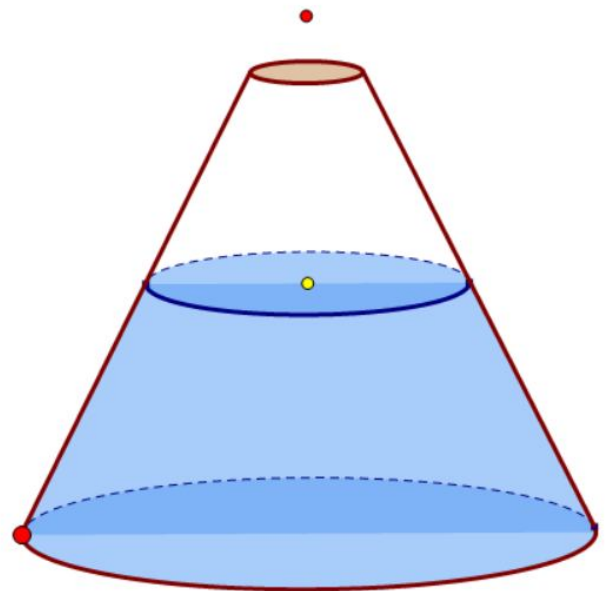


Рис. 5. Таблица зависимости высоты от объема жидкости

Предложенное задание ориентировано на индивидуальную или парную работу. Задания с использованием таблиц могут быть разнообразными и включать в себя практические упражнения, где учащимся необходимо самостоятельно провести эксперимент заполнить таблицу и ответить на вопросы. Задания в большей мере будут эффективно на этапе первичной проверки понимания изученного материала.

Отталкиваясь от вышеописанных критерии, которым должно соответствовать задания, в процессе решения подобных задач условия должны усложняться и одновременно повышаться уровень актуальности проблем и задач, поставленных перед обучающимися (Приложение В). Это позволит сформировать творческие способности ученика, умение нестандартно и творчески мыслить, а также приобрести собственный опыт решения поставленных задач. Разберем одно из заданий:

Задание 5. В стороне от прямолинейного участка автомобильной трассы (100 метровый отрезок MN) расположен двусторонний рекламный щит, который на динамическом чертеже (рис. 6) отрезок АВ. Угол ACB, под которым видна с дороги одна из сторон щита, зависит от положения машины на трассе. В этом легко убедиться, если измерить командой "Угол" (меню "Измерения") и перемещать мышью точку С по трассе.

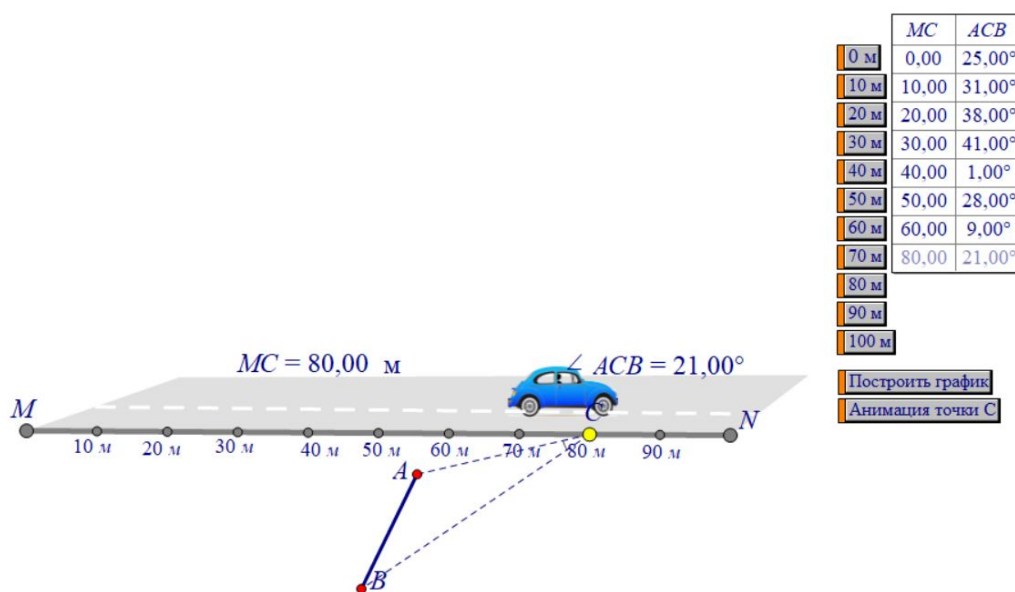


Рис. 6. Построение таблицы к заданию 5

Шаг 1. Заполните таблицу значение MC и значение угла $\angle ACB$ (для

изменений расстояния нажмите на значение слева по порядку и зафиксируйте значение в таблицу двойным нажатием)

Шаг 2. Ответьте на вопросы:

1) Как будет меняться величина угла ACB при движении точки C по трассе в направлении от M к N ?

Шаг 3. Постройте график, нажав на «Построить график» (рис. 7). Потяните за желтую точку N (измените расположение машины) и проследите, как при этом меняется график. (На горизонтальной оси отмечены точки дороги, а на вертикальной - значения величины $\angle ACB$ в градусах)

Шаг 4. Ответьте на вопрос, используя график: При каком положении точки C на прямой MN величина этого угла примет наибольшее значение для одной стороны щита? Для другой стороны щита? Знать это нужно хотя бы потому, что с этого места лучше всего различима информация рекламного щита.

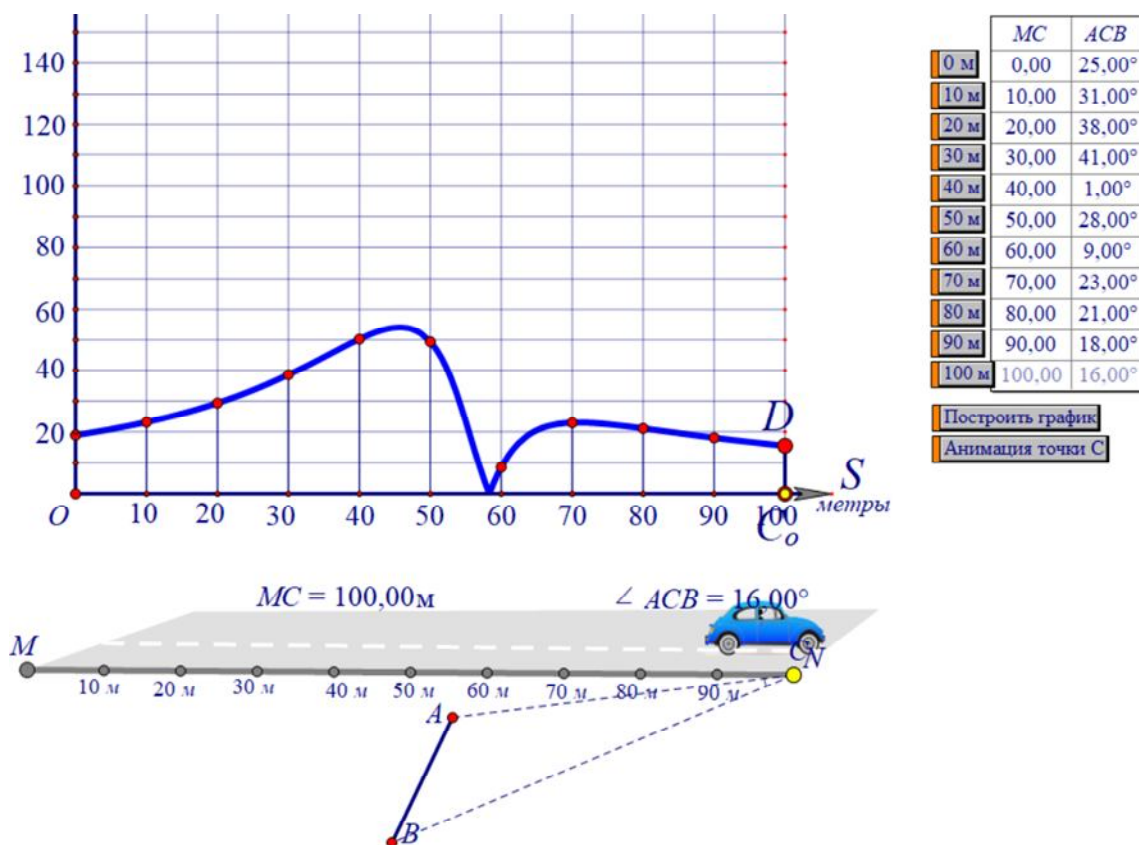


Рис. 7. Построение графика к заданию 5

Для эффективного формирования базовых функциональных понятий в 5 и 6 классах с использованием системы динамической математики "Живая математика" необходимо следовать определенным методическим рекомендациям.

Во-первых, задания должны быть построены на основе конкретных жизненных ситуаций или проблем, которые легко воспринимаются учащимися данного возраста. Например, можно предложить задание, связанное с измерением времени при проведении различных мероприятий или расчетом расстояния при перемещении по городу.

Во-вторых, использование системы динамической математики позволяет создавать интерактивные задания, где ученики могут самостоятельно изменять параметры и наблюдать результаты своих действий. Это активизирует процесс обучения и помогает формированию функциональных понятий.

Также необходимо учитывать индивидуальные особенности каждого ученика. Задания должны быть достаточно гибкими, чтобы каждый ученик мог выбрать подходящий для него уровень сложности. Например, можно предложить задания с различными уровнями сложности: от простых расчетов до более сложных исследований таблиц и функций.

Важно также предоставлять возможность для обратной связи. После выполнения задания ученики должны иметь возможность проверить свои ответы и получить объяснения, если что-то оказалось непонятным или неверным. Это поможет им улучшить свои навыки и запомнить материал более эффективно.

В заключении, необходимо отметить, что задания, ориентированные на формирование функциональных понятий, должны отвечать требованиям, изложенным выше, а содержание обучения должно создавать благоприятные условия для лучшего освоения базовых знаний в условиях анимационного подхода, учитывать интересы и индивидуальные особенности обучающихся. Предложенные рекомендации для проектирования содержательного компонента обучения математики в 5-6 классах помогут с позиции системно-деятельностного и анимационного подхода сконструировать деятельность обучающихся и учителя для формирования метапредметных умений.

§2.2.Реализация анимационного подхода при исследовании зависимостей при помощи формул и графиков в 7-8 классе

После того, как учащиеся получают общее представление о функциях числа в 5–6 классах, в 7 классе они узнают о конкретных функциях. Первая из них — линейная функция, представляющая собой простейшую математическую модель описания действительных процессов. Обучающиеся впервые начинают изучать график функции определенного вида, поэтому им следует показать важность изучаемого материала на практических примерах линейных связей величин, знакомых им из математики 5-6 классов, из других предметов или из реальных жизненных ситуаций.

Из анализа современных учебников алгебры разных авторов, заметим, что в них имеются расхождения в моменте начала изучения линейной функции – в 7 или 8 классе. Также имеются отличия и в порядке ее изучения в частном случае - прямая пропорциональность (дедуктивный или индуктивный подход), в описании свойств при начальном знакомстве, во взаимосвязи линейного уравнения с двумя переменными и линейной функцией, в рассмотрении их графиков.

Многие авторы разных учебников по алгебре при изучении темы «Линейная функция» знакомят читателя традиционно с прямой пропорциональности и ее графика. С таким понятием, как прямая пропорциональность двух величин с положительными числовыми значениями, учащиеся уже были знакомы ранее. Они знают, что две величины называются прямо пропорциональными тогда, когда одна величина увеличивается (уменьшается) в несколько раз, то другая величина будет тоже увеличиваться (уменьшаться).

Задачи, связанные с пропорциональными величинами, они решали с помощью пропорций, рассматривая, что отношения определенных значений

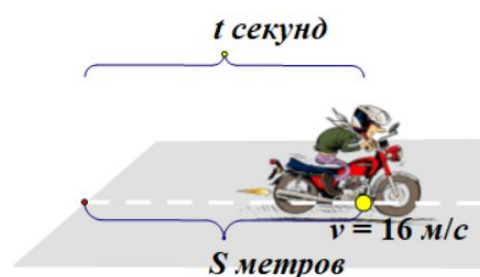
этих величин равны. Поэтому зависимость получила название прямой пропорциональности.

Рассмотрение прямой пропорциональности целесообразно начать с включением в процесс обучения нескольких важных задач, которые учащийся уже неоднократно решал при использовании динамических чертежей в среде «Живая математика». Например, эти:

1. Мотоциклист выехал из Дивногорска в Красноярск и двигался со скоростью 16 м/с в течение t секунд (рис. 8). Сколько метров (S) проехал он за это время?

1. Составьте формулу по нахождению расстояния (выберите слева на панели стрелку и переносите величины ниже)

$$= S \quad t \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad 16$$



2. Какое расстояние будет через 3 сек? 6 сек? 10 сек? 12 сек? 20 сек? (ниже самостоятельно введите значение времени и найдите чему равно расстояние)

$$t_1 = \boxed{1,00} \quad \boxed{S_1} \quad S_1 = 16 \text{ м}$$

3. Составьте таблицу времени и расстояния (выберите стрелку на левой панели, выделите значение времени из п.2 и все значения расстояния из п.2. Зайтите на панели сверху в "Вычисления" и затем "заполнять таблицу")

S_1	t_1
48	3,00
96	6,00
160	10,00
192	12,00
320	20,00
16	1,00

3. Составьте таблицу значений времени из п.1 и внесем значение расстояния (в п.2 меняйте время и затем нажимайте два раза на таблицу, чтобы значения зафиксировалось)

Рис. 8. Задание на составление математической модели работы с ней в среде «Живая математика»

При решении задач данного типа, учитель объясняет зависимость между временем и расстоянием при равномерном движении тела, он может использовать анимацию для демонстрации этой зависимости. Ученики могут

изменять значение скорости объекта или время для наблюдения за изменениями на графике или в анимации. Такой подход позволяет учащимся лучше понять, как изменение одной переменной влияет на другую.

Включение заданий на моделирование равномерных процессов целесообразно использовать на уроках с однообразным материалом тренировочного характера для разрядки и переключения мыслительной деятельности учащихся. Если при этом использовать анимационные и вычислительные возможности среды Живая математика, то как показывает опыт, такие "вставки" могут существенно оживить урок.

Реализация анимационного подхода при исследовании зависимостей при помощи формул и графиков в 7-8 классе может быть эффективным методом обучения, который позволяет ученикам лучше понять сложные концепции и законы, связанные с математическими зависимостями. Приведем пример задачи, ориентированной на работу с графиками равномерного движения в 7 классе.

Задание 6. Расстояние между городами Киров и Казань равно 280 км (рис. 9). В 8 часов утра из Кирова в Казань выехала семья Макаровых на машине со скоростью 40 км/ч; через 2 часа из Кирова в Казань выехала семья Петровых на машине со скоростью 60 км/ч. Во сколько часов и на каком расстоянии от Казани встретятся семьи? Задачу решите сначала арифметически, затем графически. Результаты сравните.

Данное задание направлено на отработку навыков применения линейных графиков при решении текстовых задач. Линейные графики могут быть полезными инструментами на разных этапах урока. Во-первых, они могут использоваться в начале урока для введения новой темы и создания интереса к материалу. Во-вторых, линейные графики могут быть использованы в ходе объяснения материала. Они помогут увидеть связь между текстовой задачей и графиком, что в свою очередь способствует более глубокому пониманию концепции. Наконец, линейные графики можно

использовать на заключительном этапе урока для проверки понимания материала учащимися. Задача с графиком может служить дополнительным инструментом для оценки уровня знаний и навыков студентов.

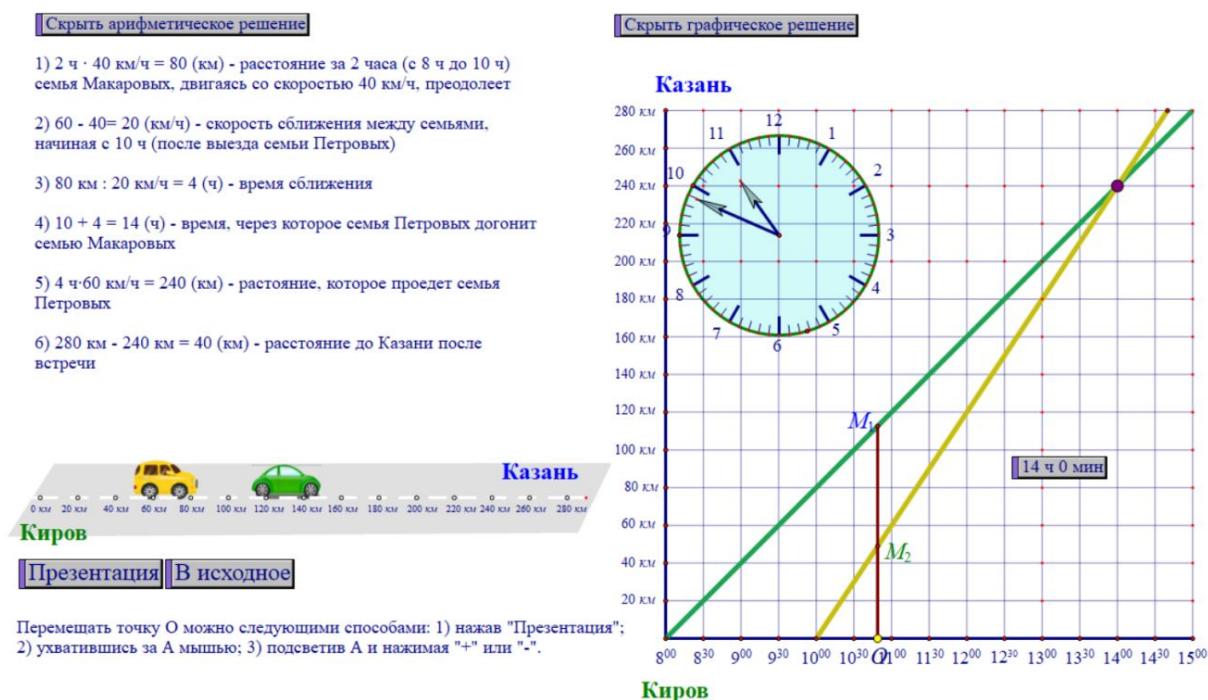


Рис.9. Применение линейных графиков при решении текстовых задач

Одной из возможных реализаций анимационного подхода является использование СДМ «Живая математика», которая позволяет создавать динамические графики и анимации на основе заданных формул. Ученики могут самостоятельно экспериментировать со значениями переменных и наблюдать, как это влияет на график или анимацию. Ученикам можно предложить создать анимацию для иллюстрации различных типов функций (линейные, квадратичные и т.д.) или для демонстрации свойств графиков (смещение, растяжение или сжатие). Это поможет им лучше понять особенности каждого типа функции и узнать о связях между формулами и графиками.

Подобные задания можно включать и в процессе сетевого урока. Сетевые уроки позволяют получать знания и навыки из любых точек мира, гибко настраивать темп и содержание обучения, а также взаимодействовать с

преподавателями и другими учениками с помощью различных коммуникационных инструментов. Пример включения заданий в такой вид урока приведен в Приложении Г.

Стоит заметить, что с 1 сентября 2023 в школах для 7-9 классов внедрен новый предмет «Вероятность и статистика», на котором включение заданий с использованием среды Живой математики будет полезным. В Приложении Д описана технологическая карта для 8 класса по одной из тем «Вероятность и статистика», в которой задания имеют метапредметное направление.

Для того, чтобы обеспечить плавный переход к изучению математического анализа в старших классах, необходимо готовить обучающихся заблаговременно и вводить некоторые элементы математического анализа.

В 8 классе при изучении темы «Подобие треугольников», обучающиеся впервые знакомятся с тригонометрическими функциями. Тригонометрия - это раздел математики, который изучает связь между углами и сторонами треугольника. Понимание этой связи позволяет решать различные задачи.

Перед началом изучения тригонометрических функций в старших классах необходимо иметь представление о понятиях подобных треугольников и соответствующих пропорциях. Это позволяет установить отношения между соответствующими сторонами и углами. В результате, появляется возможность использовать эти отношения для нахождения значений тригонометрических функций.

Целесообразно научить учащихся находить значения этих функций не по данным, приведенным в постановке задачи, а путем измерения длин соответствующих отрезков. Рассмотрим пошаговое построение и вычисление тригонометрических функций в 8 классе (рис. 10).

Построение:

1. Острый $\angle O$;

2. На любой стороне угла поставить точку А;

3. Отпустить из точки А перпендикуляр АВ на другую сторону (подсветить точку и другую сторону, затем зайти в построение и выбрать "Перпендикуляр");

4. Измерить длины отрезков ОА, ОВ, ОС (подсветить сторону, зайти в "Измерения" и выбрать "Длина");

5. С помощью графического калькулятора найти значения $\frac{OB}{OA}$, $\frac{AB}{OA}$, $\frac{AB}{OB}$

(полученные значения будут являться \sin , \cos , tg острого $\angle O$);

6. Измерьте с помощью графического калькулятора величину $\angle O$

(подсветите точки в последовательности $B \rightarrow O \rightarrow A$, зайти в "Измерения" и "Угол");

7. Выполните самоконтроль. Для этого в "Вычисления", затем "Вычислить", в появившемся калькуляторе выбрать в функциях \sin и выбрать значение угла, которое было подсчитано в п.6. И так для функции \cos и tg .

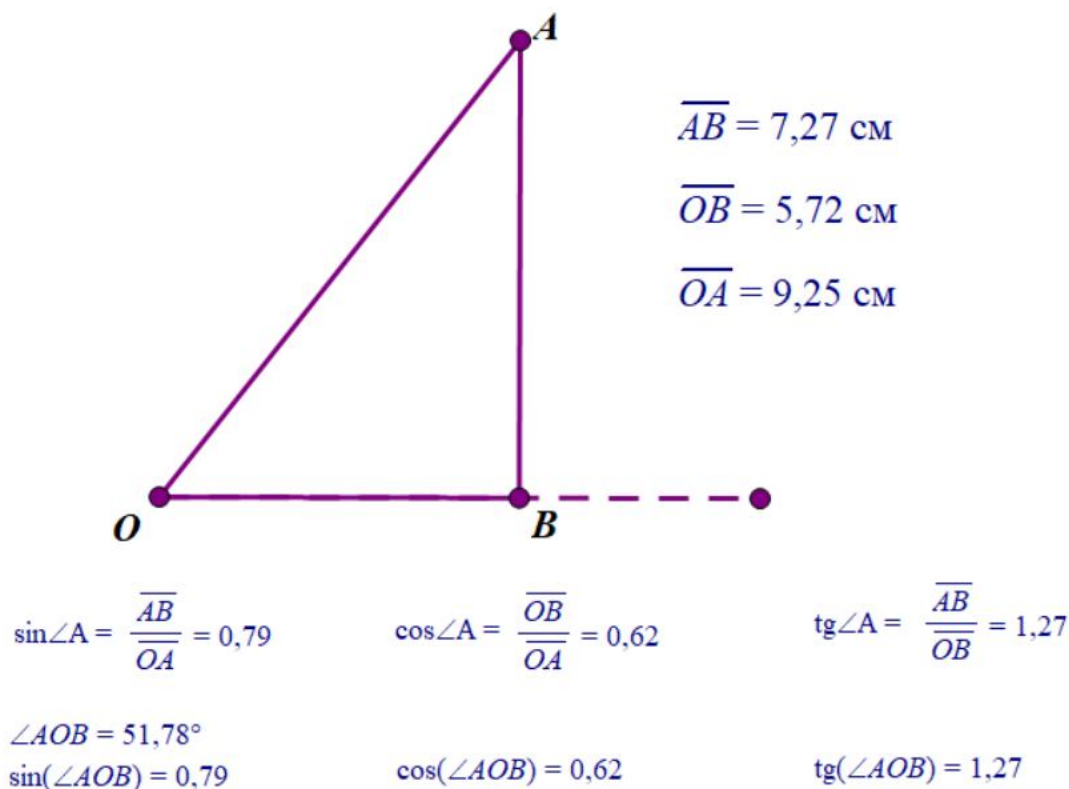


Рис.10. Пошаговое построение и вычисление тригонометрических функций

Рассмотрим одно задание для 8 класса на тему «Подобие треугольников».

Задание 7. На динамическом чертеже (рис. 11) изображен столб, высота которого $h = 5$ и его тень. Длина тени, обозначенная буквой l (в метрах) зависит от высоты солнца над горизонтом. Высота солнца над горизонтом (в градусах) обозначается φ . Выразите зависимость l от φ через формулу.

Пользуясь составленной формулой $l = \frac{5}{\text{tg}(\varphi)}$, где $0^\circ < \varphi < 90^\circ$, ответьте

на следующие вопросы:

1. Какую длину будет иметь тень от столба, если высота солнца над горизонтом будет равна 20° , 30° , 40° , 50° , 60° , 70° , 80° ?

2. На сколько изменится длина тени от столба, если высота солнца над горизонтом увеличится с 20° до 40° , от 40° до 60° , от 60° до 80° , можно ли

хотя бы приближённо считать эту зависимость линейной, обратно-пропорциональной, квадратичной?

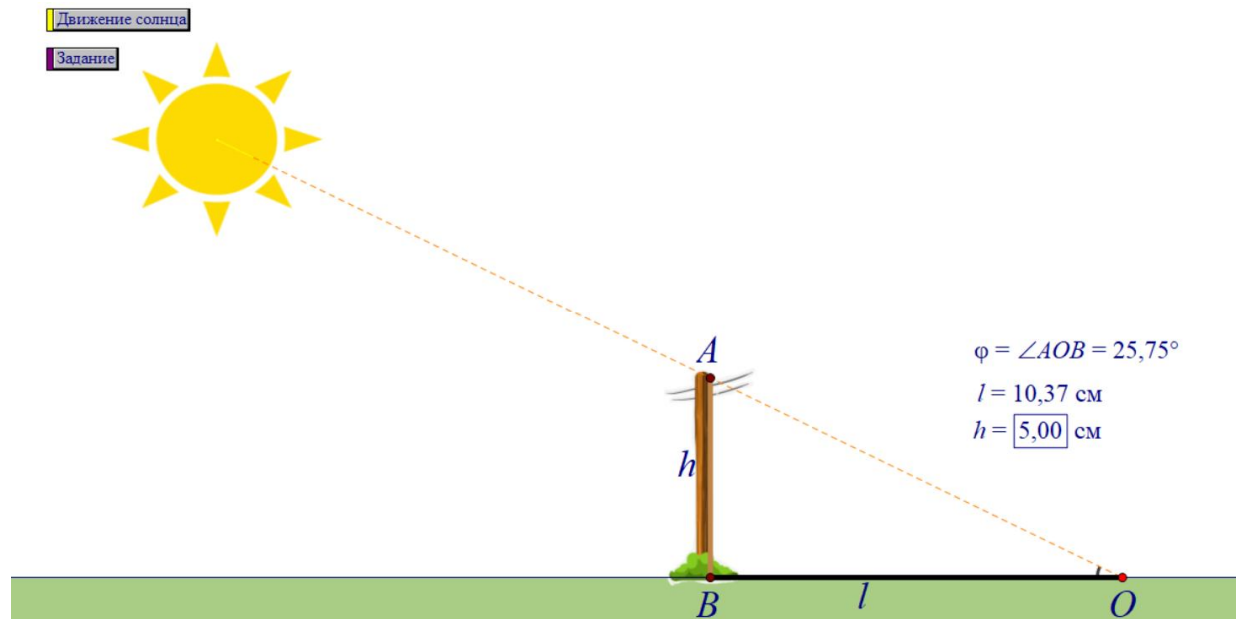


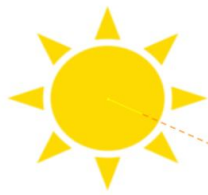
Рис.11. Применение линейных графиков при решении текстовых задач

После того, как обучающиеся проанализировали динамический чертеж, выявили закономерность, им предлагается выполнить задания (рис. 12).

Таким образом, знакомство с тригонометрическими функциями в курсе геометрии в 8 классе играет ключевую роль в дальнейшем изучении математики и ее применении в реальной жизни. Это позволяет учащимся развивать навыки анализа и решения задач, а также понять фундаментальные концепции, которые будут использоваться в старших классах.

Движение солнца

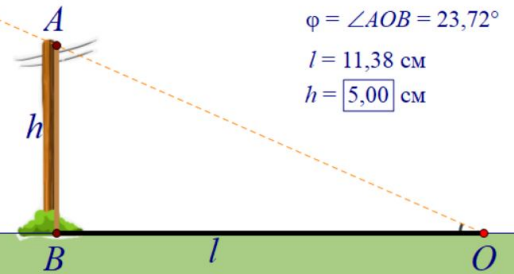
Задание



$$f = 20,00^\circ \quad f = -61,94^\circ \quad \frac{5}{\operatorname{tg}(f)} = 13,74$$

f	h	$\angle AOB$	l	f	$\frac{5}{\operatorname{tg}(f)}$
-59,42°	5,00 см	20,00°	13,74 см	20,00°	13,74
-65,82°	5,00 см	30,00°	8,66 см	30,00°	8,66
-71,18°	5,00 см	40,00°	5,96 см	40,00°	5,96
-75,74°	5,00 см	50,00°	4,20 см	50,00°	4,20
-79,75°	5,00 см	60,00°	2,89 см	60,00°	2,89
-83,36°	5,00 см	70,00°	1,82 см	70,00°	1,82
-86,74°	5,00 см	80,00°	0,88 см	80,00°	0,88
-61,94°	5,00 см	23,72°	11,38 см	20,00°	13,74

3. Как будет меняться длина тени в течение дня, если известно, что высота солнца над горизонтом (φ) в первой половине дня увеличивается, а во второй - уменьшается? В какой мере результат исследования модели согласуется с природой явления, с вашим житейским опытом?
4. Как, зная длину тени от шеста, найти высоту солнца над горизонтом? Найдите длину солнца над горизонтом, если тень от шеста равна 2 см, 4 см, 6 см, 8 см.
5. На сколько изменится высота солнца над горизонтом, если длина тени уменьшится с 10 см до 8 см, с 8 см до 6 см, с 6 см до 4 см, с 4 см до 2 см?



$$\varphi = \angle AOB = 23,72^\circ$$

$$l = 11,38 \text{ см}$$

$$h = 5,00 \text{ см}$$

Рис.12. Итоговое оформление решения задания 7

Рассматривая такое понятие как предел, то первое знакомство учащихся с понятием предела и пересечения предела может произойти уже в 7 классе. В качестве простых примеров наглядного геометрического характера приведем следующие задачи, которые можно предлагать и включать как на уроках алгебры, так и на уроках геометрии.

Задание 8. На рабочем поле изображен (рис. 13) единичный квадрат ABCD и рассматривается процесс, состоящий из этапов, зависящих от натурального n . При $n=1$ квадрат делится пополам прямой, параллельной стороне AB, левая половина окрашивается. При $n=2$ правый неокрашенный прямоугольник делится пополам, но уже перпендикулярной прямой AB, нижний квадрат окрашивается. При $n=3$ для верхнего квадрата повторяется процедура, описанная для $n=1$. При $n=4$ для неокрашенного прямоугольника повторяется процедура, описанная для $n=2$. И так далее. Площадь окрашенной части квадрата на этапе n обозначим символом S_n . Найдите значения S_n для некоторых n . Имеет ли S_n предел при $n \rightarrow \infty$ и если имеет, то чему он равен? Чему равна разность между этим пределом и S_n , к чему она стремится?

На первом этапе работы с предложенным заданием, обучающиеся стараются найти площадь закрашенной фигуры при самостоятельных подсчетах. После чего, полученные ответы сверяют с динамическим чертежом, нажимая на кнопки «Показать n». На данном этапе также можно предложить самостоятельно построить чертеж. В этом случае учителю важно подготовить два инструмента: делит квадрат отрезком через середину (окрашивая левую часть) и – делит прямоугольник отрезком через середину (окрашивая нижнюю часть).

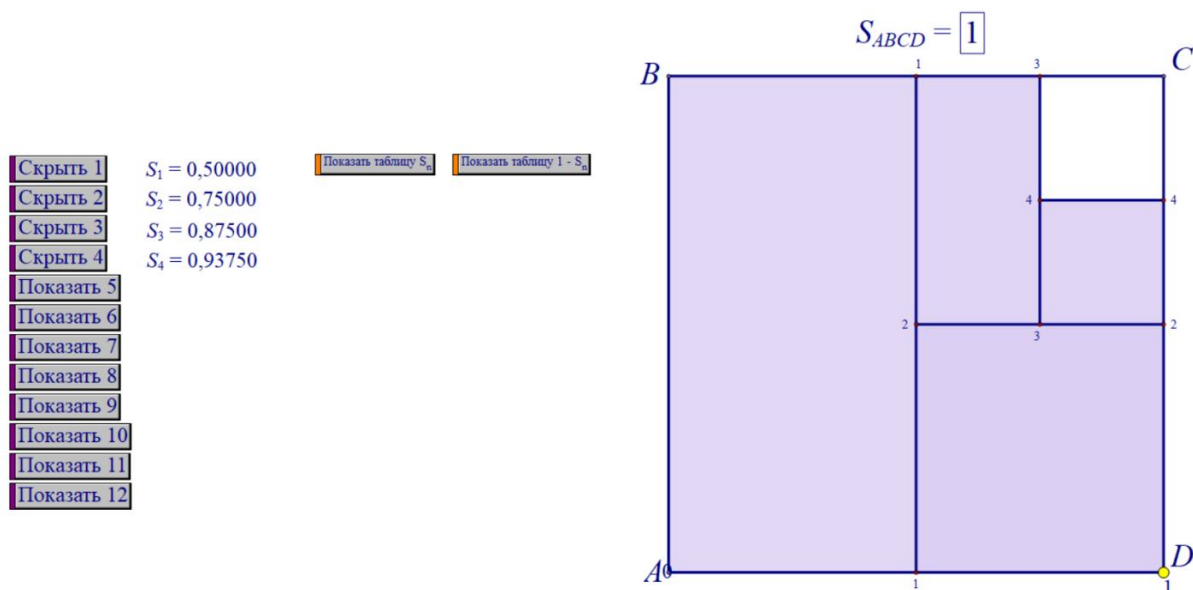


Рис. 13. Первый этап работы с заданием 8

На втором этапе, обучающиеся составляют таблицу для нахождения площадей закрашенной фигуры при каждом делении и таблицу для площади, не закрашенной фигуры (рис. 14). Анализируя полученные таблицы, учащийся на интуитивном уровне, что при делении площадь закрашенной фигуры будет стремиться к 1 см^2 , то есть $S_n \rightarrow 1 \text{ см}^2$ при $n \rightarrow \infty$.

В данном задании требуется определить, как изменяются значения определенных переменных в процессе. Из опыта работы с учащимися в школе становится ясно, что они справляются с этим без особых трудностей. Однако, возникают значительные проблемы, когда требуется определить изменение отношений между этими переменными. Например, учащиеся

легко определяют, что при увеличении n до бесконечности, площадь закрашенной фигуры увеличиваются неограниченно.

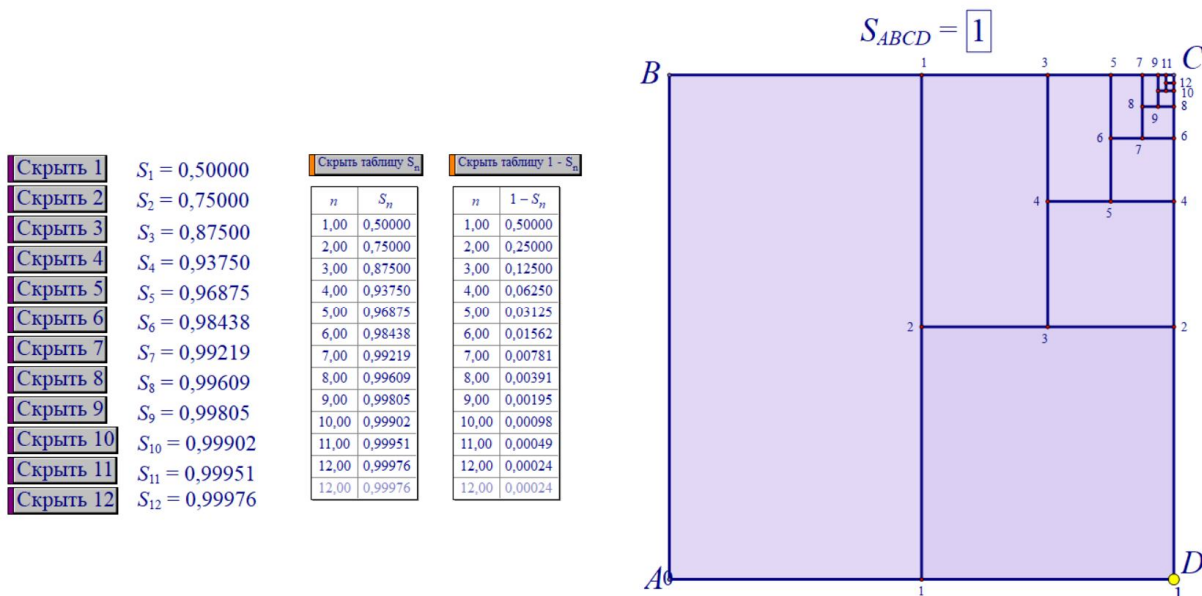


Рис. 14. Второй этап работы с заданием 8

Важно отметить, что в задачах, связанных с определением предела и предельного перехода, полностью зависит от интуиции учащихся. Вопрос о доказательстве существования и значения предела в таком случае даже не возникает. Если и рассматривается разница между переменной и предполагаемым пределом, она рассматривается независимо от вопроса о доказательстве.

Однако необходимо расширить область задач, которые рассматривают понятие предела. Геометрическое понимание предела в заданиях ограничивает его арифметическую природу. В результате, предел может быть воспринят не как число, к которому числовые значения зависимой величины неограниченно приближаются, а как конкретный геометрический объект. Чтобы избежать этого заблуждения, необходимо включать задачи, которые четко раскрывают арифметическую природу предела и предельного перехода.

Но при этом рассматриваемые примеры должны иметь простой наглядно-геометрический и кинематический характер. Только после того, как сформируется интуитивное представление о пределе, на уроках можно начать раскрывать его арифметическую природу в 9 классе.

§2.3.Реализация анимационного подхода при исследовании квадратичных функций в 9 классе. Результаты педагогического эксперимента

Идея предельного перехода является основой для многих математических понятий, изучаемых в школе, например, длина окружности, площадь круга, объемы тел, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, мгновенная скорость, касательная, производная и другие. Эта важная идея и метод, основанный на ней, могут быть применены при решении некоторых прикладных задач. Понятие предела часто встречается в школьных учебниках и, как правило, не вызывает особых трудностей при формировании интуитивных представлений у учащихся. Однако возникают проблемы, когда пытаются внедрить более строгое определение предела в практику школьного преподавания.

Перед тем, как углубиться в арифметическую природу предела, необходимо в 9 классе иметь интуитивное представление о нем.

Одной из типичных задач, связанных с пределом, является определение значения функции в точке, когда аргумент стремится к некоторому значению. Ученикам может быть сложно понять процесс приближения и определить конечный результат. Однако, с помощью интуитивного подхода к пределу и использования графического представления функций, учащиеся могут получить более четкое представление о том, как функция ведет себя вблизи данной точки.

В 8 классе на уроках физики вводится такое понятие, как мгновенная скорость. На уроках алгебры данное понятие можно более точно продемонстрировать через понятия приращения и предела: мгновенная скорость – это предел средней скорости с неограниченным убыванием (стремящимся к нулю) промежутка времени, в котором эта средняя скорость.

Приведем разбор одного из заданий на нахождение мгновенной скорости через график в 9 классе. Возьмем динамический чертеж с представленным графиком, выражающий закон движения мотоциклиста и требуется найти его скорость в момент времени t_0 (рис. 15).

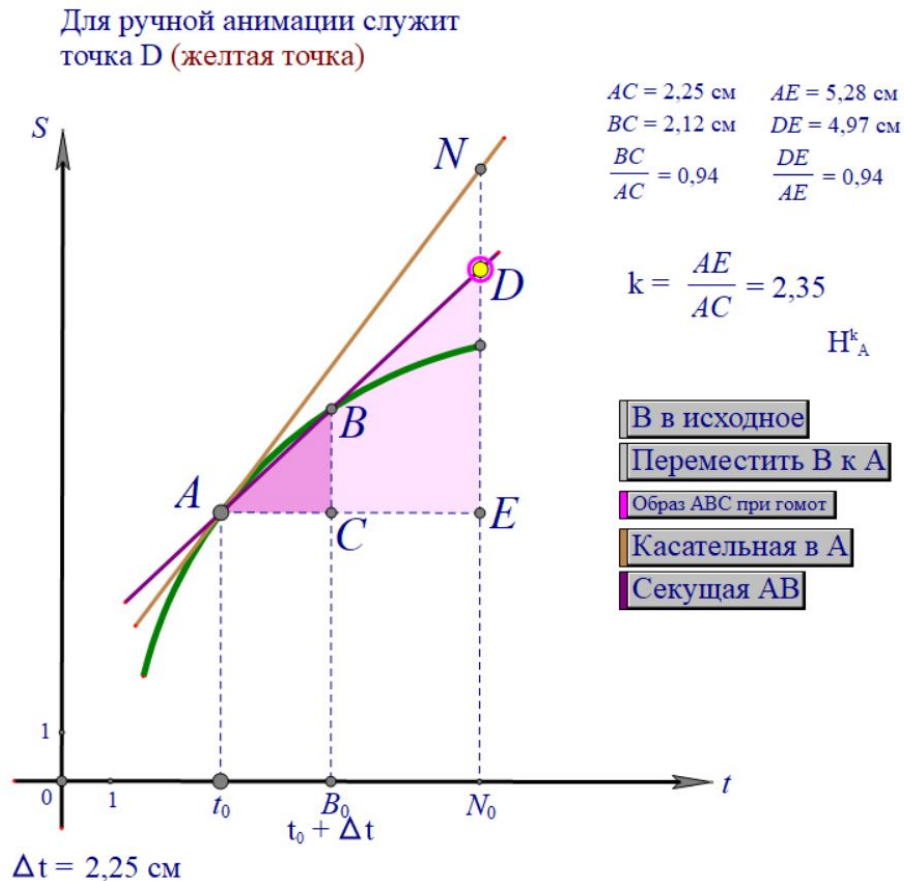


Рис. 15. График, выражающий закон движения

Согласно данному выше определению, для этого необходимо сначала найти значение его средней скорости за период времени от t_0 до $t_0 + \Delta t$.

- Если Δt получается значением не маленьким, то среднюю скорость можно найти, измеряя катеты базисного треугольника ABC ($AC = \Delta t$, $BC = \Delta S$).

- Если же Δt мало и вычислить значение трудно, то ΔABC заменяем на больший подобный ему ΔADE (центр гомотетии в точке A).

После необходимо устремить Δt к нулю в соответствии с представленным определением мгновенной скорости, и определить

изменения значения средней скорости $v_{\text{ср}} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$. Обратим внимание на то, что

ΔABC стягивается в одну точку, что подразумевает у обучающихся

стремление к нулю, так как и числитель и знаменатель стремится к исчезновению (рис. 16).

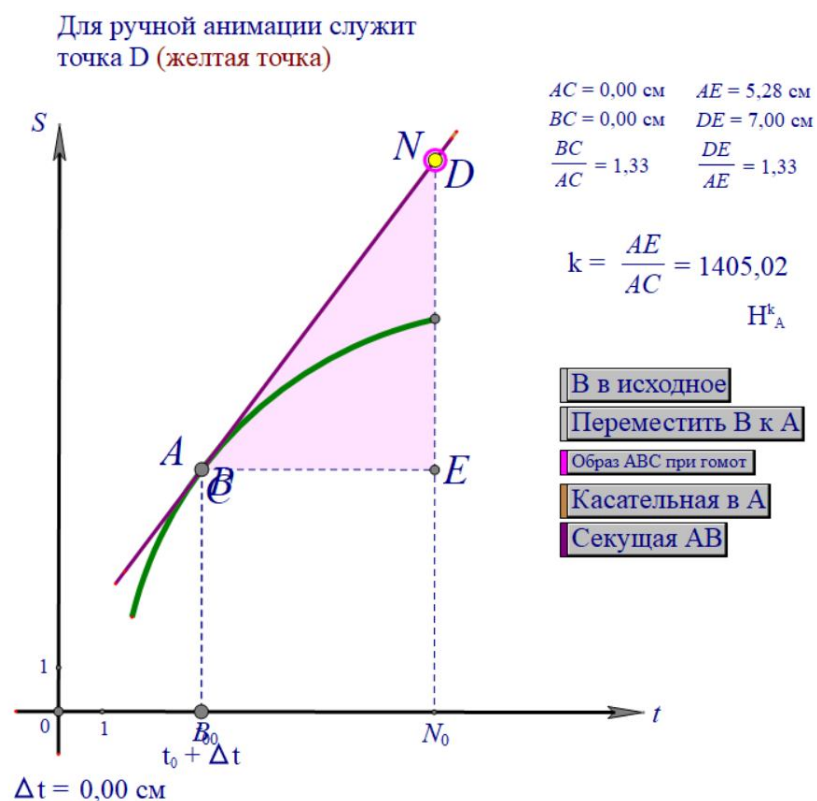


Рис. 16. Динамический чертеж, при котором ΔABC стягивается в

точке A

Убрать сомнения позволит рассмотрение $\triangle ADE$. Несмотря на то, что треугольник может быть предельно маленьким, отношение катетов $\frac{BC}{AC}$ всегда будет равно отношению других катетов $\frac{DE}{AE}$, подобного треугольника. Учесть нужно и то, что отношение $\frac{DE}{AE}$ поддается к измерению легко.

Обучающимся важно объяснить тот момент, что при $\Delta t \rightarrow 0$ секущая АВ будет поворачиваться вокруг точки А и безгранично приближаться к существующей касательной AN. При этом $\triangle ADE$ приближается к $\triangle ABC$.

Для нахождения мгновенной скорости существует способ, который не отличается от графического дифференцирования. Он требует отличных навыков проведения касательных линий к гладким кривым как вручную, так и с помощью компьютера. Упражнения по графическому нахождению мгновенной скорости помогут сформировать ясное представление о процессе, что позволит в 10 классе опираться на него и вводить такое понятие, как производная.

Тема "Квадратичная функция" предоставляет большие возможности для связи обучения с реальными ситуациями. При изучении этой функции необходимо рассматривать не только ее математические свойства, но и ее роль в моделировании реальных зависимостей, аналогично изучению линейных функций. В курсе 9 класса есть множество возможностей для

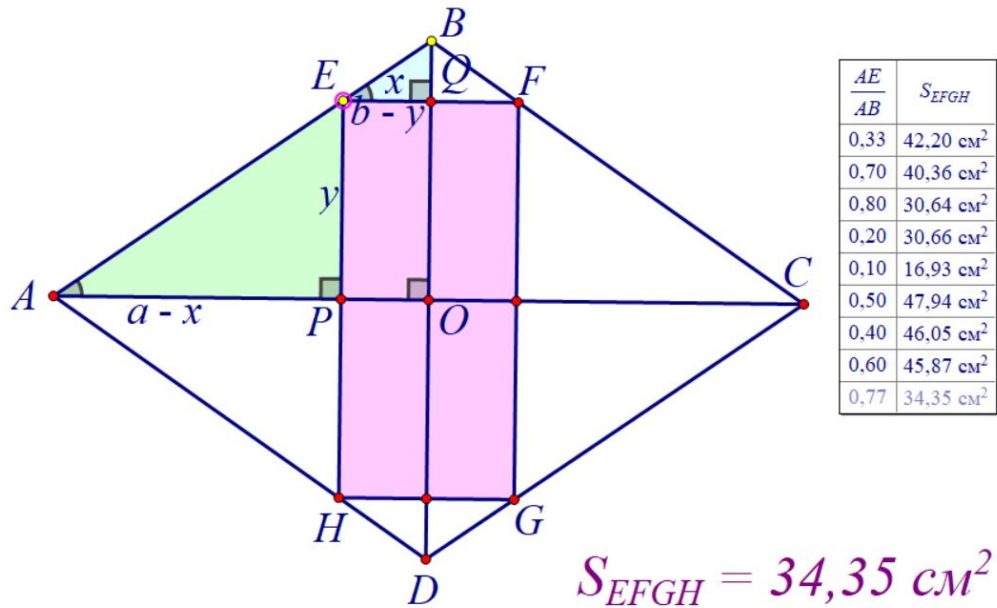
этого. Например, можно исследовать зависимости геометрического характера, связанные с измерением площадей. Также можно использовать зависимости, рассмотренные в курсе физики 8 и 9 классов, такие как зависимость количества теплоты, выделяемой проводником с током, от величины тока, или зависимость величины перемещения от времени при равнопеременном движении и другие.

Квадратичная функция имеет большое практическое применение, поскольку с ее помощью можно моделировать равнопеременные процессы. Равнопеременные процессы - это процессы, в которых изменение зависимой переменной происходит с постоянным ускорением или замедлением. В курсе физики для учащихся 9 класса объясняется, что при равнопеременном движении точки по прямой, расстояние от точки до начала отсчета изменяется со временем согласно формуле: $s(t) = S_0 + v_0t + \frac{at^2}{2}$, где S_0 – начальное положение точки, v_0 – начальная скорость, a – ускорение и t – время. Для любых значений a , b , c такую зависимость, как $y = ax^2 + bx + c$, которая интерпретируется через зависимость расстояния от времени при равнопеременном движении, причем c - начальное расстояние, b - начальная скорость, a - величина, равная половине ускорения.

Ниже представлен пример практического задания с использованием математической модели в среде «Живая математика».

Задание 9. В ромб с диагоналями $2a$ и $2b$ вписать прямоугольник со сторонами параллельными диагоналям, имеющий наибольшую площадь. (рис. 17).

$$\begin{aligned} AE &= 7,76 \text{ см} & \frac{AE}{AB} &= 0,77 \\ AB &= 10,13 \text{ см} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} AE &= 5,06 \text{ см} & \frac{AE}{AB} &= 0,50 \\ AB &= 10,13 \text{ см} \end{aligned}$$

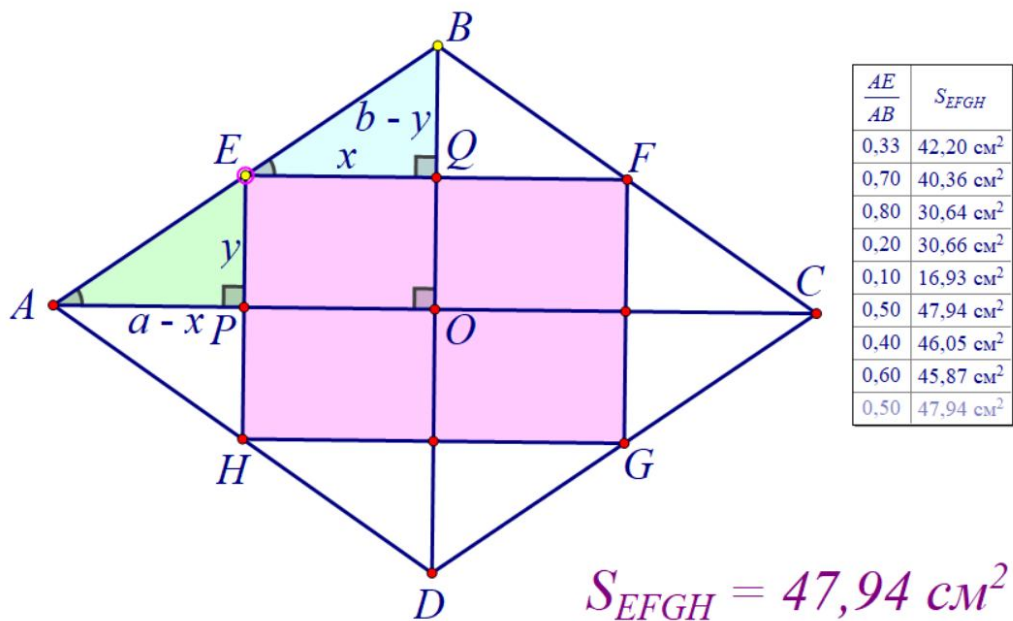


Рис. 17. Нахождение большей площади вписанного прямоугольника через динамический чертеж

Решение. Пусть ABCD - ромб, O - точка пересечения диагоналей AC и BD, AO=a, BO=b. Рассмотрим произвольный прямоугольник EFGH, вершины

Е, F, G и H принадлежат, соответственно, сторонам AB, BC, CD и AD, причём EF и GH параллельны AC, FG и HE параллельны BD.

1. Обозначим пересечение АО и ЕН через Р, пересечение ВО и ЕF через Q. Положим $EQ=x$, $EP=y$. Тогда $AP=a-x$, $BQ=b-y$. Из подобия треугольников APE и EQB (по двум углам) следует, что $\frac{y}{a-x} = \frac{b-y}{a}$

2. Найдём площадь S прямоугольника EFGH:

$$S = 4xy = \frac{4xy(a-x)}{a} = 4bx - \frac{4bx^2}{a}$$

3. Выделяя полный квадрат, имеем

$$S = -\frac{4b(x - \frac{a}{2})^2}{a} + ab$$

4. Площадь S достигает наибольшего значения $S = ab$ при $x = \frac{a}{2}$, отсюда $EQ = \frac{AO}{2}$ и, следовательно, E - середина AB.

Аналогично, F, G и H - середины BC, CD и AD.

Рассматривая тему «Квадратичная функция» в 9 классе обучающиеся изучают основные её преобразования: сдвиг вверх/вниз, сдвиг вправо/влево, растяжение/сжатие по оси OX и OY. Важной характеристикой квадратичной функции является вершина, которая определяется по формулам $x = -b/2a$ и $y = f(x)$. Ученики также изучают дискриминант квадратного уравнения $D = b^2 - 4ac$ и его связь с количеством корней уравнения. "Живая математика" позволяет визуализировать график квадратичной функции и проводить её преобразования в режиме реального времени, что позволит учащимся лучше понять, как изменение коэффициентов a, b и c влияет на форму графика.

С помощью "Живой математики" учащиеся могут экспериментировать с различными значениями коэффициентов и наблюдать, как меняется положение вершины параболы, направление открытия ветвей, а также ось симметрии. Это помогает им получить наглядное представление о связи между параметрами квадратичной функции и её графиком. Приведем

пример, как целесообразно выстраивать урок при изучении преобразований квадратичной функции.

Шаг 1. Изучение темы важно вводить с повторения функциональных понятий, графика квадратичной функции и перечисления ее свойств через динамический чертеж (рис. 18).

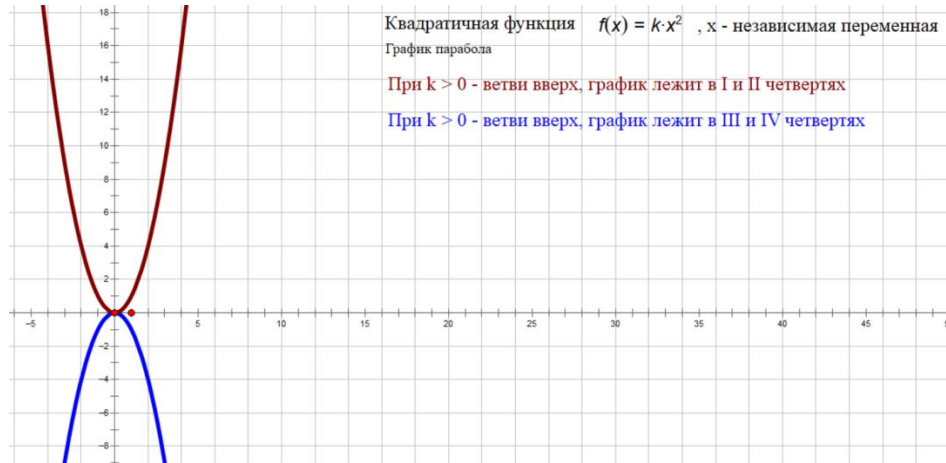


Рис. 18. Повторение по теме «Квадратичная функция»

Шаг 2. После этого обучающимся предоставляется возможность самостоятельно провести небольшое исследование, экспериментировать с различными значениями параметров, анализировать полученные графики и высказывать свои предположения (рис. 19). Таким образом, обучающиеся развивают навык "чтения" графиков

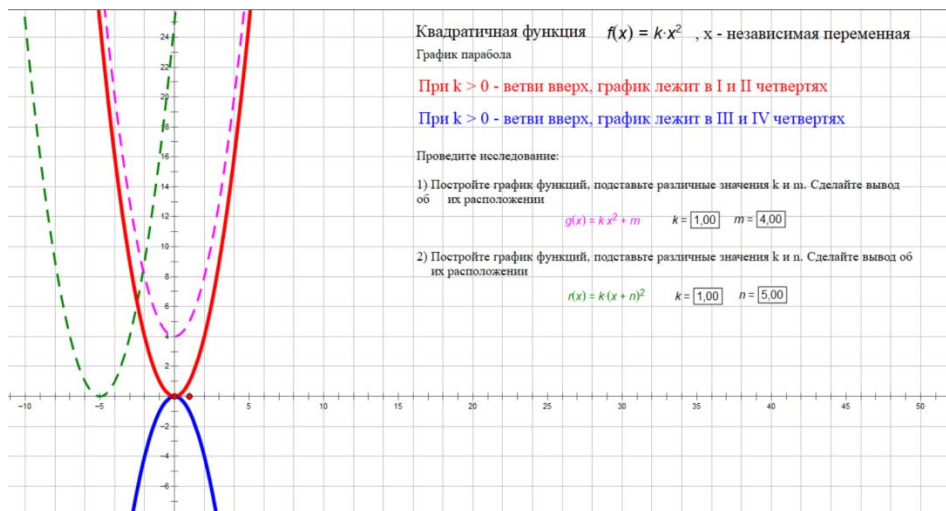


Рис. 19. Исследование преобразований

Таким образом, данная задача направлена на осознание преобразований функции и понимание концепции "движение" графика. Учащиеся будут иметь возможность самостоятельно сформулировать эти понятия после изучения материала. Затем, путем проведения экспериментов, они смогут сделать выводы о том, как и насколько график квадратичной функции сдвигается в зависимости от параметров m и n на оси (рис. 20). Итоговый вариант вывода будет поэтапно отображаться на экране.

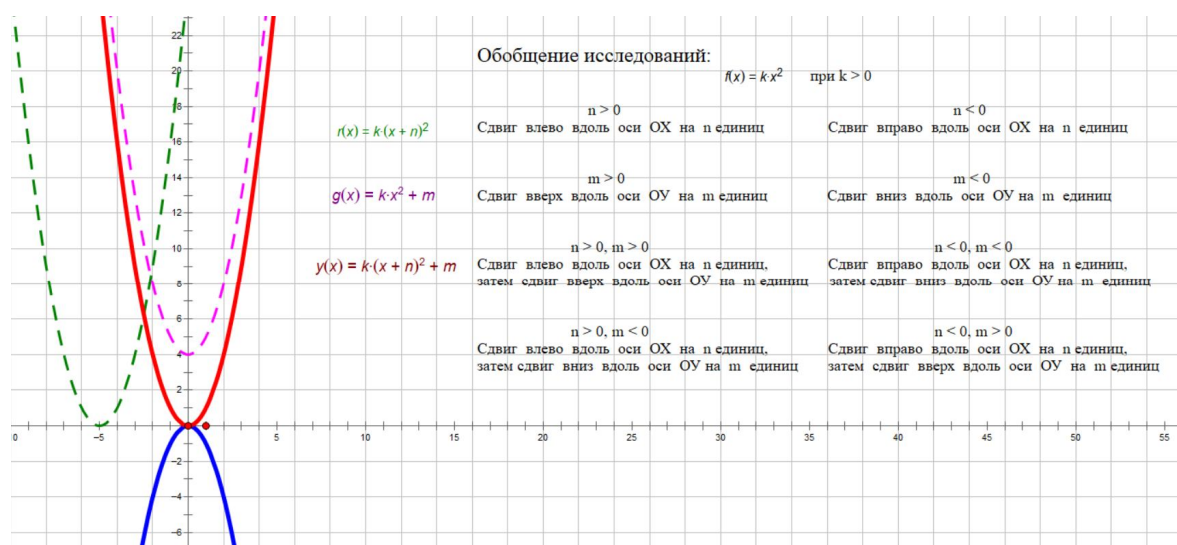


Рис. 20. Итоговое оформление страницы модели

Использование предложенного изучения материала в процессе урока алгебры в 9 классе помогает создать модель реальности, визуализировать преобразования и графики, делая занятия более динамичными, продуктивными и осознанными. Такой подход позволяет учащимся активно участвовать в создании моделей и полностью понять их свойства.

Итоги педагогического эксперимента по обучению учащихся 7 классов решению задач по формированию функциональных понятий

1. На первом - констатирующем этапе был определен первоначальный уровень сформированности умений решать задачи с функциональным содержанием у обучающихся двух 7 классов: экспериментальный и контрольный классы.

2. На втором - формирующем этапе был организован процесс обучения алгебры и геометрии в экспериментальном 7 классе с учётом разработанных задач, направленных на формирование функциональных понятий.

3. На заключительном - контролирующем этапе был определен уровень сформированности умений решать задачи с функциональным содержанием у обучающихся экспериментального и контрольного 7 классов в результате применения разработанных рекомендаций.

На первом этапе опытно-исследовательской работы была проведена входная работа по математике, задания которой были направлены на умения решать задачи с функциональным содержанием в двух 7 классах, где первый класс был контрольным, а второй – экспериментальный. Продолжительность работы 40 минут

Входная работа определяется деятельностью, которая устанавливает актуальное состояние и тенденцию личностного развития каждого обучающегося. Диагностическая деятельность направлена на контроль качества образовательного процесса.

Цель работы - анализ результативности применения методики обучения решению задач по формированию функциональных понятий у обучающихся 7 классов с использованием среды «Живая математика».

Измерения производились в шкале отношений. Экспериментальная группа, состоящая из 30 человек, контрольная группа, состоящая из 25 человек, и измерение заключается в определении уровня умений путем

проведения теста, включающего 12 задач. Примем, что характеристикой учащегося является число правильно решенных им задач.

Таблица 5

Результаты входного тестирования экспериментальной и контрольной групп

Число обучающихся, получивших данные баллы		
	<u>Контрольная</u>	<u>Экспериментальная</u>
1	1	1
2	1	1
3	1	1
5	5	5
4	4	4
4	3	3
3	1	1
2	3	3
2	2	2
1	2	2
3	1	1
0	1	1

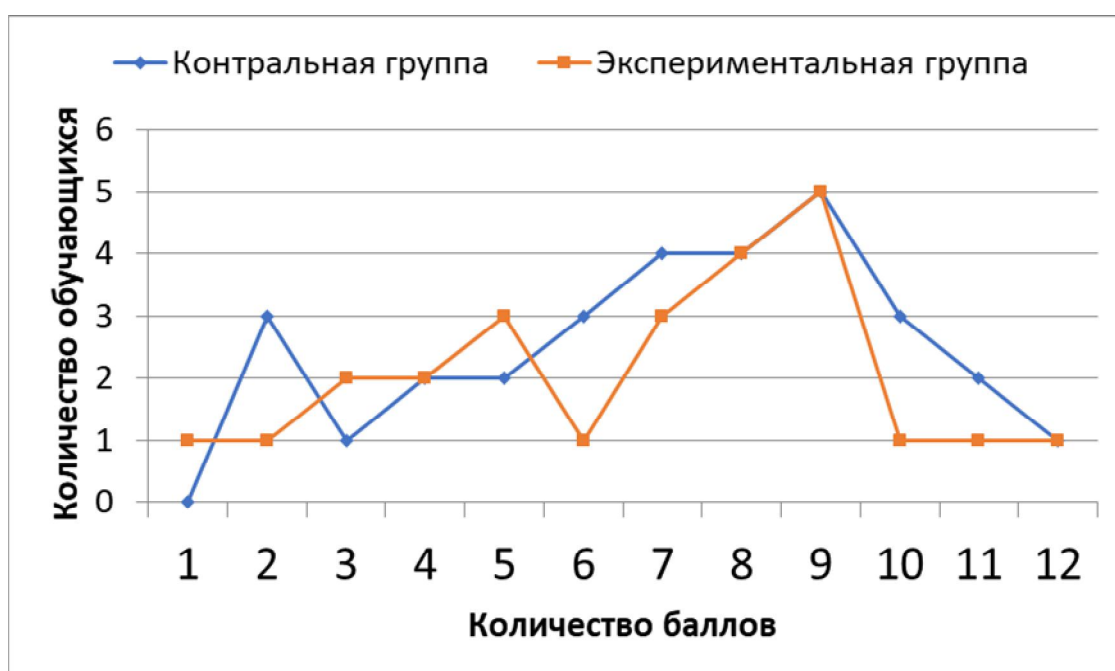


Рис. 21. Результат тестирования на констатирующем этапе

Для этого сравним сначала числа правильно решенных задач в контрольной и экспериментальной группе до начала эксперимента.

Вычисляем значение $T_{\text{эмп}} = 0,52 \leq 1,96$. Следовательно, гипотеза о совпадении характеристик контрольной и экспериментальной групп до начала эксперимента принимается на уровне значимости 0,05.

На основании данного сравнения, можно отметить, что уровень сформированности умений у обучающихся двух 7 классов не имеют различий при решении задач с функциональным содержанием.

Гипотеза исследования: применение системы динамической математики «Живая математика» при решении задач с функциональным содержанием обеспечит прочное и осмысленное усвоение функциональной линии в основной школе и подготовит обучающихся к пониманию тем математического анализа в старшей школе.

На втором - формирующем этапе был организован процесс обучения алгебры и геометрии в экспериментальном 7 классе с учётом разработанных методических сопровождений и задач, направленных на формирование функциональных понятий. Экспериментальная работа осуществлялась во время учебного процесса, в соответствии с рабочей программой образовательной организации выбиралась тематика учебного материала. В результате были проведены уроки алгебры и геометрии, в которых были рассмотрены различные задачи в среде «Живая математика», направленные на формирование функциональных понятий. Проектирование содержательного и организационного компонентов осуществлялись в соответствии с методической разработкой. В связи того, что исследование выполнялось на протяжении учебного процесса, темы учебных материалов формировались в соответствии с учебным планом КОГОВУ СШ с УИОП пгт Юрья.

На последнем этапе (контрольном) опытно-исследовательской деятельности в контрольном и экспериментальном 7 классах был еще раз проведен контрольный тест, который позволил определить уровень сформированности умения решать задачи с функциональным содержанием.

Результаты измерений уровня знаний в контрольной и экспериментальной группах после эксперимента

Число обучающихся, получивших данные баллы

	<u>Контрольная</u>	<u>Экспериментальная</u>
2	3	3
2	3	3
3	5	5
6	8	8
5	3	3
1	2	2
5	1	1
2	0	0
3	0	0
0	0	0
1	0	0
0	0	0

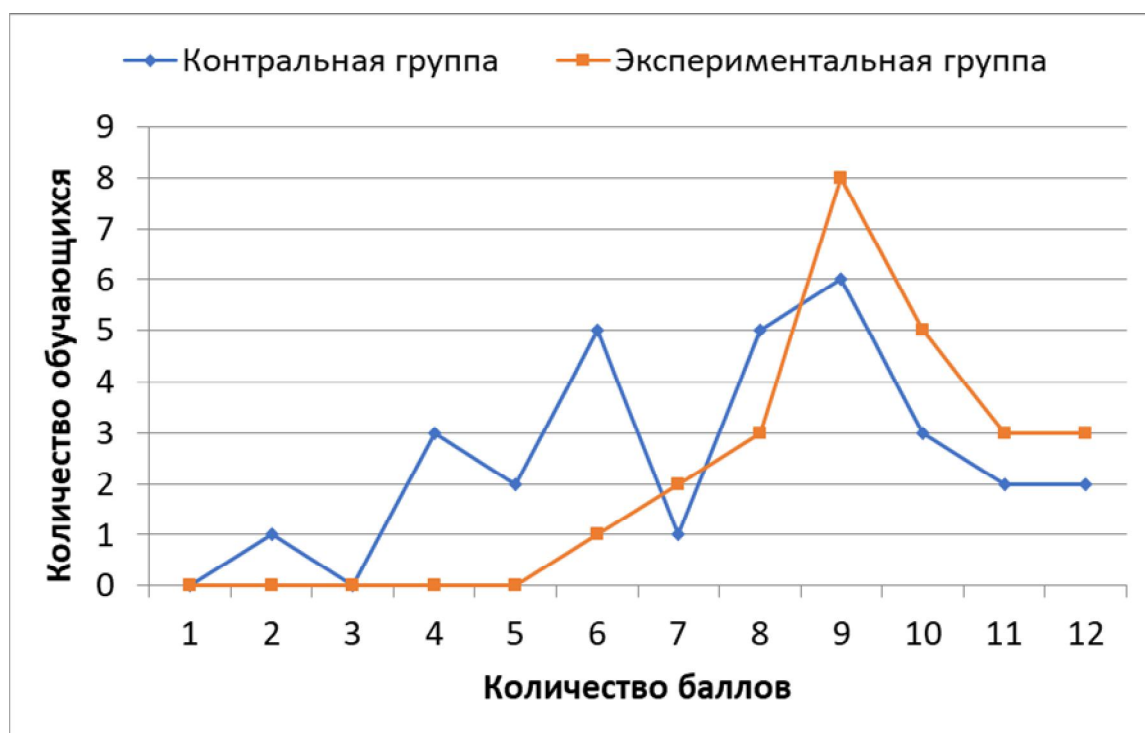


Рис. 22. Результат повторного тестирования на заключительном этапе

После было выполнено сравнение чисел правильных решенных задач в контрольной и экспериментальной группе 7 классов. Вычисляем значение

$T_{эмп} = 2,13 > 1,96$. Следовательно, достоверность различий характеристик экспериментальной и контрольной групп после эксперимента равна 95%. Можно сделать вывод, что применение данного педагогического воздействия приводит к статистически значимым (на уровне 95% по критерию Хи-квадрат) отличиям результатов.

Итак, начальные (до начала эксперимента) состояния экспериментальной и контрольной групп совпадают, а конечные (после окончания эксперимента) – различаются. Следовательно, можно сделать вывод, что эффект изменений обусловлен именно организацией образовательного пространства с применением среды «Живой математики» при решении задач, направленных на формирование функциональных понятий.

Полученные результаты, подтверждают гипотезу исследования: применение системы динамической математики «Живая математика» при решении задач с функциональным содержанием обеспечит прочное и осмысленное усвоение функциональной линии в основной школе и подготовит обучающихся к пониманию тем математического анализа в старшей школе. Динамику изменений можно увидеть в таблице и на гистограмме.

Таблица 7

Результаты измерений уровня знаний в контрольной и экспериментальной группах до и после эксперимента

Контрольная группа до начала эксперимента (чел.)	Экспериментальная группа до начала эксперимента (чел.)	Контрольная группа после окончания эксперимента (чел.)	Экспериментальная группа после окончания эксперимента (чел.)
1	1	2	3
2	1	2	3
3	1	3	5
5	5	6	8
4	4	5	3
4	3	1	2
3	1	5	1

Окончание табл. 7

Контрольная группа до начала эксперимента (чел.)	Экспериментальная группа до начала эксперимента (чел.)	Контрольная группа после окончания эксперимента (чел.)	Экспериментальная группа после окончания эксперимента (чел.)
2	3	2	0
2	2	3	0
1	2	0	0
3	1	1	0
0	1	0	0

Таблица 8

Средний балл контрольной и экспериментальной группы до и после эксперимента

Контрольная группа до начала эксперимента (чел.)	Экспериментальная группа до начала эксперимента (чел.)	Контрольная группа после окончания эксперимента (чел.)	Экспериментальная группа после окончания эксперимента (чел.)
7,1	6,76	7,7	9,4

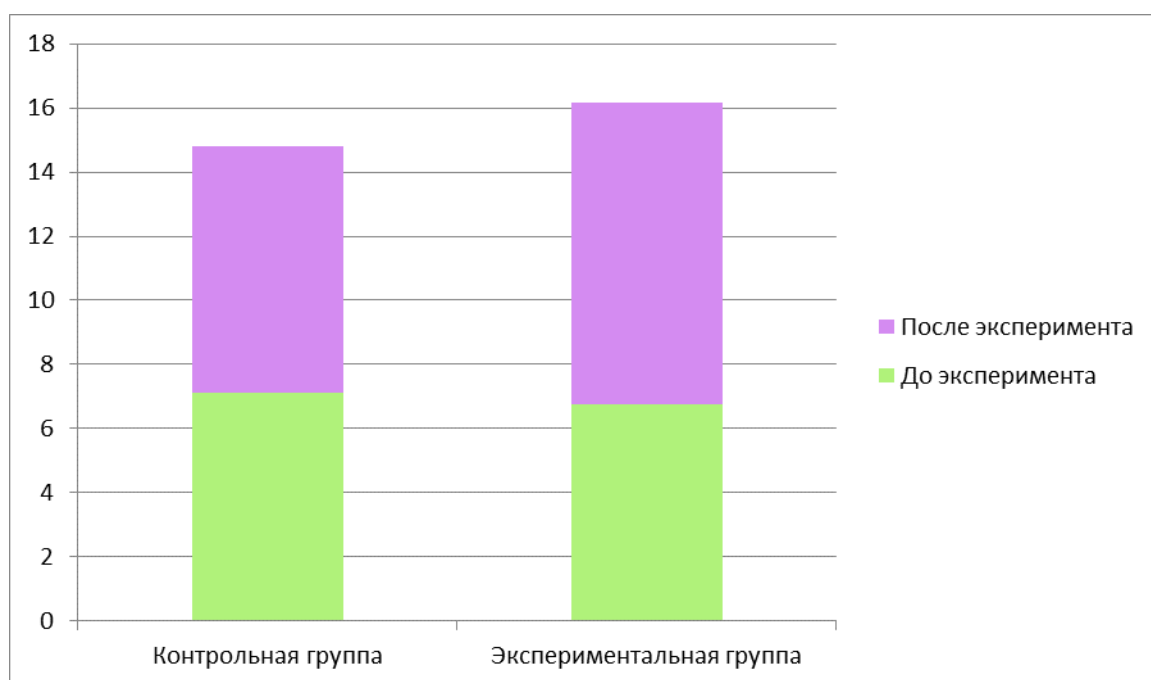


Рис. 23. Средний балл контрольной и экспериментальной группы до и после эксперимента

Анализ статистических данных обработанных результатов позволил проследить положительную динамику в изменениях результатов тестирования на начальном этапе и заключительном. Данную динамику можно проследить через изменения количества учащихся, которые набрали больше баллов по окончанию эксперимента.

Из полученных результатов можно сделать вывод о том, что применение системы динамической математики «Живая математика» при решении задач с функциональным содержанием позволяет ученикам осваивать функциональную линию в основной школе более прочно и осмысленно, что подготовит их к изучению математического анализа в старших классах.

Вывод по главе 2

Описана реализация анимационного подхода к решению задач на формирование функциональных понятий в основной школе:

- для 5-6 классов разработаны методические рекомендации по реализации анимационного подхода при построении и чтении простейших графиков зависимости;

- для 7-8 классов разработаны методические рекомендации по реализации анимационного подхода при исследовании зависимостей через формулы и графики;

- для 9 класса разработаны методические рекомендации по реализации анимационного подхода при исследовании квадратичных функций.

Эффективность реализации задач и прописанных рекомендаций к ним подтверждалась в процессе опытно-экспериментальной работы, проводимой на базе КОГОВУ СШ с УИОП пгт Юрья.

Заключение

В данной работе были изучены исторические аспекты развития понятия функции. Проведен анализ исторического развития, которое проходило через несколько этапов: пропедевтический, введение понятия функции через механические и геометрические представления, аналитическое определение функции, определение функции как отображение, а также дальнейшее развитие с XX века. Была исследована структура функциональной линии в школьном курсе математики и алгебры, которая отражает все исторические аспекты развития понятия функции. Также был проведен анализ содержания теоретического и задачного материала функциональной линии в учебниках алгебры основной школы разных авторов.

В процессе теоретического исследования учебников математики и алгебры для учащихся 5-9 классов было выявлено, что содержание и распределение функционального материала по классам различается. Однако большинство авторов начинает знакомить учащихся с основной функцией - линейной функцией, уже в 7 классе. В 8 классе основным учебным материалом становится функция обратной пропорциональности, а в 9 классе особое внимание уделяется изучению квадратичной функции и преобразований графиков функций.

Рассмотрены и описаны особенности изучения функциональной линии с использованием анимационного подхода. Были рассмотрены дидактические возможности реализации этого подхода с помощью системы динамической математики "Живая математика". Представлены и описаны методические рекомендации, которые помогут эффективно внедрить анимационный подход при изучении функциональных понятий.

На основе результатов теоретического исследования были разработаны рекомендации по проектированию содержательного компонента обучения функциональной линии в 5-9 классах; разработан комплекс заданий,

ориентированный формирование функциональных понятий у обучающихся основной школы при изучении различных тем по математике и алгебре.

Эффективность разработанных рекомендаций в процессе опытно-экспериментальной работа была подтверждена в КОГОбУ СШ с УИОП пгт Юрья, Кировская область. На первом этапе опытно-исследовательской работы была проведена входная работа по математике, задания которой были направлены на умения решать задачи с функциональным содержанием в двух 7 классах. На втором этапе (формирующем) был организован процесс обучения алгебры и геометрии в экспериментальном 7 классе с учётом разработанных методических сопровождений и задач, направленных на формирование функциональных понятий. а последнем этапе (контрольном) опытно-исследовательской деятельности в контрольном и экспериментальном 7 классах был еще раз проведен контрольный тест, который позволил определить уровень сформированности умения решать задачи с функциональным содержанием. На основе сравнительного анализа, констатирующего и контролирующего этапов выявлен небольшой рост показателей. На основании этого считаем, что цели нашего исследования достигнуты.

Исходя из этого, можно сделать заключение о том, что все поставленные задачи решены, гипотеза нашла теоретическое и практическое подтверждение, цель нашего исследования достигнута.

Практическая ценность данной исследовательской работы в том, что разработанные рекомендации можно применять на уроках математики, алгебры и геометрии в 5-9 классах при формировании у обучающихся представления о функциональных понятиях.

Библиографический список

1. Абдулкин В.В., Калачева С.И., Кейв М.А., Ларин С.В., Майер В.Р. Компьютерная анимация в обучении математике в педагогическом вузе; монография / [Электронный ресурс]. – Электрон. дан. / Краснояр.гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2019. 164 с.– Систем. требования: РС не ниже класса Pentium I ADM, Intel от 600 MHz 100 Мб HDD, 128 Мб RAM; Windows, Linux, Adobe Acrobat Reader. – Загл. с экрана. Режим доступа: <http://elib.kspu.ru/document/33659>
2. Абдулкин В.В., Ларин С.В., Майер В.Р. Компьютерная анимация как средство обучения решению прикладных задач в школьном курсе математики /В.Р. Майер, С.В. Ларин, В.В. Абдулкин / Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании: материалы V Международной науч. конф., г. Красноярск, 21-24 сентября 2021 г.: в 2 ч. Ч.2 / под общ. ред. М.В. Носкова. – Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2021, с. 573 - 578.
3. Бунимович Е.А. Математика. Арифметика. Геометрия. 5 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций / Е.А. Бунимович, Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова [и др.]. – 3-е изд. - М.: Просвещение, 2014. – 223 с.
4. Бунимович Е.А. Математика. Арифметика. Геометрия. 6 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций / Е.А. Бунимович, Л.В. Кузнецовы, С.С. Минаева [и др.]. – 3-е изд. - М.: Просвещение, 2014. – 240 с.
5. Виленкин, Н.Я. Как возникло и развивалось понятие функции/ Н.Я. Виленкин // Квант, 1977. - № 7. – С. 41 – 45.
6. Виленкин Н.Я. Математика. 5 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков [и др.]. – М.: Просвещение, 2021.

7. Виленкин Н.Я. Математика. 6 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков [и др.]. – 3-е изд. - М.: Просвещение, 2023.
8. Виленкин, Н.Я. Функции в природе и технике [Текст]: книга для внеклас. чтения IX – X кл./ Н.Я. Виленкин. – 2-е изд., испр. – М.: ПРосвещение, 1985. – 192 с.
9. Глейзер, Г.И. История математики в школе IV – VI кл. [Текст]: по- собие для учителей/ Г.И. Глейзер. – М.: Просвещение, 1981. – 239 с.
10. Глейзер, Г.И. История математики в школе IX – X кл. [Текст]: по- собие для учителей/ Г.И. Глейзер. – М.: Просвещение, 1983. – 351 с.
11. Джонассен Д.Х. Компьютеры как инструменты познания // Информатика и образование, 1996, С. 116-131.
12. Дорофеев Г.В. Математика. 5 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций / Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин, С.Б. Суворова [и др.] – 5-е изд. - М.: Просвещение, 2017. – 287 с.
13. Дорофеев Г.В. Математика. 6 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций / Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин, С.Б. Суворова [и др.] – 4-е изд. - М.: Просвещение, 2015. – 287 с.
14. Дорофеев Г.В. Алгебра. 7 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций / Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович [и др.] – 2-е изд. - М.: Просвещение, 2014. – 287 с.
15. Дорофеев Г.В. Алгебра. 8 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций / Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович [и др.] – 3-е изд. - М.: Просвещение, 2016. – 320 с.
16. Дорофеев Г.В. Алгебра. 9 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций / Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович [и др.] – 5-е изд. - М.: Просвещение, 2010. – 304 с.

17. Забурева И.И. Математика. 5 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций / И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович. – 13-е изд., испр. и доп. - М.: Мнемозина, 2013.

18. Забурева И.И. Математика. 6 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций / И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович. – 14-е изд., стер. - М.: Мнемозина, 2014. – 264 с.

19. Информационные технологии в математике и математическом образовании: материалы IX Всероссийской с международным участием научно-методической конференции. Красноярск, 12-13 ноября 2020 г. [Электронный ресурс] / отв. ред. В.Р. Майер; ред. кол. Электрон. дан. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2020. – 219 с.

20. Информационные технологии в математике и математическом образовании: материалы X Всероссийской с международным участием научно-методической конференции, посвященной 100-летию со дня рождения профессора Майера Роберта Адольфовича. Конференция включена в план научно-образовательных мероприятий, приуроченных к проведению 29-го Международного конгресса математиков в Санкт-Петербурге. Красноярск, 11-12 ноября 2021 г. [Электронный ресурс] / отв. ред. В.Р. Майер; ред. кол. Электрон. дан. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева.– Красноярск, 2021. – 175 с.

21. Колмакова Н.Р., Майер В.Р. Система задач Р.А. Майера по формированию функциональных понятий и ее поддержка в среде Живая математика / В.Р. Майер, Н.Р. Колмакова / Материалы X Всероссийской с международным участием научно-методической конференции «Информационные технологии в математике и математическом образовании», посвященной 100-летию со дня рождения профессора Майера Роберта Адольфовича. Конференция включена в план научно-образовательных мероприятий, приуроченных к проведению 29-го Международного конгресса математиков в Санкт-Петербурге. Красноярск,

11-12 ноября 2021 г. [Электронный ресурс] / отв. ред. В.Р. Майер; ред. кол. – Электрон. дан. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева – Красноярск, 2021, с. 106-112.

22. Краевский В.В. Общие основы педагогики. – М.: Изд. Центр «Академия», 2005.

23. Куделко, А. С. Дидактические возможности средств информационных и коммуникационных технологий [Электронный ресурс] / А. С. Куделко. – Электрон. пед-ий журнал «Вести образования Случчины», 2017. – URL: <https://westysluzk.jimdofree.com/номера/дид-возможности-икт/> (дата обращения 15.04.2023)

24. Кугуелова О.Н. Учебно-методический комплект «Живая математика» и его применение на уроках геометрии// Информационные технологии в образовании. [Электронный ресурс]. URL: <http://ito.edu.ru/2008/MariyEl/index.html> (дата обращения 15.04.2023).

25. Макарычев Ю.Н. Алгебра. 7 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова. – 18-е изд. - М.: Просвещение, 2009. – 240 с.

26. Макарычев Ю.Н. Алгебра. 8 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова. – М.: Просвещение, 2013. – 287 с.

27. Макарычев Ю.Н. Алгебра. 9 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова. – 4-е изд. - М.: Просвещение, 2017. – 287 с.

28. Майер Р.А. Задачи по формированию функциональных понятий, Изд-во Просвещение, М., 1965 (задачник переведён на литовский язык и издан в Литовской ССР).

29. Майер Р.А., Колмакова Н.Р. Задачи прикладной направленности как средство формирования основных понятий и методов математического анализа в школе: Учебное пособие. Красноярск: КГПИ, 1989. – 136 с.

30. Майер В.Р. Обучение решению задач на построение с использованием среды «Живая геометрия» / В.Р.Майер, М.Ю.Баранова // III Всероссийская научно-методическая конференция «Информационные технологии в математике и математическом образовании» в рамках III Международного научно-образовательного форума «Человек, семья и общество: история и перспективы развития», Красноярск, 18-20 ноября 2014 г., стр. 49-53.

31. Майер В.Р. Системы динамической геометрии в математическом образовании школьников и студентов педагогических вузов /В.Р. Майер/ Математическое образование в цифровом обществе: материалы XXXVIII Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов (26-28 сентября 2019 г.), - Самара: СФ ГАОУ ВО МГПУ, 2019, стр. 103 - 105

32. Майер Р.А. Система задач с функциональным содержанием в курсе алгебры восьмилетней школы. Автореферат диссертации на соискание учёной степени кандидата педагогических наук. М. МГПИ им. В.И. Ленина.– 1972.

33. Мордкович А.Г. Алгебра. 7 класс. В 2ч. [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций / А.Г. Мордкович [и др.]. – 17-е изд. - М.: Мнемозина, 2013. – 271 с.

34. Мордкович А.Г. Алгебра. 8 класс. В 2ч. [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций / А.Г. Мордкович, Н.П. Николаев – 10-е изд. - М.: Мнемозина, 2013. – 256 с.

35. Мордкович А.Г. Алгебра. 9 класс. В 2ч. [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций / А.Г. Мордкович, Семенов. – 12-е изд. - М.: Мнемозина, 2010. – 224 с.

36. Муравин Г.К. Алгебра. 7 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций / Г.К. Муравин, К.С. Муравин. – 9-е изд., стер. - М.: Дрофа, 2013. – 285 с.

37. Муравин Г.К. Алгебра. 8 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций / Г.К. Муравин, К.С. Муравин. – 15-е изд., стер. - М.: Дрофа, 2013. – 254 с.

38. Муравин Г.К. Алгебра. 9 класс [Текст]: учебник для общеобразовательных организаций / Г.К. Муравин, К.С. Муравин. – 14-е изд., стер. – М.: Дрофа, 2014. – 315 с.

39. 24. (пар 1.1 [24]) Педкасистый П.И. Педагогика / под. ред. П.И. Педкасистого, В.И. Журавлева. – М.: Российское педагогическое агенство, 1995. – 638 с.

40. 42. (пар 1.1 [42]) Покровский, В.П. Методика обучения математике: функциональная содержательно-методическая линия [Текст]: учеб.-метод. Пособие/ В.П. Покровский – Владимир: Изд-во ВлГУ, 2014. – 143 с.

41. 28. (пар 1.1 [28]) Сластенин В.А. Педагогика: Учебное пособие для студентов пед. учебн. заведений / В. А. Сластенин, И. Ф. Исаев, А. Н. Мищенко, Е. Н. Шиянов. - М.: Школа - Пресс, 2009. - 512с

42. 47. (пар 1.1 [47]) Стефанова, Н.Л. Методика и технология обучения математики. Курс лекций [Текст]: пособие для вузов/ Н.Л. Стефанова, Н.С. Подходова, В.В. Орлов и др. – М.: Дрофа, 2005. – 416 с.

43. (пар 1.1 [21]) Тихомиров В.П. Качественное образование для всех как основа формирования знаний // Информационное общество, 2005. С. 12-14

44. 27. (пар 1.3 [27]) Шабат Г. Б. Живая математика: Сборник методических материалов. – М.: ИНТ. – 176 с.

45. 30. (пар 1.3 [30]) Янченко О. В. Применение УМК «Живая математика» на уроках геометрии в 7-9 классах. [Электронный ресурс]. URL: <http://nsportal.ru/shkola/geometriya/library/2012/02/19/primenenie-umkzhivaya-matematika-na-urokakh-geometrii-v-7-9> (дата обращения 10.06.2023).

46. Derry, S.J. Flexible cognitive tools for problem solving instruction. Paper presented at the annual meeting of The American Educational Research Association, Boston, MA, 1990, April, p. 16-20.

47. Denbel, D.G. Functions in the Secondary School Mathematics Curriculum/ D.G. Denbel // Journal of Education and Practice, 2015. - № 1. – P. 77 – 81.

48. Hawkes, H.E. First course in algebra/ H.E. Hawkes, W.A. Luby, F.C. Touton. - Boston: Ginn and company, 1910. – 334 p.

49. Hawkes, H.E. Second course in algebra/ H.E. Hawkes, W.A. Luby, F.C. Touton. - Boston: Ginn and company, 1911. – 263 p.

50. Kleiner, I. Evolution of the Function Concept: A Brief Survey/ I. Kleiner// The College Mathematics Journal, 1989. - № 4. – P. 282 – 300.

51. Sierpiska, A. On understanding the notion function/ A. Sierpiska// The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy, 1992. - P. 25 – 58.

«Технологическая карта урока по теме «Числовые и буквенные выражения»»

<i>Класс</i>	5
<i>Тема урока</i>	Числовые и буквенные выражения
<i>Тип урока</i>	Урок усвоения новых знаний
<i>Цели урока</i>	<p>Предметные: формирование начальных представлений о числовых и буквенных выражений; формирование умений составлять формулы по условию задачи</p> <p>Личностные: формирование интереса к математическому творчеству и математических способностей; формирование умения отстаивать свое мнение</p> <p>Метапредметные: формирование умения самостоятельно организовывать собственную деятельность и оценивать ее</p>
<i>Планируемые результаты</i>	<p>Предметные УУД: отличают буквенные и числовые выражения; умеют составлять числовые и буквенные выражения по условию задачи; умеют находить значение числового и буквенного выражений по заданному значению буквы</p> <p>Личностные УУД: способны оценить свою учебную деятельность.</p> <p>Познавательные УУД: выводят закономерность одной величины от другой, осуществляют</p>

	анализ изменений между величинами		
	Регулятивные УУД: адекватно воспринимают предложения и оценку товарищей		
	Коммуникативные УУД: формулируют умение отстаивать и аргументировать свою точку зрения		
Основное содержание урока	Числовые и буквенные выражения; формула площади прямоугольника; периметр фигуры;		
Средства обучения	Компьютер, интерактивная доска, проектор		
Организация пространства урока			
Межпредметные связи	Форма работы		Ресурсы
Геометрия	Фронтальная, индивидуальная, парная		Учебник Презентация СДМ «Живая математика»
План время	Деятельность учителя	Деятельность ученика	Форма работы
Этап 1: Мотивация к учебной деятельности			

Цель этапа – Организация положительного самоопределения ученика к деятельности на уроке			
3 мин	<p>Добрый день, ребята!</p> <p>Улыбнитесь друг другу, садитесь</p> <p>Проверим: Руки? На месте!</p> <p>Ноги? На месте!</p> <p>Локти? У края!</p> <p>Спина? Прямая!</p> <p>Мы в полной готовности начать урок!</p> <p>Ребята, посмотрите, пожалуйста, на экран, прочтите, что там написано: «Математику уже затем учить надо, что она ум в порядок приводит»</p> <p>Поделитесь своими мыслями, как вы понимаете это предложение?</p>	<p>Приветствуют учителя, настраиваются на рабочий процесс</p> <p>Высказывают мнения по теме урока, аргументируя свои ответы</p>	Фронтальная работа
Этап 2: Актуализация знаний и фиксация затруднения в деятельности			
Цель этапа – Создание затруднения в индивидуальной деятельности обучающихся, которое фиксируется ими самими			
4 мин	<p>Давайте вспомним, какую тему мы изучали на прошлом уроке?</p> <p>Верно. Давайте перед тем, как начать изучать</p>	Вычитание натуральных чисел	Фронтальная работа

	<p>новую тему, потренируем свои навыки вычисления. У каждого на столах лежат черновики.</p> <p>На доске записан пример:</p> <p style="padding-left: 40px;">Вычислите: $5393 - (1393 + 158)$</p> <p style="padding-left: 40px;">Упростите: $(151 + b) - 109$</p> <p>Решаем, первые 5 человек, кто решит первым получают 1 балл за урок</p>	<p>Обучающиеся решают пример на черновиках на скорость</p>	
<p>Этап 3: Постановка учебной задачи</p> <p>Цель этапа – Постановка цели и формулировка (или уточнением) темы урока</p>			
<p>5 мин</p>	<p>Ребята, давайте обратим внимание на доску.</p> <p><u>На доске:</u></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-left: 40px;"> <p>$6 + a.$</p> <p>$6 : (7 - 4)$</p> <p>$8 - x.$</p> <p>$(45 + 45) : 9$</p> <p>$(x - 2) + 6.$</p> <p>$11 * (5 * 5)$</p> <p>$15 - (x - y)$</p> </div>	<p>Ведут рассуждения, предлагают на какие группы можно разделить выражения</p>	<p>Фронтальная работа</p>

	<p>Что мы видим на доске? (<i>выражения</i>)</p> <p>Давайте подумаем, на какие две группы мы могли бы разбить данные выражения?</p> <p><u>Если обучающиеся затрудняются:</u> Какое отличие между выражениями можем заметить? Что есть у одного выражения, что нет у другого? (<i>у одних есть буква, у других нет</i>)</p> <p>Верно! У одних выражений есть буквы, а других только числа! Давайте разделим на два столбика и дадим каждому столбику свое название.</p> <p>Выражения с числами мы будем называть – <u>числовые выражения</u></p> <p><u>Выражения с буквами</u> – буквенные выражения</p> <p>Сможем ли мы сформулировать тему нашего урока?</p> <p>Открываем тетрадь, запишем дату и тему сегодняшнего урока</p>	<p>Выражения</p> <p>Выражения с буквой и выражения только с числами</p> <p>Да. Числовые и буквенные выражения</p>	
<p>Этап 4: <i>Построение проекта выхода из затруднения детьми (открытие нового знания)</i></p> <p>Цель этапа – Построение плана разрешения проблемной ситуации. Конструирование способа деятельности для решения исходной задачи, вызвавшей затруднение</p>			

Этап 5: Реализация проекта																	
Цель этапа – Реализация построенного плана разрешения проблемной ситуации. Применение построенного способа действий для решения исходной задачи, вызвавшей затруднение																	
20 мин	<p>Посмотрим на доску и решим задания: <i>Задание 1.</i> Цена 1 кг шоколадных конфет – 90 р., карамелек – 30 р. Запишите в виде выражения: 1)на сколько 1 кг шоколадных конфет дороже 1 кг ? 2)во сколько раз 1 кг шоколадных конфет дороже 1 кг ? 3)стоимость 1 кг шоколадных конфет и карамелек вместе; 4) стоимость 4 кг шоколадных конфет; 5) стоимость 5 кг карамелек; 6) стоимость 4 кг шоколадных конфет и 5 кг карамелек вместе; 7)на сколько стоимость 4 кг шоколадных конфет дороже 5 кг карамелек?</p> <p>(Учитель предлагает ученикам сначала высказать свое мнение, затем проверить правильность с помощью Живой математики, нажав на кнопки с номерами выражений)</p> <p><i>Задание 2 (в парах).слайд 6</i> Составьте числовые выражения и найдите значения выражений: 1)произведение суммы чисел 12 и 27 и числа 100;</p>	<p>Учащиеся предлагают свои решения. (<i>Выполняют в тетрадях и проверяют все вместе с учителем в Живой математике</i>)</p> <p style="text-align: center;">Числовые выражения</p> <p>Цена 1 кг шоколадных конфет – 90 р., карамелек – 30 р. Запишите в виде выражения:</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 70%;">1)на сколько 1 кг шоколадных конфет дороже 1 кг ?</td> <td style="width: 30%; text-align: right;">90 - 30</td> </tr> <tr> <td>2)во сколько раз 1 кг шоколадных конфет дороже 1 кг ?</td> <td style="text-align: right;">90 : 30</td> </tr> <tr> <td>3)стоимость 1 кг шоколадных конфет и карамелек вместе;</td> <td style="text-align: right;">90 + 30</td> </tr> <tr> <td>4) стоимость 4 кг шоколадных конфет;</td> <td style="text-align: right;">90 * 4</td> </tr> <tr> <td>5) стоимость 5 кг карамелек;</td> <td style="text-align: right;">30 * 5</td> </tr> <tr> <td>6) стоимость 4 кг шоколадных конфет и 5 кг карамелек вместе;</td> <td style="text-align: right;">90 * 4 + 30 * 5</td> </tr> <tr> <td>7) на сколько стоимость 4 кг шоколадных конфет дороже 5 кг карамелек?</td> <td style="text-align: right;">90 * 4 - 30 * 5</td> </tr> </table> <p>Комментируют решения друг другу. Учащиеся решают в парах и предлагают свои решения. (<i>Выполняют в тетрадях и после всеобщей проверки с учителем</i>) Комментируют решения</p>	1)на сколько 1 кг шоколадных конфет дороже 1 кг ?	90 - 30	2)во сколько раз 1 кг шоколадных конфет дороже 1 кг ?	90 : 30	3)стоимость 1 кг шоколадных конфет и карамелек вместе;	90 + 30	4) стоимость 4 кг шоколадных конфет;	90 * 4	5) стоимость 5 кг карамелек;	30 * 5	6) стоимость 4 кг шоколадных конфет и 5 кг карамелек вместе;	90 * 4 + 30 * 5	7) на сколько стоимость 4 кг шоколадных конфет дороже 5 кг карамелек?	90 * 4 - 30 * 5	<p>Фронтальная работа</p> <p style="text-align: right;">Парная работа</p>
1)на сколько 1 кг шоколадных конфет дороже 1 кг ?	90 - 30																
2)во сколько раз 1 кг шоколадных конфет дороже 1 кг ?	90 : 30																
3)стоимость 1 кг шоколадных конфет и карамелек вместе;	90 + 30																
4) стоимость 4 кг шоколадных конфет;	90 * 4																
5) стоимость 5 кг карамелек;	30 * 5																
6) стоимость 4 кг шоколадных конфет и 5 кг карамелек вместе;	90 * 4 + 30 * 5																
7) на сколько стоимость 4 кг шоколадных конфет дороже 5 кг карамелек?	90 * 4 - 30 * 5																

	<p>2)разность произведения чисел 6 и 7 и частного 81 и 9, 3)сумма частности чисел 48 и 24 и частного 64 и 16.</p> <p>Задание 3. Цена 1 кг шоколадных конфет –Х р., карамель –У р. Запишите в виде выражения: Здесь даны ли нам конкретные значения? Но может ли мы составить выражение с помощью букв? Как будут называться данные выражения?</p> <p>1)на сколько 1 кг шоколадных конфет дороже 1 кг ? 2)во сколько раз 1 кг шоколадных конфет дороже 1 кг ? 3)стоимость 1 кг шоколадных конфет и карамелек вместе; 4) стоимость 4 кг шоколадных конфет; 5) стоимость 5 кг карамелек; 6) стоимость 4 кг шоколадных конфет и 5 кг карамелек вместе;</p> <p>Сейчас мы решили одинаковые задания, первое и третье. Меняется ли знак операции?</p> <p><u>ФИЗМИНУТКА</u></p>	<p style="text-align: center;"><u>Числовые выражения</u></p> <p>Задание 2 (в парах) Составьте числовые выражения и найдите значения выражений:</p> <p>1)произведение суммы чисел 12 и 27 и числа 100; Числовое выражение 1 $(12 + 27) * 100$</p> <p>2)разность произведения чисел 6 и 7 и частного 81 и 9, Числовое выражение 2 $6 * 7 - 81 : 9$</p> <p>3)сумма частности чисел 48 и 24 и частного 64 и 16. Числовое выражение 3 $48 : 24 + 64 : 16$</p> <p>Нет Да Буквенные выражения</p> <p>Нет</p>	<p style="text-align: center;">Фронтальная работа</p>
--	---	---	---

А сейчас мы поиграем с вами в исследователей. И посмотрим, как нам пригодятся знания о выражениях и умения с ними работать. Что вы видите на доске?

Вспомним, что такое прямоугольник?

Давайте сейчас для этого прямоугольника возьмем стороны равные 2 см и 5 см. Изобразите к себе в тетрадь.

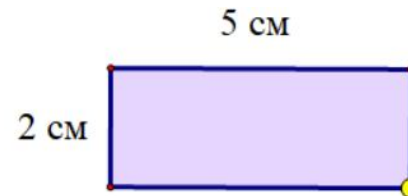
Нам необходимо найти площадь прямоугольника. Кто помнит формулу?

Чему будет равна площадь прямоугольника
Верно

Давайте сейчас попробуем взять сторону a за 5 см, а сторону b за 2 см
Как тогда мы составим формулу для нахождения площади прямоугольника?

У нас на экране изображен динамический чертеж, если потянуть за желтую точку, то значение стороны a будет меняться, а сторона b всегда будет равна 5. Поэкспериментируем и посмотрим, как меняется наша площадь.

Прямоугольник



Прямоугольник – четырехугольник, у которого все углы прямые

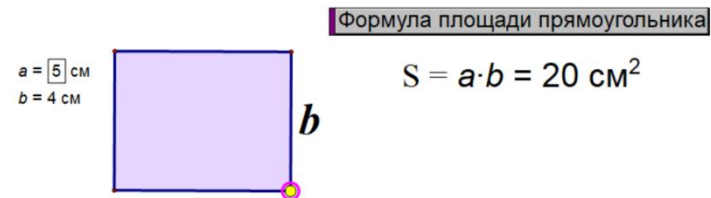
Чертят прямоугольник к себе в тетрадь

Площадь прямоугольника равна произведению длины на ширину

$$10 \text{ см}^2$$

$$S = a \cdot b$$

Наблюдают за изменениями площади. Когда меняется сторона



Как думаете, что происходит с площадью, когда мы меняем длину стороны?

Давайте, чтобы мы видели наглядно, как меняется наша площадь.

Для этого создадим таблицу.

Возьмем значение 7, площадь будет равна 35, верно?

Зафиксируем это значение два раза нажав на таблицу.

(Желательно пригласить учащегося, который будет для всех наглядно проводить эксперимент)

Вычислите, чему будет равна площадь такого прямоугольника, если высоту взять равной

5 см;

15 см;

10см.

От чего зависит площадь прямоугольника, основание которого равно 5 см?

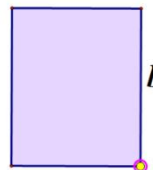
Обозначив высоту рассматриваемого прямоугольника (в см) буквой h , а его площадь (в см^2) - буквой S , напишите формулу, выражающую зависимость площади S от высоты h .

Если сторона увеличивается, то площадь становится больше, если сторона уменьшается, то и площадь будет меньше.

Таблица

a	b	a·b
5 см	2 см	10 см^2
5 см	4 см	20 см^2
5 см	7 см	35 см^2
5 см	9 см	46 см^2
5 см	1 см	5 см^2
5 см	12 см	61 см^2
5 см	14 см	70 см^2
5 см	6 см	30 см^2

$$a = 5 \text{ см}$$
$$b = 6 \text{ см}$$



Формула площади прямоугольника

$$S = a \cdot b = 30 \text{ см}^2$$

Проводят эксперимент на динамическом чертеже

$$S = 5 * h$$

Приложение Б

Комплекс практико-ориентированных заданий, направленных на формирование базовых представлений о функциональных зависимостях в 5-6 классах

1. Стальной шарик объемом 6 см³ имеет массу 46,8 г. Какова масса шарика из той же стали, если его объем 2,5 см³?

Решение представлено в GSP - файле

2. Из 21 кг хлопкового семени получили 5,1 кг масла. Сколько масла получится из 7 кг хлопкового семени?

Решение представлено в GSP - файле

3. Длина отрезка АВ равна 8 дм, а длина отрезка CD равна 2 см. Найдите отношение длин АВ и CD. Какую часть АВ составляет длина CD?

Решение представлено в GSP - файле

4. Из 20 кг яблок получается 16 кг яблочного пюре. Сколько яблочного пюре получится из 45 кг яблок?

Решение представлено в GSP - файле

Комплекс заданий, направленных на составление таблиц по данным и на чтение графиков в 5-6 классах

Задание 1. Ученик покупает несколько тетрадей по цене 15 рублей за тетрадь и одну коробку цветных карандашей по цене 120 рублей. Очевидно, и на это надо обратить внимание обучающихся, стоимость покупки за в и с и т лишь от числа покупаемых тетрадей, т.к. коробку карандашей следует купить в любом случае. Прежде чем формулировать правило, по которому можно подсчитать стоимость всей покупки, ученикам следует заполнить пустые клетки следующей таблицы:

Число тетрадей	1	2	3	4	5	6	7	10	15
Стоимость покупки в рублях	135		165				225		

Каждое правило можно сначала записать в риторической форме: $\left[\begin{array}{l} \text{Стоимость всей} \\ \text{покупки в рублях} \end{array} \right] = 15 \cdot \left[\begin{array}{l} \text{число} \\ \text{тетрадей} \end{array} \right] + 120$

Если теперь число тетрадей обозначить буквой n , а стоимость всей покупки в рублях - буквой C , то сформулированное правило примет вид формулы: $C = 15n + 120$. Пользуясь ею, ученики подсчитают стоимость покупки для различных значений n .

Задание 2. Задача 7. Число часов ежедневного сна человека в возрасте до 18 лет определяется врачами по следующему правилу: к 8 часам прибавляют половину разности между 18 и возрастом (в годах). Обозначив возраст в годах буквой T , а число часов ежедневного сна буквой H , напишите формулу, выражающую зависимость H от T . Используя возможности среды Живая математика и полученную формулу составьте в среде Живая математика соответствующую таблицу, внесите в нее значения при $T = 3, 4, 6, 9, 12, 14$ и 17 . Определите, сколько следует спать вам и каждому из ваших братьев и сестёр, возраст которых не превышает 18 лет.

$$T = 13,00 \text{ лет}$$

$$H = 8 + \frac{18 - T}{2} = 10,50 \text{ часов}$$

$$H = 8 + (18 - T)/2 = 10,50 \text{ часов}$$

T	$H = 8 + (18 - T)/2$
3,00	15,50
4,00	15,00
6,00	14,00
9,00	12,50
12,00	11,00
14,00	10,00
17,00	8,50
13,00	10,50

Задание 3. Задача 9. На рабочем поле среды Живая математика изображён график изменения температуры воды, остывающей на воздухе, температура которого 20°C .

Пользуясь графиком, ответьте на следующие вопросы:

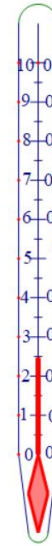
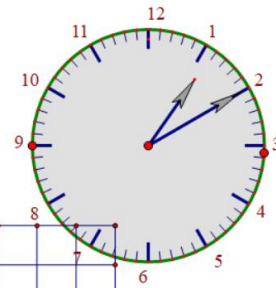
- 1) Как изменяется длина отрезка АВ (температура воды) при увеличении длины отрезка ОА (время, прошедшее с начала опыта)?
- 2) На сколько градусов остывает вода за первые 10 минут; за третьи 10 минут?
- 3) Может ли в дальнейшем (после 70 минут) в ходе этого процесса температура воды опуститься ниже 20°C ?
- 4) Какой, по вашему мнению, вид будет иметь график, если измерения температуры будут продолжены? Попробуйте продолжить график в пределах чертежа.

$OA = 70,00$ мин

$AB = 24,60$ градусов

OA	AB
0,00	100,06
10,00	80,04
20,00	63,10
30,00	49,24
40,00	38,46
50,00	30,76
60,00	26,14
70,00	24,60

Т
е
м
п
е
р
а
д
у
с
а
х



«Технологическая карта сетевого урока по теме «Функции и функциональная зависимость величин»»


<i>Класс</i>	7
<i>Тема сетевого урока (учебная)</i>	Функции и функциональная зависимость величин
<i>Тема сетевого урока (творческая)</i>	Компьютерная анимация в паре с функцией
<i>Тип урока</i>	урок открытия новых знаний
<i>Цель урока</i>	формирование начальных функциональных понятий через зависимые и независимые величины
<i>Задачи урока</i>	<p>Образовательные:</p> <ul style="list-style-type: none"> - формирование первичного представления о функции через зависимые и независимые величины; - формирование умения анализировать ситуативную информацию, представленную в различной форме; - формирование представление о способах визуализации в текстовых документах; <p>Развивающие:</p> <ul style="list-style-type: none"> - формирование умений ориентироваться в цифровой обстановке, корректно использовать ИКТ; - формирование способностей к эмоциональной и содержательной рефлексии;



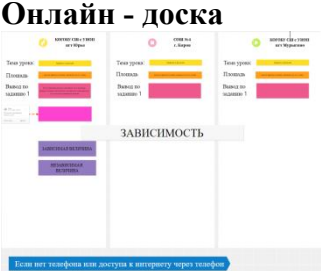
	<p>Воспитательные:</p> <ul style="list-style-type: none"> - воспитание уважительного отношения к участникам команды; - воспитание интереса к научному познанию.
<p><i>Планируемые результаты</i></p>	<p>Образовательные:</p> <ul style="list-style-type: none"> - формирование первичного представления о функции через зависимые и независимые величины; - формирование умения анализировать ситуативную информацию, представленную в различной форме; - формирование представление о способах визуализации в текстовых документах; <p>Развивающие:</p> <ul style="list-style-type: none"> - формирование умений ориентироваться в цифровой обстановке, корректно использовать ИКТ; - формирование способностей к эмоциональной и содержательной рефлексии; <p>Воспитательные:</p> <ul style="list-style-type: none"> - воспитание уважительного отношения к участникам команды; - воспитание интереса к научному познанию.
<p><i>До сетевого урока</i></p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. установить на компьютер УМК “Живая математика” Папка с УМК "Живая математика"; 2. модератору - проверить подключение к сети Интернет на каждом компьютере;; 3. скопировать ссылку на доску на ПК учащихся; 4. внести список учащихся; 5. распечатать основной материал по теме; 6. открыть УМК “Живая математика” и открыть файл из папки “Зависимость переменных” 7. зайти на Google аккаунт от каждой школы; 8. открыть онлайн-доску https://app.conceptboard.com/board/o5rs-fl of-scrf-fzzq-bhgo ; 9. на компьютере открыть папку их школы Задание для школ 10. разделить класс на 3 группы.

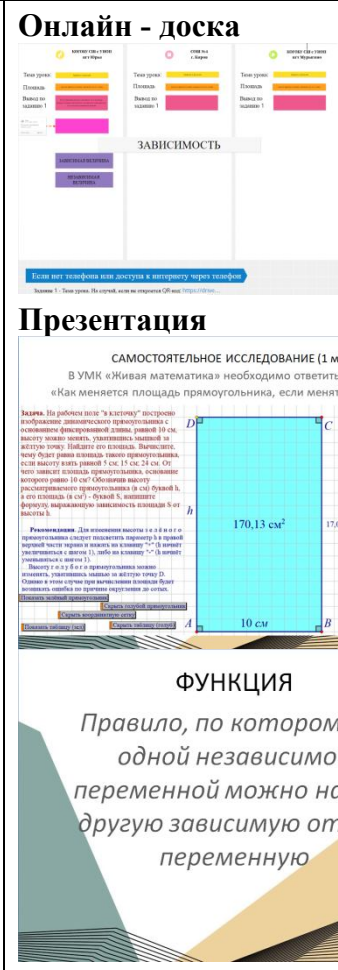
Средства обучения	Компьютер, интерактивная доска, проектор			
Организация пространства урока				
Межпредметные связи		Форма работы		Ресурсы
Информатика, геометрия, алгебра, теория вероятности <i>Алгебра:</i> Связь между величинами. Функция <i>Теория вероятности:</i> Графическое представление данных <i>Информатика:</i> Визуализация информации в текстовом документе <i>Геометрия:</i> Площадь прямоугольника		Фронтальная, индивидуальная, парная		Учебник Презентация СДМ «Живая математика»
Этапы подготовки и проведения сетевого урока	Деятельность участников, зоны ответственности, используемые средства коммуникаций			Доска / презентация
	Координатор	Учитель в школе	Ученики	Эксперты

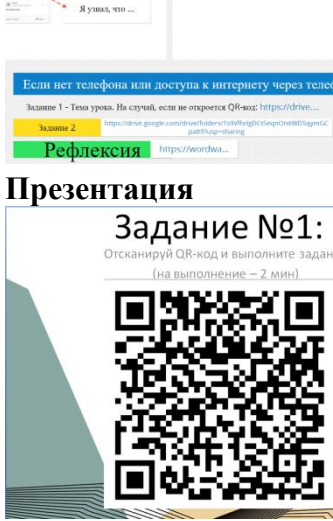
<p>Подготовительный этап</p>	<p>За несколько дней до начала мега-урока:</p>	<p>Установит ь на каждый компьюте р УМК “Живая математик а” и все инструмен ты. Проверить работоспо собность программ ы.</p>			
------------------------------	--	--	--	--	--

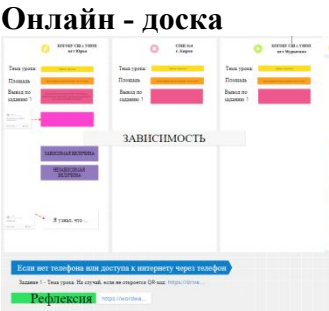


	<p>Непосредственно перед началом сетевого урока: проверка и установка связи</p>	<p>Проверка и установка связи, проверка работоспособности ПК, размещение заданий на ПК, распределение учеников в межшкольные группы</p>		<p>Проверка и установка связи</p>	
--	---	---	--	-----------------------------------	--

<p>Организа ционный (6 мин)</p>	<p>Приветствие участников (слайд 1)</p> <p>Сообщение учащимся об участниках сетевого урока (слайд 2)</p> <p>Озвучить первое задание - ребус, по которому учащиеся узнают тему урока (слайд 3-4)</p> <p>За правильно решенный ребус 1 балл</p> <p>https://docs.google.com/spreadsheets/d/1RZ4oMpP-itthsNZCkvPC0nmaRwMzETdcaWlnseCQVWI/edit?usp=sharing</p>	<p>Наблюдает за учащимися</p> <p>Проверяет выполнение заданий</p>	<p>Восприятие информации</p> <p>Знакомство с участниками из других школ</p> <p>Разгадывает ребус, озвучивает тему сетевого урока</p> <p><u>Форма работы:</u> групповая (в каждой школе 3 группы)</p>	<p>Презентация</p>  <p>Онлайн - доска</p>
---	--	---	--	---

<p>Актуализация знаний (8 мин)</p>	<p>Направляет на понятие “зависимость” через пример. <i>Оплата зависит от того, как долго горит свет в квартире (слайд 5)</i></p> <p>В среде УМК “Живая математика” координирует учеников, работает с заданием, в котором отображается изменение температуры в разное время суток.</p> <p>Дает 3 минуты для самостоятельного экспериментирования, изучения изменений, формулирование вывода на онлайн-доске. Вся работа выполняется в УМК ЖМ (слайд 6)</p>	<p>Наблюдает за выполнением заданий</p> <p>Помогает ученикам переключиться на среду УМК “Живая математика”</p>	<p>Восприятие информации</p> <p>Формулирует вывод о зависимости одной переменной от другой на онлайн-доске https://app.conceptboard.com/board/o5rs-fl0f-scrr-fzzq-bhgo</p> <p>Настрой на восприятие информации о целях и задачах урока</p> <p><u>Форма работы:</u> групповая (в каждой школе 3 группы)</p>	<p>Презентация</p> <p>Что мы видим на картинке? Какую зависимость мы можем заметить? Подсказка: свет в квартире и оплата за нее в конце</p>  <p>САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ (3 мин) В УМК «Живая математика» необходимо найти закономерности и вывод сформулировать на онлайн-доске</p> <p>Задача: На работе пани среды Живая математика исследовала график изменения температуры воздуха в течение суток. С ней связаны две отрезки: отрезок OA, показывающий время, прошедшее от начала суток (в часах), и отрезок AB, отображающий температуру воздуха (в градусах по Цельсию).</p> <p>Представьте себе, что отрезок OA (прямой) увеличивается и его прямой конец, точка A, двигаясь вперед, перемещается последовательно точки, отмеченные числами 2, 4, 6 и так далее до 24. Присоединяется к ней отрезок AB (кривой).</p> <p>Постарайтесь сформировать ответ на следующие вопросы: 1) В какое время суток температура возрастает, а какое убывает? Какова температура была в 19 часов? В 20 часов? 2) Каково наибольшее (наибольшего) значение в эти сутки достигла температура и в какое время оно произошло?</p> <table border="1" data-bbox="1832 762 1899 842"> <thead> <tr> <th>OA</th> <th>AB</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>2,35</td><td>7,19</td></tr> <tr><td>4,34</td><td>7,68</td></tr> <tr><td>7,97</td><td>6,22</td></tr> <tr><td>10,84</td><td>12,12</td></tr> <tr><td>11,96</td><td>16,98</td></tr> <tr><td>13,74</td><td>18,78</td></tr> </tbody> </table>  <p>Онлайн - доска</p> 	OA	AB	2,35	7,19	4,34	7,68	7,97	6,22	10,84	12,12	11,96	16,98	13,74	18,78
OA	AB																	
2,35	7,19																	
4,34	7,68																	
7,97	6,22																	
10,84	12,12																	
11,96	16,98																	
13,74	18,78																	

<p>Подготовку как выполнению заданий (12 мин)</p>	<p>Рассматривают пример зависимости расстояния от скорости велосипедиста, направляет на поиск зависимой величины и независимой</p> <p>Рассматривают пример на изменение площадь через изменение высоты</p> <p>Что объединяет все эти примеры? <i>Зависимость одного от другого</i> (слайд 7)</p> <p>Записать правило: <i>по одной независимой переменной можно найти другую зависимую от нее переменную</i></p> <p>Такое правило будет называться функция (слайд 8)</p>		<p>Рассматривают задания, формулируют зависимость в разных ситуациях.</p> <p>Каждая школа работает на онлайн-доске https://app.conceptboard.com/board/o5rs-fl0f-scrr-fzzq-bhgo</p> <p>Делают общий вывод: <i>Зависимость одного от другого</i></p> <p>Знакомятся с понятием “Функция”</p> <p><u>Форма работы:</u> групповая (в каждой школе 3 группы)</p>	 <p>Онлайн - доска</p> <p>Тема урока: ... Планируемые результаты: ... Цели урока: ...</p> <p>ЗАВИСИМОСТЬ</p> <p>Если нет телефона или доступа в интернет через телефон</p> <p>Презентация</p> <p>САМОСТЯТЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ (1 мин)</p> <p>В УМК «Живая математика» необходимо ответить на вопрос: «Как меняется площадь прямоугольника, если менять его высоту?»</p> <p>Задача: На рабочем листе «Задача 1» построено изображение движущегося прямоугольника с постоянной фиксированной шириной 10 см. Высоту можно менять, изменяя высоту за заданную точку. Ладитесь это задание. Выясните, чему будет равно площадь такого прямоугольника, если высоту взять равной 5 см, 15 см, 25 см. Сколько изменится площадь прямоугольника, если высоту которого равно 10 см? Обозначим высоту рассматриваемого прямоугольника в см буквой h, а его площадь (в см²) - буквой S, запишите формулу, выражающую зависимость площади S от высоты h.</p> <p>Решение: Для заданной высоты h в см площадь прямоугольника следует вычислять по формуле $S = 10 \cdot h$. Например, если $h = 5$ см, то $S = 10 \cdot 5 = 50$ см². Если $h = 15$ см, то $S = 10 \cdot 15 = 150$ см². Если $h = 25$ см, то $S = 10 \cdot 25 = 250$ см². Если $h = 10$ см, то $S = 10 \cdot 10 = 100$ см². Таким образом, площадь S будет равна $10 \cdot h$.</p> <p>Формула зависимости: $S = 10 \cdot h$</p> <p>Функция: Правило, по которому одной независимой переменной можно найти другую зависимую от нее переменную.</p>
---	--	--	---	---

<p>Выполнение заданий (10 мин)</p>	<p>Представляет задание в learningApps https://learningapps.org/watch?v=pbnnb82cn23 <i>(слайд 9)</i></p> <p>Координирует на ворд документ и представляет его (У каждой школе свой ворд документ) <i>(слайд 10)</i></p>	<p>Организует и консультирует учащихся</p>	<p>Выполняют задания с learningApps https://learningapps.org/watch?v=pbnnb82cn23</p> <p><i>Форма работы:</i> индивидуальная</p> <p>Работают с ворд документом https://drive.google.com/drive/folders/1s9VfhrIgDCt5eqnOnitWD5qymGCpaIt9?usp=sharing</p> <p>Выполняют задания и заполняют таблицы</p> <p><i>Форма работы:</i> групповая (в каждой школе 3 группы)</p>	<p>Онлайн - доска</p>  <p>Презентация</p> <p>Задание №1: Отсканируй QR-код и выполните задание (на выполнение – 2 мин)</p>
------------------------------------	--	--	---	--

<p>Подведе ние итогов, рефлекси я (3 мин)</p>	<p>Провести анализ успешности овладения знаниями и способами деятельности по теме, выявить типичные затруднения в их использовании в практической деятельности.</p> <p>Проверяет выполнение заданий из ворд-документа и заполнить оценочную таблицу https://docs.google.com/spreadsheets/d/1RZ4oMpP-itthsNZCkvPC0nmaRwMzETdcaWlnseCQVWI/edit?usp=sharing <i>(слайд 11)</i></p> <p>Вывести на презентацию <i>(слайд 12)</i> - рефлексия урока</p>		<p>Отвечают на вопрос, прикрепляя стикер с ответом</p> <p>Вопрос рефлексии https://wordwall.net/ru/resource/56486872 <i>Форма работы:</i> индивидуальная</p> <p>Онлайн-доска https://app.conceptboard.com/board/o5rs-fl0f-scrr-fzzq-bhgo <i>Форма работы:</i> групповая (в каждой школе 3 группы)</p>	<p>Онлайн - доска</p>  <p>Презентация</p> <p>Ознакомьтесь с таблицей оценивания: Оценочная таблица ШКОЛ</p>  <p>Рефлексия Ответь на случайный вопрос</p> 
<p>Итог (1 мин)</p>	<p>Обобщает урок, что изучили, что узнали нового</p>			

Приложение 1

Во время сетевого урока:

Папка с живой математикой

Онлайн-доска <https://app.conceptboard.com/board/o5rs-fl of-scr-r-fzzq-bhgo>

Ссылка на задание из LearningApps <https://learningapps.org/watch?v=pbnnb82cn23>

Ссылка на задание <https://drive.google.com/drive/folders/1s9VfhrIgDCt5eqnOnitWD5qymGCpaIt9?usp=sharing>

Ссылка на вопрос рефлексии <https://wordwall.net/ru/resource/56486872>

Ссылка на оценивание школ <https://docs.google.com/spreadsheets/d/1RZ4oMpP-itthsNZCkvPC0nmaRwMzETdcaWlnseCQVWI/edit?usp=sharing>

Приложение 2

- I. **Организационно-установочный этап (6 мин.)** Организационный этап - назвать тему урока через урока (онлайн доска), подписание школы, прикрепление стикеров с названием темы урока

Модератор:

Добрый день, уважаемые участники. Сегодня мы проводим сетевой урок, на котором нам предстоит совместная работа.

Сегодня на уроке присутствуют 7 классы из нескольких школ Кировской области: КОГОбУ СШ с УИПО пгт Юрья, КОГОбУ СШ с УИОП пгт Мурыгино, СОШ №4

Модератором сегодняшнего сетевого урока буду я, Макарова Дарья Александровна, учитель математики Юрьянской школы.

Перед вами представлена онлайн-доска, на которую вы будете прикреплять свои ответы. Тему сегодняшнего урока вы сейчас определите самостоятельно, для этого необходимо разгадать ребус и к слову “Тема.” прикрепить стикер с тем, что вы получите.

- II. **Актуализация знаний (8 мин.)** Актуализация знаний - просмотреть зависимость величин через периметр, площадь и изменение сторон фигуры, через скорость и время

Модератор:

Ребята, обратите внимание на презентацию, мы на ней что видим? Лампа - это свет в квартире, а монеты - это оплата за свет в конце месяца. Как они связаны между собой? *(каждая школа высказывает свое мнение)*

На розовом стикере каждой школе на онлайн-доске к заданию 1 нужно записать, какой вывод они могут сделать, глядя на картинку

Сейчас вам необходимо открыть “Живая математика”, учителя каждой школы, помогите, пожалуйста, чтобы на каждом компьютере все смогли открыть. *(1 мин)*

Первое задание *(температура в разное время суток)*. На рабочем поле среды Живая математика изображён график изменения температуры воздуха в течение суток. С ним связаны два отрезка: отрезок OA, изображающий время, прошедшее от начала суток (в часах), и отрезок AB, изображающий температуру воздуха (в градусах по Цельсию).

На розовом стикере каждой школе на онлайн-доске нужно записать, какой вывод они могут сделать, как меняется температура и от чего она зависит?

III. Подготовка к выполнению заданий (12 мин.) Подготовка к выполнению заданий Сформулировать на примере зависимую и независимую величину (рассмотреть на конкретном примере периметр квадрата)

Перед тем, как перейти на следующее задание, вспомним формулу площади прямоугольника. на оранжевый стикер прикрепите формулу, по которой вычисляется площадь. *(1 мин)*

Вы видите задание и прямоугольник. Основание прямоугольника ES равно 10 см, всем ли видно? Высота прямоугольника EL. Сейчас вам нужно самостоятельно изменить высоту прямоугольника и посмотреть, что меняется вместе с ней и как меняется.

Для изменения высоты з е л ё н о г о прямоугольника следует подсветить параметр h в правой верхней части экрана и нажать на клавишу "+" (h начнёт увеличиваться с шагом 1), либо на клавишу "-" (h начнём уменьшаться с шагом 1).

Высоту г о л у б о г о прямоугольника можно изменять, ухватившись мышью за жёлтую точку D. Однако в этом случае при вычислении площади будет возникать ошибка по причине округления до сотых.

После того, когда вы поменяете величину высоты, поэкспериментируете и увидите как меняется площадь, нужно на розовом стикере сформулировать вывод, который вы можете сделать из этого исследования, что и какое значение меняется. *(4 мин)*

Мы рассмотрели с вами уже несколько примеров, что их объединяет? (*изменения, которые происходят в зависимости от другой величины, условий и т.п.*)

На онлайн-доске у вас появилось ключевое слова - ЗАВИСИМОСТЬ

Давайте вместе сформулируем: Юрьянская школа, в первом задании от чего зависела оплата за электроэнергию? (*от времени включенного электричество*)

Мурыгинская школа, во втором задании от чего зависела температура? (*от времени суток*)

Школа №4, в третьем задании площадь прямоугольника зависела от чего? (*от высоты*)

То есть мы можем сделать общее заключение и сказать, что есть какая-то величина или ситуация зависимая, а другая не зависима.

Сейчас ваша задача на онлайн доске записать какая величина или ситуация является зависимостью, а какая независима. Юрьянская школа - про свет, Мурыгинская школа - про температуру, Школа №4 про площадь прямоугольника.

В дальнейшем мы будем помнить такое правило: *по одной независимой переменной можно найти другую зависимую от нее переменную.* Такое правило будет называться **функция**

IV. **Выполнение заданий (10 мин)**

Мы выяснили с вами, что во всех изменениях и зависимостях есть **зависимая** и **независимая** переменная. Сейчас на слайде у вас появился QR-код с заданием, каждой школе необходимо перейти по ссылке и выполнить задания. Сейчас Вам предстоит поработать с графиком изменений, с помощью него найди нужную для вас информацию. Ссылка на задание 2 представлено на онлайн-доске.

V. **Подведение итогов, рефлексия (5 мин)**

Сегодня мы предлагаем каждой школе ответить на вопрос, но вопрос этот будет случайным. На презентации появился новый QR-код. Переходите на него и на вопрос, который вам выполнить, необходимо ответить. Ответ прикрепите стикером к своей школе на онлайн-доске

VI. **Итог (1 мин)**

На сетевом уроке мы с вами не только познакомились с другими школами, но и узнали, что правило зависимости одного случая или одной величины от другой, называют функция. Узнали, что по графику зависимости мы можем ответить на различные вопросы, и научились распознавать зависимую величину и независимую.

«Технологическая карта урока с использованием заданий с функциональным содержанием по теме

«Логические союзы «и» и «или»»

Тема урока: Математические рассуждения. Логические союзы «и» и «или»

Предмет: Теория вероятностей и статистика

Класс: 8

Место урока в теме и в программе по предмету: урок освоения новых знаний и умений по УМК И.Р.Высоцкий, И.В.Ященко является 21 в рамках изучения теории вероятностей и статистики в 8 классе.

Цель:

создание условий для получения и осмысления обучающимися новых знаний о логических союзах «и» и «или».

Задачи:

Образовательные:

- развивать умения выполнять простейшие операции над высказываниями: и, или, не;
- сформировать навыки построения высказываний, отрицание высказываний, цепочки умозаключений на основе использования правил логики;

Развивающие:

- развивать навыки анализа логической структуры высказываний;
- определить связь между логическими операциями и логическими связками;

Воспитательные:

- формировать осознанного подхода к организации своей деятельности.

Результаты:

Предметные:

- простейших операциях над высказываниями: и, или, не; сформированные представления о
- истинном и ложном высказываниях через союзы «и» и «или»; сформированные представления об
- отрицание высказываний; развиты умения строить высказывания и
- умозаключений на основе использования правил логики; развиты умения выстраивать цепочки
- высказывания через доказательство от противного. развиты умения определять истинность

Метапредметные:

- причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение и делать выводы; умеют самостоятельно устанавливать
- сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками, находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учёта интересов, формулировать, аргументировать и отстаивать своё мнение; умеют организовывать учебное
- в области использования информационно-коммуникационных технологий; сформированы и развиты компетентности

Личностные:


- к учению, собственным поступкам, готовности к самообразованию, на основе мотивации к обучению и познанию; сформировано ответственное отношение
- мнению другого ученика, готовности и способности вести диалог с другими учениками; сформировано уважительное отношение к
- компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками через практическую деятельность. сформированы коммуникативные

Инструменты и критерии/показатели/индикаторы оценки достижения запланированных результатов: каждое задание, выполняемое обучающимся, оценивается определенным количеством баллов (минимальное - 1 балл, максимально - 4 балла). По окончании урока обучающийся подсчитывает количество баллов, полученных за урок, и определяется с оценкой («5» - 8 и более баллов, «4» - 6-7 баллов, «3» - 5–6 баллов). Устные ответы также оцениваются в 1 балл.

Перечень дидактических материалов: Приложение 1.

Оснащение урока: Компьютер с установленной средой Живая математика.

Организационно-педагогические условия проведения урока:

Цель этапа	Деятельность учителя	Деятельность ученика	Учебный элемент	Формы работы
<i>Этап 1: Этап мотивации (3 мин)</i>				
<p>Выработка на личностно значимом уровне внутренней готовности выполнения нормативных требований учебной деятельности</p>	<p>Приветствие обучающихся 8 класса с целью создания благоприятной атмосфера урока, выстраивают логическую цепочку из слов:</p> <p style="text-align: center;"><i>- Здравствуйте ребята! Я рада видеть сегодня всех на нашем уроке. На доске вы видите слова, которые расставлены в разном порядке. Давайте попробуем вместе составить из этих слов логическую цепочку.</i></p> <p style="text-align: center;">Итоговый вариант: С малой удачи начинается успех!</p> <p style="text-align: center;"><i>Ребята, как вы понимаете эти слова?</i></p> <p>Озвучить первое задание - ребус, по которому учащиеся узнают тему урока:</p> <p style="text-align: center;"><i>- Сейчас на экране вы видите ребус, ваша задача в парах отгадать, какие два слова в нем зашифрованы</i></p>	<p>Приветствие учителя; вместе составляют логическую цепочку из слов, ведут рассуждения;</p> <p style="text-align: center;">Отгадывают ребус в парах</p> <p style="text-align: center;">Записывают тему урока</p>	<p style="text-align: center;">На доске (слова заранее распечатаны и вывешены): начинается, С, успех! Удачи, малой</p> <div style="text-align: center;">  </div>	<p>Фронтальная работа</p> <p>Парная работа</p>

	<p>Ребус: Логические союзы Замечательно! Вы все справились с первым заданием. Запишем тему нашего урока: Логические союзы. Но какие они, логические союзы? По ходу урока мы еще вернемся к нашей теме и допишем, какие союзы будут являться логическими.</p>			
<p>Этап 2: Этап актуализации (3 мин)</p>				
<p>Актуализация знаний через пробное учебное действие</p>	<p>Учитель ведет рассуждение по вопросам:</p> <p><i>-Каждый из нас в жизни стоит перед выбором: учиться старательно и с радостью или лениться и огорчаться по поводу плохих отметок; заниматься спортом и быть физически выносливым или часами сидеть перед компьютером и портить зрение и осанку и т.д. Как видите, у каждого есть выбор.</i></p> <p><i>- Приведите свои примеры из жизни.</i></p> <p><i>- Когда вы составляли фразы, какие союзы (вспомним русский язык) при составлении использовали? Союзы «и» и «или».</i></p> <p><i>- С работой этих союзов мы знакомились на уроках русского языка, а сегодня мы узнаем о работе данных союзов в математике.</i></p>	<p>Отвечают на вопросы</p> <p>Приводят примеры из жизни</p>		<p>Фронтальная работа</p>

Этап 3: Этап нового материала (15 минут)

Создание условий для получения и осмысления обучающимися новых знаний

Ведет обсуждение с детьми, выстраивает логическое рассуждение, фиксирует новые знания:

Посмотрим на экран, мы видим два высказывания. Что мы можем сказать про первое высказывание? Про второе?(слайд 1-2)

Если мы скажем, что «5 больше, чем 2» И «5 больше, чем 7» это будет истинное или ложное высказывание?

Если мы скажем, что «5 больше, чем 2» ИЛИ «5 больше, чем 7» это будет истинное или ложное высказывание?

Исходя из этих двух высказываний, какой вывод можно сделать?

Чтобы сложное утверждение «А и В» было истинно, нужно, чтобы ОБЕ части этого утверждения были истинны

Чтобы сложное утверждение «А или В» было истинно, нужно, чтобы ХОТЯ БЫ ОДНА часть этого утверждения были истинны

Запишем, что, когда мы используем «хотя бы одна», то будем использовать союз «ИЛИ». Если нужно, чтобы выполнялось «оба», то союз «И».

В математике союз «и» указывает на строгое выполнение двух утверждений, а союз «или» позволяет учитывать как два условия, так и одно.

Слушают учителя

*Первое – истинное
Второе – ложное*

Ложное

Истинное

*Предлагают свои варианты:
записывают общее решение*

Записывают правила в тетрадь

Фронтальная работа

Приведем еще пример:
 «15 делится на 5, а также делится на 7».
 Есть ли здесь союзы? Их нет, но мы можем переформулировать
 А = «15 делится на 5» (истинное) И В = «15 делится на 7» (ложное). Следовательно, одно из них ложное, значит и сложное утверждение – ЛОЖНОЕ

На экране даны два выражения: «Задача решена» и отрицание первого высказывания «задача не решена». Составим из них сложное утверждение через союз **И**, получим:

«задача решена» и «задача не решена». Ложно ли это будет утверждение? Почему?

Если задача решена действительно, то ЛОЖНОЕ

Т.к. второе высказывание ложное

Если задача не решена, то тоже ЛОЖНОЕ

Теперь ложным будет первое высказывание.

Записываем общее правило в тетрадь:

«Утверждение А и (не А)» являются ложным высказыванием независимо от того, истинно или ложно утверждение А

Составим из них сложное утверждение через союз **ИЛИ**, получим:

«задача решена» или «задача не решена». Ложно ли это будет утверждение? Почему?

Оба высказывания не могут быть одновременно ложными, одно из них обязательно истинное. Значит и сложное утверждение будет истинным.

Ведут рассуждение по поводу сложного высказывания, объясняют свой ответ

Записывают правила в тетрадь

Ведут рассуждение по поводу сложного

Сложное утверждение
 «15 делится на 5, а также делится на 7»
переформулируем
 А = «15 делится на 5» (истинное)
 И
 В = «15 делится на 7» (ложное)
 Сложное утверждение – ЛОЖНОЕ

Сложное утверждение
 А = «задача решена»
 Отрицание: не А = «задача не решена»
 А и не А: «задача решена» и «задача не решена»
 В любом случае - ЛОЖНОЕ

Сложное утверждение
 А = «задача решена»
 Отрицание: не А = «задача не решена»
 А или не А:
 «задача решена» или «задача не решена»
 В любом случае - ИСТИННО

	Записываем общее правило в тетрадь: «Утверждение А или (не А)» являются истинным высказыванием независимо от того, истинно или ложно утверждение А			
<i>Этап 4:</i> Этап закрепления с проговариванием во внешней речи (7 мин)				

Обеспечение и систематизация знаний и способов действий в памяти обучающихся

Объявляет задание, которое обучающимся необходимо сделать в среде «Живая математика»

Сейчас мы будем работать по парам. У каждого на компьютерах открыта такая программа как «Живая математика». Благодаря ей, мы будем сейчас определять истинность сложного утверждения.

Объясняет первое задание, координирует обучающихся в работе с «живым» чертежом:

*Перед вами первое задание. Каждой паре необходимо определить истинность или ложность предложенных утверждений. **Нажмите на «Показать задание»***

У нас фиксирован один угол - $\angle A$ равен 40° .

1) $\angle C$ будет всегда больше 40°

Для того, чтобы проверить истинность утверждения необходимо потянуть за желтую точку и посмотреть, как меняется величина угла C .

Истинное или ложное это утверждение?

2) Сумма $\angle C$ и $\angle B$ всегда равна 140°

Для того, чтобы проверить истинность утверждения необходимо потянуть за желтую точку и посмотреть, меняется ли сумма углов?.

Истинное или ложное это утверждение?

3) $\angle B = 104^\circ$, а $\angle C = 36^\circ$

Работают по парам в среде «Живая математика»

Проводят проверку утверждения, двигая желтую точку.

ЛОЖНОЕ

Проводят проверку утверждения, двигая желтую точку.

ИСТИННОЕ

Проводят проверку утверждения, двигая желтую точку.

ИСТИННОЕ

Проводят проверку утверждения, двигая желтую точку.

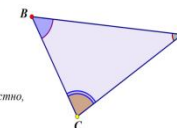
ЛОЖНОЕ

Задание 1.

Задание 1. Определите истинность каждого утверждения, воспользовавшись оживленным чертежом. Для изменения градусной меры углов необходимо потянуть за желтую точку на треугольнике или поменять значение угла A

$A = 40^\circ$
 $C = 84^\circ$
 $B = 56^\circ$

$C + B = 140,00^\circ$
 $A + B = 96^\circ$



Истинно или ложно утверждение, если известно, что $\angle A$ равен 40° ?

- 1) $\angle C$ будет всегда больше 40°
- 2) Сумма $\angle C$ и $\angle B$ всегда равна 140°
- 3) $\angle B = 104^\circ$, а $\angle C = 36^\circ$
- 4) Сумма $\angle A$ и $\angle B$ всегда больше 100°

Парная работа

Объясняет первое задание, координирует обучающихся в работе с «живым» чертежом

Задание 2. На рабочем поле среды Живая математика изображён график изменения температуры воздуха в течение суток. С ним связаны два отрезка: отрезок OA, изображающий время, прошедшее от начала суток (в часах), и отрезок AB, изображающий температуру воздуха (в градусах по Цельсию).

(для изменение времени необходимо потянуть за желтую точку)

Пользуясь графиком, определите какие из следующих утверждений являются истинными высказываниями:

1) "самая высокая температура в 13-14 часов" и "самая низкая температура 5-6 часов"

Для того, чтобы определить истинность или ложность сложного утверждения необходимо проверить каждое из них. Первое утверждение истинное или ложное?

Второе утверждение истинное или ложное?

Между ними стоит какой союз?

Если оба утверждения истинны, то и само сложное высказывание будет каким?

2) "самая высокая температура в 10 часов" или "самая высокая температура в 13-14 часов"

Первое утверждение истинное или ложное?

Второе утверждение истинное или ложное?

Между ними стоит какой союз?

Если ХОТЯ БЫ ОДНО утверждение истинно, то и само сложное высказывание будет каким?

3) "в 10 часов температура равна 12 градусам" и "в 20 часов температура равна 15 градусам"

Проводят проверку утверждения, двигая желтую точку.

первое – ИСТИННОЕ

второе – ИСТИННОЕ

Союз И

Сложное высказывание - **ИСТИННОЕ**

Проводят проверку утверждения, двигая желтую точку.

первое – ЛОЖНОЕ

второе – ИСТИННОЕ

Союз ИЛИ

Сложное высказывание – **ИСТИННОЕ**

Аналогичное рассуждение

Сложное высказывание – **ЛОЖНОЕ**

Задание 2.

Задача 8. На рабочем поле среды Живая математика изображён график изменения температуры воздуха в течение суток. С ним связаны два отрезка: отрезок OA, изображающий время, прошедшее от начала суток (в часах), и отрезок AB, изображающий температуру воздуха (в градусах по Цельсию). (для изменение времени необходимо потянуть за желтую точку)

Сколько часов?

Пользуясь графиком, определите какие из следующих утверждений являются истинными высказываниями.

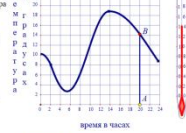
- 1) "самая высокая температура в 13-14 часов" и "самая низкая температура 5-6 часов"
- 2) "самая высокая температура в 10 часов" или "самая высокая температура в 13-14 часов"
- 3) "в 10 часов температура равна 12 градусам" и "в 20 часов температура равна 15 градусам"



Укажите время t OA = 20,00 часов

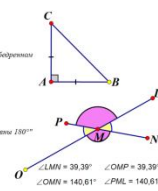
Укажите температуру t AB = 14,20 градусов

Прочитайте A, k, c, m, d




Решение задачи. Точка A должна переместиться вправо.

Этап 5: Этап включения изученного в систему знаний (10 мин)

<p>Формирование учебной деятельности на основе системы знаний</p>	<p>Проговаривает задание для самостоятельной работы в парах. Координирует, помогает в исследованиях, в работе со средой Живая математика</p> <p><i>Составьте сложное выражение и определите истинное оно или ложное: (чтобы вписать ответ в левой панели выберите "А" и на поле вставьте текст)</i></p> <p><i>Задача 1. А и В</i> <i>Задача 2. А или В</i></p> <p><i>А в задание 4, вам необходимо ознакомиться с текстом, проанализировать его и отметить истинное и ложное утверждение. Ненужное нужно будет удалить</i></p> <p>По окончании самостоятельной работа, проверяет по ходу работы и выставляет баллы за задания. Одно задание – 4 балла (каждый пункт в задании 2 балла)</p>	<p>Работают в парах Одно задание – 4 балла (каждый пункт в задании 2 балла)</p>	<p>Задание 3. Самостоятельная работа в парах</p> <p>Задание для самостоятельной работы в парах <i>(Для того, чтобы составить сложное выражение на левой панели выберите "справа" и введите в выражении, расстояние и произвольные перпендикуляры)</i></p> <p><i>Составьте сложное выражение и определите истинное оно или ложное: (чтобы вписать ответ в левой панели выберите "А" и на поле вставьте текст)</i></p> <p>1) А и В Или В – "Произвольный перпендикуляр может быть равнобедренным перпендикулярным равнобедренным"</p> <p>2) А или В Или В – "Перпендикулярные углы равны" А – "Перпендикулярные углы в сумме равны 180°"</p>  <p>Задание 4. Самостоятельная работа в парах</p> <p>Задание 2 для самостоятельной работы в парах Известно, что в доме, где живет Костя, больше этажей, чем в доме, где живет Олег. В доме, где живет Таня, меньше этажей, чем в доме, где живет Олег, а в доме, где живет Федя, больше этажей, чем в доме, где живет Таня. Укажите, какие из следующих утверждений являются истинными высказываниями. <i>(используйтеassertrue)</i></p> <p>а) "Дом, где живет Таня, самый малэтажный из всех четырех"; ИСТИННОЕ ЛОЖНОЕ б) "В доме, где живет Олег, меньше этажей, чем в доме, где живет Таня"; ИСТИННОЕ ЛОЖНОЕ в) "В доме, где живет Костя, этажей больше, чем в доме, где живет Таня"; ИСТИННОЕ ЛОЖНОЕ г) "Среди этих четырех домов нет двух с одинаковым количеством этажей". ИСТИННОЕ ЛОЖНОЕ</p>	<p>Парная работа</p>
---	--	---	--	----------------------

Этап 6: Этап рефлексии учебной деятельности (2 мин)

<p>Самооценка результатов своей деятельности на уроке и соотнесение самооценки с оценкой учителя</p>	<p>Подсчет баллов в парах. <i>Сейчас каждой паре необходимо подсчитать свои полученные баллы</i></p> <p>Подведение итогов урока. Вернуть к теме урока и дописать союзы <i>- В начале урока мы не дописали о какие логических союзах мы будем сегодня говорить. Какие союзы мы использовали??</i> Вернемся в начало темы и допишем «Логические союзы «и» и «или»»</p> <p>Прописать домашнее задание</p> <p>Учитель запускает случайное колесо с рефлексивными вопросами. Каждый ряд отвечает на свой вопрос https://wordwall.net/ru/resource/56486872/рефлексия-колесо</p>	<p>Подсчитывают баллы в парах</p> <p>Дописывают союзы в начале темы</p> <p>Каждый ряд отвечает на выпавший им вопрос</p>		<p>Индивидуальная работа</p>
--	---	--	---	-------------------------------------

Приложение:

1. <https://wordwall.net/ru/resource/56486872/рефлексия-колесо>