

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики  
Кафедра математики и методики обучения математике

**ЦЫБУЛЬКО ЮЛИЯ АЛЕКСАНДРОВНА**

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

**ЗАДАЧИ ОТКРЫТОГО ТИПА В СИСТЕМЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ  
ПОДГОТОВКИ ОБУЧАЮЩИХСЯ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫХ КЛАССОВ  
ИНЖЕНЕРНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ**

Направление подготовки 44.04.01 Педагогическое образование  
Магистерская программа: Инженерное образование (с применением сетевой формы)

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ  
Заведующий кафедрой, д.п.н., профессор  
Шкерина Л.В.

16.05.2022  
(дата, подпись)



Руководитель магистерской программы  
к.ф.м.н., доцент Багачук А.В.

А.В. Багачук  
(дата, подпись)

Научный руководитель  
к.п.н., доцент Кейв М.А.

20.05.2022 Кейв  
(дата, подпись)

Обучающийся  
Цыбулько Ю.А.

Цыбулько Ю.А.  
(дата, подпись)

## Реферат

В работе рассматриваются теоретические и практические аспекты использования задач открытого типа в системе математической подготовки обучающихся специализированных классов инженерной направленности.

*Актуальность исследования.* В стратегических документах развития образования РФ, среди основных направлений повышения качества и престижа инженерного образования, обозначена инициатива по созданию модели специализированных классов и внедрение их в практику обучения школьников [14].

На сегодня, модель специализированных классов инженерной направленности реализуется в ряде школ Красноярского края.

В связи с чем, возникает ряд вопросов: «Какова основная цель математической подготовки будущих инженеров? Как должно быть организовано специальное обучение математике в классах инженерной направленности? В какие виды деятельности должны вовлекаться обучающиеся этой категории на уроках математики?».

Поиск ответов на эти вопросы и разработка специальных методик математической подготовки обучающихся профильных инженерных классов является одной из актуальных проблем школьного математического образования.

*Объект исследования:* математическая подготовка обучающихся 7 классов инженерной направленности.

*Предмет исследования:* методика использования математических задач открытого типа в 7 классе инженерной направленности.

*Гипотеза исследования:* если в процессе обучения математике использовать комплекс математических задач открытого типа, то это будет способствовать формированию функциональной грамотности у обучающихся специализированных инженерных классов.

*Цель исследования:* обоснование целесообразности включения задач открытого типа в систему математической подготовки обучающихся специализированных классов инженерной направленности.

*Задачи исследования:*

1. Уточнить цели обучения математике в специализированных инженерных классах.
2. Охарактеризовать специфику содержания обучения математике в классах инженерной направленности.
3. Разработать комплекс математических задач открытого типа для обучающихся 7 класса инженерной направленности.
4. Провести педагогический эксперимент, проанализировать и описать его результаты.

Для решения поставленных задач применялись следующие *методы исследования:* теоретический анализ психолого-педагогической и методической литературы; наблюдение; эксперимент.

Диссертационное исследование состоит из 79 страниц, 33 рисунков, таблиц, введения, двух глав, заключения и библиографического списка (53 первоисточника информации).

Во Введении обоснована актуальность исследования, сформулированы его цель, объект, предмет, гипотеза и задачи; раскрыта практическая значимость, охарактеризованы методы исследования.

В первой главе, на основе анализа концептуальных и нормативных документов, регламентирующих предпрофильную и профильную систему школьного обучения, а также на основе изучения и обобщения существующего педагогического опыта по теме исследования, конкретизированы цели обучения математике в классах инженерной направленности, описаны специфика и роль задач открытого типа в обучении математике.

Во второй главе представлен комплекс задач открытого типа, описаны и проанализированы результаты его применения в практике обучения математике в 7 классах инженерной направленности.

*Научная новизна исследования* заключается в обосновании целесообразности использования задач открытого типа по математике в рамках предпрофильной инженерной подготовки обучающихся 7 класса.

*Практическая значимость исследования* состоит в разработке комплекса задач открытого типа по темам школьного курса математики 7 класса.

На базе МАОУ «Гимназия № 11» города Красноярск проведен педагогический эксперимент по включению комплекса задач открытого типа в содержание математической подготовки обучающихся 7 класса. На основе представленного в работе комплекса задач открытого типа проведено мероприятие – Межрегиональный сетевой хакатон по теме «Я у мамы инженер». Результаты педагогического эксперимента подтверждают целесообразность использования задач открытого типа по математике в рамках предпрофильной инженерной подготовки обучающихся 7 класса.

По теме исследования опубликованы следующие работы:

- 1) Цыбулько Ю.А., Кейв М.А. Принципы отбора содержания обучения математике для специализированных инженерных классов //Актуальные проблемы качества математической подготовки школьников и студентов: методологический, теоретический и технологический аспекты: материалы VII Всероссийской с международным участием научно-методической конференции. Красноярск, 10–11 ноября 2020 г. / отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол.; Красноярск. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2020 –с. 103-106.
- 2) Цыбулько Ю.А. Задачи открытого типа в математической подготовке обучающихся профильных инженерных классов // Актуальные проблемы качества математической подготовки школьников и студентов: методологический, теоретический и технологический аспекты: материалы

VIII Всероссийской с международным участием научно-методической конференции. Красноярск, 26–27 ноября 2021 г. / отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол.; Красноярск. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2021 –с. 83-85.

## Оглавление

Введение.....	7
Глава 1 Теоретические основания для включения задач открытого типа в содержание обучения математике в классах инженерной направленности.....	9
1.1. Цели обучения математике в специализированных классах инженерной направленности.....	9
1.2. Задачи открытого типа как обязательный элемент содержания обучения математике в классах инженерной направленности.....	15
Глава 2 Методическое обеспечение уроков математики в инженерных классах.....	26
2.1. Комплекс математических задач открытого типа для обучающихся 7 класса инженерной направленности	26
2.2. Педагогический эксперимент: основные этапы и результаты	54
Заключение.....	63
Библиографический список.....	66
Приложение. Методическая разработка межрегионального сетевого хакатона по теме «Я у мамы инженер» .....	72

## Введение

Инженерно-технологическое образование школьников крайне востребованная инновация для решения стратегических задач развития Российской Федерации.

Среди основных направлений повышения качества и престижа инженерного образования обозначены следующие: корректировка образовательных стандартов и внедрение новых технологий обучения в целях формирования навыков, необходимых для инновационной экономики, в частности, создание модели специализированных классов и внедрение их в практику обучения школьников; разработка и реализация мероприятий Национальной Технологической Инициативы, Всемирной инициативы CDIO, WorldSkills и др. Модель специализированных инженерных классов на сегодня, реализуется в ряде школ Красноярского края. Обучение в таких классах нацелено на создание условий для развития интереса и готовности к овладению профессией инженера, формирования у обучающихся системы ключевых компетенций, которая получила название «Система 4К-компетенций»: критическое мышление, креативность, коммуникация и кооперация. Такое обучение предполагает углубленную подготовку по математике, информатике и естественнонаучным дисциплинам.

Поиск и разработка специальных методик обучения математике в инженерных классах является одной из актуальных проблем школьного математического образования. Особое внимание следует уделить содержанию обучения математике. Помимо стандартных и обучающих задач, которые условно можно назвать задачами закрытого типа, в содержание обучения математике целесообразно включать поисковые и проблемные задачи – задачи открытого типа.

*Гипотеза исследования:* если в процессе обучения математике использовать комплекс математических задач открытого типа, то это будет

способствовать формированию функциональной грамотности у обучающихся специализированных инженерных классов.

*Объект исследования:* математическая подготовка обучающихся 7 класса инженерной направленности.

*Предмет исследования:* методика использования математических задач открытого типа в 7 классе инженерной направленности.

*Цель исследования:* обоснование целесообразности включения задач открытого типа в систему математической подготовки обучающихся специализированных классов инженерной направленности.

*Задачи исследования:*

1. Уточнить цели обучения математике в специализированных инженерных классах.
2. Охарактеризовать специфику содержания обучения математике в классах инженерной направленности.
3. Разработать комплекс математических задач открытого типа для обучающихся 7 класса инженерной направленности.
4. Провести педагогический эксперимент, проанализировать и описать его результаты.

Для решения поставленных задач использовались следующие *методы исследования:* анализ специальной литературы, учебных программ, нормативных документов, учебников и учебных пособий; изучение и обобщение педагогического опыта; наблюдение; экспериментальное обучение; количественная и качественная обработка результатов эксперимента.

# **Глава 1. Теоретические основания для включения задач открытого типа в содержание обучения математике в классах инженерной направленности**

## **1.1. Цели обучения математике в специализированных классах инженерной направленности**

Среди приоритетных профессиональных областей будущего выделяют инженерно-техническое направление. Одним из обязательных условий профессиональной ориентации выпускников школы в этом направлении является профильное инженерное обучение.

Для конкретизации целей обучения математике в специализированных классах инженерной направленности, следует уточнить понятие профильного инженерного обучения.

Профильное обучение – это средство индивидуализации и дифференциации обучения, за счет изменений в структуре, содержании и организации процесса образования позволяющее более конкретно учитывать склонности, интересы и способности учеников, создавать лучшие условия для обучения школьников старших классов в соответствии с их интересами и профессиональными намерениями в отношении дальнейшего образования [20].

Ученики старшей школы, достигшие возраста 16-17 лет, в большинстве своём уже определяют с областью для своей будущей профессии. Учить их всех одному и тому же одинаковыми методами крайне малоэффективно. На них влияет много факторов и помимо школы: способности, мотивация, семья и личные предпочтения, и прочее. Система профильного обучения может предоставить каждому ученику возможность выбора индивидуальной программы обучения, и это позволит уже в школе углубиться в выбранную профессиональную область и понять, его ли это путь. В условиях быстро меняющегося мира, когда новые профессии всё

продолжают появляться, обучение должно быть максимально гибким и разноплановым.

Профильное инженерное обучение – система специализированных предпрофильных и профильных классов (или инженерных групп), реализующих профиль инженерной направленности.

Специализированный класс – официальная единица классно-урочной системы школы, в которой реализуется специальная учебная программа профильной направленности.

*Основная цель* профильного инженерного обучения: подготовка и воспитание инженерной элиты – выпускников профильных классов инженерной направленности, владеющих основами 4К – компетенций – важнейших составляющих инженерного образования:

- **Креативность;**
- **Критическое мышление;**
- **Командное решение проектных задач;**
- **Коммуникация.**

*Основные задачи* профильного инженерного образования:

1. Развитие системы специализированных предпрофильных и профильных классов, ориентированных на реализацию профиля инженерной направленности.

2. Создание гибкой, практико-ориентированной модели профильного инженерного обучения школьников.

3. Преемственность между школами и образовательными организациями, реализующими образовательные программы высшего инженерно-технического образования.

4. Взаимодействие с организациями, реализующими образовательные программы высшего инженерно-технического образования, с научно-производственными объединениями, предприятиями области высоких технологий.

5. Привлечение обучающихся к научно-исследовательской, проектно-конструкторской деятельности.

6. Обновление содержания образования – включение в учебные программы образовательных модулей и элективных курсов, инженерной направленности.

Для организации такого сложного процесса как «профильное обучение» рекомендуется проводить 2 этапа:

1 этап. 7-9 классы — предпрофильная подготовка;

2 этап. 10-11 классы — профильное обучение.

Предпрофильная подготовка – это система педагогической, психолого-педагогической, информационно-организационной деятельности, способствующая самоопределению обучающихся основной школы в зависимости от выбранной ими области обучения и широкого спектра последующей профессиональной деятельности.

Современная система российского школьного образования ориентирована на достижение практико-ориентированных целей образовательной деятельности, вся совокупность которых может быть обозначена понятием функциональной грамотности. Функциональная грамотность представляет собой совокупность компетенций, позволяющих обучающимся осознавать значимость изучаемых ими учебных дисциплин, активно осваивать содержание образовательных программ и применять полученные в процессе учёбы знания и умения в повседневной жизни.

Одним из компонентов функциональной грамотности является математическая грамотность. О наличии у человека математической грамотности можно говорить только в тех случаях, когда он обладает устойчивыми познаниями в области математики, признаёт ценность полученных им академических знаний по математике, умеет использовать их в различных областях науки и в реальной жизни.

Основная миссия профильного инженерного обучения в школе – формирование у обучающихся навыков проектно-конструкторской,

исследовательской деятельности, личностных качеств, необходимых будущему инженеру. Каждая предметная область должна вносить свой вклад в достижение этого результата в зависимости от специфики ее потенциала и обеспечении предметной основы выполнения определенных действий.

Согласно требованиям ФГОС ООО, в результате изучения предметной области «Математика и информатика», обучающиеся:

- развивают логическое и математическое мышление, получают представление о математических моделях;
- овладевают математическими рассуждениями;
- учатся применять математические знания при решении различных задач и оценивать полученные результаты;
- овладевают умениями решения учебных задач;
- развивают математическую интуицию [35].

Специалист, имеющий квалификацию инженера (в настоящее время, сфера деятельности инженера разнообразна), должен знать математику, разнообразные математические модели для решения задач своей профессии. Есть старая народная поговорка: «Если математику не знал, не инженером, а монтером стал» [37].

Все инженерные изыскания и результаты их работ имеют под собой в основе точную науку – математику.

Таким образом, в классах инженерной направленности особое место отводится предмету «математика».

Приоритетные цели обучения математике в профильных инженерных классах:

1. Формирование системы фундаментальных математических знаний (в рамках школьного курса математики), в достаточном объеме, необходимом для успешного продолжения обучения по программам высшего образования инженерной направленности.

2. Становление и развитие навыков проектной и исследовательской деятельности.

3. Формирование функциональной (в том числе, математической) грамотности – умений применять математические знания в ходе решения разнообразных практико-ориентированных задач.

4. Формирование ценностного отношения к математическим знаниям и развитие интереса к будущей профессии инженера.

Цели обучения определяют все компоненты методической системы обучения: содержание, методы, организационные формы и средства обучения.

Возникает вопрос: «Каким должно быть содержание обучения математике в классах инженерной направленности?».

«Содержание общего среднего образования, по И.Я. Лернеру и М.Н. Скаткину, включает в себя: основные понятия и термины, отражающие как повседневную действительность, так и научные знания; факты повседневной действительности и науки, необходимые для доказательства и отстаивания своих идей; основные законы науки, раскрывающие связи и отношения между разными объектами и явлениями действительности; теории, содержащие систему научных знаний об определенной совокупности объектов, о взаимосвязях между ними и о методах объяснения и предсказания явлений данной предметной области; знания о способах научной деятельности, методах познания и истории получения научного знания; оценочные знания, знания о нормах отношений к различным явлениям жизни, установленным в обществе» [39].

При формировании содержания обучения необходимо руководствоваться общедидактическими принципами и критериями отбора содержания общего образования, разработанными классиками дидактики: В.В. Краевский, Ю.К. Бабанский, И.Я. Лернер, М.Н. Скаткин [21].

Однако система общедидактических принципов и критериев не отражает сущности профильного инженерного образования. Это обстоятельство обуславливает необходимость её дополнить. В рамках

данного исследования, мы предлагаем при отборе содержания профильного инженерного обучения использовать следующие принципы:

*Принцип целесообразности* – соответствие содержания обучения основным целям и задачам профильного инженерного обучения. Основные цели и задачи профильного инженерного обучения заключаются в создании условий для формирования у обучающихся системы ключевых компетенций, которая получила название «Система 4К-компетенций»: критическое мышление, креативность, коммуникация и кооперация. В соответствии с данным принципом, каждый элемент содержания обучения должен способствовать достижению целей профильного инженерного обучения.

*Принцип контекстности* – интерпретация содержания обучения в контексте профильной подготовки: примеры и сведения о применении изучаемой теории в будущей профессиональной деятельности инженера; анализ и разбор конкретных профессиональных задач и ситуаций посредством изучаемого материала и т.п.

*Принцип активности* – наличие в содержании обучения элементов, побуждающих к активной мыслительной и поисковой деятельности: проблемные вопросы и ситуации; задачи открытого типа; исследовательские задачи; проекты и др.

*Принцип индивидуализации* – направленность содержания обучения на удовлетворение индивидуальных интересов и предпочтений обучающихся: наличие разнообразной (широкой) тематики дифференцированных заданий и проектов из разных областей инженерной деятельности.

Исходя из этих позиций, под содержанием профильного обучения целесообразно понимать не только некоторый объем теоретического учебного материала, но и комплекс примеров, задач, заданий и ситуаций из области профильной подготовки, а также сведений о ценности предметных знаний и способах их применения при решении разнообразных задач из жизни и будущей профессиональной деятельности.

Сформулированные в параграфе принципы отбора содержания обучения математике для классов инженерной направленности разработаны на основе задач и целей профильного обучения и могут помочь педагогам – практикам более осознанно подходить к выделению главного, существенного в содержании обучения будущих инженеров.

## **1.2. Дидактические условия использования задач открытого типа в обучении школьников математике**

С позиций системно-деятельностного подхода, являющегося методологической основой новых образовательных стандартов основного общего образования, при проектировании содержания обучения математике в классах инженерной направленности, особое внимание следует уделить комплексу задач.

При изучении школьного курса математики на решение задач отводится большая часть времени. Задачи играют важнейшую роль в процессе обучения математике: с одной стороны они являются средством обучения, а с другой – неотъемлемой составляющей его содержания. Помимо стандартных и обучающих задач, которые условно можно назвать задачами закрытого типа, в содержание обучения математике целесообразно включать поисковые и проблемные задачи – задачи открытого типа. Такие задачи позволяют максимально вовлечь обучающихся в учебно-познавательную и исследовательскую деятельность.

Именно способность решать математические задачи является важной характеристикой состояния математического мышления обучающихся, способности самостоятельно мыслить, уровня их математического интеллекта.

В учебной и научной практике термин «задача» имеет узкий смысл и обозначает упражнение, которое требует решения по известным данным.

Но часто этот термин используется и в повседневной жизни и имеет более развёрнутое значение. Решить задачу – значит преобразовать данную проблемную ситуацию в соответствующую ей стандартную ситуацию или установить, что такое преобразование в данных условиях невозможно. На уроке математики именно с помощью этого приёма создания проблемных ситуаций учитель в постоянном напряжении держит одну из внутренних пружин процесса обучения – детскую любознательность, развивает их творческую активность и самостоятельность [19].

А.А. Столяр считал основой обучения математике открытие новых знаний, и выделял три самых главных аспекта математической активности: 1) логическая организация математического материала; 2) математизация конкретных ситуаций; 3) приложения математической теории [40].

Многие педагоги уверены, что очень важно развивать у школьников умение решать задачи открытого типа. Но, к сожалению, большинство задач, представленных в современных школьных учебниках по математике являются стандартными. Они решаются по заученному известному алгоритму. А вот «открытые задачи», предполагающие вариативность ответов и решений помогают обучить школьников выбору лучших методов исследований, эффективных способов решения.

«С помощью подобранных задач и специальных наводящих вопросов учитель должен организовать процесс обучения так, чтобы обучающийся вынужден был совершать настоящие открытия» [29]. Эта цитата отражает суть «открытого подхода» в обучении математике. Идея его заключается в приобщении учеников к самостоятельным открытиям знаний путём вовлечения учащихся в деятельность, аналогичную творческой деятельности ученого-математика и имитирования процесса математического открытия.

Многие подобные мысли можно найти в работах известных методистов. Так, по мнению Д. Пойа: «Математика, излагаемая в стиле Евклида, представляется нам систематически дедуктивной наукой. Но

математика в процессе создания является экспериментальной, индуктивной наукой. Оба аспекта математики столь же стары, как и сама математическая наука. Однако, второй аспект в одном отношении является новым: математику («in statu nascendi», – в процессе рождения) никогда не показывали ни ученику, ни самому учителю, ни широкой публике» [33].

В своих работах Д. Пойя прямо указывает, что необходимо привлекать детей к исследованиям и подчеркивает, что в противопоставление стандартным задачам с узкой областью применения, служащим только иллюстрациями к изучаемым правилам, учитель должен «время от времени давать учащимся более глубокие задачи ... с богатым фоном, заслуживающим дальнейшей разработки, а так же задачи, дающие возможность войти во вкус научной работы» [34].

Очень ярко идея «открытого подхода» в изучении математики представлена в работах американских и японских исследователей. Суть её заключается в том, чтобы школьники открывали заново свои математические знания. Это связано с желанием показать учащимся возможные пути получения знаний в науке. [38].

Один из японских исследователей, Н. Нохда отмечает, что при «открытом подходе» являются открытыми так же и взаимодействия между поведением учеников и математическими идеями. Там задача не рассматривается как обычное упражнение. Задача — это проблема, которую учитель ставит перед учащимися, и для её решения не существует прописанных способов и алгоритмов [29].

Об этом в своей работе, посвященной вопросам формирования математической творческой деятельности, пишет и польский ученый М. Клякли. Он считает, что ознакомление учеников с математическим методом в его различных воплощениях — одна из важнейших целей обучения математике. Изучение «готовой математики», то есть введение только готовых определений, формул, теорем и их доказательств не должно допускаться при обучении по этому методу [18].

По мнению Е.Н. Галлиуллиной суть «открытого подхода» в обучении математике заключается в приобщении школьников к «открытию» знаний самостоятельно, через процесс математического открытия и вовлечения школьников в деятельность, аналогичную творческой деятельности ученого-математика [2].

Как считает С. Шимаде, при «открытом подходе» к обучению деятельность учащихся должна состоять из:

- математизации знаний;
- умелого использования знаний, умений, навыков;
- поиска математических правил или отношений;
- решения задач;
- видения «открытий» и результатов других учащихся;
- рассмотрения и сравнения различных идей, предложенных разными учениками (проверка «математического качества» этих идей);
- изменения и дальнейшего развития идей учащихся[28].

Перечисленные автором виды математической деятельности не только присутствуют в процессе обучения, независимо от выбранных методов и форм, но и связаны с исследовательскими и творческими аспектами. Последние особенно важны в обучении математике в классах инженерной направленности.

По величине проблемности задачи делят на (по Ю.М. Колягину):

- *стандартные* (известны все компоненты задачи);
- *обучающие* (неизвестен один из четырёх компонентов, как правило, это решение);
- *поисковые* (неизвестны два из четырёх – база решения и само решение);
- *проблемные* (неизвестны три из четырёх – определена только цель, комплекс необходимых условий, путей и средств, достаточных для достижения этой цели, человек устанавливает самостоятельно).

Стандартные и обучающие задачи условно называются закрытыми задачами, а поисковые и проблемные – открытыми задачами.

В задачах закрытого типа предусматривается чёткая и однозначная трактовка условия проблемы. Соответственно, получается, что такие задачи имеют только одно верное решение. К чёткому утверждению решающий подбирает стандартный способ решения и получает единственно верный ответ.

Термин «открытая задача» имеет несколько толкований. В одном случае под открытыми задачами понимают тестовые задачи без вариантов ответа. А.В. Хуторской вкладывает в термин «открытая задача» другой смысл, связанный не с контролем результатов, а с самим процессом обучения[49]. Он называет их «задания, у которых нет и не может быть заранее известных решений или ответов. Творческая сила открытых заданий состоит в том, что они служат началом развертывания образовательной ситуации, в которую постепенно погружаются не только ученики, но и сам педагог. Вместе с учениками он пытается отыскать нестандартные пути и способы дидактического решения учебных ситуаций» [50].

В работах различных педагогов достаточно подробно рассматривается и описывается специфика, суть и роль задач открытого типа [3,7,11,43,44].

В рамках данного исследования остановимся на рассмотрении задач открытого типа как обязательных составляющих содержания обучения математике в классах инженерной направленности.

Придерживаясь точки зрения П.М. Горева и И.С. Зыкова под математическими задачами открытого типа, мы будем понимать «задачи, которые имеют размытое условие (с лишними данными или с недостатком данных), из которого недостаточно ясно, как действовать, что использовать при решении, но понятен требуемый результат. Они имеют множество путей решения, которые не являются «прямолинейными», двигаясь по которым попутно приходится преодолевать возникающие «препятствия». Вариантов

решения много, нет понятия «правильное решение»: решение либо применимо к достижению требуемого условия, либо нет» [12]. Такие задачи предусматривают возможность применения математических знаний в нестандартной ситуации. В ходе их решения, ученику необходимо проявить способность к критическому и логическому мышлению, интуицию, воображение и фантазию.

Согласно мнению многих учёных [5,9,32,38], при обучении математике одинаково важны как закрытые задачи, без которых нормальное обучение вряд ли возможно, так и открытые задачи, которые максимально близки к жизненным. Если первый тип — закрытые школьные задачи — необходим для тренировки определенных умственных навыков, то открытые нужны для того, чтобы человек эти навыки мог с лёгкостью применять в постоянно меняющихся условиях реальной жизни.

Таким образом, необходимо сочетать открытые и закрытые задачи в процессе обучения математике. В теории и практике обучения имеется несколько вариантов совмещения этих типов задач [6,12,31,48]:

- «Традиционный вариант» – сначала ученик должен успешно усвоить и натренировать определенные навыки решения с помощью закрытых задач, а потом уже через решение открытых он может приближать эти навыки к решению задач из реальной жизни;

- «Развивающий вариант» – обучение начинается с открытых задач, а с помощью закрытых отдельные усвоенные элементы отрабатываются до автоматизма;

- «Смешанный вариант», при котором открытые задачи используются как при введении нового материала, так и на стадии отработки полученных знаний.

Для учебных целей очень важно построить условие открытой задачи так, чтобы она была понятной, интересной и по максимуму вовлекала обучающихся в познавательный творческий процесс. Что бы этого достичь, открытая задача должна соответствовать ряду требований [11]:

1. Присутствие смыслового контекста. Контекст в задании важен тем, как учащийся это задание воспримет — как что-то значимое, что имеет значение для него самого, или наоборот, нечто не значительное. Присутствие смыслового контекста связано с возникновением у ученика намерения к решению, нахождения смысла решения задачи, контроль процесса и результата, готовности взять на себя ответственность за итоговый результат.

2. Проблемность. Присутствие противоречия между поставленной задачей и опытом, имеющимся у ученика.

3. Неопределенность. Она может выражаться в открытости условия, и вариативности решений. Открытость означает отсутствие критериев оценки правильности действия учащегося и возможности для него открыть какой-либо факт самостоятельно. Вариативность имеет большее значение, так как это подразумевает большую открытость задачи, большее количество решений. Самая большая открытость у тех задач, ответы на которые у каждого ученика могут быть разными и по-своему уникальными.

4. Доступность. Принципиальное значение для учителя должна иметь возможность решения задачи. Если у ученика не получится решить задание, то поддерживать творческую деятельность станет очень затруднительно, ведь неудача отрицательно повлияет на внутреннюю мотивацию учащегося.

5. Связь со школьным курсом математики. Задача должна способствовать расширению знаний, получаемых в рамках школьной математической программы.

6. Интегративность. Это то, что определяет связь содержания задачи с разнообразными отраслями науки, искусства и производства.

Основные требования к формулировке «открытых» задач:

– должна отражать цель, которую нужно достигнуть или проблему, которую необходимо преодолеть;

- может предполагать развитие в разных направлениях проведенные рассуждения, приводя к обобщению;
- может содержать требование что-либо доказать, обосновать, объяснить, исследовать;
- даёт возможность замечать некоторые закономерности, сталкивает с проблемой, позволяет выдвигать и проверять гипотезы;
- подталкивает к использованию разных математических методов работы по уточнению данных и т.д.

В литературе представлена следующая классификация задач открытого типа [42]:

- задачи – процессы (обучающиеся должны добавить данные, условие, сформулировать и решить задачу);
- задачи с открытыми концами (задачи, которые обучающиеся могут переформулировать, получая новые);
- порождающие задачи («углубляя» которые, можно получить новые, более сложные, иллюстрирующие интересные математические идеи);
- со многими решениями;
- поисковые.

Математические задачи открытого типа для инженерных классов предполагают использование не только математических терминов и математического аппарата, но и специальных знаний из области «инженерии».

Рассмотрим ряд примеров задач открытого типа для инженерных классов:

*Задача 1* [52]. Администрация города планирует закупить новые однотипные глобусы для школ. Какое количество глобусов возможно приобрести, если их нужно доставить с фабрики железнодорожным грузовым вагоном? (найдите недостающие данные для решения этой задачи в

различных информационных источниках, сформулируйте возможные вопросы к данной задаче и решите ее).

*Задача 2* [52]. В день рождения Совы Винни Пух приготовил ей в подарок горшочек меда. Ему необходимо доставить горшочек к Сове в дупло. Сколько воздушных шариков нужно Винни Пуху, если вес горшочка с медом 50 грамм, а дупло находится на высоте 3 метра?

*Задача 3* [11]. Необходимо просверлить квадратное отверстие. Как это сделать?

*Задача 4* [15]. 1) После топографической съемки получили план местности (схема. 1).

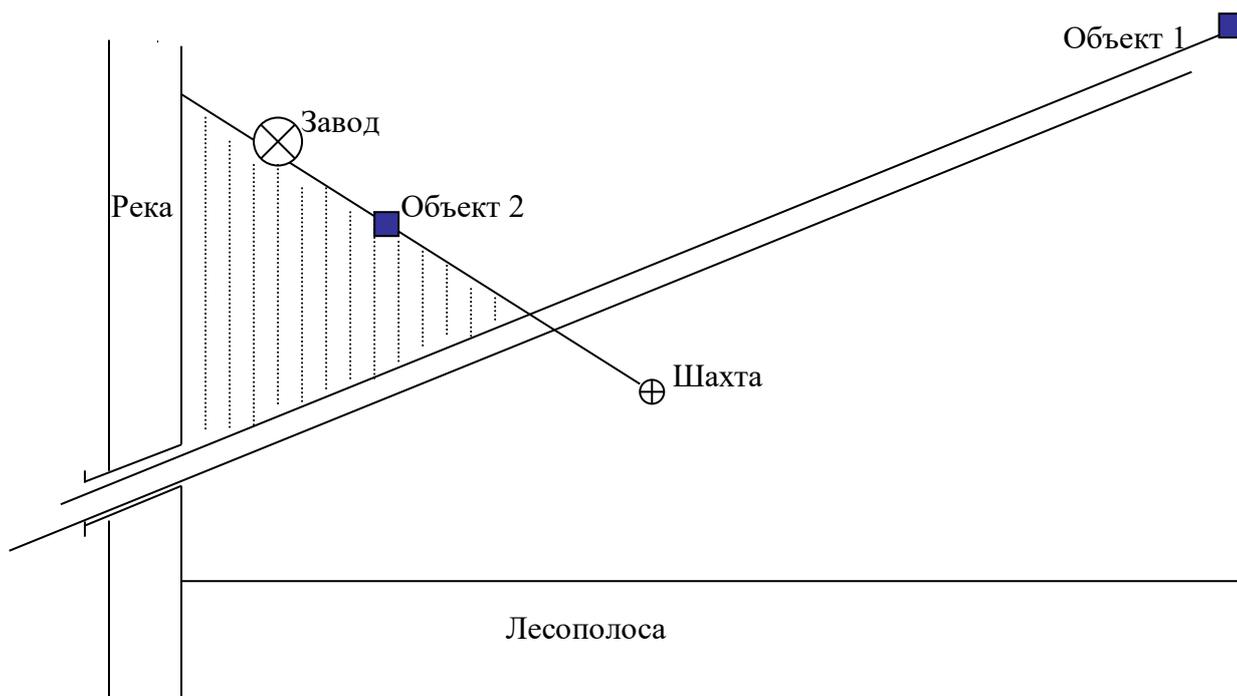


Схема. 1. План местности

Инженерам для проведения работ на определенном участке местности (на плане он заретуширован) необходимо знать а) *угол, под которым узкоколейная дорога, соединяющая завод и шахту, пересекает основной железнодорожный путь (на плане это две параллельные линии), величину угла необходимо указать в градусах;* б) *площадь участка, который на плане*

*заретуширован.* Известно, что расстояние от шахты до лесополосы составляет 300 метров, а до реки – 700 метров. Расстояние от точки пересечения узкоколейной дороги с основной железной дорогой до лесополосы – 380 метров, а до реки – 540 метров; расстояние от лесополосы до точки, где железнодорожное полотно выходит на мост (со стороны шахты) равно 200 метров.

2) По основному железнодорожному пути движется поезд (объект 1) с постоянной скоростью 90 км/ч, со стороны завода к шахте также с постоянной скоростью движется локомотив (объект 2) со скоростью 20 км/ч. В момент времени  $t$  расстояние от объекта 1 до реки составляет 1500 м, а от объекта 2 до реки – 300 м. *а) Определите расстояние между объектами 1 и 2 в момент времени  $t$ ; б) Какой объект должен теоретически первым подойти к точке пересечения железнодорожного полотна с узкоколейной дорогой?*

Открытые задачи дают обучающемуся возможность накапливать собственные знания и умения, а учитель может изменять задание, учитывая уровень развития и подготовленности конкретной группы обучающихся. В открытые задачи можно по необходимости добавлять или редактировать информацию, изменять творческую или интеллектуальную составляющую задания, менять способ получения данных и степень их определённости для того, чтобы стимулировать процесс становления интеллектуально-творческой деятельности. При этом интеллектуальный потенциал задачи позволит ученику проявить свои мыслительные способности по-максимуму, чтобы добиться получения нового результата, а творческий потенциал даст возможность проявить его способности к творчеству [11].

Для измерения и оценки уровня способности обучающегося решать задачи открытого типа нужны соответствующие критерии. Д. Гилфорд выделил несколько показателей творческого мышления, среди которых указаны следующие [9]:

- беглость мыслей (количество идей, появляющихся за единицу времени);
- гибкость мыслей (способность быстро переключаться с одной идеи на другую);
- оригинальность (способность вырабатывать идеи, отличающиеся от общепризнанных взглядов);
- способность к созданию гипотез;
- релевантность (логическая независимость реакции от стимула).

В ходе решения задач открытого типа востребованы не только математические способности обучающихся, но и метапредметные компетенции: критический анализ ситуации; поиск необходимой информации (теоретическая база решения); поиск возможных способов решения – сообразительность, находчивость, креативность. Формирование и развитие таких качеств является приоритетной задачей обучения математике в классах инженерной направленности[15].

Таким образом, при использовании задач открытого типа в процессе математической подготовки обучающихся специализированных классов инженерной направленности необходимо соблюдать ряд дидактических условий:

- соответствие содержания задач открытого типа дидактическим целям и задачам урока;
- систематическое и запланированное включение задач открытого типа в содержание урока математики (как при введении нового материала, так и на стадии отработки полученных знаний и умений);
- наличие методического сопровождения (методические рекомендации и указания; ресурсы – дополнительная и справочная информация и т.п.).

## Глава 2. Методическое обеспечение уроков математики в инженерных классах

### 2.1. Комплекс математических задач открытого типа для обучающихся 7 класса инженерной направленности

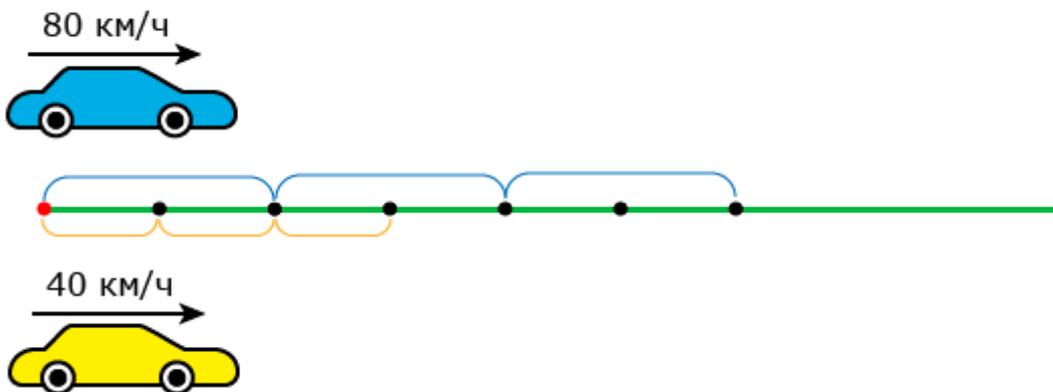
Задачи открытого типа распределены по темам школьного курса алгебры и геометрии 7 класса.

*Тема «Повторение школьного курса математики 6 класса»*

*Задача 1.* Два автомобиля выехали из одного пункта с разной скоростью. Какое расстояние будет между ними через 4 часа? Какие варианты возможны?

*Методические рекомендации и комментарии по решению задачи 1.* Обсудить и схематически изобразить возможные варианты движения автомобилей, их скорость и время начала движения одного из них относительно другого:

- 1) Выехали одновременно в одном направлении (рис. 1).



*Рис. 1. Первый вариант схемы движения к условию задачи 1*

- 2) Выехали с разницей по времени в одном направлении.
- 3) Выехали одновременно в разных направлениях (рис. 2).

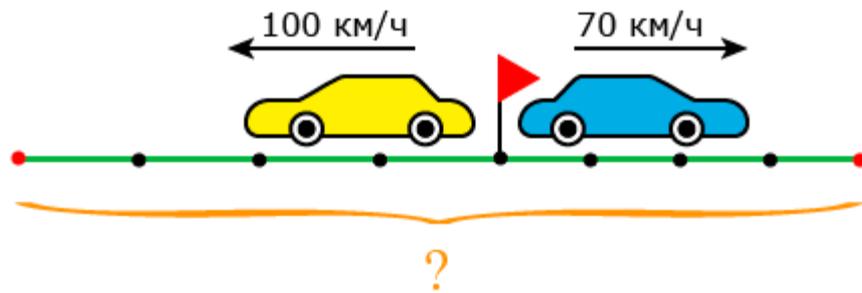


Рис. 2. Третий вариант схемы движения к условию задачи 1

4) Выехали с разницей по времени в разных направлениях.

*Задача 2.* Два автомобиля выехали из одного пункта с разной скоростью. Уточните условие задачи, сформулируйте вопрос и решите её.

*Методические рекомендации по решению задачи 2.* Возможные варианты для уточнения формулировки задачи:

- 1) Чему равна скорость удаления между автомобилями?
- 2) Какое расстояние будет между автомобилями через 3 часа?
- 3) Через сколько часов расстояние между ними будет 700 км?

*Задача 3.* Рассмотрите внимательно рисунок и составьте задачу для своего одноклассника.

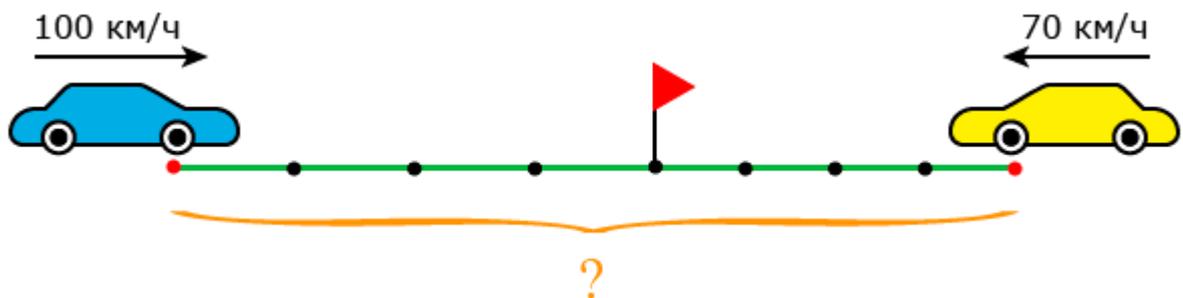


Рис. 3. Рисунок к задаче 3

*Методические рекомендации по решению задачи 3.* Возможный вариант формулировки задачи: Два автомобиля выехали одновременно из двух населённых пунктов и встретились через 4 часа. Первый автомобиль ехал со скоростью 100 км/ч, а второй — со скоростью 70 км/ч. На каком расстоянии друг от друга находятся населённые пункты?

*Задача 4. [22]Фабрика сшила 4300 пар сапог, более половины из них на натуральном меху. Какая часть всех сапог может быть на натуральном меху?*

*Методические рекомендации и комментарии по решению задачи 4.* На начальном этапе учащиеся путем перебора предлагают дроби:

$3/4; 85/86; 169/172 \dots$

Затем возможно прийти к более обобщенным вариантам ответов, например:

- все десятичные дроби вида  $N > 0,5$  (имеющие не более двух знаков после запятой);
- все обыкновенный дроби со знаменателем 43, где числитель  $> 21$ .

*Тема «Линейное уравнение с одной переменной»*

*Задача 5.* Для варенья из вишни на 2 части ягод берут 3 части сахара. Какого продукта взято в избытке, если у вас есть 3кг. 600г сахара и 2кг 300г. вишни? Сформулируйте другие вопросы к данной задаче.

*Методические рекомендации и комментарии по решению задачи 5.*

Пусть  $x$  гр. – одна часть, тогда вишни  $2x$  грамм, а сахара  $3x$  грамм.

Если  $2300:2=1150$  гр. одна часть, значит сахара нужно  $3*1150=3450$  грамм

Ответ: Избыток сахара составляет 150 грамм.

Возможные варианты формулировок вопроса:

Какого продукта взято в недостатке?

Пусть  $x$  гр. – одна часть, тогда вишни  $2x$  грамм, а сахара  $3x$  грамм.

Если  $3600:3=1200$  гр. одна часть, значит вишни нужно  $2*1200=2400$  грамм

Ответ: Недостаток вишни составляет 100 грамм.

Возможные варианты формулировок вопроса:

Какой вариант приготовления варенья выгоднее для хозяйки?

Сколько нужно покупать вишни и сахара, чтобы не было остатков продуктов у хозяйки?

*Задача 6.*

6.1. Магазин «Флорист» планирует закупить гвоздики и розы, чтобы составить одинаковое количество букетов. Букеты состояются из роз (по 3 цветка в букете) или из гвоздик (по 5 цветков в букете). Сколько цветов нужно закупать, чтоб не было остатков? Возможны ли при этом другие варианты составления букетов?

6.2. Магазин «Флорист» планирует закупить одинаковое количество гвоздик и роз. Букеты состояются из роз (по 3 цветка в букете) или из гвоздик (по 5 цветков в букете). Сколько цветов нужно закупать, чтоб не было остатков? Возможны ли при этом другие варианты составления букетов?

*Методические рекомендации и комментарии по решению задачи 6.*

Возможные варианты:

6.1. Пусть  $x$ -количество букетов, тогда цветов нужно закупать

$$3x+5x=8x \text{ кратно } 8.$$

Если нужно 11 букетов, то получаем  $3*11=33$  розы и  $5*11=55$  гвоздик, при этом возможны другие варианты составления букетов.

6.2. Пусть  $x$  количество роз и  $x$  количество гвоздик, тогда цветов каждого вида нужно закупать кратно 15.

$15x$  цветов каждого вида, например, 225 роз и 225 гвоздик, при этом возможны другие варианты составления букетов.

*Тема «Решение задач с помощью уравнений»*

*Задача 7 [46].* Перевозя за день 8 т груза вместо 6т, водитель выполнил задание на 2 дня раньше, чем планировал. Составьте вопрос к данной задаче и решите её.

*Методические рекомендации и комментарии по решению задачи 7.*

Возможные варианты вопроса:

За сколько дней водитель планировал первоначально перевезти весь груз?

За сколько дней водитель фактически перевез весь груз?

Сколько т груза необходимо перевезти водителю?

Пусть  $x$  – количество дней, за которое планировалось первоначально перевезти весь груз, тогда  $6x$  т груза всего нужно перевезти, значит должно выполняться следующее условие:

$$8(x-2) = 6x,$$

$$8x - 16 = 6x,$$

$$8x - 6x = 16,$$

$$2x = 16,$$

$$x = 8.$$

Следовательно, за 8 дней водитель планировал первоначально перевезти весь груз.

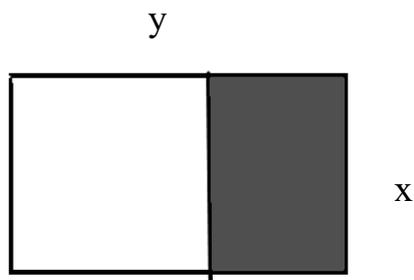
За 6 дней водитель фактически перевез весь груз.

48 т груза необходимо перевезти водителю.

*Задача 8.* На сколько нужно уменьшить длину прямоугольника, чтобы получить квадрат, площадь которого меньше площади прямоугольника на  $12 \text{ см}^2$ . Найдите сторону квадрата? Укажите все возможные варианты.

*Методические рекомендации и комментарии по решению задачи 8.*

Возможные варианты:



*Рис. 4. Рисунок к задаче 8*

Пусть  $y$ -длина данного прямоугольника, а  $x$ -ширина (рис.4.)

Тогда его площадь  $S = y \cdot x$ , площадь искомого квадрата  $S = x \cdot x = x^2$ .

Получаем уравнение:

$$y \cdot x - x^2 = 12,$$

$$x \cdot (y - x) = 12.$$

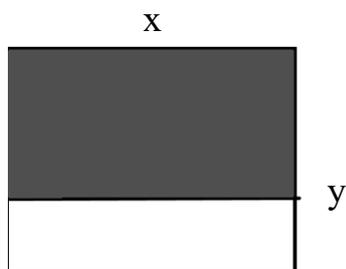
Если  $x = 4$ , то  $y - x = 3$ , значит  $y - 4 = 3$  и  $y = 7$ .

Тогда площадь прямоугольника  $S=y \cdot x=7 \cdot 4=28$ , площадь искомого квадрата  $S=x^2=4^2=16$ . Значит, длину прямоугольника нужно уменьшить на выражение  $(y-x)$ .

*Задача 9.* На сколько нужно увеличить ширину прямоугольника, чтобы получить квадрат, площадь которого больше площади прямоугольника на 40 см<sup>2</sup>. Найди сторону квадрата? Найди все возможные варианты.

*Методические рекомендации и комментарии по решению задачи 9.*

Возможные варианты:



*Рис. 5. Рисунок к задаче 9*

Пусть  $x$ -длина данного прямоугольника, а  $y$ -ширина (рис.5.)

Тогда его площадь  $S=y \cdot x$ , площадь искомого квадрата  $S=x \cdot x=x^2$ .

Получаем уравнение:

$$x^2-x \cdot y=40,$$

$$x \cdot (x-y)=40.$$

Если  $x=8$ , то  $x-y=5$ , значит  $8-y=5$  и  $y=3$ .

Тогда площадь прямоугольника  $S=y \cdot x=3 \cdot 8=24$ , площадь искомого квадрата  $S=x^2=8^2=64$ .

Значит, ширину прямоугольника нужно увеличить на выражение  $(x-y)$ .

*Тема «Разность квадратов двух выражений. Квадрат суммы и разности двух выражений.»*

*Задача 10* [26]. Внимательно посмотри на данные выражения, сформулируй задание и выполни его.

$$\begin{aligned}
 (* + *)^2 &= * + 70b^3c + 49c^2; \\
 (* - *)^2 &= 81x^2 - * + 100x^4y^6; \\
 (* + *)^2 &= * + 70x^3y^2 + *; \\
 (* - *)^2 &= * - 48c^5d^3 + *.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (* - 15a)(* + *) &= 4c^2 - *; \\
 (* + *)(* - 11c) &= 81a^2 - *; \\
 \left(* - \frac{3}{4}x^3\right)(* + *) &= 0,25y^4 - *; \\
 (* - *)(* + 0,4n^2) &= 100m^6 - *.
 \end{aligned}$$

Возможный вариант: замени символы \* такими одночленами, чтобы выполнялось равенство.

### Тема «Линейная функция, ее свойства и график»

**Задача 11** [51]. Петя отдыхает в детском летнем лагере. В один из дней для ребят был организован квест: ребята должны пройти по маршруту и посетить несколько объектов, которые находятся в пешей доступности от лагеря. Обычно в квесте даются некоторые описания - ориентиры, по которым происходит передвижение участников и выполнение различных заданий.

Команда Пети получила график движения по маршруту (рис.6.), на котором по оси Ох отмечено время движения (в часах), по оси Оу – расстояние от лагеря (в км). Время начала квеста – 9:00

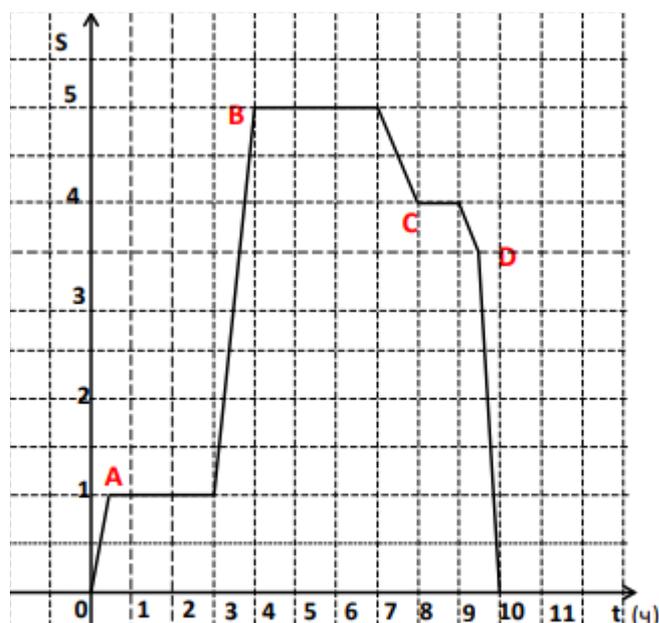


Рис.6. Рисунок к задаче 11

1. В таблице ребятам даны названия объектов, расположенных вокруг лагеря, и расстояния от лагеря до этих объектов. Им надо определить, какие из этих объектов соответствуют пунктам на данном им графике.

Установите соответствие между пунктами на графике и объектами для посещения.

Название объекта	Расстояние от лагеря до объекта (в км)
Библиотека	4
Автовокзал	3,5
Детский клуб	1
Кинотеатр	5
Детский парк	12

2. Ребята вышли из лагеря в 9 часов утра. Чтобы пройти маршрут, ребята должны определить все расстояния между пунктами, время прибытия в каждый пункт и время убытия. Ответьте на вопросы 1-5, представленные в таблице. Попробуйте добавить вопросы к данной задаче.

Номер вопроса	Вопрос	Ответ
1	Сколько времени (в часах) ребята будут отсутствовать в лагере согласно графику движения?	_____ ч
2	Сколько времени (в часах) они должны пробыть в пункте А?	_____ ч
3	Чему равно расстояние (в км) от пункта А до пункта В?	_____ км
4	За какое время (в часах) они должны дойти из пункта А в пункт В?	_____ ч
5	В какое время они должны прибыть в пункт С? Запишите ответ так: часы : минуты	_____ : _____

3. Успеют ли ребята дойти из пункта С в пункт D вовремя, если будут идти со скоростью 2 шага в секунду?

*Методические рекомендации и комментарии по решению задачи 11*

Данная задача нацелена на формирование математической грамотности школьников.

Задание 1 тренирует умение читать график движения (зависимости расстояния до начала движения от времени движения).

Верный ответ:

### Пункты на карте

<b>A</b>
<b>B</b>
<b>C</b>
<b>D</b>

### Поля для объектов

Детский клуб
Кинотеатр
Библиотека
Автовокзал

Задание 2 отрабатывает навык читать график зависимости, проводить простейшие вычисления, используя данные графика.

Верный ответ: 1) 10 ч; 2) 2,5 ч; 3) 4 км; 4) 1 ч; 5) 17:00.

Задание 3 формирует умение читать график движения, использовать зависимость «скорость-время-расстояние» для вычисления времени движения, переводить одни единицы измерения скорости в другие

Возможное обоснование: Проверим, хватит ли времени ребятам. Для этого используем справочную информацию или опытным путем определяем, что средняя длина шага подростка 14 лет – 70 см.: 1) 2 шага/с = 1,4 м/с = 84 м/мин; 2)  $500 : 84 = 5,952 \approx 6$  (мин), что меньше 30 минут. Комментарий: время движения по графику должно содержаться в решении в явном виде (30 минут или 0,5 ч).

*Задача 12* [53]. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают (рис.7).

### *Методические рекомендации и комментарии по решению задачи 12*

Данная задача формирует понимание у школьников между коэффициентами линейного уравнения и графиком линейной функции.

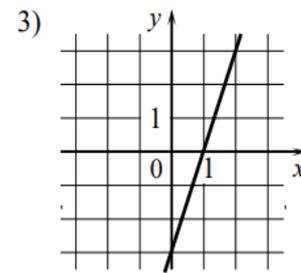
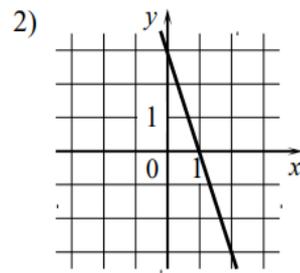
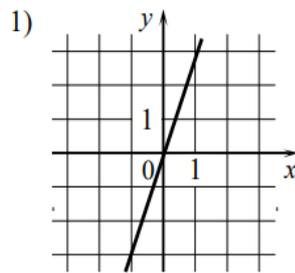
ФОРМУЛЫ

А)  $y = -3x + 3$

Б)  $y = 3x$

В)  $y = 3x - 3$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

Рис. 7. Рисунок к задаче 12

Тема «Системы уравнений с двумя переменными. Графический метод решения систем линейных уравнений с двумя переменными»

Задача 13 (кейс-задача). На территории парка развлечений и отдыха (рис. 8) решили спроектировать детскую железную дорогу наибольшей протяженности и велодорожку наибольшей длины, перемещение по которым осуществляется согласно уравнению  $y = kx + b$ . Найдите координаты светофора. Составьте математическую модель задачи. Начертите план-схему, в котором предусмотрены условия для безопасного одновременного перемещения поезда и движения велосипедистов. При необходимости используйте правила дорожного движения. Добавлять в схему новые объекты (прокладывать туннели, мосты т.д.) не предполагается по бизнес-плану проекта.

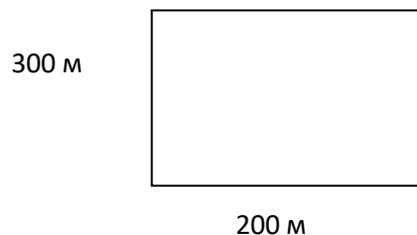


Рис. 8. Территория парка



Предложите несколько задач по данным рисунка.

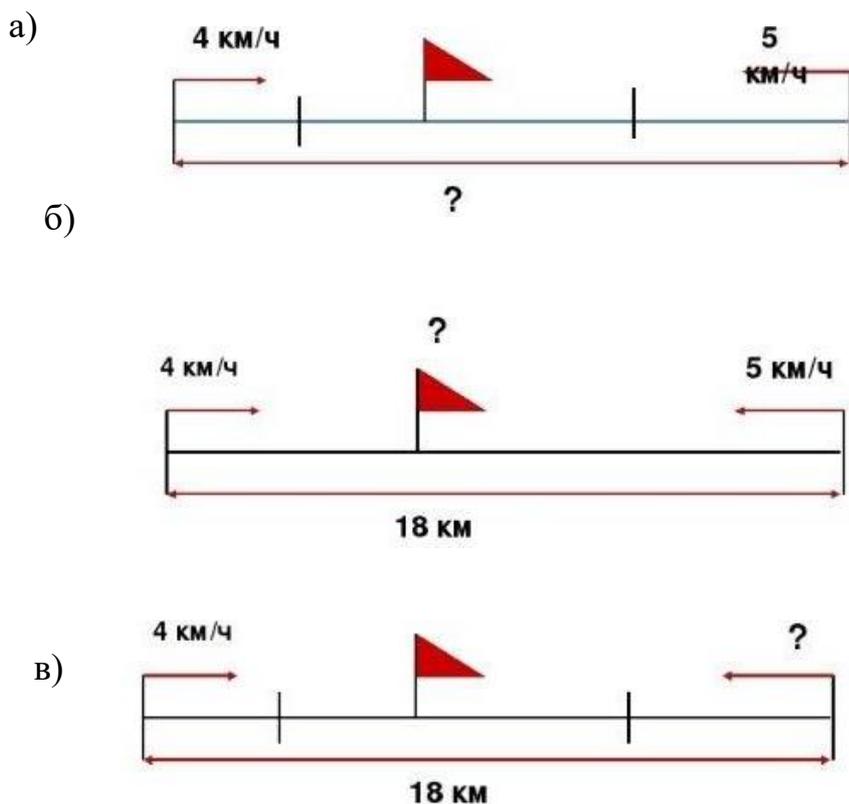


Рис. 10

Тема «Отрезок и его длина»

Задача 19 [45].

А.) Сравните длины отрезков, изображенных на рис. 11. Сделайте вывод.

Б) Отложите от точки С отрезок, равный АВ. Можно ли это сделать. Сколько вариантов можно предложить?

В) От точки А отложите отрезок, равный СЕ. Можно ли это сделать?

Г) На каждом отрезке отметьте его середину. Сравните половину отрезка СЕ и отрезок АВ. Сделайте вывод.

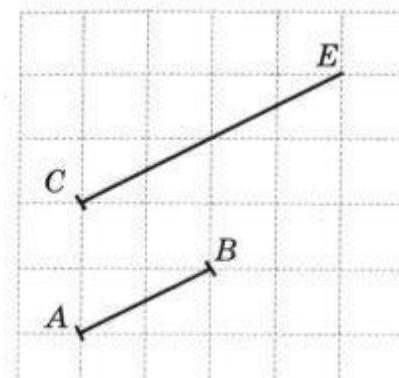


Рис. 11

Задача 20. [1] Расположите номера длин отрезков, изображенных на рис. 12 в порядке возрастания.

А) Придумайте и задайте вопросы своему однокласснику. Какие

выводы можно сделать по итогам решения задачи?

Б) Изобразите отрезок, равный сумме отрезков №4 и №5. Найдите его середину. Чему равна длина этого отрезка? Чему равна длины половины этого отрезка?

В) Изобразите отрезок, длина которого равна разности отрезков №6 и №5. Вычислите длину этого отрезка.

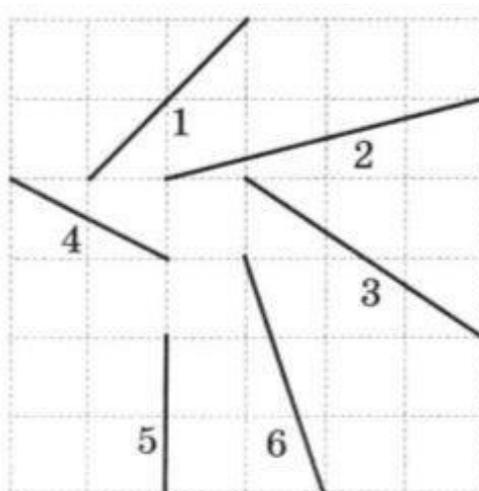


Рис. 12

*Задача 21* [46]. Точки А, В и С лежат на одной прямой. Известно, что  $AB = 12$  см,  $BC = 13,5$  см. Какой может быть длина отрезка АС?

*Методические рекомендации и комментарии по решению задачи 21.* Для однозначного решения задачи не хватает данных. Не сказано, в каком порядке расположены точки на прямой., в зависимости от расположения точек, учащиеся смогут найти три разные задачи.

*Задача 22.* На карте показан путь Тани от дома до школы (рис. 13). Таня измерила длину каждого участка и подписала его. Используя рисунок, задайте масштаб и определите длину пути (в м)?

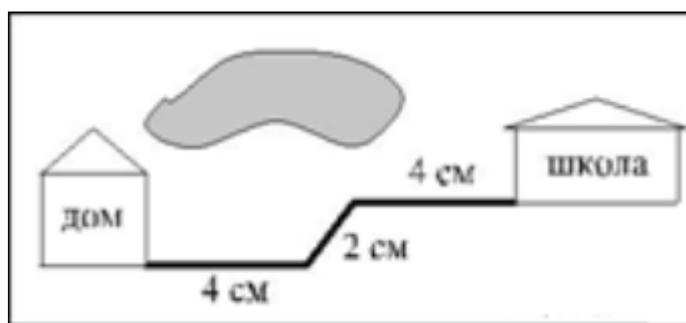


Рис. 13

*Задача 23.* Парк имеет форму квадрата со стороной 800 м. По границе парка пролегает пешеходная дорожка (рис.14). Ответьте на вопросы:

1. Какой путь пройдет пешеход, который вошел в парк в некоторой точке дорожки и обошел по ней вокруг всего парка? Ответ дайте в метрах.
2. Изобразите на рисунке путь другого пешехода который вошел в

парк в точке А и пошел по дорожке против часовой стрелке, пройдя при этом 2км800м.

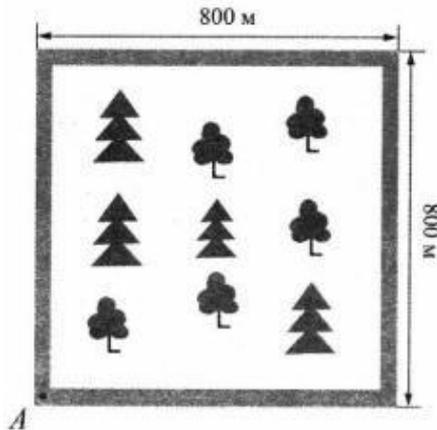


Рис. 14

*Тема «Луч. Угол. Измерение углов»*

*Задача 24.* Какие углы могут образовывать часовая и минутная стрелка в течение суток? Укажите такое время, чтобы угол между часовой и минутной стрелкой был прямым. Сколько существует вариантов ответа?

*Тема «Решение задач. Систематизация учебного материала»*

*Задача 25.* Периметр участка треугольной формы равен 54 м. Одна его сторона равна 20 м, другая на 5 м больше первой. Какие вопросы можно сформулировать к данному условию?

*Задача 26.* Определите, сколько необходимо закупить пленки для гидроизоляции садовой дорожки, изображенной на рисунке 15, если её ширина везде одинакова. Найдите периметр прямоугольного участка земли, площадь которого равна  $800 \text{ м}^2$  и одна сторона в 2 раза больше другой. Ответ дайте в метрах.

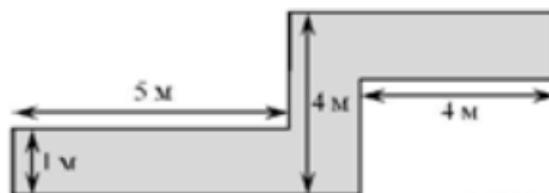


Рис. 15

*Задача 27.* Сколько досок длиной 3,5 м, шириной 20 см и толщиной 20 мм выйдет из четырехугольной балки длиной 105 дм, имеющей в сечении прямоугольник размером 30 см 40 см?

*Задача 28.* Дизайнер Павел получил заказ на декорирование чемодана цветной бумагой. По рисунку 16 определите, сколько бумаги (в  $\text{см}^2$ ) необходимо закупить Павлу, чтобы оклеить всю внешнюю поверхность чемодана, если каждую грань он будет обклеивать отдельно (без загибов).

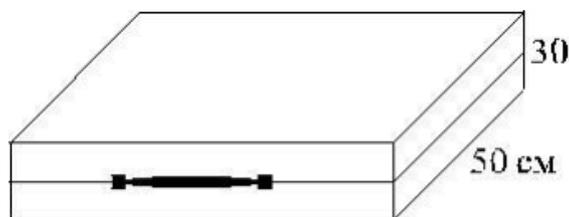


Рис. 16

*Тема «Равнобедренный треугольник и его свойства»*

*Задача 29.* В равнобедренном треугольнике боковая сторона меньше основания. Периметр его 31 см. Какова величина сторон треугольника?

*Тема «Признаки параллельных прямых»*

*Задача 30* [11]. Жил был мальчик – соломинка (рис. 17). Стал он подрастать и вопросы себе задавать:

1) Параллельны ли моя ножка  $KM$  и ручка  $AB$ ?

2) А ножка  $KM$  и ручка  $CF$ ?

3) Может ли ножка  $KN$  быть параллельна ручке  $AC$ ? Если может, то при каком условии? На что вы опирались в данном обосновании?

4) Может ли ножка  $KN$  быть параллельна ручке  $BD$ ? Если да, то при каком условии?

5) Сколько всего пар параллельных между собой прямых может быть на рисунке 17?

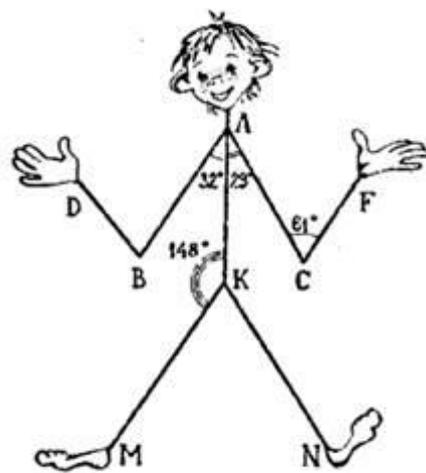


Рис. 17

Помогите ответить мальчику – соломинке на его вопросы и обоснуйте их. Какие еще вопросы можно задать по рисунку 17?

*Методические рекомендации и комментарии по решению задачи 30.*  
Эту задачу-сказку можно предложить решить обучающимся после изучения признаков параллельности двух прямых.

Ответы и их обоснование:

1) Да, параллельны, так как сумма односторонних углов при прямых АВ и КМ и секущей АК равна  $180^\circ$ .

2) Да, так как  $\angle BAC = \angle FCA = 61^\circ$ . Это накрест лежащие углы при прямых АВ и CF и секущей AC. Следовательно,  $AB \parallel CF$ .  $AB \parallel KM$ , так как  $\angle BAK + \angle AKM = 180^\circ$ , а это односторонние углы при прямых АВ и КМ и секущей АК. Тогда  $CF \parallel KM$ .

3) KN может быть параллельна AC при условии, что  $\angle AKN = 151^\circ$ .  
Далее необходимо воспользоваться третьим признаком параллельности прямых, использующим односторонние углы.

4) Может. Например, если  $\angle ABD = 61^\circ$ , а  $\angle AKN = 148^\circ$ . 5)  $AB \parallel KM$ ,  
 $AB \parallel CF$ ,  $KM \parallel CF$ ,  $AC \parallel KN$  (если  $\angle AKN = 151^\circ$ ),  $DB \parallel AC$  (если  $\angle DBA = 61^\circ$ ),  $DB \parallel KN$  (если  $\angle AKN = 151^\circ$ ,  $\angle DBA = 61^\circ$ ).

#### *Тема «Свойства параллельных прямых»*

*Задача 31* [13]. Провели три прямые и измерили несколько углов. Получились углы  $20^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $80^\circ$  и  $140^\circ$ . Могло ли так быть?

*Методические рекомендации и комментарии по решению задачи 28.*  
Данная задача предлагается после изучения признаков и свойств параллельных прямых и аксиомы параллельных прямых. В решении возможны три случая:

1) Три прямые параллельны (рис. 18). Этот случай не подходит к условию задачи, так как не образуется углов между прямыми.

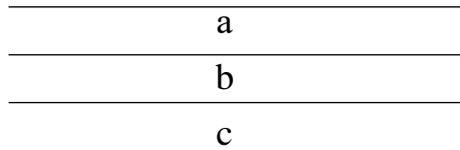


Рис. 18

2) Две прямые параллельны, третья – секущая (рис. 19). Поскольку прямые параллельны, то накрест лежащие углы равны и соответственные углы равны. Можно принять  $\angle 1 = 140^\circ$  (так как угол тупой). Тогда  $\angle 4 = \angle 5 = \angle 8 = 140^\circ$ .  $\angle 2 = 40^\circ$  (как смежный с  $\angle 1$ ). Но такого значения угла у нас нет. Следовательно, таких углов получиться не могло.

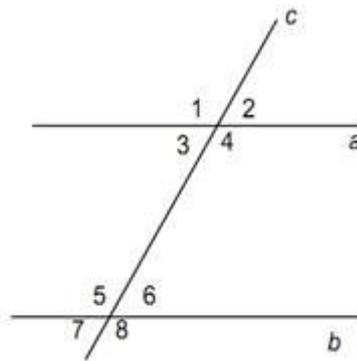


Рис. 19

3) Нет ни одной пары параллельных прямых (рис. 20). Можно принять  $\angle 1 = 140^\circ$  (так как угол тупой), тогда  $\angle 2 = 40^\circ$  (как смежный с  $\angle 1$ ). Но такого значения угла у нас нет. А можно рассуждать по – другому. Три пересекающиеся прямые образуют треугольник. Никакие три из углов  $20^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $80^\circ$  и  $140^\circ$  в сумме не дают 1800. Следовательно, таких углов получиться не могло.

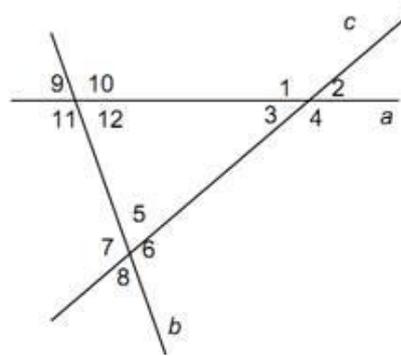


Рис. 20

Тема «Сумма углов треугольника»

Задача 32. Вырежете из бумаги два одинаковых равнобедренных треугольника и докажите с их помощью теорему о сумме углов треугольника.

Методические рекомендации и комментарии по решению задачи 32.

Ход практической работы:

1. Вырезать из бумаги два одинаковых треугольника №1 и №2.
2. Обозначить углы треугольника 1, 2, 3
3. Совместить сторону треугольника №1 с прямой а.
4. Разрезать треугольник №2 по пунктирным линиям.
5. На прямой а отметить точку S и совместить все углы указанным на рис 21.
6. Убедиться, что углы 1, 2, 3 вместе оставили развернутый угол, т.е. сумма углов любого треугольника равна  $180^{\circ}$ .

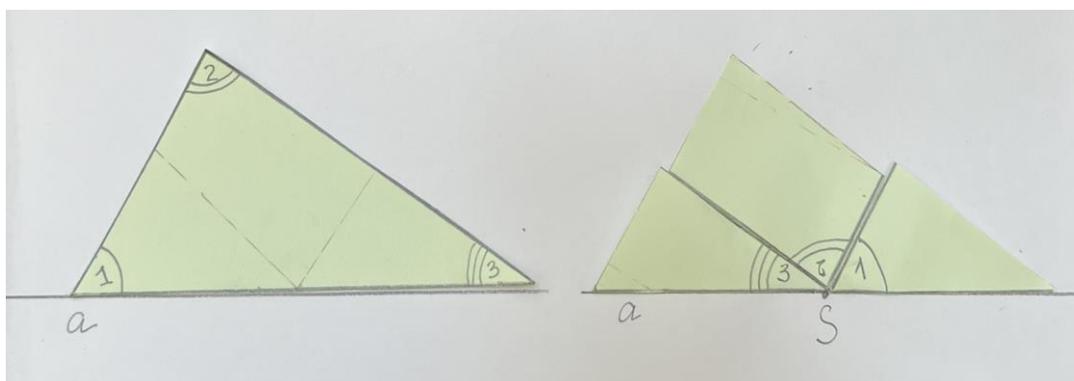
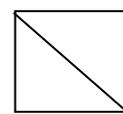


Рис. 21

*Тема «Прямоугольные треугольники»*

*Задача 33.* Известно, что треугольники ABC и ADC прямоугольные и равнобедренные. Следует ли из этого, что  $AC = AD$ ?

*Методические рекомендации и комментарии по решению задачи 33.* В этом случае ответ может быть как утвердительным, так и отрицательным в зависимости от расположения треугольников относительно друг друга (рис. 22).



*Рис. 22*

*Тема «Свойства прямоугольного треугольника»*

*Задача 34 [51].* Строительная ферма – это стержневая конструкция, служащая в основном для перекрытия больших пролётов, например, при возведении мостов, промышленных зданий, спортивных сооружений, а также для строительства небольших лёгких павильонов и сценических конструкций. Жёсткость конструкции обеспечивают составляющие её треугольники (рис 23).



*Рис.23*

1. Рассмотрите чертёж и укажите величины всех углов, обозначенных цифрами 1, 2 и 3 (рис.24).

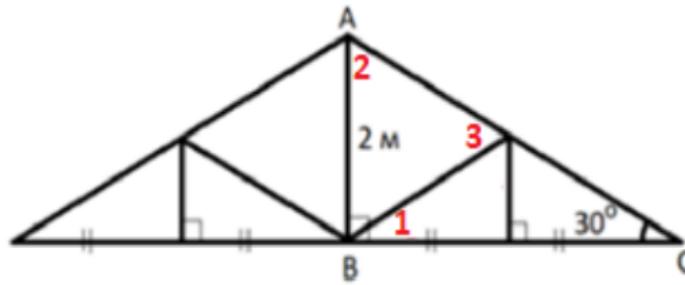


Рис.24

Угол 1 \_\_\_\_\_ ° Угол 2 \_\_\_\_\_ ° Угол 3 \_\_\_\_\_ °

2. Из-за обнаруженных дефектов необходимо заменить балку AC. Измерить её непосредственно невозможно. Но известно, что угол наклона балки AC с горизонтальной балкой BC равен  $30^\circ$ , а высота вертикальной балки AB равна 2 м. Определите длину балки AC по этим данным. Запишите ответ и приведите соответствующее решение

*Методические рекомендации и комментарии по решению задачи 34.*

Данная задача нацелена на формирование математической грамотности школьников.

В задании 1 применяются свойства треугольника: зависимость между сторонами и углами, между сторонами

Ответ: Угол 1 –  $30^\circ$ , Угол 2 –  $60^\circ$ , Угол 3 –  $60^\circ$ .

В задании 2 отрабатываются свойства треугольника: зависимость между сторонами и углами, между сторонами.

Ответ: 4 м. Пример возможного обоснования: Треугольник ABC – прямоугольный, AC – гипотенуза; катет AB лежит против угла в  $30^\circ$  и равен половине гипотенузы. Следовательно,  $AC = 2AB$ ;  $AC = 4$  м.

*Тема «Геометрическое место точек. Окружность и круг»*

Задача 35 [41]. На рисунке 25 изображены окружности с центрами в точках A и B. Радиус самой маленькой окружности 1 см, следующей – 2 см, затем – 3 см и т.д. Фрезерный станок запрограммирован на перемещение фрезы по указанным окружностям. Фреза ползет из точки A и

должна побывать в точке В и в точке С.

1. Нарисуйте самый короткий путь фрезы.
2. Найдите его длину.

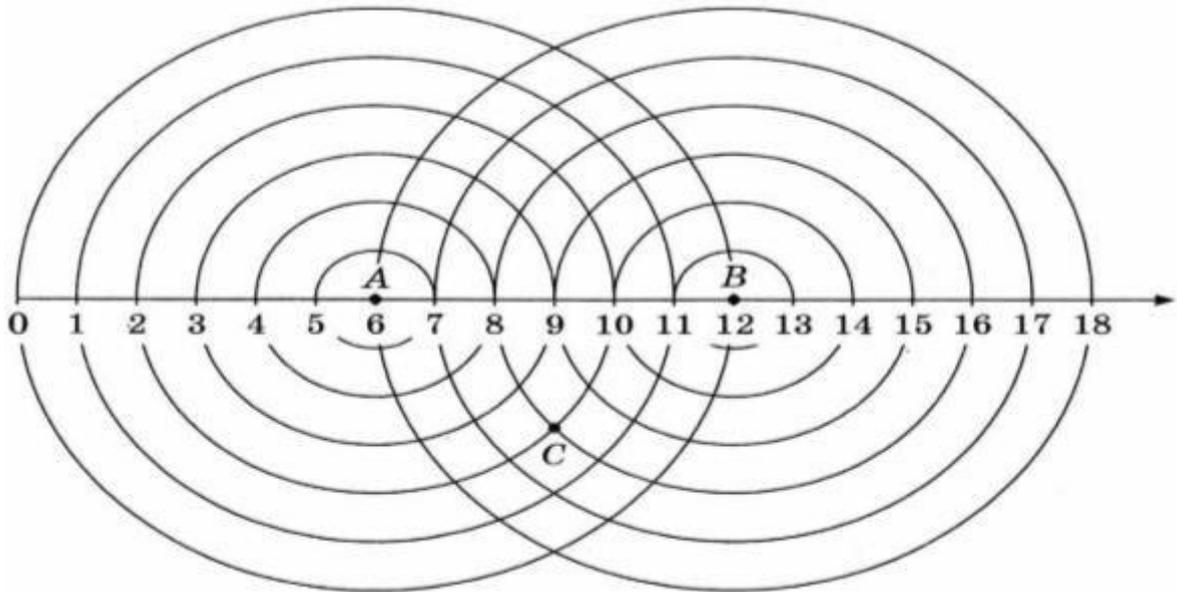


Рис. 25

**Задача 36.** Даны две окружности, радиус одной из них 3 см, расстояние между их центрами 10 см. Пересекаются ли эти окружности?

*Тема «Повторение. Решение задач»*

**Задача 37.** Ответьте на вопросы по рис. 26:

- 1) Сколько ребер, граней и вершин у прямоугольного параллелепипеда?
- 2) Найдите на рисунке равные ребра и равные грани параллелепипеда.

Назовите их.

- 3) С помощью модели прямоугольного параллелепипеда найдите длину ломаной линии  $A_1B_1BCDD_1$ , если  $AB=4$  см,  $AD=8$  см,  $AA_1=5$  см.

Пересекаются ли отрезки  $BC$  и  $DD_1$ ?

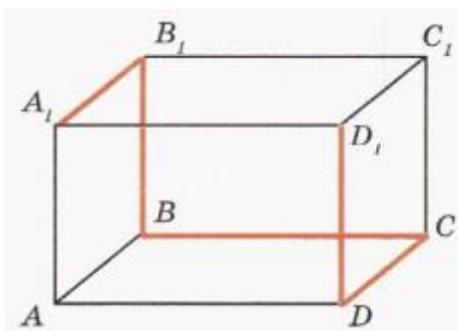


Рис. 26

Тема «Повторение. Решение задач»

Задача 38. Среди фигур, расположенных справа на рис. 27, найдите «лишнюю» фигуру. Составьте фигуры А, В и С из пяти четырех клеточных фигур, расположенных справа на рис. 19. Решение нарисуйте в тетради, раскрасив фигуры цветными карандашами.

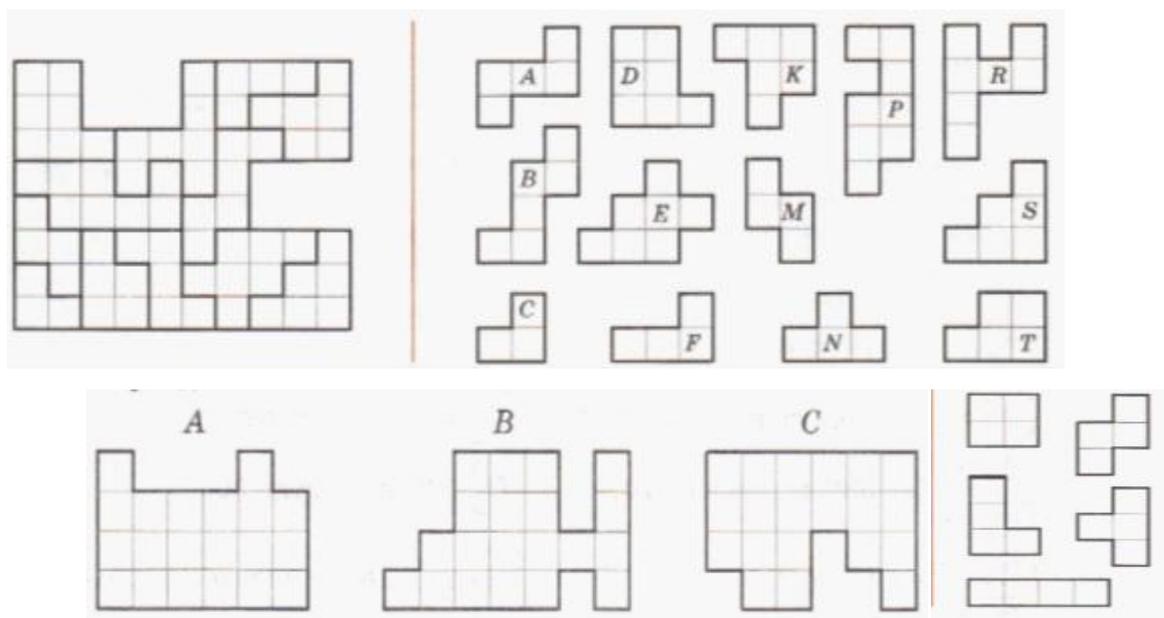


Рис. 27

Задача 39. Перерисуйте фигуры А и В (см. рис. 28) в тетрадь и разбейте их на части, из которых составлен прямоугольник:

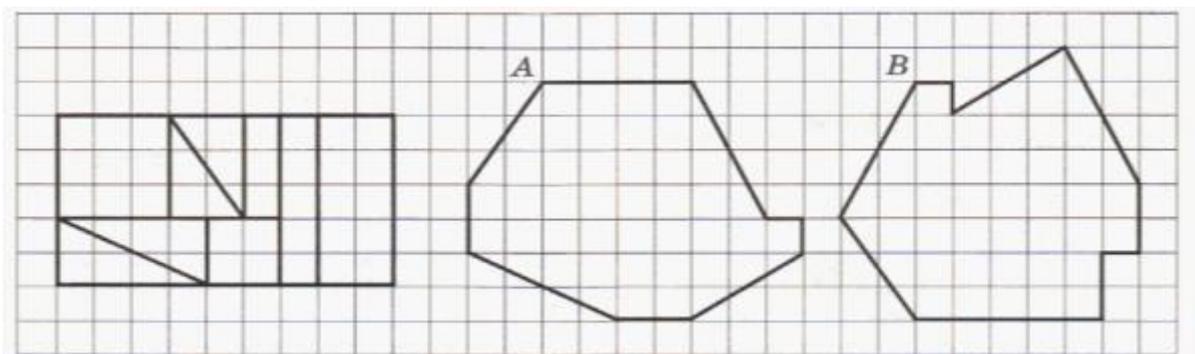


Рис. 28

**Задача 40.** Все шесть граней куба квадраты. Подумайте, какие из фигур, изображенных на рисунке 29, являются развертками поверхности этого куба.

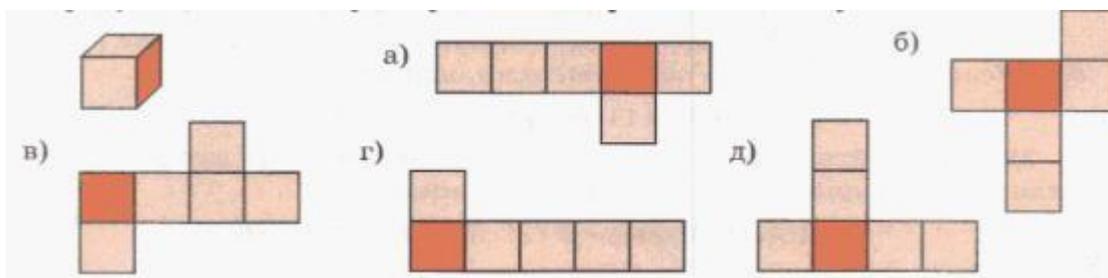


Рис. 29

**Задача 41.** План города представлен на рис. 30. Длина и ширина каждого квартала от перекрестка до перекрестка равна 300 м (например,  $AB=300$  м). Жанне нужно пройти по улицам: от перекрестка улиц Пушкина и Садовой до перекрестка улиц Весенняя и Энтузиастов.

1. Изобразите на рисунке какие-нибудь два возможных маршрута Жанны: один- самый короткий, а другой- не самый короткий, который длиннее 4 км.
2. Изобразите третий путь Жанны, который имеет такую же длину, как и второй.
3. Найдите длину третьего пути. Рассмотрите в паре другие возможные варианты.
4. Какую длину имеет самый короткий путь?



Рис. 30

**Задача 42.** На плане одного из кварталов города (рис. 31) изображены строения, каждое из которых имеет форму прямоугольника со сторонами 50 м и 130 м. Ширина всех улиц в этом квартале равна 30 м.

1. Найдите длину пути от точки А до точки В.
2. Изобразите на плане маршрут, который начинается и заканчивается в точке С и имеет длину не больше 2 км и не меньше 1000 м.

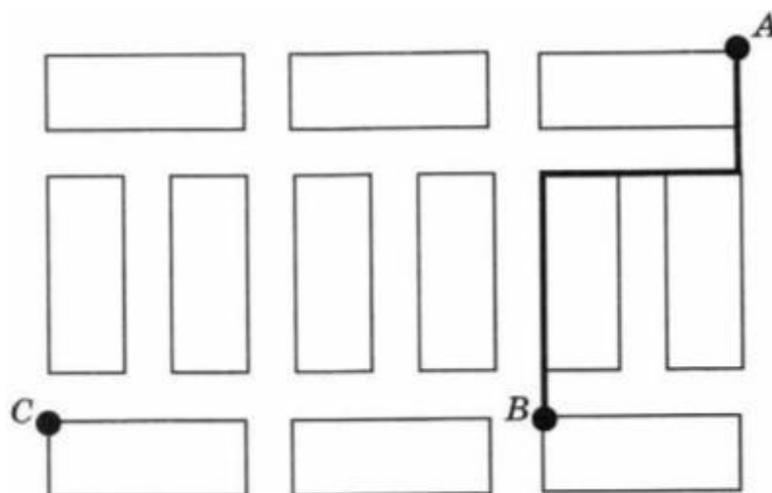


Рис. 31

Задачи открытого типа систематизированы и распределены по темам школьного курса математики в соответствии с учебно-тематическим планированием уроков математики 7 класса (см. таблица 1, таблица 2) [24,25,26].

Таблица 1. Учебно-тематическое планирование уроков алгебры 7 класса

№	Тема урока	Число учебных часов	№ прототипов задач открытого типа
1	Повторение	2	1,2,3,4
2	Введение в алгебру	3	
3	Стартовая контрольная работа	1	
4	Линейное уравнение с одной переменной	5	5,6
5	Решение задач с помощью уравнений	5	7,8,9
6	Контрольная работа №1	1	
7	Тождественно равные выражения. Тождества	2	
8	Степень с натуральным показателем	3	
9	Свойства степени с натуральным показателем	3	
10	Одночлены	2	
11	Многочлены	1	
12	Сложение и вычитание многочленов	3	
13.	Контрольная работа №2	1	
14	Умножение одночлена на многочлен	4	
15	Умножение многочлена на многочлен	4	
16	Разложение многочленов на множители. Вынесение общего множителя за скобки	3	
17	Разложение многочленов на множители Метод группировки	3	
18.	Контрольная работа №3	1	
19	Произведение разности и суммы двух выражений	3	
20	Разность квадратов двух выражений	2	
21	Квадрат суммы и разности двух выражений	4	10
22	Преобразование многочлена в квадрат суммы или разности двух выражений	3	
23.	Контрольная работа №4	1	
24	Сумма и разность кубов двух выражений	2	
25	Применение различных способов разложения многочлена на множители	5	
26.	Контрольная работа №5	1	
27	Связь между величинами. Функция	2	
28	Способы задания функции	2	
29	График функции	2	11
30	Линейная функция, ее свойства и график	6	12

31.	Контрольная работа №6	1	
32	Уравнения с двумя переменными	2	
33	Линейное уравнение с двумя переменными и его график	3	
34	Системы уравнений с двумя переменными. Графический метод решения систем линейных уравнений с двумя переменными	3	13
35	Решение систем линейных уравнений методом подстановки	2	
36	Решение систем линейных уравнений методом сложения	3	
37	Решение задач с помощью систем линейных уравнений	5	14
38.	Контрольная работа №7	1	
39	Промежуточная аттестация	1	
40	Повторение учебного материала	4	15-18
	Всего:	105	

Таблица 2. Учебно-тематическое планирование уроков геометрии 7 класса

№	Тема урока	Число учебных часов	№ прототипов задач открытого типа
1	Точки и прямые	1	
2	Отрезок и его длина	3	19-23
3	Луч. Угол. Измерение углов	3	24
4	Смежные и вертикальные углы	3	
5	Перпендикулярные прямые	1	
6	Аксиомы	1	
7	Решение задач. Систематизация учебного материала	1	25-28
8.	Контрольная работа №1.	1	
9	Равные треугольники. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника	2	
10	Первый и второй признаки равенства треугольников	5	
11	Равнобедренный треугольник и его свойства	4	29
12	Признаки равнобедренного треугольника	2	
13	Третий признак равенства треугольников	2	
14.	Контрольная работа №2.	1	
15	Решение задач. Систематизация учебного	2	

	материала		
16	Параллельные прямые	1	
17	Признаки параллельных прямых	2	30
18	Свойства параллельных прямых	3	31
19	Сумма углов треугольника	4	32
20	Прямоугольные треугольники	2	33
21	Свойства прямоугольного треугольника	2	34
22	Решение задач. Систематизация учебного материала	1	
23.	Контрольная работа №3.	1	
24	Геометрическое место точек. Окружность и круг	2	35, 36
25	Некоторые свойства окружности. Касательная к окружности	3	
26	Описанная и вписанная окружности треугольника	3	
27	Задачи на построение	3	
28	Метод геометрических мест точек в задачах на построение	3	
29	Решение задач.	1	
30.	Контрольная работа №4.	1	
31	Повторение. Решение задач	2	37
32	Итоговая контрольная работа №5.	1	
33	Повторение. Решение задач	2	38-42
	Всего:	69	

## 2.2. Педагогический эксперимент: основные этапы и результаты

Основная цель педагогического эксперимента заключалась в обосновании гипотезы исследования: если в процессе обучения математике использовать комплекс математических задач открытого типа, то это будет способствовать формированию функциональной грамотности у обучающихся специализированных инженерных классов.

Педагогический эксперимент проходил на базе МАОУ «Гимназия № 11» города Красноярск в условиях процесса обучения математике в 7 классе. Всего в эксперименте приняли участие 57 обучающихся.

Экспериментальная работа проводилась в три этапа: констатирующий, поисково-формирующий и контрольно-обобщающий.

#### *Констатирующий этап педагогического эксперимента*

Основная цель педагогического эксперимента на данном этапе заключалась в обосновании актуальности темы исследования на основе диагностики и констатации актуального состояния сформированности у обучающихся 7 класса функциональной грамотности в начале эксперимента.

Ключевыми методами исследования выступали:

- 1) анализ психолого-педагогической и научно-методической литературы по теме исследования;
- 2) наблюдение за процессом учебной деятельности в условиях процесса обучения математике;
- 3) систематизация и обобщение передового педагогического опыта;
- 4) диагностика и констатация уровня сформированности функциональной грамотности обучающихся 7 классов.

Перечислим задачи, которые были решены в ходе констатирующего этапа эксперимента:

1) Анализ психолого-педагогической и научно-методической литературы по проблеме исследования позволил определить и уточнить фундаментальные понятия исследования: «профильное инженерное обучение», «функциональная грамотность», «содержание обучения», «задачи открытого типа». Это позволило уточнить цели обучения математике и определить основные принципы отбора содержания обучения математике в классах инженерной направленности. Описать специфику заданий открытого типа по математике, направленных на формирование функциональной грамотности обучающихся 7 класса.

2) Выявление актуального состояния сформированности у обучающихся 7 класса функциональной грамотности в начале эксперимента осуществлялась при помощи входного теста. Обучающимся было

предложено решить ряд задач открытого типа по темам школьного курса математики 6 класса (см. входной тест).

*Входной тест*

*В заданиях 1-2 оформите решение.*

*Задание 1.* Расстояние между Атосом и Арамисом, скачущими на лошадях по одной дороге, равно 20 лье. За час Атос проезжает 4 лье, а Арамис – 5 лье. Определите, какое расстояние будет между ними через час.

*Задание 2.* На числовой прямой отмечены два числа:  $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}$ . Ответьте и обоснуйте свой ответ на вопрос: «Существуют ли числа расположенные на числовой прямой между этими числами?» Если да, то приведите примеры таких чисел.

В решении задачи 1 входного теста необходимо рассмотреть четыре возможных варианта движения путников: 1) на встречу друг другу; 2) в разные стороны друг от друга; 3) в одном направлении – один догоняет другого; 4) в одном направлении – один удаляется от другого.

В решении задачи 2 входного теста необходимо проявить сообразительность: с помощью основного свойства дроби привести обыкновенные дроби к общему знаменателю.

В ходе решения задач входной диагностической работы обучающиеся должны были продемонстрировать следующие индикаторы функциональной грамотности:

- умение работать с текстом задачи (читательская грамотность);
- умение применять математические знания в ходе решения задач (математическая грамотность);
- умение критически мыслить, оценивать ситуацию и на основе оценки принимать правильные решения.

Для оценки уровня сформированности функциональной грамотности на основе входного теста применялись следующие критерии:

<i>Критерии для оценки</i>	<i>Баллы</i>	<i>Уровень функциональной грамотности</i>
Верно выполнены все задания теста	3	высокий
Выполнены все задания теста, но допущены неточности (арифметическая вычислительная ошибка), ИЛИ решение одной из задач не достаточно обосновано, ИЛИ решение одной из задач не доведено до конца, но имеется верная идея решения.	2	средний
Верно выполнено только одно задание теста.	1	низкий
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0	недостаточный
<i>Максимальный балл</i>	3	

Анализ результатов входного теста выявил, что большая часть обучающихся (79%) испытывает затруднения при решении задач открытого типа, что свидетельствует о недостаточно высоком уровне сформированности у них функциональной грамотности (рис. 32). В числе семиклассников с несформированной функциональной грамотностью были и те, чей уровень определяется как недостаточный. Таких обучающихся 18%. Процент обучающихся с низким уровнем сформированности функциональной грамотности составил 61%. Средний уровень продемонстрировали 16% обучающихся. Высокий уровень сформированности функциональной грамотности у 5% обучающихся.



*Рис. 32. Диаграмма уровня сформированности функциональной грамотности обучающихся 7 класса (констатирующий этап эксперимента)*

Входное тестирование проводилось в начале текущего учебного года (осень, 2021г.). Задания входного теста, в той или иной мере, проверяли и предметные, и общеучебные умения и навыки обучающихся, заложенные в планируемых результатах обучения в рамках Примерной основной образовательной программы по математике 5-6 классов [45].

Предполагаемые ошибки, допущенные обучающимися 7 классов в ходе выполнения входного теста:

- непонимание ситуации, изложенной в задаче, отсутствие у обучающихся смыслового чтения, что привело к неправильному решению и неверному ответу;
- низкий уровень вычислительной культуры;
- пробелы в знаниях школьного курса математики 5-6 классов;
- неумение критически оценивать описанную в задаче ситуацию и интерпретировать результат с учетом предложенной ситуации;
- отсутствие навыков работы с задачами открытого типа.

Результаты диагностики уровня сформированности функциональной грамотности обучающихся специализированных классов инженерной направленности обосновывают актуальность темы исследования и целесообразность проведения поисково-формирующего этапа эксперимента.

#### *Поисково-формирующий этап эксперимента*

Цель данного этапа заключалась в разработке специального комплекса задач открытого типа для формирования функциональной грамотности обучающихся 7 класса и внедрение его в практику обучения математике в специализированных классах профильной инженерной направленности.

Перечислим задачи, которые были решены в ходе данного этапа эксперимента:

1) Поиск и авторская разработка математических задач открытого типа позволили разработать комплекс задач по темам школьного курса математики 7 класса.

2) Описание методики использования задач открытого типа на уроках математики 7 класса позволило организовать обучение математике посредством включения в содержание уроков математики задач открытого типа.

3) Методическая разработка межрегионального сетевого хакатона по теме «Я у мамы инженер» (см. приложение).

4) Организация и проведение межрегионального сетевого хакатона по теме «Я у мамы инженер».

В ходе экспериментальной апробации, представленного в работе, комплекса задач открытого типа были сделаны следующие наблюдения:

– включение задач открытого типа в содержание уроков математики способствовало активизации учебно-познавательной деятельности обучающихся: в ходе решения таких задач обучающиеся легко вовлекались в бурные дискуссии по поводу анализа условия задачи и поиска различных вариантов для ее решения.

– в ходе решения некоторых задач открытого типа необходимо было проявить креативность, сообразительность, математическую интуицию, навыки критического мышления, исследовательские умения и навыки.

– целенаправленное и систематическое использование задач открытого типа на уроках математики постепенно формирует у обучающихся функциональную грамотность – способность применять теоретические знания в нестандартных ситуациях и в повседневной жизни.

#### *Контрольно-обобщающий этап*

Основная цель педагогического эксперимента на данном этапе заключалась в обосновании гипотезы исследования: если в процессе обучения математике использовать комплекс математических задач открытого типа, то это будет способствовать формированию функциональной грамотности у обучающихся специализированных инженерных классов.

Для достижения указанной цели проводилась повторная диагностика уровня сформированности у обучающихся 7 класса функциональной грамотности в конце формирующего этапа эксперимента.

Оценка и измерение уровня сформированности у обучающихся 7 класса функциональной грамотности осуществлялась при помощи итогового теста. Обучающимся было предложено решить ряд задач открытого типа по темам школьного курса математики 7 класса (см. итоговый тест).

#### *Итоговый тест*

*В заданиях 1-2 оформите решение.*

*Задание 1.* Два велосипедиста, расстояние между которыми составляет 72 км, едут по одной дороге со скоростями 12 км/ч и 10 км/ч соответственно. Какое расстояние будет между ними через 2 часа?

*Задание 2.* Точки А, В и С лежат на одной прямой. Известно, что  $AB = 12$  см,  $BC = 13,5$  см. Какой может быть длина отрезка АС?

Решение задачи 1 итогового теста идентично решению задачи 1 входного теста – необходимо рассмотреть четыре возможных варианта движения путников: 1) на встречу друг другу; 2) в разные стороны друг от друга; 3) в одном направлении – один догоняет другого; 4) в одном направлении – один удаляется от другого.

Задача 2 имеет три равнозначных решения. Для однозначного решения задачи не хватает данных. Не сказано, в каком порядке расположены точки на прямой. Каждый ученик в классе поймёт эту задачу по-своему и, в зависимости от расположения точек, учащиеся решат три разные задачи

В ходе решения задач итоговой диагностической работы обучающиеся должны были продемонстрировать следующие индикаторы функциональной грамотности:

- умение работать с текстом задачи (читательская грамотность);
- умение применять математические и межпредметные знания в ходе решения задач (математическая грамотность);
- умение критически мыслить, оценивать ситуацию и на основе оценки принимать правильные решения.

Итоговое тестирование проводилось в конце текущего учебного года (май, 2022г.). Задания итогового теста, в той или иной мере, проверяли и предметные, и общеучебные умения и навыки обучающихся, заложенные в планируемых результатах обучения в рамках Примерной основной образовательной программы по математике 5-7 классов.

Для оценки уровня сформированности функциональной грамотности на основе итогового теста применялись следующие критерии:

<i>Критерии для оценки</i>	<i>Баллы</i>	<i>Уровень функциональной грамотности</i>
Верно выполнены все задания теста	3	высокий

Выполнены все задания теста, но допущены неточности (арифметическая вычислительная ошибка), ИЛИ решение одной из задач не достаточно обосновано, ИЛИ решение одной из задач не доведено до конца, но имеется верная идея решения.	2	средний
Верно выполнено только одно задание теста.	1	низкий
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0	недостаточный
<i>Максимальный балл</i>	3	

Сравнительный анализ результатов входного и итогового теста выявил положительную динамику показателей уровня сформированности функциональной грамотности обучающихся 7 классов (рис. 33).

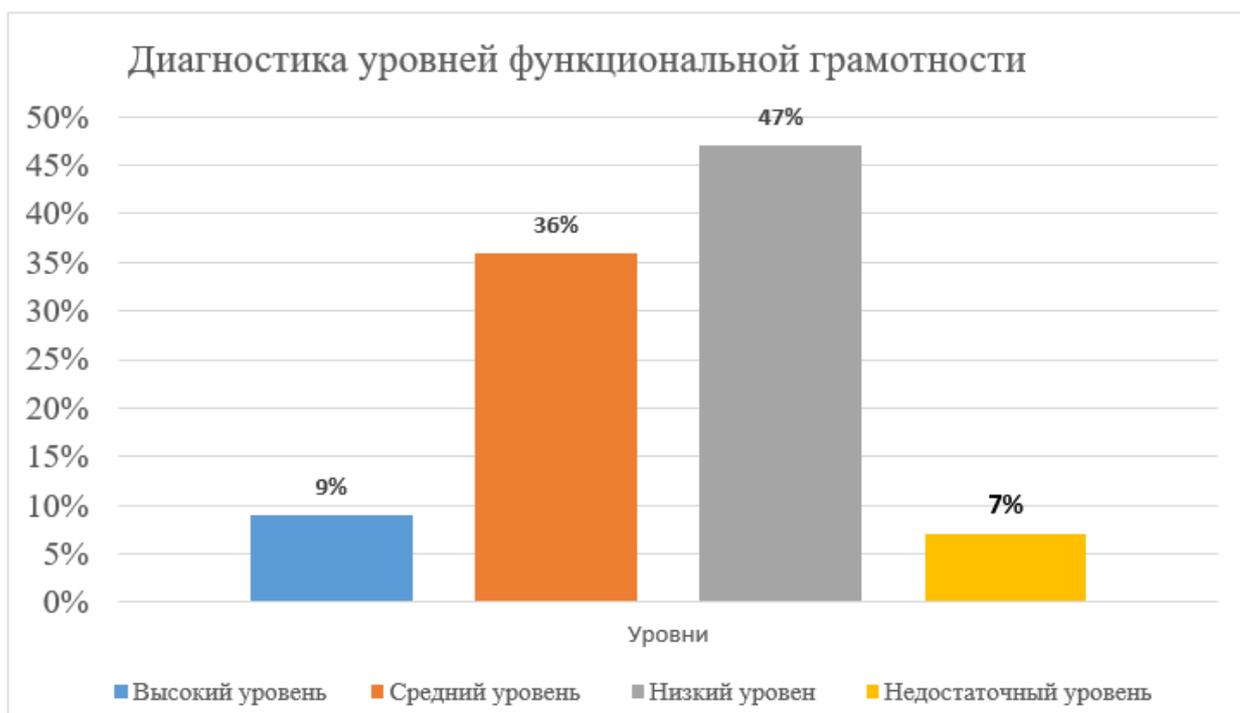


Рис. 33. Диаграмма уровня сформированности функциональной грамотности обучающихся 7 класса (констатирующий этап эксперимента)

При повторной диагностике функциональной грамотности доля обучающихся с высоким уровнем сформированности функциональной грамотности увеличилась на 4%, со средним уровнем – на 20%; доля обучающихся с низким уровнем уменьшилась на 14%. Суммарная доля обучающихся со сформированной математической грамотностью на контрольном этапе составляет 45%, в то время как на констатирующем этапе она составляла 21% .

Результаты педагогического эксперимента подтвердили гипотезу о том, что использование задач открытого типа в практике обучения математике способствует формированию функциональной грамотности обучающихся.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Целью выполнения выпускной квалификационной работы являлось обоснование целесообразности включения задач открытого типа в систему математической подготовки обучающихся специализированных классов инженерной направленности.

В работе задачи открытого типа рассматриваются с одной стороны как средство формирования функциональной грамотности будущих инженеров, а с другой – как неотъемлемая составляющая содержания обучения математике в специализированных классах инженерной направленности.

Анализ нормативных документов, регламентирующих систему профильного обучения школьников, позволил уточнить основную *цель* профильного инженерного обучения: подготовка и воспитание инженерной элиты – выпускников профильных классов инженерной направленности, владеющих основами 4К – компетенций – важнейших составляющих инженерного образования (креативность; критическое мышление; командное решение проектных задач; коммуникация). Указанные виды компетенций определяют функциональную грамотность обучающегося – способность распознавать проблемы, которые возникают в окружающей действительности и решать их. Каждая предметная область должна вносить свой вклад в достижение этого результата в зависимости от специфики ее потенциала и обеспечении предметной основы выполнения определенных действий.

В системе предпрофильного и профильного инженерного обучения школьников особое место отводится предмету «математика».

В работе уточняются следующие приоритетные цели обучения математике в профильных инженерных классах:

– Формирование системы фундаментальных математических знаний (в рамках школьного курса математики), в достаточном объеме, необходимом для успешного продолжения обучения по программам высшего образования инженерной направленности.

- Становление и развитие навыков проектной и исследовательской деятельности.

- Формирование функциональной (в том числе, математической) грамотности – умений применять математические знания в ходе решения разнообразных практико-ориентированных задач.

- Формирование ценностного отношения к математическим знаниям и развитие интереса к будущей профессии инженера.

Цели обучения обуславливают все компоненты методической системы обучения: содержание, методы, организационные формы и средства обучения.

Особое внимание в работе уделяется процессу проектирования содержания обучения математике в классах инженерной направленности. Помимо стандартных и обучающих задач, которые условно называют задачами закрытого типа, в содержание обучения математике целесообразно включать поисковые и проблемные задачи – задачи открытого типа.

Придерживаясь точки зрения П.М. Горева и И.С. Зыкова математические задачи открытого типа можно определить как «задачи, которые имеют размытое условие (с лишними данными или с недостатком данных), из которого недостаточно ясно, как действовать, что использовать при решении, но понятен требуемый результат» [11].

В работе определен ряд дидактических условий, которые необходимо соблюдать при использовании задач открытого типа в процессе математической подготовки обучающихся:

- соответствие содержания задач открытого типа дидактическим целям и задачам урока;

- систематическое и запланированное включение задач открытого типа в содержание урока математики (как при введении нового материала, так и на стадии отработки полученных знаний и умений);

- наличие методического сопровождения (методические рекомендации и указания; ресурсы – дополнительная и справочная информация и т.п.).

Практическую значимость работы составляет комплекс математических задач открытого типа для специализированных классов инженерной направленности. Представленный в работе комплекс задач открытого типа содержит 38 задач, систематизированных и распределенных по темам школьного курса математики 7 класса. Часть задач, включенных в комплекс, являются авторскими.

Педагогический эксперимент по включению задач открытого типа в систему профильной инженерной подготовки обучающихся 7 класса проходил на базе МАОУ «Гимназия № 11» города Красноярск.

В ходе эксперимента удалось обосновать и подтвердить гипотезу исследования о том, что использование задач открытого типа в практике обучения математике способствует формированию функциональной грамотности обучающихся. Такие задачи позволяют максимально вовлечь обучающихся в учебно-познавательную и исследовательскую деятельность, в рамках которых закладываются основы 4К-компетенций – важнейших составляющих инженерного образования: креативность; критическое мышление; командное решение проектных задач; коммуникация.

Представленный в работе комплекс задач открытого типа не претендует на статус «завершен», может быть дополнен и рекомендован к использованию в практике обучения математике 7 класса.

Все поставленные задачи решены в полном объеме, цель достигнута.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Березина В. Г. Воспитание Чудом. — Педагогика + ТРИЗ: Сборник статей для учителей, воспитателей и менеджеров образования. Выпуск 6. — М.: Вита-Пресс, 2001 год.
2. Галлиуллина Е.Н. Диссертация на тему: Методическая подготовка будущих учителей начальных классов к обучению младших школьников решению «открытых» задач. ВятГТУ, 2006.-158с.
3. Гин А. А. Знакомьтесь: открытые задачи. —URL: <http://www.trizway.com/art/opentask/36.html>.
4. Гин А. А. Карточка педагогических изобретений и задач. — Сайт ЛОТ «Универсальный решатель»: URL: <http://trizway.com> (2003).
5. Гин А. А. Нас ждут серьёзные изменения в системе обучения. — Педагогика + ТРИЗ: Сборник статей для учителей, воспитателей и менеджеров образования. Выпуск 1. — Гомель: ИПП «Сож», 1996 год.
6. Гин А. А. Приёмы педагогической техники: Свобода выбора. Открытость. Деятельность. Обратная связь. Идеальность: Пособие для учителей. — М.: Вита-Пресс. 1-изд., 1999, 4-изд., 2003 год.
7. Гин А. А. Теория открытых задач: проблематизация. —URL: <http://www.trizway.com/art/opentask/89.html> (2021).
8. Гин А. А. Школа-фабрика умрёт. Что дальше?: Образование на смене цивилизаций. — Педагогика + ТРИЗ: Сборник статей для учителей, воспитателей и менеджеров образования. Выпуск 6. — М.: Вита-Пресс, 2001. —С. 6-18.
9. Гнатко, Н.М. Проблема креативности и явление подражания [Текст] / Н.М. Гнатко, — М.: ИП РАН, 1994 - 117 с.
10. Горев П. М. Формирование творческой деятельности школьников в дополнительном математическом образовании: дис канд. пед. наук. — Киров:

11. Горев П. М., Зыков И. С. Использование задач открытого типа на различных этапах урока математики // Концепт. –2014. –N 6 (июнь). – ART14137–URL: <http://e-koncept.ru/2014/14137.htm> (09.10.2021).
12. Горев П. М., Рычкова О. В. Открытые задачи в структуре современного креативного урока математики // Концепт. – 2015. Год.
13. Горев П. М., Утёмов В. В. Формула творчества: Решаем открытые задачи. Материалы эвристической олимпиады «Совёнок». – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2011 год.
14. Государственная программа Российской Федерации «Развитие образования» на 2013-2020 годы. [Электронный ресурс]. URL: <http://government.ru/rugovclassifier/860/events/> (дата обращения 09.10.2020).
15. Кейв М. А., Власова Н.В. Инновационные процессы в профильном образовании: учебное пособие / М. А. Кейв, Н. В. Власова. - Красноярск: КГПУ им. В. П. Астафьева, 2015. - 168 с.
16. Кейв М.А., Власова Н.В., Иновационные процессы в профильном образовании: Учебное пособие, Красноярск, 2015,с. 105.
17. Кейв М.А., Цыбулько Ю.А. Принципы отбора содержания обучения математике для специализированных инженерных классов // Актуальные проблемы качества математической подготовки школьников и студентов: методологический, теоретический и технологический аспекты: материалы VII Всероссийской с международным участием научно-методической конференции. Красноярск, 10–11 ноября 2020 г. / отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол.; Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2020 –с. 103-106.
18. Клякля, Мачей. Формирование творческой математической деятельности учащихся классов с углубленным изучением математики в школах Польши.: диссертация и автореферата по ВАК РФ 13.00.02, доктор педагогических наук Клякля, Мачей, 2003г. <https://dissercat.com/catalog/pedagogicheskie-nauki/teoriya-i-metodika->

obucheniya-i-vospitaniya-po-oblastyam-i-urovnyam-ob

19. Колягин Ю.М., Оганесян В.А., Саннинский В.Я., Луканкин Г. Л. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика./ Ю.М. Колягин и др. – М.: Просвещение. 1980, – с. 383-415.
20. Концепция профильного обучения  
<https://docs.cntd.ru/document/901816019#6560Ю>
21. Лернер И.Я. Содержание образования // Педагогическая энциклопедия: в 2-х т. М., 1993-1999, Т.2, с. 349.
22. Математика 6 класс. Дидактический материал, А.С.Чесноков, К.И.Нешков - 2014 год.
23. Матюшкин А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении. М., 1972 г.
24. Мерзляк А.Г. Алгебра. 7 класс. Учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. Вентана-Граф, 2019-272
25. Мерзляк А.Г. Геометрия: 7 класс: Учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. - М.: Вентана-Граф, 2019. – 192
26. Мордкович А.Г. Алгебра 7 класс Учебник в 2 частях / А.Г. Мордкович и др.; по ред. А.Г. Мордковича - М.: Мнемозина 2021г.
27. Мурашковская И., Мурашковский Ю. Я зажёл в своем сердце огонь. —Сайт ЛОТ «Универсальный решатель»: URL: <http://trizway.com> ,2003г.
28. Ниренберг Дж. И. Искусство творческого мышления. — Мн.: Попурри. — 1996 год.
29. Нохда Н. Преподавание и оценивание, используя «открытые» задачи в классе/ Н. Нохда. – Университет Цукубы, 1991,. – с.5-8.
30. Педагогика + ТРИЗ: сборник статей для учителей, воспитателей и менеджеров образования. №1-6. – Мн.: ПолиБиг, 1997 – 2001год.
31. Педагогика: Учебное пособие / В.А. Слостенин, И.Ф. Исаев, Е.Н.

Шиянов; под ред. В.А. Сластенина. – М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 576 с.

32. Пинская М.А., Михайлова А.М., Рыдзе О.А. и др. Навыки XXI века: как формировать и оценивать на уроке? // Журнал «образовательная политика» [Электронный ресурс]. URL: <https://edpolicy.ru/form-and-evaluate>.

33. Пойя Д. Как решать задачу/ Д. Пойя// Квантор. – Львов: 1991, – 216 с.

34. Пойя Д. Математическое открытие, решение задач: основные понятия, изучения и преподавания/ Д. Пойя: пер. с англ. В.С.Бермана. 2 изд. – М: Наука, 1976, – 448с.

35. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 31.05.2021 № 287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования» (зарег. 05.07.2021 № 64101) // Официальный интернет-портал правовой информации. [Электронный ресурс]. URL: <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202107050027>

36. Проблема креативности и явление подражания / Н. М. Гнатко; Рос. АН, Ин-т психологии. - М. : ИПАН, 1994

37. Роль математики в инженерной деятельности [Электронный ресурс]//URL: [http://earchive.tpu.ru/bitstream/11683/19902/1/conference\\_tpu-2015-C68-099.pdf](http://earchive.tpu.ru/bitstream/11683/19902/1/conference_tpu-2015-C68-099.pdf)

38. Сафуанов И.С., Теория и практика преподавания математических дисциплин в педагогических институтах/ И.С. Сафуанов// Монография. – Уфа: Изд-во «Магрифат», 1999, – 106 с.

39. Сластенин И.Ф., Педагогика: Учебное пособие / В.А. Сластенин, И.Ф. Исаев, Е.Н. Шиянов:Под ред. В.А. Сластенина. – М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 576 с., с.225

40. Столяр А.А. Педагогика математики. – Минск, 1986. – 414 с.

41. Терехова, Г.В. Творческие задания как средство развития креативных способностей школьников в учебном процессе: автореф. дис. канд. пед.

наук: 13.00.01 / Г. В. Терехова. – Челябинск, 2002.

42. Утемов В. В. Задачи открытого типа как инструмент формирования инновационного мышления // Молодой ученый. — 2011 год.

43. Утёмов В. В. Развитие креативности учащихся основной школы: решая задачи открытого типа: монография. –Saarbrucken: Lap Lambert Academic Publishing, 2012. –186 с.

44. Утёмов В. В. Учебные задачи открытого типа // Концепт. –2012. –N 5(май). –ART1257. –URL: <http://www.covenok.ru/koncept/2012/1257.htm> (дата обращения 09.10.2021).

45. Учебник математики 6 класс Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд - 2013 год.

46. Учителям о ТРИЗ. Выпуск 1 -5 [Текст]: сборник методических материалов по преподаванию ТРИЗ. – Спб.: Союз писателей Санкт Петербурга 1999-2006год.

47. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. – М.: Госстандарт России: Изд-во стандартов.

48. Фридман Л.М. Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи: – М.: Просвещение, 1989 год.

49. Хуторской А.В. Ключевые компетенции и образовательные стандарты // Интернет-журнал «Эйдос». – 2002 <http://eidos.ru/journal/2002/423>

50. Хуторской А. В. Дидактика. Учебник для вузов Стандарт третьего поколения / А.В.Хуторской— «Питер», 2017 - 850 с.

51. [http://skiv.instrao.ru/Банк заданий \(instrao.ru\)](http://skiv.instrao.ru/Банк_заданий_(instrao.ru))

52. Цыбулько Ю.А. Задачи открытого типа в математической подготовке обучающихся профильных инженерных классов. Актуальные проблемы качества математической подготовки школьников и студентов: методологический, теоретический и технологический аспекты: материалы VIII Всероссийской с международным участием научно-методической конференции. Красноярск, 26–27 ноября 2021 г. / отв. ред. М.Б. Шашкина;

ред. кол.; Электрон. дан. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2021. –с 83-85.

53. Яценко И.В. ОГЭ. Математика: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов // Изд: Национальное образование М., 2022 -224с.

## **ПРИЛОЖЕНИЕ**

Министерство просвещения Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Красноярский государственный педагогический университет им. В.П.  
Астафьева»

Институт математики, физики и информатики  
Кафедра математики и методики обучения математике

**Методическая разработка межрегионального сетевого хакатона  
по теме «Я у мамы инженер»**

Выполнили студенты группы DO–M20Б-01:  
Цыбулько Ю.А.,  
Визерская Е.А.,  
Зубова О.В.,  
Соколова Н.В.

Красноярск 2021

*Цель образовательного мероприятия:* интерактивное знакомство с профессией «инженер»

*Задачи мероприятия:*

- a) Представить особенности профессии «инженер», показать ее виды и значимость.
- b) Погрузить в атмосферу деятельности «инженера» через решение задач открытого типа.
- c) Организовать коммуникацию команд инструментами Интернета.

*Планируемые образовательные результаты мероприятия:*

Предметные:

- освоение обучающимися в ходе мероприятия научных знаний, умений и способов действий, специфических для математики и физики;
- создание предпосылки для формирования научного типа мышления;
- освоение видов деятельности по получению нового знания, его интерпретации, преобразованию и применению в различных учебных ситуациях, в том числе при создании учебных и социальных проектов.

Метапредметные:

- формулировать вопросы, фиксирующие разрыв между реальным и желательным состоянием ситуации, объекта, самостоятельно устанавливать искомое и данное;
- формировать гипотезу об истинности собственных суждений и суждений других;
- аргументировать свою позицию, мнение;
- применять различные методы, инструменты и запросы при поиске и отборе информации или данных из источников с учетом предложенной учебной задачи и заданных критериев;
- самостоятельно выбирать оптимальную форму представления

информации и иллюстрировать решаемые задачи несложными схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями;

Личностные:

– готовность к самостоятельному планированию, овладение навыками работы с информацией: восприятие и создание информационных текстов в различных форматах, в том числе цифровых, с учетом назначения информации;

– способность обучающихся во взаимодействии в условиях неопределенности, открытость опыту и знаниям других;

– способность действовать в условиях неопределенности, повышать уровень своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, осознавать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других;

– воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер;

– оценивать ситуацию стресса, корректировать принимаемые решения и действия;

*Ресурсы для проведения мероприятия:*

- компьютер,
- гугл-мит,
- гугл-презентация,
- два кабинета,
- проектор,
- экран,
- подключение к сети Интернет

## Сценарий мероприятия

№	Этап образовательного мероприятия	Описание	Время	
			Начало	Окончание
1	Введение в мероприятие	Приветствие ведущего	16.00	16.10
2	Актуализация	<p>Какое понятие объединяет эти картинки?</p>  <p>Собери фразу</p> <p>Я М А Н Е И У Н Е Ж Ы Р Ж</p>	16.10	16.20
3	Профориентационный момент	<p>Инженер, кто это?</p> <p><b>Инженёр</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▶ от лат. ingenium — способности, изобретательность.</li> <li>▶ <b>Инженер</b> - это специалист-изобретатель, который создает или совершенствует технические механизмы.</li> <li>▶ К величайшим известным инженерам относятся Архимед, Леонардо да Винчи, Никола Тесла, Генри Форд, Сергей Королев, Илон Маск, и череда гениальных технарей никогда не иссякает.</li> </ul>  <p>Какие есть инженеры?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▶ <b>Инженер-конструктор</b> - проектирует модели станков и их механизмов</li> <li>▶ <b>Инженер-строитель</b> - создает проекции сооружений, мостов и дорожных покрытий</li> <li>▶ <b>Инженер-эколог</b> - занимается охраной природы, используя компьютерные технологии</li> <li>▶ <b>Инженер-программист</b> - специализируется в сфере программного обеспечения.</li> <li>▶ <b>Инженер-электрик</b> - разрабатывает и оптимизирует электрооборудование приборы</li> </ul> 	16.20	16.30
4	Представление команд, первое	<p>Команда №1: 3 ученика из Красноярска и 4 из Москвы</p> <p>Команда №2: 3 ученика из Красноярска</p>	16.30	16.40

	знакомство участников друг с другом	и 4 из Москвы		
5	Выполнение задания	<p>Команды расходятся по кабинетам: 2 в Москве и 2 в Красноярске, общение осуществляется с помощью гугл-мит, Ватсап, Вайбер, Телеграмм, команды выбирают самостоятельно.</p> <p>Распределяются роли в команде.</p> <p>В каждом кабинете работает куратор от преподавателей в качестве консультанта.</p> <p>Команды производят анализ задания.</p> <p>Команды производят поиск информации, обсуждают ее достоверность, производят расчеты.</p> <p>Все свои наработки заполняют в гугл-презентации (схемы, рисунки, расчеты, выводы)</p>	16.40	17.40
	Презентация решений командами,	Команды представляли решение конкурсных заданий в гугл-мит, на экране идет показ гугл-презентаций	17.40	18.00
	Работа жюри по оцениванию	<p>Подсчет баллов по критериям.</p> <p>Команды составляют синквейн:</p>  <p>Пример</p> <p>Пример 1</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Россия.</li> <li>▶ Великая, огромная.</li> <li>▶ Объединяет, защищает, восхищает.</li> <li>▶ Умом Россию не понять.</li> <li>▶ Отечество.</li> </ul> <p>Пример 2</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Задача.</li> <li>▶ Трудная, непотная.</li> <li>▶ Думать, рассуждать, решать.</li> <li>▶ Развивает логическое мышление.</li> <li>▶ Знание.</li> </ul>	18.00	18.10
	Награждение победителей	Команда получают грамоты и сладкие призы	18.10	18.20

**Приложение 1. Конкурсное задание**

Задача №1 Администрация города планирует закупить однотипные глобусы для школ. Какое количество глобусов возможно приобрести, если их нужно доставить с фабрики железнодорожным грузовым вагоном? Найдите недостающие данные для решения задачи в различных информационных источниках, сформулируйте возможные вопросы к данной задаче и решите ее.

Задача №2 В день рождения Совы Винни-Пух приготовил ей в подарок горшочек с медом. Ему необходимо доставить горшочек Сове в дупло. Сколько воздушных шариков нужно Винни-Пуху, если масса горшочка с медом 50 граммов, а дупло находится на высоте 3 метра?

**Приложение 2. Состав команд**

## КРАСНОЯРСК



Меня зовут Даццишина  
Ева.  
Я учусь в Гимназии №11.  
Мне 13 лет, я увлекаюсь  
чтением, математикой,  
рисованием и игрой на  
укулеле



Всем привет. Меня зовут  
Лошкин Владислав.  
Занимаюсь хоккеем,  
народными танцами и  
люблю мотоциклы



Меня зовут Соня, мне  
12 лет. Я люблю  
изучать иностранные  
языки, а особенно  
азиатские)

---

## КРАСНОЯРСК



Меня зовут Григорян Артур.  
Я учусь в 7 классе, играю на  
фортепиано.

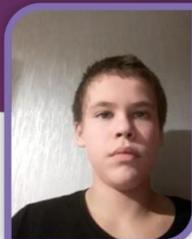


Меня зовут Алёна, мне 13 лет и  
я учусь в 7 "А" классе 11  
гимназии.  
Я люблю математику, рисовать,  
а также заниматься  
баскетболом.

## МОСКВА



*Катенкар' Мария  
7 класс инженерный.  
Увлекается рисованием и  
изучением иностранных  
языков*



*Тарбаев Константин.  
Увлекается футболом,  
волейболом и  
компьютерными  
играми*



*Козмина Катя 7  
класс инженерный.  
Увлекается танцами*

## МОСКВА



*Аркадий Кухта 7 класс  
инженерный. Увлекается  
робототехникой,  
программированием,  
3D моделированием,  
шахматами,  
головоломками.*



*Данилина Ксения 7  
класс инженерный.  
Увлекается танцами,  
игрой на гитаре*



*Фролов Мирон  
Александрович  
Увлекается биологией  
футболом и  
компьютерными  
играми*

## МОСКВА



*Федорович Александр Юревич  
Увлекается биологией,  
физикой, историей,  
футболом и  
компьютерными играми*



*Саикова Софья 7 класс  
инженерный. Увлекается  
изучением иностранных  
языков  
Школа 2103*

### Приложение 3. Критерии оценивания

№	Критерии	Баллы			
		0	1	2	3
1	Работа в команде				
2	Научно – теоретический уровень выполнения задания				
3	Доказательность и аргументированность				
4	Форма представления материалов (свободная речь, грамотность устной и письменной речи) и качество презентации				
5	Культура речи, жестов, мимики при устной презентации выполненного задания				
6	Степень творчества и самостоятельность при решении задач				
7	Полнота и всесторонность выводов				
8	Наличие собственных взглядов на проблему				

### Приложение 4. Правила проведения мероприятия

1. Команды сами выбирают способ общения между городами.
2. Команды обсуждают задачу вместе.
3. Команды распределяют роли.
4. Команды производят поиск информации самостоятельно и сами определяют ее достоверность.
5. Консультант (преподаватель) может ответить на вопросы по правилам проведения игры, но не подсказывает ход решения.
6. Ход решения и расчеты команда выкладывает в гугл-презентации.
7. Стиль общения в команде конструктивный и доброжелательный: слушаю, принимаю, могу высказаться.