

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РФ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования  
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМ. В.П. АСТАФЬЕВА»  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Кафедра математики и методики обучения математике

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

# ГЕОМЕТРИЯ

Направление/специальность подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование  
Направленность (профиль) или специализация образовательной программы  
Математика

Квалификация (степень) выпускника  
БАКАЛАВР

Заочная форма обучения

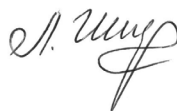
Красноярск 2022

Рабочая программа дисциплины составлена кандидатом педагогических наук, доцентом кафедры математики и методики обучения математике Е.А. Аёшиной.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры математики и методики обучения математике

протокол № 8 от «6» мая 2020 г.

Заведующий кафедрой



Л.В. Шкерина

Одобрено НМСС(Н) института математики, физики и информатики

протокол № 8 от «20» мая 2020,

Председатель НМСС (Н)

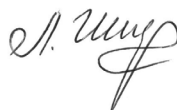


С.В. Бортниковский

Рабочая программа актуализирована на заседании кафедры математики и методики обучения математике

протокол № 8 от «12» мая 2021 г.

Заведующий кафедрой



Л.В. Шкерина

Одобрено НМСС(Н) института математики, физики и информатики

протокол № 7 от «21» мая 2021,

Председатель НМСС (Н)

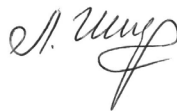


С.В. Бортниковский

Рабочая программа актуализирована на заседании кафедры математики и методики обучения математике

протокол № 8 от «04» мая 2022 г.

Заведующий кафедрой



Л.В. Шкерина

Одобрено НМСС(Н) института математики, физики и информатики

протокол № 8 от «12» мая 2022

Председатель НМСС (Н)



С.В. Бортновский

Рабочая программа актуализирована на заседании кафедры математики и методики обучения математике

протокол № 9 от «03» мая 2023 г.

Заведующий кафедрой



М.Б. Шашкина

Одобрено НМСС(Н) института математики, физики и информатики

протокол № 8 от «17» мая 2023

Председатель НМСС (Н)



Е.А. Аёшина

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### 1. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Рабочая программа по дисциплине «Геометрия» составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования 3++ (далее ФГОС ВО) по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, направленность (профиль) образовательной программы Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 февраля 2018 г. № 121 и профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)», утвержденного приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 18 октября 2013 г. №544н.; нормативно-правовыми документами, регламентирующими образовательный процесс в КГПУ им. В.П. Астафьева по направленности (профилю) образовательной программы Математика, заочной формы обучения в институте математики, физики и информатики КГПУ им. В.П. Астафьева с присвоением квалификации Бакалавр. Данная дисциплина Б1.ВД.01.02 «Геометрия» включена в список дисциплин Модуля 10 «Предметно-теоретический» из раздела «Часть, формируемая участниками образовательных отношений» блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана по заочной форме обучения в 3, 4, 5, 6, 7 и 8 семестрах (2, 3 и 4 курсы).

### 2. Общая трудоемкость дисциплины

Общий объем времени, отводимый на изучение дисциплины – 18 зачетных единиц. На контактную работу отводится 94 часа (42 часа лекций, 56 часов практических занятий, контроль – 39 ч.), на самостоятельную работу – 515 часов, форма контроля знаний – зачет с оценкой, зачет, экзамен.

Предусмотрено построение индивидуальных планов (виды и темы заданий, сроки представления результатов, самостоятельной работы студента в пределах трудоёмкости дисциплины).

### 3. Цель освоения дисциплины.

Главная цель освоения дисциплины – формирование у обучающихся общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций в ходе изучения важнейших теоретических положений и математического аппарата геометрии, имеющих приложения к понимаемому в широком смысле школьному курсу геометрии.

#### Основные задачи дисциплины:

- дать современное базовое теоретическое обоснование обязательных разделов курса геометрии, необходимых для формирования компетенций обучаемого;
- сформировать навыки активного применения теоретических знаний к практическим приложениям, в особенности, к решению задач элементарной геометрии;
- ознакомить с основными концепциями и направлениями развития геометрии с целью последующей успешной адаптации к возможным изменениям формы и содержания действующих стандартов образования.
- сформировать уровень математической культуры, достаточный для осо-

знанной ориентации в многообразии учебной литературы по школьному курсу геометрии;

- дать теоретические положения дополнительных разделов геометрических курсов, входящих в программы классов естественнонаучного профиля, элективных математических курсов и кружков.

Достижение цели и задач изучения дисциплины обеспечивается так же решением целого ряда **вспомогательных задач**, таких как:

- установление междисциплинарных связей между информатикой, геометрией и алгеброй;

- использование современных образовательных технологий;

- формирование системы предметных знаний и умений;

- овладение методикой применения информационных технологий при обучении математике;

- активизация самостоятельной деятельности, включение в исследовательскую работу.

Дисциплина опирается на компетентности и курс математики, позволяющие студентам освоить дисциплину «Геометрия».

#### 4. Планируемые результаты обучения.

Планируемые результаты обучения

Задачи освоения дисциплины	Планируемые результаты обучения по дисциплине (дескрипторы)	Код результатов обучения (компетенция)
Формирование способностей студента определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений дисциплины	Знать: правовые нормы достижения поставленной цели в сфере реализации проекта Уметь: определять имеющиеся ресурсы для достижения цели проекта Владеть: навыками формулировки задачи в соответствии с целью проекта	УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений
Развитие способностей осуществления профессиональной деятельности в соответствии с нормативно-правовыми актами в сфере образования и нормами профессиональной этики	Знать: правила безопасного поведения в мире виртуальной реальности Уметь: использовать возможности интернет пространства и социальных сетей в качестве инструмента взаимодействия с субъектами образовательного процесса Владеть: навыками осуществления формирования установки обучающихся на использование образцов и ценностей социального поведения	ПК-2. Способен поддерживать образцы и ценности социального поведения, навыки поведения в мире виртуальной реальности и социальных сетях

## **5. Контроль результатов освоения дисциплины.**

- текущий контроль: проводится с целью реализации обратной связи, организации самостоятельной работы и текущей проверки усвоения модуля дисциплины. Методы контроля успеваемости: выполнение практических и лабораторных работ, посещение лекций, написание рефератов. Форма контроля: подготовка проектов, составление конспектов, презентаций, программ компьютерного сопровождения тем курсов геометрии, их анализ.

- рубежный контроль: проводится между модулями с целью определения уровня освоения изученного материала через разработку и защиту проектов.

- итоговый контроль: зачёт с оценкой, зачёт и экзамен по итогам 2, 3 и 4 курсов соответственно и представление портфолио проводятся с целью оценки уровня овладения компетенциями в соответствии с ФГОС ВО.

Оценочные средства результатов освоения дисциплины, критерии оценки выполнения заданий представлены в разделе «Фонд оценочных средств по дисциплине».

## **6. Перечень образовательных технологий, используемых при освоении дисциплины.**

1. Современное традиционное обучение (лекционно-семинарская-зачетная система) с использованием системы динамической математики.

2. Педагогические технологии на основе гуманно-личностной ориентации педагогического процесса:

а) педагогика сотрудничества;

б) гуманно-личностная технология.

3. Педагогические технологии на основе активизации и интенсификации деятельности обучающихся (активные методы обучения):

а) проблемное обучение;

б) технология проектного обучения;

в) интерактивные технологии;

г) информационные технологии.

4. Педагогические технологии на основе эффективности управления и организации учебного процесса:

а) технологии уровневой дифференциации;

б) технология дифференцированного обучения;

в) технологии индивидуализации обучения;

5. Педагогические технологии на основе дидактического усовершенствования и реконструирования материала:

а) технологии модульного обучения;

б) технологии интеграции в образовании.

**1. Организационно-методические документы**  
**1.1. Технологическая карта обучения дисциплине «Геометрия»**  
**для обучающихся образовательной программы**

Направление/специальность подготовки 44.03.01 Педагогическое образование,  
 Направленность (профиль) или специализация образовательной программы  
 Математика

**по заочной форме обучения**  
 (общая трудоемкость 18 з.е.)

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего часов	Аудиторных часов				Внеаудит часов	Формы и методы контроля
		Всего	лекций	Семинаров	практ. зан.		
<b>РАЗДЕЛ 1. ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ</b>	<b>108</b>	<b>10</b>	<b>4</b>		<b>6</b>	<b>94</b>	
<b>Тема № 1. Геометрические построения на плоскости</b>	<b>52</b>	<b>5</b>	<b>2</b>		<b>3</b>	<b>47</b>	
1.1. Задачи на построение. Аксиомы циркуля и линейки. Элементарные задачи на построении. Основные этапы решения задач на построение.	18	2	1		1	16	Самостоятельная работа Контрольная работа
1.2. Геометрические места точек. Решение задач на построение методом ГМТ.	16	1	-		1	15	
1.3. Алгебраический метод решения задач на построение. Золотое сечение. Построение правильных многоугольников. Задачи, неразрешимые циркулем и линейкой	18	2	1		1	16	
<b>Тема №2. Метрические соотношения. Площади</b>	<b>52</b>	<b>5</b>	<b>2</b>		<b>3</b>	<b>47</b>	
2.1. Треугольник, определение, свойства и признаки его основных элементов. Теорема синусов, двух синусов, косинусов. Теоремы Эйлера.	18	2	1		1	16	Контрольная работа
2.2. Четырехугольники, определение, свойства и признаки его основных элементов. Теорема Птолемея.	17	1	-		1	16	
2.3. Площади многоугольников. Теорема Брахмагупты. Равновеликие и равносторонние многоугольники.	17	2	1		1	15	
<b>ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ</b> Зачет с оценкой							
<b>РАЗДЕЛ 2. ГЕОМЕТРИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ</b>	<b>108</b>	<b>10</b>	<b>4</b>		<b>6</b>	<b>89</b>	
<b>Тема № 1. Изображения фигур</b>	<b>48</b>	<b>4</b>	<b>2</b>		<b>2</b>	<b>44</b>	
1.1. Параллельное проектирование. Свойства параллельного проектирования. Изображение плоских фигур в пространстве	24	2	1		1	22	Самостоятельная работа
1.2. Изображение пространственных фигур. Изображение сферы.	24	2	1		1	22	
<b>Тема №2. Правильные многогранники. Тела вращения.</b>	<b>51</b>	<b>6</b>	<b>2</b>		<b>4</b>	<b>45</b>	

2.1. Правильный тетраэдр, гексаэдр, октаэдр, икосаэдр, додекаэдр.	17	2	1		1	15	Индивидуальная домашняя работа Контрольная работа
2.2. Эйлерова характеристика для многогранников. Теорема Декарта-Эйлера. Теорема Эйлера.	17	2	1		1	15	
2.3. Понятие объема. Объем призмы, пирамиды, цилиндра и конуса	17	2	-		2	15	
<b>ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ Экзамен</b>							
<b>РАЗДЕЛ 3. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ</b>	<b>144</b>	<b>18</b>	<b>8</b>		<b>10</b>	<b>122</b>	
<b>Тема №1. Векторный и координатный методы. Линии первого и второго порядка на плоскости</b>	<b>70</b>	<b>9</b>	<b>4</b>		<b>5</b>	<b>61</b>	
1.1. Координаты векторов и точек. Операции над векторами. Линейная зависимость векторов. Скалярное произведение векторов.	22	2	1		1	20	Самостоятельная работа Индивидуальная домашняя работа
1.2. Способы задания прямой. Различные уравнения прямой. Взаимное расположение прямых. Метрические задачи.	24	4	2		2	20	
1.3. Линии второго порядка. Приведение линии второго порядка к каноническому виду.	24	3	1		2	21	
<b>Тема №2. Исследование линий и поверхностей векторным и координатным методами.</b>	<b>70</b>	<b>9</b>	<b>4</b>		<b>5</b>	<b>61</b>	
2.1. Векторное и смешанное произведения векторов, свойства и приложения.	17	2	1		1	15	Индивидуальная домашняя работа
2.2. Прямая в пространстве, Взаимное расположение прямых в пространстве. Метрические задачи по теме прямая в пространстве.	17	2	1		1	15	
2.3.. Плоскость, уравнения плоскости. Взаимное расположение плоскостей. Метрические задачи по теме плоскость.	17	2	1		1	15	
2.4. Поверхности: цилиндрические и конические поверхности, поверхности второго порядка.	19	3	1		2	16	
<b>ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ Зачет</b>							
<b>РАЗДЕЛ 4. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ</b>	<b>144</b>	<b>18</b>	<b>8</b>		<b>10</b>	<b>117</b>	
<b>Тема №1. Движения.</b>	<b>46</b>	<b>7</b>	<b>3</b>		<b>4</b>	<b>39</b>	
1.1. Движения. Свойства движений. Группа движений. Композиция осевых симметрий. Решение задач с помощью движений.	25	5	2		3	20	Самостоятельная работа Контрольная работа
1.2. Классификация движений плоскости. Аналитическое задание движений. Симметрии плоских фигур.	21	2	1		1	19	
<b>Тема №2. Подобия.</b>	<b>44</b>	<b>5</b>	<b>2</b>		<b>3</b>	<b>39</b>	



2.1. Подобие плоскости и пространства. Свойства подобия. Группа подобий. Аналитическое задание подобия.	22	3	1		2	19	Контрольная работа
2.2. Гомотетия. свойства гомотетии. Построение соответственных точек. Аналитическое задание гомотетии.	22	2	1		1	20	
<b>Тема №3 Аффинные преобразования плоскости. Инверсия.</b>	<b>44</b>	<b>5</b>	<b>3</b>		<b>2</b>	<b>39</b>	
3.1. Аффинные преобразования, свойства. Группа аффинных преобразований.	15	2	1		1	13	Индивидуальная домашняя работа
3.2. Родство. Свойства родства. Задание родства. Задание аффинного преобразования плоскости.	14	1	1		-	13	
3.3. Инверсия. Свойства инверсии. Решение задач с помощью инверсии.	15	2	1		1	13	
<b>ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ экзамен</b>							
<b>РАЗДЕЛ 5. ПРОЕКТИВНАЯ ГЕОМЕТРИЯ</b>	<b>72</b>	<b>20</b>	<b>10</b>		<b>10</b>	<b>48</b>	
<b>Тема №1. Основные факты проективной геометрии</b>	<b>33</b>	<b>9</b>	<b>5</b>		<b>4</b>	<b>24</b>	
1.1. Центральное проектирование, проективная плоскость, ее модели. Теорема Дезарга, обратная теорема, ее приложения	12	4	2		2	8	Самостоятельная работа Контрольная работа
1.2. Координаты точек и прямых, сложные отношения, гармонические четверки	10	2	1		1	8	
1.3. Проективные преобразования. Гомология	11	3	2		1	8	
<b>Тема №2. Линии второго порядка на проективной плоскости</b>	<b>35</b>	<b>11</b>	<b>5</b>		<b>6</b>	<b>24</b>	
2.1. Проективные и перспективные отображения прямых и пучков.	12	4	2		2	8	Индивидуальная домашняя работа Контрольная работа
2.2. Линии второго порядка, их пересечения с прямой, касательные, полюсы и поляры.	11	3	1		2	8	
2.3. Теоремы Штейнера, Паскаля и Бриансона	12	4	2		2	8	
<b>ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ Зачет</b>							
<b>РАЗДЕЛ 6. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ</b>	<b>72</b>	<b>18</b>	<b>8</b>		<b>10</b>	<b>45</b>	
<b>Тема №1. Линии в евклидовом пространстве</b>	<b>31</b>	<b>9</b>	<b>4</b>		<b>5</b>	<b>22</b>	Индивидуальная домашняя работа
<b>Тема №2 Поверхности в евклидовом пространстве</b>	<b>32</b>	<b>9</b>	<b>4</b>		<b>5</b>	<b>23</b>	
<b>ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ Экзамен</b>							
<b>Итого</b>	<b>648</b>	<b>94</b>	<b>42</b>		<b>36</b>	<b>515</b>	<b>39</b>

## 1.2. Содержание основных разделов и тем дисциплины «Геометрия»

Геометрия – одна из основных дисциплин школьной программы. Ее особенностью является уникальное сочетание наглядности и логической последовательности построения математической теории. Никакая другая из изучаемых в школе дисциплин естественнонаучного цикла не обладает такими возможностями и не предъявляет к учащимся столь строгих требований. Этим объясняется значение элементарной геометрии в формировании мышления школьников и определяется место настоящего курса в основной образовательной программе подготовки учителя математики.

Курс геометрии в педагогическом университете должен обеспечить развитие у будущего преподавателя достаточно широкого взгляда на геометрию и вооружить его конкретными знаниями, дающими ему возможность преподавать геометрию в средней школе и квалифицированно вести элективные курсы по геометрии. При составлении настоящей программы учитывалось, что достижению этой цели, помимо курса геометрии, должны служить дисциплины по выбору, а также курс истории математики.

В структуре изучаемого курса выделены шесть разделов: раздел 1 – геометрия на плоскости, раздел 2 – геометрия в пространстве; раздел 3 – аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве; раздел 4 – геометрические преобразования, раздел 5 – проективные преобразования; раздел 6 – дифференциальная геометрия.

При изучении *разделов курса* особое внимание уделяется ликвидации пробелов в знаниях студентов по школьному курсу планиметрии и стереометрии. Одна из задач разделов – систематизировать и углубить представления студентов об основных геометрических фактах, изучаемых в школе, пополнить знания будущих учителей математики новыми фактами и методами, которые в школе не рассматриваются.

*Раздел 1* посвящён геометрическим построениям и метрическим задачам планиметрии, углубленному изучению свойств геометрических фигур на плоскости.

*Раздел 2* посвящен методам изображения пространственных фигур, метрическим задачам стереометрии. Приоритетное внимание уделяется тем его темам и разделам, которые имеют непосредственное отношение к школьному курсу геометрии.

*Раздел 3* посвящен изучению элементов аналитической геометрии и векторной алгебры на плоскости и в пространстве. Приоритетное внимание уделяется применению векторного и координатного методов к решению задач школьного курса планиметрии и стереометрии.

*Раздел 4* посвящен геометрическим преобразованиям. Раздел «Преобразования плоскости и пространства» в программе школы представлен отрывочными знаниями, единичными фактами, поэтому задачи данного модуля:

1) сформировать у студентов полное представление о таких преобразованиях плоскости как: движения, подобия, аффинные преобразования, инверсия (инверсия рассматривается с целью продемонстрировать преобразование, не сохраняющее прямолинейность расположения точек);

2) познакомить с основной идеей использования перечисленных выше преобразований, при решении задач на построение, доказательство и вычисление;

3) показать полный набор методов решения задач по геометрии, который можно использовать при обучении учащихся в школе на уроках и элективных курсах.

*Раздел 5* посвящён изучению свойств проективной плоскости, проективным преобразованиям, свойствам линий второго порядка на проективной плоскости, построениям изображений в центральной проекции.

*Раздел 6 дифференциальная геометрия* посвящён изучению линий и поверхностей евклидова пространства.

Во всех разделах курса активно используются такие системы динамической геометрии (СДГ) как «Живая геометрия» и «Живая математика» (русскоязычные версии американской программной среды «The Geometer's Sketchpad»). Причем СДГ применяются не только для обучения геометрии и формирования у будущего учителя математика общекультурных и профессиональных компетенций, но и используются как средство, позволяющее студенту в будущем формировать у школьников менталитет математика-экспериментатора и математика-исследователя.

Приведем содержание дисциплины «Геометрия» по каждому разделу.

### **Раздел 1. Геометрия на плоскости**

Задачи на построение. Основные построения. Схема решения задач на построение. Методы решения задач на построение. Геометрические места точек (или множества точек с заданным свойством). Метод пересечения множеств. Алгебраический метод решения задач на построение. Построения отрезков по формулам. О разрешимости задач на построение циркулем и линейкой. Примеры задач не разрешимых циркулем и линейкой. Классические задачи не разрешимые циркулем и линейкой (квадратура круга, удвоение куба, трисекция угла). Золотое сечение. Построение правильных многоугольников. Построения одной линейкой, двусторонней линейкой, циркулем, другими инструментами.

Медианы треугольника, прямоугольного треугольника, свойства. Обратные теоремы. Биссектрисы треугольника, свойства и признаки. Высоты треугольника, свойства. Замечательные точки в треугольнике.

Теоремы Анищенко (о двух синусах), Чевы и Менелая. Задача Апполония. Теорема синусов, теорема косинусов для треугольника и четырехугольника. Теорема Пифагора. Задача Эйлера. Аксиомы площади. Площадь треугольника, четырехугольника. Теорема Брахмагупты. Равновеливость, равноставленность. Теорема Бояи-Гервина. Изопериметрические задачи.

### **Раздел 2. Геометрия в пространстве**

Аксиомы стереометрии. Простейшие следствия, параллельное проектирование. Свойства. Изображение плоских фигур в пространстве. Изображение окружности и сопряженных диаметров. Изображение пространственных фигур. Теорема Польке-Шварца. Изображение сферы. Построение сечений многогранников плоскостью: метод следов, метод внутреннего проектирования. Понятие полного изображения. Признак полноты чертежа. Примеры задач. Метрическая определенность чертежа. Аксонометрия.

Многогранники. Теорема Эйлера для многогранников. Правильные многогранники, их основные свойства. Теорема о существовании 5 видов правильных многогранников. Изображение куба, тетраэдра, октаэдра, додекаэдра, икосаэдра.

Аксиоматический метод измерения объемов. Принцип Кавальери. Объем призмы, пирамиды, конуса, цилиндра, шара.

### **Раздел 3. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.**

Координаты точек на плоскости и в пространстве. Исторический обзор возникновения аналитической геометрии. Векторы на плоскости и в пространстве. Координаты вектора. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Линейная зависимость векторов. Скалярное произведение векторов. Существование площади многоугольника.

Прямая на плоскости. Параметрические уравнения прямой. Общее уравнение прямой. Исследование общего уравнения прямой. Взаимное расположение прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой.

Линии второго порядка. Эллипс. Гипербола. Парабола. Линии второго порядка как конические сечения. Замена координат. Приведение линии второго порядка к каноническому виду. Классификация линий второго порядка.

Векторное и смешанное произведения векторов. Прямая в пространстве, векторное, параметрические и канонические уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых в пространстве. Метрические задачи по теме прямая в пространстве. Винтовая линия, свойства винтовой линии.

Плоскость, уравнения плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Метрические задачи по теме плоскость.

Поверхности. Поверхности вращения, цилиндрические и конические поверхности. Поверхности второго порядка, отличные от цилиндрических и конических поверхностей (эллипсоиды, гиперboloиды, параболоиды).

### **Раздел 4. Преобразования плоскости и пространства.**

Преобразование множества. Группа преобразований множества.

Движение. Группа движений плоскости. Осевая симметрия, поворот плоскости вокруг точки, параллельный перенос (определения, свойства). Аналитическое задание движения. Представление движения в виде композиции осевых симметрий. Классификация движений. Группа симметрий ограниченной плоской фигуры.

Подобие плоскости (определение, аналитическое задание, свойства). Гомотетия (определение, аналитическое задание, свойства). Задание гомотетии, построение соответственных точек. Приложение гомотетии к решению задач.

Аффинные преобразования (определение, свойства). Задание аффинного преобразования тремя парами соответственных точек. Аналитическое задание аффинного преобразования. Родство (определение, свойства). Задание родства, построение соответственных точек. Применение родства при построении сечения призмы плоскостью.

Инверсия (определение, свойства). Построение соответственных точек в инверсии. Инверсия прямой. Инверсия окружности. Аналитическое задание инверсии. Приложение инверсии к решению задач.

Преобразования пространства. Движения пространства. Подобия пространства. Применение преобразований пространства при решении задач.

### **Раздел 5. Проективная геометрия.**

Центральное проектирование. Аксиомы проективной плоскости. Модели проективных плоскостей. Теорема Дезарга. Проективный репер. Координаты точек на проективной плоскости и прямой. Условие принадлежности трёх точек одной прямой. Уравнение прямой. Сложное отношение точек и прямых. Гармонизм. Гармонические четвёрки точек и прямых. Проективные отображения и преобразования. Неподвижные точки проективных преобразований. Гомологии. Представление проективных преобразований в виде композиции гомологий. Проективные и перспективные отображения точек прямых и прямых пучков. Линии второго порядка на проективной плоскости. Пересечение линии второго порядка и прямой, касательная к линии второго порядка. Конструктивное определение линии второго порядка, теорема Штейнера. Прямая и обратная теоремы Паскаля и Брианшона, предельные случаи теорем Паскаля и Брианшона. Применение методов проективной геометрии к решению задач элементарной геометрии. Геометрия на проективной плоскости с фиксированной прямой. Построения одной линейкой.

### **Раздел 6. Дифференциальная геометрия**

**Линии в евклидовом пространстве.** Вектор-функции одного скалярного аргумента, вектор-функции постоянной длины. Годограф. Понятие  $C_n$ -гладкой кривой. Винтовая линия. Касательная к кривой, уравнение. Длина дуги кривой. Естественная параметризация кривой. Трёхгранник Френе. Уравнения ребер и граней трёхгранника Френе. Кривизна кривой, формулы кривизны, геометрический смысл кривизны. Критерий принадлежности линии одной прямой. Формулы Френе, кручение, геометрический смысл кручения. Формулы кручения. Критерий принадлежности линии одной плоскости.

**Поверхности в евклидовом пространстве.** Вектор-функции двух скалярных аргументов. Годограф, понятие  $C_n$ -гладкой поверхности. Винтовая поверхность. Линии на поверхности. Касательная плоскость, нормаль. Первая квадратичная форма поверхности. Длина дуги на поверхности. Угол между линиями на поверхности. Площадь фрагмента поверхности. Вторая квадратичная форма поверхности. Кривизна кривой на поверхности. Нормальная кривизна кривой. Линии на поверхности с общей касательной. Плоские сечения поверхности. Теорема Менье. Вычисление кривизны кривой с помощью теоремы Менье. Индикатриса Дюпена. Классификация точек поверхности. Главные направления и главные кривизны. Формула Эйлера. Средняя и полная кривизны поверхности. Классификация точек поверхности в зависимости от значений полной и средней кривизны поверхности.

Изучение дисциплины «Геометрия» и решение отмеченных выше задач направлено на формирование следующих **компетенций**:

*Универсальные компетенции:*

УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений

*Профессиональные компетенции:*

ПК-2. Способен поддерживать образцы и ценности социального поведения, навыки поведения в мире виртуальной реальности и социальных сетях

### 1.3. Методические рекомендации по освоению дисциплины.

Сформулируем основные рекомендации по каждому разделу дисциплины:

#### Раздел № 1. Геометрия на плоскости

Основные геометрические фигуры планиметрии – это треугольник, четырехугольник и окружность. Чтобы успешно освоить материал данного раздела студентам необходимо:

- завести свой словарь по геометрии, в котором систематизировать свойства и признаки основных понятий, связанных с такими объектами, как треугольник, параллелограмм, окружность;
- чтобы успешно решать задачи на построение методом выделения вспомогательной фигуры, необходимо самостоятельно отработать основные построения с помощью циркуля и линейки;
- метод пересечения множеств требует умения строить основные множества, поэтому необходимо отработать навык построения этих множеств;
- алгебраический метод решения задач на построение, как метод в школьном курсе геометрии не рассматривается. Однако построение некоторых отрезков, заданных формулами, присутствует в школьном курсе. Необходимо уметь строить отрезки, заданные формулами. Данный метод решения задач на построение позволяет ответить на вопрос: разрешима ли данная задача с помощью циркуля и линейки.

В итоге изучения данного раздела студенты должны:

- уметь решать задачи на построение, четко выделяя четыре этапа;
- уметь решать задачи на вычисление и доказательство;
- знать основные аффинные и метрические свойства треугольника, параллелограмма, четырехугольника и окружности.

Сформулируем рекомендации по выполнению следующих контрольных мероприятий раздела, связанных с использованием информационных технологий:

1). Разработка презентации «Решение простейших задач конструктивной геометрии в среде Живая математика». Для успешной разработки презентации необходимо освоить конструктивные и презентационные возможности среды, выполнить решение простейших конструктивных задач классическим способом, выполнить аналогичные построения виртуальными инструментами.

2). Разработка динамических чертежей «Основные геометрические места точек плоскости». Для успешной разработки динамических чертежей необходимо освоить конструктивные и динамические возможности среды, знать основные геометрические места точек.

3). Проект «Решение конструктивных задач школьного курса геометрии методом ГМТ в среде Живая математика». Для реализации этого проекта необходимо отобрать в школьном курсе планиметрии все задачи на построение, в которых используется метод ГМТ, создать в среде Живая математика собственные инструменты построения ГМТ, решить каждую задачу с созданием динамического чертежа.

4). Создание в среде Живая математика собственных инструментов на построение отрезков. Для этого необходимо задать в среде Живая математика собственные инструменты построения циркулем и линейкой отрезков по заданным простейшим формулам вычисления их длин.

5). Проект «Виртуальные паркеты из правильных многоугольников». Для выполнения этого проекта необходимо создать в среде Живая математика собственные инструменты правильных многоугольников, изучить соответствующий параграф школьного учебника Геометрия 7-9 (авторы Смирновы И.М. и В.А), взяв материал этого параграфа за теоретическую основу проекта. Практическая основа проекта – динамические чертежи паркетов в среде Живая математика.

6). *Разработка компьютерного сопровождения фрагмента темы с использованием систем динамической геометрии.* Для его разработки необходимо выбрать одну из тем планиметрии (медианы, высоты, биссектрисы и т.п.) и подготовить в среде Живая математика компьютерное сопровождение темы (т.е. динамические чертежи, поддерживающие теорию и решение задач выбранной темы).

7). *Разработка компьютерного сопровождения решения планиметрических задач ОГЭ или ЕГЭ с использованием систем динамической геометрии.* Для разработки компьютерного сопровождения необходимо выбрать один из вариантов демонстрационной версии ОГЭ или ЕГЭ, построить динамические чертежи решения планиметрических задач этого варианта в среде Живая математика.

8). *Составление динамической модели решения задачи на разрезание.* Для составления такой модели необходимо в одной из систем динамической геометрии построить динамический чертёж с элементами анимации, который представляет собой модель-подсказку решения одной из задач на разрезание многоугольника на части.

## **Раздел № 2 «Геометрия в пространстве»**

Основные геометрические фигуры стереометрии – прямая, плоскость, многогранники, тела вращения. В данном разделе большой объем материала отводится на самостоятельную работу студентов. На самостоятельное освоение выносятся материал из школьного курса стереометрии. В данном семестре предусмотрены две индивидуальные домашние контрольные работы. Прежде, чем приступить к их выполнению, внимательно изучите необходимую теорию. Данные домашние контрольные работы обязательно необходимо защитить в сроки, оговоренные преподавателем. В ходе защиты домашней контрольной работы проверяются не только степень самостоятельности выполнения заданий, но и знание основных фактов начального курса стереометрии. В итоге изучения данного раздела студенты должны:

- знать основные свойства объектов пространства;
- уметь решать задачи на построение в пространстве;
- правильно строить изображения плоских и пространственных фигур;
- уметь решать задачи на доказательство и вычисление объемов тел.



*Разработка динамических моделей пространственных фигур.* Для разработки таких моделей необходимо знать алгоритмы построения простейших стереометрических фигур (шар, куб и т.д.), реализовать эти алгоритмы в среде Живая математика, создать модели основных стереометрических фигур школьного курса стереометрии.

### **Раздел № 3. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.**

Чтобы успешно освоить материал данного раздела студентам необходимо:

- овладеть технологией использования векторного и координатного методов решения задач на построение и исследование прямых и линий второго порядка на плоскости, решения метрических задач по теме линии первого и второго порядка.

- овладеть технологией использования векторного и координатного методов решения задач на построение и исследование прямых и поверхностей первого и второго порядка в пространстве, решения метрических задач в пространстве.

В итоге изучения данного раздела студенты должны:

- владеть методами аналитической геометрии при решении планиметрических задач и стереометрических задач.

### **Раздел № 4. Преобразования плоскости**

В данном разделе студенты должны усвоить понятия отображения множества в множество, а также отображение множества на множество, уметь отличать их друг от друга. Знать определения: 1) преобразования множества; 2) обратное преобразование» 3) композиция преобразований. Должны хорошо знать определение движения, виды движений, свойства движений; уметь представлять всякое движение в виде композиции не более трех осевых симметрий, уметь различать движения первого и второго родов. В ходе решения задач студенты должны освоить основные построения, связанные с движениями, приобрести навыки построения образов и прообразов данных точек и фигур при том или ином движении, уметь находить пары соответственных точек на соответствующих фигурах. важно, чтобы при решении задач студенты могли четко перечислять те свойства движений, которые ими были использованы при решении. студент должен уметь задать всякое движение аналитически.

Студенты должны знать определение подобия, свойства, аналитическое задание. Знать, что всякое подобие есть либо движение, либо гомотетия, либо композиция гомотетии и движения. Знать определение гомотетии, свойства, уметь строить соответственные элементы при различных заданиях гомотетии, знать, что основным понятием геометрии подобия являются понятие подобных фигур.

Знать определение аффинного преобразования, свойства, уметь задавать аффинное преобразование аналитически. Задав аффинное преобразование тремя парами соответственных точек, уметь строить соответственные элементы. Знать понятие родства, уметь строить соответствующие фигуры в родстве. Уметь строить эллипс по его сопряженным диаметрам, а также фигуру, родственную окружности. Уметь строить сечение призмы плоскостью, используя родство. Уметь отличать полный чертеж от неполного, знать достаточный признак полноты чертежа, уметь решать позиционные задачи на полном чертеже.

Студенты должны знать определение метрически определенного чертежа, уметь решать задачи метрического характера, на метрически определенном чертеже.

## Раздел № 5. Проективная геометрия

Основные геометрические фигуры проективной геометрии – это точка, прямая, трёхвершинник, трёхсторонник, четырёхвершинник, четырёхсторонник, шестивершинник, шестисторонник, овальная линия второго порядка, полюс, поляра, проективный репер прямой и плоскости. Чтобы успешно освоить материал данного раздела студентам необходимо:

- завести свой словарь по проективной геометрии, в котором систематизировать свойства и признаки основных понятий, связанных с основными объектами проективной геометрии;
- чтобы успешно решать задачи на применение теоремы Дезарга при решении задач элементарной геометрии необходимо уметь формулировать эту теорему и обратную к ней на языке евклидовой геометрии;
- для успешного применения свойств полного четырёхвершинника к решению задач на применение этих свойств необходимо эти свойства, причем как для шести сторон полного четырехвершинника, так и для трёх его диагоналей.;
- для построения с помощью одной линейки касательных к линиям второго порядка необходимо знать теоремы Штейнера, Паскаля и Бриансона теории кривых второго порядка на проективной плоскости.

В итоге изучения данного раздела студенты должны:

*Знать:* основные инварианты центрального проектирования; свойства проективных плоскостей малого порядка, формулировки прямой и обратной т. Дезарга, основные проективные преобразования, основные свойства полного четырехвершинника, основные свойства проективных и перспективных отображений точек и прямых, основные теоремы теории кривых второго порядка.

*Уметь:* строить плоскости малого порядка (7, 13), применять т. Дезарга к решению задач элементарной геометрии, применять СДГ при построениях одной линейкой, доказывать основные свойства сложного отношения точек и прямых, строить образ фигуры в гомологии; строить образы точек и прямых при проективных отображениях прямых и пучков, строить полюс и поляру с помощью одной линейки, использовать СДГ для построения поляр и полюсов, создавать в СДГ инструменты построения линий второго порядка по пяти точкам.

*Владеть навыками:* решения задач на построение одной линейкой, в том числе с использованием СДГ, построения одной линейкой образа фигуры в гомологии, других проективных преобразований; поиска решения задач на применение теорем Паскаля и Бриансона и их предельных случаев; выполнения проективных динамических чертежей в СДГ; оформления решения задач проективной геометрии.

Рекомендации по выполнению следующих контрольных мероприятий раздела, связанных с использованием информационных технологий:

1). *Разработка сопровождения фрагмента одной из тем в системе динамической геометрии.* Для этой разработки необходимо знать соответствующие

возможности среды Живая математика, связанные с построениями одной линейкой, презентационные и анимационные возможности среды.

2) *Разработка проекта по одной из тем раздела.* Для разработки проекта необходимо знать теоретическую основу построения шестой точки коники по пяти заданным элементам (точкам или касательным), анимационные и конструктивные возможности среды Живая математика.

## **Раздел №6. Дифференциальная геометрия.**

По данному разделу студенты должны знать тот теоретический минимум, который определён следующим материалом: линии и поверхности евклидова пространства.

Во время лекций по «Дифференциальной геометрии» студент должен уметь сконцентрировать внимание на рассматриваемых проблемах и включить в работу все виды памяти: словесную, образную и моторно-двигательную. Для этого ему необходимо конспектировать материал, излагаемый преподавателем. Во время конспектирования в работу включается моторно-двигательная память, позволяющая эффективно усвоить лекционный материал. Каждому студенту необходимо помнить о том, что конспектирование лекции – это не диктант. Студент должен уметь выделять главное и фиксировать основные моменты «своими словами». Это гораздо более эффективно, чем запись «под диктовку». На каждой лекции по «Дифференциальной геометрии» периодически проводится письменный опрос студентов по материалам лекций. Подборка вопросов для опроса осуществляется на основе изученного теоретического материала. Такой подход позволяет не только контролировать уровень усвоения теоретического материала, но и организовать эффективный контроль посещаемости занятий на потоковых лекциях.

Наряду с прослушиванием лекций по курсу «Дифференциальная геометрия» важное место в учебном процессе занимают практические занятия, призванные закреплять полученные студентами теоретические знания.

Перед практическим занятием студенту необходимо восстановить в памяти теоретический материал по теме практического занятия. Для этого следует обратиться к соответствующим главам учебника, конспекту лекций. Каждое занятие начинается с повторения теоретического материала по соответствующей теме. Студенты должны уметь чётко ответить на вопросы, поставленные преподавателем. По характеру ответов преподаватель делает вывод о том, насколько тот или иной студент готов к выполнению упражнений. После такой проверки студентам предлагается выполнить соответствующие задания и задачи. Что касается типов задач, решаемых на практических занятиях, то это различные задачи на усвоение студентами теоретического материала.

Порядок решения задач студентами может быть различным. Преподаватель может установить такой порядок, согласно которому каждый студент в отдельности самостоятельно решает задачу без обращения к каким – либо материалам или к преподавателю. Может быть использован и такой порядок решения задачи, когда предусматривается самостоятельное решение каждым студентом поставленной задачи с использованием конспектов, учебников и других методи-

ческих и справочных материалов. При этом преподаватель обходит студентов, наблюдая за ходом решения и давая индивидуальные указания.

По истечении времени, необходимого для решения задачи, один из студентов вызывается для ее выполнения на доске.

В конце занятия преподаватель подводит его итоги, даёт оценку активности студентов и уровня их знаний.

Каждому студенту необходимо основательно закреплять полученные знания и вырабатывать навыки самостоятельной научной работы.

Результаты всех видов учебной деятельности студентов оцениваются рейтинговыми баллами. В каждом разделе определяется минимальное и максимальное количество баллов. Сумма максимальных баллов по всем темам раздела равняется 100%-ному усвоению материала. Минимальное количество баллов в каждом разделе является обязательным и не может быть заменено набором баллов в других модулях. Для получения положительной оценки необходимо набрать не менее 60 % баллов, предусмотренных по дисциплине (при условии набора всех обязательных минимальных баллов). Перевод баллов в академическую оценку осуществляется по следующей схеме: оценка «удовлетворительно» 60– 72 % баллов, «хорошо» 73 – 86 % баллов, «отлично» 87 – 100 % баллов. Сумма минимальных границ диапазонов всех дисциплинарных модулей должна составлять 60 % баллов, а максимальных – 100 % баллов.

## 2. Компоненты мониторинга учебных достижений

### 2.1. Технологическая карта рейтинга дисциплины «Геометрия» Раздел 1

ВХОДНОЙ КОНТРОЛЬ			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 5 %	
		min	max
Входной рейтинг-контроль	Тестирование входное	0	5
Итого		0	5

Тема № 1			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 16 %	
		min	max
	Самостоятельная работа	4	6
	Контрольная работа	6	10
Итого		10	16

Тема № 2			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 17 %	
		min	max
	Контрольная работа	5	8
	Контрольная работа	5	9
Итого		10	17

Итоговый контроль			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 45 %	
		min	max
Итоговый рейтинг-контроль	Зачет с оценкой	40	62
Итого		40	62

ДОПОЛНИТЕЛЬНО			
Базовый раздел/ Тема	Форма работы	Количество баллов	
		min	max
Базовый раздел №1	Разработка GSP-файлов «ГМТ в школьном курсе геометрии»	0	10
Итого		0	10
Общее количество баллов по модулю (по итогам изучения всех разделов, без учета дополнительного раздела)		min 60	max 100

#### Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:

50 баллов – допуск к зачету;

60–72 – удовлетворительно

73–86 – хорошо; 87–100 – отлично

## Раздел 2

Тема № 1			
	Форма работы	Количество баллов 20 %	
		min	max
Текущая работа	Самостоятельная работа	<b>10</b>	<b>20</b>
<b>Итого</b>		<b>10</b>	<b>20</b>

Тема № 2			
	Форма работы	Количество баллов 20 %	
		min	max
	Индивидуальная домашняя работа	<b>4</b>	<b>8</b>
Текущая работа	Контрольная работа	<b>6</b>	<b>12</b>
<b>Итого</b>		<b>10</b>	<b>20</b>

Итоговый контроль			
	Форма работы	Количество баллов 40 %	
		min	max
Итоговый рейтинг-контроль	Экзамен	<b>40</b>	<b>60</b>
<b>Итого</b>		<b>40</b>	<b>60</b>

ДОПОЛНИТЕЛЬНО			
Базовая тема	Форма работы	Количество баллов	
		min	max
Тема №2	Разработка GSP-файла «Вычислительные задачи стереометрии»	0	10
<b>Итого</b>		<b>0</b>	<b>10</b>
Общее количество баллов по разделу (по итогам изучения всех тем, без учета дополнительно-го блока)		min	max
		<b>60</b>	<b>100</b>

### Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:

50 баллов – допуск к экзамену;  
 60–72 – удовлетворительно  
 73–86 – хорошо; 87–100 – отлично

## Раздел 3

Тема № 1			
Содержание	Форма работы*	Количество баллов 45 %	
		min	max
Текущая работа	Самостоятельная работа	<b>2</b>	<b>4</b>
	Самостоятельная работа	<b>2</b>	<b>4</b>
	Самостоятельная работа	<b>2</b>	<b>4</b>

	Самостоятельная работа	<b>1</b>	<b>3</b>
	Индивидуальная домашняя работа	<b>10</b>	<b>15</b>
	Индивидуальная домашняя работа	<b>10</b>	<b>15</b>
<b>Итого</b>		<b>27</b>	<b>45</b>

Тема № 2			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 40 %	
		min	max
Текущая работа	Индивидуальная домашняя работа	<b>12</b>	<b>20</b>
	Индивидуальная домашняя работа	<b>12</b>	<b>20</b>
<b>Итого</b>		<b>24</b>	<b>40</b>

Итоговый контроль			
Содержание	Форма работы*	Количество баллов 15 %	
		min	max
Итоговый рейтинг-контроль	Зачет	<b>9</b>	<b>15</b>
<b>Итого</b>		<b>9</b>	<b>15</b>

ДОПОЛНИТЕЛЬНО			
Базовая тема	Форма работы*	Количество баллов	
		min	max
Тема №1,2	Разработка GSP-файлов	<b>0</b>	<b>10</b>
<b>Итого</b>		<b>0</b>	<b>10</b>
Общее количество баллов по разделу (по итогам изучения всех тем, без учета дополнительного блока)		<b>min</b>	<b>max</b>
		<b>60</b>	<b>100</b>

#### Раздел 4

Тема № 1			
	Форма работы	Количество баллов 30 %	
		min	max
Текущая работа	Самостоятельная работа	<b>10</b>	<b>15</b>
	Контрольная работа	<b>10</b>	<b>15</b>
<b>Итого</b>		<b>20</b>	<b>30</b>

Тема № 2			
	Форма работы	Количество баллов 15 %	
		min	max
Текущая работа	Контрольная работа	<b>10</b>	<b>15</b>

Итого	<b>10</b>	<b>15</b>
-------	-----------	-----------

Тема № 3			
	Форма работы	Количество баллов 15 %	
		min	max
Текущая работа	Индивидуальная домашняя работа	<b>10</b>	<b>15</b>
Итого		<b>10</b>	<b>15</b>

Итоговый контроль			
	Форма работы	Количество баллов 40 %	
		min	max
Итоговый рейтинг-контроль	Экзамен	<b>20</b>	<b>30</b>
Итого		<b>20</b>	<b>30</b>

Общее количество баллов по дисциплине (по итогам изучения всех разделов)	min	max
	<b>60</b>	<b>100</b>

**Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:**

50 баллов – допуск к экзамену;

60–72 – удовлетворительно

73–86 – хорошо; 87–100 – отлично

**Раздел 5**

Тема № 1			
	Форма работы	Количество баллов 25 %	
		min	max
Текущая работа	Самостоятельная работа	<b>6</b>	<b>10</b>
	Контрольная работа	<b>9</b>	<b>15</b>
Итого		<b>15</b>	<b>25</b>

Тема № 2			
	Форма работы	Количество баллов 30 %	
		min	max
Текущая работа	Контрольная работа	<b>5</b>	<b>10</b>
	Индивидуальная домашняя работа	<b>10</b>	<b>20</b>
Итого		<b>15</b>	<b>30</b>

Итоговый контроль			
	Форма работы	Количество баллов 45 %	
		min	max
Итоговый рейтинг-контроль	Зачёт	<b>30</b>	<b>45</b>
Итого		<b>30</b>	<b>45</b>



ДОПОЛНИТЕЛЬНО			
Базовая тема	Форма работы	Количество баллов	
		min	max
Тема № 2	Разработка GSP-файла «Теоремы Паскаля и Брианшона»	0	10
Итого		<b>0</b>	<b>10</b>
Общее количество баллов по разделу (по итогам изучения всех тем, без учета дополнительно-го блока)		min	max
		<b>60</b>	<b>100</b>

### Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:

50 баллов – допуск к зачету;

60–72 – удовлетворительно

73–86 – хорошо; 87–100 – отлично

## Раздел 6

Тема № 1			
	Форма работы	Количество баллов 25 %	
		min	max
Текущая работа	Индивидуальная домашняя работа	<b>15</b>	<b>25</b>
Итого		<b>15</b>	<b>25</b>

Тема № 2			
	Форма работы	Количество баллов 25 %	
		min	max
Текущая работа	Индивидуальная домашняя работа	<b>15</b>	<b>25</b>
Итого		<b>15</b>	<b>25</b>

Итоговый контроль			
	Форма работы	Количество баллов 50 %	
		min	max
Итоговый рейтинг-контроль	Экзамен	<b>30</b>	<b>50</b>
Итого		<b>30</b>	<b>50</b>

ДОПОЛНИТЕЛЬНО			
Базовая тема	Форма работы	Количество баллов	
		min	max
Тема №1-2	Разработка GSP-файла «Линии и поверхности евклидова пространства»	0	10
Итого		<b>0</b>	<b>10</b>
Общее количество баллов по разделу (по итогам изучения всех тем, без учета дополнительно-го блока)		min	max
		<b>60</b>	<b>100</b>

**Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки:**

50 баллов – допуск к экзамену;

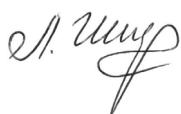
60–72 – удовлетворительно

73–86 – хорошо; 87–100 – отлично

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
Красноярский государственный педагогический университет  
им. В.П. Астафьева

Институт математики, физики и информатики  
Кафедра математики и методики обучения математике

УТВЕРЖДЕНО  
на заседании кафедры  
протокол № 8 от 04.05.2022  
Зав. кафедрой  
Л.В. Шкерина



ОДОБРЕНО  
на заседании научно-методического  
совета ИМФИ  
протокол № 8 от 12.05.2022  
Председатель  
С.В. Бортновский



**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

Для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся  
по дисциплине  
ГЕОМЕТРИЯ

Направление/специальность подготовки:  
44.03.01 ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

Направленность (профиль) или специализация образовательной программы  
Математика  
квалификация (степень): Бакалавр  
Форма обучения: заочная

Составители:



Аёшина Е.А., доцент кафедры мате-  
матики и методики обучения матема-  
тике

Красноярск 2022

## **1. Назначение фонда оценочных средств**

1.1. **Целью** создания фонда оценочных средств дисциплины «Геометрия» является установление соответствия учебных достижений запланированным результатам обучения и требованиям основной профессиональной образовательной программы, рабочей программы дисциплины.

1.2. Фонд оценочных средств по дисциплине «Геометрия» решает следующие **задачи**:

- управление процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений, навыков и формирования компетенций, определенных в образовательных стандартах по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, направленность (профиль образовательной программы Математика;

- управление процессом достижения реализации образовательных программ, определенных в виде набора компетенций выпускников;

- оценка достижений обучающихся в процессе изучения дисциплины «Геометрия», с определением положительных / отрицательных результатов и планирование предупреждающих / корректирующих мероприятий;

- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс университета;

- совершенствование самоподготовки и самоконтроля обучающихся.

1.3. Фонд оценочных средств разработан на основании нормативных **документов**:

- федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, квалификация (степень) Бакалавр.

- образовательной программы высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, квалификация (степень) Бакалавр.

- Положения о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева» и его филиалах.

## **2. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе изучения дисциплины**

2.1. Перечень компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины «Геометрия»:

*Универсальные компетенции:*

УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений

*Профессиональные компетенции:*

ПК-2. Способен поддерживать образцы и ценности социального поведения, навыки поведения в мире виртуальной реальности и социальных сетях

Компетенции	Этап формирования	Дисциплины, участвующие в формировании компетенции	Тип контроля	Оценочное средство/КИМ	
				номер	форма
УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	ориентировочный	Основы учебно-исследовательской работы (профильное исследование)	Текущий контроль	3, 4	Контрольная раб
	когнитивный	Производственная практика: преддипломная практика Учебная практика:технологическая (проектно-технологическая)	Текущий контроль	2,5	Самостоятельная раб.
	практико-ориентированный	Учебная практика	Текущий контроль	1	Контрольная раб
	рефлексивно-оценочный	Учебная практика по математическим дисциплинам Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена, Выполнение и защита выпускной квалификационной работы	Текущий контроль Промежуточная аттестация	3 2	Индивидуальная работа Экзамен
ПК-2. Способен поддерживать образцы и ценности социального поведения, навыки поведения в мире виртуальной реальности и социальных сетях	ориентировочный	Культурология Естественнонаучная картина мира	Текущий контроль	6,7,8	Контрольная раб
	когнитивный	Иностранный язык Русский язык и культура речи Информационно-коммуникационные технологии в образовании и социальной сфере	Текущий контроль	2,4,5	Самостоятельная раб.
	практико-ориентированный	Педагогическая риторика	Текущий контроль	3,6,8	Контрольная раб
	рефлексивно-оценочный	Основы ЗОЖ и гигиена Анатомия и возрастная физиология Безопасность жизнедеятельности Физическая культура и спорт Современные технологии инклюзивного образования Проектирование индивидуальных образовательных маршрутов детей с ОВЗ Математический анализ Числовые системы Элементарная математика (геометрия) Основания геометрии Основы математической	Текущий контроль Промежуточная аттестация	1,2 1	Индивидуальная работа Зачет с оц

		<p>обработки информации</p> <p>Основы учебно-исследовательской работы (профильное исследование)</p> <p>Учебная практика: ознакомительная практика</p> <p>Учебная практика: научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы)</p> <p>Производственная практика: преддипломная практика</p> <p>Теория обучения и воспитания</p> <p>Учебная практика: технологическая (проектно-технологическая) практика</p> <p>Учебная практика: введение в профессию</p> <p>Проектирование урока по требованиям ФГОС</p> <p>Производственная практика: педагогическая практика интерна</p> <p>Производственная практика: вожатская практика</p> <p>Учебная практика: общественно-педагогическая практика</p> <p>Дисциплины предметной подготовки ориентированные на достижение результатов обучения</p> <p>Основы предметно-профильной подготовки</p> <p>Дискретная математика</p> <p>Дифференциальные уравнения</p> <p>Алгебра</p> <p>Дисциплины методической подготовки ориентированные на достижение результатов обучения</p> <p>Методика обучения и воспитания (по профилю подготовки)</p> <p>Школьный практикум по дисциплинам (алгебра)</p> <p>Производственная практика: междисциплинарный практикум</p> <p>Производственная практика: педагогическая практика</p> <p>Учебная практика</p> <p>Учебная практика по математическим дисциплинам</p>			
--	--	---	--	--	--

		Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена Выполнение и защита выпускной квалификационной работы			
--	--	---	--	--	--

### 3. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации

3.1. Фонды оценочных средств включают: вопросы к экзамену, вопросы к зачету с оценкой.

#### 3.2. Оценочные средства

3.2.1. Критерии оценивания по оценочному средству 1 – вопросы к экзамену

Формируемые компетенции	Продвинутый уровень сформированности компетенций	Базовый уровень сформированности компетенций	Пороговый уровень сформированности компетенций
	(87 - 100 баллов) отлично	(73 - 86 баллов) хорошо	(60 - 72 баллов)* удовлетворительно
УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	Способен на высоком уровне определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	Способен на среднем уровне определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	Способен на удовлетворительном уровне определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений
ПК-2. Способен поддерживать образцы и ценности социального поведения, навыки поведения в мире виртуальной реальности и социальных сетях	Способен на высоком уровне поддерживать образцы и ценности социального поведения, навыки поведения в мире виртуальной реальности и социальных сетях	Способен на среднем уровне поддерживать образцы и ценности социального поведения, навыки поведения в мире виртуальной реальности и социальных сетях	Способен на удовлетворительном уровне поддерживать образцы и ценности социального поведения, навыки поведения в мире виртуальной реальности и социальных сетях

\*Менее 60 баллов – компетенция не сформирована

3.2.2. Критерии оценивания по оценочному средству 2 – вопросы к зачёту (зачету с оценкой)

Формируемые компетенции	Продвинутый уровень сформированности компетенций	Базовый уровень сформированности компетенций	Пороговый уровень сформированности компетенций
	(87 - 100 баллов)	(73 - 86 баллов)	(60 - 72 баллов)*

	отлично/зачтено	хорошо/зачтено	удовлетворительно/зачтено
УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	Способен на высоком уровне определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	Способен на среднем уровне определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	Способен на удовлетворительном уровне определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений
ПК-2. Способен поддерживать образцы и ценности социального поведения, навыки поведения в мире виртуальной реальности и социальных сетях	Способен на высоком уровне поддерживать образцы и ценности социального поведения, навыки поведения в мире виртуальной реальности и социальных сетях	Способен на среднем уровне поддерживать образцы и ценности социального поведения, навыки поведения в мире виртуальной реальности и социальных сетях	Способен на удовлетворительном уровне поддерживать образцы и ценности социального поведения, навыки поведения в мире виртуальной реальности и социальных сетях

\*Менее 60 баллов – компетенция не сформирована

#### 4. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости

4.1. Фонды оценочных средств включают: тексты контрольных (самостоятельных) работ, индивидуальные домашние задания.

4.2. Оценочные средства

4.2.1. Оценочное средство «Контрольная (самостоятельная) работа»,

1. Критерии оценивания по оценочному средству 3 – контрольной (самостоятельной) работе

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Выполнены все задания контрольной работы, обучающийся опирался на теоретические знания и умения решать исследовательские задачи по геометрии с использованием Живой математики.	2-7
Обосновывает основные положения каждого этапа решения задач контрольной работы	1-3
Аргументирует результат, проверяет верность найденного решения задач контрольной работы	2-4
Решение контрольной работы сопровождает (при	1-4



необходимости) верными и наглядными чертежами	
Максимальный балл (в зависимости от степени сложности заданий)	4-15

2. Критерии оценивания по оценочному средству 4 – индивидуальной домашней работе.

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Выполнены все задачи индивидуальной домашней работы, в том числе задачи, связанные с построением динамических чертежей в среде Живая математика	7-13
Динамические чертежи сопровождаются текстовыми комментариями, обосновывающими основные этапы решения задачи	3-4
Аргументирует основные выкладки, предлагает иные варианты решения задач индивидуальной домашней работы	2-4
Формулирует задачи аналогичные задачам индивидуальной домашней работы	2-4
<b>Максимальный балл (в зависимости от степени сложности заданий)</b>	<b>15-25</b>

## 5. Оценочные средства для промежуточной аттестации

### 5.1. Типовые вопросы к зачету/экзамену по дисциплине

#### ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ С ОЦЕНКОЙ

##### Раздел 1

1. Задачи на построение. Аксиомы циркуля и линейки. Основные этапы решения задач на построение. *Пример:* к данной окружности провести касательную, проходящую через данную точку.
2. Решение задач на построение методом пересечения фигур. *Пример:* в данный угол вписать окружность данного радиуса.
3. Множество точек, из которых данный отрезок виден под данным углом (анализ, построение, доказательство).
4. Алгебраический метод решения задач на построение. *Пример:* построить прямую, параллельную стороне данного треугольника так, чтобы она разделила данный треугольник на две равновеликие фигуры.
5. Основные построения отрезков, заданных формулами.
6. Золотое сечение отрезка.
7. Построение правильного десятиугольника (анализ, построение).

8. Построение правильного пятиугольника (анализ, построение, доказательство).
9. Примеры задач, неразрешимых циркулем и линейкой: квадратура круга, удвоение куба, трисекция угла. Решения этих задач другими средствами.
10. Аксиомы площади. Площади простейших многоугольников.
11. Равновеликость, равноставленность. Теорема Бояи-Гервина.
12. Неразрешимость задач на построение циркулем и линейкой, критерий.

## **Вопросы к экзамену**

### **Раздел 2**

1. Параллельное проектирование (определение, свойства).
2. Изображение плоских фигур в пространстве. Пример.
3. Изображение окружности. Пример.
4. Изображение пространственных фигур. Примеры.
5. Изображение сферы.
6. Правильные многогранники: правильный тетраэдр, гексаэдр, октаэдр, икосаэдр, додекаэдр.
7. Эйлерова характеристика для многогранников (т. Декарта-Эйлера, т. Эйлера).
8. Объемы многогранников: призмы, пирамиды, усеченной пирамиды.
9. Объемы тел вращения: цилиндра, конуса, сферы.

## **ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ**

### **Раздел 3**

1. Прямоугольная система координат на плоскости, задание линий уравнениями.
2. Векторы, сложение векторов, умножение вектора на число.
3. Линейная комбинация векторов, линейная зависимость.
4. Параметрические уравнения прямой. Общее уравнение прямой, его исследование.
5. Взаимное расположение прямых
6. Расстояние от точки до прямой.
7. Определение алгебраической линии. Уравнение окружности, её параметрические уравнения.
8. Задачи, приводящие к окружности.
9. Эллипс, каноническое и параметрические уравнения, построение эллипса.
10. Гипербола, каноническое уравнение, построение.
11. Парабола, каноническое уравнение, построение.
12. Замена координат, изменение координат при параллельном переносе.
13. Изменение координат при повороте осей и осевой симметрии.
14. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду.
15. Векторное произведение двух векторов (определение, свойства).
16. Смешанное произведение векторов (определение, свойства).

17. Уравнения плоскости: каноническое, параметрические, уравнение плоскости, заданной точкой и нормальным вектором, общее уравнение.
18. Неполные уравнения плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей, заданных общими уравнениями.
19. Расстояние от точки до плоскости.
20. Угол между двумя плоскостями.
21. Уравнения прямой в пространстве: канонические, параметрические. Прямая, как пересечение двух плоскостей.
22. Взаимное расположение двух прямых, прямой и плоскости.
23. Расстояние от точки до прямой, расстояние между скрещивающимися прямыми.
24. Угол между прямой и плоскостью.
25. Уравнения сферы: каноническое, параметрические.
26. Цилиндрические поверхности.
27. Конические поверхности.
28. Эллипсоид.
29. Однополостный гиперболоид.
30. Двуполостный гиперболоид.
31. Эллиптический параболоид.
32. Гиперболический параболоид.

### **Вопросы к экзамену**

#### **Раздел 4**

1. Геометрические преобразования, композиция преобразований, группа преобразований.
2. Движения, основные инварианты, группа движений.
3. Неподвижные точки движений, теорема о представлении движения композицией не более трёх осевых симметрий.
4. Классификация движений плоскости.
5. Решение задач с использованием движения.
6. Аналитическое задание движений плоскости.
7. Подобия, группа подобий.
8. Гомотетия, композиция гомотетий и движений.
9. Аналитическое задание гомотетий и подобий.
10. Решение задач с помощью подобий.
11. Представление подобий в виде композиции гомотетии и движения.
12. Аффинные преобразования, группа аффинных преобразований.
13. Задание аффинных преобразований аффинными реперами, аналитическое задание аффинных преобразований.
14. Неподвижные точки аффинных преобразований, родство.
15. Представление аффинных преобразований композицией родственных.
16. Аксонометрия. Аффинные координаты.
17. Инверсия, свойства инверсии, решение задач с помощью инверсии.

### **Вопросы к зачету**

## Раздел 5

1. Проективная плоскость, модели проективных плоскостей.
2. Координаты точек на прямой и плоскости, условие коллинеарности трех точек. Уравнение прямой.
3. Принцип двойственности. Теорема Дезарга, обратная теорема.
4. Сложное отношение четырех точек прямой и четырех прямых пучка.
5. Гармонические четвёрки точек и прямых. Гармонические свойства полного четырёхвершинника.
6. Проективные преобразования проективной плоскости, свойства проективных преобразований.
7. Гомология. Представление проективного преобразования в виде композиции гомологий.
8. Проективные и перспективные отображения прямых.
9. Проективные и перспективные отображения пучков.
10. Линии второго порядка на проективной плоскости, пересечение с прямой, касательные.
11. Сопряжённость точек. Полус и поляра.
12. Классификация линий второго порядка.
13. Проективное определение линий второго порядка. Теорема Штейнера.
14. Свойства шестивершинника, вписанного в овальную линию второго порядка. Теорема Паскаля.
15. Свойства шестивершинника, описанного около овальной линии второго порядка. Теорема Бриансона.
16. Геометрия на проективной плоскости с фиксированной прямой.

## ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

### Раздел 6

1. Вектор-функции одного скалярного аргумента. Понятие гладкой кривой. Касательная прямая к кривой.
2. Длина дуги кривой, спрямляемые кривые. Естественная параметризация кривой.
3. Трёхгранник Френе. Уравнения граней и ребер трехгранника.
4. Кривизна кривой, геометрический смысл кривизны. Критерий принадлежности линии одной прямой.
5. Формулы Френе.
6. Кручение кривой, формулы кручения, геометрический смысл кручения. Критерий принадлежности линии одной плоскости.
7. Вектор-функции двух скалярных аргументов, годограф. Понятие гладкой поверхности, касательная плоскость, нормаль.
8. Первая квадратичная форма поверхности. Длина кривой на поверхности.
9. Угол между кривыми на поверхности. Площадь фрагмента поверхности.
10. Вторая квадратичная форма поверхности. Нормальная кривизна.
11. Индикатриса Дюпена.
12. Классификация точек поверхности, главные направления и главные кривизны. Средняя и полная кривизны поверхности.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

### Входной контроль Тестовые задания по элементарной планиметрии

#### Вариант №1

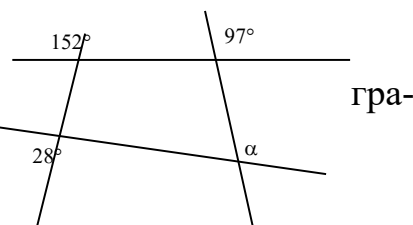
#### ЧАСТЬ 1

**A1.** Если один из смежных углов в 9 раз больше другого, то градусная мера острого угла равна

- 1)  $18^\circ$       2)  $16^\circ$       3)  $22^\circ$       4)  $28^\circ$

**A2.** По данным, указанным на рисунке, найдите градусную меру угла  $\alpha$

- 1)  $28^\circ$       2)  $52^\circ$   
3)  $83^\circ$       4)  $97^\circ$



**A3.** Если внутренний угол треугольника равен  $130^\circ$ , а один из внешних его углов –  $154^\circ$ , то острый угол треугольника, не смежный с данным внешним, равен

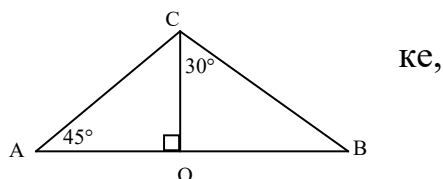
- 1)  $50^\circ$       2)  $44^\circ$       3)  $26^\circ$       4)  $24^\circ$

**A4.** Если в треугольниках  $DEF$  и  $NKP$   $DE=NP$ ,  $DF=KN$ ,  $\angle N=57^\circ$ ,  $\angle E=38^\circ$ ,  $\angle F=85^\circ$ , то угол  $K$  равен

- 1)  $38^\circ$       2)  $57^\circ$       3)  $75^\circ$       4)  $85^\circ$

**A5.** Используя данные, указанные на рисунке, найдите  $CB$ , если  $AO=3$ .

- 1)  $2\sqrt{3}$       2) 6  
3)  $1,5\sqrt{3}$       4)  $3\sqrt{2}$



**A6.** Если в ромбе  $ABCD$  проведена диагональ  $AC$  и  $\angle CAD=40^\circ$ , то  $\angle BCD$  равен

- 1)  $40^\circ$       2)  $50^\circ$       3)  $80^\circ$       4)  $100^\circ$

**A7.** Даны два утверждения:

А. Любые два равнобедренных прямоугольных треугольника подобны.

Б. Если в треугольнике  $ABC$   $AB=2,7$ ,  $BC=3,4$  и  $\angle B=85^\circ$ , в треугольнике  $KMN$   $KM=10,8$ ,  $MN=13,6$ ,  $\angle M=95^\circ$ , то треугольники  $ABC$  и  $KMN$  подобны.

Выберите верное высказывание:

- 1) А – верно и Б – верно      2) А – верно и Б – неверно  
3) А – неверно и Б – верно      4) А – неверно и Б – неверно

**A8.** Если длина окружности равна  $28\pi$ , то радиус этой окружности равен

- 1) 14                      2) 28                      3)  $2\sqrt{7}$                       4)  $4\sqrt{7}$

**A9.** Если диагонали трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$  и  $AM=12$ ,  $MC=6$ ,  $BC=8$ , то основание  $AD$  равно

- 1) 16                      2) 4                      3) 12                      4) 9

**A10.** Если в треугольнике  $CEK$   $KC=8$ ,  $EC=6$ ,  $\sin E = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ , то угол  $K$  равен

- 1)  $45^\circ$                       2)  $60^\circ$                       3)  $120^\circ$                       4)  $135^\circ$

**A11.** Через точку  $A$  окружности с центром  $O$  проведена касательная  $AB$ . Если  $OB=8$ ,  $\angle AOB=60^\circ$ , то радиус окружности равен

- 1)  $4\sqrt{3}$                       2) 8                      3)  $4\sqrt{2}$                       4) 4

**A12.** Если в треугольнике  $ABC$   $AC=5$ ,  $BC=8$ ,  $\angle C=120^\circ$ , то сторона  $AB$  равна

- 1) 7                      2)  $\sqrt{69}$                       3)  $\sqrt{129}$                       4) 13

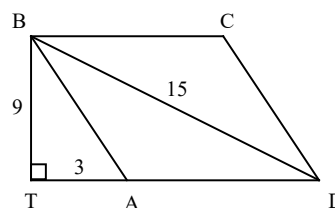
## ЧАСТЬ 2

**B1.** Укажите, какие из перечисленных ниже утверждений всегда верны.

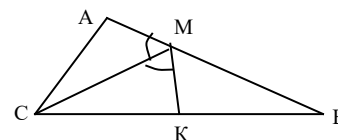
- 1) Все углы ромба – острые.
- 2) Все высоты ромба равны.
- 3) Диагонали ромба взаимно перпендикулярны.
- 4) В ромбе с углом в  $60^\circ$  одна из его диагоналей равна его стороне.

**B2.** Основание равнобедренного треугольника равно 18, а проведенная к нему медиана, равна 12. Найдите периметр треугольника.

**B3.** В параллелограмме  $ABCD$   $BD=15$ . Найдите площадь параллелограмма, если  $TA=3$ ,  $BT=9$ .



**B4.** В треугольнике  $ABC$   $AC=5$ ,  $BC=13$ ,  $\angle AMC = \angle KMC$ , отрезок  $CM$  – биссектриса угла  $ACB$ . Найдите  $BK$ .



**B5.** Биссектриса угла  $A$  прямоугольника  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $M$ . Найдите периметр прямоугольника, если  $BM=8$  и  $CM=5$ .

## Вариант №2

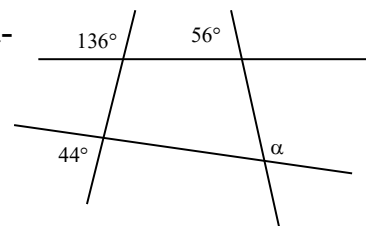
### ЧАСТЬ 1

**A1.** Если один из смежных углов на  $50^\circ$  больше другого, то градусная мера тупого угла равна

- 1)  $105^\circ$       2)  $115^\circ$       3)  $110^\circ$       4)  $65^\circ$

**A2.** По данным, указанным на рисунке, найдите градусную меру угла  $\alpha$

- 1)  $136^\circ$       2)  $124^\circ$   
3)  $83^\circ$       4)  $44^\circ$



**A3.** Если внутренний угол треугольника равен  $145^\circ$ , а один из внешних его углов –  $165^\circ$ , то острый угол треугольника, не смежный с данным внешним, равен

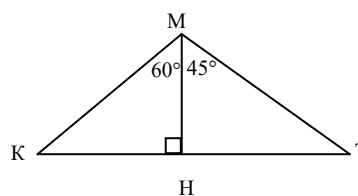
- 1)  $5^\circ$       2)  $20^\circ$       3)  $15^\circ$       4)  $35^\circ$

**A4.** Если в треугольниках  $ABC$  и  $MNK$   $AC=KN$ ,  $\angle A=67^\circ$ ,  $\angle C=54^\circ$ ,  $\angle K=67^\circ$ ,  $\angle M=69^\circ$ , то угол  $B$  равен

- 1)  $67^\circ$       2)  $54^\circ$       3)  $69^\circ$       4)  $136^\circ$

**A5.** Используя данные, указанные на рисунке, найдите  $MK$ , если  $HT=12$ .

- 1)  $12\sqrt{3}$       2)  $6\sqrt{3}$   
3)  $8\sqrt{3}$       4) 24



ке,

**A6.** Если диагонали прямоугольника  $KMNP$  пересекаются в точке  $C$  и  $\angle MCN=46^\circ$ , то  $\angle MNC$  равен

- 1)  $67^\circ$       2)  $46^\circ$       3)  $23^\circ$       4)  $44^\circ$

**A7.** Даны два утверждения:

А. Любые два равнобедренных треугольника подобны.

Б. Если в равнобедренных треугольниках углы, противолежащие основаниям, равны, то треугольники подобны.

Выберите верное высказывание:

- 1) А – верно и Б – верно      2) А – верно и Б – неверно  
3) А – неверно и Б – верно      4) А – неверно и Б – неверно

**A8.** Если окружность описана около прямоугольника, диагональ которого равна 6, то длина окружности равна

- 1)  $6\pi$       2)  $9\pi$       3)  $12\pi$       4)  $36\pi$

**A9.** Если диагонали трапеции  $KPMO$  пересекаются в точке  $C$  и  $PC=4$ ,  $KP=5$ ,  $OM=15$ , то отрезок  $CO$  равен

- 1) 14      2) 12      3) 10      4) 8

**A10.** Если в треугольнике  $OMT$   $OM=12$ ,  $\angle T=60^\circ$ ,  $\sin M = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , то отрезок  $OT$  равен

- 1) 6                    2)  $6\sqrt{2}$                     3)  $6\sqrt{3}$                     4) 24

**A11.** К окружности с центром  $O$  проведена касательная  $AB$ ,  $A$  – точка касания. Если  $AB=2\sqrt{5}$ ,  $OB=6$ , то радиус окружности равен

- 1) 4                    2)  $2\sqrt{14}$                     3)  $2\sqrt{5}$                     4) 3

**A12.** Если в треугольнике  $MNK$   $MN=3$ ,  $MK=2$ ,  $\angle M=120^\circ$ , то сторона  $NK$  равна

- 1)  $\sqrt{3}$                     2)  $\sqrt{19}$                     3)  $\sqrt{7}$                     4) 7

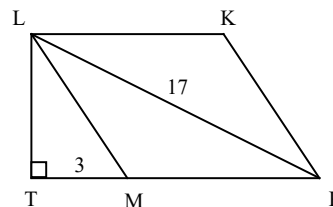
## ЧАСТЬ 2

**B1.** Укажите, какие из перечисленных ниже утверждений не верны.

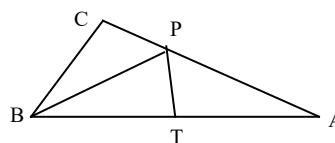
- 1) Четырехугольник с равными сторонами – ромб.
- 2) Диагонали квадрата равны.
- 3) Диагонали прямоугольника взаимно перпендикулярны.
- 4) Центр окружности, описанной около прямоугольника, – точка пересечения его диагоналей.

**B2.** Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 17, а медиана, проведенная к основанию, равна 15. Найдите периметр треугольника.

**B3.** В параллелограмме  $KLMP$   $PL=17$ . Найдите площадь параллелограмма, если  $TP=15$ ,  $MT=3$ .



**B4.** Отрезок  $BP$  – биссектриса угла треугольника  $ABC$ ,  $BC=BT$ ,  $\angle APT=70^\circ$ . Найдите  $\angle BPC$ .



**B5.** Меньшая сторона параллелограмма равна 4. Биссектрисы углов, прилежащих к большей стороне, пересекаются в точке на противоположной стороне. Найдите периметр параллелограмма.

### РАЗДЕЛ № 1 «ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ»

(контрольно измерительные материалы)

#### Самостоятельная работа

#### «Решение элементарных задач на построение»

#### Вариант № 1

1. Постройте с помощью циркуля и линейки серединный перпендикуляр к данному отрезку.



2. Постройте с помощью циркуля и линейки биссектрису данного угла.
3. Постройте с помощью циркуля и линейки треугольник по трем его сторонам.

### Вариант № 2

1. Постройте с помощью циркуля и линейки угол, равный данному.
2. Постройте с помощью циркуля и линейки прямую, параллельную данной и проходящей через данную точку.
3. Постройте с помощью циркуля и линейки треугольник по стороне и двум прилежащим к ней углам.

## Контрольная работа «Геометрические места точек и алгебраический метод»

### Вариант №1

1. Постройте равнобедренный треугольник по основанию и медиане, проведенной к основанию.
2. Постройте треугольник  $ABC$  по следующим элементам:  $a, b, h_c$ .
3. Постройте отрезок  $x = \sqrt{\frac{ab\sqrt{3b^2 - c^2}}{c}}$ , где  $a, b, c$  – данные отрезки.
4. Постройте квадрат, равновеликий данному треугольнику.

### Вариант №2

1. Постройте равнобедренный треугольник по боковой стороне и высоте, проведенной к основанию.
2. Постройте треугольник  $ABC$  по следующим элементам:  $a, h_a, m_a$ .
3. Постройте отрезок  $x = \frac{a\sqrt{b\sqrt{3b^2 - a^2}}}{c}$ , где  $a, b, c$  – данные отрезки.
4. Постройте прямоугольник равновеликий данному квадрату при условии, что одна сторона прямоугольника – данный отрезок.

### Вариант №3

1. Постройте квадрат по его диагонали.
2. Постройте треугольник  $ABC$  по следующим элементам:  $b, m_b, \angle A$ .
3. Постройте отрезок  $x = \frac{\sqrt{3a^2 + b^2} \cdot \sqrt{ab}}{c}$ , где  $a, b, c$  – данные отрезки.
4. Постройте равнобедренный треугольник, основание которого равно данному отрезку, а площадь равна площади данного прямоугольника.

### Вариант №4

1. Постройте ромб по стороне и острому углу.
2. Постройте треугольник  $ABC$  по следующим элементам:  $a, h_b, \angle B$ .
3. Постройте отрезок,  $x = \frac{a\sqrt{b\sqrt{5c^2 + a^2}}}{c}$  где  $a, b, c$  – данные отрезки.

4. Постройте квадрат, равновеликий данному ромбу.

### Контрольная работа «Решение треугольников»

#### Вариант 1

1. Точка, взятая на гипотенузе прямоугольного треугольника и одинаково удаленная от его катетов, делит гипотенузу на отрезки 30 и 40 см. Найдите катеты.
2. Высота, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника равна 8, а проекция одного из катетов на гипотенузу равна 4. Найдите второй катет и площадь треугольника.
3. Точка  $H$  лежит на стороне  $AO$  треугольника  $AOM$ . Известно, что  $AH=4$ ,  $OH=12$ ,  $\angle A=30^\circ$ ,  $\angle AMH=\angle AOM$ . Найдите площадь треугольника  $AHM$ .
4. Площадь треугольника  $ABC$  равна  $20\sqrt{3}$ . Найдите периметр треугольника, если сторона  $AB$  равна 8 и она больше половины стороны  $AC$ , а медиана  $BM$  равна 5.

#### Вариант 2

1. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  ( $\angle A=90^\circ$ )  $AB:BC=3:5$ ,  $AC=16$ . Найдите длины биссектрис треугольника, проведенных из вершин острых углов.
2. Один из катетов прямоугольного треугольника равен 6, а проекция другого катета на гипотенузу равна 5. Найдите неизвестный катет и высоту, проведенную к гипотенузе.
3. Найдите площадь треугольника  $KMP$ , если сторона  $KP$  равна 5, медиана  $PO=3\sqrt{5}$ ,  $\angle KOP=45^\circ$ .
4. Биссектриса угла делит противоположную сторону на отрезки длиной 2 и 4 см, а высота, проведенная к той же стороне, равна  $\sqrt{15}$  см. Найдите стороны треугольника и определите его вид.

#### Вариант 3

1. Найдите биссектрисы острых углов прямоугольного треугольника с катетами 18 и 24 см.
2. Высота, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника равна  $4\sqrt{3}$ , а один из катетов равен 8. найдите второй катет и гипотенузу.
3. В треугольнике  $ACD$  сторона  $AC$  равна  $6\sqrt{2}$ , сторона  $CD$  равна 10,  $\angle A=45^\circ$ . Найдите площадь треугольника  $ACD$ .
4. Площадь треугольника  $KMP$  равна  $12\sqrt{6}$ . Сторона  $KP$  равна 12, а медиана  $ME$ , проведенная к этой стороне равна 5. Найдите сторону  $MP$  и высоту треугольника, проведенную к стороне  $KP$ .

#### Вариант 4

1. В прямоугольном треугольнике биссектриса острого угла делит противоположный катет на отрезки длиной 4 см и 5 см. Найдите площадь треугольника.
2. Проекции катетов на гипотенузу прямоугольного треугольника равны 15 и 5. Найдите больший катет и высоту, проведенную к гипотенузе.
3. В треугольнике  $ABC$  проведена медиана  $AM$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AC=3\sqrt{2}$ ,  $BC=10$ ,  $\angle MAC=45^\circ$ .
4. Биссектриса угла  $B$  пересекает сторону  $AC$  треугольника  $ABC$  в точке  $M$  и делит ее на отрезки  $AM=21$  и  $CM=27$ . Найдите периметр треугольника  $ABC$ , если биссектриса угла  $AMB$  перпендикулярна прямой  $AB$ .

### Контрольная работа «Решение четырехугольников»

#### Вариант № 1

1. В прямоугольнике  $ABCD$  диагонали пересекаются в точке  $O$ . Найдите периметр треугольника  $AOB$ , если  $\angle CAD = 30^\circ$ ,  $AC = 12$  см.
2. В параллелограмме  $ABCD$  из вершин тупых углов  $B$  и  $D$  на диагональ  $AC$  опущены перпендикуляры  $BE$  и  $DF$ . Докажите, что четырехугольник  $BFDE$  – параллелограмм.
3. Сторона  $BC$  параллелограмма  $ABCD$  вдвое больше стороны  $AB$ . Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  пересекают прямую  $CD$  в точках  $M$  и  $N$ , причем  $MN = 12$ . Найдите стороны параллелограмма.
4. Один из углов трапеции  $30^\circ$ , боковые стороны перпендикулярны. Найдите меньшую боковую сторону трапеции, если ее средняя линия равна 10 см, а одно из оснований 8 см.

#### Вариант № 2

1. Найдите периметр ромба  $ABCD$ , если  $\angle B = 60^\circ$ ,  $AC = 10,5$  см.
2. В прямоугольнике  $ABCD$  проведены биссектрисы углов  $A$  и  $C$ , которые пересекают стороны  $CD$  и  $AB$  соответственно в точках  $M$  и  $N$ . Докажите, что  $AMCN$  – параллелограмм.
3. Внутри квадрата  $ABCD$  взята точка  $M$ .  $\angle MAB = 60^\circ$ ,  $\angle MCD = 15^\circ$ . Найдите  $\angle MBC$ .
4. Биссектрисы тупых углов при основании трапеции пересекаются на другом ее основании и равны 13 и 15. Найдите стороны трапеции, если ее высота равна 12.

#### Вариант № 3

1. Найдите периметр прямоугольника  $ABCD$ , если биссектриса угла  $A$  делит сторону  $BC$  на отрезки 45,6 см и 7,85 см;

2. В параллелограмме  $ABCD$  из вершины тупого угла  $D$  опущены перпендикуляры  $DF$  и  $DE$  на стороны  $AB$  и  $BC$  соответственно, причем  $DF=DE$ . Докажите, что  $ABCD$  – ромб.
3. Пусть  $M$  и  $N$  – середины сторон  $AD$  и  $BC$  параллелограмма  $ABCD$ . Докажите, что прямые  $BM$  и  $DN$  делят диагональ  $AC$  на три равные части.
4. Диагонали трапеции делят углы, прилежащие к большему основанию, пополам. Периметр трапеции  $36$ , а ее средняя линия  $11,7$ . Найдите длину большей стороны трапеции.

#### **Вариант № 4**

1. Углы, образуемые диагональю ромба с одной из его сторон, относятся как  $4:5$ . Найдите углы ромба.
2. На продолжении диагонали  $AC$  прямоугольника  $ABCD$  отложены равные отрезки  $AM$  и  $CN$ . Докажите, что четырехугольник  $MBND$  – параллелограмм.
3. Найдите стороны параллелограмма, диагонали которого  $8$  и  $10$ , а угол между ними  $60^\circ$ .
4. Средняя линия равнобедренной трапеции делится диагональю на отрезки  $2$  см и  $5$  см. Боковая сторона равна  $5$  см. Найдите основания трапеции и высоту.

### **РАЗДЕЛ № 2 «ГЕОМЕТРИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ»**

(контрольно измерительные материалы)

#### **Самостоятельная работа «Методы изображений»**

##### **Вариант №1**

1. Постройте изображение окружности и вписанного в нее квадрата.
2. Дано изображение треугольника и центра описанной около него окружности. Постройте изображение точки пересечения высот этого треугольника.
3. Постройте изображение ромба и прямых, каждая из которых проходит через середину стороны, перпендикулярно диагоналям.

##### **Вариант №2**

1. Постройте изображение окружности и описанного около нее квадрата.
2. Постройте изображение ромба и прямых, каждая из которых проходит через середину стороны, перпендикулярно диагоналям.
3. Дано изображение ромба с углом  $60^\circ$ . Постройте изображение высоты ромба, проведенной из вершины острого угла.

#### **Индивидуальная домашняя работа «Элементарная стереометрия»**

1. По стороне основания  $a$  и боковому ребру  $b$  найдите полную поверхность правильной призмы: 1) треугольной; 2) четырехугольной; 3) шестиугольной.
2. В прямом параллелепипеде стороны основания 3 см и 5 см, а одна из диагоналей основания 4 см. Найдите большую диагональ параллелепипеда, зная, что меньшая диагональ образует с плоскостью основания угол  $60^\circ$ .
3. Основанием пирамиды является правильный треугольник. Одна из боковых граней перпендикулярна основанию, а две другие наклонены к нему под углом  $\alpha$ . Как наклонены к плоскости основания боковые ребра?
4. Основание пирамиды – прямоугольный треугольник с катетами 6 см и 8 см. Все двугранные углы при основании пирамиды равны  $60^\circ$ . Найдите высоту пирамиды.
5. По стороне основания  $a$  и боковому ребру  $b$  найдите объем правильной призмы: 1) треугольной; 2) четырехугольной; 3) шестиугольной.
6. Основание призмы – треугольник, у которого одна сторона равна 2 см, а две другие по 3 см. Боковое ребро равно 4 см и составляет с плоскостью основания угол  $45^\circ$ . Найдите ребро равновеликого куба.
7. По стороне основания  $a$  и боковому ребру  $b$  найдите объем правильной пирамиды: 1) треугольной; 2) четырехугольной; 3) шестиугольной.
8. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды  $a$ , а двугранный угол при основании равен  $45^\circ$ . Найдите объем пирамиды.
9. По ребру  $a$  правильного тетраэдра найдите его объем.
10. По ребру  $a$  правильного октаэдра найдите его объем.
11. Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами 9 м и 12 м, все боковые ребра равны 12,5 м. Найдите объем пирамиды.
12. Основание пирамиды – равнобедренный треугольник со сторонами 6 см, 6 см и 8 см. Все боковые ребра равны 9 см. Найдите объем пирамиды.
13. В пирамиде с площадью основания  $Q_1$  проведено сечение, параллельное основанию, на расстоянии  $h$  от него. Площадь сечения равна  $Q_2$ . Найдите высоту пирамиды.
14. В правильной усеченной четырехугольной пирамиде стороны нижнего и верхнего оснований равны  $a$  и  $b$ , а двугранный угол при ребре нижнего основания равен  $\alpha$ . Найдите объем пирамиды.

**Контрольная работа**  
**«Вычислительные задачи стереометрии»**

**Вариант №1**

1. Плоскость  $\alpha$  проходит через основание  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  и образует с плоскостью этого треугольника угол в  $60^\circ$ . Угол наклона боковой стороны к плоскости  $\alpha$  равен  $45^\circ$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AB=3$  см.
2. В пирамиде  $SABCD$ ,  $ABCD$  – квадрат со стороной 3. Ребро  $SA \perp (ABC)$ ,  $SA=4$ . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

**Вариант №2**

1. Катеты прямоугольного треугольника равны 7 см и 24 см. Определите расстояние от вершины прямого угла до плоскости, которая проходит через гипотенузу и составляет угол в  $30^\circ$  с плоскостью треугольника.
2. В пирамиде  $SABCD$ ,  $ABCD$  – прямоугольник со сторонами 3 и 4. Ребро  $SD \perp (ABC)$ ,  $SD=5$ . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

### Вариант №3

1. Плоскости правильного треугольника  $ABC$  и треугольника  $ADC$  образуют угол в  $30^\circ$ , причем вершина  $D$  проектируется в центр треугольника  $ABC$ . Найдите длину  $BD$ , если расстояние от центра треугольника  $ABC$  до его стороны равно 3 см.
2. В пирамиде  $SABC$ ,  $ABC$  – равнобедренный прямоугольный треугольник,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC=2$ . Ребро  $SB \perp (ABC)$ ,  $SB=4$ . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

### Вариант №4

1. В треугольнике  $ABC$ ,  $AB=10$  см,  $BC=11$  см,  $AC=7$  см. Через сторону  $AC$  проходит плоскость  $\alpha$ , образующая с плоскостью треугольника угол  $60^\circ$ . Найдите углы наклона прямых  $AB$  и  $BC$  к плоскости  $\alpha$ .
2. В пирамиде  $SABCD$ ,  $ABCD$  – квадрат, диагональ которого равна 4. Ребро  $SB \perp (ABC)$ ,  $SB=4$ . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды

## РАЗДЕЛ № 3 «АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ»

(контрольно измерительные материалы)

### Самостоятельная работа «Скалярное произведение векторов»

#### Вариант 1

1. Дан квадрат  $ABCD$ ,  $AB=c$ ,  $AC \cap BD = F$ . Найдите: 1)  $\vec{DC} \cdot \vec{AC}$ ; 2)  $\vec{AC} \cdot \vec{CD}$ ; 3)  $\vec{CF} \cdot \vec{BD}$ .
2. Известно, что  $(2\vec{a} + \vec{b})^2 - (\vec{a} - \vec{b})^2 = 9$ ,  $|\vec{a}|=1$ ,  $|\vec{b}|=2$ . Найдите: 1)  $\angle(\vec{a}, \vec{b})$ ; 2)  $|2\vec{a} + \vec{b}|$ .
3. Известно, что  $\vec{m} = 3\vec{p} - x\vec{q}$ ,  $\vec{n} = \vec{p} + 2\vec{q}$ ,  $\vec{p}(1; -2)$ ,  $\vec{q}(3; 0)$ . Найдите число  $x$ , если  $\vec{m} \perp \vec{n}$ .
4.  $A(-6; 0)$ ,  $B(0; 2)$ ,  $C(1; 1)$ . Докажите, что треугольник  $ABC$  – тупоугольный. Найдите  $\cos \angle BCM$ , где  $CM$  – медиана треугольника  $ABC$ .
5.  $\vec{p}(6; -8)$ ,  $\vec{m} \perp \vec{p}$ ,  $|\vec{m}|=1$ . Найдите координаты вектора  $\vec{m}$ .

## Вариант 2

1. Дан квадрат  $ABCD$ ,  $AB = a$ ,  $AC \cap BD = K$ . Найдите: 1)  $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA}$ ; 2)  $\overrightarrow{CK} \cdot \overrightarrow{BA}$ ; 3)  $\overrightarrow{CK} \cdot \overrightarrow{AC}$ .
2. Известно, что  $(\vec{m} - 3\vec{n})^2 - (2\vec{m} + \vec{n})^2 = 8$ ,  $|\vec{m}| = 2$ ,  $|\vec{n}| = 1$ . Найдите: 1)  $\angle(\vec{m}, \vec{n})$ ; 2)  $|\vec{m} - 3\vec{n}|$ .
3. Известно, что  $\vec{m} = x\vec{a} - 3\vec{b}$ ,  $\vec{n} = 2\vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{a}(2; -2)$ ,  $\vec{b}(1; 3)$ . Найдите число  $x$ , если  $\vec{m} \perp \vec{n}$ .
4.  $A(-3; 1)$ ,  $B(2; 3)$ ,  $C(4; -1)$ . Докажите, что треугольник  $ABC$  – тупоугольный. Найдите  $\cos \angle BAM$ , где  $AM$  – медиана треугольника  $ABC$ .
5.  $\vec{a}(-3; 4)$ ,  $\vec{b} \perp \vec{a}$ ,  $|\vec{b}| = 1$ . Найдите координаты вектора  $\vec{b}$ .

### Индивидуальная домашняя работа «Векторы на плоскости»

Задан треугольник  $ABC$  координатами своих вершин.

1. Найти:

- длины сторон;
- величины углов (приближенные значения).

2. Определить вид треугольника.

3. Найти координаты:

- $M$  – центра тяжести;
- $H$  – ортоцентра;
- $P$  – центра описанной окружности.

4. Показать, что точки  $M, H, P$  лежат на одной прямой.

5. Вычислить высоту  $h_b$ .

6. Найти площадь треугольника.

7. В прямоугольной декартовой системе координат построить: треугольник  $ABC$ , точки  $M, H, P$ .

Варианты:

1.  $A(4;6)$ ,  $B(-4;0)$ ,  $C(-1;-4)$
2.  $A(1;2)$ ,  $B(3;7)$ ,  $C(5;-13)$
3.  $A(-2;-2)$ ,  $B(-1;4)$ ,  $C(3;1)$
4.  $A(2;0)$ ,  $B(8;4)$ ,  $C(5;-3)$
5.  $A(6;4)$ ,  $B(0;-4)$ ,  $C(-4;-1)$
6.  $A(2;1)$ ,  $B(7;3)$ ,  $C(-13;5)$
7.  $A(-2;-2)$ ,  $B(4;-1)$ ,  $C(1;3)$
8.  $A(0;2)$ ,  $B(4;8)$ ,  $C(-3;5)$
9.  $A(-4;0)$ ,  $B(4;6)$ ,  $C(-1;-4)$
10.  $A(3;7)$ ,  $B(1;2)$ ,  $C(5;-13)$
11.  $A(-1;4)$ ,  $B(-2;-2)$ ,  $C(3;1)$
12.  $A(8;4)$ ,  $B(2;0)$ ,  $C(5;-3)$

- |              |           |          |
|--------------|-----------|----------|
| 13. A(-4;0), | B(-1;-4), | C(4;6)   |
| 14. A(3;7),  | B(5;-13), | C(1;2)   |
| 15. A(-1;4), | B(3;1),   | C(-2;-2) |
| 16. A(8;4),  | B(5;-3),  | C(2;0)   |
| 17. A(4;8),  | B(-3;5),  | C(0;2)   |
| 18. A(0;-3), | B(1;5),   | C(6;0)   |
| 19. A(-3;0), | B(5;1),   | C(0;6)   |
| 20. A(0;3),  | B(2;6),   | C(-4;-2) |
| 21. A(3;0),  | B(6;2),   | C(-2;-4) |

### Индивидуальная домашняя работа «Прямая на плоскости»

Задан треугольник  $ABC$  координатами своих вершин.

1. Написать уравнения всех сторон треугольника.
2. Найти координаты:
  - $M$  – центра тяжести;
  - $H$  – ортоцентра;
  - $P$  – центра описанной окружности;
  - $K$  – центра вписанной окружности.
3. Доказать, что точки  $M, H, P$  лежат на одной прямой.
4. Написать уравнение окружности ( $P; R$ ), описанной около треугольника.
5. Вычислить высоту  $h_b$ .
6. Найти  $\rho(B, m_a)$ .
7. Записать систему неравенств, задающих внутреннюю область треугольника.
8. Написать уравнение биссектрисы угла  $A$ .
9. Написать уравнение окружности ( $K; r$ ), вписанной в треугольник.
10. В прямоугольной декартовой системе координат построить: треугольник  $ABC$ , точки  $M, H, P, K$ , вписанную и описанную окружности.

Варианты:

- |              |           |          |
|--------------|-----------|----------|
| 1. A(4;6),   | B(-4;0),  | C(-1;-4) |
| 2. A(1;2),   | B(3;7),   | C(5;-13) |
| 3. A(-2;-2), | B(-1;4),  | C(3;1)   |
| 4. A(2;0),   | B(8;4),   | C(5;-3)  |
| 5. A(6;4),   | B(0;-4),  | C(-4;-1) |
| 6. A(2;1),   | B(7;3),   | C(-13;5) |
| 7. A(-2;-2), | B(4;-1),  | C(1;3)   |
| 8. A(0;2),   | B(4;8),   | C(-3;5)  |
| 9. A(-4;0),  | B(4;6),   | C(-1;-4) |
| 10. A(3;7),  | B(1;2),   | C(5;-13) |
| 11. A(-1;4), | B(-2;-2), | C(3;1)   |
| 12. A(8;4),  | B(2;0),   | C(5;-3)  |



13. A(-4;0), B(-1;-4), C(4;6)
14. A(3;7), B(5;-13), C(1;2)
15. A(-1;4), B(3;1), C(-2;-2)
16. A(8;4), B(5;-3), C(2;0)
17. A(4;8), B(-3;5), C(0;2)
18. A(0;-3), B(1;5), C(6;0)
19. A(-3;0), B(5;1), C(0;6)
20. A(0;3), B(2;6), C(-4;-2)
21. A(3;0), B(6;2), C(-2;-4)

### Самостоятельная работа «Эллипс»

#### Вариант №1

Эллипс задан своим каноническим уравнением  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{6} = 1$ . Найдите:

1. координаты точек пересечения эллипса с координатными осями;
2. полуоси эллипса;
3. эксцентриситет эллипса;
4. координаты фокусов эллипса;
5. координаты концов диаметра, образующего с осью  $OX$  угол  $60^\circ$ ;
6. уравнение прямой, содержащей диаметр, сопряженный с предыдущим.

#### Вариант №2

Эллипс задан своим каноническим уравнением  $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1$ . Найдите:

1. координаты точек пересечения эллипса с координатными осями;
2. полуоси эллипса;
3. эксцентриситет эллипса;
4. координаты фокусов эллипса;
5. координаты концов диаметра, образующего с осью  $OX$  угол  $120^\circ$ ;
6. уравнение прямой, содержащей диаметр, сопряженный с предыдущим.

### Самостоятельная работа «Гипербола»

#### Вариант №1

1. Дана гипербола  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ . Найдите: а) координаты фокусов; б) эксцентриситет; в) уравнения асимптот.
2. Составить каноническое уравнение гиперболы, если она проходит через точки  $M(4;0)$  и  $N(4\sqrt{17};4)$

#### Вариант №2

1. Дана гипербола  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ . Найдите: а) координаты фокусов; б) эксцентриситет; 3) уравнения асимптот.
2. Составить каноническое уравнение гиперболы, если она проходит через точку  $M(-5; 3)$  и имеет эксцентриситет равный  $\sqrt{2}$ .

### Самостоятельная работа «Парабола»

1. Определите координаты фокуса и составьте уравнение директрисы для параболы  $y^2 = -18x$ . Постройте параболу.
2. Напишите каноническое уравнение параболы, если фокус имеет координаты  $(4; 0)$ .

### Индивидуальная домашняя работа «Уравнения прямых и плоскостей»

Даны точки  $A, B, C, D$  координатами своих вершин в прямоугольной декартовой системе координат.

1. Доказать, что точки  $A, B, C, D$  не лежат в одной плоскости.
  2. Найти  $S_{\triangle ABC}$ .
  3. Определить вид треугольника  $ABC$ .
- Найти:
4. Площадь полной поверхности.
  5. Объем тетраэдра.
  6. Высоту тетраэдра  $DH$ .
  7. Координаты точки  $H$ .
  8. Высоту  $DT$  грани  $ABD$ .
  9. Координаты точки  $T$ .
  10. Угол наклона ребра  $DA$  к плоскости  $ABC$ .
  11. Величину двугранного угла  $DABC$ .
  12. Построить в прямоугольной декартовой системе координат:
    - тетраэдр  $ABCD$ ;
    - точки  $H, T$ ;
    - показать на чертеже:
      - 1)  $\angle(AD, (ABC))$ ;
      - 2) линейный угол двугранного угла  $DABC$ .
  15. Найти  $\rho(AB, CD)$ .

Варианты:

- |                    |                |                |                |
|--------------------|----------------|----------------|----------------|
| 22. $A(2; 0; 1),$  | $B(2; 2; 0),$  | $C(-1; 1; -1)$ | $D(1; -1; 3)$  |
| 23. $A(-2; 0; 1),$ | $B(2; 2; 0),$  | $C(-1; 1; -1)$ | $D(2; -1; 3)$  |
| 24. $A(2; 1; 0),$  | $B(-1; 1; 1),$ | $C(1; -1; 0)$  | $D(1; -1; 3)$  |
| 25. $A(-2; 0; 1),$ | $B(-1; 1; 1),$ | $C(1; -1; 0)$  | $D(2; -1; 3)$  |
| 26. $A(3; 2; 0),$  | $B(0; 2; 1),$  | $C(1; 1; 3)$   | $D(-2; 1; -3)$ |

27. A(3;-2;0),	B(0;2;1),	C(1;1;3)	D(2;-1;3)
28. A(3;2;0),	B(-1;2;3),	C(1;-1;0)	D(-2;1;-3)
29. A(3;-2;0),	B(-1;2;3),	C(1;-1;0)	D(2;-1;3)
30. A(2;0;1),	B(-2;2;3),	C(1;-1;0)	D(2;-1;3)
31. A(2;0;1),	B(-1;1;1),	C(1;1;3)	D(2;-1;3)
32. A(0;2;1),	B(2;2;0),	C(1;-1;-1)	D(-1;1;3)
33. A(0;-2;1),	B(2;2;0),	C(1;-1;-1)	D(-1;2;3)
34. A(1;2;0),	B(1;-1;1),	C(-1;1;0)	D(-1;1;3)
35. A(0;-2;1),	B(1;-1;1),	C(-1;1;0)	D(-1;2;3)
36. A(2;3;0),	B(2;0;1),	C(1;1;3)	D(1;-2;-3)
37. A(-2;3;0),	B(2;0;1),	C(1;1;3)	D(-1;2;3)
38. A(3;2;0),	B(2;-1;3),	C(-1;1;0)	D(1;-2;-3)
39. A(-2;3;0)	B(2;-1;3),	C(-1;1;0)	D(-1;2;3)
40. A(0;2;1),	B(2;-2;3),	C(-1;1;0)	D(-1;2;3)

**Самостоятельная работа**  
**«Поверхности второго порядка»**

**Вариант 1**

1. Напишите каноническое уравнение эллипсоида, который проходит через точку A(2;0;1) и пересекает плоскость XOY по линии  $x^2 + 8y^2 - 8 = 0$
2. Исследуйте методом сечения плоскостями и постройте изображение поверхности  $x^2 + y^2 - 4z^2 - 4 = 0$ .
3. Определите вид поверхности, которая задана уравнением  $x^2 - 2x + y^2 = 8$ .

**Вариант 2**

1. Напишите каноническое уравнение эллипсоида, который проходит через точку A(-2;0;-1) и пересекает плоскость XOY по линии  $x^2 + 8y^2 + 18 = 0$ .
2. Исследуйте методом сечения плоскостями и постройте изображение поверхности  $x^2 + 2y^2 - 6z^2 + 24 = 0$ .
3. Определите вид поверхности, которая задана уравнением  $x^2 + y^2 - 9z = 0$ .

**РАЗДЕЛ № 4 «ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ»**  
(контрольно измерительные материалы)

**Самостоятельная работа**  
**«Движения»**

**Вариант 1**

1. Движение задано формулами  $x_1 = -x - 6$   
 $y_1 = y$ . Найдите:
  - 1) образ точки M(3;2);
  - 2) прообраз точки M;
  - 3) неподвижные точки;
  - 4) образ окружности  $(x-1)^2 + y^2 = 4$ .

2. Напишите аналитическое задание центральной симметрии с центром  $O(1;3)$ .

### Вариант 2

1. Движение задано формулами  $\begin{matrix} x_1 = -x + 1 \\ y_1 = -y \end{matrix}$ . Найдите:
- 1) образ точки  $M(3;2)$
  - 2) прообраз точки  $M$ ;
  - 3) неподвижные точки;
  - 4) образ окружности  $(x-1)^2 + y^2 = 4$ .
2. Напишите аналитическое задание центральной симметрии с центром  $O(-2;0)$ .

## Контрольная работа «Решение задач методом движения»

### Вариант 1

1. Дан треугольник  $ABC$  и точка  $O$ . Постройте:
- а)  $\Delta A_1B_1C_1 = \beta_O^{60^\circ}(\Delta ABC)$ ;
  - б) образ средней линии треугольника  $ABC$ , параллельной стороне  $AC$ .
2. Даны две равные неконцентрические окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Назовите все движения, при которых  $\omega_1$  отображается на  $\omega_2$ .
3. Окружность, вписанная в угол, касается его сторон в точках  $M$  и  $N$ . Докажите, что  $M$  и  $N$  – соответственные точки при осевой симметрии, ось которой содержит биссектрису данного угла.
4. Даны точка  $A$ , прямая  $l$  и окружность  $\omega$ . постройте равносторонний треугольник  $ABC$ , вершины  $B$  и  $C$  которого принадлежат соответственно прямой  $l$  и окружности  $\omega$ .

### Вариант 2

1. Дан треугольник  $ABC$  и точка  $O$ . Постройте:
- а)  $\Delta A_1B_1C_1 = \beta_O^{45^\circ}(\Delta ABC)$ ;
  - б) образ центра окружности, описанной около треугольника  $ABC$ .
2.  $ABCDEF$  – правильный шестиугольник. Назовите все движения, при которых отрезок  $AB$  отображается на отрезок  $DE$ .
3. Точка  $C$  принадлежит внутренней области прямого угла  $AOB$ .  $C_1 = \sigma_{OA}(C)$ ,  $C_2 = \sigma_{OB}(C)$ . Докажите, что точки  $C_1$ ,  $C_2$  и  $O$  принадлежат одной прямой.
4. Постройте равнобедренный прямоугольный треугольник  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ), вершина  $C$  которого – данная точка, а вершины  $A$  и  $B$  принадлежат соответственно данной прямой  $l$  и данной окружности  $\omega$ .

### Вариант 3

1. Дан треугольник  $ABC$  и вектор  $\vec{a}$ . Постройте:
- а)  $\Delta A_1B_1C_1 = p_{\vec{a}}(\Delta ABC)$ ;

б) образ центра тяжести треугольника  $ABC$ .

2.  $ABCDE$  – правильный пятиугольник. Назовите все движения, при которых отрезок  $AB$  отображается на отрезок  $CD$ .

3. Через центр квадрата проведены две взаимно перпендикулярные прямые. Докажите, что отрезки этих прямых, заключенные внутри квадрата, равны.

4. Даны прямая  $l$ , окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Постройте точки  $A$  и  $B$ , принадлежащие соответственно  $\omega_1$  и  $\omega_2$  такие, что отрезок  $AB$  перпендикулярен прямой  $l$  и делится ею пополам.

#### Вариант 4

1. Дан треугольник  $ABC$  и вектор  $\vec{a}$ . Постройте:

а)  $\Delta A_1B_1C_1 = p_{\vec{a}}(\Delta ABC)$ ;

б) образ ортоцентра треугольника  $ABC$ .

2.  $ABCDEF$  – правильный шестиугольник. Назовите все движения, при которых отрезок  $AB$  отображается на отрезок  $CD$ .

3.  $ABCD$  – равнобедренная трапеция ( $BC \parallel AD$ ). Докажите, что прямые  $AB$  и  $DC$  пересекаются в точке, принадлежащей прямой, проходящей через середины оснований трапеции.

4. Даны две пересекающиеся прямые и точка, не принадлежащая этим прямым. Постройте отрезок, концы которого принадлежат данным прямым, а данная точка – середина этого отрезка.

#### Контрольная работа «Подобия»

#### Вариант 1

1. Пользуясь определением гомотетии, найдите образ точки  $M(-7;2)$ , если  $S(0;-5)$  – центр гомотетии, коэффициент которой равен  $(-2)$ .

2. Постройте образ параллелограмма в гомотетии, центр которой – одна из вершин параллелограмма, а  $k = \frac{m}{n}$  ( $m, n$  – данные отрезки).

3. Через точку касания двух окружностей проведены две секущие, пересекающие первую окружность в точках  $A$  и  $B$ , вторую – в точках  $C$  и  $D$ . Докажите, что  $AB \parallel CD$ .

4. Постройте прямоугольный треугольник по отношению катетов  $m:n$ , где  $m$  и  $n$  – данные отрезки, и гипотенузе.

#### Вариант 2

1. Пользуясь определением гомотетии, найдите прообраз точки  $M(-5;1)$ , если  $S(0;1)$  – центр гомотетии, коэффициент которой равен  $(-3)$ .

2. Постройте образ угла  $ABC$  в гомотетии с центром  $S$  и коэффициентом  $k = \frac{m}{n}$  ( $m, n$  – данные отрезки).

3.  $ABCD$  – параллелограмм. Через вершину  $C$  проведена прямая, параллельная диагонали  $BD$  и пересекающая продолжения сторон  $AB$  и  $AD$  в точках  $N$  и  $K$ . Докажите, что точка  $C$  – середина отрезка  $NK$ .

4. Постройте равнобедренный треугольник по углу при вершине и сумме боковой стороны и основания.

### Вариант 3

1. Пользуясь определением гомотетии, найдите ее центр, если коэффициент гомотетии равен (-2), а  $A(-1;5)$  и  $A_1(3;2)$  – пара соответственных точек.

2. Постройте образ окружности в гомотетии, центр которой – внутренняя точка окружности, а  $k = \frac{m}{n}$  ( $m, n$  – данные отрезки).

3. Каждая из диагоналей квадрата разделена на три равные части. Докажите, что точки деления являются вершинами квадрата и найдите отношение площадей данного квадрата и полученного.

4. Постройте прямоугольный треугольник, если дан один из его острых углов и биссектриса, проведенная из вершины прямого угла.

### Вариант 4

1. Пользуясь определением гомотетии, найдите ее центр, если коэффициент гомотетии равен 5, а  $M(-1;3)$  и  $M_1(4;1)$  – пара соответственных точек.

2. Постройте образ ромба в гомотетии, центр которой – точка пересечения диагоналей ромба, а  $k = \frac{m}{n}$  ( $m, n$  – данные отрезки).

3. Пусть  $P$  – произвольная точка плоскости,  $A_1, B_1, C_1$  – точки, симметричные точке  $P$  относительно середин сторон  $BC, CA, AB$  треугольника  $ABC$  соответственно. Докажите, что отрезки  $AA_1, BB_1, CC_1$  пересекаются в одной точке.

4. Постройте треугольник по двум углам и радиусу описанной окружности.

### Индивидуальная домашняя работа «Аффинные преобразования»

Родственное преобразование задано уравнением оси родства в аффинной системе координат. Точка  $M$  переходит в точку  $M_1$  в данном родстве.

1. В аффинной системе координат  $O, E_1, E_2$  построить ось родства, точки  $M$  и  $M_1$ .

2. Построить образы точек  $O, E_1, E_2$ . Выделить реперы  $R$  и  $R_1$ .

3. Определить род аффинного преобразования.

4. Определить вид родства.

5. Записать координатные формулы этого аффинного преобразования.

6. Определить координаты точки  $O_1$  и координаты образов векторов  $\vec{e}_1$  и  $\vec{e}_2$  в репере  $R$ .

1.  $x+2y-2=0, M(1; -2), M_1(3;2)$

2.  $3x-y+1=0, M(1; -2), M_1(0;4)$

3.  $2x+y+3=0, M(1; 0), M_1(0;1)$

4.  $3x-y+6=0, M(2; -1), M_1(3;2)$

5.  $x+y-3=0, M(-1; 0), M_1(3;4)$

6.  $2x+y-4=0, M(-1; 1), M_1(3;2)$

7.  $2x+y+4=0$ ,  $M(1; 1)$ ,  $M_1(2;-1)$
8.  $x-2y-2=0$ ,  $M(-1; 1)$ ,  $M_1(1;2)$
9.  $x+2y+2=0$ ,  $M(2; -1)$ ,  $M_1(0;-2)$
10.  $3x+y+6=0$ ,  $M(1; 0)$ ,  $M_1(0;-1)$
11.  $3x-y-6=0$ ,  $M(0; -1)$ ,  $M_1(3;-2)$
12.  $x+y-2=0$ ,  $M(-1; 1)$ ,  $M_1(-2;2)$
13.  $x+y+2=0$ ,  $M(2; 1)$ ,  $M_1(0;-7)$
14.  $x-y+2=0$ ,  $M(-1; 0)$ ,  $M_1(0;4)$
15.  $x+y-1=0$ ,  $M(-2; 0)$ ,  $M_1(0;-2)$
16.  $x+y+1=0$ ,  $M(1; -1)$ ,  $M_1(-2;2)$
17.  $x-y-1=0$ ,  $M(1; 1)$ ,  $M_1(0;3)$
18.  $x-y+1=0$ ,  $M(1; 0)$ ,  $M_1(0;2)$
19.  $2x+y=0$ ,  $M(-1; 0)$ ,  $M_1(0;2)$
20.  $2x-y=0$ ,  $M(2; 0)$ ,  $M_1(0;2)$
21.  $x+y-2=0$ ,  $M(2; -1)$ ,  $M_1(3;1)$

## РАЗДЕЛ № 5 «ПРОЕКТИВНАЯ ГЕОМЕТРИЯ» (контрольно измерительные материалы)

### Самостоятельная работа

(теорема Дезарга и ее приложения)

1. Используя теорему Дезарга, доказать, что медианы треугольника пересекаются в одной точке.
2. Используя теорему Дезарга, доказать, что если противоположные вершины параллелограмма расположены соответственно на противоположных сторонах второго, то оба параллелограмма имеют общий центр симметрии.
3. С помощью одной линейки разделить отрезок пополам, если задана прямая, параллельная этому отрезку.
4. С помощью одной линейки построить четвертую гармоническую точку к трём данным точкам.

### Контрольная работа

(основные факты проективной геометрии)

1. Точки А, В, С, Д, Е, F расположены на прямой так, что  $AB=BC=CD=DE=EF$ . Найдите: а)  $(CF, BE)$ , б)  $(DA, EF)$ .
2. Прямые а, b, с принадлежат одному пучку. Постройте прямую d этого пучка, если  $(bd, ca)=-1$ .
3. Точка М – середина отрезка РЕ. Пользуясь только линейкой, проведите через точку N, не принадлежащую прямой РЕ, прямую, параллельную РЕ.
4. Задайте гомологию осью, центром и парой соответственных точек. Постройте образ несобственной прямой.
5. Гомология задана осью, центром и парой соответственных точек. На двух данных прямых а и b найдите пару соответственных точек.

6. Проективное отображение точек одной прямой на точки другой прямой задано тремя парами соответственных точек. Найти образ четвёртой точки.

7. Проективное отображение прямых одного пучка на прямые другого пучка задано тремя парами соответственных прямых. Найти образ четвёртой прямой.

### **Контрольная работа**

(линии второго порядка на проективной плоскости)

1. Построить поляру для некоторой точки.

2. Построить касательную к овальной линии второго порядка.

3. Построить полюс для некоторой прямой.

4. Овальная линия задана пятью точками общего положения. Используя теорему Паскаля, построить шестую точку линии.

5. Овальная линия задана пятью точками общего положения. Используя теорему Паскаля (предельный случай), построить касательную в одной из данных точек.

6. Овальная линия задана тремя неколлинеарными точками и двумя касательными в двух из них. Используя теорему Паскаля (предельный случай), построить касательную в третьей точке.

7. Овальная линия задана пятью касательными. Используя теорему Бриансона, построить шестую касательную.

8. Овальная линия задана пятью касательными. Используя теорему Бриансона (предельный случай), построить точку касания одной из них.

9. Используя проективную модель аффинной плоскости, доказать, что в параллелограмме диагонали делятся точкой пересечения пополам.

### **Индивидуальные домашние задания**

(системы динамической математики в проективной геометрии)

1. Теорема Дезарга и ее приложения в системах динамической геометрии Живая математика.

2. Применение основных фактов проективной геометрии в решении задач элементарной математики.

3. Поддержка аналитической проективной геометрии с помощью системы динамической геометрии Живая математика.

4. Проективные и перспективные отображения прямых и пучков в системе динамической геометрии Живая математика.

5. Теорема Штейнера и ее приложения в системе динамической геометрии Живая математика.

6. Прямая и обратная теоремы Паскаля, их приложения и предельные случаи в системе динамической геометрии Живая математика.

7. Прямая и обратная теоремы Бриансона, их приложения и предельные случаи в системе динамической геометрии Живая математика.

8. Конечные модели проективных плоскостей, разработка соответствующих элективных курсов для старшекласников.



**РАЗДЕЛ № 6 «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ»**  
(контрольно измерительные материалы)

**Фонд заданий для индивидуальной домашней работы.**

**Задание.** Линия  $\Gamma$  задана своим векторным уравнением  $\vec{r} = \vec{r}(t)$ , точка  $P$

принадлежит линии  $\Gamma$ . В точке  $P$  найти:

- а) Уравнение касательной.
- б) Уравнение бинормали.
- в) Уравнение главной нормали.
- г) Уравнение соприкасающейся плоскости.
- д) Уравнение нормальной плоскости.
- е) Уравнение спрямляющей плоскости.
- ж) Координаты базисных векторов естественного трехгранника.
- з) Кривизну.
- и) Кручение.

ВАРИАНТЫ:

- |     |  |  |
|-----|--|--|
| 1.  | $\vec{r}(t) = (2t; \ln t; t^2)$  | $P(2; 0; 1)$   |
| 2.  | $\vec{r}(t) = \left(\frac{t^2}{2}; \frac{2t^3}{3}; \frac{t^4}{2}\right)$ | $P\left(\frac{1}{2}; -\frac{2}{3}; \frac{1}{2}\right)$ |
| 3.  | $\vec{r}(t) = \left(t; \frac{t^2}{2}; \frac{t^3}{6}\right)$              | $P\left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{6}\right)$            |
| 4.  | $\vec{r}(t) = \left(t; \frac{t^3}{3}; \frac{1}{2t}\right)$               | $P\left(1; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$            |
| 5.  | $\vec{r}(t) = (e^t; e^{-t}; t\sqrt{2})$                                  | $P(1; 1; 0)$   |
| 6.  | $\vec{r}(t) = (\cos t; \sin t; t^3 - 9t)$                                | $P(1; 0; 0)$   |
| 7.  | $\vec{r}(t) = (3t - t^3; 3t^2; 3t + t^3)$                                | $P(-2; 3; -4)$   |
| 8.  | $\vec{r}(t) = (t; t^2; e^t)$   | $P(0; 0; 1)$   |
| 9.  | $\vec{r}(t) = (t; t^3; t^2 + 4)$   | $P(1; 1; 5)$   |
| 10. | $\vec{r}(t) = (t; t^2 + 2; t^3 + t)$                                     | $P(1; 3; 2)$   |

**Фонд заданий для индивидуальной домашней работы.**

**Задание.** Поверхность  $\Phi$  задана своим векторным уравнением  $\vec{r} = \vec{r}(u, v)$ , точка  $P$  принадлежит  $\Phi$ .

- а) Найти криволинейные координаты точки  $P$ .
- б) Доказать, что в окрестности точки  $P$  поверхность  $\Phi$  гладкая.  
В точке  $P$  найти:
  - в) Уравнение касательной плоскости.
  - г) Уравнение нормали.
  - д) Коэффициенты первой квадратичной формы.
  - е) Угол между  $u$ - и  $v$ -линиями.
  - ж) Коэффициенты второй квадратичной формы.
  - з) Нормальные кривизны в направлении  $u$ -линии и  $v$ -линии.
  - и) Полную и среднюю кривизну.
  - к) Определить тип точки  $P$ .

ВАРИАНТЫ:

- |     |   |              |
|-----|---|--------------|
| 11. | $\vec{r}(u, v) = (u + v; u - v; u^2 + v^2)$         | $P(2; 0; 2)$ |
| 12. | $\vec{r}(u, v) = (u^2; uv; v^2)$                    | $P(1; 1; 1)$ |
| 13. | $\vec{r}(u, v) = (u^3; v^3; u + v)$                 | $P(1; 1; 2)$ |
| 14. | $\vec{r}(u, v) = (3u + 3v; 3u^2 + 3v^2; 2u + 2v^3)$ | $P(6; 6; 4)$ |
| 15. | $\vec{r}(u, v) = (u \cos v; u \sin v; u + v)$       | $P(1; 0; 1)$ |
| 16. | $\vec{r}(u, v) = (u; v; uv)$                        | $P(1; 1; 1)$ |
| 17. | $\vec{r}(u, v) = (u + v; u - v; 2uv)$               | $P(2; 0; 2)$ |
| 18. | $\vec{r}(u, v) = (u^2 v; u + v; uv^2)$              | $P(1; 2; 1)$ |
| 19. | $\vec{r}(u, v) = (\cos u; \sin u; v)$               | $P(1; 0; 1)$ |
| 20. | $\vec{r}(u, v) = (u; v; e^u \sin v)$                | $P(1; 0; 0)$ |

## **Анализ результатов обучения и перечень корректирующих мероприятий по дисциплине «Геометрия»**

Анализ развития компетенций бакалавров в процессе изучения дисциплины планируется провести по результатам зачета и экзамена в соответствии с учебным планом. Предложения по совершенствованию содержания курса дисциплины: планируется провести по результатам изучения дисциплины в соответствии с учебным планом.

**Лист внесения изменений**  
Дополнения и изменения в рабочую программу дисциплины  
на 2023/2024 учебный год

В программу вносятся следующие изменения:

1. Обновлена и согласована с Научной библиотекой КГПУ им. В.П. Астафьева «Карта литературного обеспечения (включая электронные ресурсы)», содержащая основную и дополнительную литературу, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.
2. Обновлен ФОС.

Программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
03 мая 2023 г., протокол № 9

Внесенные изменения утверждаю:

Заведующий кафедрой

Шашкина Мария Борисовна



Одобрено НМС ИМФИ  
17 мая 2023 г., протокол №8

Председатель

Аёшина Екатерина Андреевна



**Дополнения и изменения в рабочую программу дисциплины**  
на 2022/2023 учебный год

В программу вносятся следующие изменения:

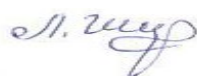
1. Обновлен титульный лист и лист фонда оценочных средств РПД.
2. Обновлена и согласована с Научной библиотекой КГПУ им. В.П. Астафьева «Карта литературного обеспечения (включая электронные ресурсы)», содержащая основную и дополнительную литературу, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

Программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
04 мая 2022 г., протокол № 8

Внесенные изменения утверждаю:

Заведующий кафедрой

Шкерина Людмила Васильевна



Одобрено НМС ИМФИ

12 мая 2022 г., протокол №8

Председатель

Бортновский Сергей Витальевич



### Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочую программу дисциплины  
на 2021/2022 учебный год

В программу вносятся следующие изменения:

1. Обновлена и согласована с Научной библиотекой КГПУ им. В.П. Астафьева «Карта литературного обеспечения (включая электронные ресурсы)», содержащая основную и дополнительную литературу, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

3. Обновлена «Карта материально-технической базы дисциплины», включающая аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации, помещения для самостоятельной работы обучающихся в КГПУ им. В.П. Астафьева) и комплекс лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения.

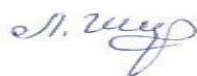
Программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры

12 мая 2021 г., протокол № 8

Внесенные изменения утверждаю:

Заведующий кафедрой

Шкерина Людмила Васильевна



Одобрено НМС ИМФИ

21 мая 2021 г., протокол №7

Председатель Бортновский Сергей  
Витальевич



### 3. Учебные ресурсы

#### 3.1. Карта литературного обеспечения дисциплины «Геометрия»

Направление/специальность подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) или специализация образовательной программы «Математика»

Квалификация: бакалавр

Заочная форма обучения

(общая трудоемкость 18 з.е.)

№ п/п	Наименование	Место хранения/ электронный адрес	Кол-во экземпляров/точек доступа
<b>ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА</b>			
1	Анищенко, С. А. Лекции по геометрии [Текст] : учебное пособие. Ч. 1 / С. А. Анищенко. - Красноярск : РИО КГПУ, 2000. - 144 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	116
2	Анищенко С. А. Лекции по геометрии: учебное пособие. Ч.2 – Красноярск: РИО КГПУ, 1999.-114с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	54
3	Анищенко С. А. Лекции по геометрии, ч. 3. – Красноярск: РИО КГПУ, 2000. – 121 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	37
4	Глухова И.С., Нарчук О.М., Оренчук Н.С., Пономарева Н.Н., Седневцев Т.М. Практикум по решению задач. Планиметрия. – Красноярск: КГПУ им. В.П. Астафьева, 2007. – 164 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	130
5	Нарчук О.М., Седневцев Т.М., Семина Е.А. Повторяем геометрию: учебное пособие. – Красноярск: КГПУ им. В.П. Астафьева, 2010. – 80 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	133
6	Нарчук, Ольга Михайловна. Практикум по решению стереометрических задач [Текст] : учебное пособие / О.М. Нарчук. - Красноярск : РИО КГПУ, 2005. - 98 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	142
7	Преобразование плоскости в задачах [Текст] : практикум / О. М. Нарчук [и др.]. -	Научная библиотека	127

	Красноярск : КГПУ им. В. П. Астафьева, 2008. - 80 с.	КГПУ им. В.П. Астафьева	
8	Майер, Валерий Робертович. Компьютерная поддержка курса геометрии [Текст] : методическое пособие. Ч. 1. Геометрия на плоскости. - Красноярск : КГПУ им. В. П. Астафьева, 1995. - 72 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	118
9	Майер, Валерий Робертович. Компьютерная поддержка курса геометрии [Текст] : учебное пособие. Ч. 2. Геометрия в пространстве / В. Р. Майер ; сост. В. Р. Майер ; отв. исполн. Н. Н. Пономарева. - Красноярск : КГПУ, 1996. - 128 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	18
10	Карлан, И.А. Практические занятия по высшей математике: аналитическая геометрия на плоскости в пространстве. Дифференциальное исчисление функций одной и многих независимых переменных, интегральное исчисление функций одной независимой переменной, интегрирование дифференциальных уравнений : учебное пособие / И.А. Карлан ; отв. ред. Д.З. Гордевский, Р.В. Солодовников. - Изд. 3-е. - Харьков : Издательство Харьковского Ордена Трудового Красного Знамени Государственного Университета имени А. М. Горького, 1967. - 947 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=459744">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=459744</a>	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Индивидуальный неограниченный доступ
<b>ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА</b>			
1	Погорелов А.В. Геометрия: Учеб. для 7-11 кл. сред. шк./ Погорелов А.В.. - 4-е изд.. - М.: Просвещение, 1993. - 383 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	20
2	Смирнова И.М. Компьютер помогает геометрии : учебник / И.М. Смирнова, В.А. Смирнов. - М. : Дрофа, 2003. - 56 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	8
3	Шарыгин И.Ф. Геометрия. 10-11 кл.: учеб. для общеобразоват. учеб. заведений. - 2-е изд., стереотип. / Шарыгин И.Ф. - М. : Дрофа, 2000. - 208 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	11
4	Аргунов Б.И. Преобразования плоскости : учебное пособие для студ.-заочников пед. ин-тов (по курсу "Геометрия") / Б. И. Аргунов. - М. : Просвещение, 1976. - 80 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	25
5	Геометрия; в 2-х частях : учебное пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-ститутов. Ч. 2 / Л. С. Атанасян, В. Т. Базылев. - М. : ПРОСВЕЩЕНИЕ, 1987. - 352	Научная библиотека КГПУ им.	68


	с.	В.П. Астафьева	
6	Сборник задач по геометрии : учебное пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / В. Т. Базылев, К. И. Дуничев, В. П. Иваницкая и др.; Ред. В. Т. Базылева. - М. : ПРОСВЕЩЕНИЕ, 1980. - 238 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	101
7	Атанасян, Л. С. Аналитическая геометрия [Текст] : учебник. Ч. 1. Аналитическая геометрия на плоскости / Л. С. Атанасян. - М. : ПРОСВЕЩЕНИЕ, 1967. - 298 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	167
8	Атанасян, Л. С. Аналитическая геометрия [Текст] : учебник. Ч. 2. Аналитическая геометрия в пространстве / Л. С. Атанасян. - М. : ПРОСВЕЩЕНИЕ, 1970. - 368 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	99
9	Львова, Людмила Викторовна Геометрия [Электронный ресурс] : преобразования и построения : учебное пособие для мат. специальностей пед. вузов : доп. УМО вузов РФ / Л. В. Львова ; Алтайская гос. пед. акад.. - Барнаул : АлтГПА, 2012. - 174 с. : ил. - Библиогр.: с. 171. - Режим доступа: <a href="https://icdlib.nspu.ru/view/icdlib/2979/read.php">https://icdlib.nspu.ru/view/icdlib/2979/read.php</a>	Межвузовская электронная библиотека	Индивидуальный неограниченный доступ
10	Борзенко, Елена Константиновна Методы решения стереометрических задач : учебно-методическое пособие для студентов-бакалавров педвуза / Е. К. Борзенко, И. Г. Корнева ; Алтайская гос. акад. образования. - Бийск : АГАО, 2013. - 102 с. : ил. - URL: <a href="https://icdlib.nspu.ru/views/icdlib/3330/read.php">https://icdlib.nspu.ru/views/icdlib/3330/read.php</a>	Межвузовская электронная библиотека	Индивидуальный неограниченный доступ
<b>УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ</b>			
1	Сборник олимпиадных задач по геометрии для учащихся 8-11 классов: методическое пособие / сост. В.В. Абдулкин и др. – Красноярск: КГПУ им. В.П. Астафьева, 2011. – 204 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	29
2	Новые педагогические и информационные технологии в системе образования [Текст] : учеб. пособие для студ. пед. вузов и системы повыш. квалиф. пед. кадров / ред. Е. С. Полат. - М. : Академия, 2003. - 272 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 268.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	12
3	Майер, Валерий Робертович. Информационные технологии в обучении геометрии бакалавров – будущих учителей математики: монография /В.Р. Майер, Е.А. Сёмина. Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2014. – 516 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	17



4	Методические рекомендации к решению конструктивных задач на проекционном чертеже: методические рекомендации / сост. О. М. Нарчук ; отв. исполн. Н. Н. Калинина. - Красноярск : Красноярский ордена "Знак Почета" ГПИ, 1984. - 29 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	25
5	Методические рекомендации по изучению проективной геометрии : методические рекомендации / сост.: С. А. Анищенко, В. Р. Майер, Н. Н. Калинина ; ред. А. И. Долгарев. - Красноярск : КГПИ, 1981. - 39 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	43
6	Карлан, И.А. Практические занятия по высшей математике: аналитическая геометрия на плоскости в пространстве. Дифференциальное исчисление функций одной и многих независимых переменных, интегральное исчисление функций одной независимой переменной, интегрирование дифференциальных уравнений : учебное пособие / И.А. Карлан ; отв. ред. Д.З. Гордевский, Р.В. Солодовников. - Изд. 3-е. - Харьков : Издательство Харьковского Ордена Трудового Красного Знамени Государственного Университета имени А. М. Горького, 1967. - 947 с. :ил. ; То же [Электронный ресурс]. - <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=459744">URL:http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=459744</a>	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Индивидуальный неограниченный доступ
7	Львова, Людмила Викторовна Геометрия [Электронный ресурс] : преобразования и построения : учебное пособие для мат. специальностей пед. вузов : доп. УМО вузов РФ / Л. В. Львова ; Алтайская гос. пед. акад.. - Барнаул : АлтГПА, 2012. - 174 с. : ил. - Библиогр.: с. -171. - Режим доступа: <a href="https://icdlib.nspu.ru/view/icdlib/2979/read.php">https://icdlib.nspu.ru/view/icdlib/2979/read.php</a>	Межвузовская электронная библиотека	Индивидуальный неограниченный доступ
<b>ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ И ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ</b>			
1	Гарант [Электронный ресурс]: информационно-правовое обеспечение : справочная правовая система. – Москва, 1992– .	Научная библиотека	локальная сеть вуза
2	Elibrary.ru [Электронный ресурс] : электронная библиотечная система : база данных содержит сведения об отечественных книгах и периодических изданиях по науке, технологии, медицине и образованию / Рос. информ. портал. – Москва, 2000– . – Режим доступа: <a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a> .	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	Свободный доступ

3	East View : универсальные базы данных [Электронный ресурс] : периодика России, Украины и стран СНГ . – Электрон.дан. – ООО ИВИС. – 2011 - .	<a href="https://dlib.eastview.com/">https://dlib.eastview.com/</a>	Индивидуальный неограниченный доступ
4	Межвузовская электронная библиотека (МЭБ)	<a href="https://icdlib.nspu.ru/">https://icdlib.nspu.ru/</a>	Индивидуальный неограниченный доступ

Согласовано:

Главный библиотекарь /  / Фортова А.А.  
(должность структурного подразделения) (подпись) (Фамилия И.О)

**Карта материально-технической базы дисциплины  
«ГЕОМЕТРИЯ»**

Направление/специальность подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) или специализация образовательной программы

«Математика»

Квалификация: бакалавр  
по заочной форме обучения  
(общая трудоемкость 18 з.е.)

Аудитория	Оборудование
<b>для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации</b>	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-10	Проектор-1шт., учебная доска-2шт., компьютер -1шт Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-11а	Маркерная доска-1шт., компьютер-7шт., доска учебная-1шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 2-06	Компьютер с выходом в интернет – 9шт., проектор – 1шт., наглядные пособия (стенды), маркерная доска – 1шт. с устрой- ством для интерактивной доски, доска маркерная – 1шт Альт Образование 8 (лицензия № ААО.0006.00, договор № ДС 14-2017 от 27.12.2017
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 2-11	Учебная доска-1шт., проектор-1шт., компьютер-1шт., маркер- ная доска-1шт., демонстрационный стол-1шт Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 2-19	Маркерная доска-2шт., интерактивная доска-1шт., проектор-1шт., ноутбук-10шт., телевизор- 1шт., компьютер- 2шт., МФУ-1шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-02	Компьютер- 1шт., интерактивная доска - 1 шт., система ви- деоконференцсвязи Policom – 1 шт. (без сети), учебная доска- 1шт Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-11	Учебная доска-1шт., экран-1шт., проектор-1шт., компьютер- 1шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-12	Компьютер с выходом в интернет-10шт, учебная доска-1 шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-13, 3-14	Компьютер-15шт., принтер-1шт., маркерная доска-1шт., проек- тор-1шт., интерактивная доска-1шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-15	Проектор-1шт., компьютер-12шт., маркерная доска- 1шт., интерактивная доска-1шт. Microsoft® Windows® 8.1 Professional (ОЕМ лицензия, контракт № 20А/2015 от 05.10.2015); Kaspersky Endpoint Security – Лиц сертификат №1В08-190415-050007-883-951; 7-Zip - (Свободная лицензия GPL); Adobe Acrobat Reader – (Свободная лицензия); Google Chrome – (Свободная лицензия); Mozilla Firefox – (Свободная лицензия); LibreOffice – (Свободная лицензия GPL); XnView – (Свободная лицензия); Java – (Свободная лицензия);

	VLC – (Свободная лицензия); Живая математика 5.0 (Контракт НКС-ДБ-294/15 от 21.09.2015, лицензия № 201515111); GeoGebra (Свободно распространяемая в некоммерческих (учебных) целях лицензия)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 4-01	Учебная доска-1шт., библиотека
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 4-02	Компьютер -1шт., проектор-1шт., интерактивная доска-1шт., маркерная доска-1шт., учебная доска-1шт. Linux Mint – (Свободная лицензия GPL)
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 4-11	Учебная доска-1шт.
<b>для самостоятельной работы</b>	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд.1-01 Отраслевая библиотека	Копир-1шт
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-02 Читальный зал	Компьютер-10шт., принтер-1шт Альт Образование 8 (лицензия № ААО.0006.00, договор № ДС 14-2017 от 27.12.2017