

Институт математики, физики и информатики
Кафедра математики и методики обучения математике

Некрасова Анастасия Фёдоровна

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

**ФОРМИРОВАНИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ
УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ
АЛГЕБРАИЧЕСКИХ НЕРАВЕНСТВ В 7–9 КЛАССАХ**

Направление подготовки/специальность: 44.04.01 Педагогическое образование
(код подразделения/код специальности)

Магистерская программа: Математическое образование в условиях ФГОС
(наименование профиля программы)

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой

д-р пед. наук, профессор Л.В. Шкерина

23.11.2022

Л.В. Шкерина

(дата, подпись)

Руководитель магистерской программы

д-р пед. наук, профессор Л.В. Шкерина

23.11.2022

Л.В. Шкерина

(дата, подпись)

Научный руководитель

канд. пед. наук, доцент М.Б. Шашкина

М.Б. Шашкина

Дата защиты

23.12.2022

Обучающийся А.Ф. Некрасова

А.Ф. Некрасова

Оценка

отлично

Прописью

Красноярск 2022

Реферат

Магистерская диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, библиографического списка и приложений. Текст диссертации содержит 16 таблиц и 12 рисунков, 4 приложений и 69 источника литературы. Общий объем диссертации составляет 86 страниц, включая приложения.

Объект исследования – процесс обучения алгебре учащихся основной школы.

Цель исследования состоит в теоретическом обосновании и разработке методики формирования познавательных универсальных учебных действий учащихся основной школы при изучении алгебраических неравенств.

Цель, объект и предмет исследования позволили определить гипотезу, согласно которой эффективность формирования познавательных универсальных учебных действий учащихся основной школы при изучении алгебраических неравенств может быть обеспечена если:

определены основные приемы и методы в обучении математике, направленных на формирование познавательных универсальных учебных действий;

на основе выявления состава познавательных универсальных учебных действий разработан комплекс заданий, способствующий формированию этих действий.

Цель и гипотеза исследования позволили определить задачи исследования:

1. Описать структуру и содержание познавательных универсальных учебных действий и охарактеризовать их роль в современном математическом образовании.

2. Определить содержание линии алгебраических неравенств в курсе алгебры в контексте формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся основной школы.

3. Охарактеризовать подходы к формированию познавательных универсальных учебных действий на основе анализа научно-методической литературы и существующего методического опыта.

4. Разработать содержательный и технологический компоненты методики формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся основной школы в процессе изучения линии алгебраических неравенств и экспериментально проверить ее эффективность.

Методы исследования: анализ психологической, педагогической, методической литературы, нормативно-правовых документов; изучение и обобщение научной литературы по проблеме исследования; классификация; изучение и обобщение педагогического опыта; наблюдение; педагогический эксперимент.

Новизна исследования заключается в разработке конкретных методических решений проблемы формирования познавательных универсальных учебных действий и их реализация на материале содержательной линии неравенств в курсе алгебры основной школы.

Практическая значимость исследования обеспечивается реализацией методических идей автора в процессе обучения математике учащихся школ Пировского района Красноярского края и разработкой методических рекомендаций по формированию познавательных универсальных учебных действий в процессе изучения алгебраических неравенств в 7-9 классах.

В первой главе проанализированы особенности формирования познавательных универсальных учебных действий у обучающихся в процессе изучения математики; определены основные понятия системы универсальных учебных действий обучающихся, отраженных в рамках ФГОС и определяющихся с использованием системно-деятельностного подхода.

Вторая глава содержит в себе формы, средства и методы применяемые в процессе обучения, анализ особенностей их выбора в процессе развития познавательных универсальных учебных действий; представлены результаты проведения педагогического эксперимента проведенного на базе двух малокомплектных школ Красноярского края, проанализированы полученные результаты.

Результатом работы является методика формирования познавательных УУД в процессе изучения линии алгебраических неравенств в основной школе.

Abstract

The Master's thesis consists of an introduction, two chapters, a conclusion, a bibliographic list and appendices. The text of the dissertation contains 16 tables and 12 drawings, 4 applications and bibliography which includes 69 sources. The total volume of the dissertation is 86 pages, including applications.

The object of research is the process of teaching algebra to secondary school students.

The purpose of the study is to theoretically substantiate and develop a methodology for the formation of cognitive universal educational actions of secondary school students in the study of algebraic inequalities.

The purpose, object and subject of the study allowed us to determine the hypothesis according to which the effectiveness of the formation of cognitive universal educational actions of secondary school students in the study of algebraic inequalities can be provided if:

- the main techniques and methods in teaching mathematics aimed at the formation of cognitive universal educational actions are defined;
- based on the identification of the composition of cognitive universal educational actions, a set of tasks has been developed that contributes to the formation of these actions.

The purpose and hypothesis of the study allowed us to determine the objectives of the study:

1. Describe the structure and content of cognitive universal learning activities and characterize their role in modern mathematical education.
2. To determine the content of the line of algebraic inequalities in the algebra course in the context of the formation of cognitive universal educational actions of secondary school students.
3. To characterize approaches to the formation of cognitive universal educational actions based on the analysis of scientific and methodological literature and existing methodological experience.

4. To develop the content and technological components of the methodology for the formation of cognitive universal educational actions of secondary school students in the process of studying the line of algebraic inequalities and experimentally test its effectiveness.

Research methods: analysis of psychological, pedagogical, methodological literature, normative legal documents; study and generalization of scientific literature on the research problem; classification; study and generalization of pedagogical experience; observation; pedagogical experiment.

The novelty of the research lies in the development of specific methodological solutions to the problem of the formation of cognitive universal educational actions and their implementation on the material of the substantive line of inequalities in the algebra course of the secondary school.

The practical significance of the research is provided by the implementation of the author's methodological ideas in the process of teaching mathematics to students of the Pirovsky district of the Krasnoyarsk Territory and the development of methodological recommendations for the formation of cognitive universal educational actions in the process of studying algebraic inequalities in grades 7-9.

In the first chapter, the features of the formation of cognitive universal educational actions among students in the process of studying mathematics are analyzed; the basic concepts of the system of universal educational actions of students, reflected in the framework of the Federal State Educational Standard and determined using a system-activity approach, are defined.

The second chapter contains the forms, means and methods used in the learning process, an analysis of the features of their choice in the process of developing cognitive universal educational actions; the results of a pedagogical experiment conducted on the basis of two small schools of the Krasnoyarsk Territory are presented, the results obtained are analyzed.

The result of the work is a methodology for the formation of cognitive universal educational actions in the process of studying the line of algebraic inequalities in secondary school.

Оглавление

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ АЛГЕБРЕ	13
1.1. Особенности современного обучения математике в основной школе	13
1.2. Познавательные универсальные учебные действия как образовательный результат	18
1.3. Содержательная линия алгебраических неравенств в 7-9 классах .	30
ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ 7-9 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ НЕРАВЕНСТВ	43
2.1. Пропедевтика линии неравенств в 5-6 классах.....	43
2.2. Формы, методы, средства обучения и условия формирования познавательных универсальных учебных действий.....	51
2.3. Результаты опытно-экспериментальной работы и проверка гипотезы исследования	65
Заключение.....	75
Библиографический список.....	77
<i>Приложение А</i>	86
<i>Приложение Б</i>	87
<i>Приложение В</i>	89
<i>Приложение Г</i>	91

Введение

Происходящие процессы в жизни сегодняшнего общества – потребность в стремлении к саморазвитию и обучению на протяжении всей жизни, повышение объемов передаваемой информации, обновление и совершенствование методов ее подачи, закономерно влияют на образовательную систему, что и фиксируется в федеральных государственных образовательных стандартах, а именно в Федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования (ФГОС ООО). В настоящее время в образовании выделяются принципы развивающего обучения, способствующие становлению человека, понимающего ценность обучения на протяжении всей своей жизни и в рамках будущей профессии, обладающего способностью к самообразованию, креативному мышлению, использованию приобретенных навыков и знаний для решения практических задач.

В результате преобразований в сфере образования изменились цели обучения и предъявляемые требования к результатам образовательной деятельности. В ФГОС ООО отражены требования по трем основным направлениям: предметные, метапредметные и личностные. Данные изменения обуславливают целесообразность обновления применяемых сегодня в образовательном процессе моделей, способов, приемов и принципов оценки образовательных результатов.

В процессе реализации образовательной программы происходит достижение метапредметных результатов путем формирования универсальных учебных действий (УУД), в числе которых когнитивные универсальные учебные действия самым непосредственным образом взаимосвязаны с предметным материалом. В их формировании и развитии некоторые авторы выделяют исключительную важность математики.

На основе анализа научных трудов был выявлен живой отклик среди исследователей по проблеме формирования и развития УУД в процессе преподавания спектра различных образовательных дисциплин. Формирование и развитие УУД рассматривается учеными на основе использования на уроках системы

специально подобранных комплексов заданий и задач (Е.В. Яковлева); комплекса заданий, который имеет такие качества, как цельность, обособленность, структурируемость, включаемость, комплексность (М.С. Соловьева); комплекса заданий с применением учебного модуля, содержащего опорные, систематизирующие и объединяющие виды заданий (Е.А. Пустовит); умения самостоятельного конструирования заданий (М.А. Куприянова); междисциплинарной и субординационной концепций (О.А. Иванова); технологии проектов и вовлечения обучающихся в учебно-исследовательскую работу (Э.Г. Гельфман, А.Г. Подстригич, Л.А. Теплоухова); комплекса образовательных текстов и заданий, где используется тематический опыт обучающихся (Л.Ю. Новикова). Проблемам развития когнитивных навыков обучающихся в процессе обучения посвящены работы Л.И. Боженковой, О.В. Литовченко, С.В. Чоповой, Д.С. Елисейевой и др. Однако, в процессе анализа исследований, не было выявлено конкретных методических разработок для применения учителями математики.

Дидактический материал, касающийся неравенств, занимает одну из центральных позиций в курсе школьной алгебры. Являясь междисциплинарным концептом, неравенство обладает свойством интегрировать в единое целое другие изучаемые в школе предметы. Принципиальная значимость изучения курса алгебраических неравенств обуславливает специфику организации процесса исследования других содержательно-методических линий в рамках изучения курса алгебры в средней школе. Вместе с тем, учитывая прикладную ориентацию предмета математики, концепция линии алгебраических неравенств характеризуется достаточно большим объемом абстракций, а также с точки зрения восприятия обучающихся является довольно трудной. А значит, в процессе изучения этой линии можно результативно развивать познавательные УУД.

При решении заданий, содержащих неравенства, на ОГЭ у экзаменуемых возникают определенные трудности из-за катастрофически низкого уровня базовых знаний, умений и способов деятельности, формируемых в курсе математики основной школы. Систематически допускаются ошибки при решении задания № 13, выпускники путают объединение промежутков с их пересечением.

А к выполнению задания с развернутым ответом под № 20 приступает небольшая часть участников экзамена, допуская при этом элементарные ошибки. В основе этого лежит характер типичных ошибок, допускаемых при решении квадратных, дробно-рациональных неравенств и системы линейных неравенств, а также в применении метода интервалов. В дальнейшем наличие подобных пробелов в усвоении содержательной линии неравенств выявляется и на ЕГЭ профильного уровня в задании 14.

Международные исследования PISA, TIMSS позволяют измерить уровень сформированности познавательных универсальных учебных действий на уроках математики, таких как решение учебно-прикладных задач, оценка и анализ предложенных ситуаций, определение причинно-следственных связей, проведение рассуждений. Так вот, данные исследования говорят нам о том, что уровень сформированности данных универсальных учебных действий находится на уровне средних международных.

Изучение особенностей процесса преподавания курса математики основной школы, нормативных документов, психолого-педагогической, научно-методической литературы в области проблемы данного исследования свидетельствует о наличии следующих противоречий:

- на уровне социально-педагогической сферы: с точки зрения противоречия между возрастающими ожиданиями к качеству знаний и умений обучающихся, предъявляемых в ФГОС ООО, и фактическим недостатком показателей качества школьного образования в области математики в России, отраженных в показателях ЕГЭ и международных исследованиях (TIMSS, PISA);

- на уровне науки и педагогики: между возможностями применения математики при разработке метапредметных учебных результатов и слабой проработанностью вопроса о теоретических предпосылках формирования познавательных умений в процессе обучения математике.

Необходимость разрешения указанных противоречий обуславливает актуальность магистерской диссертации и определяет ее **проблему**: как организовать обучение учащихся основной школы линии алгебраических неравенств,

обеспечивающее эффективное формирование познавательных универсальных учебных действий?

В рамках решения указанной проблемы была определена тема магистерской диссертации – «Формирование познавательных универсальных учебных действий обучающихся в процессе изучения алгебраических неравенств в 7–9 классах».

Объект исследования – процесс обучения алгебре учащихся основной школы.

Предмет исследования – методика формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся основной школы в процессе изучения алгебраических неравенств.

Цель исследования состоит в теоретическом обосновании и разработке методики формирования познавательных универсальных учебных действий учащихся основной школы при изучении алгебраических неравенств.

Цель, объект и предмет исследования позволили определить **гипотезу**, согласно которой эффективность формирования познавательных универсальных учебных действий учащихся основной школы при изучении алгебраических неравенств может быть обеспечена если:

- определены основные приемы и методы в обучении математике, направленных на формирование познавательных универсальных учебных действий;
- на основе выявления состава познавательных универсальных учебных действий разработан комплекс заданий, способствующий формированию этих действий.

Цель и гипотеза исследования позволили определить **задачи исследования**:

1. Описать структуру и содержание познавательных универсальных учебных действий и охарактеризовать их роль в современном математическом образовании.

2. Определить содержание линии алгебраических неравенств в курсе алгебры в контексте формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся основной школы.

3. Охарактеризовать подходы к формированию познавательных универсальных учебных действий на основе анализа научно-методической литературы и существующего методического опыта.

4. Разработать содержательный и технологический компоненты методики формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся основной школы в процессе изучения линии алгебраических неравенств и экспериментально проверить ее эффективность.

Методы исследования: анализ психологической, педагогической, методической литературы, нормативно-правовых документов; изучение и обобщение научной литературы по проблеме исследования; классификация; изучение и обобщение педагогического опыта; наблюдение; педагогический эксперимент.

Новизна исследования заключается в разработке конкретных методических решений проблемы формирования познавательных универсальных учебных действий и их реализация на материале содержательной линии неравенств в курсе алгебры основной школы.

Теоретическая значимость исследования состоит в том, что предлагаемый автором подход к решению проблемы формирования познавательных действий в процессе обучения могут быть перенесены на другие содержательные линии школьного курса математики.

Практическая значимость исследования обеспечивается реализацией методических идей автора в процессе обучения математике учащихся школ Пировского района Красноярского края и разработкой методических рекомендаций по формированию познавательных универсальных учебных действий в процессе изучения алгебраических неравенств в 7-9 классах.

Магистерская диссертация состоит из введения, двух глав и заключения.

По теме исследования были опубликованы работы:

1. Некрасова А.Ф., Рябова М.В. Развитие функциональной грамотности обучающихся на уроках математики // Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы: материалы V Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников. Красноярск, 28 апреля 2020 года / отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол.; Электрон. дан. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2020. С. 88-90.
2. Некрасова А.Ф. Реализация линии алгебраических неравенств в курсе алгебры 7–9 классов с использованием контекста повседневной жизни // Актуальные проблемы качества математической подготовки школьников и студентов: методологический, теоретический и технологический аспекты: материалы VII Всероссийской с международным участием научно-методической конференции. Красноярск, 10–11 ноября 2020 г. / отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол.; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2020. – С. 161-166.
3. Некрасова А.Ф., Рябова М.В., Шашкина М.Б. Развитие математической грамотности обучающихся на основе использования метапредметных и проектных заданий // VII Международная научно-практическая конференция «Актуальные проблемы обучения математике в школе и вузе: от науки к практике» (к 80-летию со дня рождения В.А. Гусева). Москва, 18-30 ноября 2022 г. URL: <http://news.scienceland.ru/2022/11/15/развитие-математической-грамотности/>

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ АЛГЕБРЕ

1.1. Особенности современного обучения математике в основной школе

Внедрение ФГОС, предъявляющего новые требования к результатам освоения образовательной программы, повлекло за собой изменения особенностей обучения. Основной задачей современного обучения становится раскрытие способностей каждого обучающегося, воспитание личности, готовой к жизни в высокотехнологичном и конкурентном мире.

Математика школьного курса – это не только ее изучение на протяжении одиннадцати лет, но и опорный предмет для естественнонаучного цикла, а некоторые аспекты математической подготовки нужны и для изучения предметов гуманитарного цикла. Математика особо важна в формировании мировоззрения и креативного мышления обучающихся.

Человечество имеет практическую пользу от математики, поскольку она представляет собой фундаментальную основу структуры нашего мира: пространственных форм и количественных отношений, от простейших, элементарных опытов до сложных, требующихся для формирования научных и прикладных идей. В своей жизни абсолютно все нуждаются в том, чтобы производить вычисления, выстраивать алгоритмы, подбирать и использовать формулы, изучать на практике геометрические измерения и построения, воспринимать информацию, изложенную в виде таблиц, диаграмм и графиков, а также жить в окружении неопределенности и осознавать вероятностную природу случайных событий.

Сегодня в современном обществе, одновременно с увеличением областей применения математики, все большее значение приобретает математический образ мышления, который выражается в определенных умственных способностях. При обучении математике индукция и дедукция, обобщение и конкретизация, анализ и синтез, классификация и систематизация, абстракция и аналогия естественным образом входят в инструментарий приемов и методов чело-

вещеского мышления. Объекты математических рассуждений, правила их оформления позволяют раскрыть механизм логических структур, способствуют формированию умения формулировать, обосновывать и доказывать решения, таким образом развивается логическое мышление. Основная роль в формировании алгоритмических компонентов мышления и развитии способности к выполнению действий по установленным алгоритмам, усовершенствованию известных и конструированию новых, принадлежит математике. Творческие и прикладные составляющие мышления также развиваются в результате решения задач, которые составляют основу учебной деятельности на уроках математики.

Математическое образование дает возможность обучающимся формировать точную, рациональную и информативную речь, осуществлять подбор оптимально соответствующих лингвистических, символических и графических средств для решения поставленных задач и их визуального оформления.

В современной культуре одним из существенных составляющих общекультурных знаний является общее ознакомление со способами познания действительности, представление о предмете и методиках обучения математики, об ее отличительных особенностях от прочих естественных и гуманитарных наук, об особенностях использования математики для решения научных и прикладных задач. В результате чего можно говорить, что математическое образование способствует формированию общей культуры каждого человека.

Кроме того, математика содействует эстетическому воспитанию личности, постижению красоты и изящества математических рассуждений, формированию представлений о геометрических фигурах и развитию понятия симметрии.

Система математического образования – это система приобретенных знаний, форм и методов математической деятельности, развитие которых влияет на структуру и внутренний мир обучающегося. Главной задачей обучения математике в основной школе является обеспечение прочного и осознанного усвоения обучающимися системы математических знаний, необходимых в повседневной жизни каждой личности современного общества [19].

Помимо этой задачи, учитель также сталкивается с проблемой обучения обучающихся рассуждениям и способам мышления. Ни один другой школьный предмет не может сравниться с силой математики в обучении мыслящего человека. Необходимый эффект обучения математике для развития может быть достигнут с помощью системно-деятельностного подхода [45].

Описывая системно-деятельностный подход, А.Г. Асмолов говорит, о том, что этот подход ориентирован на личностное развитие, формирование гражданской идентичности, и указывает на возможность формирования ценностных ориентаций, которые выстраиваются в новое поколение российских образовательных стандартов [1].

Механизмы, которые предоставляют переход от установленных целей к определённым результатам, являются содержательной частью процесса обучения математики, в соответствии с условиями применения системно-деятельностного подхода [60]. С позиции этого подхода основной единицей содержания математического образования является проблемная ситуация предметной и социальной неопределённости и противоречий [58]. В соответствии с выше указанным, задача учителя математики состоит в том, чтобы обеспечить в учебном процессе вовлечение учащихся в решение моделирующих на предметном материале различных ситуаций. «Освоение математических знаний в контексте их применения в различных ситуациях: а) обеспечивает системность и межпредметность знаний; б) позволяет обучающимся с самого начала находиться в деятельностной позиции; в) включает весь потенциал активности обучающегося – от уровня восприятия до уровня самостоятельного применения; г) позволяет обучающимся накапливать опыт использования знаний и умений, приобретённых на уроках математики в качестве средства регуляции своей деятельности» [60, с.76]. Основным инструментом для создания таких ситуаций в образовательном процессе являются задачи. В настоящий момент в реальной школьной практике существует проблема разработки таких задач, которые бы обеспечивали создание необходимых ситуаций в процессе обучения математике. В научно-методической литературе встречаются конструктивные решения

обозначенной проблемы, но все они представлены на примере предметного содержания основной школы [57, 56].

Оценивая суть системно-деятельностного подхода, можно подчеркнуть, что новые знания даются не в готовом виде: учащиеся сами «открывают» их в процессе самостоятельной исследовательской деятельности. Задача учителя заключается в том, чтобы во введении нового материала организовать исследовательскую работу таким образом, чтобы обучающиеся сами объяснили себе, как действовать в новых условиях, а не только наглядно и доходчиво объяснить, показать и рассказать им все в ясной и доступной форме [53].

Обновленные ФГОС ориентируются на современное поколение учащихся, которое называется цифровое поколение или поколение Z (центениалы, линкстеры, iПоколение и т.д.). Поскольку особенности, свойственные цифровому поколению, в значительной степени оказывают существенное воздействие на проектирование и организацию учебного и воспитательного процессов, направленных на приобретение результатов метапредметного образования. С точки зрения физиологии и психологии обучающиеся из поколения Z мало чем выделяются на фоне представителей прочих возрастов, однако их склад ума, способ коммуникаций и времяпровождения характеризуются весьма характерной для настоящего времени сетевой формой. Представители нынешнего поколения, вопреки мнению предыдущих поколений, - люди, отличающиеся прикладной направленностью, нежели уровнем притязаний. Совершенно ясно, что они стремятся осознать необходимость изучения некоторого учебного материала прежде, чем приступить к его изучению [56].

Как правило, при выборе учебных заданий такие школьники предпочитают избегать отвлеченных теорий и понятий, которые они не способны воплотить в реальной жизни. Приобретаемые этим поколением знания должны иметь прикладное значение. В связи с этим, особенно при изучении таких сложных наук, как математика, в образовательном процессе возрастает роль повседневного контекста [26, 41, 42, 43].

Представители диджитал-поколения наделены штампованным образом мышления, вследствие чего окружающая их действительность оценивается ими предельно лаконично. Поэтому для них характерно незначительное содержание новостных сообщений, твитов и статусов в социальных сетях, так как информация в них сжимается и вмещает только существенные с их точки зрения факты, сведения о которых уместны в определенный момент.

Как результат, по ряду аспектов их образ мысли отрывочен и весьма незначителен, так как поколение центениалов зачастую не в состоянии уловить причинно-следственные связи, планомерно осмыслить и усвоить информацию, аналитические навыки детей ограничены. Невозможно длительное время сосредотачивать их внимание на чем-либо, а переключаться быстро с одного вида деятельности на другой для них довольно легко.

Зрительный способ принятия информации превалирует над вербальным – очень сложно дается смысловое чтение, таким образом, то, что было принято ими во внимание в визуальном формате, находится в приоритете. Отсюда наглядные способы представления, использования максимальное количество интегрированной визуализации в отрывочном виде должны быть рассмотрены в качестве приоритетных методов представления учебного материала.

Современное поколение пользователей родилось в век цифровых технологий. К их услугам все технологии завтрашнего дня. Соответственно, при необходимости получения дополнительной информации им не потребуется расходовать свою энергию, поскольку они найдут источник, где уже структурированная информация будет изложена в доступной для них форме. Центениалы ориентированы на обучение модульное обучение, в рамках которого необходимо ставить лишь краткосрочные цели.

Абстрагируясь таким образом от комплексных задач, Представители поколения Z сосредоточены на быстром получении новых знаний, процесс их интересует в последнюю очередь, они готовы оперативно переключаться с решения одной проблемы на другую.

Скоротечная по времени память таких людей развивается интенсивнее, нежели долгосрочная. Это обусловлено их нежеланием хранить в памяти информацию, которая в любой момент может быть получена в актуальном и усовершенствованном состоянии. При этом они, как правило, даже не задумываются о сути информации, а запоминают, способы нахождения этой информации.

Формирование следующих метапредметных умений, таких как:

- умение организовать собственную работу;
- умение выполнять поиск, анализ и систематизацию информации;

становится приоритетным в следствие вышесказанного.

Для того, чтобы обучающиеся научились самостоятельно и творчески учиться, нужно включить их в специально организованную деятельность, сделать их «хозяевами» этой деятельности. Это нужно для выработки у них мотивов и целей учебной деятельности, а также обучить способам ее осуществления [50]. Ведь давно доказано, что каждый человек быстрее понимает, то что познает сам. Именно поэтому на уроках математики используются и внедряются современные технологии, методы, формы и примы обучения.

Наиболее востребованными методами в контексте внедрения требований ФГОС оказываются: информационно-коммуникационные технологии (ИКТ), технология развития критического мышления, проектная, здоровьесбережения, проблемного обучения, модульная технология, кейс-метод, интегрированное обучение, педагогика сотрудничества, уровневая дифференциация, групповые технологии, традиционные технологии (классно-урочная система) [23].

1.2. Познавательные универсальные учебные действия как образовательный результат

Современные школы, в некоторой степени, продолжают выпускать ориентированных на обучение, подготовленных людей – квалифицированных исполнителей. Однако человек обучающийся на протяжении всей жизни, способный к саморазвитию, адаптации к постоянно изменяющимся условиям, готовый

принимать различные решения и нести ответственность за них – это запрос современного информационного общества.

Поэтому перед школами по-прежнему стоит задача дать обучающимся возможность в успешном и самостоятельном приобретении новых знаний, умений и навыков, среди которых способности к обучению. В данном аспекте овладение универсальными учебными действиями обладает широким спектром возможностей, следствием чего, ряд планируемых результатов согласно ФГОС содержит три блока: предметные, метапредметные и личностные [65].

Обеспечивающие готовность и способность человека к обучению и управлению собственной жизнью умения называются универсальными учебными действиями [7].

Во ФГОС второго поколения акцент был сделан на развитие УУД, то есть к способности самостоятельно добывать информацию с использованием технологий и коммуникации с людьми. А при переходе на ФГОС третьего поколения была заявлена конкретизация требований к обучающимся, сделан акцент на развитие гибких навыков – метапредметных и личностных. К метапредметным результатам относятся познавательные, коммуникативные и регулятивные универсальные учебные действия. Для нашего исследования рассмотрим познавательные универсальные учебные действия более подробно.

Познавательные универсальные учебные действия – это умственные действия, направленные на планирование, осуществление анализа своей познавательной деятельности и управление ею, на основе способов деятельности, используемых как в рамках образовательного процесса, так и при решении проблем в реальных жизненных ситуациях [66].

Универсальные познавательные действия обеспечивают формирование базовых когнитивных процессов обучающихся (освоение методов познания окружающего мира; применение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).

Проведя сравнительный анализ требований к познавательным результатам освоения основной образовательной программы основного общего образо-

вания, прописанные в ФГОС 2010 года и ФГОС 2021 года, можно выделить следующее: во ФГОС 2010 года отдельно познавательные результаты не выделены, а во ФГОС 2021 года они выделены и включают в себя: базовые логические и исследовательские действия, а также работу с информацией [46]. Сравнительный анализ представлен в Таблица 1.

Таблица 1

Требования к познавательным результатам освоения основной образовательной программы основного общего образования

ФГОС 2010	ФГОС 2021
<ul style="list-style-type: none"> - умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы; - умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач; - смысловое чтение; - формирование и развитие компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий (далее ИКТ-компетенции); - развитие мотивации к овладению культурой активного пользования словарями и другими поисковыми системами; - формирование и развитие экологического мышления, умение применять его в познавательной, коммуникативной, социальной практике и профессиональной ориентации. 	<p style="text-align: center;"><i>1) базовые логические действия:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - выявлять и характеризовать существенные признаки объектов(явлений); - устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа; - с учетом предложенной задачи выявлять закономерности и противоречия в рассматриваемых фактах, данных и наблюдениях; - предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий; - выявлять дефициты информации, данных, необходимых для решения поставленной задачи; - выявлять причинно-следственные связи при изучении явлений и процессов; - делать выводы с использованием дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии, формулировать гипотезы о взаимосвязях; - самостоятельно выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учетом самостоятельно выделенных критериев); <p style="text-align: center;"><i>2) базовые исследовательские действия:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; - формулировать вопросы, фиксирующие разрыв между реальным и желательным состоянием ситуации, объекта, самостоятельно устанавливать искомое и данное; - формировать гипотезу об истинности собственных суждений и суждений других, аргументировать свою позицию, мнение; - проводить по самостоятельно составленному плану опыт, несложный эксперимент, небольшое исследование по установлению особенностей объекта изучения, причинно-следственных

	<p>связей и зависимостей объектов между собой;</p> <ul style="list-style-type: none"> - оценивать на применимость и достоверность информации, полученной в ходе исследования(эксперимента); - самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведенного наблюдения, опыта, исследования, владеть инструментами оценки достоверности полученных выводов и обобщений; - прогнозировать возможное дальнейшее развитие процессов, событий и их последствия в аналогичных или сходных ситуациях, выдвигать предположения об их развитии в новых условиях и контекстах; <p>3) <i>работа с информацией:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - применять различные методы, инструменты и запросы при поиске и отборе информации или данных из источников с учетом предложенной учебной задачи и заданных критериев; - выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления; - находить сходные аргументы (подтверждающие или опровергающие одну и ту же идею, версию) в различных информационных источниках; - самостоятельно выбирать оптимальную форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи несложными схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями; - оценивать надежность информации по критериям, предложенным педагогическим работником или сформулированным самостоятельно; - эффективно запоминать и систематизировать информацию.
--	---

Анализируя содержание познавательных универсальных учебных действий, можно сделать вывод о том, что их сформированность является необходимым условием, при котором обучающиеся могут самостоятельно регулировать свою деятельность при изучении математики.

Авторы, исследующие тему «действия, обеспечивающие познание», то есть познавательные универсальные учебные действия, вносят в их структуру различные компоненты.

Так, в проекте «Фундаментальное ядро содержания общего образования» под редакцией В.В. Козлова, А.М. Кондакова [20] в блок универсальных дейст-

вий познавательной направленности включают общеучебные, включая знаково-символические, логические, действия постановки и решения проблем.

При этом, такая структура познавательных универсальных учебных действий предусмотрена только для основного общего образования. Пооперационный состав познавательных универсальных учебных для различных ступеней общего образования в проекте «Фундаментальное ядро содержания общего образования» не выделен.

С.Г. Воровщиков и Е.В. Орлова в своей работе [13] выделяют три вида общеучебных умений (Рисунок 1).

Кроме того, эти авторы выделяют в своей работе определенный состав общеучебных умений для разных возрастов, но с важным акцентом на то, что эти умения отражают состав универсальных учебных действий, представленный А.Г. Асмоловым.

А.Г. Асмолов, Г.Б. Бурменская, И.А. Володарская и другие в своей работе [5] отмечают, что следует формировать познавательные исследовательские действия в основной школе, подчеркивая то, что организация исследовательских работ предоставляет возможность сочетания различных видов познавательной деятельности. Они считают, что познавательные УУД включают в себя исследовательские действия (поиск информации, исследование), сложные формы опосредствования познавательной деятельности; переработка и структурирование информации (работа с текстом, смысловое чтение); формирование элементов комбинаторного мышления, как одного из компонентов гипотетико-дедуктивного интеллекта; работа с научными понятиями и освоение общего приёма доказательства, как компонента воспитания логического мышления.



Рисунок 1. Виды общеучебных умений по С.Г. Воровщикову и Е.В. Орловой

И.Д. Лушников и Е.Ю. Ногтева в состав познавательных универсальных учебных действий для основного общего образования включают два компонента [28] (Рисунок 2).

В результате анализа пособия «Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли» А.Г. Асмолова и др. [5] были получены эти компоненты познавательных универсальных учебных действий, а путем внесения корректив в состав познавательных универсальных учебных действий, то есть общеучебные действия не включены в блок действий познавательной направленности. Общеучебные действия были выделены как отдельный компонент универсальных учебных действий.

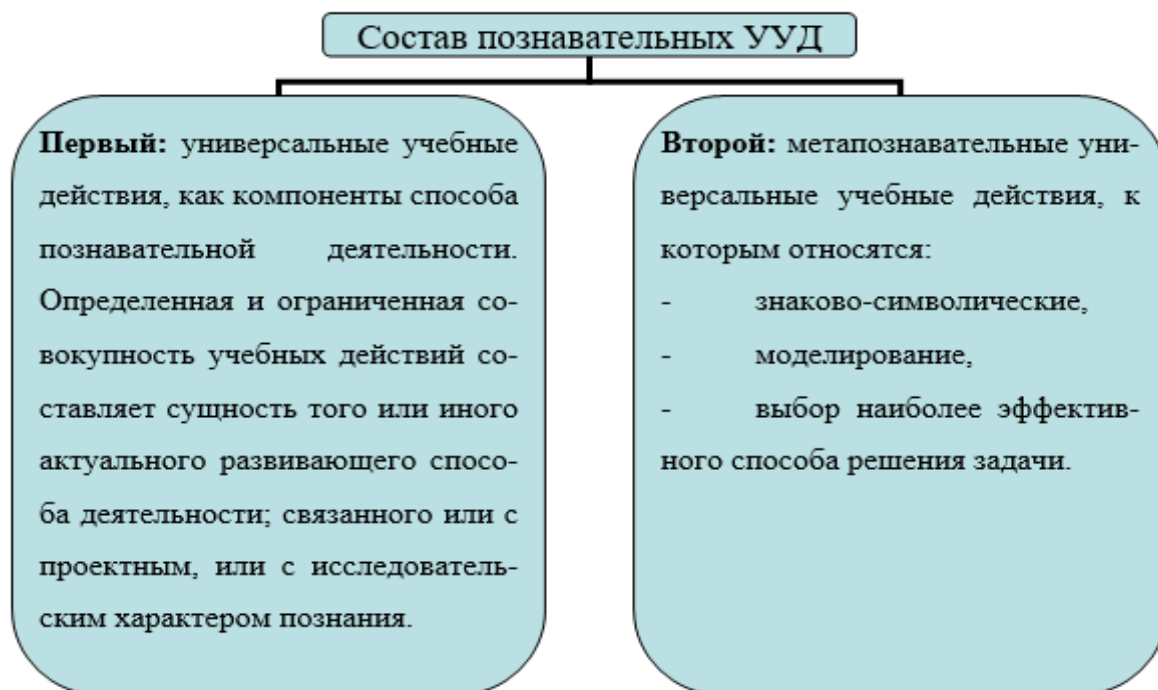


Рисунок 2. Состав познавательных универсальных учебных действий по И.Д.

Лушникову и Е.Ю. Ногтевой

Д.А. Махотин [34] включает общеучебные действия, универсальные логические действия, действия постановки и решения задач в структуру познавательных универсальных учебных действий для основного общего образования. К общеучебным действиям автор относит поиск и анализ необходимой информации; знаково-символические действия, включая моделирование, умения структурировать знания и составлять схемы, таблицы, смысловое чтение; рефлексия способов и условий действия и пр. К общелогическим: анализ, синтез, сравнение, установление причинно-следственных связей, абстрагирование и т.д. Действия постановки и решения проблем направлены на формирование исследовательских навыков обучающихся и позволяют им: формулировать проблемы, осуществлять поиск альтернативных вариантов решения, выбирать наиболее оптимальный вариант решения проблемы, выбирать способы решения проблемы и пр.

Анализ работ Д.А. Махотина [34] и А.Г. Асмолова [5] показывает, что структура познавательных универсальных учебных действий, выделенная Д.А.

Махотиным, основывается на структуре, выделенной А.Г. Асмоловым. Н.М. Горленко, О.В. Запятая, В.Б. Лебединцев, Т.Ф. Ушева, не претендуя на полноту, представляют следующий состав познавательных универсальных учебных действий для основного общего образования [14] (Рисунок 3).

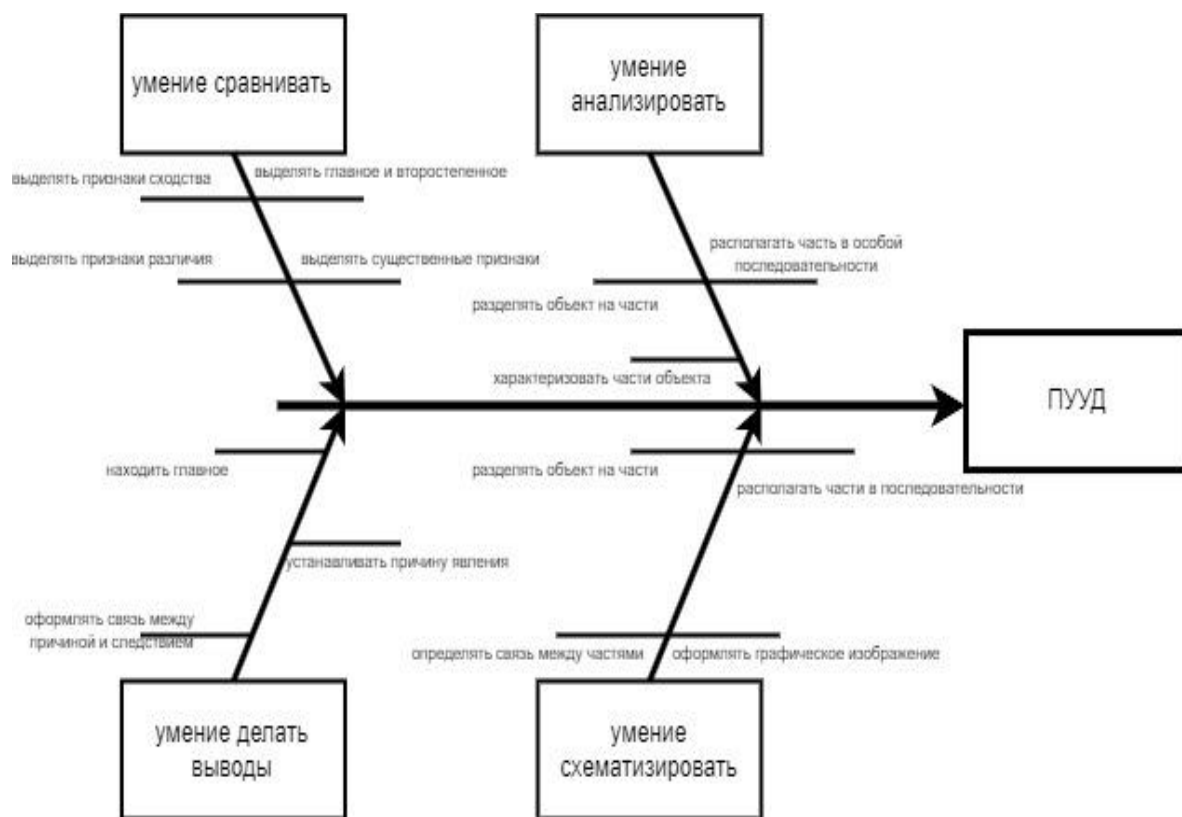


Рисунок 3. Состав ПУУД

В структуре познавательных универсальных действий Н.М. Горленко, О.В. Запятой и др. отражены только фрагменты структуры познавательных универсальных учебных действий.

Анализ разнообразных подходов к установлению структуры познавательных универсальных учебных действий в основной школе свидетельствует о том, что А.Г. Асмолов описал компоненты познавательных универсальных учебных действий наиболее полно. На классификации автора базируются и иные классификации, представленные выше. Структура познавательных универсальных учебных действий, выделенная А.Г. Асмоловым, не противоречит требованиям к программе развития универсальных учебных действий, описанным в Федеральном государственном общеобразовательном стандарте основного общего образования.

По мнению Л.И. Боженковой для успешного развития логических УУД математика вносит свой большой вклад. Соглашусь, ведь можно предположить, что именно изучение символического языка школьного курса математики играет важнейшую роль в развитии знаково-символических действий, входящих в состав общеучебных познавательных УУД [9, 10].

Умение выполнять перевод учебной информации с одного способа представления на другой, а также моделирование являются основой знаково-символических действий обучающихся в процессе обучения математики. Формирование умений выделять необходимую информацию, выбирать альтернативные пути решения поставленной задачи, структурировать знания, определять основную и второстепенную информацию происходит при активном использовании разнонаправленных переходов между текстом, формулой или рисунком. В ходе выполнения этих действий ученики также овладевают логическими познавательными навыками, без которых невозможно формирование умений выполнять общие методы интеллектуальной деятельности. На методах интеллектуальной деятельности состоит процесс обучения математики.

Развитие познавательных УУД у школьников является структурированным, высокоорганизованным процессом. Основываясь на исследованиях Л.И. Боженковой [9, 10] и Е.А. Пустовит [49] с учетом функциональных компонентов учебной деятельности, мы выделим этапы развития познавательных умений в основной школе, цели и содержание деятельности учителя и учащихся на каждом этапе (Таблица 2) [63].

Таблица 2

Этапы развития познавательных универсальных учебных действий

№	Этапы	Цели этапов	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся
---	-------	-------------	----------------------	--------------------------

1	Мотивационно-диагностический	Диагностика существующего уровня развития познавательных УУД обучающихся и мотивация к его повышению	<ul style="list-style-type: none"> - оценка уровня развития ПУУД - мотивация познавательных УУД; - подбор и демонстрация комплекса задач актуализации знаний обучающихся; - подведение к постановке учебной задачи 	<ul style="list-style-type: none"> - осознание обучающимися существующего уровня развития познавательных УУД; - решение задач на актуализацию знаний и состава познавательных УУД, необходимого для изучения нового содержания; - формулировка учебной задачи
2.	Операционно-исполнительский	Введение познавательных УУД, их осознание и совершенствование (применение познавательных УУД в измененных условиях)	<ul style="list-style-type: none"> - подбор и предъявление комплекса задач, направленного на ознакомление с сутью познавательных УУД; - организация учителем обобщающей беседы с обучающимися и демонстрация приема; - организация индивидуальной поисковой деятельности обучающихся и использование познавательных УУД при усвоении учебной информации; - организация учебной информации с использованием познавательных УУД 	<ul style="list-style-type: none"> - решение задач для обеспечения понимания операций, входящих в состав познавательных УУД; - «открытие» познавательных УУД при изучении учебного содержания школьного курса; - явное использование познавательных УУД при решении задач различного уровня сложности с дальнейшим использованием познавательных УУД в новых условиях
3.	Рефлексивно-оценочный	Определение уровня развития познавательных УУД, самоконтроль, самооценка и самокоррекция деятельности	<ul style="list-style-type: none"> - обеспечение итоговой регуляции результатов усвоения учебной информации и познавательных УУД 	<ul style="list-style-type: none"> - отчет в устной или письменной форме о результатах решения учебной задачи и примененных для усвоения познавательных УУД; - мотивация на повышение уровня развития познавательных УУД

Для позитивного развития познавательных умений функция управления систематически передается обучающимся. В свою очередь, процесс развития познавательных УУД и освоение учебного содержания являются неделимым целым на каждом этапе. Процессу развития познавательных УУД присущ процесс получения новых знаний обучающихся. Для успешного освоения новых знаний и развития познавательных УУД учебный процесс должен быть органи-

зован на основе деятельностных технологий, при которых особое внимание уделяется самостоятельной деятельности обучающихся. А для применения новых знаний учащимися учителю необходимо создавать условия для их применения, для применения познавательных умений. При том, что новые знания применяются как для решения учебных задач, так и для практических.

Как известно, познавательные УУД имеют многообразие видов и множество уровней развития. Из достаточного их применения и разнообразия, и будет зависеть образовательный результат обучающихся.

В свою очередь, уровни развития познавательных УУД зависят от степени выраженности критериев развития и характера учебно-познавательной деятельности учеников. Критериями в данном случае являются знания, полученные в процессе обучения, а также методы их реализации. Согласно исследованиям В.П. Беспалько, Д.С. Елисейевой, Е.А. Пустовит, выделим три уровня развития познавательных УУД: репродуктивный, продуктивный и творческий [8, 16, 49].

Описание и характеристики каждого уровня развития познавательных УУД, а также описание критериев развития представлены в Таблица 3.

Таблица 3

Уровни и критерии развития познавательных УУД обучающихся основной школы

№	Уровень	Основные характеристики
1.	Репродуктивный	Обучающийся: <ul style="list-style-type: none"> - владеет базовыми знаниями, умениями и навыками; - ориентируется в фундаментальных понятиях по изучаемому материалу; - применяет только предложенный учителем способ получения информации; - действует по образцу, подражая действиям учителя или сверстников, может допускать ошибки; - при изменении условий задачи не может самостоятельно внести коррективы в действие.
2.	Продуктивный	Обучающийся: <ul style="list-style-type: none"> - применяет базовые знания и владеет приемами действий в измененных для него ситуациях; - владеет навыками, способствующими более глубокому и осознанному усвоению изучаемого материала; - при изменении условий задачи может самостоятельно вне-

		сти коррективы в действие.
3.	Творческий	Обучающийся: - хорошо владеет интегрированными знаниями и умеет их применять в рамках знакомой и новой, нестандартной для него ситуации; - создает новые правила, алгоритмы действий на основе развернутого, тщательного анализа условий познавательной задачи и ранее усвоенных способов действий; - обобщение познавательных УУД на основе выполнения общих принципов построения новых способов действий и выведение нового способа для каждой конкретной задачи.

Анализ психолого-педагогической литературы и научных подходов к проблеме формирования и развития познавательных УУД, позволил выявить:

- при синхронном взаимодействии различных учебных предметов происходит овладение обучающимися основной школы познавательных УУД. В свою очередь, каждый учебный предмет имеет особый резерв для развития познавательных УУД, который зависит от функции и содержания данного предмета;
- познавательные УУД обучающегося являются, в своем роде, некой общей целью и будут функционировать;
- развитие познавательных УУД осуществляется в соответствии с нормативно-возрастным развитием личностной и познавательной сферой обучающегося;
- уровни развития познавательных УУД (репродуктивный, продуктивный, творческий) зависят от тяжести условий развития и характера образовательной и познавательной деятельности учеников.

При овладении универсальными учебными действиями у обучающихся появляется возможность самостоятельно приобретать новые знания, умения и навыки. Учитель выполняет ведущую роль в формировании познавательных универсальных учебных действий. Ведь именно он осуществляет подбор содержания урока, определяет планируемые результаты, выбирает средства, формы и методы формирования познавательных универсальных действий.

1.3. Содержательная линия алгебраических неравенств в 7-9 классах

Линия алгебраических неравенств – это одна из содержательных линий школьного курса математики. Она имеет большое внутрипредметное и межпредметное значение. В первом случае неравенства широко используются при изучении тем «Функции» и «Тождественные преобразования», во втором случае показывается их роль и применение в физике и химии.

Неравенство – соотношение между числами, указывающее, какое из них больше или меньше другого. Если число a больше числа b , то пишут $a > b$, если меньше, то $a < b$; если a больше или равно b , пишут $a \geq b$, если меньше или равно, то $a \leq b$. Запись $a \neq b$ означает, что a не равно b [11].

Понятие «неравенство» систематически вводится в 7 классе, хотя изучается с 5 класса, хотя к этому времени еще не изучены действительные числа, поэтому полноценного обсуждения области определения, вопроса о сплошной линии графика не может быть. Не изучены неравенства и выражения, имеющие смысл не для всех действительных чисел, поэтому полноценного изучения свойств линии алгебраических неравенств не может быть. Неравенство определяется как зависимость одной переменной от другой, что сужает область ее применения. Свойства линии алгебраических неравенств вводятся постепенно в течение двух лет обучения, что не создает полной картины всех свойств для каждой из изучаемых функций.

Требования к предметным результатам изучения предметной области «Математика и информатика» содержатся в Федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования третьего поколения, и в пункте 5 говорится: «умение оперировать понятиями: числовое равенство, уравнение с одной переменной, числовое неравенство, неравенство с переменной; умение решать линейные и квадратные уравнения, дробно-рациональные уравнения с одной переменной, системы двух линейных уравнений, линейные неравенства и их системы, квадратные и дробно-рациональные неравенства с одной переменной, в том числе при решении задач из других предметов и практических задач; умение использовать координатную прямую и координатную

плоскость для изображения решений уравнений, неравенств и систем» [45]. Это указывает на важность изучения данной темы в школьном курсе математики.

Изучение конкретной линии алгебраических неравенств в основной школе обычно проводится по следующей методической схеме (Рисунок 4):

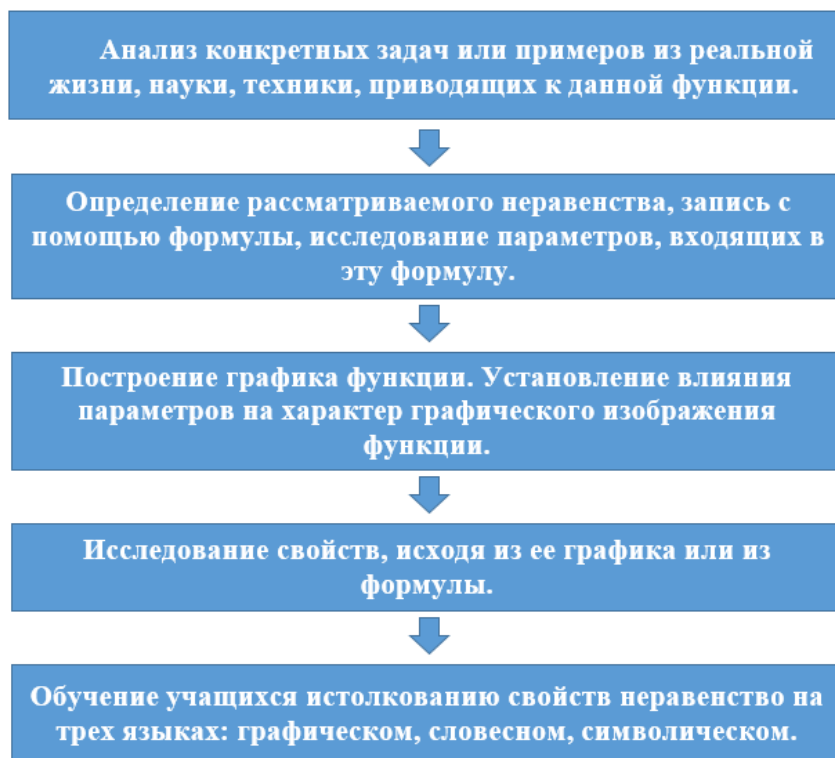


Рисунок 4. Методическая схема изучения алгебраических неравенств

Методическая база изучения неравенств, предусмотренная обновлёнными государственными образовательными стандартами РФ для курса основной школы: числовые неравенства и их свойства, неравенства с одной переменной, равносильность неравенств квадратные неравенства, системы неравенств с одной переменной, графическая интерпретация неравенств и систем неравенств с двумя переменными [47].

В Таблица 4 представлены фрагменты программ изучения линии алгебраических неравенств в курсе основной школы, предлагаемые в УМК различных авторов.

Таблица 4

Сопоставительный анализ изучения алгебраических неравенств в курсе основной школы в различных УМК

УМК	Класс	Количество часов	Темы
С.М. Никольский и др. [56]	8 класс	2 часа	Числовые неравенства.
	9 класс	35 часов	Неравенства первой степени с одним неизвестным. Применение графиков к решению неравенств первой степени с одним неизвестным. Линейные неравенства с одним неизвестным. Системы линейных неравенств с одним неизвестным. Понятие неравенства второй степени с одним неизвестным. Неравенства второй степени с положительным дискриминантом. Неравенства второй степени с дискриминантом, равным нулю. Неравенства второй степени с отрицательным дискриминантом. Неравенства, сводящиеся к неравенствам второй степени. Метод интервалов. Решение рациональных неравенств. Системы рациональных неравенств. Нестрогие рациональные неравенства.
А.Г. Мордкович и др. [40]	8 класс	12 часов	Свойства числовых неравенств. Исследование функции на монотонность. Решение линейных неравенств. Решение квадратных неравенств.
	9 класс	16 часов	Линейные и квадратные неравенства (повторение). Рациональные неравенства. Множества и операции над ними. Системы рациональных неравенств.
А.Г. Мерзляк и др. [33]	9 класс	21 час	Числовые неравенства. Основные свойства числовых неравенств. Сложение и умножение числовых неравенств. Оценивание значения выражения. Неравенства с одной переменной. Решение неравенств с одной переменной. Числовые промежутки. Системы линейных неравенств с одной переменной.
		6 часов	Решение квадратных неравенств.

Согласно тематическому планированию, представленному в [16, 18, 56] (из расчета 3 часов алгебры в неделю, 35 учебных недель в год), на математику в 8 и 9 классах, когда, непосредственно, начинается изучение линии алгебраических неравенств, выделяется 350 часов, из которых алгебры 210 часов. Проанализировав количество часов, предлагаемое на изучение неравенств в различных учебно-методических комплектах (УМК), мы пришли к выводу о том, что в УМК авторов С.М. Никольского и др. уделяется больше (чем других) времени на подробное изучение материала по данной теме, а именно 37 часов. Таким образом, учителя школ, работающих по данному УМК, имеют больше возможностей для углубленного изучения линии неравенств в основной школе. С основным количеством материала по данной теме обучающиеся знакомятся на девятом году обучения. Согласно УМК авторов А.Г. Мерзляка и др. весь материал представлен к изучению в 9 классе, вместе с этим, этот УМК предполагает наименьшее количество времени для изучения линии алгебраических неравенств в основной школе – всего 27 часов. Распределение общего количества времени на изучение темы Неравенства примерно одинаково в УМК авторов А.Г. Мордковича и др.

Линия алгебраических неравенств, как и линия уравнений, непосредственно, имеет отношение к функциональной линии. Методы исследования функций, разработанные в контексте уравнений и неравенств, описывают наиболее значимые связи. Вместе с тем, наблюдается и обратное взаимодействие. Так, при изучении линий алгебраических неравенств и уравнений, визуальный метод их решения – графический (Рисунок 5), подразумевает построение графиков соответствующих уравнений и неравенств, что, безусловно, базируется на умении строить и работать с графиками функций, свойствами этих функций.

Решить графически неравенство:

$$(y + x)(x - y - 1)(x + 2) \geq 0$$

- Строим сплошными линиями графики:

$$y = -x$$

$$y = x - 1$$

$$x = -2$$

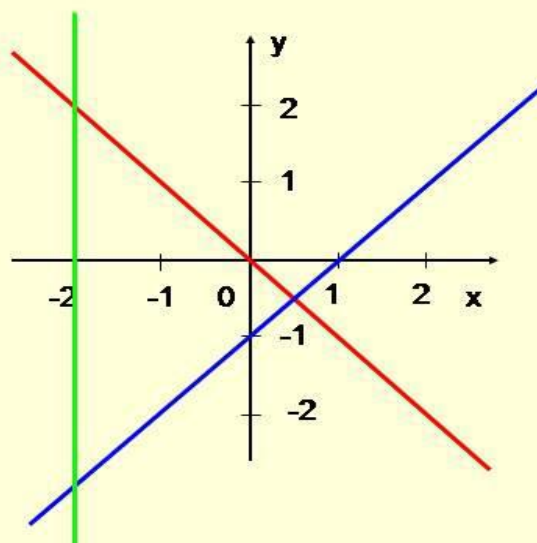


Рисунок 5. Графический метод решения неравенств

Автор статьи [15] выделяет несколько подходов к решению уравнений (неравенств), основанных на выборочных свойствах, характерных функциональной линии [15, с. 74] (Рисунок 6).



Рисунок 6. Подходы к решению неравенств и уравнений

Впрочем, подходы к решению неравенств, в подавляющем большинстве, основываются на преобразованиях. Условно их можно разделить на три категории:

1. Преобразование одной из частей неравенства,
2. Согласованное преобразование обеих частей неравенства,
3. Преобразование логической структуры.

Преобразования первой категории вводятся на начальной стадии изучения линии неравенств, таким образом, важность освоения этого вида преобразования, как наиболее часто используемого, неоспорима.

Вместе с тем, многочисленные преобразования второй категории, основанные на преобразовании обеих частей неравенства посредством арифметических действий, являются своеобразным фундаментом линии алгебраических неравенств. Система, состоящая из преобразований неравенств, условно отнесенных ко второй категории, довольно обширна и сложна, чем обусловлен тот факт, что навыки решения неравенств с помощью такого вида преобразований формируются сравнительно медленнее, чем навыки решения уравнений, и, редко достигают того же уровня у большинства обучающихся.

Третья категория преобразований характеризуется применением замены существующих неравенств на эквивалентные или равносильные (Рисунок 7).

Исходное уравнение	↔	Равносильное уравнение (система)
$f(x) = g(x)$	\Leftrightarrow	$f(x) + C = g(x) + C$
$f(x) \cdot g(x) = 0$	\Leftrightarrow	$\begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) = 0 \end{cases}$
$\frac{f(x)}{g(x)} = 0$	\Leftrightarrow	$\begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) \neq 0 \end{cases}$
$f^2(x) + g^2(x) = 0$	\Leftrightarrow	$\begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) = 0 \end{cases}$

Рисунок 7. Равносильные преобразования

Огромное воздействие на формирующуюся логическую культуру обучающихся оказывает изучение и использование преобразований.

Результатом изучения линии алгебраических неравенств должны стать не только освоение культуры использования алгоритмов к решению отдельных заданий, но и умение использовать средства логики для последовательной аргументации решений при необходимости [5].

Ввиду такого многообразия подходов к решению неравенств, методическое описание усложняется, так как выбор того или иного пути основывается на различных способах изучения материала.

В результате освоения линии алгебраических неравенств в курсе основной школе обучающиеся помимо очевидного умения решать различные виды неравенств, должны быть знакомы с терминами и символикой, применяющейся при решении неравенств, знать свойства неравенств (Таблица 5).

Таблица 5

Свойства числовых неравенств

Если $a-b$ – положительное число, то число a больше числа b , а если разность $a-b$ – отрицательное число, то число a меньше числа b	
Свойство 1	Пусть $a > b$, значит, $b < a$ Пусть $a < b$, значит, $b > a$
Свойство 2	Пусть $a < b$ и $b < c$, значит, $a < c$
Свойство 3	Пусть c – любое число и $a < b$, значит, $a+c < b+c$
Свойство 4	Пусть c – положительное число и $a < b$, значит, $ac < bc$ Пусть c – отрицательное число и $a < b$, значит, $ac > bc$
Свойство 5	Пусть a и b – положительные числа и $a < b$, значит, $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
Свойство 6	Пусть $a < b$ и $c < d$, значит, $a+c < b+d$
Свойство 7	Пусть $a < b$ и $c < d$, a, b, c и d – положительные числа, значит, $ac < bd$
Свойство 8	Пусть $a < b$, a и b – положительные числа, n – натуральное число, значит, $a^n < b^n$

При изучении тем, содержащихся в линии алгебраических неравенств, авторы опираются на однотипные задания. Рассмотрим примеры таких заданий.

Пример 1.3.1

Запишите на математическом языке следующие высказывания:

- а) сумма чисел a и b больше их произведения;
- б) квадрат числа m меньше числа n ;
- в) полусумма чисел a и b меньше их утроенной разности;
- г) произведение двух последовательных натуральных чисел не меньше квадрата большего из них.

Пример 1.3.2

Найдите любые два решения неравенства $9x+1>7x$.

Пример 1.3.3

Постройте график функции $y=x^2-4x+3$. С помощью графика решите неравенство $x^2-4x+3\geq 0$.

Пример 1.3.4

Решите неравенство: $\frac{x(x-2)}{x+3} > 0$.

Пример 1.3.5

Какое из чисел -3 ; $1,5$; $4,8$ является решением системы неравенств

$$\begin{cases} 4x - 7 < 0, \\ 4x + 2 > 5? \end{cases}$$

Пример 1.3.6

Длина стороны прямоугольника равна 12 см. Какой должна быть длина другой стороны, чтобы численное значение периметра прямоугольника было больше численного значения площади этого прямоугольника?

Пример 1.3.7

Объясните, почему данная система неравенств не имеет решений:

$$\begin{cases} x - 5 > x - 4, \\ 3 - x > 0. \end{cases}$$

Пример 1.3.8

Докажите, что если $a>2$ и $b>5$, то $5a+2b>20$.

Согласно государственному образовательному стандарту нового поколения [45], при изучении предметных тем, у обучающихся должны формироваться определенные универсальные учебные действия. Так при решении заданий, подобных примерам 1 и 6, обучающиеся развивают такие умения, как умение

идентифицировать понятия, умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и когнитивных задач, выработка практических навыков работы с обучающим математическим текстом (анализ, извлечение необходимой информации), четкое и грамотное выражение мыслей с употреблением математической лексики и условных обозначений, составление классификаций, логических рассуждений и доказательств математических утверждений. Для *примера 2* характерны: умение адекватно оценивать решение заданий; освоение условного языка алгебры, техники выполнения идентичных преобразований выражений. В результате использования заданий типа *примера 3*, обучающийся должен уметь выбирать способ представления данных в соответствии с поставленной задачей – таблицы, схемы, графики, диаграммы; усовершенствовать систему функциональных понятий, умение оперировать функционально-графическими представлениями для решения разнообразных математических задач, описания и анализа реальных зависимостей. Задания типа *примеров 4, 5, 7 и 8* также предполагают формирование умения устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы.

Если говорить о решении неравенств на ОГЭ и ЕГЭ, то статистика по соответствующим заданиям является катастрофически низкой. Данный факт также отмечается в аналитических материалах Федерального института педагогических измерений: «низкий процент выполнения задания 15 свидетельствует о существующей проблеме – массовом отсутствии у выпускников средней школы умения решать неравенства вообще (не только логарифмические)» [69, с. 8]. В 2020 г. Многие экзаменуемые не смогли правильно решить смешанное неравенство типа $x^2 \cdot \log_{512}(x + 7) \leq \log_2(x^2 + 14x + 49)$, преобразуемого к виду $(x^2 - 18) \cdot \log_2(x + 7) \leq 0$, применяя метод интервалов на $ke(-\infty; -7)$, на котором один из множителей не определен. На ЕГЭ 2021 г. При решении показательного неравенства $(4^x - 2^{x+2})^2 + 7(4^x - 2^{x+2}) + 12 \geq 0$ многие экзаменуемые делали замену переменной, потом переходили к урав-

нению, находили его корни, делали обратную замену в уравнении, не решая промежуточное неравенство относительно новой переменной, и только потом возвращались к исходному неравенству и находили множество его решений с помощью метода интервалов. Это свидетельствует о том, что линия неравенств не освоена качественно, как в курсе основной, так и старшей школы. В частности, нет понимания метода замены переменной. В основе этого вывода лежит характер типичных ошибок, допускаемых при решении квадратных, дробно-рациональных неравенств и системы линейных неравенств, а также в применении метода интервалов. Решение квадратных неравенств с помощью цепочки « $x^2 > 4, x > \pm 2$ », деление обеих частей неравенства на выражение с переменной неизвестного знака, переход к уравнению и работа с ним до конца решения, отбрасывание знаменателя дроби, неравносильные переходы и т.д. – тот набор ошибок, который можно встретить во многих экзаменационных работах. Более того, такие подобные ошибки встречаются и при решении задания 18 ЕГЭ с параметром, к выполнению которого приступают наиболее хорошо подготовленная часть выпускников [67].

В рамках данного исследования выделим и охарактеризуем структурные элементы познавательных универсальных учебных действий обучающихся основной школы в процессе изучения алгебраических неравенств: анализ информации при решении задач; построение логической цепи рассуждений, доказательство; моделирование (Таблица 6).

Таблица 6

Структурные элементы базовых познавательных универсальных учебных действий обучающихся основной школы в процессе изучения алгебраических неравенств

Виды действий	Характеристика элементов ПУУД
Анализ информации при решении задачи	1. Умеет выбирать смысловые единицы текста и устанавливать отношения между ними. 2. Умеет создавать структуры взаимосвязей смысловых единиц текста (выбор и организация элементов информации). 3. Умеет выделять обобщенные схемы типов отношений и действий 4. Умеет выделять формальную структуру задачи.

	5. Умеет записывать решение задачи в виде выражения.
Построение логической цепи рассуждений, доказательство	1. Знает способы построения логической цепи рассуждений, проведения доказательства; 2. Умеет строить логическую цепь рассуждения, проводить доказательство; 3. Владеет различными способами построения логической цепи рассуждений, проведения доказательства.
Моделирование	1. Умеет делать предварительный анализ текста задачи; 2. Умеет переводить текст на знаково-символический язык (вещи или графики); 3. Умеет построение модели; 4. Владеет навыками работа с моделью; 5. Владеет навыками соотнесение результатов, полученных на модели, с реальностью (текстом).

По полноте сформированности структурных элементов базовых познавательных универсальных учебных действий обучающихся основной школы в процессе изучения алгебраических неравенств выделим и охарактеризуем следующие их уровни обучающихся (Таблица 7).

Таблица 7

Уровни сформированности познавательных универсальных учебных действий основной школы в процессе изучения алгебраических неравенств

Виды действий	Уровень сформированности познавательных УУД		
	Низкий	Средний	Высокий
Анализ информации при решении задачи	Умеет выбирать смысловые единицы текста и устанавливать отношения между ними.	Умеет выбирать смысловые единицы текста и устанавливать отношения между ними. Умеет создавать структуры взаимосвязей смысловых единиц текста (выбор и организация элементов информации).	Умеет выбирать смысловые единицы текста и устанавливать отношения между ними. Умеет создавать структуры взаимосвязей смысловых единиц текста (выбор и организация элементов информации). Умеет выделять обобщенные схемы типов отношений и действий Умеет выделять формальную структуру задачи. Умеет записывать

			решение задачи в виде выражения.
Построение логической цепи рассуждений, доказательство	Знает способы построения логической цепи рассуждений, проведения доказательства.	Знает способы построения логической цепи рассуждений, проведения доказательства; Умеет строить логическую цепь рассуждения, проводить доказательство.	Знает способы построения логической цепи рассуждений, проведения доказательства; Умеет строить логическую цепь рассуждения, проводить доказательство; Владеет различными способами построения логической цепи рассуждений, проведения доказательства.
Моделирование	Умеет делать предварительный анализ текста задачи.	Умеет делать предварительный анализ текста задачи; Умеет переводить текст на знаково-символический язык (вещи или графики).	Умеет делать предварительный анализ текста задачи; Умеет переводить текст на знаково-символический язык (вещи или графики); Умеет построение модели; Владеет навыками работа с моделью; Владеет навыками соотнесение результатов, полученных на модели, с реальностью (текстом).

Таким образом, под познавательными универсальными учебными действиями в процессе изучения рассматриваемого раздела будем понимать набор знаний, умений и навыков, необходимых в процессе изучения алгебраических неравенств выделим и охарактеризуем следующие их уровни у обучающихся. Познавательные универсальные учебные действия включают в себя различные действия, такие как: работа с текстом, поиск и обработка информации, мыслительные операции, действия постановки и решения проблем и др. В зависимости от умений осуществлять познавательную деятельность, мы можем говорить

об уровнях сформированности познавательных универсальных учебных действий у обучающихся: низком, среднем и высоком.

Выводы по первой главе

Проанализировав особенности формирования познавательных универсальных учебных действий у обучающихся в процессе изучения математики выяснили, что основные понятия системы универсальных учебных действий обучающихся сосредоточены в рамках ФГОС и определяются использованием системно-деятельностного подхода. Система универсальных учебных действий состоит из личностных, регулятивных, познавательных и коммуникативных свойств. Изучив более подробно познавательные универсальные учебные действия, выяснили, что по ФГОС третьего поколения они подразделяются на базовые логические и исследовательские действия, а также на работу с информацией. Процесс формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся в процессе обучения математике имеет соответствующие этапы, определенные условия и конкретное содержание.

Задачи содержательно-методической линии «Неравенства» по методике обучения линии алгебраических неравенств являются наиболее трудными в школьном курсе математики, умение школьников решать такие задачи проверяется на итоговой аттестации.

**ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИ-
ВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ
7-9 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ
АЛГЕБРАИЧЕСКИХ НЕРАВЕНСТВ**

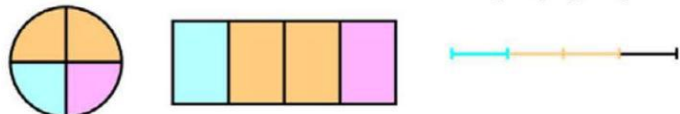
2.1. Пропедевтика линии неравенств в 5-6 классах

Исходя из анализа, проведенного в предыдущем параграфе, можно выделить, что прямое изучение линии алгебраических неравенства начинается в 8 классе. Тем не менее, обучающиеся ещё с начальной школы знакомятся с вводными понятиями, связанными с этой линией. Этот процесс принято называть пропедевтикой.


Пропедевтика – это введение в какую-либо науку [55]. Рассмотрим пропедевтику линии неравенств в 5- 6 классах. Ниже представлен сопоставительный анализ некоторых УМК (Таблица 8).

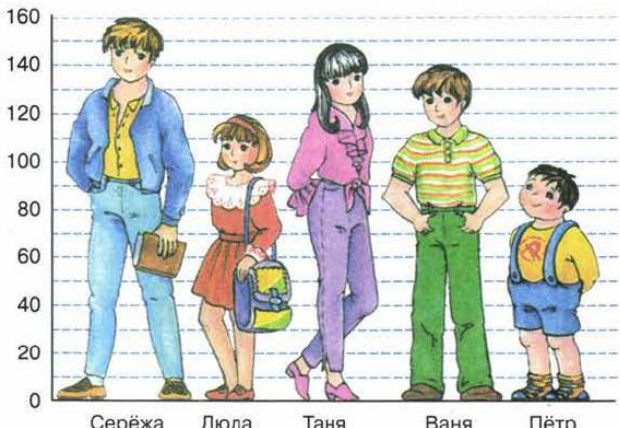
Таблица 8

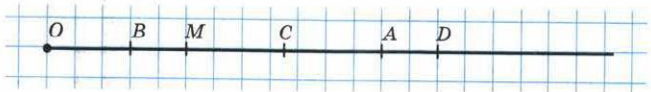

Сопоставительный анализ пропедевтики линии неравенств в различных учебно-методических комплексов

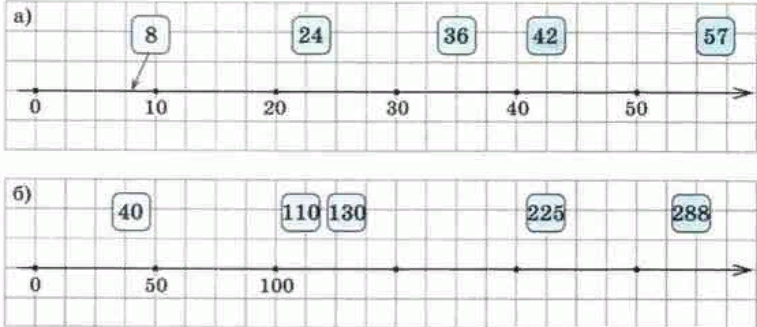

УМК	Пропедевтика		
	Класс	Тема	Пример задания
С.М. Никольский и др.	5 [772 9]	Сравнение натуральных чисел	37. Миша старше Маши, а Маша старше Кати. Кто старше: Миша или Катя?
		Сравнение дробей	307. С помощью рисунка 161 объясните, почему $\frac{3}{4} > \frac{1}{4}$, $\frac{1}{2} < \frac{3}{4}$. 
		Нахождение части целого и целого по его частям	943. Что больше: а) $\frac{3}{5}$ от 45 м или $\frac{4}{5}$ от 30 м; б) $\frac{2}{3}$ от $\frac{3}{5}$ м или $\frac{3}{5}$ от $\frac{2}{3}$ м?
		Понятие смешанной дроби	979. Сравните числа: а) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{3}$; б) $\frac{2}{5}$ и $\frac{1}{2}$; в) $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{4}$; г) $1\frac{1}{2}$ и $1\frac{1}{3}$; д) $3\frac{2}{5}$ и $3\frac{1}{2}$; е) $2\frac{2}{3}$ и $2\frac{3}{4}$;





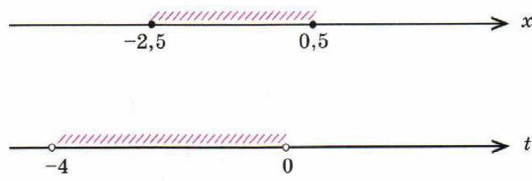
	6 [31]	Сравнение целых чисел	247. Объясните с помощью ряда неотрицательных чисел, почему если для целых чисел a , b и c верны неравенства $a > b$ и $b > c$, то верно неравенство $a > c$.
	Произведение целых чисел	326. Какое число больше: а) -2^2 или $(-2)^2$; б) -3^2 или -2^3 ; в) $(-3)^2$ или $(-2)^3$; г) $(-4)^3$ или -3^4 ?	
	Отрицательные дроби	444. Сравните: а) $\left \frac{2}{3} \right $ и $\left -\frac{2}{3} \right $; б) $ -5 $ и $\left -\frac{1}{2} \right $; в) $\left -\frac{1}{5} \right $ и $\left \frac{1}{4} \right $.	
	Сравнение рациональных чисел	492. Существуют ли дроби $\frac{p}{q}$, для которых верно неравенство $-\frac{2}{5} < \frac{p}{q} < -\frac{1}{5}$? Если существуют, то найдите три такие дроби.	
	Смешанные дроби произвольного знака	532. Определите без вычислений, значение какого выражения больше: а) $4\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{7}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{19}\right)$ или $5\frac{7}{9} : \left(-\frac{4}{17}\right) : \frac{8}{13}$; б) $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$ или $\left(-\frac{1}{4}\right) : \left(-\frac{1}{2}\right) : \frac{1}{3}$; в) $\left(-1\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-2\frac{2}{7}\right) \cdot \left(-3\frac{3}{5}\right)$ или $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{10}\right) \cdot \left(-\frac{1}{100}\right)$.	
	Сравнение положительных десятичных дробей	Используя знаки $>$ и $<$, сравните дроби (746–748): 746. а) 3,59 и 7,1; б) 6,28 и 6,9; в) 0,4 и 0,51; г) 72,7 и 7,27; д) 4,1234 и 4,1231; е) 12,39 и 1,2399.	
	Десятичные дроби и проценты	861. Что больше: а) 45 % от 72 или 72 % от 45; б) 38 % от 80 или 60 % от 45?	
	Действительные числа	1002. Поясните, как надо понимать записи: а) $a \leq b$; б) $a < b < c$; в) $a \leq b < c$; г) $a < b \leq c$; д) $a \leq b \leq c$.	
	7 [1]	Десятичное разложение рациональных чисел	98. Сравните числа: а) $\frac{3}{8}$ и $-\frac{5}{9}$; б) $-\frac{3}{5}$ и $-\frac{4}{5}$; в) $-\frac{3}{7}$ и 0; г) $\frac{8}{9}$ и 0; д) $-\frac{5}{28}$ и $-\frac{1}{7}$; е) $-\frac{13}{24}$ и $-\frac{17}{26}$; ж) $-\frac{98}{97}$ и $-\frac{99}{98}$; з) $-\frac{97}{98}$ и $-\frac{98}{99}$; и) $-\frac{1}{3}$ и $-\frac{1}{3}$; к) $\frac{2}{7}$ и $-\frac{2}{7}$; л) $-\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{-5}$; м) $\frac{3}{4}$ и $-\frac{3}{4}$.
	Сравнение действительных чисел	132. Верно ли двойное неравенство: а) $106,727272 \leq 106,(72) < 106,727273$; б) $-0,313132 < -0,(31) \leq -0,313131$?	
	Основные свойства действительных чисел	141. Число c больше a , но меньше b . Верно ли, что $a < b$?	
	Понятие степени с целым показателем	581. а) 19^{-20} и $\left(\frac{1}{19}\right)^{20}$; б) $\left(\frac{2}{3}\right)^5$ и $\left(\frac{3}{5}\right)^{-5}$; в) $\left(\frac{1}{3}\right)^6$ и 3^{-6} ; г) 1999^{2000} и $\left(\frac{1}{1999}\right)^{-2000}$.	
А.Г. Мерзляк и др.	5 [37]	Цифры. Десятичная запись натуральных чисел	28. Запишите число, которое: 1) на 1 меньше наименьшего трёхзначного числа; 2) на 4 больше наибольшего трёхзначного числа; 3) на 5 меньше наименьшего пятизначного числа; 4) на 6 больше наибольшего шестизначного числа; 5) на 7 больше наименьшего восьмизначного числа.

	Отрезок и длина отрезка	<p>67. Отрезки MT и FK равны (рис. 25). Сравните отрезки MF и TK.</p> <div style="text-align: right; border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin-left: auto;"> <p style="text-align: center; margin: 0;">Рис. 25</p>  </div>
	Сравнение натуральных чисел	<p>151. Запишите цифру, которую можно поставить вместо звёздочки, чтобы получилось верное неравенство (рассмотрите все возможные случаи):</p> <p>1) $5\ 26* < 5\ 261$; 3) $7\ 286 < 7\ 2*8$; 2) $4\ 345 > 4\ 3*8$; 4) $2\ *09 > 2\ 710$.</p>
	Вычитание натуральных чисел	<p>216. Проверьте, верно ли неравенство:</p> <p>1) $24\ 017 - 15\ 035 < 12\ 386 - 2\ 987$; 2) $1\ 674 - (673 + 437) > 1\ 885 - (648 + 664)$.</p>
	Правильные и неправильные дроби	<p>734. Найдите все натуральные значения x, при которых выполняется неравенство:</p> <p>1) $\frac{7}{17} > \frac{x}{17}$; 2) $\frac{12}{x} > \frac{12}{11}$.</p>
	Смешанные числа	<p>787. Какое наибольшее натуральное число удовлетворяет неравенству:</p> <p>1) $n < \frac{206}{13}$; 2) $\frac{324}{16} > n$?</p>
	Десятичные дроби	<p>828. Найдите все натуральные значения x, при которых верно неравенство:</p> <p>1) $7,4 < x < 8,2$; 2) $12 < x < 19,65$.</p>
6 [38]	Делители и кратные	<p>15. Запишите все значения x, кратные числу 4, при которых верно неравенство $18 < x < 36$.</p>
	Признаки делимости на 10, на 5, на 2	<p>46. Найдите все значения x, кратные числу 5, при которых верно неравенство:</p> <p>1) $38 < x < 75$; 2) $3\ 720 < x < 3\ 754$.</p>
	Признаки делимости на 9, на 3	Задания подобны предыдущему
	Приведение дробей к общему знаменателю. Сравнение дробей	<p>250. Теплоход проходит расстояние между двумя пристанями за 9 ч, а катер – за 6 ч. Сравните расстояния: пройденное теплоходом за 7 ч и пройденное катером за 5 ч.</p>
	Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями	<p>313. Сравните дроби, не приводя их к общему знаменателю:</p> <p>1) $\frac{61}{62}$ и $\frac{62}{63}$; 2) $\frac{1\ 003}{1\ 007}$ и $\frac{103}{107}$.</p>
	Бесконечные периодические десятичные дроби	<p>555. Сравните дроби, записав предварительно обыкновенные дроби в виде конечной десятичной дроби или бесконечной периодической десятичной дроби:</p> <p>1) $\frac{1}{6}$ и $0,2$; 2) $\frac{4}{7}$ и $\frac{5}{8}$; 3) $\frac{22}{7}$ и $3,14$; 4) $\frac{5}{13}$ и $\frac{387}{1\ 000}$.</p>
	Модуль числа	<p>908. Отметьте на координатной прямой целые значения x, при которых верно неравенство:</p> <p>1) $x < 4$; 2) $1,2 < x < 5$.</p>

		Сравнение чисел	<p>935. На координатной прямой отметили числа a, b, m и n (рис. 96). Сравните:</p> <p>1) b и n; 6) b и a; 2) m и a; 7) $-b$ и 0; 3) 0 и n; 8) 0 и $-a$; 4) a и 0; 9) $-a$ и m; 5) m и n; 10) $-b$ и n.</p>
		Вычитание рациональных чисел	<p>1013. Не выполняя вычислений, сравните:</p> <p>1) сумму чисел $-9,34$ и $-12,78$ и их разность; 2) разность чисел 48 и 73 и сумму чисел -46 и 59; 3) разность чисел $-16,5$ и $-2,37$ и разность чисел $-4,3$ и $-8,1$.</p>
7 [35]		Степень с натуральным показателем	185. При каких натуральных значениях n верно неравенство $8 < 3^n < 85$?
		Свойство степени с натуральным показателем	<p>240. Сравните значения выражений:</p> <p>1) $(-5)^{21} \cdot (-5)$ и $(-5)^{24}$; 3) $(-8)^5 \cdot (-8)^4$ и $(-8)^8$; 2) $(-7)^8 \cdot (-7)^7$ и $(-7)^{17}$; 4) $(-6)^3 \cdot (-6)^9$ и $(-6)^{13}$.</p>
		График функции	838. Постройте график функции $f(x) = 1,5x + 1$, областью определения которой являются целые числа, удовлетворяющие неравенству $-4 \leq x \leq 2$.
		Линейная функция, ее график и свойства	<p>876. При каком значении переменной x функции $f(x) = 4x - 3$ и $g(x) = 3x - 2$ принимают равные значения? Постройте на одной координатной плоскости графики функций f и g. Определите, при каких значениях x:</p> <p>1) $f(x) > g(x)$; 2) $f(x) < g(x)$.</p>
8 [36]		Степень с целыми отрицательными показателями	<p>260. Какое число больше:</p> <p>1) $9,7 \cdot 10^{11}$ или $1,2 \cdot 10^{12}$; 3) $2,34 \cdot 10^6$ или $0,23 \cdot 10^7$; 2) $3,6 \cdot 10^{-5}$ или $4,8 \cdot 10^{-6}$; 4) $42,7 \cdot 10^{-9}$ или $0,072 \cdot 10^{-7}$?</p>
		Числовые множества	<p>474. Сравните:</p> <p>1) $0,234\dots$ и $0,225\dots$; 2) $-1,333\dots$ и $-1,345\dots$.</p>
		Функция $y = \sqrt{x}$ и её график	<p>594. При каких значениях x выполняется неравенство:</p> <p>1) $\sqrt{x} \geq 2$; 2) $\sqrt{x} < 4$; 3) $6 \leq \sqrt{x} < 9$?</p>
Н.Я. Виленкин и др.	5[30]	Отрезок. Длина отрезка. Треугольник	<p>66. Начертите отрезок BC и отметьте на нём точки M и N так, чтобы точка M лежала между точками B и N. Запишите все получившиеся отрезки с концами B, M, N и C. Сравните отрезки:</p> <p>а) BM и BC; б) NC и MC.</p>
		Шкалы и координаты	 <p>112. Каков рост каждого ученика? Кто ниже (выше) Тани?</p>

		<p>Меньше или больше</p> <p>152. Запишите с помощью двойного неравенства: а) число 10 больше, чем 5, и меньше, чем 15; б) число 11 меньше, чем 18, и больше, чем 8; в) число 21 меньше, чем 28, а число 28 меньше, чем 45.</p>																											
		<p>862. Укажите координаты точек A, B, C и D, если M(10) (рис. 100). Сравните координаты точек B и C; C и D.</p>  <p style="text-align: center;">Рис. 100</p>																											
		<p>Сравнение дробей</p> <p>972. В литровой банке помещается 910 г пшена или 780 г гороха. Какая масса меньше: а) 3 банок пшена или 4 банок гороха; б) 7 банок пшена или 8 банок гороха?</p>																											
		<p>Правильные и неправильные дроби</p> <p>993. Назовите четыре дроби, которые меньше, чем $\frac{1}{1\ 000\ 000}$.</p> <p>994. Назовите 5 дробей, которые больше, чем $\frac{1}{9}$.</p>																											
		<p>Сравнение десятичных дробей</p> <p>1184. Сравните величины: а) 98,52 м и 65,39 м; д) 0,605 т и 691,3 кг; б) 149,63 кг и 150,08 кг; е) 4,572 км и 4671,3 м; в) 3,55°C и 3,61°C; ж) 3,835 га и 383,7 а; г) 6,781 ч и 6,718 ч; з) 7,521 л и 7538 см³.</p>																											
6 [32]	<p>Сравнение, сложение и вычитание дробей с разными знаменателями</p>	<p>308. Докажите неравенство: а) $\frac{123}{800} > \frac{1}{8}$; б) $\frac{361}{6000} < \frac{1}{15}$; в) $\frac{43}{1575} > \frac{17}{630}$.</p>																											
	<p>Модуль числа</p>	<p>968. Из двух чисел выберите то, у которого больше модуль: а) -45,1 и 8,31; г) -13,8 и -13,7; ж) $-\frac{2}{9}$ и $\frac{1}{6}$; б) -45,3 и 57,8; д) $-2\frac{2}{5}$ и $3\frac{1}{7}$; з) $\frac{5}{8}$ и $-\frac{2}{3}$. в) 76,9 и -57,1; е) $2\frac{2}{9}$ и $-5\frac{6}{7}$;</p>																											
	<p>Сравнение чисел</p>	<p>975. В Ростове и Воронеже измеряли температуру 1, 6, 11, 16, 21 и 26 декабря в 12 ч дня. Результаты (в градусах Цельсия) указаны в таблице. Сравните температуру в Ростове и Воронеже в одно и то же время.</p> <table border="1" data-bbox="699 1608 1428 1787"> <thead> <tr> <th rowspan="2"></th> <th colspan="6">Число декабря</th> </tr> <tr> <th>1</th> <th>6</th> <th>11</th> <th>16</th> <th>21</th> <th>26</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Температура в Ростове, °С</td> <td>9,2</td> <td>3,5</td> <td>-2,6</td> <td>-3,1</td> <td>-7,8</td> <td>-19</td> </tr> <tr> <td>Температура в Воронеже, °С</td> <td>6,4</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>-1,5</td> <td>-3,6</td> <td>-21</td> </tr> </tbody> </table>		Число декабря						1	6	11	16	21	26	Температура в Ростове, °С	9,2	3,5	-2,6	-3,1	-7,8	-19	Температура в Воронеже, °С	6,4	0	0	-1,5	-3,6	-21
		Число декабря																											
1		6	11	16	21	26																							
Температура в Ростове, °С	9,2	3,5	-2,6	-3,1	-7,8	-19																							
Температура в Воронеже, °С	6,4	0	0	-1,5	-3,6	-21																							
<p>Изменение величин</p>	<p> 1008. Верно ли неравенство: $a > b$; $d < a$; $b > c$; $a > c$; $d > b$ (рис. 70)?</p> <p style="text-align: center;">Рис. 70</p>																												
	<p>Сложение чисел с помощью координатной</p>	<p>1040. В пятых классах школы 80 человек. Из них отличники составляют 21,25%. В шестых</p>																											

		прямой	классов 90 человек. Отличники составляют 20%. В каких классах больше отличников и на сколько человек?
		Сложение отрицательных чисел	1046. Поставьте вместо * знак < или > так, чтобы получилось верное неравенство: а) $-17 + (-31) * -17$; б) $-22 + (-35) * -35$.
Авторов И.И. Зубарева, А.Г. Мордковича	5 [20]	Десятичная система счисления	16. Сравните число 125 378 567 с числами: 99 987 398; 125 378 568; 125 367 569. В случае затруднений впишите эти числа в таблицу разрядов.
		Вычисления с многозначными числами	193. Укажите при помощи стрелочки, где примерно находятся данные числа (рис. 35). 
		Математический язык	261. Переведите на обычный язык: а) $(a + b) \cdot 5 = 15$; б) $10 : (a - b) > 2$; в) $5 + a - b < 7$; г) $3a - b \neq 3$.
		Основное свойство дроби	361. Во время международного хоккейного матча между сборными командами России и Канады было забито 10 шайб. Российские хоккеисты забиили $\frac{3}{5}$, а канадские — $\frac{4}{10}$ общего количества шайб. Кто стал победителем этого матча и с каким счётом он закончился? Рассмотрите разные способы решения этой задачи.
		Треугольники	 563. Какой может быть сторона треугольника, если две другие его стороны равны 9 см и 5 см?
		Сравнение десятичных дробей	692. Напишите какую-нибудь десятичную дробь вместо *, чтобы получилось верное неравенство: а) $* < 0,1$; б) $* < 0,01$; в) $0,01 < * < 0,1$; г) $0,001 < * < 0,01$.
	6 [21]	Положительные и отрицательные числа. Координатная прямая	Сравните числа: 47. а) 12,15 и 12,71; б) 0,582 и 0,59; в) 28,154 и 28,54; г) $\frac{9}{100}$ и 0,09; д) 0,780 и 0,78; е) $\frac{17}{1000}$ и 0,17.
Модуль числа, Противоположные числа		103. Укажите (сделайте рисунок), где на координатной прямой расположены точки $M(x)$, координаты которых удовлетворяют неравенству: а) $ x > 0$; б) $ x \geq 0$; в) $ x < 0$; г) $ x \leq 0$.	

Сравнение чисел	<p>138. Запишите следующее утверждение в виде неравенства:</p> <p>а) $+5,7$ является положительным числом; б) $-12,48$ является отрицательным числом; в) m — число положительное; г) n — число отрицательное; д) a — число неположительное; е) b — число неотрицательное.</p>
Параллельность прямых	<p>152. Известно, что a и b — положительные числа, а x и y — отрицательные. Сравните:</p> <p>а) 0 и x; a и 0; $-b$ и 0; 0 и $-x$; б) a и x; y и b; $-y$ и x; $-a$ и b; в) x и x; $- y$ и y; a и a; b и $-b$; г) x и a; x и $-x$; x и $- y$; a и $-b$.</p>
Расстояние между точками координатной прямой	<p>293. Сравните значения выражений $a + b$ и $a + b$; $a - b$ и $a - b$; $a + b$ и $a + b$; $a - b$ и $a - b$ при $a = 8, b = 6$; $a = -8, b = -6$; $a = -8, b = 6$; $a = 8, b = -6$.</p> <p>Проанализируйте полученные результаты и определите, какие из следующих утверждений верны:</p> <p>а) при замене слагаемого его модулем сумма увеличивается; б) при замене вычитаемого его модулем разность не увеличивается; в) модуль суммы чисел меньше суммы модулей слагаемых; г) модуль разности чисел больше или равен разности их модулей.</p>
Числовые промежутки	<p>Определите, на каких рисунках изображены отрезки, а на каких — интервалы, и сделайте соответствующие записи (используя скобки и знаки неравенств):</p> <p>333. а)  в)  б)  г) </p>
Умножение и деление положительных и отрицательных чисел	<p>395. Дана аналитическая модель луча. Постройте его геометрическую модель и составьте соответствующую символическую запись:</p> <p>а) $x \geq 0$; б) $x \leq 7$; в) $x \geq -1,5$; г) $x \leq -0,7$.</p>
Координаты	<p>412. Даны две координатные прямые — ось x и ось t, на которых отмечены отрезок и интервал соответственно (рис. 71):</p> <p></p> <p style="text-align: center;">Рис. 71</p> <p>Запишите все возможные пары целых чисел $(x; t)$ таких, что x принадлежит указанному отрезку, а t — указанному интервалу.</p>
Делители и кратные	<p>732. Найдите целые числа, удовлетворяющие неравенству:</p> <p>а) $x \leq 3\frac{1}{4}$; б) $y < 5,1$; в) $z < \frac{3}{8}$; г) $t \leq 2,9$.</p>
Признаки делимости на 2, 5, 10, 4, 25	<p>827. Запишите все нечётные числа, для которых верно неравенство:</p> <p>а) $125 \leq x \leq 137$; в) $271 < a \leq 287$; б) $138 < y < 147$; г) $201 \leq b < 215$.</p>

А.Г. Мордкович и др.	7 [39]	Координатная прямая	5.5 «Число x меньше числа y ». Переведите это утверждение: а) на алгебраический язык (с помощью знака неравенства); б) на геометрический язык (с помощью координатной прямой).
		Линейная функция и её график	9.17 Заполните таблицу и постройте график линейной функции: а) $y = 5x + 6$, $\begin{array}{c c c} x & 0 & -1 \\ \hline y & & \end{array}$; в) $y = 2x + 6$, $\begin{array}{c c c} x & 0 & -2 \\ \hline y & & \end{array}$; б) $y = 2x - 1$, $\begin{array}{c c c} x & 0 & 2 \\ \hline y & & \end{array}$; г) $y = 3x - 4$, $\begin{array}{c c c} x & 0 & 3 \\ \hline y & & \end{array}$.
		Таблица основных степеней	19.23 Укажите, какое из чисел больше: а) $(-17,2)^2$ или $(-17,2)^3$; в) $(-0,3)^3$ или $(-0,3)^6$; б) $\left(-\frac{3}{5}\right)^4$ или $\left(\frac{3}{5}\right)^4$; г) $\left(-\frac{1}{5}\right)^2$ или $\left(-\frac{1}{5}\right)^4$.
		Умножение и деление степеней с одинаковым показателем	21.22 Сравните: а) $(10x)^5$ и $10x^5$, если $x > 0$; б) $\left(\frac{x}{2}\right)^7$ и $\frac{x^7}{2}$, если $x > 0$; в) $(6x)^9$ и $6x^9$, если $x < 0$; г) $\left(\frac{x}{3}\right)^5$ и $\frac{x^5}{3}$, если $x < 0$.
		Степень с нулевым показателем	22.11 Сравните значения выражений: а) $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^5$ и $\left(1,5 + \frac{2}{3}\right)^0$; б) $\left(\frac{2}{3}\right)^7 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^6$ и $\left(1,5 + \frac{2}{3}\right)^0$; в) $\left(-\frac{2}{3}\right)^9 \cdot 1,5^{10}$ и $\left(-\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right)^0$; г) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot (-1,5)^4$ и $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right)^0$.
		Функция $y = x^2$ и её график	44.46 Пусть A — наибольшее значение функции $y = x^2$ на полуинтервале $(-1; 2]$, а B — наименьшее значение функции $y = x + 2$ на луче $[3; +\infty)$. Что больше: A или B ? Сделайте графическую иллюстрацию.
		Что означает в математике запись $y = f(x)$	46.13 Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x < -4,5; \\ -4x + 7, & \text{если } x \geq -4,5. \end{cases}$ Вычислите: а) $f(-5)$; б) $f(-4)$; в) $f(3)$; г) $f(-4,5)$.

УМК для анализа мы выбрали, основываясь на опыте и советах учителей математики окружного методического объединения Пировского муниципального округа. Один из УМК [20, 21], включенных в анализ, не входит в Федеральный перечень учебников по математике за курс основной школы [62], но УМК по алгебре того же автора присутствует в перечне учебников для 7-9 классов, поэтому мы решили проследить линию изучения неравенств, предложенной этим автором. Также, судя по опыту учителей работающих по УМК под редакцией А.Г. Мордковича, мы так же выбрали УМК [30, 32], вошедший в [62] и предшествующий ему. Иными словами, учителя, работающие по УМК под редакцией Н.Я. Виленкина и др., после 6 класса переходят к УМК А.Г. Мордковича и др.

В результате проведенного анализа, можно сделать вывод, что во всех УМК пропедевтика ведется примерно одинаково, но наименьшее количество тем, связанных с линией алгебраических неравенств, перед непосредственным изучением этой линии представлено в УМК под редакцией С.М. Никольского, их 16. Наибольшее же число – у линии УМК Н.Я. Виленкина и др. (5, 6 классы) и УМК А.Г. Мордковича и др. (7-9 классы) – 20 тем.

При изучении линии неравенств в основной школе пропедевтика данного содержания имеет важное значение. Поэтому акценты в курсе математики 5-6 классов на сравнение величин, оперирование понятиями «больше», «меньше», «не больше», «не меньше», «положительный», «отрицательный» и т.д. существенны для дальнейшего развития познавательных умений в курсе алгебры.

2.2. Формы, методы, средства обучения и условия формирования познавательных универсальных учебных действий

Математика по своему содержанию организации способов учебной деятельности предоставляет широкие возможности для формирования у обучающихся познавательных универсальных учебных действий.

Целесообразность выбора и реализации методов, форм и средств обучения школьников математике осуществляется за счет сочетания ряда требований

к ним и протекает в соответствии с принципами формирования универсальных учебных действий.

Формирование познавательных умений возможно осуществить при любой форме организации учебных занятий, из представленных на Рисунок 8.

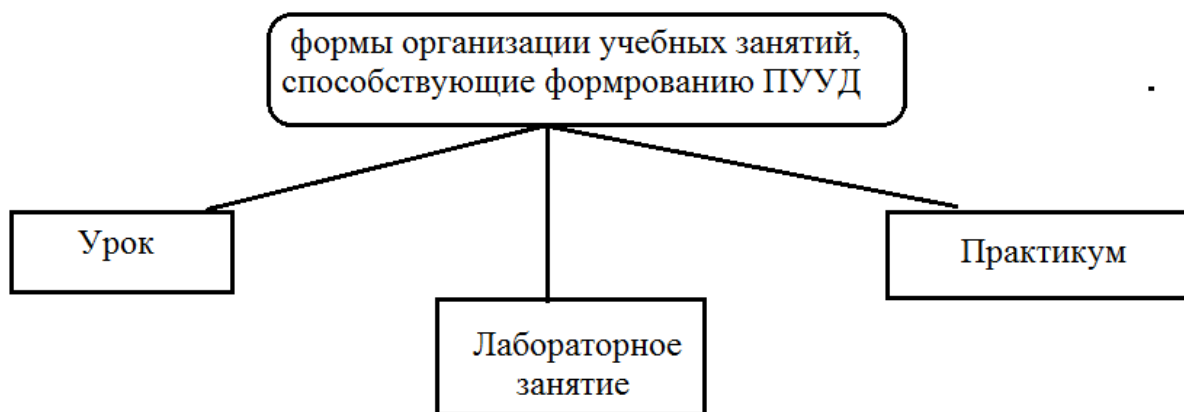


Рисунок 8. Формы организации учебных занятий

Урок – это традиционная форма организации учебного процесса, яркая и гармоничная часть педагогического процесса. Любой урок в одинаковой степени должен соответствовать системе работы учителя и обеспечивать выполнение части общей учебной задачи. В это же время урок призван обеспечивать целостность и завершенность, решать конкретные задачи и приносить реальные результаты. Как традиционные, классические, так и нетрадиционные уроки должны обладать четким воплощением и выражением конкретных методических концепций. И в тоже время урок является показателем результативности работы обучающихся и учителя.

Практикум – это такая форма организации учебного процесса, при которой происходит самостоятельная реализация практической работы обучающихся. Как правило, он осуществляется при завершении больших разделов учебных курсов или в конце периода обучения, но на сегодняшний день эту форму обучения можно использовать и при изучении нового материала. Практикум дает возможность понять, где математика может быть применима в повседневной жизни. В ходе выполнения практических работ, обучающиеся развивают способность учиться самостоятельно решать поставленные задачи; оценивать свои

результаты; корректировать и искать причины ошибок. Практические работы основываются на самостоятельной деятельности обучающихся, в результате чего более качественно осуществляется усвоение знаний на уроке. Урок такой формы призван научить обучающихся использовать знания на практике в различных ситуациях, а также побуждает познавательный интерес к самообразованию.

Лабораторные работы – это форма обучения, направленная на экспериментальную проверку и обоснование значимых теоретических положений, создающая исследовательские возможности для наблюдения, сравнения, анализа, установления зависимостей, формирования выводов и обобщений, выдачи результатов. Мы всегда слышали о лабораторных работах только на занятиях физики и химии, относительно недавно лабораторные занятия стали вестись и на уроках математики. По нашему мнению, знания, приобретённые в процессе лабораторных занятий, сохраняются в памяти гораздо дольше, нежели теория, изложенная учителем.

Отметим, что такие формы организации обучения также прекрасно способствуют формированию навыков математического мышления и умения формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в различных контекстах реального мира.

Рассмотрим различные методы и приёмы с позиции формирования познавательной деятельности.

Применение педагогических методов является приоритетной деятельностью в организации обучения, главным в достижении общей цели обучения и наиболее подвижным и динамичным составляющим процесса обучения, неразрывно связанным со всеми аспектами этого процесса [25].

Способы, с помощью которых учитель организует работу обучающихся для обеспечения приобретения и освоения знаний, умений и навыков, а также формирования познавательных способностей, называются методами обучения.

Познавательная деятельность более успешна, если у обучающихся развивается конструктивное стремление к обучению, проявляется познавательное

увлечение, заинтересованность и необходимость в познавательной деятельности, а также чувство ответственности и обязательности.

Впервые об этой группе методов формирования познавательной активности заговорил Ю.К. Бабанский. По его мнению, в состав всевозможного вида деятельности в качестве целостных составляющих входят три компонента – организация, стимулирование и контроль [6].

На основании этой характеристики методы обучения подразделяются на три группы (Рисунок 9).



Рисунок 9. Методы обучения согласно Ю.К. Бабанскому

В настоящее время группу методов стимулирования принято подразделять на четыре подгруппы, как отмечает Б.А. Кордемский [24] (Рисунок 10).

Более подробно остановимся на некоторых из этих подгрупп методов когнитивного развития у обучающихся.

Создание заинтересованной обстановки, повышение мотивации к достижению поставленной цели, оценки труда.

Создание обстановки в процессе обучения коммуникации, ее активизация, в ходе которой обучающиеся на уроке с помощью приобретенных ранее навыков могут отстаивать свою точку зрения, дискутировать и обосновывать ее; обращаться с различными вопросами к собеседнику, уточнять, что осталось невыясненным, что способствует углубленности обучения; анализировать ре-

зультаты опроса одноклассников, дополнять их, консультировать; передавать информацию собеседнику; оказывать посильную помощь одноклассникам, столкнувшимся с проблемами, при необходимости объяснять то, что непонятно.

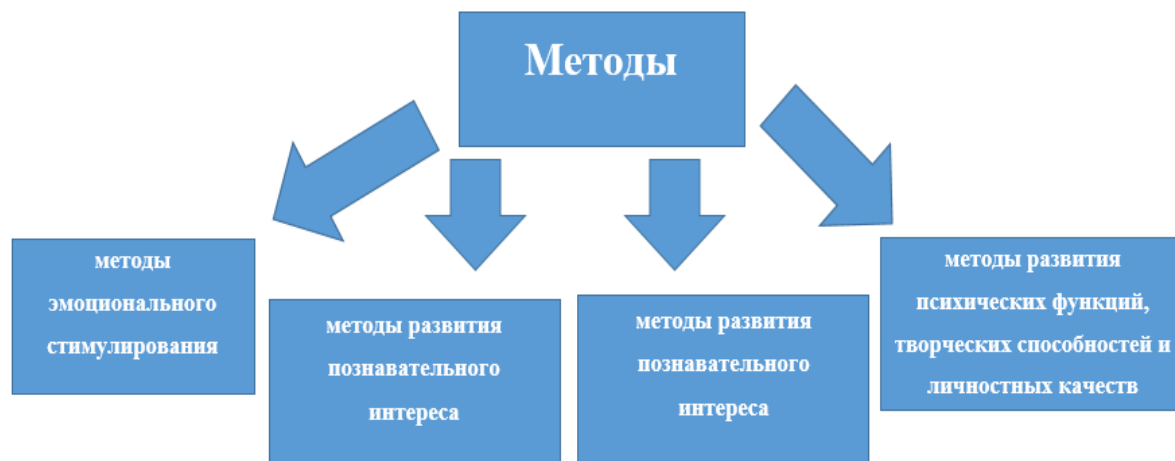


Рисунок 10. Методы стимулирования согласно Б.А. Кордемскому

Побуждение к множественному поиску решений одного и того же задания.

Способствующие повышению успеваемости на уроках формы деятельности обучающихся.

Методы эмоционального стимулирования. Важнейшей задачей учителя является обеспечения положительного эмоционального отношения обучающихся к учебной деятельности, ее содержанию, формам и методам осуществления, что также можно назвать одним из важных подходов к формированию познавательных универсальных действий обучающихся. Подъем эмоций способствует активизации процессов внимания, запоминания, осмысления, обеспечивает большую интенсивность этих процессов, повышая тем самым эффективность достигаемых целей [45].

Создание ситуаций достижения успешности в процессе учебы представляет собой последовательную серию таких ситуаций, в которых обучаемые показывают высокие результаты в учебной деятельности, что содействует укреп-

лению ощущения уверенности у обучаемого и упрощает сам процесс обучения. Метод признается в качестве одного из действенных средств активизации мыслительной деятельности в процессе обучения.

Одним из приемов, для создания ситуации успеха, может стать выбор не одного, а небольшой серии заданий возрастающей сложности для обучающихся. Первое задание следует сделать простым для, чтобы обучающиеся, нуждающиеся в стимулировании, могли успешно его выполнить, чувствуя себя знающими и опытными. Затем уже даются большие и сложные задания. Например, можно применить на уроке специальные сдвоенные задания: первое доступно для обучающегося и направлено на подготовку его базы для решения последующей, более сложной задачи.

Другим приёмом, что способствует созданию ситуации успеха, является дифференцированная помощь между обучающимися в выполнении учебных заданий одной и той же сложности. Так, слабоуспевающие обучающиеся могут получить карточки-консультации, примеры-аналоги, планы предстоящего ответа и другие материалы, что позволит им справиться с представленным заданием. В дальнейшем, можно предложить обучающемуся выполнить упражнение, которое аналогично первому, но уже делать его самостоятельно.

Стимулирование в процессе обучения также является одним из важных подходов к формированию познавательной деятельности обучающихся. Опытные учителя нередко добиваются успеха в процессе широкого применения этого метода. Своевременно хвалить обучающегося в момент успеха и эмоционального подъёма, подобрать нужные слова похвалы - это настоящее искусство, которое позволяет управлять эмоциональным состоянием обучающихся.

Воспитание личностной значимости процесса обучения - это способ, позволяющий повысить важность успешного усвоения знаний для жизни в настоящем и будущем.

Качество усвоения материала при изучении любого учебного предмета, включая математику, растет, при условии его конструирования в соответствии с особенностями таких ментальных процессов, которые формируют у обучаю-

щихся когнитивные универсальные учебные действия, как внимание, перцепция, запоминание, осмысление. Приемы, способствующие активизации различных психических процессов таковы [68]:

а) формирование способности к восприятию (целостному отображению в сознании предметов и процессов):

– приемы использования наглядного материала; технические приемы представления информации, что улучшает качество восприятия объектов и процессов;

– приемы предъявления заданий на наблюдательность (точность преднамеренного и непреднамеренного наблюдения);

– приемы «описания и объяснения», «анализа и синтеза», «объективное и субъективное»;

– приёмы, которые развивают разные типы восприятия (аналитическое и синтетическое, описательное и объяснительное, объективное и субъективное);

– приемы, которые формируют технику правильного восприятия пространства, движения и времени, в том числе, игровые приемы по технике восприятия объектов и процессов и др.

б) развитие способности к представлению (построение в сознании образов объектов или процессов, непосредственно не наблюдаемых, но воссоздающихся субъектом на основе прошлого опыта его восприятия):

– образная речь педагога;

– дидактическая жестикауляция;

– игровые ситуации, использующие эффект точности представлений, в частности зрительных, двигательных или пространственных;

в) формирования воображения обучающихся (воссоздающего и творческого):

– сборка объекта по ее схеме или словесному описанию;

– воссоздание реальной ситуации, и ее графическое описание на основе рассказа или текста;

– использование аналогий;

- выдвижение гипотез;
- моделирование ситуаций;
- использование игровых элементов;
- включение в учебный процесс таких приемов как эмпатия – прием «вхождения в образ» объекта или его отдельной части, инверсия – прием, который допускает исполнение противоположного действия, идеализация и др.

г) концентрации внимания на предмете обучения: проблемные ситуации, выразительные демонстрации, необычные демонстрационные эффекты, элементы занимательности, игровые включения, эмоциональность изложения, паузы, смена видов деятельности, комплекс риторических приемов и др.;

д) развития памяти обучающихся:

- четкость в постановке цели деятельности, ее осознание учащимися;
- включение учеников в активную деятельность;
- проблемность и занимательность учебной работы, ее практическая направленность, связь с актуальной мотивацией и жизненным опытом обучающихся;
- использование средств наглядности, эмоциональность и выразительность изложения, яркость конкретных примеров;
- игровые приемы;
- ассоциативные приемы (опираются на ассоциации по сходству, по контрасту, по смежности);
- системное представление материала и создание яркого зрительного образа его системной организации (обобщенные планы, опорные конспекты, опорные сигналы, логико-смысловые схемы, графы-схемы и т.п.);
- опора на сочетание различных видов памяти: словесно-логической, образной, эмоциональной, двигательной;
- приемы, формирующие объем актуальной памяти, быстроту и точность воспроизведения;
- повторение (нового, ранее изученного) как важнейший прием преднамеренного запоминания учебного материала;

- приемы распределения повторения во времени;
- приемы смены видов деятельности и характера заучиваемого материала;
- приёмы воспроизведения материала в процессе заучивания и использования процедуры комбинированного заучивания (целостного и по частям);
- приемы самоконтроля качества запоминания и др.;

е) развития мышления:

- приемы развития мышления различных видов: наглядно-действенного, наглядно-образного, теоретически-образного, теоретически-понятийного;
- приемы развития различных форм мышления: формирования понятий, уяснения связей между явлениями и построения суждений, их преобразования и построения умозаключений как цепочки связей между понятиями и исходными суждениями;
- приемы развития умственных операций: сравнения, анализа, синтеза, абстракции, конкретизации, индукции, дедукции;
- приемы, стимулирующие и поддерживающие творческое мышление (анализ нестандартных ситуаций, предъявление проблемных заданий, поиск альтернативных решений, выявление всей совокупности возможных способов решения проблемы);
- включение в беседу элементов дискуссии и полемики), развивающие стремление к выдвижению новых оригинальных идей (инверсия, аналогия, эмпатия, идеализация, перенос свойств) и др.;

Приемы технологии развития критического мышления, которые В.А. Сластенин выделяет такие [52]:

- стадия Вызова, таблица «Верные – неверные утверждения» считается универсальным приемом технологии развития критического мышления, позволяющим проводить работу с любыми видами текста. Работа с данным приемом обычно оформляется в таблицу «Верные – неверные утверждения».
- кластер – графический систематизатор, схема. При этом ценность систематизированного кластера, в котором содержатся установленные отношения

между компонентами, сравнительно больше, чем ценность кластера, что выстроен беспорядочно.

ж) развития речи: приемы развития устной речи (предъявление обучающимся системы направляющих вопросов, которые помогают им в организации своей речи; использование опорных сигналов и конспектов; приемы рационального заучивания материала; взаимоопрос в парной работе обучающихся; «комментарий к действию», аудиозапись ответа обучающегося, демонстрация образцов устного ответа, выступления с сообщением и др.); приемы развития письменной речи (письменные ответы, написание рефератов, оформление настенных газет, составление заданий обучающимся, письменные творческие работы и др.);

з) развития эмоционально-чувственной сферы: приемы, которые стимулируют ситуацию удивления (использование парадоксов, софизмов, создание проблемных ситуаций); приемы, что обеспечивают состояние радости (например, конструирование ситуации «успеха»); приемы, которые снимают напряжение (шутки, музыкальные паузы, физкультминутки и др.) и излишнее возбуждение (продуманное чередование видов деятельности, смена партнера, чередование коллективных и индивидуальных форм учебной работы и др.), приемы стимулирования деятельности учащихся, что учитывают их актуальную мотивацию и др.;

и) становления и развития волевых качеств личности: приемы стимулирования учебной работы обучающихся и развития устойчивой мотивации их познавательной деятельности; приемы формирования инициативы и самостоятельности обучающихся; приемы дидактической и эмоциональной поддержки исполнения намеченного плана учебной деятельности (в том числе, приемы обеспечения ситуации «успеха») и др.

Образовательные стандарты выделяют основные четыре типа уроков, которые представлены в Таблица 9.

Основные типы и виды уроков по ФГОС с используемыми педагогическими технологиями

Типы уроков	Виды уроков	Педагогические технологии
Урок открытия нового знания, обретения новых умений и навыков	Лекция, путешествие, инсценировка, экспедиция, проблемный урок, экскурсия, беседа, конференция, мультимедиа-урок, игра, уроки смешанного типа, и др.	ИКТ, технология проблемного обучения, здоровьесберегающие, и др.
Урок рефлексии	Сочинение, практикум, диалог, ролевая игра, деловая игра, комбинированный урок, и др.	ИКТ, педагогика в сотрудничестве, технологии критического мышления, технология мастерских, и др.
Урок систематизации знаний (общеметодологической направленности)	Конкурс, конференция, экскурсия, консультация, урок-игра, диспут, обсуждение, обзорная лекция, беседа, урок-суд, урок-откровение, урок-совершенствование, и др.	ИКТ, игровые, групповые формы работы, проблемное обучение, метод проектов, и др.
Урок развивающего контроля	Письменные работы, устные опросы, викторина, смотр знаний, творческий отчет, защита проектов, рефератов, тестирование, конкурсы, и др.	ИКТ, педагогика сотрудничества, традиционные, уровневая дифференциация, и др.

С целью формирования универсальных учебных действий на уроках математики выделяют 4 этапа:

1-этап – вводно-мотивационный.

Для того чтобы обучающиеся приступили к «действию», им необходимы определенные мотивы. На уроках математики следует подбирать проблемные ситуации, в которых обучающиеся демонстрируют умение комбинировать элементы для решения проблемы. На этом этапе обучающиеся должны понять, за чем и почему им необходимо изучать данную тему, а также рассмотреть, в чем заключается основная учебная задача предстоящей работы. (Используется технология проблемного обучения).

2-этап – открытие математических знаний.

На этом этапе очень важны приемы, стимулирующие рост познавательных запросов, требующие самостоятельного исследования.

3-этап – формализация знаний.

Основной целью методик и приемов на этом этапе является организация деятельности обучающихся, нацеленная на разностороннее изучение установленного математического явления.

4-этап – обобщение и систематизация.

На данном этапе используются приемы, позволяющие установить взаимосвязь между изученными математическими фактами, приводя знания в систему. Формирование всех компонентов учебно-познавательной компетентности осуществляется в процессе реализации учебно-познавательной деятельности, связано с этапами ее формирования, то есть носит деятельностный характер [17].

В целях формирования познавательных навыков у обучающихся необходимо применять такие формы обучения в процессе учебной деятельности, где они обладают хорошей возможностью для активного сотрудничества друг с другом, в процессе которого формируются навыки сотрудничества, выражения собственной позиции, выслушивания мнений членов группы, адекватного реагирования на критику, оценки результатов деятельности членов группы и т.д. (Таблица 10).

Таблица 10

Формы организации учебной деятельности, направленные на формирование познавательных УУД

Дидактическая структура урока	Форма организации учебной деятельности	Педагогические технологии; методы, приёмы, средства обучения
Объявление темы урока	Фронтальная	- постановка проблемного вопроса, - организация проблемной ситуации и т.д.
Сообщение целей и задач	Фронтальная	- диалог, - технология проблемного обучения и т.д.
Планирование	Фронтальная	- цифровые образовательные

		ресурсы, - карта урока, - интерактивные плакаты, - презентация и т.д.
Практическая деятельность учащихся	Фронтальная, индивидуальная, парная, групповая, дифференцированно-групповая	- проектная деятельность, - свободный урок, - уроки взаимообучения, - частично поисковая, - исследовательская деятельность, - проведение дидактических игр, - работа с учебником, выполнение тренировочных заданий, - работа с интерактивными тренажёрами, - применение энциклопедий, словарей, справочников, ИКТ – технологий и т.д.
Домашняя работа	Фронтальная, индивидуальная	- разноуровневые домашние задания, - задания по выбору; - творческие и поисковые задания, - тематические проекты и т.д.

Таким образом, математика по своему содержанию и организации способов учебной деятельности предоставляет большие преимущества для формирования у обучающихся познавательных универсальных учебных действий.

Задания для формирования познавательной деятельности обучающихся основной школы при изучении линии алгебраических неравенств могут быть использованы на различных этапах урока. Приведем фрагменты урока с использованием таких заданий в рамках разных этапов уроков по теме «неравенства» (Таблица 11, Таблица 12).

Таблица 11

Фрагмент урока на этапе актуализации знаний


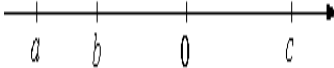
Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	ПУУД	Используемые педагогические технологии
Актуали-	Проводит фронталь-	Отвечают на по-	Обучающиеся	Прием «Раз-

зация знаний	<p>ный опрос по изученным понятиям.</p> <p>-Что же такое неравенство?</p> <p>- А какие бывают виды неравенств?</p> <p>- Приведите примеры.</p> <p>-Какие алгебраические неравенства вы знаете?</p> <p>- Какое неравенство называют квадратным?</p> <p>- На какие виды можно разделить квадратные неравенства?</p> <p>- Способы решения квадратных неравенств?</p> <p>Предлагает заполнить схему используя актуализированные знания.</p>	<p>ставленные вопросы учителя.</p> <p>- Неравенство – утверждение, о том, что две величины неодинаковы.</p> <p>- Строгие и нестрогие.</p> <p>- На числовые и алгебраические,</p> <p>- Линейные неравенства,</p> <p>- Квадратные неравенства</p> <p>- Неравенства другого типа</p> <p>$ax^2 + bx + c > 0$, где $a \neq 0$ – называется квадратными.</p> <p>- Полные, неполное</p> <p>- аналитический способ (используя систему)</p> <p>-графический способ (построение эскиза графика квадратичной функции)</p> <p>-метод интервалов.</p> <p>- Заполняют схема (Приложение А).</p>	<p>учатся осуществлять запись выборочной информации, строить сообщения в устной и письменной форме; обобщать полученные знания</p>	<p>бивка на кластеры»</p>
-----------------	---	--	--	---------------------------

Таблица 12

Фрагмент урока на этапе первичного закрепления знаний

Этап	Деятельность учителя-	Деятельность	ПУУД	Используе-
------	-----------------------	--------------	------	------------

урока	ля	обучающихся		мые педагогические технологии
Первичное закрепление знаний	<p>Выполните сравнение чисел с помощью координатной прямой, учащиеся доказывают выбор правильного ответа</p> <p>На координатной прямой отмечено число. Какое из утверждений относительно этого числа является верным?</p> <p><i>В ответе укажите номер правильного варианта.</i></p>  <p>1) $a + 4 > 0$; 2) $a + 5 < 0$; 3) $2 - a > 0$; 4) $3 - a < 0$.</p> <p>2. На координатной прямой отмечены числа a, b, и c.</p>  <p>Какая из разностей положительная</p> <p>1) $(a - b)$; 2) $(a - c)$; 3) $(c - b)$; 4) ни какая из них.</p>	Предлагают свои варианты решения, идет обсуждение.	Построение логических рассуждений, включающих установление причинно-следственных связей.	Технология критического мышления

2.3. Результаты опытно-экспериментальной работы и проверка гипотезы исследования

Для проверки гипотезы был проведен педагогический эксперимент. В основе планирования и проведения педагогического эксперимента была использована методика формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся основной школы в процессе изучения линии алгебраических неравенств.

Экспериментальная часть исследования проводилась в период с 2020 по 2022 гг. на базе двух малокомплектных школ МБОУ «Комаровская основная школа» и МБОУ «Большекетская средняя школа» Пировского района Красноярского края в естественных условиях процесса обучения математике. В эксперименте приняли участие обучающиеся 9 класса. Краткая характеристика класса из МБОУ «Комаровская основная школа»: 5 обучающихся, из них 3 мальчика и 2 девочки; класс не профильный, успеваемость низкая: 1 хорошист, и 4 обучающихся усваивают алгебру на удовлетворительном уровне; класс относительно дружный. Краткая характеристика класса из МБОУ «Большекетская средняя школа»: 6 обучающихся, из них 1 мальчик и 5 девочек; класс не профильный, успеваемость низкая: 3 хорошиста, и 3 обучающихся усваивают алгебру на удовлетворительном уровне; класс не очень дружный.

Экспериментальная работа проводилась в три этапа: констатирующий (2020 г.), поисково-формирующий (2020-2021 гг.), контрольно-обобщающий (2021-2022 гг.)

В рамках педагогического эксперимента главной целью было оценить влияние методики на процесс формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся основной школы в процессе изучения линии алгебраических неравенств.

Организация и проведение констатирующего этапа эксперимента.

Основная цель педагогического эксперимента на этом этапе заключалась как в практическом, так и в теоретическом обосновании актуальности темы исследования. Определение реального начального состояния сформированности познавательных универсальных учебных действий обучающихся основной школы в процессе изучения линии алгебраических неравенств и состояние их в условиях стихийного формирования на уроках математики. Основными методами исследования являлись: анализ социологической, психолого-педагогической, научно-методической и математической литературы по теме исследования; наблюдение за процессом учебной деятельности в естественных

условиях педагогического процесса обучения математики; обобщение передового и зарубежного педагогического опыта; проверочная работа.

Перечислим задачи, которые были решены в ходе констатирующего этапа:

1. Анализ нормативно-правовых документов, психолого-педагогической и научно-методической литературы по проблеме исследования позволил определить и уточнить фундаментальные понятия исследования: «универсальные учебные действия», «познавательные универсальные учебные действия».

Осуществление опытно-поисковой работы на данном этапе педагогического эксперимента позволило выделить состав познавательных универсальных учебных действий, которые целесообразно формировать у обучающихся основной школы в процессе изучения линии алгебраических неравенств; определить уровни формирования выделенных познавательных универсальных учебных действий и критерии, характеризующие данные уровни; обосновать дидактический потенциал линии алгебраических неравенств; целевой, содержательный и технологический компонент методики в формировании познавательных универсальных учебных действий.

2. Выявление изначального уровня сформированности познавательных универсальных учебных действий обучающихся основной школы в процессе изучения линии алгебраических неравенств и выбор экспериментальных и контрольных групп по результатам их попарной проверки на однородность.

Этап обобщения результатов выявил, что большинство учащихся, контрольной и экспериментальной групп, недостаточно оценивают практическую значимость математики и обладают низкой мотивацией к освоению метапредметных видов деятельности. Анализ проверочной работы показал, что большинство обучающихся испытывали затруднения при анализе текста и выделении необходимой информации. Обучающиеся не умеют в полной мере обобщать, формулировать выводы, устанавливать причинно-следственные связи и классифицировать по разным основаниям. Большинство учеников не могут перевести задачу на язык математики и создавать математические модели. Все

вышеперечисленное свидетельствует о том, что у обучающихся недостаточный уровень сформированности познавательных универсальных учебных действий обучающихся основной школы в процессе изучения линии алгебраических неравенств.

Второй этап эксперимента – поисково-формирующий. Цель данного этапа заключалась в разработке методики формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся основной школы в процессе изучения линии алгебраических неравенств, комплекса задач, направленных на данное формирование. В результате реализации методики выявлялись основные дидактические условия и эффективность различных методов. В результате отслеживалась динамика уровня сформированности познавательных универсальных учебных действий обучающихся основной школы в процессе изучения линии алгебраических неравенств.

Эффективность разработанной методики показал третий этап – контрольно-обобщающий. На данном этапе анализировались, интерпретировались и обобщались результаты эксперимента и проведено измерение достигнутого уровня сформированности познавательных универсальных учебных действий обучающихся основной школы в процессе изучения линии алгебраических неравенств.

Для отслеживания уровня сформированности познавательных универсальных учебных действий были использованы следующие контрольно-измерительные материалы: входной этап – стартовая комплексная работа (Приложение Б).

В первую очередь, на констатирующем этапе необходимо проверить однородность контрольной и экспериментальной групп относительно сформированности праксиологического компонента познавательных универсальных учебных действий, то есть умений и навыков в данном направлении.

Работа в экспериментальных группах проходит по разработанной нами методике формирования познавательных универсальных учебных действий в процессе изучения линии алгебраических неравенств, а в контрольных группах

– по традиционной системе. На начало эксперимента обе группы обучающихся находились в одинаковых начальных условиях.

Объективность результатов эксперимента обусловлена выбором экспериментальных и контрольных групп (Таблица 13).

Таблица 13

Структура экспериментальных и контрольных групп

Экспериментальная группа (МБОУ «Большекетская средняя школа»)	Контрольная группа (МБОУ «Комаровская основная школа»)
6	5

Для выявления отсутствия различий в группах при освоении обучающимися основных общеобразовательных школы праксиологического компонента познавательных универсальных учебных действий использовалась комплексная диагностическая работа по математике.

Комплексная работа – совокупность задач, заданий или вопросов, объединенных вокруг одной темы или предмета, для выполнения которых необходимы знания из разных разделов одного учебного предмета. Целью комплексной работы являлась проверка уровня сформированности познавательных универсальных учебных действий при решении подобранных базовых задач.

Умения, на проверку которых направлена комплексная работа: осознанно читать тексты с целью освоения и использования информации; находить информацию, заданную в явном или неявном виде; ее интерпретировать и обобщать, представлять разными способами; применять математические понятия, факты, процедуры, рассуждения и инструменты для получения решения или выводов.

Анализ психолого-педагогической литературы позволил выделить критерии сформированности познавательных УУД: ценностное отношение к усвоенным составляющим познавательных компетенций; полнота усвоения составляющих познавательных компетенций как комплекса соответствующих знаний, умений и навыков; мотивация применять усвоенные составляющие познава-

тельных компетенций в будущей учебной деятельности. Нами определены три уровня их сформированности, представленные в Таблица 14.

Таблица 14

Уровни сформированности познавательных УУД

Уровень	Описание
Базовый уровень	фрагментарные знания, владение отдельными умениями в различных видах деятельности; неосознание для себя ценности полученных знаний и умений, отсутствие мотивации применять их в учебной деятельности, а также в жизни
Повышенный уровень	владение основными умениями и навыками для осуществления учебной деятельности по типовым алгоритмам, частичном осознании ценности знаний и умений в учебной деятельности; не стремлении к их постоянному усовершенствованию, отсутствии мотивации применять их в будущем
Высокий уровень	умения творчески применять полученную информацию на практике в новой нестандартной ситуации, переносить установленные закономерности на неизученные явления, ценностному отношению к сформированным умениям, навыкам и мотивация применять их в ближайшем и отдаленном будущем

Результаты стартовой комплексной работы показали, что уровень сформированности познавательных универсальных учебных действий в экспериментальных и контрольных группах приблизительно одинаковый, средние баллы представлены в Таблица 15.

Таблица 15

Результаты стартовой комплексной работы

Экспериментальная группа (МБОУ «Большешкетская средняя школа»)	Контрольная группа (МБОУ «Комаровская основная школа»)
3,5	3,2

Данными результатами обеспечивается репрезентативность выборки при статистическом анализе.

В Таблица 16 представим распределение результатов входной диагностики по уровням сформированности ПУУД.

Таблица 16

Распределение по уровням сформированности познавательных универсальных учебных действий на старте

Этапы	Группы	Уровни сформированности к УУД		
		Базовый	Повышенный	Высокий
До эксперимента	Экспериментальная	3	3	-
	Контрольная	3	2	-
После эксперимента	Экспериментальная	1	3	2
	Контрольная	4	1	-

Представим полученные результаты в виде диаграммы, выразив их для наглядности в процентах (Рисунок 11, Рисунок 12):

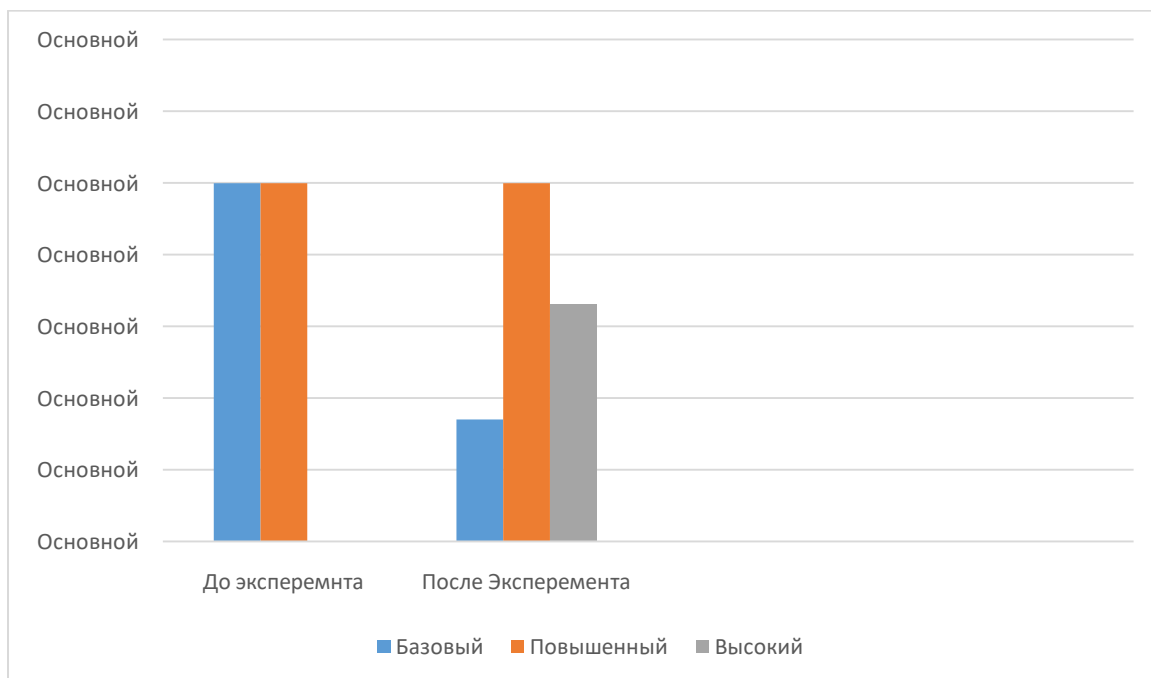


Рисунок 11. Динамика формирования познавательных универсальных учебных действий в экспериментальной группе

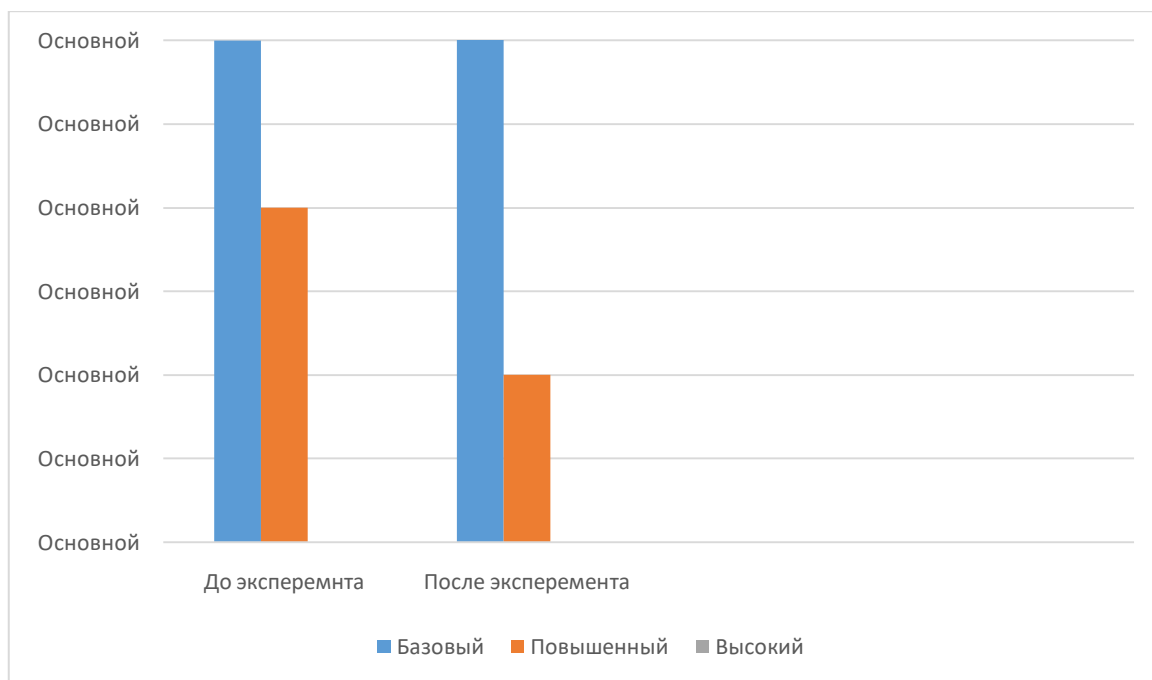


Рисунок 12. Динамика формирования познавательных универсальных учебных действий в контрольной группе

Анализ представленных результатов позволил сделать следующие выводы:

- на уровне экспериментальных групп. В экспериментальной группе произошло существенное снижение доли обучающихся с базовым уровнем сформированности познавательных универсальных учебных действий при изучении линии алгебраических неравенств на 33%. В связи с этим увеличилась доля обучающихся с высоким уровнем сформированности познавательных умений, а повышенным осталась не изменой. Так, доля обучающихся с высоким уровнем сформированности познавательных универсальных учебных действий при изучении линии алгебраических неравенств увеличилась с 0% до 33%.

- на уровне контрольных групп. В контрольных группах значительных изменений не произошло, следовательно, можно сделать вывод, что по сравнению с разработанной нами, традиционная методика обучения математике не оказывает существенного влияния на формирование познавательных универсальных учебных действий при изучении линии алгебраических неравенств.

В экспериментальной группе на уроках математики велась работа по разработанной методике обучения, направленной на формирование познаватель-

ных универсальных учебных действий при изучении линии алгебраических неравенств, в контрольной группе уроки проводились традиционно.

По окончании эксперимента в группах была осуществлена диагностика уровней сформированности познавательных универсальных учебных действий (Приложение В). Статистическая обработка результатов диагностики обучающихся контрольных и экспериментальных групп, подтверждает гипотезу о достоверности различий в распределении уровней сформированности познавательных универсальных учебных действий обучающихся обеих групп.

Задачей нашего эксперимента было показать, что обучение математике можно построить таким образом, чтобы создать условия для формирования познавательных универсальных учебных действий в процессе изучения линии алгебраических неравенств у каждого обучающегося. По окончании эксперимента можно сделать вывод, что с данной задачей мы справились. Но к сожалению, судить об эффективности разработанной методики мы не можем, так как для более точных результатов необходимо проверить методику на большем количестве оппонентов.

Выводы по главе 2

При формировании познавательных универсальных учебных действий большую роль играет содержание, направленное на развитие конкретных логических, общеучебных действий и действий постановки и решения проблем.

Глава содержит в себе формы, средства и методы применяемые в процессе обучения. Раскрыты их классификации. Проанализированы особенности выбора конкретных форм, средств и методов обучения в процессе развития познавательных универсальных учебных действий.

Последний параграф диссертационного исследования посвящен описанию опытно-экспериментальной работы по апробации авторской методики формирования познавательных универсальных учебных действий обучающихся основной школы в процессе изучения линии алгебраических неравенств.

Проведена экспериментальная работа, которая разделена на три этапа. Эксперимент проводился в двух малокомплектных школах МБОУ «Большекетская средняя школа» и МБОУ «Комаровская основная школа». В одной школе 9 класс выбран, как контрольная, в другой – экспериментальная группы. В экспериментальном классе проводилась работа по разработанной методике, которая направлена на развитие познавательных действий обучающихся основной школы в процессе изучения линии алгебраических неравенств. В контрольном классе никакой специальной работы не проводилось, уроки проводились традиционно. В начале и в конце эксперимента для обучающихся были проведены диагностические работы. Результаты данных работ показали, что разработанный комплекс задач способствует развитию познавательных универсальных учебных действий обучающихся. Что частично доказывает нашу гипотезу. Но к сожалению, судить об эффективности разработанной методики мы не можем, так как для более точных результатов необходимо проверить методику на большем количестве обучающихся.

Заключение

Обобщив результаты теоретического анализа литературы по исследованию формирования познавательных универсальных учебных действий основной школы в процессе изучения линии алгебраических неравенств, приходим к выводу, что проделанная работа является актуальной в настоящее время. Цель исследования достигнута, поставленные задачи решены.

Таким образом, очевидно, что познавательные универсальные учебные действия, которые входят в состав метапредметных – это система путей познания, дающая возможность учащимся, которые «учатся учиться», интеллектуально развиваться, а также владеть навыками познавательной рефлексии; применять полученные знания на практике; осознавать совершаемые действия; ставить перед собой новые познавательные задачи и искать средства их достижения для решения проблем в реальных жизненных ситуациях (с целью получения практико-ориентированного результата); оценивать свои результаты; устанавливать границы своих знаний и незнаний.

Проанализировав дидактический потенциал курса математики по теме «Неравенства», мы уверенно можем утверждать, что задания, направленные на формирование познавательных УУД представлены в небольшом количестве. Это может говорить о необходимости увеличения количества заданий, реализацию которых можно дополнить современными средами и методами обучения.

Успешное развитие познавательных УУД и повышения интереса к обучению математики обучающихся целиком и полностью зависят от современных и традиционных средств и методов обучения, а также от форм обучения, которые должны систематически чередоваться

Для уточнения теоретических положений о формировании познавательных универсальных учебных действий основной школы в процессе изучения линии алгебраических неравенств с целью практического применения охарактеризованы подходы к формированию познавательных универсальных учебных действий на основе анализа научно-методической литературы и существующего методического опыта. Выбор форм и методов позволил «сузить» круг дидак-

тических принципов до наиболее целесообразных в использовании для формирования познавательных умений.

Анализ уровня сформированности познавательных УУД у обучающихся в процессе изучения алгебраических неравенств в 7–9 классах позволил сделать вывод о недостаточной сформированности данных умений. На наш взгляд, как было сказано выше, это связано с недостаточным теоретическим набором методик для учителя и недостаточным количеством заданий, направленных на формирование познавательных умений с целью повышения уровня сформированности данных умений на уроках математики.

В процессе работы был разработан комплекс задач, направленных на формирование познавательных умения обучающихся в процессе изучения алгебраических неравенств в 7–9 классах. Применение разработанного комплекса задач будет способствовать повышению уровня сформированности всех рассматриваемых видов познавательных универсальных учебных действий на уроках математики при изучении линии алгебраических неравенств.

Результаты проведенной экспериментальной работы показали, что использование в процессе обучения разработанной методики обучения, положительно влияет на формирование познавательных универсальных учебных действий. Класс, в котором не проводилась работа по специальной методике, на итоговой диагностике показали примерно такие же результаты как на входной. В то время как в экспериментальном классе процент сформированности познавательных умений значительно вырос.

Таким образом, цель исследования достигнута, все поставленные задачи решены, гипотеза исследования подтверждена частично в рамках эксперимента, поскольку, к сожалению, судить об эффективности разработанной методики мы не можем, так как для более точных результатов необходимо проверить методику на большем количестве обучающихся.

Библиографический список

1. Абитаева, Л. Г. Формирование интеллектуальных умений в процессе обучения математике // Математическое образование: прошлое, настоящее, будущее: Материалы I Международной научно-практической конференции, посвященной памяти профессора Б. М. Бредихина, 1-2 ноября 2006 г. – М.; Самара : СГПУ, 2006. – 470 с.
2. Алгебра. 7 класс: учеб. Для общеобразоват. Организаций / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. – М.: Просвещение, 2013. – 287 с.
3. Алгебра. Сборник рабочих программ. 7-9 классы: пособие для учителей общеобразоват. Учреждений / сост. Т.А. Бурмистрова. – М.: Просвещение, 2011. – 96 с.
4. Асмолов А. Г. Системно-деятельностный подход к разработке стандартов нового поколения / А. Г. Асмолов // Педагогика. – 2016. – №4. – С. 18–22.
5. Асмолов А.Г., Бурменская Г.В., Володарская И.А. и др. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя / Под ред. А.Г. Асмолова. – М.: Просвещение, 2010. – 159 с.
6. Бабанский Ю. К. Методы обучения в современной общеобразовательной школе [Текст] / Ю. К. Бабанский. – М. : Просвещение, 1985. – 208 с.
7. Беглова Т.В., Битянова М.Р., Меркулова Т.В., Теплицкая А.Г. Универсальные учебные действия: теория и практика проектирования: научно-методическое пособие / науч. Ред. М.Р. Битянова. – Самара: Издательский дом «Фёдоров», 2016. – 304 с.
8. Беспалько, В. П. Проектирование педагогических систем / В. П. Беспалько // Проектирование в образовании : проблемы, поиски, решения : сб. науч. Тр. / ИЛИ РАО. – М., 1994. – С. 28–31.
9. Боженкова, Л.И. Методика формирования универсальных учебных действий при обучении алгебре / Л.И. Боженкова. – М.: Лаборатория знаний, 2016. – 243 с.

- 10.Боженкова, Л.И. Методика формирования универсальных учебных действий при обучении геометрии / Л.И. Боженкова. – 2-е изд. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. – 205 с.
- 11.Большой энциклопедический словарь: В 2-х т. / Гл. ред. Б 79 А.М. Прохоров. – Сов. Энциклопедия, 1991. Т. 2 – 1991 – 768 с.
- 12.Булатова Элла Мухтаровна, Кубекова Бэла Сапаровна, Боташева Замира Хусейевна ОСОБЕННОСТИ ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОГО И РАЗНОУРОВНЕВОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В СОВРЕМЕННОЙ ШКОЛЕ // Проблемы современного педагогического образования. 2022. №75-4. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-differentsirovannogo-i-raznourovneвого-obucheniya-matematike-v-sovremennoy-shkole> (дата обращения: 10.12.2022).
- 13.Воровщиков С. Г., Орлова Е. В. Развитие универсальных учебных действий: внутри школьная система учебно-методического и управленческого сопровождения: Монография. М.: МПГУ, 2012 – 210 с.
- 14.Горленко Н.М., Запятая О.В., Лебединцев В.Б., Ушева Т.Ф. Структура универсальных учебных действий и условия их формирования // Народное образование. – 2012. - №4. – С .153-160.
- 15.Государственная программа «Развитие образования» на 2018–2025 годы, утв. Постановлением Правительства РФ от 12.10.2017 года №1242 // [Электронный ресурс]. URL: <http://government.ru/rugovclassifier/860/events/> (дата обращения 24.08.2022).
- 16.Елисеева, Д.С. Познавательные универсальные учебные действия младшего школьника как педагогический феномен / Д.С. Елисеева // Вестник ЮурГУ. Серия «Образование». Педагогические науки. – 2014. – № 4-6. – С. 16-26.
- 17.Епишева, О. Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода: кн. Для учителя – М.: Просвещение, 2003 – 224 с.

18. Жиленкова Н.Н., Чапалыгина М.Е. Методические рекомендации для учителей математики по совершенствованию организации и методики преподавания учебного предмета «Математика» в общеобразовательных организациях Курской области в 2022 – 2023 учебном году. – Курск: ООО «Учитель», 2022. – 57 с.
19. Зверева Л.Г., Корманенко Н.В., Кузнецова Ю.С. Современные тенденции развития методики обучения математике // The Scientific Heritage. 2019. №40-3 (40). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/sovremennye-tendentsii-razvitiya-metodiki-obucheniya-matematike-1> (дата обращения: 06.12.2022).
20. Зубарева И.И. Математика. 5 класс: учеб. Для учащихся общеобразоват. Учреждений / И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович, – 14-е изд., испр. И доп. – М.: Мнемозина, 2013. – 270 с.
21. Зубарева И.И. Математика. 6 класс: учеб. Для учащихся общеобразоват. Организаций / И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович, – 14-е изд., испр. И доп. – М.: Мнемозина, 2014. – 264 с.
22. Козлов В.В., Кондаков А.М. Фундаментальное ядро содержания общего образования / Рос. Акад. Наук, Рос. Акад. Образования; под ред. В. В. Козлова, А. М. Кондакова. – 4е изд., дораб. – М.: Просвещение, 2011 – 79 с.
23. Колдарь Л.Е. Современные образовательные технологии на уроках математики // Психология и педагогика: методика и проблемы практического применения. 2016. №52. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/sovremennye-obrazovatelnye-tehnologii-na-urokah-matematiki> (дата обращения: 12.12.2022).
24. Кордемский, Б. А. Увлечь школьников математикой [Текст] / Б. А. Кордемский. – М. : Просвещение, 2001. – 260 с.
25. Кулагина, И. Ю. Возрастная психология: Детство, отрочество, юность [Текст] / И. Ю. Кулагина. – М. : Академия, 2000. – 624с.

26. Ларина Г.С. Использование контекста повседневной жизни в обучении математике в основной школе: международная перспектива. Дис... на соискание ученой степени кандидата наук НИУ ВШЭ (PhD HSE). М., 2018.
27. Лихачёв, Б. Т. Педагогика [Текст] : учеб. Пособие для студентов педагог. Учеб. Заведений и слушателей ИПК и ФПК / Т.М. Лихачёв.– М. :Юрайт-М, 2001. – 607 с.
28. Лушников И.Д., Ногтева Е.Ю. Формирование познавательных универсальных учебных действий в технологиях проектной и учебно-исследовательской деятельности обучающихся: пособие для учителя. Вологда: ВИРО, 2013 – 176 с.
29. Математика. 5 класс: учеб. Для общеобразоват. Организаций / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. – 14-е изд. – М. Просвещение, 2015. – 272 с.
30. Математика. 5 класс: учеб. Для учащихся общеобразоват. Учреждений / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. – 31-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2013. – 280 с.
31. Математика. 6 класс: учеб. Для общеобразоват. Организаций / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин. – 14-е изд. – М.: Просвещение, 2015. – 256 с.
32. Математика. 6 класс: учеб. Для учащихся общеобразоват. Учреждений / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. – 30-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2013. – 288 с.
33. Математика: программы: 5-11 классы / сост. А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир и др. – М.: Вента-Граф, 2018. – 152 с.
34. Махотин Д.А. Методические основы формирования УУД // Педагогическая мастерская. Все для учителя. - 2014. - №4. – С. 4-8.
35. Мерзляк А.Г. Алгебра: 7 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – М.: Вентана-Граф, 2015. – 272 с.

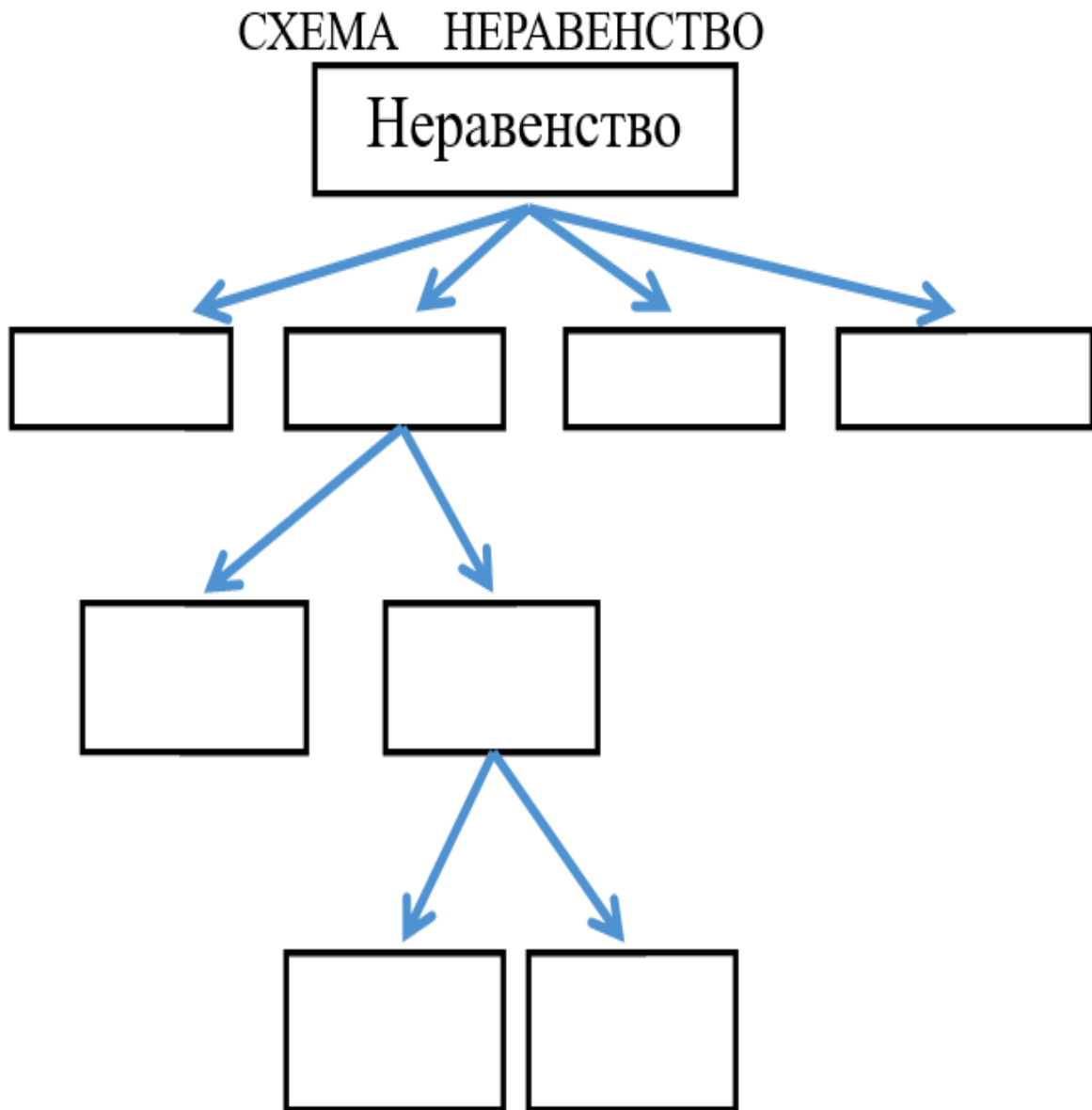
36. Мерзляк А.Г. Алгебра: 8 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – М.: Вентана-Граф, 2013. – 256 с.
37. Мерзляк А.Г. Математика: 5 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – М.: Вентана-Граф, 2013. – 304 с.
38. Мерзляк А.Г. Математика: 6 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – М.: Вентана-Граф, 2014. – 304 с.
39. Мордкович А.Г. Алгебра. 7 класс. В 2 ч. Учебник для общеобразовательных учреждений / А.Г. Мордкович и др. – 23-е изд. – М.: Мнемозина, 2019.
40. Мордкович А.Г. Алгебра. 7-9 классы. Алгебра и начала математического анализа. Базовый уровень. 10-11 классы. Примерные рабочие программы / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов, Л.А. Александрова. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2019. – 94 с.
41. Некрасова А.Ф. Реализация линии алгебраических неравенств в курсе алгебры 7–9 классов с использованием контекста повседневной жизни // Актуальные проблемы качества математической подготовки школьников и студентов: методологический, теоретический и технологический аспекты: материалы VII Всероссийской с международным участием научно-методической конференции. Красноярск, 10–11 ноября 2020 г. / отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол.; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2020. – С. 161-166.
42. Некрасова А.Ф., Рябова М.В. Развитие функциональной грамотности обучающихся на уроках математики // Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы: материалы V Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников. Красноярск, 28 апреля 2020 года /

- отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол.; Электрон. дан. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2020. С. 88-90.
43. Некрасова А.Ф., Рябова М.В., Шашкина М.Б. Развитие математической грамотности обучающихся на основе использования метапредметных и проектных заданий // VII Международная научно-практическая конференция «Актуальные проблемы обучения математике в школе и вузе: от науки к практике» (к 80-летию со дня рождения В.А. Гусева). Москва, 18-30 ноября 2022 г. URL: <http://news.scienceland.ru/2022/11/15/развитие-математической-грамотности/>
44. Подлипский Олег Константинович Современные тенденции развития образования и математическая подготовка школьников // Вестник Майкопского государственного технологического университета. 2020. №1. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/sovremennye-tendentsii-razvitiya-obrazovaniya-i-matematicheskaya-podgotovka-shkolnikov> (дата обращения: 10.12.2021).
45. Приказ Министерства просвещения РФ от 31 мая 2021 г. № 287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования». URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/401333920/> (дата обращения: 25.10.2022).
46. Примерная основная образовательная программа основного общего образования. – М.: Просвещение, 2022. – 1418 с.
47. Примерная рабочая программа основного общего образования. Математика. 5-9 классы: проект. – М.: Просвещение, 2021. – 104 с.
48. Примерные программы по учебным предметам. Математика. 5-9 классы: проект. – 3-е изд., перераб. – М.: Просвещение, 2011. – 64 с.
49. Пустовит, Е.А. Развитие универсальных учебных действий учащихся основной школы при решении алгебраических задач с модулем : дис. Канд. Пед. наук : 13.00.02 / Е.А. Пустовит. – Чита, 2015. – 196 с.

50. Самажанова А.М., Кармакова Н.И. РЕАЛИЗАЦИЯ СИСТЕМНО-ДЕЯТЕЛЬНОСТНОГО ПОДХОДА ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ // Информация и образование: границы коммуникаций INFO. 2018. №10 (18). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/realizatsiya-sistemno-deyatelnostnogo-podhoda-pri-obuchenii-matematike> (дата обращения: 11.12.2021).
51. Скаткин, М. Н. Проблемы современной дидактики [Текст] / М. Н. Скаткин. – М. : Педагогика, 1984. – 96 с.
52. Слостенин, В. А. Педагогика [Текст] : Учебное пособие / В. А. Слостенин. – М. : Школа-Пресс, 1997. – 512 с
53. Тоистева Ольга Сергеевна Системно-деятельностный подход: сущностная характеристика и принципы реализации // Педагогическое образование в России. 2013. №2. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/sistemno-deyatelnostnyu-podhod-suschnostnaya-harakteristika-i-printsipy-realizatsii-1> (дата обращения: 11.12.2021).
54. Токарева Людмила Ивановна Содержание современного школьного математического образования // Вестник Московского университета. Серия 20. Педагогическое образование. 2008. №3. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/soderzhanie-sovremennogo-shkolnogo-matematicheskogo-obrazovaniya> (дата обращения: 03.12.2021).
55. Толковый словарь живого великорусского языка : В 4 томах / Даль В.И. – М. : РИПОЛ классик, 2006. / Том 3. П. – 544 с. / П. 5-543 с. – (Золотая коллекция). ISBN 5–7905–4703–6
56. Тумашева Ольга Викторовна, Шашкина Мария Борисовна СРЕДСТВА ФОРМИРОВАНИЯ И ОЦЕНИВАНИЯ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПОКОЛЕНИЯ Z // АНИ: педагогика и психология. 2020. №1 (30). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/sredstva-formirovaniya-i-otsenivaniya-metapredmetnyh-rezultatov-obuchayuschih-sya-rokoleniya-z> (дата обращения: 25.10.2021).

- 57.Тумашева, О. В. Задачи регионального содержания на уроках математики / О. В. Тумашева // Математика в школе. – 2015. – № 7. – С. 18-20. – EDN UIYZVL.
- 58.Тумашева, О. В. Об особенностях обучения математике в условиях реализации системно-деятельностного подхода / О. В. Тумашева // Актуальные проблемы качества математической подготовки школьников и студентов: методологический, теоретический и технологический аспекты : Материалы III Всероссийской научно-методической конференции, Красноярск, 02–03 ноября 2015 года. – Красноярск: Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, 2015. – С. 75-78. – EDN ULUKHV.
- 59.Тумашева, О. В. Проектные задачи на уроках математики / О. В. Тумашева, О. В. Берсенева // Математика в школе. – 2015. – № 10. – С. 27-30. – EDN VBDFHR.
- 60.Тумашева, О. В. Структурно-содержательная модель процесса обучения математике в условиях реализации системно-деятельностного подхода / О. В. Тумашева, О. В. Берсенева // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева. – 2015. – № 4(34). – С. 62-65. – EDN VDKKHХ.
- 61.Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. URL: <https://fgos.ru/> (дата обращения: 12.10.2022).
- 62.Федеральный перечень учебников // [Электронный ресурс]. URL: <https://fpu.edu.ru/> (дата обращения: 28.09.2022).
- 63.Фирер А.В. Развитие познавательных универсальных учебных действий учащихся основной школы при обучении понятиям функциональной линии алгебры средствами визуализации [Электронный ресурс] URL : <https://viewer.rsl.ru/ru/rsl01009687067> (Дата обращения: 12.10.2021)
- 64.Фундаментальное ядро содержания общего образования / Рос. Акад. Наук, Рос. Акад. Образования; под ред. В.В. Козлова, А.М. Кондакова. М.: Просвещение, 2016. С. 48.

65. Хнычкина Елена Евгеньевна Познательные универсальные учебные действия и их оценка – стратегия развития учителя // Муниципальное образование: инновации и эксперимент. 2014. №4. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/poznavatelnye-universalnye-uchebnye-deystviya-i-ih-otsenka-strategiya-razvitiya-uchitelya> (дата обращения: 08.09.2022).
66. Чуланова Н.А., Черняева Т.Н. Нормативный контекст определения «познавательные универсальные учебные действия» проблемы науки и образования. – 2014 - №6. – С. 179-186.
67. Шашкина, М. Б. Дефициты математической подготовки обучающихся общеобразовательной школы / М. Б. Шашкина // Развитие общего и профессионального математического образования в системе национальных университетов и педагогических вузов : Материалы 40-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, Брянск, 07–09 октября 2021 года. – Брянск: Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского, 2021. – С. 323-327. – EDN WZBVCN.
68. Шкрёдова, Л. Н. Проблемно-поисковые методы обучения [Текст] / Л. Н. Шкрёдова // Начальная школа. – 2006. – №12. – С.21-23.
69. Яценко И.В., Семенов А.В., Высоцкий И.Р. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2020 года [Электронный ресурс]. URL: https://doc.fipi.ru/ege/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy/2020/Matematika_mr_2020.pdf (дата обращения 11.08.2022).



Приложение Б

Входная диагностическая работа для обучающихся 9 класса

Задания для освоения умений и навыков выполнять анализ и синтез информации при решении задачи

Задание 1. Соотнесите неравенства с их видами

Неравенства	Виды неравенств
1) $7x - 3 \leq 6(1 + x)$	А) Линейное неравенство Б) Квадратное неравенство
2) $x(x + 2) \leq 0$;	
3) $-49x^2 + 28x \geq 4$	
4) $3x + 2 > 6 + x$	

Задание 2. Проанализируйте неравенство $\frac{x-2}{2} + \frac{x^2+x-4}{4} \geq \frac{0,5x^2+1}{3}$

по следующей схеме:

1) Разделить неравенство на смысловые части (выявить состав неравенства); определить, какие алгебраические операции выполняются в неравенстве; выявить, какие функции входят в неравенство (определить степень неравенства, либо степень неизвестного в неравенстве); выявить логические структуры неравенства.

2) Исследовать отдельно каждую смысловую часть (при каких условиях имеет смысл выражение, входящее неравенство; какие следствия можно получить из данного неравенства).

3) Если нужно, включить неравенство в связи и отношения с другими уравнениями или неравенствами, или их системами, с известными теоремами (теоремы равносильности, уравнения-следствия).

Задание для освоения умений и навыков устанавливать причинно-следственные связи, делать логические выводы

Задание 3. Какое из следующих неравенств не следует из неравенства $y - x > z$?

- 1) $y > z + x$,
- 2) $y - x - z < 0$,
- 3) $z + x - y < 0$,
- 4) $y - z > x$.

Задание для освоения умений и навыков составлять схему (модель) решения задачи

Задание 4. Изобразите схематически решение каждого из данных неравенств:

1) $(2x - 5)(x + 3) \geq 0$;

2) $x^2 + 15x > 0$;

3) $2(2 - 3x) > 3(x + 6) - 5$;

4) $x^2 < 361$.

Задание 5. Планируется разбить прямоугольный цветник, который будет примыкать к забору. Заготовленного материала, для его ограждения хватит на длину в 20м. Какими должны быть длина и ширина цветника, чтобы он имел площадь не менее 48м^2 ?

Приложение В**Итоговая диагностическая работа для обучающихся 9 класса****Задания для освоения умений и навыков выполнять анализ и синтез информации при решении задачи**

Задание 1. Соотнесите неравенства с их видами

Неравенства	Виды неравенств
1) $12 + 4x \geq 6x$	А) Линейное неравенство Б) Квадратное неравенство
2) $4(x - 2) - 1 < 2(2x - 9)$	
3) $a(4 - a) \leq 0$;	
4) $6x - x^2 \leq 0$	

Задание 2. Проанализируйте неравенство $\frac{4y+13}{10} - \frac{5+2y}{4} > \frac{6-7y}{20} - 2$

по следующей схеме:

1) Разделить неравенство на смысловые части (выявить состав неравенства); определить, какие алгебраические операции выполняются в неравенстве; выявить, какие функции входят в неравенство (определить степень неравенства, либо степень неизвестного в неравенстве); выявить логические структуры неравенства.

2) Исследовать отдельно каждую смысловую часть (при каких условиях имеет смысл выражение, входящее неравенство; какие следствия можно получить из данного неравенства).

3) Если нужно, включить неравенство в связи и отношения с другими уравнениями или неравенствами, или их системами, с известными теоремами (теоремы равносильности, уравнения-следствия).

Задания для освоения умений и навыков устанавливать причинно-следственные связи, делать логические выводы

Задание 3. О числах a и b известно, что $a > b$. Среди приведенных ниже неравенств выберите верные:

- 1) $a - b < -3$,
- 2) $b - a > 1$,
- 3) $b - a < 2$,
- 4) Верно 1, 2 и 3.

Задание для освоения умений и навыков составлять схему (модель) решения задачи

Задание 4. Изобразите схематически решение каждого из данных неравенств:

1) $x^2 - x - 1 > 0$;

2) $(2x - 5)(x + 3) \geq 0$;

3) $x^2 + 5x \leq 0$;

4) $y - 2(y - 1) \geq 10 + 3(y + 4)$.

Задание 5. Фонтан смотрится лучше, если капли воды достигают высоты, большей, чем высота статуи. С какой начальной скоростью должна двигаться вода в фонтане, чтобы при высоте статуи 2м и угле наклона струи воды 60° , чтобы капли воды были выше высоты статуи. Формула расчета высоты тела

$$h = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}, \quad g - \text{ускорение свободного падения } 9,8 \text{ м/с}^2, \quad \sin 60^\circ \approx 0,8.$$

Задачи практико-ориентированной направленности

1. Несколько мальчиков решили купить игровую приставку на E-Bay ценой от 170 до 195 долларов. Однако в последний момент двое отказались участвовать в покупке, поэтому пришлось внести на 1 доллар больше. Сколько долларов стоила игровая приставка?
2. Однажды в минуты отдыха друзья-мушкетеры Атос, Портос, Арамис и д'Артаньян решили посоревноваться в перетягивании каната. Портос и д'Артаньян легко перетянули Атоса и Арамиса. Но когда Портос стал в пару с Атосом, то победа над Арамисом и д'Артаньяном досталась им уже не так легко. А когда Портос и Арамис выступили против Атоса и д'Артаньян, то никакая из пар не смогла одолеть другую. Определите, как мушкетеры определяются по силе.
3. Мотоциклист совершает прыжок через пять установленных в ряд автобусов. Длина ряда 20 м. До какой скорости должен разогнаться мотоциклист, чтобы при прыжке под углом в 45° выполнить этот прыжок? Формула для расчета дальности полета $L = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$, g - ускорение свободного падения $9,8 \text{ м/с}^2$, $\sin 90^{\circ} = 1$.
4. Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 14 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра? Траектория полета камня описывается формулой $y = ax^2 + bx$, $a = -\frac{1}{100}$, $b = \frac{4}{5}$, x (м) — смещение камня по горизонтали, y (м) — высота камня над землей.