

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Выпускающая кафедра: математики и методики обучения математике

Садыков Равиль Азатович

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

**Развитие регулятивных универсальных учебных
действий обучающихся 11 класса в процессе изучения
темы «Многогранники»**

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) образовательной программы:
Математика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

И.о. заведующего кафедрой
канд. пед. наук, доцент М.Б. Шашкина

(дата, подпись)

Научный руководитель
канд. пед. наук, доцент Е.А. Аёшина

Обучающийся
Садыков Р.А.

Дата защиты

Оценка

Прописью

Красноярск 2023

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВИТИЯ РЕГУЛЯТИВНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ 11 КЛАССА В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ	11
1.1. Определение и сущностная характеристика основных понятий исследования.....	7
1.2. Проблема развития регулятивных универсальных учебных действий обучающихся в современной теории и практике обучения математике.....	15
1.3. Приемы и способы развития регулятивных универсальных учебных действий обучающихся старших классов с учетом особенностей их познавательной сферы.....	22
Выводы по главе 1.....	29
ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВИТИЯ РЕГУЛЯТИВНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ 11 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ	11
2.1. Методические особенности изучения темы «Многогранники» в 11 классе.....	31
2.2. Комплект заданий для обучающихся 11-х классов, направленных на развитие регулятивных универсальных учебных действий при изучении темы «Многогранники».....	42
2.3 Анализ результатов опытно-экспериментальной работы по развитию регулятивных универсальных учебных действий обучающихся 11 класса...	52
Выводы по главе 2.....	60
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	62
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	65
ПРИЛОЖЕНИЯ	

ВВЕДЕНИЕ

Современное школьное образование ориентировано на формирование таких качеств личности, необходимых человеку для полноценной жизни в обществе, как: ясность и точность мысли, критичность мышления, интуиция, алгоритмическое и теоретическое мышление, создание условий для ее самореализации [50]. Последнее несомненно связано с основными задачами школьного математического образования, которое способствует овладению конкретными знаниями, необходимыми для ориентации в современном мире, развитию воображения и интуиции [41]. В системе образования Российской Федерации действует ряд нормативных документов, подтверждающих значимость математического образования, в частности, Концепция развития математического образования [43] и Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования (ФГОС СОО) [40], который и переопределил цели обучения математике.

В настоящее время, в соответствии с обновленными ФГОС СОО, ведутся интенсивные поиски совершенствования математического образования в средней школе в плане усиления его развивающей и воспитывающей роли, достижения личностных, предметных и метапредметных результатов. В этих условиях возрастает роль развития универсальных учебных действий (УУД), в том числе и регулятивных (РУУД).

Процесс отслеживания степени развития регулятивных универсальных учебных действий всегда был достаточно весомой проблемой в методике обучения различным предметам, в частности и математики. Исследование специфики развития РУУД занимались: Асмолов А.Г., Горленко Н.М., Карпов А.В. и др. В их работах были определены основные составляющие РУУД, особенности их формирования и пути достижения в процессе обучения. К РУУД, формируемым в рамках среднего общего образования, относятся: самоорганизация, самоконтроль, эмоциональный интеллект,

принятие себя и других людей. В данном направлении опубликовано лишь незначительное количество материалов частного характера. Они рассказывают о приемах использования тех или иных средств и способов формирования РУУД на конкретных уроках по определенным предметам.

Потенциал математического образования в сфере развития указанных РУУД, в частности, геометрических разделов, достаточно высок. Многим обучающимся в старшей школе, несомненно, сложно осуществлять самоконтроль и самоорганизацию своей деятельности. Результаты анализа действующих учебников геометрии для старшей школы позволяют сделать вывод о том, что тенденция развития РУУД в процессе обучения недостаточно активно реализуется на уроках геометрии, возможно это связано со сложностями методического характера.

Таким образом, можно говорить о **противоречии** между необходимостью развития РУУД у старших школьников и недостаточностью систематизированного методического материала по их формированию в процессе изучения курса геометрии в 10-11 классах.

Попытка разрешения проблемы развития РУУД при изучении конкретных тем на уроках геометрии в старшем школьном звене и недостаточная ее реализация на практике обусловила выбор темы исследования.

Проблема данного исследования заключается в поиске ответа на вопрос: каковы особенности развития и методика формирования РУУД в процессе изучения геометрии в старших классах.

Объект исследования - процесс развития регулятивных универсальных учебных действий при обучении геометрии.

Предмет исследования - специфика использования приемов и способов развития РУУД в процессе обучения геометрии.

Целью исследования является разработка методических рекомендаций и комплекса материалов по развитию регулятивных

универсальных учебных действий обучающихся 11 класса в процессе изучения темы «Многогранники».

Гипотеза исследования: если в процессе изучения темы «Многогранники» целенаправленно, систематично использовать систему заданий в формате «пример-контрпример» поисково-исследовательского характера, то это будет способствовать развитию РУУД обучающихся.

Задачи исследования:

1. Раскрыть определение и сущностную характеристику основных понятий исследования.

2. Проанализировать проблему развития РУУД обучающихся в современной теории и практике обучения математике.

3. Охарактеризовать приемы и способы формирования РУУД обучающихся старших классов с учетом особенностей их познавательной сферы.

4. Выявить методические особенности изучения темы «Многогранники» в 11 классе.

5. Разработать комплект заданий для обучающихся 11-х классов, направленных на развитие регулятивных универсальных учебных действий при изучении темы «Многогранники».

6. Провести опытно-экспериментальную работу и описать ее результаты.

В процессе выполнения выпускной квалификационной работы применялись следующие **методы исследования:**

- теоретические методы: анализ психолого-педагогической и учебно-методической литературы; изучение научной литературы по теме исследования;

- эмпирические методы: наблюдение, тестирование, педагогический эксперимент;

- математические методы: количественная и качественная обработка экспериментальных данных, сравнительный анализ, графическая интерпретация.

Практическая значимость данной работы заключается в создании новых методических материалов и приемов для обучения математике, которые помогают развивать РУУД старших школьников.

Теоретическая значимость данной работы заключается в систематизации и расширении знаний о РУУД и использовании возможностей уроков геометрии для их развития.

Экспериментальной базой исследования явилась МКОУ Большекнышинская СОШ.

Структура выпускной квалификационной работы: работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы, приложений.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВИТИЯ РЕГУЛЯТИВНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ 11 КЛАССА В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ

1.1. Определение и сущностная характеристика основных понятий исследования

В числе ключевых задач, которые определены на данный момент отечественными стандартами образовательной деятельности - Федеральными государственными образовательными стандартами (далее - ФГОС) для педагогов в рамках обучения на всех ступенях современной школы, выступает формирование и развитие у школьников предметных и метапредметных результатов и личностных достижений в учебе.

Рассматривая отдельно метапредметные результаты, отметим, что они включают в себя универсальные учебные действия (УУД), в свою очередь классифицируемые на познавательные, коммуникативные и регулятивные действия обучающегося и межпредметные понятия.

В процессе обучения задача педагога, с позиции ФГОС – заложить у ребенка и способствовать развитию у него УУД, чтобы он освоил необходимые навыки и умения для своей успешной жизнедеятельности в современных условиях. Сегодня общество предъявляет все более высокие требования: человек должен уметь самостоятельно учиться, постигать новое и стремиться к саморазвитию и самообразованию, проявлять творческий подход и новаторство в решении поставленных задач, уметь использовать разные информационные источники для получения необходимых данных, обладать рефлексивностью, использовать полученные знания и оптимальные методы деятельности в целях получения желаемых результатов, включая задействование информационно-коммуникационных технологий, техники и компьютерных программ. В связи с такими значительными требованиями стандарты образования определяют необходимость развития УУД уже с

начального этапа школьного обучения. В настоящее время педагогика обладает массивным запасом профессиональных средств и инструментов для практического формирования и развития результатов образования у обучающихся на всех их уровнях. В особенности в отношении достижения школьниками предметных результатов в пределах каждой изучаемой дисциплины. Но в современных условиях особенный акцент делается на достижении высоких метапредметных результатов в образовании, и они в соответствии с установленными национальными стандартами включают освоенные обучающимися межпредметные понятия и УУД, а также способность их использовать в познавательной и социальной практике, самостоятельность в планировании и осуществлении учебной деятельности, и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками, способность к построению индивидуальной образовательной траектории, владение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности.

Сегодня большое значение имеет решение вопросов качественной объективной оценки результатов обучения с учетом требований образовательного стандарта. В содержании последних особо подчеркивается, что качественный уровень развития метапредметных знаний и навыков, выступающих фундаментом умения учиться и развиваться, неоспоримо требуется для построения полноценной жизнедеятельности каждого обучающегося, его успешного обучения и профессиональных достижений.

При этом, опираясь на результаты изучения научных источников, можно сделать вывод, что само понятие «метапредметные УУД» не имеет четко сформулированного определения. Так, у некоторых специалистов такие умения интерпретируются как способность учиться и организовывать свой образовательный процесс, включая самостоятельное обучение. Иные исследователи определяют это понятие как «характеристику субъекта учения, способного к самостоятельному выходу за пределы собственной

компетентности для поиска способов действия в новых ситуациях» [46, с. 174; 52, с. 75].

Среди современных педагогов и специалистов весьма спорным является вопрос соотношения предметных и межпредметных образовательных результатов. Зачастую, в силу неправильного представления о данных понятиях, их считают противоположными. Если же рассмотреть их в рамках осуществления требований образовательных стандартов, то метапредметный результат является надстройкой предметного итога освоения знаний и умений в условиях образовательного учреждения, характеризующейся отложенным результатом деятельности.

В данном исследовании будем опираться на трактовку, по которой метапредметные образовательные результаты охватывают соответствующие метапредметные категории: основные определения, термины, процессы, объекты и понятия, требуемые для создания собственного полноценного мировоззрения человека и картины окружающего его мира. В качестве простых примеров можно привести термины: «число», «количество», «знак», «схема», «модель» и др., изучаемые и используемые учащимися в рамках получения знаний по разным предметам, и в дальнейшей их жизнедеятельности. При этом, результаты метапредметной деятельности являют собой общность УУД, как многоцелевых методов деятельности, способствующих образованию у обучающегося основных навыков: обладание способностью учиться, находить и осваивать нужную информацию (познавательные УУД), умение общаться и коммуницировать с другими в рамках образовательного процесса (коммуникативные УУД), а также навыки осознанного действия (регулятивные УУД). Иными словами, метапредметные образовательные результаты выступают соединительным элементом человеческой деятельности различного характера и полученными предметными результатами.

На данный момент существует значительное число научных трудов и публикаций, предметом внимания в которых выступают возможности

изучаемых учебных дисциплин, включая математику, рассматриваются самостоятельные типы деятельности, ориентированные на образование и развитие разных видов и составляющих УУД. Однако, по большей части исследователи рассматривают этот вопрос в контексте обучения школьников начальных классов.

Основа нашего исследования - регулятивные универсальные учебные действия – это УУД, которые обеспечивают способность учащимся организовывать свою учебно-познавательную деятельность, проходя по её этапам: от осознания цели через планирование действий к реализации намеченного, самоконтролю и самооценке достигнутого результата, а если надо, то и к проведению коррекции, преодолению препятствий [3, с. 5].

Как видно, регулятивные УУД наравне с иными составляющими характеризуются реализацией контрольных функций в отношении собственных действий, оценкой верности результатов решенных заданий, самооценкой, самостоятельным контролем.

Развитие УУД происходит при изучении всех дисциплин, но отдельное и особенное значение имеет математический предмет, поскольку освоение математической науки способствует развитию психических процессов, интеллекта, познавательных способностей, в частности: совершенствованию логического мышления, пониманию логического строения теории, развитию пространственного мышления, технического мышления, комбинаторного стиля мышления, алгоритмического мышления, владению символическим языком, способности к абстрагированию, обобщению, математическому моделированию, развитию устной и письменной речи и т.д. Происходит формирование и развитие математической интуиции в отношении образов, сущности используемых категорий, способов решения и доказывания и др.).

В процессе освоения математического предмета существенное значение имеет заложение у ученика познавательных действий, приемов и способов. Как подчеркивают психологи при деятельностном подходе «мышление рассматривается как содержательная система различных видов

деятельности формирующихся в процессе решения соответствующих задач и становящихся умственными в результате прохождения ряда сменяющих друг друга этапов» [12, с. 53]. Задача обучающегося состоит в усвоении содержания приема. При этом выделяются действия составляющий данный прием, анализируются их отношения и связи, а затем составляется общее предписание, которое обеспечивает применение его к решению задач соответствующего класса. При обучении математики применяются как специфические приемы, так и общие приемы.

Формирование РУУД нельзя рассматривать в отрыве от понятия «познавательного интереса». Образовательный процесс обозначает для ребенка определенные требования к его интеллектуальному развитию и помогает становлению волевых качеств. Благодаря заинтересованности, любознательности ребенка, его освоению новых предметов и знаний, расширяется его кругозор, знания об окружающем мире.

Существуют, безусловно, и личностные особенности детей в отношении уровня их познавательной активности и интересов. Так, если ребенок имеет способности, одаренность в чем-то, то для них характерны стабильность и широкие пределы интересов. Это демонстрируется в увлеченности какими-либо объектами или долгим по времени увлечением чем-то определенным (в течение многих лет).

Тем самым развитие познавательного интереса будет в значительной степени способствовать и развитию РУУД.

Ряд трактовок познавательного интереса в научной литературе служат взаимными дополнениями и позволяют определять данное понятие как личностное образование с многообразной комплексной структурой, участвующее в активных деятельностных процессах, восприятии, сознании и осмыслении (мотивы действий, стремления, отношения, ориентиры).

Согласно работам Г.И. Щукиной и др. интерес выражается в [53]:

– познавательном овладении важными и ценными предметами;

– притягательности явлений, процессов, предметов внешнего пространства, основанной на эмоциях и побуждении исследования окружающего мира, в осознании значимости всего это для самого человека;

– специфических личностных состояниях, в частности: увлеченность и позитивное состояние от познания нового; ощущение высоты личных достижений; вдохновение; возможность выбора и др.

– специфике эффективной, разносторонней, произвольной, подчас креативной деятельности, что становится такой при наличии интереса.

Исследуя сущность познавательного интереса, рассмотрим его психологическую составляющую, к которой относятся:

– интеллектуальные процессы, обусловленные совершенствованием мыслительных операций и действий (аналитический разбор, синтез, абстрагирование, сопоставление, разграничение (классифицирование). Эти процессы, по мнению Г.И. Щукиной выступают «первоосновой процесса познания» [53, с. 48]. Познание не может существовать без активной мысли, по этой причине процессы мышления важны и значимы для развития интереса, как взрослого, так и ребенка;

– эмоциональные процессы, которым свойственна позитивная составляющая касательно происходящего, наглядно выражается в процессе межличностной коммуникации с окружающими людьми [30];

– волевые процессы, характеризующиеся действием волевого компонента личности: целеустремленность человека, стремление успешно разрешить поставленные задачи, урегулирование сложностей, принятие решений, развитие рефлексивности, удовлетворение потребностей, иными словами всё, что направлено на регулирование и совершенствование интереса познания.

Отечественные педагоги и психологи Н.Г. Морозова, Л.С. Выготский, А.К. Дусавицкий [34; 10; 17] и многие другие в рамках своих исследовательских работ приводят доказательства того, что познавательный интерес побуждает становление и укрепление личностных волевых качеств;

– творческие процессы, которые выражаются в применении ранее приобретенных методов и приемов деятельности в новых условиях и случаях. Причем человек сочетает освоенные способы, дополняя своими идеями, создавая тем самым новый вариант решения задачи, демонстрируя творческий подход к поиску такового.

Поддерживая российских специалистов, хочется отметить, что, по нашему мнению познавательный интерес создает базу для развития детских способностей и склонностей к занятию разными видами творческой деятельности [32, с. 76-87]. Через интерес устанавливается связь человека с окружающей действительностью. Именно из нее черпается лично значимое и ценное. Разнообразные способы и процессы, предметы и вещи, требующие их изучения и освоения, становятся объектом интереса человека.

Разносторонность и сущность интересов человека обуславливает масштаб его картины мира, эрудиции и кругозора, духовной наполненности, включая качество его отношений с окружающим пространством и его представителями и его жизненных ориентаций [26].

А.Н. Леонтьев указывает на то, что познавательный интерес, как практически любой психический процесс, а также как мотив, направленность личности и как психическое образование, формируется в деятельности. Автор выделяет три этапа познавательной деятельности [29]:

- мотивационно-побудительный;
- аналитико-синтетический;
- реализующе-контрольный.

Автор указывает, что главным источником развития интереса выступает объективная действительность. Интерес устанавливает связь человека с окружающей действительностью, из которой он черпает лично значимое и ценное.

Исследователи Б.Г. Ананьев, Л.И. Божович, А.К. Маркова, Г.И. Щукина и др. условно различают следующие стадии развития интереса к

познавательной деятельности [2; 6; 30; 53]: любопытство, любознательность и собственно познавательный интерес. Рассмотрим их подробнее:

- любопытство обусловлено чисто внешними сторонами и обстоятельствами. На данной стадии индивид довольствуется лишь первоначальной ориентировкой, которая связана с занимательностью самого предмета;

- любознательность – желание личности заглянуть за границы внешне замеченного и принятого. На этом этапе у человека обычно позитивные ощущения, побуждение к принятию нового и др. Здесь основная суть – это наличие нечто неизведанного и раскрытие его содержания

- собственно познавательный интерес - базовая стадия в развитии мотивационной сферы ребенка, которая начинает формироваться практически с рождения (в первые месяцы жизни).

Указанные выше стадии не существуют изолированно друг от друга, а представляют собой достаточно сложные взаимосвязи [31, с. 112-115].

Благодаря интересу происходит стимуляция следующих РУУД и личностных качеств: активность, способность мыслить и действовать творчески; самостоятельность; навыки самооценки и самоконтроля; твердость и упорство в целедостижении.

Таким образом, на наш взгляд развитие РУУД старших школьников необходимо рассматривать в тесной связи с двумя различными факторами:

- с понятием познавательного интереса;
- в качестве другого важного условия развития РУУД необходимо, по нашему мнению, рассматривать интерактивный характер образовательного процесса. Вообще, следует отметить, что роль интерактивности возрастает и в процессе развития современной системы образования, в том числе и дистанционной его формы.

Последний фактор будет более подробно рассмотрен нами в п.1.3.

1.2. Проблема развития регулятивных универсальных учебных действий обучающихся в современной теории и практике обучения математике

В ФГОС СОО указывается, что в процессе обучения учащиеся не просто должны усвоить определенные знания, они должны и приобрести их в процессе собственной деятельности. Учитель в данной парадигме теперь не только передает знания и контролирует их усвоение, теперь он организует пути приобретения знаний и содержание этого процесса таким образом, чтобы ученик научился самостоятельно получать эти знания и анализировать результаты их получения [42]. Главным итогом образования становится получение обучающимися самостоятельных навыков в освоении новых знаний, они должны уметь самостоятельно ставить цели и достигать результатов обучения, уметь контролировать и оценивать процесс всей своей учебной деятельности.

В связи с этим в документе появляются отдельные виды универсальных учебных действий, в частности и РУУД. Универсальные учебные действия помогают освоению определенных предметных знаний, умений, навыков в рамках конкретных дисциплин и развития умения учиться.

В программе формирования УУД выделяют:

- развитие способности к саморазвитию и самосовершенствованию;
- формирование внутренней позиции личности, регулятивных, познавательных, коммуникативных универсальных учебных действий у обучающихся;
- формирование опыта применения универсальных учебных действий в жизненных ситуациях при решении задач общекультурного, личностного и познавательного развития обучающихся, готовности к решению практических задач;
- формирование и развитие компетенций обучающихся в области использования ИКТ на уровне общего пользования, включая владение ИКТ,

поиском, анализом и передачей информации, презентацией выполненных работ, основами информационной безопасности, умением безопасного использования средств ИКТ и сети Интернет, формирования культуры пользования ИКТ [38].

Универсальные учебные действия - это множество способов действий ученика, а также их взаимосвязь с другими навыками. Они должны помогать в самостоятельном получении и усвоении новых знаний и умений. Обучающийся должен сам уметь организовывать учебу и уметь анализировать итоги учебного процесса.

Рассмотрим позиции различных авторов по вопросу универсальных учебных действий. Первым приведем мнение Выготского Л. С.

В своем труде Л. С. Выготский описывает универсальные учебные действия: «система целостного характера, и развитие каждого вида учебного действия определяется его отношением с другими видами универсальных учебных действий и логикой возрастного развития» [10].

В своем исследовании мы особо остановимся на понятии «регулятивные универсальные учебные действия». Их сущность – настроить организованность обучающихся в их учебе, они помогают в самообучении и самореализации, в получении и усвоении новых знаний самостоятельно.

Для этого рассмотрим позиции разных авторов в трактовке понятия РУУД и их составляющих (Приложение 1).

На наш взгляд, наиболее полно структура РУУД описана и систематизирована у Асмолова А.Г. При этом данный автор характеризует РУУД как в широком («умение учиться»), так и в узком смыслах. В последнем случае, РУУД интерпретируются в качестве общности методов действий школьника (равно, как и образовательных навыков, обусловленных их применением), которые обеспечивают освоение новой учебной информации, новых умений и знаний, в том числе организационных аспектов данных процессов в целом [4].

Для данной работы наиболее оптимально выбрать его подход к описанию понятия РУУД.

Пункты составляющие РУУД по Асмолову А.Г. [4]:

1. Целеполагание. В данном пункте автор устанавливает учебную задачу на основе ранее усвоенных учащимися знаний и навыков, при этом учитывается и то, что еще не изучено.

2. Планирование. С помощью этого пункта разрабатывается план, по определенным пунктам, для выполнения промежуточных целей, но с учетом итоговых целей и устанавливается их порядок.

3. Прогнозирование. В данном пункте стараемся предугадать итоговые и промежуточные результаты обучения.

4. Контроль. Устанавливаем образец и сверяем с ним свои промежуточные результаты и конечный результат.

5. Коррекция. Вносим изменения в результаты по итогам сравнения с эталоном.

6. Оценка. Организуем для обучающихся усвоение результатов деятельности, акцентируем их внимание на важности ее проведения.

7. Саморегуляция. Мотивация обучающихся к преодолению трудностей и обучению методам самомотивации.

Значительная часть исследователей уделяет огромное внимание развитию РУУД на уроках математики в начальной школе. В частности, О.А. Карабанова, проанализировав ряд указанных А.Г. Асмоловым пунктов, выделяет отдельные критерии оценки сформированности РУУД:

– постановка задачи (уметь выделять из предложенной учебной задачи основную идею и отношение к ней);

– план выполнения (устанавливаем отдельные пункты и промежуточные результаты учебной деятельности);

– контроль и коррекция (выявление критических и не критических ошибок и исправление их);

– оценка (определение степени выполнения итоговой цели, выявление нерациональных и рациональных подходов к ее решению и отношение к итоговым результатам) [21, с. 9-11].

Данные пункты позволяют ученикам планомерно выполнять поставленные учебные задания, анализировать их итоги и подходы к их решению. С точки зрения Н.В. Подиной, при переходе к старшей школе роль регулятивных универсальных учебных действий еще более возрастает, так как увеличивается объем и сложность учебных задач, а так же количество предметов [37].

В.С. Кирьякова формулирует регулятивные УУД как самостоятельный процесс управления познавательной деятельностью и процессами обучения, в частности, воспитание у себя индивидом навыков организации различного рода собственной деятельности [23, с. 43].

Важность развития регулятивных УУД, понимаемых как навыков определения цели своих действий, отмечает И.Я. Витте [8, с. 40].

При определении понятия «регулятивные действия» И.Н. Власова использует такие категории как: установление цели, планирование, реализация контрольной деятельности, исправление (коррекция), оценивание, саморегуляция как руководство собственным состоянием через самовоздействие личности [9, с. 23]

Общей направленностью при определении РУУД у всех авторов является то, что регулятивные универсальные учебные действия исследователи видят как некий гарант осуществления эффективной самостоятельной учебной деятельности.

При этом и у А.Г. Асмолова, и у В.С. Кирьяковой, и у И.Н. Власовой выстраивается некий алгоритм развития РУУД, т.е. обучающиеся проходят обязательно такие этапы как:

- 1) выделение цели (целеполагание) - настройка учебных задач, исходя из сопоставления уже освоенного школьниками и предстоящего к изучению;

2) планирование – формирование последовательного порядка целей, принимая во внимание конечные результаты; определение плановости работы, алгоритмов изучения; способность составлять задания и упражнения за счет разнородной деятельности. С точки зрения И.Н. Власовой, на данной стадии следует отдельно рассматривать прогнозирование, как процесс предсказания результатов и предвидения уровня овладения информацией, прогноз итоговых результатов в лично каждого обучающегося.

3) контрольная деятельность подразумевает сопоставление используемого метода действий и достигнутого результата с установленным образцом в целях выявления ошибок, разночтений; проверка результата;

4) коррекция – определение и внесение поправок в действующий план и способ деятельности, если полученное отличается от установленного образца, настоящих действий и их результатов; корректировка полученных результатов учителем, самим школьником, его одноклассниками.

5) оценивание – определение и осознание школьниками того, что уже освоено ими, и что нуждается в освоении; осознание того, насколько полноценного и качественно происходит овладение знаниями и умениями; отслеживание результатов; способность установить оценочные критерии и определить четкость и правильность реализации двигательных действий и самого себя, и другого школьника.

Конечный итог выполнения всех этапов позволяет говорить о саморегуляции, т.е. когда школьник осознанно старается решить поставленные вопросы, проявляет волевые усилия, активизирует свои силы и ресурсы для целедостижения, самостоятельно воздействуя на свое психоэмоциональное состояние.

Существует группа авторов, которая исследует вопросы РУУД и в целом УУД в контексте проблематики исследовательской деятельности учащихся на уроках математики. Внимание усилилось по факту утверждения исследовательского метода в педагогической науке, что особенно проявляется в сфере естественнонаучных и гуманитарных исследований (Б.В.

Всесвятский, В.Е. Райков и др.). Указанные векторы в исследовательской деятельности школьников до сих пор сохраняют приоритетные позиции (В.И. Андреев, А.В. Леонтович, И.Д. Чечель и др.). В трудах следующих авторов освещаются вопросы разработки приемов математических исследований при участии школьников: А.Н. Колмогорова, А.И. Маркушевича, Б.В. Гнеденко, В.Г. Болтянского, Л.Д. Кудрявцева, Д. Пойа и др.

Новая концепция школьного математического образования выстраивается на таком принципе, как приоритетность эвристических исследований относительно передачи готового опыта педагогом [39]. Формулирование исследовательских задач в учебниках по математике (в частности, на самоконтроль и поиск ошибок в решении заданий) указывает на дидактическое пространство интеграции в математическое обучение исследований обучающего характера [25, с. 12]. Согласно анализу методических публикаций и пособий по математической дидактике, а также опыта работы педагогов, исследовательские алгебраические и геометрические задания применяются в повседневном опыте школьной деятельности не часто, из чего следует целесообразность методических разработок в данном направлении.

В числе положительных мотивов обучения приоритет принадлежит любознательности. По этой причине рассмотрение проблематики развития РУУД осуществляется в соответствии с педагогической трактовкой вопроса.

Зачастую, исследования мыслительных процессов обращаются к двум основным методологическим подходам: операциональный и личностно-мотивационный подход. При изучении творческого мышления придется принимать во внимание каждый существующий подход по причине влияния данного вида мышления на личностные особенности. Личностный подход основывается на понимании целостности творческого мышления и структуры личности носителя (Н.С. Лейтес [28], С.Л. Рубинштейн [44], Б.М. Теплов [48] и др.). При использовании первого подхода особое внимание уделяется личностной самооценки, опыту, который ей был накоплен.

Целостность творческой личности в контексте индивидуальных особенностей обеспечивается через наличие трех категорий способностей. При участии школьников в учебном исследовании обеспечивается их математическое обучение. Учебные исследования создают условия для развития УУД обучающихся. В подобной ситуации способ приобретения новых знаний важнее непосредственно процесса приобретения.

Отдельная группа авторов активно исследует возможности и условия развития РУУД на уроках математики. Так, с точки зрения Е.С. Орловой, данная учебная дисциплина как таковая уже формирует предпосылки для усвоения школьниками важных математических терминов, правил и приемов решения, а также совершенствования навыка «уметь учиться», иными словами регулятивных УУД в целом. Специалист также отмечает, что математические занятия способствуют развитию учебных действий из всех существующих их категорий, однако в особенности стимулирует РУУД и познавательные УУД. И что «освоение каждого раздела математического курса нельзя назвать самостоятельным, т.к. каждую последующую тему можно понять только при условии знания предшествующих тем, изучение которых формирует основу для усвоения нового материала» [35].

Несколько десятилетий назад ученые В.И. Крупич и О.Б. Епишева определили и назвали приемы познавательной деятельности, с их точки зрения, раскрывающие необходимые условия развития УУД в рамках математического обучения детей в школьных условиях:

- создание приемов обучения – база качественного овладения знаниями школьниками и фундамент развития их учебных навыков и умений;

- необходимо планирование обучения школьников обобщенным приемам, также как реализуется планирование содержания и структуры подачи материала по предмету;

- необходима привязка методов обучения к этапам формирования УУД;

- контроль над процессом развития УУД осуществляется в виде специальных заданий на проверку их усвоения [18, с. 20].

С точки зрения Н.Н. Лысенко практика развития регулятивных УУД должна быть направлена на понимание ребёнком задачи оценивания результатов собственной деятельности; необходима прозрачность такой оценки, т.е., ребенок должен легко увидеть цель – что и каким образом следует совершенствовать.

В целом, анализ теории и практики показывает, что проблема развития РУУД при обучении математики существует и активно развивается в исследованиях авторов различных периодов методической науки. При этом практически всеми авторами констатируется, что регулятивные универсальные учебные действия и их правильная система формирования и развития важны для установки личной жизненной позиции обучающихся для психологической устойчивости и для овладения методами самодисциплины, самомотивации и самокоррекции.

1.3. Приемы и способы развития регулятивных универсальных учебных действий обучающихся старших классов с учетом особенностей их познавательной сферы

Регулятивные универсальные учебные действия помогают обучающимся правильно построить подход к таким понятиям как самодисциплина, самоподготовка, самомотивация и самокоррекция. Обучающиеся должны научиться самостоятельно ставить итоговые и промежуточные цели при обучении и уметь искать способы их решения, уметь объективно оценивать результаты обучения и получения знаний и навыков и находить наиболее рациональные пути.

Обучающийся должен уметь:

– верно ставить итоговые и промежуточные цели учебной деятельности;

- совместно с учителем придумать рациональный план для решения этих задач и уметь приводить его в исполнение;
- уметь использовать дополнительные источники информации;
- под руководством учителя, оценивать свою деятельность используя критерии оценки и анализировать их, выделяя ошибки и достижения;
- учиться находить способы выхода из затруднительных ситуаций и уметь соотносить данный опыт в будущем с новыми задачами.

Для выбора верных приемов и способов развития регулятивных универсальных учебных действий проведем исследование различных источников по виду выбора того или иного регулятивного учебного действия.

В «Программе формирования УУД по математике в основной школе», приведены следующие пункты – «планирование», «контроль», «саморегуляция».

1. Обучающемуся самому рекомендуется придумать тему занятия, используя учебник или другой учебный материал.
2. Необходимо уточнить вопросы: о чем сказано в учебнике? Что можно из этого узнать? Знаю ли я что-то по этому вопросу?
3. Нужно выделить основной материал в тексте учебника и уметь это обосновать.
4. Уметь строить чертежи, доказывать теоремы и приводить вычисления.
5. Уметь ответить на итоговые вопросы по теме.
6. Убедиться, что весь усвоенный материал понятен и связан с предыдущими знаниями по теме учебного предмета.

На этапе получения среднего общего образования развитие регулятивных универсальных учебных действий имеет важное значение. Они помогают правильно выполнять коллективные и самостоятельные работы направление на подготовку самостоятельной жизни, помогают верно расставить приоритеты в выполнении различных задач и помогают

справляться с жизненными проблемами. Для этого нужно ориентироваться на уровень знаний обучающихся, доступность материалов для обучения, возможностей активной мыслительной деятельности обучающихся. Учителю необходимо верно построить диалог с обучающимися, выстраивать план урока согласно их возможностям.

Обобщим приемы и способы формирования РУУД в виде таблицы в Приложении 2.

Вопрос об условиях развития РУУД обучающихся является дискуссионным [47, с. 18-19]. Так, с точки зрения Е.А. Ганина, «под педагогическими условиями следует понимать определенную организацию образовательного процесса в совокупности педагогических средств, методов и форм организации образовательного процесса, конкретных способов педагогического взаимодействия, информационного содержания образования, обеспечивающих возможность целенаправленного педагогического воздействия самообразовательной деятельности обучающихся» [13, с. 4].

Н.С. Токмакова рассматривает «вопросы, определяющие содержание понятия самообразовательной деятельности обучающихся, критерии, показатели и уровни его сформированности, а также педагогические условия, которые способствуют развитию самообразовательной деятельности обучающихся в процессе профессиональной подготовки. К таковым автор относит [49, с. 204]:

- физические условия (наличие материалов);
- социально-эмоциональные условия;
- психологические условия;
- интеллектуальные условия, которые создаются при решении творческих задач».

С точки зрения Е.А. Ганина и А.Г. Тулегеновой существуют 3 категории условий, обеспечивающих развитие регулятивных УУД в условиях образовательной деятельности, а именно:

- 1) информационные определяют содержание и суть процесса обучения;
- 2) технологические - подразумевают инструменты, способы, приемы, ресурсы и средства, позволяющие организовать обучение;
- 3) личностные - подразумевают поведение обучающихся и педагогов, их личностные качества; коммуникацию, учебное взаимодействие.

Данная классификация представляется наиболее полной и приемлемой, поскольку отражает все необходимые группы психолого-педагогических условий: первая группа характеризует образовательную среду, вторая – образовательную деятельность в условиях этой среды, третья – манеру поведения и формат взаимодействия учителя и школьников, свойства личности последних, иными словами - коммуникативные аспекты обучения.

Многие исследователи отмечают важность и достаточно много внимания уделяют вопросам использования методов активного обучения как условия развития РУУД обучающихся. Методы активного обучения побуждают обучающихся к активной мыслительной и практической деятельности в процессе овладения материалом [13].

Грамотное использование методов активного обучения позволяет сделать процесс обучения более результативным с позиции приобретаемых знаний, умений, компетенций.

Одной из важнейших задач развития РУУД, с точки зрения исследователей, является формирование педагогических условий в целях расширения и развития у школьников творческих способностей. Н.С. Токмакова подчеркивает «важность самообразовательной деятельности и самооценки для любой специальности: она позволяет решать сложные задачи, не опираясь на план» [49, с. 204]. М.М. Кашапов называет следующие условия, стимулирующие развитие саморегулирования в деятельности обучающихся: «ситуации незавершенности или открытости, в отличие от жестко заданных и строго контролируемых; разрешение и поощрение множества вопросов; стимулирование ответственности и независимости;

акцент на самостоятельных разработках, наблюдениях, чувствах, а также поисково-исследовательскую деятельность» [22, с. 55].

Исследовательской деятельности в обучении придает серьезное значение большое количество методистов и педагогов по математике. Для определения учебного исследования осуществим анализ дефиниций, которые были предложены различными педагогами, формулируя существенные признаки. Большая часть авторов (Е.С. Кошечева, Г.В. Токмазов, Е.В. Баранова и пр.) определяют исследовательскую деятельность в качестве компонента творческой деятельности, результатом которой становится приобретение новых знаний. Творческая деятельность представляет собой объект исследования, однако, в дидактической литературе творческая деятельность лишена общепринятой дефиниции.

Обратимся к определению, предложенному М.З. Каплан [20]. Соответствующее определение учебного исследования приобретает основные черты, которые позволяют отличить его от исследования в научной сфере. Тем не менее, непосредственно сущность учебного исследования остается неопределенной. Каплан определяет учебное исследование как метод математического обучения, в котором следует выделить пять уровней, базирующихся на уровни развития математического мышления школьников. Соответствующий метод обуславливает рост уровня среди обучающихся. Учебное исследование определяется Капланом посредством двух основных критериев:

1) дидактические цели обучения определяют формулировку исследуемой проблемы;

2) дуализм учебного исследования как метод обучения с позиции дидактической значимости:

а) обучение конкретному содержанию;

б) обучение компонентам исследования как деятельности.

Также автор формулирует структурный состав учебного исследования в соответствии с узким смыслом:

- система знаний;
- система действий (знания, связанные со способами мышления и присутствие определенных компетенций по использования данных знаний);
- расширенная система знаний и действий.

Ранее мы отмечали, что исследовательская деятельность представляет собой компонент творчества обучающихся. Исследователь И.П. Калошина придерживается мнения, что в настоящий момент для творческой деятельности отсутствует единый психологический критерий [19].

Тем не менее, автор предлагает критерии для творческой деятельности для соответствующего исследования [19]. Согласно данным критериям мы можем сформулировать определение для исследовательской деятельности в контексте существенных признаков. Следовательно, исследовательская деятельность:

- ориентирована на выполнение заданий, в которых субъект не имеет предварительных представлений о способах решения;
- имеет связь с субъектом на сознательном и бессознательном уровне получаемых знаний, которые представляют собой основу для алгоритмических компетенций;
- относительно субъекта характеризуется отсутствием определенности при разработке новых знаний, включенных в создание способа решения задачи (неопределенность вызвана отсутствием знаний, которые позволят детерминировать разработку в строгом порядке).

В процессе обучения формирование и развитие РУУД обучающихся осуществляется за счет такого значимого средства, как создание определенных социально-учебных ситуаций, в которых можно применять ранее освоенные в теории методики, инструкции по решению задач и базовые варианты решений; в которых обучающиеся могут заново формулировать уже поставленные задачи в практике, как бы переосмысливая их сущность и это позволяет творчески подходить к разрешению ситуации, поиску наиболее эффективного решения [7].

У обучающихся в процессе поиска и разрешения классических учебных задач могут проявляться трудности психологического характера, некоторые барьеры, препятствующие формированию и прогрессу РУУД. По предложению Е.А. Пеньковских для нивелирования таких трудностей следует применять проектный подход. Так, следует рассматривать проектную деятельность в качестве технологии, имеющей свои характерные признаки, в частности [36]: ориентированность на конкретный результат; формирование идеи, отрисовки, схемы работы, отражающих частности, основные характеристики проекта, его замысел и сущность; формирование изначального плана работы по проекту; составление программы каждого из этапов работы; установление сроков реализации всех этапов проекта и сроков полного его окончания с достижением целей, получением спланированных итогов; практическое осуществление деятельности согласно намеченному плану; наблюдение и контроль результатов, их корректировки на протяжении выполнения действий на каждом из этапов работы; получение окончательных результатов, их сравнение с первоначально установленной теорией, внесение изменений и исправлений, анализ работы, оценка работы в целом.

На основе анализа научных источников нами определены педагогические условия развития РУУД обучающихся старшего школьного звена:

- обучающиеся должны выполнять информационные проекты, предполагающие сбор, анализ и представление информации по какой-либо тематике;

- в перечень критериев оценки проектов должны быть включены умения осуществлять самообразовательную деятельность и самоконтроль.

Выводы по главе 1

В данной главе была проанализирована научная литература по проблеме развития регулятивных универсальных учебных действий; были обобщены подходы к структуре регулятивных универсальных учебных действий.

Регулятивные универсальные учебные действия – это УУД, которые обеспечивают способность учащимся организовывать свою учебно-познавательную деятельность, проходя по её этапам: от осознания цели через планирование действий к реализации намеченного, самоконтролю и самооценке достигнутого результата, а если надо, то и к проведению коррекции, преодолению препятствий.

Наиболее полным и объективным признан подход автора А.Г. Асмолова, выделяющего в составе РУУД: целеполагание, планирование, прогнозирование, контроль, оценка, коррекция, саморегуляция. Для верного построения методики развития РУУД обучающихся старших классов учтены их особенности познавательной сферы, обобщены подходы к конструированию уроков и возможности для построения диалога с учениками с учетом классификации, выбранной в первой главе данного исследования.

Развитие РУУД старших школьников необходимо рассматривать с тесно связи с двумя различными факторами:

- в тесной связи с понятием познавательного интереса;
- интерактивный характер образовательного процесса.

Нами выделены критерии оценки сформированности РУУД:

- постановка задачи (уметь выделять из предложенной учебной задачи основную идею и отношение к ней);
- план выполнения (устанавливаем отдельные пункты и промежуточные результаты учебной деятельности);

- контроль и коррекция (выявление критических и не критических ошибок и исправление их);

- оценка (определение степени выполнения итоговой цели, выявление нерациональных и рациональных подходов к ее решению и отношение к итоговым результатам).

Данные пункты позволяют ученикам планомерно выполнять поставленные учебные задания, анализировать их итоги и подходы к их решению. При переходе к старшей школе роль регулятивных универсальных учебных действий еще возрастает, так как увеличивается объем и сложность учебных задач, а так же количество предметов.

Регулятивные универсальные учебные действия и их правильная система выполнения важны для установки личной жизненной позиции обучающихся для психологической устойчивости и для овладения методами самодисциплины, самомотивации и самокоррекции.

На основе анализа научных источников нами определены педагогические условия развития РУУД обучающихся старшего школьного звена:

- обучающиеся должны выполнять информационные проекты, предполагающие сбор, анализ и представление информации по какой-либо тематике;

- в перечень критериев оценки проектов должны быть включены умения осуществлять самообразовательную деятельность и самоконтроль.

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВИТИЯ РЕГУЛЯТИВНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ 11 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ

2.1. Методические особенности изучения темы «Многогранники» в 11 классе

Курс геометрии в отечественной школе подразумевает обязательное изучение одной из фундаментальных тем предмета - темы «Многогранники». Она определяет базу стереометрического курса геометрии старших классов общеобразовательной школы. Стереометрия подразумевает освоение старшеклассниками аксиом стереометрии и их следствий, свойства фигур, расположение прямых и плоскостей в пространстве (перпендикулярность и параллельность), изучение свойств геометрических тел, определение размеров их поверхностей, выработка навыков решения задач по стереометрии разных уровней сложности.

На данный момент значение темы «Многогранники» в школьном курсе только увеличивается, потому что задачи такого типа все чаще встречаются в содержании ЕГЭ (базовый уровень: № 11 и 13 задания; профильный уровень: задания № 2, 13). Разбор задач практического содержания с учениками помогает в:

- повторении общих сведений о многогранниках;
- изучении пяти видов правильных многогранников, истории их открытия, связи с окружающей действительностью;
- закрепление знаний в процессе решения задач, выполнения индивидуальных и групповых заданий;
- усилении интереса, мотивации к обучению математике;
- увеличении результативности обучения геометрии.

В соответствии с требованиями ФГОС, разные авторские коллективы предлагают ряд учебников геометрии 10-11 классов, в которые включена тема «Многогранники». Рассмотрим некоторые из них.

Атанасян Л.С., Киселева Л.С., Позняк Э.Г. Геометрия. 10-11 классы. Учебник. Базовый и углубленный уровни. ФГОС (2022 г.) [15].

Данное учебное пособие отвечает требованиям ФГОС СОО, рекомендуется педагогам к практическому использованию Минпросвещения России. Позволяет выстраивать педагогам разносторонний и содержательный образовательный процесс за счет четко структурированным группам задач, рационально подобранных к темам, наличие дополнительных заданий к разделам и главам и заданий усложненного уровня.

К числу дополнительных задач к главе и задач повышенной сложности относятся задания поисково-исследовательского характера.

Теоретический материал подается четко, дозировано и доступно. В рациональной последовательности идут системы разных задач и упражнений, от простых до имеющих повышенную сложность; рассматриваются примеры решений самых основных заданий (также разных уровней сложности выполнения) учитывая, что эти решения понадобятся школьникам как базовые варианты, в частности в процессе доказывания теорем и следствий из них. В конце глав представлены дополнительные задачи для отработки и лучшего усвоения изученного материала. Нужно отметить значимость решения поисково-исследовательских заданий для школьников, за счет чего идет развитие пространственного воображения и логики, получение представления о основных понятиях и фигурах на практике.

Изучение темы «Объемы тел» подразумевает подробное изучение разделов об объемах различных геометрических тел (прямоугольного параллелепипеда, шара, цилиндра, пирамиды и др.).

На первых занятиях по стереометрии идет освоение теории с акцентом на изучении ключевых свойств геометрических тел. Материал представлен от самых фундаментальных начал стереометрии, доступный и четкий для понимания, а значит обеспечивающий высокий образовательный результат. В преддверие знакомства школьников с темой «Многогранники», им необходимо изучить их элементарные виды, рассмотренные автором

учебника в главе «Тетраэдр и параллелепипед». Далее тема идет на расширение, представляя помимо указанных тел, свойства призмы и куба, пирамиды и усеченной пирамиды (свойства выпуклых и невыпуклых тел), характеристики правильного многогранника. Автором раскрывается тема пространственной симметрии. Дается большое количество задач разного уровня сложности, приводятся образцы решений.

Шарыгин И.Ф. Геометрия. 10-11 класс. Учебник. Базовый уровень. Вертикаль (2022 г.) [14].

В данном учебном пособии представлено авторское видение на представление стереометрического курса для старшеклассников российских школ и включен в состав учебно-методического комплекса по математической дисциплине.

Автор сделал основной акцент на изучении способов решения задач разного уровня сложности с многогранниками. При этом учебный материал представлен с четким разграничением. Помимо основного материала есть материалы для более глубокого освоения тем и практической подготовки – они отмечены звездочкой (*). Трудные задания имеют обозначение «т»; полезные задания – «п», а наиболее важные – «в». Концепция обучения в данном пособии имеет наглядно-эмпирический характер. Автор намеренно отказался от аксиоматического представления материала. И.Ф. Шарыгин делает акцент на использовании наглядных способов в процессе представления теоретического материала и решения заданий. Автор отошел от традиционного изложения, и демонстрирует новую и интересную подачу значимых и ценных теоретических аспектов.

Смирнова И.М. Геометрия. 10-11 класс. Базовый и профильный уровни [45]. Указанный учебник схож по содержанию с первым рассмотренным нами пособием Киселевой Л.С. и Атанасяна Л.С., так как в более раннем режиме представляет обучающимся свойства пространственных фигур. Подробно рассматриваются характеристики и модели многогранников, в том числе их более сложные виды: звездчатые, полуправильные и правильные.

Приведено большое количество нестандартных заданий и задач исследовательского типа. Отдельно рассматриваются характеристики выпуклых многогранников, соответствующие геометрические категории, теорема Эйлера. В дополнение даются интересные исторические факты, научно-популярные сведения.

Александров А.Д. Геометрия. 10-11 классы. Базовый и углубленный уровни [1].

Учебник адресован для профильных образовательных учреждений, и тех, в которых углублённо изучается математический предмет. Дается очень много разнообразного материала, заданий с разными уровнями сложностями с уклоном на более трудные, олимпиадные. С одной стороны пособие направлено на разностороннее развитие обучающегося, с другой учебные материалы более сложны для усвоения.

В преддверие изучения многогранников школьники изучают круглые тела. Первоначально представлено определение и основные черты многогранника, и далее уже свойства многоугольника. Также рассматриваются разные фигуры, в основании которых находится многоугольник (призма, пирамида). Последовательно разработчики пособия переходят к рассмотрению понятия «выпуклые многогранники».

Нужно отметить значительные отличия темы «Правильные многогранники» от ее представления в иных учебниках. Пособие А.Д. Александрова более содержательно и разнопланово в части изучения темы многогранников в курсе геометрии, есть нестандартные и сложные задания.

В этом учебнике можно указать следующие основные принципы изучения рассматриваемой темы многогранников: они изучаются после освоения темы круглых тел; автором устанавливаются связи изучения многогранников с тематикой многоугольников.

За счет чего освоение данной темы может выстраиваться по алгоритму: первоначальное изучение понятия многоугольника, и затем анализ сопутствующих аспектов в пространстве. В другом варианте можно

одновременно построить знакомство с многогранником и ввести определение и свойства многоугольника, на основании параграфа 21.

Данный учебник отличается от представленных ранее тем, что в нем рассматриваются 2 определения призмы, которые отдельно приводятся в учебном пособии Атанасяна Л.С. [15] и в учебнике Смирновой И.М. [45], где она рассматривается в качестве цилиндра с основанием из многоугольника. В пособии А.Д. Александрова приводится доказательство равнозначности данных определений призмы.

В таком же контексте представлено понятие пирамиды, конусообразной фигуры, в основании которой расположен многоугольник.

Изучение выпуклых многогранников строится на том, что автор доказывает равносильность двух интерпретаций данных фигур (параграф 24).

Еще одно отличие от других учебников – рассмотрение темы «Правильные многогранники». В первую очередь автор вводит 5 типов названных фигур, приводятся доказательства их существования и того, что других типов правильных выпуклых многогранников не бывает.

Можно подытожить, что учебник А.Д. Александрова имеет большое количество теоретического материала по многогранникам. Его можно применять не только в школах с углубленным изучением математики, но и в обычных школах в целях дополнительного изучения необходимых тем.

В таблице 1 приведено поурочное планирование материала.

Таблица 1

Поурочное планирование материала в учебнике А.Д. Александрова

№ урока	Содержание учебного материала
1-2	Обобщение понятие многоугольника. Многогранник.
3-5	Призма, параллелепипед. Упражнения.
6-10	Пирамида. Виды пирамид. Упражнения.
11-13	Выпуклые многогранники.
14-16	Теорема Эйлера. Развертка выпуклого многогранника.
17-19	Правильные многогранники.

Обобщая выше сказанное, можно сказать, что в основном во всех учебных пособиях изучаются почти одинаковые основные понятия: определение многогранника, выпуклые многогранники, призма, пирамида, правильные многогранники. Отличие состоит лишь в профиле подготовки: в гуманитарных классах данная тема рассматривается более бегло, в основном без доказательств; в классах с математическим уклоном данная тема вводится достаточно основательно. На данный момент, в основном, все общеобразовательные школы используют учебное пособие Л.С. Атанасяна

Изучение базового курса ориентировано на использование программы (УМК): Атанасян Л.С. Геометрия 10-11. Учебник для общеобразовательных учреждений. М.: Просвещение, 2014.

До того как изучить тему «Многогранники» по данной программе обучающиеся встречают их простейшие виды в главе 1 §4 «Тетраэдр и параллелепипед». На рассмотрение данной темы выделяется 5 часов. Определение параллелепипеда и тетраэдра также содержится в главе 1, чтобы построение сечений и изучение свойств содействовали расширению понимания вопросов взаимного расположения прямых и плоскостей. Следовательно, нужно, чтобы решение задач указывалось ссылками на аксиомы, теоремы и определения.

Во время введения определения тетраэдра и параллелепипеда нужно акцентировать внимание на том, что многоугольник в пространстве представляет собой плоскую поверхность, а тетраэдр и параллелепипед – поверхности, составленные из плоских поверхностей, т.е. многоугольников.

Для представления у школьников о различных способах изображения на чертеже тетраэдра и параллелепипеда можно с помощью проектора на экране показать различные проекции их каркасных моделей. Также можно рассмотреть простейшие свойства параллельной проекции.

При завершении изучения параграфа ученики должны знать и уметь объяснять, что такое тетраэдр и параллелепипед, показывать на чертеже элементы многогранников, знать свойства диагоналей и граней

параллелепипеда, а также правильно чертить и строить сечение тетраэдра и параллелепипеда.

Далее по программе Л.С. Атанасяна на изучение темы «Многогранники» отводится 11 часов в 10 классе. Теме «Многогранники» посвящена Глава III, которая изучается после главы «Перпендикулярность прямых и плоскостей» и перед повторением курса 10 класса. В Приложении 3 приведен перечень основных тем раздела с описанием планируемых знаний и умений обучающихся, а также количеством часов на изучение.

Основная цель – познакомить обучающихся с основными видами многогранников (призма, пирамида, усеченная пирамида), с формулой Эйлера для выпуклых многогранников, с правильными многогранниками и элементами их симметрии. С двумя видами многогранников – тетраэдром и параллелепипедом – обучающиеся уже знакомы. Теперь эти представления расширяются. Многогранник определяется как поверхность, составленная из многоугольников и ограничивающая некоторое геометрическое тело (его тоже называют многогранником). В связи с этим уточняется само понятие геометрического тела, для чего вводится еще ряд новых понятий (граничная точка фигуры, внутренняя точка и т. д.). Планируемые результаты обучения по исследуемой теме представлены в Приложении 4.

Далее по данной программе с элементами темы «Многогранники» обучающиеся встречаются в 11 классе при изучении тем Главы V «Объемы тел», которая изучается после Главы 4 «Цилиндр, конус и шар» и перед главой 6 «Векторы в пространстве». Перечень основных тем раздела с описанием планируемых знаний и умений обучающихся, а также количеством часов на изучение, приведен также в Приложении 3.

Важным методическим аспектом является развитие регулятивных универсальных учебных действий обучающихся 11 класса при изучении темы «Многогранники» посредством поисково-исследовательских навыков. Некоторые теоретические аспекты поисково-исследовательской деятельности в старшей школе были раскрыты в п.1.3. Здесь же отметим, что

развитие РУУД с помощью поисково-исследовательских навыков получает реализацию с помощью рационально подобранного задачного материала и разумного сочетания логики и интуиции школьников.

В методическом контексте важно понимать трудности, с которыми могут встретиться обучающиеся при изучении темы, причины, способы предотвращения и пути преодоления. Трудности обучающихся при изучении темы «Многогранники» систематизированы нами в таблице 2.

Таблица 2

Трудности, с которыми могут встретиться обучающиеся при изучении темы «Многогранники»

Трудности и проблемы	Причины	Способы предотвращения	Пути преодоления
Затруднения при запоминании названий правильных многогранников.	Сложность названий. Малоиспользуемость некоторых из них	Использовать наглядные материалы, объяснить происхождение названий	Проводить тематические диктанты
Вычислительные ошибки при расчете формулы Эйлера	Отсутствие самоконтроля и способов проверки решения	Сформировать навыки самоконтроля: умение обнаруживать ошибку и умение ее исправить	Обучить проверки путем выполнения обратного действия или преобразования
Неправильное понимание условий задачи	Отсутствие этапа анализа после прочтения задачи, сразу переход к краткой записи или решению, отсутствие теоретической базы	Обязательный анализ задачи с ответами на поставленные вопросы: какого типа задача? Какие даны условия? Что нужно найти и т.д.?	Составить памятки, которые позволят учащимся научиться самостоятельно проводить анализ задачи и иметь теоретический материал под рукой
Неумение правильно изобразить правильные многогранники на плоскости	Мало времени уделяется черчению в курсе средней школы.	Систематизировать и обобщить знания по построению проекций фигур на плоскости	Использовать задачи на построение

Как видно, к числу базовых проблем и затруднений при изучении темы «Многогранники» относят:

- сложности при запоминании названий правильных многогранников;
- вычислительные ошибки при расчете формулы Эйлера;
- неправильное понимание условий задачи;
- неумение правильно изобразить правильные многогранники на плоскости.

Преодоление указанных трудностей достигается за счет:

- проведения тематических диктантов (по темам «Многогранники», «Геометрические тела»);
- обучения проверкам в процессе расчета формулы Эйлера путем выполнения обратного действия или преобразования;
- составления памятки, которая позволит обучающимся научиться самостоятельно проводить анализ задачи и иметь теоретический материал под рукой;
- использование задач на построение, а также программ с возможностями математического моделирования, что позволяет наглядно представить сам многогранник.

Также определенными возможностями по преодолению и профилактике указанных трудностей обладают поисково-исследовательская и игровая деятельность.

В работе над стереометрией преследуются следующие задачи: изучение геометрических фактов, воспитание логических навыков, развитие пространственного воображения, умение применять теоретические сведения к решению различных геометрических задач, какие ставит практическая жизнь и другие науки, педагог встречается при этом с рядом особенностей этого курса.

К таковым особенностям относятся:

- 1) развитие РУУД с помощью поисково-исследовательской деятельности в курсе стереометрии в предположении, что курс планиметрии

полностью усвоен. Изучая стереометрию, приходится все время возвращаться к планиметрии, требуя от учащихся повторения того, что нужно для понимания каждого нового вопроса или задачи.

При решении стереометрических задач чаще всего вопрос сводится к решению некоторой планиметрической задачи, и учащиеся испытывают затруднения по двум причинам: как из-за неумения выполнить такое сведение, так и из-за трудностей, встающих на пути решения этой задачи планиметрии.

2) Возрастание роли чертежа при развитии РУУД посредством поисково-исследовательской деятельности в курсе стереометрии. Роль чертежа становится более значительной, поскольку необходимо широко использовать предметы окружающего мира, указывая в них изучаемые пространственные формы.

3) Занимаясь планиметрией, учащиеся делают свои заключения в большинстве случаев первоначально только на основании интуиции.

4) Программа курса стереометрии предполагает более быстрый темп работы по усвоению нового материала, чем программа планиметрии.

Очевидно, что при изучении стереометрии приходится предъявлять значительные требования к развитию РУУД, и, в частности, к самостоятельной работе учащихся, однако следует помнить об ограниченности времени учащихся и детально продумывать все задания, не допуская непроизводительной траты времени.

Наиболее перспективным видом деятельности обучающихся при изучении темы «Многогранники» является игровая деятельность. Игровая форма занятий создается на уроках при помощи игровых приемов и ситуаций, которые выступают как средство побуждения, стимулирования учащихся к учебной деятельности.

Пример: Тема: «Многогранники».

1. Класс делится на три команды. Каждая команда выбирает одну из трех категорий на выбор. Каждая категория состоит из 8 вопросов разной степени сложности – от 1 до 8.

2. Самый простой вопрос «стоит» 1 балл. Самый сложный вопрос 8 баллов.

3. Победитель викторины определяется по сумме набранных баллов.

4. Пример вопроса: на каком рисунке изображена правильная призма?

Таким образом, исходя из рассмотренных сведений, следует констатировать, что в целом во всех учебниках авторы представляют к изучению одни и те же ключевые категории и понятия, начиная с самого многогранника, его определения, основных характеристик, его видов, а также правильные, выпуклые тела, понятие призмы и пирамиды. На данный момент, в основном, все общеобразовательные школы используют учебное пособие Л.С. Атанасяна, в связи с чем, нами уделено особое внимание данному УМК. Выявлено, что к числу базовых проблем и затруднений при изучении темы «Многогранники» относят: сложности при запоминании названий правильных многогранников; вычислительные ошибки при расчете формулы Эйлера; неправильное понимание условий задачи; неумение правильно изобразить правильные многогранники на плоскости. Преодоление указанных трудностей достигается за счет: проведения тематических диктантов (по темам «Многогранники», «Геометрические тела»); обучения проверкам в процессе расчета формулы Эйлера путем выполнения обратного действия или преобразования; составления памятки, которая позволит обучающимся научиться самостоятельно проводить анализ задачи и иметь теоретический материал под рукой; использование задач на построение, а также программ с возможностями математического моделирования, что позволяет наглядно представить сам многогранник. Также определенными возможностями по преодолению и профилактике указанных трудностей обладают поисково-исследовательская и игровая деятельность.

2.2. Комплект заданий для обучающихся 11-х классов, направленных на развитие регулятивных универсальных учебных действий при изучении темы «Многогранники»

Комплект заданий для обучающихся 11-х классов, направленных на развитие регулятивных универсальных учебных действий при изучении темы «Многогранники», должен включать в себя два направления:

- работа по формированию поисково-исследовательской деятельности, что подразумевает высокую долю заданий на самостоятельную деятельность, на самоконтроль;

- работа по подготовке к ЕГЭ.

В связи с этими тезисами, в первом случае нами предложено использование метода «пример-контрпример» в процессе поиска ошибок при решении задач и доказательствах.

Во втором – перечень задач для подготовки к ЕГЭ.

Для решения задачи по геометрии не существует единственного алгоритма решения, каждая геометрическая задача предполагает свой путь решения. Раздел «Стереометрия» ученик начинает изучать в 10 классе, и решение таких задач представляет большую проблему, которая связана с отсутствием пространственного воображения, «неумением переложить пространственную картинку на плоскость», непонимание текста задачи, проблемы краткой записи и построение чертежа.

На этапе предварительного исследования автором проводились наблюдение и анализ приобретенных качеств ученика при решении задач. Для лучшего понимания текста задачи применялся метод краткой записи задачи и изображение рисунка. Краткая запись задачи показывает все данные по условию задачи. На этом этапе ученик полностью видит картинку решаемой задачи. По данным записи, определяет порядок решения задачи, применяемые свойства и определения, дополнительные линии. Здесь ученик начинает мыслить, применяет теоретический материал, осмысленно

подходит к решению задачи, то есть исследует процесс решения задачи. Между тем, можно сказать условно, что использование поисково-исследовательской деятельности при формировании РУУД - это такие вместе взятые действия, как поиск, который направлен на открытие неизвестных ранее фактов, способов деятельности и теоретических знаний.

Курс стереометрии подразумевает формирование навыков поисково-исследовательской деятельности в течение всего периода изучения. Тем самым, формирование указанных навыков должно сопровождаться на протяжении 10-11 классов. В связи с этим нами предложено создание банка поисково-исследовательских задач по курсу стереометрии (геометрии в старшей школе).

Нами сформирована система задач по стереометрии как инструмент развития РУУД.

Первые три блока посвящены использованию такого дидактического приема для развития РУУД как «пример-контрпример».

В стереометрии возможно неограниченно использовать контрпримеры. Актуальность их применения обусловлена тем, что с их помощью школьники эффективнее усваивают новую информацию, лучше определяют связи между понятиями.

Система примеров и контрпримеров в стереометрических задачах как средство обучения и самоконтроля над ошибками подразумевает как задания из планиметрии, так и задания стереометрического характера, поскольку без знания базовых основ планиметрии, обучающиеся не могут развивать РУУД на материалах стереометрических задач.

Четвертый блок посвящен разноуровневым заданиям, касающимся темы «Многогранники».

Пятый блок посвящен построению моделей многогранников, в том числе, и правильных. Это позволяет обучающимся лучше понять математическую природу многогранников.

Шестой блок – задачи из ЕГЭ.

Приведем по 1-3 примера заданий из каждого блока.

Сами задания блоков 1-4 приведены в Приложении 5.

Задания Блока 5 «Самостоятельное построение моделей многогранников («развертки»))» по причине большого объема не приводятся в работе. Рекомендации по построению моделей Блока 5 приведены в Приложении 6.

Блок 1. Подготовительный блок «Контрпримеры в планиметрии»

Задания Блока направлены на развитие таких РУУД как контроль и коррекция (в соответствии с теорией А.Г. Асмолова [4]).

Встраивание заданий данного Блока в образовательный процесс осуществляется на этапе повторения и актуализации знаний перед изучением темы «Многогранники».

1.1 Геометрические определения. Более успешное освоение нового определения возможно за счет решения заданий с его использованием. Первым шагом следует изучить саму формулировку и разобрать ее. В первую очередь, нужно продемонстрировать ученикам отличия, обусловленные применением каких-либо понятий и терминов в новой формулировке. Ученики должны раз и навсегда усвоить, что в формулировке есть определяемое понятие, которое отвечает рассматриваемому объекту, и определяющее – за счет которого поясняется сущность и содержание рассматриваемого объекта. Если ребята не осознают данной разницы, и не умеют правильно определять эти понятия, они будут в дальнейшем путать их и стилистически неверно устанавливать. Чаще всего школьники допускают ошибки в интерпретации определения из-за того, что не соблюдают существующие логические правила. В частности, когда объем определяющего понятия меньше, чем объем определяемого, в итоге констатируется ошибка очень узконаправленного определения.

Задания блока приведены в Приложении 5. Здесь представим некоторые примеры.

Пример 1.1. Школьникам дается задание: проверить, насколько верно данное определение в формулировке: «Хорда определяется как линия, которая соединяет 2 любые точки круга (окружности)». Если ученикам сложно аргументировать, можно представить следующий контрпример, изображенный на рисунке 1 (а). По факту его разбора школьники подытоживают, что применение в определении слова «линия» неправильно, и нужно поменять его на «отрезок», тогда все сойдется верно.



Рисунок 1 - Контрпримеры к неверным определениям «хорды» и «вписанного многоугольника»

Пример 1.2. Другой контрпример, представленный на рисунке 1 (б), показывает случай, когда ученик допускает ошибку при формулировке определения о вписанном многоугольнике, упуская «все». Ученик отмечает, что вписанным в окружность многоугольником следует считать таковой при условии, что его вершины расположены на какой-либо окружности». Здесь правильно подразумеваются «все его вершины». Поэтому очень важно показать контрпример, дабы учащиеся не думали, что упущенное слово не имеет значения, а педагог придирается. После его разбора ребята поймут, какую значимость имеет слово «все». Так, они увидят наглядно, что по определению, приведенному без этого слова, не каждый многоугольник может быть вписан в окружность. Следует периодически предлагать ребятам самостоятельно подобрать контрпримеры к осваиваемым понятиям и их определениям, чтобы осознавать важное значение всех слов в формулировке.

Из практики следует, что основу изучаемого на занятии определения школьники усваивают тут же, следовательно, и профилактическую работу по

ошибкам необходимо реализовать вместе с освоением понятия, применяя разные наглядные контрпримеры.

1.2 Контрпримеры геометрических фигур – четырехугольников.

Пример 1.3. «Паркетчик, вырезая квадраты из дерева, проверял их так: он сравнивал длины сторон, и если все четыре стороны были равны, то считал квадрат вырезанным правильно. Надежна ли такая проверка?

Контрпример. Ромб тоже имеет равные стороны, поэтому такая проверка недостаточна» [16].

Пример 1.4 «Другой паркетчик проверял свою работу иначе: он мерил не стороны, а диагонали. Если обе диагонали оказывались равными, паркетчик считал квадрат вырезанным правильно. Вы тоже так думаете?

Контрпример. Эта проверка ненадежна. В квадрате, конечно, диагонали равны, но не всякий четырехугольник с равными диагоналями есть квадрат. Равные диагонали могут быть у прямоугольника и у равнобокой трапеции» [16].

Блок 2. Контрпримеры, доказывающие или опровергающие суждения в стереометрии.

Задания Блока направлены на развитие таких РУУД как целеполагание, контроль и саморегуляция (в соответствии с теорией А.Г. Асмолова [4]).

Встраивание заданий данного Блока в образовательный процесс осуществляется на этапе закрепления знаний и решения задач в процессе изучения тем «Призма», «Пирамида».

Сами задания блока приведены в Приложении 5. Здесь также приведем пример задания.

Пример 2.1 «Не существует четырехугольной пирамиды, у которой две противоположные грани, перпендикулярные основанию» [16, с.15].

Контрпример (рисунок 10):

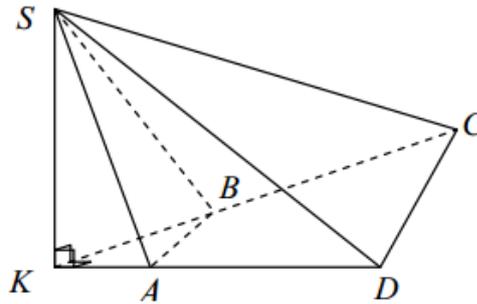


Рисунок 2 - Контрпример к высказыванию 2.1

В пирамиде (рисунок 2) $SABCD$ грани SBC и SAD перпендикулярны основанию $ABCD$ (Искомая пирамида получена из треугольной пирамиды $SKCD$ у которой грани SCK и SDK перпендикулярны основанию KCD).

Блок 3. Высказывания, утверждения, умозаключения с неопределенным значением истинности

Следующим важным этапом обучения учащихся работе с примерами и контрпримерами должен стать этап, на котором им предлагаются высказывания, утверждения, умозаключения, относительно которых неизвестно, ложны они или истинны, и требуется установить их значения истинности и привести примеры и контрпримеры, подтверждающие эти значения.

Задания Блока направлены на развитие таких РУУД как прогнозирование, оценка, саморегуляция (в соответствии с теорией А.Г. Асмолова [4]).

Интеграция заданий данного Блока в образовательный процесс осуществляется на этапе закрепления знаний и решения задач в процессе изучения тем «Призма», «Пирамида».

Задания блока приведены в Приложении 5. Здесь приведем соответствующий пример.

Пример 3.1 При изучении понятия призмы полезно предложить учащимся ответить на вопрос: «Верно ли такое определение призмы: призмой называется многогранник, у которого две грани - равные многоугольники с соответственно параллельными сторонами, а все

остальные грани параллелограммы?» [16, с.18].

«Ответ на поставленный вопрос отрицателен и подтверждением тому служит рисунок 3, на котором изображен многогранник, не являющийся призмой, но у которого: $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ - «основания», а все остальные грани параллелограммы» [16, с.19].

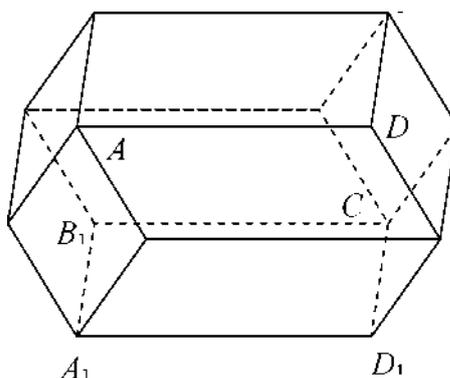


Рисунок 3 - Контрпример к высказыванию 3.1

Заметим, что такое ошибочное определение призмы было дано ранее в учебнике А.П. Киселева [24].

Задания блока приведены в Приложении 5.

Блок 4. Разноуровневые задачи по теме «Многогранники»

Задания Блока направлены на развитие таких РУУД как целеполагание, планирование, контроль, саморегуляция (в соответствии с теорией А.Г. Асмолова [4]).

Интеграция заданий данного Блока в образовательный процесс осуществляется на этапе закрепления знаний и решения задач в процессе изучения тем «Призма», «Пирамида».

В рамках настоящего исследования под разноуровневыми задачами по стереометрии необходимо понимать задачи, которые выстроены с учетом специфики типологических групп обучающихся, т. е. групп, объединенных одинаковым уровнем умений, знаний, способов деятельности по дисциплине (курсу, разделу, теме), а также уровнем их усвоения.

Основываясь на изучении педагогических и психологических источников, разграничим обучающихся в зависимости от их умений и знаний по стереометрии на следующие группы:

А - элементарный уровень знаний (задачи I уровня);

В - базовый уровень знаний (задачи II уровня);

С - углубленный уровень знаний (задачи III уровня).

Базовый уровень знаний – такие умения и знания по стереометрии, которыми учащийся должен обладать в соответствии с ФГОС.

Усиление математической подготовки осуществляется посредством решения нестандартных задач, которые развивают логику и умение мыслить.

Задачи I уровня – воспроизведение дефиниций понятий, свойств понятий, решение задач осуществляется в один или два шага, преимущественно данные задания на применение понятия в стандартной ситуации.

Задачи II уровня – усложнены, направлены на достижение уровня обязательной подготовки и способствуют повышению у школьников уровня сформированности понятий, а также формируют умение применять рефлексию в учебном функционировании.

Задачи III уровня – во многом являются тождественными задачам группы В, однако некоторые из них требуют элементов творческой деятельности, преимущественно это задачи на применение понятий в нестандартных ситуациях.

Задания блока приведены в Приложении 5.

Блок 5. Самостоятельное построение моделей многогранников («развертки»). Задания Блока направлены на развитие таких РУУД как коррекция, оценка, саморегуляция (в соответствие с теорией А.Г. Асмолова [4]). Задания данного Блока включаются в образовательный процесс на этапе изучения нового материала, а также на этапе закрепления знаний и решения задач в процессе изучения тем «Призма», «Пирамида», «Объем призмы», «Объем пирамиды».

В начале блока формулируется определение «развертки» с математической точки зрения. Пусть имеется несколько многоугольников, у которых каждая сторона отождествлена с одной и только одной стороной того же или другого многоугольника этой совокупности. Это отождествление (или склеивание) сторон должно удовлетворять еще двум условиям:

- 1) отождествляемые стороны имеют одинаковую длину;
- 2) от каждого многоугольника к любому другому можно перейти, проходя по многоугольникам, имеющим отождествленные стороны.

Совокупность многоугольников, удовлетворяющая условиям 1) и 2), называется разверткой. В Приложении 6 представлены развертки некоторых многогранников, которые можно изготавливать на занятиях при изучении темы «Многогранники», а также рекомендации по изготовлению разверток.

Блок 6. Задачи с использованием многогранников при подготовке к ЕГЭ. Задания Блока направлены на развитие таких РУУД как прогнозирование, контроль, саморегуляция (в соответствии с теорией А.Г. Асмолова [4]). Интеграция заданий данного Блока в образовательный процесс осуществляется на этапе закрепления знаний и решения задач в процессе подготовки к ЕГЭ на уроках, параллельно с подготовкой к ЕГЭ.

В Приложении 7 приведен комплекс задач на основе ЕГЭ по теме многогранники (18 типовых задач по стереометрии).

Разбор указанного блока заданий практического содержания с учениками по теме «Многогранники» помогает в:

- повторении общих сведений о многогранниках;
- изучении пяти видов правильных многогранников, истории их открытия, связи с окружающей действительностью;
- закрепление знаний в процессе решения задач, выполнения индивидуальных и групповых заданий;
- усилении интереса, мотивации к обучению математике;
- увеличении результативности обучения геометрии.

Если учитывать конкретный тип урока, то на примере урока

формирования умений и навыков в 11-м классе рассмотрим примеры поисково-исследовательских задач, которые можно использовать на разных этапах урока.

Пример 1.

Этап урока - четвертый: первичное закрепление.

Задача 1. Прямоугольный параллелепипед задан тремя своими измерениями a , b , c . Можно ли подобрать такие числовые значения a , b , c , чтобы объем прямоугольного параллелепипеда был бы численно больше $1/3$ суммы объемов трех кубов с ребрами a , b , c ?

Решение

Объем прямоугольного параллелепипеда можно записать в таком виде:

$$V = abc = \sqrt[3]{a^3 b^3 c^3}$$

По теореме о среднем арифметическом и среднем геометрическом для трех положительных чисел a^3 , b^3 , c^3 имеем:

$$\frac{a^3 + b^3 + c^3}{3} > \sqrt[3]{a^3 b^3 c^3} = V$$

Итак, имеем, что $\frac{a^3 + b^3 + c^3}{3} > \sqrt[3]{a^3 b^3 c^3} = V$, что позволяет ответить на вопрос задачи отрицательно.

Пример 2.

Этап урока – пятый: Творческое применение и добывание знаний в новой ситуации (проблемные задания).

Рассмотрим одну из поисковых задач с применением теоремы о среднем можно применить и к решению задач геометрии:

Задача 2.

Задана площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда. Найти максимум его объема.

Решение

Пусть a , b , c - три измерения прямоугольного параллелепипеда, S - площадь полной поверхности, V - объем. Очевидно такое равенство $S = 2(ab + ac + bc)$. Объем будет выражаться формулой $V = abc$.

Сумма трех чисел ab , ac , bc равна $S/2$, а их произведение равно V^2 . По теореме о среднем мы можем записать:

$$V^2 = (abc)^2 < \left(\frac{ab + bc + ac}{3}\right)^3 = \left(\frac{S}{6}\right)^3$$

Имеем $V < \sqrt{\left(\frac{S}{6}\right)^3}$. Если $ab = bc = ac$, что то же самое, $a = b = c$, мы получим $V = \sqrt{\left(\frac{S}{6}\right)^2}$.

Можно сделать вывод, что из всех прямоугольных параллелепипедов с данной площадью поверхности куб имеет наибольший объем.

Таким образом, нами предложена система заданий по развитию РУУД, распределенных по 6 блокам. Задания каждого блока направлены на развитие ключевых РУУД в соответствие с теорией А.Г. Асмолова. Интеграция заданий блоков в образовательный процесс осуществляется на этапах: повторения и актуализации знаний перед изучением темы «Многогранники»; на этапе изучения нового материала, на этапе закрепления знаний и решения задач в процессе изучения тем «Призма», «Пирамида», «Объем призмы», «Объем пирамиды», а также в процессе подготовки к ЕГЭ на уроках параллельно с подготовкой к ЕГЭ.

2.3 Анализ результатов опытно-экспериментальной работы по развитию регулятивных универсальных учебных действий обучающихся 11 класса

Педагогический эксперимент был проведен в 2022-2023 учебном году при прохождении производственной практики (педагогической практики) на базе Большекнышинской СОШ в апреле – мае 2023 г.

В эксперименте приняли участие 40 учащихся 11 классов (2 класса по 20 человек) и 5 учителей математики данной школы.

В целях исследования вся выборка была разделена на 2 группы с равным количеством респондентов – по 20 человек:

- экспериментальная группа (11 «Б», далее - ЭГ), с которой осуществлялось внедрение представленной системы заданий (УМК Л.С. Атанасян + представленные блоки заданий по развитию РУУД);

- контрольная группа (11 «А», далее – КГ) - старшеклассники, с которыми образовательная деятельность велась по обычной Программе (УМК Л.С. Атанасян).

Возрастной состав респондентов в каждой группе – 16-17 лет.

Отметим, что в контрольном классе (11А) обучение математике осуществлялось по традиционной методике; в экспериментальном классе (11Б) – на основе авторской системы заданий.

Цель констатирующего этапа эксперимента: выявить уровень сформированности основных составляющих РУУД у обучающихся контрольной и экспериментальной групп.

Задачи:

1. Выявить сформированность РУУД.
2. Выяснить, какие трудности испытывают обучающиеся 11 класса при изучении темы «Многогранники».

Методы исследования:

1) опрос обучающихся: в исследовании принимали участие 40 старшеклассников – представители контрольной и экспериментальной групп. Данная часть исследования осуществлялась на основе Опросника «ССП-98» (Стиль саморегуляции поведения-98) В.И. Моросановой (Приложение 8). Данная методика была разработана В.И. Моросановой и Е.М. Коноз. Опросник предназначен для диагностики индивидуальных особенностей саморегуляции произвольной активности человека. Стиль саморегуляции проявляется в том, каким образом человек планирует и программирует достижение жизненных целей, учитывает значимые внешние и внутренние условия, оценивает результаты и корректирует свою активность для достижения субъективно-приемлемых результатов, в том, в какой мере процессы самоорганизации развиты и осознанны.

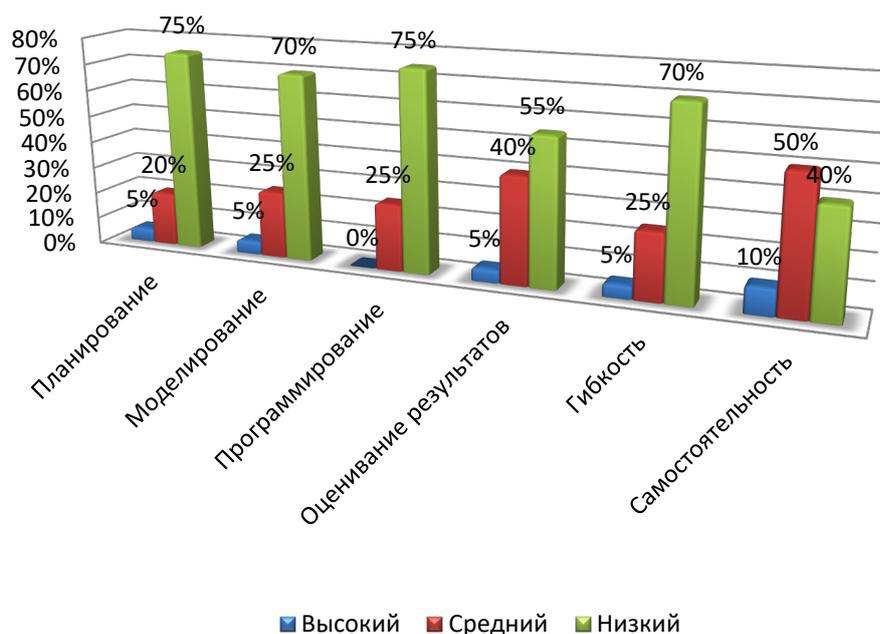
Опросник ССП-98 состоит из 46 утверждений, входящих в состав шести шкал, выделяемых в соответствии с основными регуляторными процессами (планирования, моделирования, программирования, оценки результатов) и регуляторно-личностными свойствами (гибкости и самостоятельности). В состав каждой шкалы входят по девять утверждений. Структура опросника такова, что ряд утверждений входят в состав сразу двух шкал в связи с тем, что их можно отнести к характеристике как регуляторного процесса, так и свойства регуляции.

2) анкетирование учителей математики с целью выявления трудностей обучающихся при изучении темы «Многогранники», поскольку учителя в рамках тесного контроля знаний обучающихся способны максимально эффективно оценить затруднения обучающихся.

Приведем результаты *констатирующего этапа* эксперимента по обучающимся.

Результаты по опроснику «ССП-98» (Стиль саморегуляции поведения-98) В.И. Моросановой (рис. 4) позволяют отметить тенденцию преобладания низкого и среднего уровней по каждой из шкал опросника как у старшеклассников контрольной так и у старшеклассников экспериментальной группы.

Шкалы саморегуляции старшекласников ЭГ



Шкалы саморегуляции старшекласников КГ

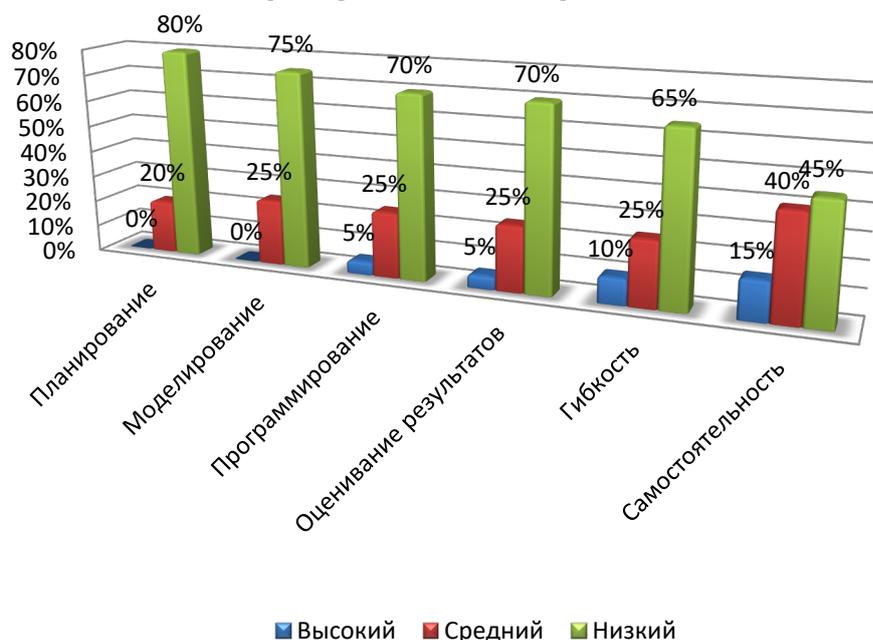


Рисунок 4 - Уровни по шкалам саморегуляции у старшекласников на констатирующем этапе, в %

Кроме того, на констатирующем этапе эксперимента в контрольном и экспериментальном классах нами было проведено анкетирование учителей математики с целью выявления трудностей обучающихся 11 класса

при изучении темы «Многогранники». Текст анкеты представлен нами в таблице Приложения 9.

Цель анкетирования учителей: выявить трудности учащихся при изучении темы «Многогранники».

Интерпретация результатов. В анкету для учителя включены логические умения, составляющие учебное действие – самоконтроль и его применение при решении задач.

Значения баллов:

- 0 баллов - умение не сформировано;
- 1 балл - ученики несамостоятельны в применении данного умения, допускают логические ошибки;
- 2 балла - ученики показывают сформированность умения на уровне наводящих вопросов;
- 3 балла - ученики допускают ошибки в применении умения к решению задач по теме «Многогранники», связанные с выбором последовательности логических шагов, обоснованием, выводом следствий, применением понятий;
- 4 балла - ученики допускают ошибки в применении умения к решению задач, связанные с выбором последовательности логических шагов, негрубые терминологические ошибки.
- 5 баллов - у учеников сформировано исследуемое умение.

На каждый из 15 вопросов учителям было предложено выставить в качестве ответа показатель от 0 до 5 баллов, характеризующих уровень сформированности каждого из 15 предложенных для оценки умений (рис.5).

Результаты анкетирования учителей показали, что такое РУУД, как самоконтроль, на их взгляд, не сформированно у 40% обучающихся в контрольной группе и 50% обучающихся в экспериментальной группе.

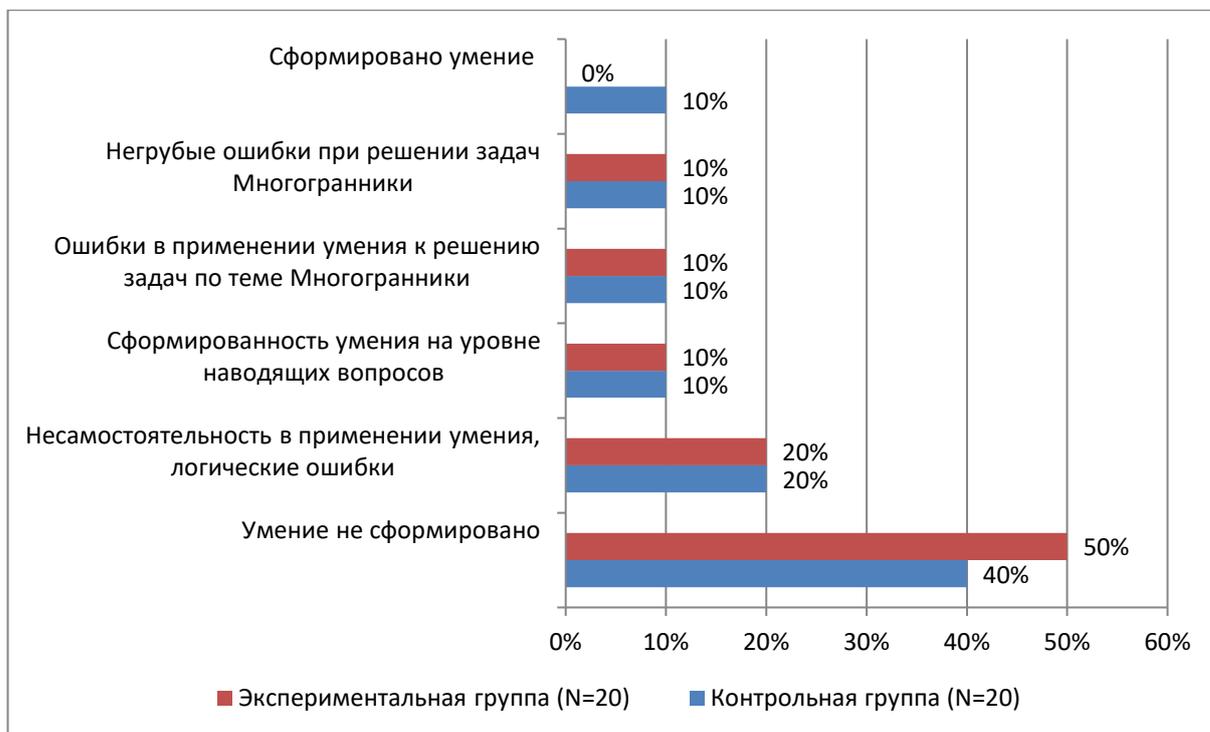


Рисунок 5 - Результаты анкетирования учителей на констатирующем этапе (в % выражены ответы учителей по отношению к каждой группе)

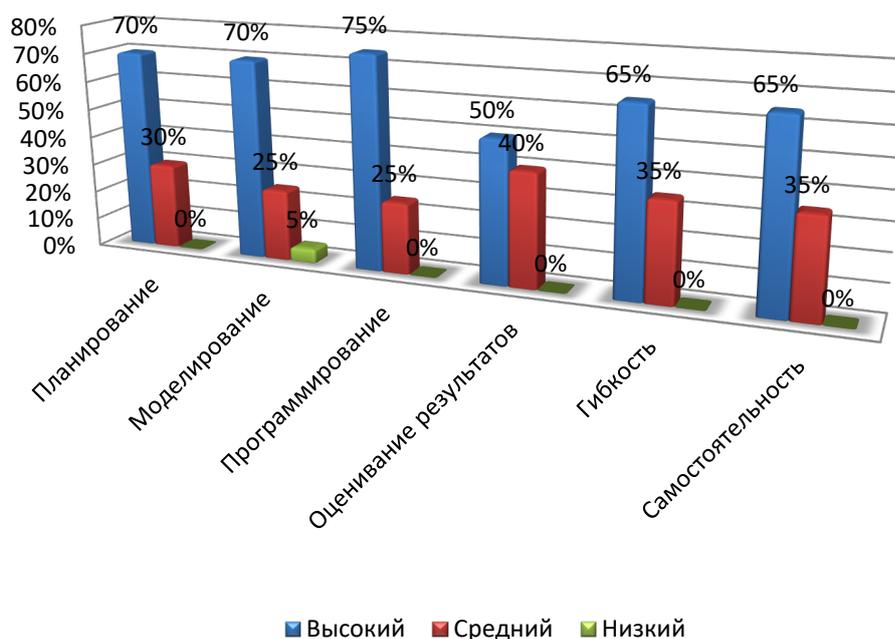
Так, 20% педагогов как в отношении контрольной, так и в отношении экспериментальной групп выразили мнение о *несамостоятельности* учеников в применении данного умения, их склонность к *логическим ошибкам*. По одному учителю поставили 2, 3 и 4 балла соответственно по отношению к каждой группе. Если в контрольной группе один учитель оценил наличие сформированного умения у учащихся, то в для экспериментальной группы такого мнения не высказал ни один из респондентов.

После констатирующего этапа эксперимента с апреля 2023 г. осуществлялась апробация методических рекомендаций по изучению темы «Многогранники» в курсе школьном геометрии на основе применения авторской системы заданий в рамках *поискового этапа эксперимента*.

В конце мая 2023 г. был проведен *контрольный этап* эксперимента.

На контрольном этапе у старшеклассников ЭГ по всем шести шкалам преобладает высокий уровень, при этом в КГ динамика значительно менее значима (рис. 6).

Шкалы саморегуляции старшекласников ЭГ



Шкалы саморегуляции старшекласников КГ

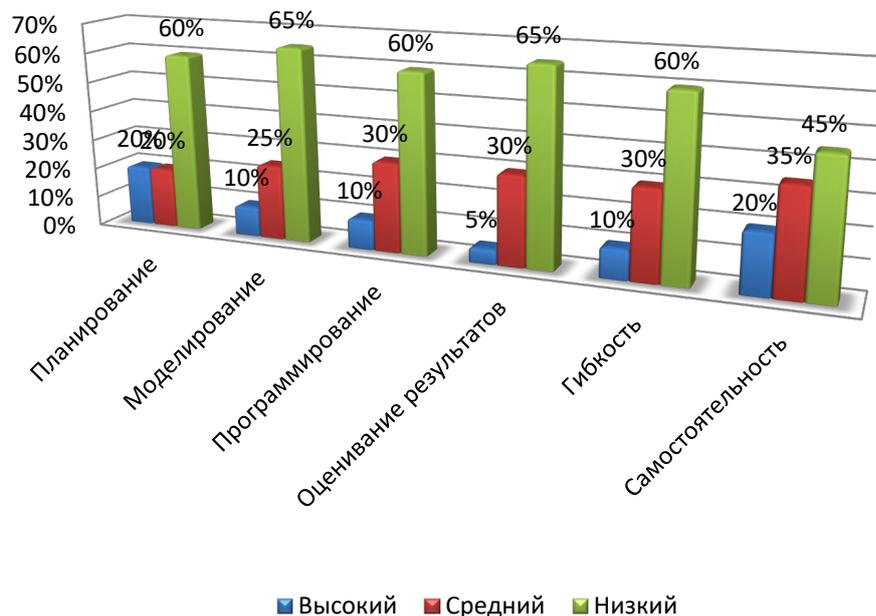


Рисунок 6 - Уровни по шкалам саморегуляции у старшекласников на контрольном этапе, в %

В итоге на контрольном этапе, у старшекласников экспериментальной группы в сравнении со старшекласниками контрольной группы в более значительной мере:

- сформирована потребность в осознанном планировании деятельности, планы в этом случае реалистичны, детализированы, цели деятельности выдвигаются самостоятельно;

- выражена способность выделять значимые условия достижения целей как в текущей ситуации, так и в перспективном будущем, что проявляется в адекватности программ действий планам деятельности, соответствии получаемых результатов принятым целям;

- сформирована потребность продумывать способы своих действий и поведения для достижения намеченных целей, детализированности и развернутости разрабатываемых программ;

- выражена индивидуальная развитость и адекватность оценки испытуемым себя и результатов своей деятельности и поведения;

- при возникновении непредвиденных обстоятельств данные респонденты легко перестраивают планы и программы исполнительских действий и поведения, способны быстро оценить изменение значимых условий и перестроить программу действий;

- преобладание высокого над средним уровня самостоятельности.

Тем самым, старшеклассники ЭГ обладают более значимым уровнем процессов саморегуляции, соответственно РУУД.

Диагностика среди учителей на контрольном этапе не проводилась.

Таким образом, полученные результаты свидетельствуют об эффективности использования предложенной системы заданий с целью повышения уровня сформированности у обучающихся РУУД.

Выводы по главе 2

В работе предложена система заданий по развитию РУУД, распределенных по 6 блокам. Задания блоков направлены на развитие ключевых РУУД в соответствии с теорией А.Г. Асмолова. Интеграция заданий блоков в образовательный процесс осуществляется на этапах: повторения и актуализации знаний перед изучением темы «Многогранники»; на этапе изучения нового материала, на этапе закрепления знаний и решения задач в процессе изучения тем «Призма», «Пирамида», «Объем призмы», «Объем пирамиды», а также в процессе подготовки к ЕГЭ на уроках параллельно с подготовкой к ЕГЭ.

В рамках педагогического эксперимента, проведенного в 2022-2023 учебном году при прохождении производственной практики (педагогической практики) на базе Большекнышинской СОШ в апреле – мае 2023 г. в целях исследования вся выборка старшеклассников была разделена на 2 группы с равным количеством респондентов – по 20 человек:

- экспериментальная группа (11 «Б», далее - ЭГ), с которой осуществлялось внедрение представленной системы заданий (УМК Л.С. Атанасян + представленные блоки заданий по развитию РУУД);
- контрольная группа (11 «А», далее – КГ) - старшеклассники, с которыми образовательная деятельность велась по обычной Программе (УМК Л.С. Атанасян).

По результатам контрольного этапа, у старшеклассников экспериментальной группы в сравнении со старшеклассниками контрольной группы в более значительной мере:

- сформирована потребность в осознанном планировании деятельности, планы в этом случае реалистичны, детализированы, цели деятельности выдвигаются самостоятельно;
- выражена способность выделять значимые условия достижения целей как в текущей ситуации, так и в перспективном будущем, что проявляется в

адекватности программ действий планам деятельности, соответствии получаемых результатов принятым целям;

- сформирована потребность продумывать способы своих действий и поведения для достижения намеченных целей, детализированности и развернутости разрабатываемых программ;

- выражена индивидуальная развитость и адекватность оценки испытуемым себя и результатов своей деятельности и поведения;

- при возникновении непредвиденных обстоятельств данные респонденты легко перестраивают планы и программы исполнительских действий и поведения, способны быстро оценить изменение значимых условий и перестроить программу действий;

- преобладание высокого над средним уровня самостоятельности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Нами уточнено понятие «Регулятивные универсальные учебные действия»: УУД, которые обеспечивают способность учащимся организовывать свою учебно-познавательную деятельность, проходя по её этапам: от осознания цели через планирование действий к реализации намеченного, самоконтролю и самооценке достигнутого результата, а если надо, то и к проведению коррекции, преодолению препятствий.

Наиболее полным и объективным признан подход автора А.Г. Асмолова, выделяющего в составе РУУД: целеполагание, планирование, прогнозирование, контроль, оценка, коррекция, саморегуляция. Для верного построения методики развития РУУД обучающихся старших классов учтены их особенности познавательной сферы, обобщены подходы к конструированию уроков и возможности для построения диалога с учениками с учетом классификации, выбранной в первой главе данного исследования.

2. Нами выделены критерии оценки сформированности РУУД:

– постановка задачи (уметь выделять из предложенной учебной задачи основную идею и отношение к ней);

– план выполнения (устанавливаем отдельные пункты и промежуточные результаты учебной деятельности);

– контроль и коррекция (выявление критических и не критических ошибок и исправление их);

– оценка (определение степени выполнения итоговой цели, выявление нерациональных и рациональных подходов к ее решению и отношение к итоговым результатам).

Данные пункты позволяют ученикам планомерно выполнять поставленные учебные задания, анализировать их итоги и подходы к их решению. При переходе к старшей школе роль регулятивных универсальных

учебных действий еще возрастает, так как увеличивается объем и сложность учебных задач, а так же количество предметов.

3. Регулятивные универсальные учебные действия и их правильная система выполнения важны для установки личной жизненной позиции обучающихся для психологической устойчивости и для овладения методами самодисциплины, самомотивации и самокоррекции.

На основе анализа научных источников нами определены педагогические условия развития РУУД обучающихся старшего школьного звена:

– обучающиеся должны выполнять информационные проекты, предполагающие сбор, анализ и представление информации по какой-либо тематике;

– в перечень критериев оценки проектов должны быть включены умения осуществлять самообразовательную деятельность и самоконтроль.

4. Исходя из рассмотренных сведений, следует констатировать, что в целом во всех учебниках авторы представляют к изучению одни и те же ключевые категории и понятия, начиная с самого многогранника, его определения, основных характеристик, его видов, а также правильные, выпуклые тела, понятие призмы и пирамиды. На данный момент, в основном, все общеобразовательные школы используют учебное пособие Л.С. Атанасяна, в связи с чем, нами уделено особое внимание данному УМК. Выявлено, что к числу базовых проблем и затруднений при изучении темы «Многогранники» относят: сложности при запоминании названий правильных многогранников; вычислительные ошибки при расчете формулы Эйлера; неправильное понимание условий задачи; неумение правильно изобразить правильные многогранники на плоскости. Преодоление указанных трудностей достигается за счет: проведения тематических диктантов; обучения проверкам в процессе расчета формулы Эйлера путем выполнения обратного действия или преобразования; составления памятки, которая позволит обучающимся научиться самостоятельно проводить анализ

задачи и иметь теоретический материал под рукой; использование задач на построение. Также определенными возможностями по преодолению и профилактике указанных трудностей обладают поисково-исследовательская и игровая деятельность.

5. Нами предложена система заданий по развитию РУУД, распределенных по 6 блокам. Задания блоков направлены на развитие ключевых РУУД в соответствии с теорией А.Г. Асмолова. Интеграция заданий блоков в образовательный процесс осуществляется на этапах: повторения и актуализации знаний перед изучением темы «Многогранники»; на этапе изучения нового материала, на этапе закрепления знаний и решения задач в процессе изучения тем «Призма», «Пирамида», «Объем призмы», «Объем пирамиды», а также в процессе подготовки к ЕГЭ на уроках параллельно с подготовкой к ЕГЭ.

6. Педагогический эксперимент был проведен в 2022-2023 учебном году при прохождении производственной практики (педагогической практики) на базе Большекнышинской СОШ в апреле – мае 2023 г.

В эксперименте приняли участие 40 учащихся 11 классов и 5 учителей математики данной школы. В целях исследования вся выборка была разделена на 2 группы с равным количеством респондентов – по 20 человек: экспериментальная группа (11 «Б», далее - ЭГ), с которой осуществлялось внедрение представленной системы заданий (УМК Л.С. Атанасян + представленные блоки заданий по развитию РУУД); контрольная группа (11 «А», далее – КГ) - старшеклассники, с которыми образовательная деятельность велась по обычной Программе (УМК Л.С. Атанасян).

На контрольном этапе, у старшеклассников экспериментальной группы в сравнении со старшеклассниками контрольной группы в более значительной мере сформирован высокий уровень показателей РУУД. Полученные результаты свидетельствуют об эффективности использования предложенной системы заданий с целью повышения уровня сформированности у обучающихся РУУД.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров А.Д. Геометрия. 10-11 классы: учеб, для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни / А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик. – М.: Просвещение, 2017. – 255 с.
2. Ананьев Б.Г. Избранные психологические труды: В 2-х т. Т.1. / Б.Г. Ананьев. – М.: Педагогика, 2010. – 232 с.
3. Артюгина Г.Ю., Павринова А.П. Универсальные учебные действия в системе ФГОС основного общего образования: понятие, классификация, примеры: практ. пособие / авт.-сост. Т. Ю. Артюгина [и др.]. – Архангельск: изд-во АО ИОО, 2014. – 30 с.
4. Асмолов А.Г. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе: от действия к мысли: пособие для учителя / А. Г. Асмолов. – М.: Просвещение, 2013. –151 с.
5. Божович Л.И. Проблемы развития мотивационной сферы ребенка // Изучение мотивации поведения обучающихся и подростков / Под ред. Л.И. Божович, Л.В. Благонадежиной. – М: Педагогика, 1972. – С. 7-44.
6. Божович Л.И. Социальная ситуация развития и движущие силы развития ребенка // Психология личности в трудах отечественных психологов: Хрестоматия / Под ред. Л.В. Куликова. – СПб.: Питер, 2010. – с.160–166.
7. Вербицкий А.А. Активное обучение в высшей школе: контекстный подход / А.А. Вербицкий. – Москва: Высшая школа, 2021. – 204 с.
8. Витте И.Я. Формирование у обучающихся регулятивных универсальных действий: из опыта работы Государственного бюджетного общеобразовательного учреждения лицей № 214 Центрального района Санкт-Петербурга / И. Я. Витте. - Санкт-Петербург: [б.и.], 2016. - 75 с.

9. Власова И.Н. Проектирование современного урока математики на основе компетентностного подхода / И. Н. Власова, И. В. Косолапова, И.В. Магданова, И.В. Мусихина. – Пермь: Педагогика, 2022. – 32 с.
10. Выготский Л.С. Педагогическая психология / Л.С. Выготский. – М.: Педагогика, 2016. – 486 с.
11. Выготский Л.С. Полное собрание сочинений в 5 томах. Том 1 / Л.С. Выготский. – М.: Просвещение, 2013. – 368 с.
12. Гальперин П.Я. Введение в психологию / П.Я. Гальперин – М.: Книжный дом «Университет», 2019. – 327 с.
13. Ганин Е.А. Педагогические условия использования современных информационных и коммуникационных технологий для самообразования / Е.А. Ганин, А.Г. Тулегенова // Информационные технологии в образовании: материалы международной научной конференции. – Москва, 2022. – С. 4-5.
14. Геометрия. Базовый уровень. 10-11 классы: учебник / И.Ф. Шарыгин. – М.: Дрофа, 2022. - 236 с.
15. Геометрия. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – М.: Просвещение, 2022. – 287 с.
16. Далингер В.А. Методика обучения математике. Поисково-исследовательская деятельность учащихся : учебник и практикум для вузов / В.А. Далингер. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Юрайт, 2020. – 460 с.
17. Дусавицкий А.К. Формула интереса. А.К. Дусавицкий. – М.: Педагогика, 1989. – 172 с.
18. Епишева О.Б. Учить школьников учиться математике: Формирование приёмов учебной деятельности: кн. для учителя / О.Б. Епишева, В. И. Крупич. – М.: Просвещение, 1990. – 128 с.
19. Калошина И.П. Психология творческой деятельности: учеб. пособие для вузов / И.П. Калошина. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. – 431 с.

20. Каплан М.З. Учебное исследование как метод обучения математике в средней школе / М.З. Каплан: дис. ... канд. пед. наук. – Минск, 1985. – 175 с.
21. Карабанова О.А. Формирование универсальных учебных действий учащихся начальной школы / О.А. Карабанова // Управление начальной школой. – 2018. – № 12. – С. 9–11.
22. Кашапов М.М. Стадии творческого мышления профессионала : монография / М.М. Кашапов. – Ярославль: Ремдер, 2009. – 380 с.
23. Кирьякова В.С. Формирование метапредметных умений младших школьников на уроках математики / В.С. Кирьякова. – Тольятти: Велес, 2021. – 93 с.
24. Киселев А.П. Геометрия / Под ред. Н.А. Глаголева. – М.: Физматлит, 2004. – 328 с.
25. Короткова Т.А. Познавательльно-исследовательская деятельность / Т.А. Короткова // Наука и образование. – 2013. – №3. – С. 9–12.
26. Крылова М.А. Специфика проявления креативности и социально-психологическая адаптация в подростковом и юношеском возрасте: дисс. ... кандидата психол. наук: (19.00.13). – СПб.: Альтера, 2017. – 239 с.
27. Кузнецова Н.В. К вопросу применения методов активизации творческого мышления обучающихся / Н.В. Кузнецова // Современная модель управления: проблемы и перспективы: материалы научно-практической конференции, Магнитогорск, 24–26 октября 2018 года. – Магнитогорск: Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова, 2018. – С. 113-116.
28. Лейтес Н.С. Умственные способности и возраст / Н.С. Лейтес. М.: Педагогика, 1971. – 273 с.
29. Леонтьев А.Н. Избранные психологические произведения: В 2 т. / А.Н. Леонтьев. – М.: Педагогика, 2010. – Т.2 – 320 с.
30. Маркова А.К. Формирование интереса к учению школьников /А.К. Маркова. – Москва, 2012. – 140 с.

31. Меньшикова Е.А. Развитие познавательной активности обучающихся (психолого-педагогический аспект) / Е.А. Меньшикова // Психология. – 2019. – №5. – С. 112-115.
32. Михайлова О.Б. Характеристики проявлений креативности и инновационности у учащихся средней и старшей школы / О.Б. Михайлова // Вестник российского университета дружбы народов. Серия: психология и педагогика. – 2017. – Т. 14. – № 1. – С. 76-87.
33. Михеева Ю.В. Проектирование урока с позиции формирования универсальных учебных действий / Ю.В. Михеева // Муниципальное образование: инновации и эксперимент, 2013. - №6. – С. 15-22.
34. Морозова Н.Г. Учителю о познавательном интересе / Н.Г. Морозова. – М.: Знание, 2019. – 246 с.
35. Орлова Е.С. Формирование универсальных учебных действий в начальной школе / Е.С. Орлова. – URL: <http://multiurak.m...formiravanie-universalnykh...deistvii>. (дата обращения: 27.05.2023).
36. Пеньковских Е.А. Метод проектов в отечественной и зарубежной педагогической теории и практике / Е.А. Пеньковских. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/metod-proektov-v-otechestvennoy-i-zarubezhnoy-pedagogicheskoy-teorii-i-praktike> (дата обращения: 20.02.2023).
37. Подина Н.В. Формирование регулятивных универсальных учебных действий на уроках / Н.В. Подина. – URL: <https://nsportal.ru/nachalnaya-shkola/materialy-mo/2014/01/04/nauchnometodicheskaya-statya-formirovanie-regulyativnykh> — (Дата обращения 23.04.2023).
38. Полат Е.С. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования : учебное пособие / Е.С. Полат, М.Ю. Бухаркина. – 3-е изд. – М.: Академия, 2022. – 268 с.
39. Пономарев Я.А. Психология творческого мышления / Я.А. Пономарев. – М.: Педагогика, 2021. – 268 с.

40. Приказ Минобрнауки России от 17.05.2012 № 413 (ред. от 12.08.2022) «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования» (Зарегистрировано в Минюсте России 07.06.2012 N 24480) // Российская газета. №139. 21.06.2012.

41. Приказ Минпросвещения России от 23.11.2022 № 1014 «Об утверждении федеральной образовательной программы среднего общего образования» (Зарегистрировано в Минюсте России 22.12.2022 N 71763) // Официальный интернет-портал правовой информации <http://pravo.gov.ru>, 22.12.2022.

42. Развитие универсальных учебных действий учащихся в условиях реализации ФГОС основных общеобразовательных программ / П. М. Горева, В. В. Утёмова. – Киров: МЦИТО, 2015. – 180 с.

43. Распоряжение Правительства РФ от 24.12.2013 № 2506-р (ред. от 08.10.2020) «Об утверждении Концепции развития математического образования в Российской Федерации» // Официальный интернет-портал правовой информации <http://www.pravo.gov.ru>, 27.12.2013.

44. Рубинштейн С.Л. Общая психология / С.Л. Рубинштейн. – М.: Педагогика, 2018. – 416 с.

45. Смирнова И.М. Геометрия. 10-11 класс: учеб, для учащихся общеобразоват. учреждений (базовый и профильный уровни) / И.М. Смирнова, В.А. Смирнов. – М.: Мнемозина, 2020. – 248 с.

46. Соколов В.Л. Опыт диагностики метапредметных компетенций учащихся основной школы (на математическом материале) / В.Л. Соколов, А.А Фомин // Психологическая наука и образование psyedu.ru. – 2016. – Том 8. – № 4. – С. 174-184.

47. Староста Д.В. Развитие универсальных учебных действий при реализации межпредметных связей математики и физики в старших классах посредством конструктивных творческих сред / Д.В. Староста // Ratio et Natura. – 2022. – № 2(6). – С. 18-19.

48. Теплов Б.М. Ум полководца / Б.М. Теплов // Хрестоматия по общей психологии: Психология мышления. – М.: Педагогика, 1990. – 208 с.

49. Токмакова Н.С. Педагогические аспекты развития самообразовательной деятельности обучающихся в процессе профессиональной подготовки / Н.С. Токмакова // Конкурс лучших студенческих работ: сборник статей III Международного научно-исследовательского конкурса, Пенза, 05 июля 2020 года. – Пенза: «Наука и Просвещение» (ИП Гуляев Г.Ю.), 2020. – С. 204-207.

50. Федеральный закон от 29.12.2012 № 273-ФЗ (ред. от 17.02.2023) «Об образовании в Российской Федерации» (с изм. и доп., вступ. в силу с 28.02.2023) // Официальный интернет-портал правовой информации <http://pravo.gov.ru>, 30.12.2012.

51. Хомушку А.М. Формирование универсальных учебных действий на уроках математики в старших классах / А. М. Хомушку, Н. М. Кара-Сал // Информатизация образования: история, проблемы и перспективы: сборник материалов Всероссийской научно-практической конференции, посвященной 70-летию со дня рождения первого ректора Тувинского государственного университета О.Б. Бузур-оола, Кызыл, 12 ноября 2016 года. – Кызыл: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тувинский государственный университет», 2016. – С. 123-125.

52. Хуторской А.В. Эвристические олимпиады в Интернет / А.В. Хуторской // Лицейское и гимназическое образование. – 1998. – № 6. – С.75-78.

53. Щукина Г.И. Педагогические проблемы формирования познавательных интересов учащихся / Г.И. Щукина. – М.: Педагогика, 2008. – 208 с.

Приложение 1

Структура РУУД с позиций разных авторов

Требования к РУУД по ФГОС	Асмолов А.Г. и др.	Воровщиков С. Г. и др.	Горленко Н.М. и др.
<p>1. Самоорганизация:</p> <ul style="list-style-type: none"> – выявлять проблемы для решения в жизненных и учебных ситуациях; – ориентироваться в различных подходах принятия решений (индивидуальное, принятие решения в группе, принятие решений группой); – составлять план действий; – делать выбор и брать ответственность за решение. 	<p>Целеполагание Планирование Прогнозирование</p>	<p>Планирование</p>	<p>Умение определять основание деятельности</p>
<p>2. Самоконтроль:</p> <ul style="list-style-type: none"> – владеть способами самоконтроля, самомотивации и рефлексии; – давать адекватную оценку ситуации и предлагать план ее изменения; – вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, изменившихся ситуаций, установленных ошибок, возникших трудностей; – оценивать соответствие результата цели и условиям. 	<p>Контроль саморегуляции Коррекция оценка</p>	<p>Регулирование</p>	<p>Умение самоопределяться в рабочей группе</p>
<p>3. Эмоциональный интеллект:</p> <ul style="list-style-type: none"> – различать, называть и управлять собственными эмоциями и эмоциями других; – выявлять и анализировать причины эмоций. 	<p>Контроль</p>	<p>Анализ</p>	<p>-</p>
<p>4. Принятие себя и других:</p> <ul style="list-style-type: none"> – осознанно относиться к другому человеку, его мнению; – признавать свое право на ошибку и такое же право другого; – принимать себя и других, не осуждая; – открытость себе и другим; – осознавать невозможность контролировать все вокруг. 	<p>Саморегуляция</p>	<p>Организация</p>	<p>Представление себя на месте другого, умение определять причины действий другого субъекта в процессе взаимодействия, учёт действий других в своих поведенческих стратегиях.</p>

Приложение 2

Приемы и способы формирования РУУД

Компоненты РУУД	Приёмы и способы формирования РУУД
Целеполагание	<ol style="list-style-type: none"> 1. Формулировка цели с помощью вопросов. («Чему научусь?», «Где мне пригодятся полученные знания?» и др.). 2. Приемы подводящие к формулированию цели урока (группировка по общему признаку, слова-ассоциации к теме, подведение к теме через интересные факты). 3. Приемы, подводящие к формулированию цели через столкновение с проблемной ситуацией, обнаружение дефицита знаний по той или иной теме.
Планирование	<ol style="list-style-type: none"> 1. Работа с разного рода планами (обсуждение, составление своего плана). 2. Составление плана работы по заданной теме урока. 3. Составление плана при работе с текстом. 4. Самостоятельное определение последовательности действий для решения задачи. 5. Составление аналитических схем.
Прогнозирование	<ol style="list-style-type: none"> 1. На конкретном этапе решения учебной задачи сравнить самостоятельно своё решение с эталонным и определить уровень усвоения учебной задачи. 2. Выбрать из предложенных вариантов решения верное, осуществляя анализ пути достижения цели. 3. Привести примеры и контрпримеры.
Контроль	<ol style="list-style-type: none"> 1. Организация проверки правильности выполнения задания. 2. Проверка изученного материала ответами на простые вопросы. 3. Взаимопроверка результатов
Коррекция	<ol style="list-style-type: none"> 1. Работа с заранее неправильно составленными решениями. 2. В данном перечне объектов необходимо расставить их в правильной последовательности. 3. Восстановить правильный порядок
Оценка	<ol style="list-style-type: none"> 1. Оценивание собственной работы в соответствии с приведенными критериями. 2. Самостоятельная выработка критериев оценки. 3. Взаимооценка (работа в сотрудничестве).
Саморегуляция	<ol style="list-style-type: none"> 1. Рефлексивный анализ результатов собственной деятельности в конце урока. 2. Введение самодиагностирующих заметок обучающихся с указанием усвоенного или неусвоенного материала

Приложение 3

Планирование по Главе III. Многогранники (10 класс, Л.С. Атанасян)

Названия параграфов	Кол-во часов	Планируемые знания и умения
\$1 Понятие многогранника. Призма (3 ч.)		
Понятие многогранника. Геометрическое тело	1	Знать: понятия многогранника, его элементов, выпуклого и невыпуклого многогранника, призмы и ее элементов, прямой и наклонной призмы, правильной призмы; сумму плоских углов выпуклого многогранника при кажд. его вершине Уметь: решать задачи по теме
Теорема Эйлера. Призма.	1	Знать: понятия площади поверхности призмы, площади боковой поверхности призмы; вывод формулы площади поверхности прямой призмы Уметь: решать задачи по теме
Пространственная теорема Пифагора	1	Знать: формулу площади боковой поверхности наклонной призмы с выводом Уметь: решать задачи по теме
\$2 Пирамида (3 ч.)		
Пирамида	1	Знать: понятия пирамиды и ее элементов, площади боковой поверхности и полной поверхности пирамиды Уметь: решать задачи по теме
Правильная пирамида	1	Знать: понятия правильной пирамиды и ее элементов Уметь: решать задачи по теме
Усеченная пирамида	1	Знать: понятия усеченной пирамиды и ее элементов, правильной усеченной пирамиды и ее апофемы; доказательство теоремы о гранях усеченной пирамиды; формулу площади бок.поверхности усеченной пирамиды Уметь: решать задачи по теме
\$3 Правильные многогранники (4 ч.)		
Симметрия в пространстве.	1	Объяснять, какие точки называются симметричными относительно точки, что такое центр симметрии фигуры, приводить примеры фигур, обладающих элементами симметрии, а также примеры симметрии в архитектуре, технике, природе.
Понятие правильного многогранника.	2	Знать: понятие правильного многогранника; пять видов правильных многогранников Уметь: решать задачи по теме
Элементы симметрии правильных многогранников	1	Объяснять, какой многогранник называется правильным, доказывать, что не существует правильного многогранника, гранями которого являются правильные n -угольники при $n \geq 6$; Объяснять, какие существуют виды правильных многогранников и какими элементами симметрии они обладают.
Контрольная работа №4 по теме Многогранники	1	Научиться применять приобретенные знания, умения, навыки в конкретной деятельности
Зачет №3 по теме «Многогранники	1	Научиться применять приобретенные знания, умения, навыки в конкретной деятельности

Планирование по Главе V. Объемы тел (касательно многогранников)

(11 класс, Л.С. Атанасян)

Названия параграфов	Кол-во часов	Планируемые знания и умения
§1 Объем прямоугольного параллелепипеда (2 ч.)		
Понятие объема. Объем прямоугольного параллелепипеда	2	Знать: понятия объема; аксиомы объема; что такое объемы многогранников; вывод формул объема прямоугольного параллелепипеда. Уметь: объяснять, как измеряются объемы тел, проводя аналогию с измерением площадей многоугольников; формулировать основные свойства объемов и выводить с их помощью формулу объема прямоугольного параллелепипеда
§2 Объемы прямой призмы и цилиндра (3 ч.)		
Объемы прямой призмы	1	Знать: объемы многогранников; объем призмы Уметь: формулировать и доказывать теорему об объеме прямой призмы; решать задачи, связанные с вычислением объемов прямой призмы
.....		
§3 Объемы наклонной призмы, пирамиды и конуса (4 ч.)		
Вычисление объемов тел с помощью определённого интеграла	1	Знать: объемы многогранников. Объемы тел вращения. Вывод формул объемов призмы и пирамиды. Формулы для нахождения объема тетраэдра. Теоремы об отношениях объемов. Приложения интеграла к вычислению объемов и поверхностей тел вращения
Объем наклонной призмы	1	Уметь: выводить интегральную формулу для вычисления объемов тел и доказывать с её помощью теоремы об объеме наклонной призмы, об объеме пирамиды, об объеме конуса; выводить формулы для вычисления объемов усеченной пирамиды и усеченного конуса; решать задачи, связанные с вычислением объемов этих тел
Объем пирамиды	1	
.....	1
Контрольная работа №6 по теме Объемы тел	1	Контролировать и оценивать свою работу, ставить цели на следующий этап обучения

Планируемые результаты обучения по теме «Многогранники»

Предметные	Личностные	Метапредметные (УУД)
<p>- освоенные обучающимися в ходе изучения учебного предмета умения, виды деятельности по получению нового знания в рамках учебного предмета, его преобразованию и применению в учебных, учебно-проектных и социально-проектных ситуациях;</p> <p>- формирование математического типа мышления, владение геометрической терминологией, ключевыми понятиями, методами и приёмами;</p> <p>- сформированность представлений о математике, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;</p> <p>- сформированность представлений о математических понятиях, как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;</p> <p>- владение методами доказательств и алгоритмов решения;</p> <p>- умение их применять, проводить доказательства в ходе решения задач;</p> <p>- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах;</p> <p>- сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры;</p> <p>- применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;</p> <p>- владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.</p>	<p>- готовность и способность обучающихся к саморазвитию, личностному самоопределению и самовоспитанию в соответствии с общечеловеческими ценностями;</p> <p>- сформированность их мотивации к обучению и целенаправленной познавательной деятельности, системы значимых социальных и межличностных отношений, ценностно-смысловых установок;</p> <p>- способность ставить цели и строить жизненные планы;</p> <p>- готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности;</p> <p>- навыки сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;</p> <p>- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни;</p> <p>- сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности.</p>	<p>Регулятивные:</p> <ul style="list-style-type: none"> - умение выполнять действия по формуле, правилу, образцу. - умение моделировать с помощью уравнений реальные ситуации; - умение проводить доказательство утверждений, осуществлять мини проектную деятельность; - умение осуществлять самоконтроль и самооценку - использование в ходе решения задач элементарных представлений, связанных с приближёнными значениями величин; - использование простейших способов представления и анализа статистических данных; - навык нахождения относительной частоты и вероятности случайного события; - навык решения комбинаторные задачи нахождение числа объектов или комбинаций. <p>Познавательные:</p> <ul style="list-style-type: none"> - умение работать с математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи с применением математической терминологии и символики, проводить логические обоснования - понимание, что числовые данные, которые используются для характеристики объектов окружающего мира, являются преимущественно приближёнными, - осознание того, что по записи приближённых значений, содержащихся в информационных источниках, можно судить о погрешности приближения - понимание того, что погрешность результата вычислений должна быть соизмерима с погрешностью исходных данных; - приобретение первоначального опыта организации сбора данных при проведении опроса общественного мнения, - осуществление анализа, представление результатов опроса в виде таблицы, диаграммы; - приобретение опыта проведения случайных экспериментов, в том числе с помощью компьютерного моделирования, интерпретации их результатов. <p>Коммуникативные:</p> <ul style="list-style-type: none"> - умение вступать в диалог, участвовать в коллективном обсуждении вопроса;

Задания блоков

Блок 1. Подготовительный блок «Контрпримеры в планиметрии»

1.1 Геометрические определения.

1.1. Возьмем, к примеру следующую формулировку из учебника: «Диаметр окружности – это отрезок прямой, который соединяет две точки окружности». В данной фразе объем определяющего понятия включает в себя все отрезки, которые могут соединять две точки (хорды). Чтобы проработать и исправить ошибки нужно показывать ученикам наглядные контрпримеры, демонстрирующие критерии различий по виду, и то, что именно не соответствует в данном случае определяемому понятию» [20]. Следовательно, контрпримеры желательно применять на занятиях почаще для проработки определений. Следует отметить, что не нужно отмечать четкую границу среди примеров и контрпримеров, которые в первом случае демонстрируют смысл того или иного тезиса, а во втором демонстрируют ложность утверждения. Ведь одна и та же вещь, факт или критерий в отношении одного утверждения будет подтверждающим примером, а в отношении другого – будет контрпримером.

Даже учитывая такое разнообразие возможностей применения контрпримеров на практике в математической дисциплине, все-таки их использует крайне редко. И говорит об этом недостаток соответствующей литературы, освещающей этот вопрос. Данный момент лишней раз доказывает, что применяемые методики не отвечают реальным практическим потребностям. Согласно опыту автора данной работы, порой при определении понятий ошибки допускаются даже старшеклассниками. Поэтому целесообразно рассмотреть методику формирования геометрических понятий через систему контрпримеров на следующих примерах.

1.2. Школьникам дается задание: проверить, насколько верно данное определение в формулировке: «Хорда определяется как линия, которая соединяет 2 любые точки круга (окружности)». Если ученикам сложно аргументировать, можно представить следующий контрпример, изображенный на рисунке П.1 (а). По факту его разбора школьники подытоживают, что применение в определении слова «линия» неправильно, и нужно поменять его на «отрезок», тогда все сойдется верно.



Рисунок П.1 - Контрпримеры к неверным определениям «хорды» и «вписанного многоугольника»

1.3. Другой контрпример, представленный на рисунке П.1 (б), показывает случай, когда ученик допускает ошибку при формулировке определения о вписанном многоугольнике, упуская «все». Ученик отмечает, что вписанным в окружность многоугольником следует считать таковой при условии, что его вершины расположены на какой-либо окружности». Здесь правильно подразумеваются «все его вершины». Поэтому очень важно показать контрпример, дабы учащиеся не думали, что упущенное слово не имеет значения, а педагог придирается. После его разбора ребята поймут, какую значимость имеет слово «все». Так, они увидят наглядно, что по определению, приведенному без этого слова, не каждый многоугольник может быть вписан в

окружность. Следует периодически предлагать ребятам самостоятельно подобрать контрпримеры к осваиваемым понятиям и их определениям, чтобы осознавать важное значение всех слов в формулировке.

Из практики следует, что основу изучаемого на занятии определения школьники усваивают тут же, следовательно, и профилактическую работу по ошибкам необходимо реализовать вместе с освоением понятия, применяя разные наглядные контрпримеры.

1.4. Так, на занятии изучается понятие медианы, и педагог просит учеников повторить ее определение. Они отвечают, что медиана является линией, которая соединяет вершину треугольника и серединку его стороны. Не нужно, услышав такой ответ, мгновенно поправлять отвечающего. А указав на рисунок П.2 (а) сказать, что согласно его определению – это тоже медиана. Тогда, увидев, яркий контрпример, ученик сам поймет свою ошибку и исправит ее.



Рисунок П.2 - Контрпримеры к неверным определениям «медианы»

«Возможен еще и такой случай при изучении понятия медианы треугольника, когда учащиеся изменяют определение следующим образом: «прямая, проходящая через вершину треугольника и середину противоположной стороны, называется медианой», но, увидев рисунок П.2 (б) понимают, что опять допустили оплошность, и окончательно исправляют определение. В тех случаях, когда определения изучаемых понятий оказываются для учащихся труднодоступными, целесообразно заменять эти определения поясняющими описаниями. Поясняющим описанием условимся называть такое понятное, доступное учащимся предложение, которое вызывает у всех учащихся один и тот же наглядный образ и помогает хорошо усвоить новое понятие. Это усвоение должно быть доведено до такого уровня, чтобы в дальнейшем учащиеся, не вспоминая поясняющего описания, могли быстро и безошибочно распознать все объекты, охватываемые данным понятием. Очевидно, не следует добиваться запоминания поясняющих описаний. На первоначальном этапе обучения поясняющее описание выступает в роли стимулирующего звена» [20].

Школьные учебники не освобождены от недостатков, например, от неправильной методики исправления ошибочных определений.

1.5. Например, к определению данным учащимся: «Биссектрисой угла называется луч, делящий угол пополам», можно привести, как минимум, три контрпримера (рисунок П.3, а, б, в).

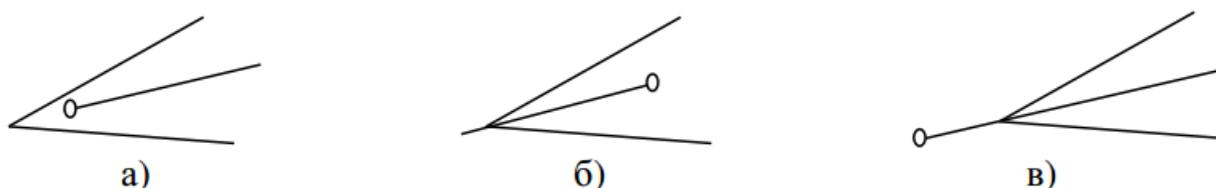


Рисунок П.3 – Контрпримеры к неверным определениям «биссектрисы»

1.6. Чтобы треугольник был равнобедренным, необходимо, чтобы каждая его высота являлась биссектрисой и медианой.

Достаточно привести контрпример о высоте, проведенной к боковой стороне треугольника.

1.2 Контрпримеры геометрических фигур – четырехугольников

1.7. Чтобы четырехугольник был параллелограммом, достаточно, чтобы две его стороны были параллельны, а две другие равны.

Контрпримером такого четырехугольника является равнобокая трапеция.

1.8. «Паркетчик, вырезая квадраты из дерева, проверял их так: он сравнивал длины сторон, и если все четыре стороны были равны, то считал квадрат вырезанным правильно. Надежна ли такая проверка?

Контрпример. Ромб тоже имеет равные стороны, поэтому такая проверка недостаточна» [20].

1.9 «Другой паркетчик проверял свою работу иначе: он мерил не стороны, а диагонали. Если обе диагонали оказывались равными, паркетчик считал квадрат вырезанным правильно. Вы тоже так думаете?

Контрпример. Эта проверка ненадежна. В квадрате, конечно, диагонали равны, но не всякий четырехугольник с равными диагоналями есть квадрат. Равные диагонали могут быть у прямоугольника и у равнобокой трапеции» [20].

1.10. «Третий паркетчик при проверке квадратов убеждался в том, что все 4 части, на которые диагонали разделяют друг друга, равны между собой. По его мнению, это доказывало, что вырезанный четырехугольник есть квадрат. А по-вашему?

Контрпример. Этим свойством обладают не только диагонали квадрата, но и диагонали прямоугольника» [20].

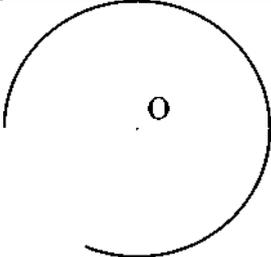
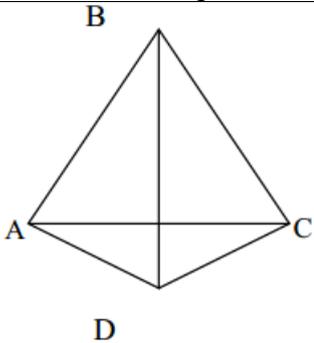
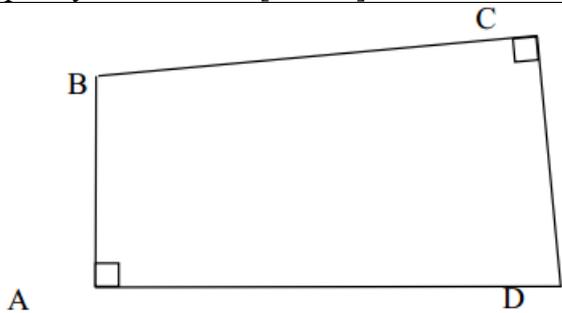
1.11. При разрезании четырехугольника по любой из диагоналей получилось два равнобедренных треугольника. Обязательно ли диагонали будут перпендикулярны?

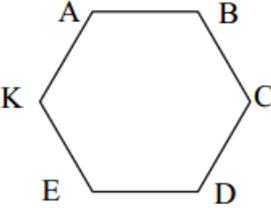
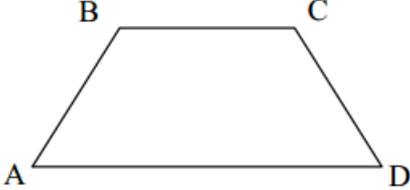
Решение. В качестве примера рассмотрим равнобедренную трапецию, у которой верхнее основание равно боковой стороне, а величины углов при нижнем основании равны 72° . Диагонали такой трапеции не перпендикулярны.

Ответ. Нет.

1.12-1.16. Приведем еще несколько контрпримеров на определение геометрических понятий (таблица):

Дополнительные контрпримеры на определение геометрических понятий

№	Определения	Контрпримеры
1.12	Окружностью называется плоская кривая, точки которой одинаково удалены от одной точки, лежащей в этой плоскости, называемой центром окружности	 <p>«Все точки указанной плоской линии удалены от точки O на одно и то же расстояние, но линия окружностью не является. В определении не указан существенный признак «все»» [20, с.9].</p>
1.13	Прямоугольником называется четырехугольник, у которого диагонали равны	 <p>«У четырехугольника ABCD диагонали AC и BD равны, но он не является прямоугольником» [20, с.9].</p>
1.14	Прямоугольником называется четырехугольник, у которого два противоположных угла прямые.	 <p>«У четырехугольника ABCD противоположные углы A и C прямые, но он не является прямоугольником» [20, с.10].</p>

№	Определения	Контрпримеры
1.15	Квадратом называется многоугольник, у которого все стороны и все углы равны между собой.	 <p>«У правильного шестиугольника ABCDEK все стороны между собой равны, и все углы между собой равны, но он не является квадратом» [20, с.10].</p>
1.16	Параллелограммом называется четырехугольник, две противоположные стороны которого попарно параллельны.	 <p>«У четырехугольника ABCD две противоположные стороны BC и AD параллельны, но он не является параллелограммом» [20, с.10].</p>

1.3 Контрпримеры, доказывающие ложность высказываний в планиметрии

1.17 «Любая фигура, имеющая 3 угла, является треугольником»

Контрпример: Следующая фигура имеет три угла, но она не треугольник» (рисунок П.4) [20, с.11]:



Рисунок П.4 - Фигура, имеющая три угла

1.18 «Чтобы углы были смежными, достаточно, чтобы две их стороны были бы противоположными лучами» [20, с.12].

Контрпример (рисунок П.5):

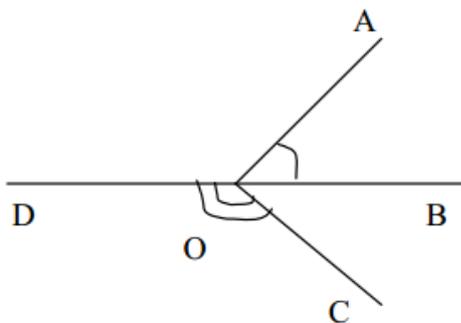


Рисунок П.5 - Контрпример к высказыванию 1.18

У углов AOC и DOC две стороны OB и OD являются противоположными лучами, но сами углы смежными не являются.

Блок 2. Контрпримеры, доказывающие или опровергающие суждения в стереометрии.

2.1 «Не существует четырехугольной пирамиды, у которой две противоположные грани, перпендикулярные основанию» [20, с.15].

Контрпример (рисунок П.6):

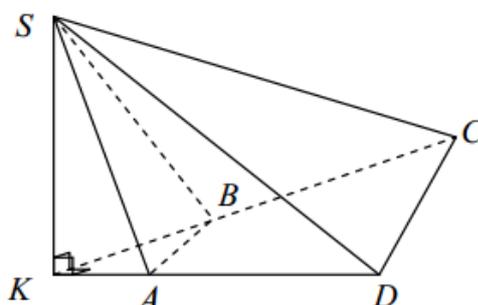


Рисунок П.6 - Контрпример к высказыванию 2.1

В пирамиде (рисунок П.6) $SABCD$ грани SBC и SAD перпендикулярны основанию $ABCD$ (Искомая пирамида получена из треугольной пирамиды $SKCD$ у которой грани SCK и SDK перпендикулярны основанию KCD).

2.2 Существует ли многогранник, у которого нечетное число граней, и каждая грань имеет нечетное число ребер?

2.3

а) Существует ли 4х-угольная пирамида, такая, что две её противоположные боковые грани перпендикулярны основанию?

б) Существует ли пирамида, такая, что три ее боковые грани перпендикулярны основанию?

2.4 Существует ли в пространстве замкнутая самопересекающаяся ломаная, которая пересекает каждое свое звено ровно один раз, причём в его середине?

2.5 AM - перпендикуляр к плоскости ABC . Верно ли, что угол BAC больше угла BMC ?

2.6 Верно ли, что любой трехгранный угол можно рассечь плоскостью так, что сечение - правильный треугольник?

2.7 Верно ли, что любой выпуклый четырехгранный угол можно рассечь плоскостью так, что получится параллелограмм?

2.8 Можно ли разрезать правильную треугольную призму на две равные пирамиды?

2.9

а) Придумайте многогранник, у которого нет трех граней с одинаковым числом сторон.

б) Докажите, что у любого выпуклого многогранника найдутся две грани с одинаковым числом сторон.

2.10 Существует ли выпуклый многогранник, у которого есть диагонали и каждая диагональ меньше любого ребра?

2.11 Конструктор состоит из набора прямоугольных параллелепипедов. Все их можно поместить в одну коробку, также имеющую форму прямоугольного параллелепипеда. В бракованном наборе одно из измерений каждого параллелепипеда оказалось меньше стандартного. Всегда ли у коробки, в которую укладывается набор, тоже можно уменьшить одно из измерений (параллелепипеды укладываются в коробку так, что их ребра параллельны ребрам коробки)?

2.12 Дана коробка (прямоугольный параллелепипед), по поверхности (но не внутри) которой ползает муравей. Изначально муравей сидит в углу. Верно ли, что среди всех точек поверхности на наибольшем расстоянии от муравья находится

противоположный угол? (Расстоянием между двумя точками считаем длину соединяющего их кратчайшего пути по поверхности параллелепипеда.)

2.13 В набор "Юный геометр" входит несколько плоских граней, из которых можно собрать выпуклый многогранник. Юный геометр Саша разделил эти грани на две кучки. Могло ли случиться, что из граней каждой кучки тоже можно собрать выпуклый многогранник? (И в начале, и в конце каждая из граней набора должна являться гранью многогранника)

2.14 Можно ли так выбрать шар, треугольную пирамиду и плоскость, чтобы всякая плоскость, параллельная выбранной, пересекала шар и пирамиду по фигурам равной площади?

Блок 3. Высказывания, утверждения, умозаключения с неопределённым значением истинности

3.1 При изучении понятия призмы полезно предложить учащимся ответить на вопрос: «Верно ли такое определение призмы: призмой называется многогранник, у которого две грани - равные многоугольники с соответственно параллельными сторонами, а все остальные грани параллелограммы?» [20, с.18].

«Ответ на поставленный вопрос отрицателен и подтверждением тому служит рисунок П.7, на котором изображён многогранник, не являющийся призмой, но у которого: $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ - «основания», а все остальные грани параллелограммы» [20, с.19].

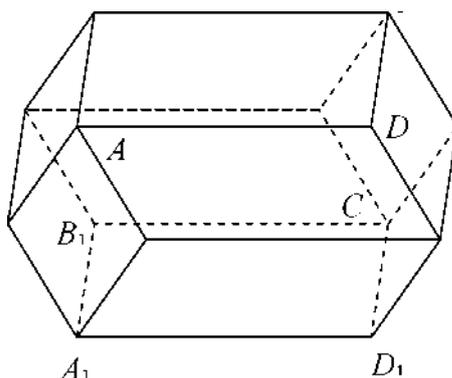


Рисунок П.7 - Контрпример к высказыванию 3.1

3.2 В одном старом учебнике дано такое определение призмы: «Призмой называется многогранник, у которого две грани - равные многоугольники с соответственно параллельными сторонами, а все остальные грани - параллелограммы». Приведите пример многогранника, удовлетворяющего этому определению, но не являющегося призмой.

3.3 Станет ли верным определение, приведённое в предыдущей задаче, если перед словом «многогранник» поставить слово «выпуклый»?

Контрпример. Возьмём куб и на каждой его грани, как на основании, во внешнюю сторону построим правильную четырёхугольную пирамиду с двугранными углами при основании 45° .

3.4 Проекция вершины A параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ на некоторую плоскость лежит внутри проекции треугольника $A_1 BD$ на эту плоскость. Докажите, что площадь проекции параллелепипеда в два раза больше площади проекции треугольника $A_1 BD$.

3.5 Используя результат предыдущей задачи, найдите, чему равно наибольшее значение площади проекции прямоугольного параллелепипеда с рёбрами a , b и c на некоторую плоскость.

3.6 Через центр единичного куба проведена плоскость, делящая его на два многогранника. Докажите, что в каждом из получившихся многогранников найдётся диагональ, длина которой не меньше.

3.7 При изучении понятия пирамиды полезно предложить учащимся ответить на вопрос: «Верно ли такое определение пирамиды:

а) телесная фигура, ограниченная плоскостями, которые от одной плоскости (основания) сходятся в одной точке (вершине).

(это определение подвергалось критике уже в древности, например, Героном)

б) это фигура, ограниченная треугольниками, сходящимися в одной точке, и основанием которой служит многоугольник *(определение пирамиды, предложенное самим Героном)*.

Важнейшим недостатком этого определения является использование неопределённого понятия основания.

в) многогранник, у которого все грани, кроме одной, сходятся в одной точке *(определение Тейлора)*.

г) телесная фигура, образованная треугольниками, сходящимися в одной точке и заканчивающаяся на различных сторонах плоского основания *(определение Лезандра в «Элементах геометрии»)*

После этой формулировки разъясняется понятие основания. является явно избыточным, т.е. содержит признаки, которые можно вывести из других.

д) телесный угол, пересечённый плоскостью *(определение, которое фигурировало в учебниках XIX века)*

Блок 4. Разноуровневые задачи по теме «Многогранники»

Задачи для обучающихся группы А.

Вариант 1.

Часть 1

1. Тело, поверхность которого состоит из конечного числа плоских многоугольников, называется:

А) Шестиугольник В) Многогранник С) Четырёхугольник Д) Многоугольник

2. Сколько рёбер у шестиугольной призмы?

А) 15; В) 6; С) 24; Д) 12; Е) 18

3. Определение правильной призмы.

А) Призма называется правильной, если в основании лежит правильный многоугольник

В). Призма называется правильной, если в основании лежит многоугольник.

С) Прямая призма называется правильной, если в основании лежит правильный многоугольник.

Д) Прямая призма называется правильной, если в основании лежит многоугольник.

4. Выберите правильный ответ:

А) Площадь боковой поверхности прямой призмы:

1) $S=ph$ 2) $S=Ph$ 3) $S=\pi r$ 4) $S=\pi r^2$

В) Площадь полной поверхности призмы:

1) $S_{бок} + S_{осн}$ 2) $2S_{бок} + 2S_{осн}$ 3) $2S_{бок} + S_{осн}$ 4) $S_{бок} + 2S_{осн}$

5. Определение апофемы.

А) Высота грани пирамиды В) Высота грани правильной пирамиды

С) Высота боковой грани правильной пирамиды. Д) Высота боковой грани пирамиды;

6. Определение пирамиды

А) Многогранник, составленный из двух n -угольников и n -треугольников.

В) Многогранник, составленный из одного n -угольника и n -треугольников.

- C) Многогранник, составленный из двух равных n -угольников и n -треугольников.
 D) Многогранник, составленный из двух равных n -угольников, расположенных в параллельных плоскостях, и n параллелограммов.

7. Определение призмы

- A) Многогранник, составленный из двух равных n -угольников, расположенных в параллельных плоскостях, и n параллелограммов.
 B) Многогранник, составленный из n -угольников и n параллелограммов.
 C) Многогранник, составленный из двух равных n -угольников и n параллелограммов.
 D) Многогранник, составленный из двух n -угольников и n параллелограммов.

8. Площадь полной поверхности пирамиды.

- A) $S_{бок.} + 2S_{осн.}$ B) $2S_{бок.} + 2S_{осн.}$ C) $2S_{бок.} + S_{осн.}$ D) $S_{бок.} + S_{осн.}$

9. Отрезки, соединяющие вершину пирамиды с вершинами основания, называются:

- A) гранями; B) боковыми ребрами; C) сторонами; D) диагоналями.

10. Площадь боковой поверхности правильной пирамиды.

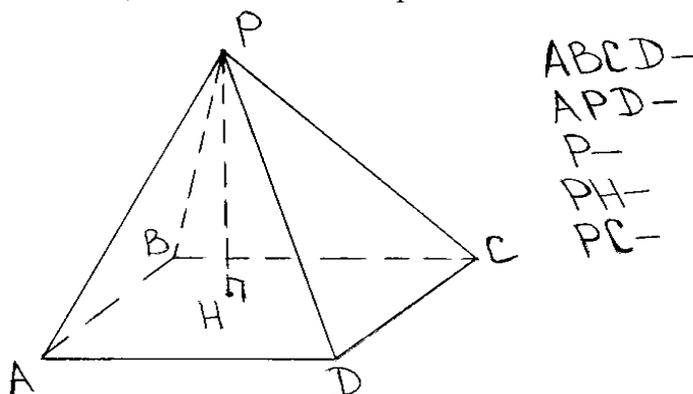
- A) $S=2\pi r$ B) $S=\frac{1}{2}pd$ C) $S=ph$ D) $S=\pi r^2$

Часть 2

На рисунке изображена

.....

Запишите, как называются перечисленные элементы вашего многогранника



Часть 3.

В приведенных ниже задачах найти площади боковых и полных поверхностей многогранников:

1. В основании призмы лежит прямоугольник со сторонами 3 см и 5 см, а высота равна 4 см.
2. В правильной четырехугольной призме сторона основания равна 3 см, а высота призмы равна 15см. Вычислите площадь полной поверхности призмы.
3. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 5 см, а высота боковой грани равна 8см. Вычислите площадь полной поверхности пирамиды.

Вариант 2.

Часть 1

1. Многогранник, который состоит из плоского многоугольника, точки и отрезков соединяющих их, называется:

- A) конусом; B) пирамидой; C) призмой; D) шаром.

2. Что представляет собой боковая грань пирамиды?

- Параллелограмм B) Круг C) Прямоугольник D) Треугольник

3. Выберите правильный ответ:

A) Площадь боковой поверхности прямой призмы:

- 1) $S=ph$ 2) $S=\pi r$ 3) $S=Ph$ 4) $S=\pi r^2$

В) Площадь полной поверхности призмы:

- 1) $2S_{бок} + 2S_{осн}$ 2) $2S_{бок} + S_{осн}$ 3) $S_{бок} + S_{осн}$ 4) $S_{бок} + 2S_{осн}$

4. Сколько оснований имеет правильная пирамида?

- А) Одно. В) Два. С) Три. D) Много.

5. Площадь боковой поверхности правильной пирамиды.

- А) $S = 2\pi r$ В) $S = ph$ С) $S = \frac{1}{2}pd$ D) $S = \pi r$

6. Какое наименьшее число граней может иметь призма?

- А) 3; В) 4; С) 5; D) 6; E) 9.

7. Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется:

- А) медианой; В) апофемой; С) биссектрисой; D) высотой.

8. Если боковые ребра призмы перпендикулярны основанию, то призма является:

- А) наклонной; В) правильной; С) прямой; D) выпуклой.

9. Определение призмы

А) Многогранник, составленный из двух равных n -угольников, расположенных в параллельных плоскостях, и n параллелограммов.

В) Многогранник, составленный из двух n -угольников и n параллелограммов.

С) Многогранник, составленный из n -угольников и n параллелограммов.

D) Многогранник, составленный из двух равных n -угольников и n параллелограммов.

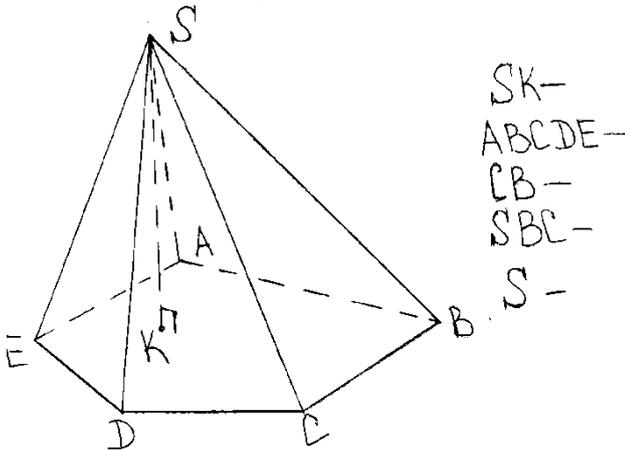
10. У призмы боковые ребра:

- А) равны; В) симметричны; С) параллельны и равны; D) параллельны.

Часть 2

На рисунке изображена

..... Запишите, как называются перечисленные элементы вашего многогранника



Часть 3.

В приведенных ниже задачах найти площади боковых и полных поверхностей многогранников:

1. В правильной четырехугольной призме сторона основания равна 5 см, а высота призмы равна 13 см. Вычислите площадь полной поверхности призмы.

2. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 8 см, а высота боковой грани равна 6 см. Вычислите площадь полной поверхности пирамиды.

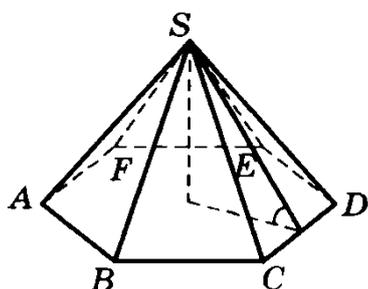
3. В основании призмы лежит прямоугольник со сторонами 7 см и 8 см, а высота равна 6 см.

- б) Призма называется прямой, если...
6. Какими отрезками являются боковые ребра призмы?
7. Как вычислить площадь боковой поверхности пирамиды? Как вычислить площадь полной поверхности пирамиды?
8. Как вычислить площадь боковой поверхности призмы? Как вычислить площадь полной поверхности призмы?

Часть 2

Решить задачи:

1. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SO = 16$, $AC = 24$. Найдите боковое ребро SB .
2. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точка N – середина ребра AB , S – вершина. Известно, что $BC = 6$, а площадь боковой поверхности пирамиды равна 108. Найдите длину отрезка SN .
3. Апофема правильной шестиугольной пирамиды равна 6 см, а угол между боковой гранью и основанием равен 30° . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

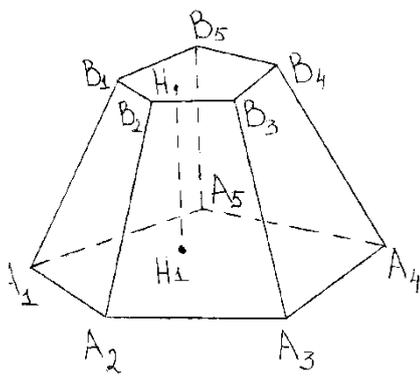


Вариант 4.

Часть 1

1. Изобразите четырёхугольную призму. Дайте определение призмы. Обозначьте и запишите для призмы:
 - а) вершины; б) основания; в) боковые грани; д) противоположные грани; е) диагонали одной грани; ж) диагонали призмы.
2. Какие из утверждений справедливы для правильной пирамиды:

а) в её основании может лежать любой многоугольник;	ДА	НЕТ
б) все её боковые грани равнобедренные треугольники;	ДА	НЕТ
в) высота её боковой грани, проведённая из вершины, называется АПОФЕМОЙ;	ДА	НЕТ
г) высота правильной пирамиды не всегда совпадает с центром основания;	ДА	НЕТ
д) все ребра правильной пирамиды равны;	ДА	НЕТ
е) основанием правильной пирамиды может быть ромб;	ДА	НЕТ
ж) основанием правильной пирамиды может быть равносторонний треугольник;	ДА	НЕТ
3. Изображённый на рисунке многогранник называется..... Назовите его элементы



$B_3 B_4 A_4 A_3$ -
 $A_3 A_4 A_5 A_1 A_2$ -
 $H H_1$ -
 $A_1 B_1$ -
 $B_3 B_4 B_5 B_1 B_2$ -

4. О каких многогранниках идёт речь в приведённых ниже теоремах (впишите их названия вместо точек):

1. Площадь боковой поверхности равна произведению периметра основания на высоту.

2. Площадь боковой поверхности равна половине произведения периметра основания на апофему.

3. Площадь боковой поверхности равна произведению полусуммы периметров основания на апофему.

5. Закончите предложения:

1) Диагональю призмы называется

2) Параллелепипедом называется

3) Кубом называется прямоугольный параллелепипед, у которого

4) Все боковые грани усечённой правильной пирамиды являются...

5) Отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной грани, называется...

6) Призма называется прямой, если...

6. Какие многогранники лежат в основании призмы ?

7. Какое наименьшее число ребер, граней, вершин может иметь призма?

8. Какая пирамида называется правильной?

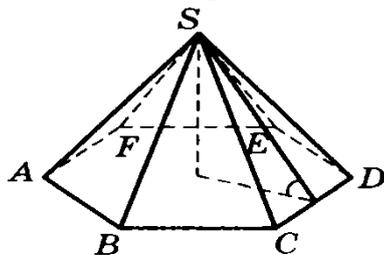
Часть 2

Решить задачи:

1. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SD = 17$, $AC = 16$. Найдите длину отрезка SO .

2. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точка M – середина ребра AB , S – вершина. Известно, что $BC = 6$, а $SM = 12$.

3. Высота правильной шестиугольной пирамиды равна 9 см, а угол между боковой гранью и основанием равен 30° . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.



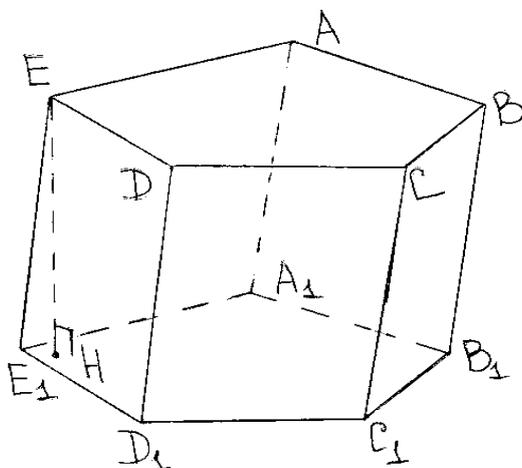
Задачи для учеников группы С

Вариант 5.

Часть 1.

1. На рисунке изображена

Запишите, как называются перечисленные элементы вашего многогранника



EH -
ABCDE -
BB₁ -
C -
DCC₁D₁ -

2. Определение пирамиды
3. Что представляет собой боковая грань правильной пирамиды?
4. Определение призмы
5. Определение апофемы
6. Что является высотой прямой призмы?
7. Формулы полных и боковых поверхностей известных вам многогранников

Часть 2.

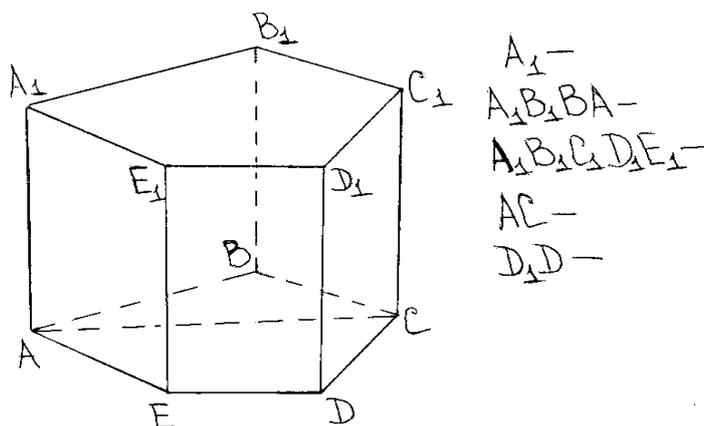
1. В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 6 см, а высота пирамиды равна 12 см. Вычислите площадь полной поверхности пирамиды.
2. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно 4 см и образует с плоскостью основания пирамиды угол 45°.
 - а) Найдите высоту пирамиды.
 - б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
3. Боковое ребро правильной четырехугольной призмы равно 5 см, а диагональ боковой грани равна 13 см. Найдите площадь боковой и полной поверхности призмы.
4. Основание пирамиды - прямоугольник со сторонами 6 и 8 см. Высота пирамиды равна 12 см и проходит через точку пересечения диагоналей основания. Найдите боковые ребра пирамиды.

Вариант 6

Часть 1

1. На рисунке изображена

Запишите, как называются перечисленные элементы вашего многогранника



2. Определение правильной пирамиды
3. Что представляет собой боковая грань пирамиды?
4. Определение прямой призмы
5. Что такое высота призмы?
6. Сколько боковых граней имеет треугольная пирамида?
7. Формулы полных и боковых поверхностей известных вам многогранников

Часть 2.

1. В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 10 см, а высота пирамиды равна 20 см. Вычислите площадь полной поверхности пирамиды.
2. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно 6 см и образует с плоскостью основания пирамиды угол 45° .
 - а) Найдите высоту пирамиды.
 - б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды
3. Боковое ребро правильной четырехугольной призмы равно 6 см, а диагональ боковой грани равна 10 см. Найдите площадь боковой и полной поверхности призмы.
4. Основание пирамиды — прямоугольник со сторонами $6\sqrt{3}$ и 6 см. Высота пирамиды равна $12\sqrt{2}$ см и проходит через точку пересечения диагоналей основания. Найдите боковые ребра пирамиды.

Блок 5. Самостоятельное построение моделей многогранников («развертки»).

Задания по причине большого объема не приводятся в работе.

Рекомендации по построению моделей приведены в Приложении 6.

Блок 6. Задачи с использованием многогранников при подготовке к ЕГЭ.

Задания приведены в Приложении 7.

Рекомендации к Блоку 5 «Самостоятельное построение моделей многогранников («развертки»)

При построении бумажных моделей многогранников рекомендуется сформулировать ряд пояснений для обучающихся:

1. Изготовьте чертежи граней. Если вы хотите построить модель среднего размера, можно просто напечатать чертежи, приведенные на странице, посвященной соответствующему многограннику. Если же вы хотите построить модель другого размера, вы должны выполнить чертеж самостоятельно. Будьте очень аккуратны, от точности чертежа зависит, насколько хорошо подойдут детали.

2. Изготовьте по чертежу трафарет. Для этого наложите чертеж на лист плотного картона и проколите оба листа в вершинах многоугольника иглой или тонким шилом. Острым карандашом соедините по линейке полученные проколы. Аккуратно вырежьте ножом или ножницами трафарет, отступив от карандашной линии примерно на 0,5 см.

3. Выберите материал, из которого вы будете изготавливать модель. Для моделей среднего размера неплохо подходит плотная чертежная бумага. Хорошо также использовать тонкий глянцевый картон. Если же вы делаете большую модель, нужно выбирать более плотный материал, чтобы модель не разрушилась от собственного веса. Если вы делаете цветную модель, надо использовать цветной материал или самостоятельно окрасить его до того, как вы сделаете заготовки.

4. По трафарету изготовьте требуемое число заготовок. Для изготовления заготовки положите трафарет на лист материала, выбранного вами для модели, и сделайте проколы в вершинах многоугольника. Теперь острым предметом - иглой или шилом - нанесите между проколами границы и линии сгибов. Если вы используете достаточно толстый картон, вместо иглы можно воспользоваться очень острым ножом, аккуратно надрезав картон на треть толщины.

5. Вырежьте детали, оставляя поля-наклейки, которыми части будут соединены, размером от 0,3 до 0,5 см. Есть несколько технологий соединения деталей (о них сказано ниже); оставляйте те наклейки, которые требуются при выбранной вами технологии. Срезайте уголки заготовок так, чтобы разрез прошел точно через прокол.

6. Аккуратно согните заготовки по проведенным вами линиям. Если сгиб очень длинный (более 8 см) то, чтобы не помять заготовку, воспользуйтесь линейкой, прижав ей заготовку по линии сгиба.

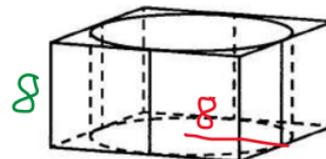
7. Этот этап можно пропустить, но если вы делаете одноцветную модель, с такой обработкой она значительно выиграет. Отогнув наклейки, аккуратно окрасьте черной тушью ребра будущей модели. Чтобы не испачкать заготовки, окрашивайте ребра по одному, не приступая к следующему, пока не просохло предыдущее. Очень удобно работать «конвейерным» способом, делая одновременно много одинаковых заготовок - вы окрашиваете у каждой заготовки по одному ребру, и, когда вы обработаете последнюю деталь, первая уже полностью высохнет и можно начинать окраску следующего ребра.

8. Если модель имеет очень острые многогранные углы, дополнительно подрежьте уголки наклеек. Это не стоит делать преждевременно, иначе будет тяжело, аккуратно отогнуть наклейки. Постарайтесь оставлять для склейки как можно больше места. Срезайте ровно столько, чтобы наклейки не мешали граням и друг другу вблизи вершин многогранника.

9. Когда все детали готовы, можно приступать к склейке модели.

Задачи из ЕГЭ по теме «Многогранники»

- 2 Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания и высота цилиндра равны 8. Найдите объём параллелепипеда.



Отметим на чертеже известные данные. Объем прямоугольного параллелепипеда – произведение его длины на ширину и на высоту. Цилиндр является вписанным. Значит, его высота равна высоте прямоугольного параллелепипеда. Также, окружность основания касается всех сторон основания прямоугольного параллелепипеда. Вписать окружность можно только в ромб или квадрат. Поскольку углы основания прямоугольного параллелепипеда равны 90 градусов, мы имеем дело с квадратом, сторона которого равна диаметру окружности основания. То есть, получаем, что длина и ширина прямоугольного параллелепипеда равны $8 + 8 = 16$, а высота равна 8. Найдём его объем: $V = 16 \cdot 16 \cdot 8 = 2048$

Ответ: 2048

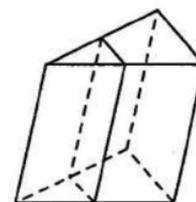
- 2 Длина окружности основания цилиндра равна 5, высота равна 6. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

Площадь боковой поверхности цилиндра – произведение длины окружности основания цилиндра на высоту:

$$S_{\text{пов}} = L \cdot h = 5 \cdot 6 = 30$$

Ответ: 30

- 2 Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 24. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



Ответ: _____.

Площадь боковой поверхности призмы — это произведение периметра основания на высоту.

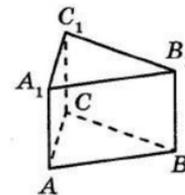
Поскольку мы отсекаем основание средней линией, получаем подобный треугольник с коэффициентом подобия 0,5.

Периметр маленького треугольника будет в два раза меньше периметра большого треугольника (исходя из коэффициента подобия)

Значит, и площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы будет в 2 раза меньше, так как высота призмы не изменилась. Получаем, что эта площадь равна $24 : 2 = 12$

Ответ: 12

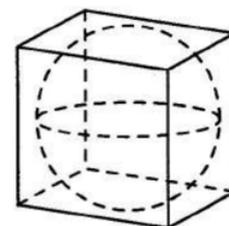
- 2 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки B, C, A_1, C_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 5, а боковое ребро равно 6.



Ответ: _____.

	<p>Изобразим данный многогранник. Наша призма «развалилась» на три пирамиды: пирамида $A_1C_1B_1B$, пирамида A_1C_1CB – искомая, пирамида A_1ABC. Чтобы найти нужный объём, нужно от всей призмы отнять две лишние. Пирамиды $A_1C_1B_1B$ и A_1ABC равны. Найдем объём всей призмы</p> $V = S_{\text{осн}} \cdot h = 5 \cdot 6 = 30$ <p>Теперь найдем объём лишних пирамид:</p> $V_1 = V_2 = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 6 = 10$ <p>Найдем объём оставшейся части:</p> $V_3 = V - (V_1 + V_2) = 30 - 20 = 10$ <p>Ответ: 10</p>
--	---

- 2 Куб описан около сферы радиуса 12,5. Найдите объём куба.



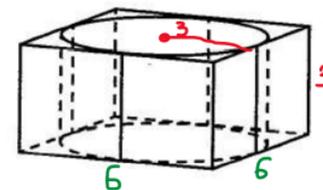
Ответ: _____.

Измерения куба равны диаметру шара: $12,5 \cdot 2 = 25$

Объём куба равен: $25^3 = 625 \cdot 25 = 15625$

Ответ: 15625

- 2 Цилиндр вписан в правильную четырёхугольную призму. Радиус основания и высота цилиндра равны 3. Найдите площадь боковой поверхности призмы.



Ответ: _____.

Поскольку радиус основания цилиндра равен 3, длина и ширина призмы равны 6.

Площадь боковой поверхности призмы складывается из площадей боковых четырёхугольников (4 штуки) с длиной 6 и шириной 3:

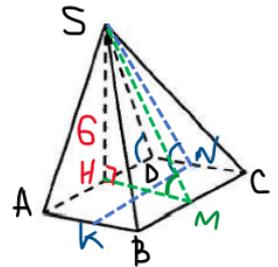
$$S = 4 \cdot 6 \cdot 3 = 72$$

Ответ: 72

2

Основанием пирамиды служит прямоугольник, одна боковая грань перпендикулярна плоскости основания, а три другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60° . Высота пирамиды равна 6. Найдите объем пирамиды.

Ответ: _____.



Чтобы найти объем пирамиды нам нужно найти площадь основания. Обозначу для удобства вершины и важные для понимания решения точки.

SH – перпендикуляр от вершины S к основанию ABCD. Это – высота пирамиды, равная 6.

Теперь нужно найти стороны прямоугольника, чтобы посчитать его площадь.

Обозначим углы между боковыми гранями и плоскостью основания – углы SMH и SNK.

Они равны 60 градусов. Угол SDH равен углу SNK.

Рассмотрим треугольник SDH. $\frac{SH}{DH} = \operatorname{tg} 60 \Rightarrow DH = \frac{SH}{\operatorname{tg} 60} = \frac{6}{\sqrt{3}}$ Эта длина равна половине стороны AD. Значит, AD равно $\frac{12}{\sqrt{3}}$

Теперь найдем AB. Угол SMH также равен 60 градусов. Из тангенса аналогично получим, что $MH = AB = \frac{6}{\sqrt{3}}$

Теперь найдем площадь основания: $S = \frac{12}{\sqrt{3}} \cdot \frac{6}{\sqrt{3}} = 24$

Объем — это треть произведения площади основания на высоту пирамиды.

$$V = \frac{1}{3} \cdot 24 \cdot 6 = 48$$

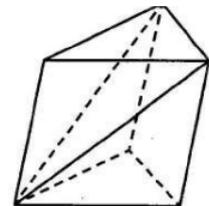
Также эту задачу можно решить через равносторонний треугольник и формулу его высоты.

Ответ: 48

2

От треугольной призмы, объем которой равен 120, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через сторону одного основания и противоположную вершину другого основания. Найдите объем оставшейся части.

Ответ: _____.



Объем призмы – произведение площади основания на высоту, а объем пирамиды – треть произведения площади основания на высоту. То есть, объем отрезанной пирамиды в три раза меньше объема призмы.

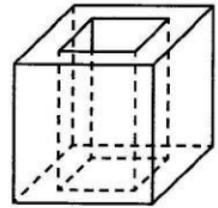
Объем пирамиды = $120:3 = 40$

Теперь считаем объем остатка: $120 - 40 = 80$

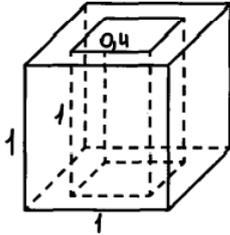
Ответ: 80

2

Из единичного куба вырезана правильная четырёхугольная призма со стороной основания 0,4 и боковым ребром 1. Найдите площадь полной поверхности получившейся фигуры.



Ответ: _____.



Рассмотрим внимательно фигуру, которая осталась после того, как вырезали кусок. Я подпишу данные длины сторон.

При решении подобных задач неплохо иметь представление, как это выглядит в реальной жизни. Уметь визуализировать объемный чертеж.

Нам нужно найти площадь поверхности оставшейся части. Главный вопрос – из чего эта часть состоит?

Внешние стороны нашего куба не трогали. Значит, 4 квадрата остались без изменения. В «крышке» и «дне» нашего кубика образовались «дырки». Значит, площадь оставшейся части – площадь квадрата минус площадь «вырезки».

Также у нас добавились внутренние части («вырезка» идет насквозь). Это как раз прямоугольники, составляющие боковую поверхность нашей вырезанной призмы.

Запишем формулы для площадей каждого элемента. Потом посчитаем их количество и выведем итоговую площадь поверхности.

$$S_{\text{квадрата}} = 1 \cdot 1 = 1$$

$$S_{\text{«крышки»}} = 1^2 - 0,4^2 = 1 - 0,16 = 0,84$$

$$S_{\text{внутренность}} = 1 \cdot 0,4 = 0,4$$

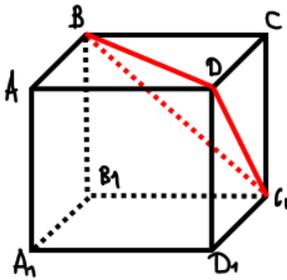
Теперь посчитаем количество. Внешних квадратов у нас 4, «крышка» и «дно» – 2 штуки, внутренние части – 4. Составим итоговое выражение:

$$S_{\text{бок}} = 4S_{\text{квадрата}} + 2S_{\text{«крышки»}} + 4S_{\text{внутренность}} = 4 \cdot 1 + 2 \cdot 0,84 + 4 \cdot 0,4 = 4 + 1,68 + 1,6 = 7,28$$

Ответ: 7,28

2

В кубе $ABCD_1A_1B_1C_1D_1$ найдите угол между прямыми DC_1 и BD . Ответ дайте в градусах.



Начинаем с чертежа. Чертим куб, отмечаем DC_1 , BD

Соединяю BC_1 . Получим треугольник.

Нам нужно найти угол BDC_1

Рассмотрим треугольник BDC_1 :

BD – диагональ квадрата $ABCD$

DC_1 – диагональ квадрата DD_1C_1C

BC_1 – диагональ квадрата BCC_1B_1

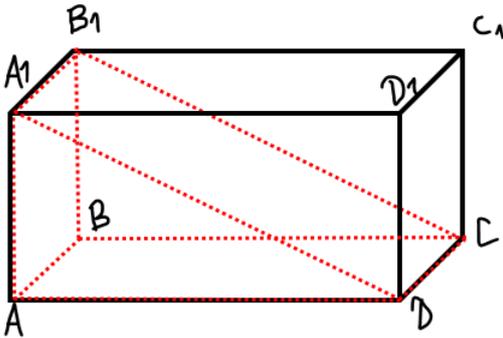
Поскольку у нас дан куб, то все квадраты равны, значит и все диагонали этих квадратов равны. Делаем вывод, что треугольник равносторонний.

Все углы в равностороннем треугольнике равны 60°

Значит, искомый угол $BDC_1 = 60^\circ$

Ответ: 60

- 2 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AB = 9$, $BC = 6$, $AA_1 = 5$. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A , B , C , D , A_1 , B_1 .



Чертим прямоугольный параллелепипед, отмечаю данные из условия на чертеже. Соединяем точки A , B , C , D , A_1 , B_1 . Получается, что объем многогранника $ABCD A_1 B_1$ – половина объема всего параллелепипеда.

Запишем формулу для нахождения объема параллелепипеда:

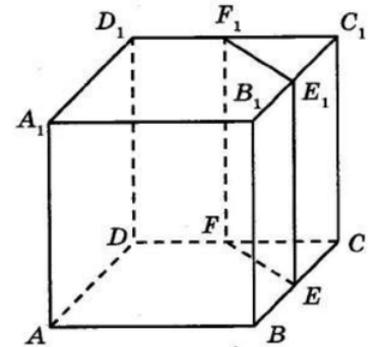
$$V = AB \cdot BC \cdot AA_1 = 9 \cdot 6 \cdot 5 = 270$$

И найдем объем искомой фигуры:

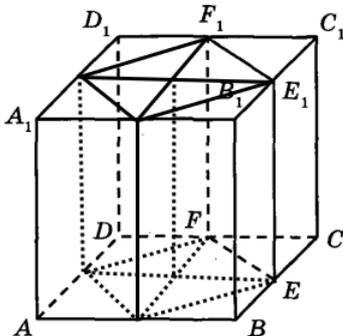
$$V = 270 : 2 = 135$$

Ответ: 135

- 2 Объем треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух ребер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины, равен 25. Найдите объем куба.



Ответ: _____.



Я продолжу делить куб на призмы по той же схеме, как и была отделена начальная призма. Поскольку у нас куб, все треугольнички в основаниях будут равны.

То есть, наш куб состоит из восьми одинаковых призм.

Значит, его объем в 8 раз больше объема данной призмы:

$$V = 8 \cdot V_{\text{призмы}} = 8 \cdot 25 = 200$$

Ответ: 200

Опросник ССП-98

Опросник ССП состоит из 46 утверждений, входящих в состав шести шкал, выделяемых в соответствии с основными регуляторными процессами (планирования, моделирования, программирования, оценки результатов) и регуляторно-личностными свойствами (гибкости и самостоятельности) В состав каждой шкалы входят по девять утверждений. Структура опросника такова, что ряд утверждений входят в состав сразу двух шкал в связи с тем, что их можно отнести к характеристике как регуляторного процесса, так и свойства регуляции.

Опросник «Стиль саморегуляции поведения» (ССП) был создан в 1988 году в Психологическом институте РАО в лаборатории психологии саморегуляции (заведующая - В.И. Моросанова) и пригодна как для научных исследований, так и в качестве инструмента практической диагностики различных аспектов индивидуальной саморегуляции. Утверждения опросника построены на типичных жизненных ситуациях и не имеют непосредственной связи со спецификой какой-либо профессиональной или учебной деятельности. В последующие годы был разработан целый ряд модификаций этой методики.

Данная методика позволяет проводить диагностику развития индивидуальной саморегуляции и ее индивидуального профиля, включающего показатели планирования, моделирования, программирования, оценки результатов, а также показатели развития регуляторно-личностных свойств - гибкости и самостоятельности. С помощью этой методики можно решать и практические задачи, в частности, выявлять индивидуальный профиль различных регуляторных процессов и уровень развитости общей саморегуляции как регуляторных предпосылок успешности овладения новыми видами деятельности.

Саморегуляция произвольной активности человека понимается автором опросника как системно организованный психический процесс по инициации, построению, поддержанию и управлению всеми видами и формами внешней и внутренней активности, который направлен на достижение принимаемых субъектом целей.

По определению В.И. Моросановой, «стилевыми особенностями саморегуляции являются типичные для человека и наиболее существенные индивидуальные особенности самоорганизации и управления внешней и внутренней целенаправленной активностью, устойчиво проявляющиеся в различных её видах».

Стиль саморегуляции проявляется в том, каким образом человек планирует и программирует достижение жизненных целей, учитывает значимые внешние и внутренние условия, оценивает результаты и корректирует свою активность для достижения субъективно-приемлемых результатов, в том, в какой мере процессы самоорганизации развиты и осознаны.

Область применения теста с 14 лет и старше.

Текст Опросника «Стиль саморегуляции поведения-98» - ССП-98

Инструкция: Предлагаем Вам ряд высказываний об особенностях поведения. Последовательно прочитав каждое высказывание, выберите один из четырех возможных ответов: «Верно», «Пожалуй, верно», «Пожалуй, неверно», «Неверно» и поставьте крестик в соответствующей графе на листе ответов.

Не пропускайте ни одного высказывания. Помните, что не может быть хороших или плохих ответов, так как это не испытание Ваших способностей, а лишь выявление индивидуальных особенностей Вашего поведения.

	Верно	Пожалуй, верно	Пожалуй, неверно	Неверно
1. Свои планы на будущее люблю разрабатывать в малейших деталях.				
2. Люблю всякие приключения, могу идти на риск.				
3. Стараюсь всегда приходить вовремя, но тем не менее часто опаздываю.				
4. Придерживаюсь девиза —Выслушай совет, но сделай по-своему!.				
5. Часто полагаюсь на свои способности ориентироваться по ходу дела и не стремлюсь заранее представить последовательность своих действий.				
6. Окружающие отмечают, что я недостаточно критичен к себе и своим действиям, но сам я это не всегда замечаю.				
7. Накануне контрольных или экзаменов у меня обычно появлялось чувство, что не хватило 1–2 дней для подготовки.				
8. Чтобы чувствовать себя уверенно, необходимо знать, что ждет тебя завтра.				
9. Мне трудно себя заставить что-либо переделывать, даже если качество сделанного меня не устраивает.				
10. Не всегда замечаю свои ошибки, чаще это делают окружающие меня люди.				
11. Переход на новую систему работы не причиняет мне особых неудобств.				
12. Мне трудно отказаться от принятого решения даже под влиянием близких мне людей.				
13. Я не отношу себя к людям, жизненным принципом которых является —Семь раз отмерь, один раз отрежь!.				
14. Не выношу, когда меня опекают и за меня что-то решают.				
15. Не люблю много раздумывать о своем будущем.				
16. В новой одежде часто ощущаю себя неловко.				
17. Всегда заранее планирую свои расходы, не люблю делать незапланированных покупок.				
18. Избегаю риска, плохо справляюсь с неожиданными ситуациями.				
19. Мое отношение к будущему часто меняется: то строю радужные планы, то будущее кажется мне мрачным.				
20. Всегда стараюсь продумать способы достижения цели, прежде чем начну действовать.				
21. Предпочитаю сохранять независимость даже от близких мне людей.				
22. Мои планы на будущее обычно реалистичны, и я не люблю их менять.				
23. В первые дни отпуска (каникул) при смене образа жизни всегда появляется чувство дискомфорта.				
24. При большом объеме работы неминуемо страдает				

качество результатов.				
25. Люблю перемены в жизни, смену обстановки и образа жизни.				
26. Не всегда вовремя замечаю изменения обстоятельств и из-за этого терплю неудачи.				
27. Бывает, что настаиваю на своем, даже когда не уверен в своей правоте.				
28. Люблю придерживаться заранее намеченного на день плана.				
29. Прежде чем выяснять отношения, стараюсь представить себе различные способы преодоления конфликта.				
30. В случае неудачи всегда ищу, что же было сделано неправильно.				
31. Не люблю посвящать кого-либо в свои планы, редко слеую чужим советам.				
32. Считаю разумным принцип: сначала надо ввязаться в бой, а затем искать средства для победы.				
33. Люблю помечтать о будущем, но это скорее фантазии, чем реальность.				
34. Стараюсь всегда учитывать мнение товарищей о себе и своей работе.				
35. Если я занят чем-то важным для себя, то могу работать в любой обстановке.				
36. В ожидании важных событий стремлюсь заранее представить последовательность своих действий при том или ином развитии ситуации.				
37. Прежде чем взяться за дело, мне необходимо собрать подробную информацию об условиях его выполнения и сопутствующих обстоятельствах.				
38. Редко отступаю от начатого дела.				
39. Часто допускаю небрежное отношение к своим обязательствам в случае усталости и плохого самочувствия.				
40. Если я считаю, что прав, то меня мало волнует мнение окружающих о моих действиях.				
41. Про меня говорят, что я —разбрасываюсь, не умею отделить главное от второстепенного.				
42. Не умею и не люблю заранее планировать свой бюджет.				
43. Если в работе не удалось добиться устраивающего меня качества, стремлюсь переделать, даже если окружающим это не важно.				
44. После разрешения конфликтной ситуации часто мысленно к ней возвращаюсь, перепроверяю предпринятые действия и результаты.				
45. Непринужденно чувствую себя в незнакомой компании, новые люди мне обычно интересны.				
46. Обычно резко реагирую на возражения, стараюсь думать и делать все по-своему.				

Обработка результатов теста Стиль саморегуляции поведения – ССП (В.И. Моросанова)
по ключам

Шкала планирования (Пл): Да 1, 8, 17, 22, 28, 31, 36 Нет 15, 42		Шкала моделирования (М): Да 11, 37 Нет 3, 7, 19, 23, 26, 33, 41	
Шкала программирования (Пр): Да 12, 20, 25, 29, 38, 43 Нет 5, 9, 32		Шкала оценки результатов (ОР): Да 30, 44 Нет 6, 10, 13, 16, 24, 34, 39	
Шкала гибкости (Г): Да 2, 11, 25, 35, 36, 45 Нет 16, 18, 23		Шкала самостоятельности (С): Да 4, 12, 14, 21, 27, 31, 40, 46 Нет 34	
Шкала Общего уровня саморегуляции (ОУ): Да 1, 2, 4, 8, 11, 12, 14, 17, 20, 21, 22, 25, 27, 28, 29, 30, 31, 35, 36, 37, 38, 40, 43, 44, 45, 46 Нет 3, 5, 6, 7, 9, 10, 13, 15, 16, 18, 19, 23, 24, 26, 32, 33, 34, 39, 41, 42			
Регуляторная шкала		Количество баллов	
уровень		Низкий	Высокий уровень
		Средний уровень	
Планирование	<3	4-6	>7
Моделирование	<3	4-6	>7
Программирование	<4	5-7	>8
Оценивание результатов	<3	4-6	>7
Гибкость	<4	5-7	>8
Общий уровень саморегуляции	<23	24-32	33

Анкета для учителей математики

Анкета и обработка результатов анкетирования учителей математики

Вопросы анкеты	Баллы
<p>1. У учащихся сформирована потребность в изучении темы «Многогранники», школьники понимают необходимость решения задач по данной теме (в рамках ЕГЭ).</p> <p>2. Ученики умеют анализировать условие задачи.</p> <p>3. Школьники умеют выделять условие задачи, связывать условие с формулами, используемыми при решении с помощью логической связки «если.., то..».</p> <p>4. У обучающихся сформировано умение записывать условие и решение задачи в краткой символической форме.</p> <p>5. Ученики умеют построить чертёж к задаче.</p> <p>6. Ученики находят решение последовательно, по плану.</p> <p>7. Рассуждения учеников построены на дедуктивных умозаключениях.</p> <p>8. Ученики умеют выводить логические следствия из используемых в решении определений понятий и их свойств.</p> <p>9. Ученики умеют обобщать и формулировать выводы по решенной задаче.</p> <p>10. Ученики видят область применения формул и теорем о многогранниках при решении задач.</p>	<p>Баллы от 0 до 5 к каждому утверждению в следующей градации:</p> <p>– 0 баллов - умение не сформировано;</p> <p>– 1 балл - ученики несамостоятельны в применении данного умения, допускают логические ошибки;</p> <p>– 2 балла - ученики показывают сформированность умения на уровне наводящих вопросов;</p> <p>– 3 балла - ученики допускают ошибки в применении умения к решению задач по теме «Многогранники», связанные с выбором последовательности логических шагов, обоснования, выводом следствий, применения понятий;</p> <p>– 4 балла - ученики допускают ошибки в применении умения к решению задач, связанные с выбором последовательности логических шагов, негрубые терминологические ошибки.</p> <p>– 5 баллов – у учеников сформировано исследуемое умение.</p>