

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования

«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА» (КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики  
Выпускающая кафедра: математики и методики обучения математике

Наболь Анна Сергеевна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

РЕАЛИЗАЦИЯ КОНТЕКСТА ПОВСЕДНЕВНОЙ ЖИЗНИ  
В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В 6 КЛАССАХ

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование  
(с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) образовательной программы:  
Математика и Информатика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой  
д-р пед. наук, профессор Л.В. Шершнев



Научный руководитель  
канд. пед. наук, доцент М.Б. Шацкина

Дата защиты

21.06.2022

Обучающийся А.С. Наболь

Оценка

Красноярск 2022

## Содержание

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. Теоретические основы использования контекста повседневной жизни в школьном курсе математики .....	6
1.1. Контекст повседневной жизни в школьном курсе математики .....	6
1.2. Задачи с контекстом повседневной жизни: .....	20
понятие, классификация, функции .....	20
1.3. Задачи с контекстом повседневной жизни как способ математического моделирования реальных ситуаций .....	35
Выводы по главе 1 .....	55
ГЛАВА 2. Организация обучения математике в 6 классе, направленного на реализацию контекста повседневной жизни .....	58
2.1. Анализ учебно-методических комплектов по математике для 6 класса .....	58
2.2. Методическое обеспечение реализации контекста повседневной жизни в обучении математике в 6 классе .....	66
2.3. Апробация методического обеспечения .....	90
Выводы по главе 2 .....	106
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	108
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....	110

## ВВЕДЕНИЕ

Процессы, происходящие в отечественном образовании в последние годы, заставили заново пересмотреть цели и задачи образования. Современными исследователями признано множество трендов образования, но основными являются персонализация, цифровизация, метапредметные компетенции обучающихся.

В Федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования (ФГОС ООО), в предметных результатах освоения основной образовательной программы в предметной области математики обозначено результативное требование осознания значения математики в повседневной жизни человека. Предполагается, что педагоги в школе должны обеспечить каждого обучающегося развивающей интеллектуальной деятельностью на доступном уровне, подготовить их к успешной жизни в социуме, обучить стратегиям поведения в различных ситуациях в будущем.

Это становится возможным при приближении к математике эмпирического источника – повседневной жизни. Указанный контекст поможет решить реально возникающие проблемы. Отсюда, для современного поколения обучающихся важна практико-ориентированная модель образования.

Математическому образованию в целом посвящены труды В.А. Болотова, Н.В. Гусевой, М.В. Егуповой, Г.С. Ковалевой, В.В. Козлова, А.М. Кондакова, Е.А. Седовой и др. Вопросам решения задач с контекстом повседневной жизни уделяли внимание В.В. Горбовая, М.И. Зайкин, Ю.М. Колягин, Н.В. Маркова, Л.М. Фридман, Е.П. Чернявская, Х.Я. Яппаров и др. Методы моделирования задач предлагают М.В. Гончарова, М.И. Конькова, Г.С. Ларина, Ю.А. Тюменева и др. Среди зарубежных авторов вопросами использования контекста повседневной жизни в обучении математики занимались, А. Бишоп, Дж. Ланге, Дж. Лейв, Д.Р. Леман, А.Г. Томпсон и др.

Исследователи считают, что использование контекста повседневной жизни развивает у учащихся общие навыки решения различных проблем,

помогает им в применении изученного материала для решения задач в повседневной жизни, а также повышает их мотивацию к обучению.

Анализ результатов международных исследований, в частности, PISA показывает, что сегодня отечественная образовательная система еще не обеспечивает достаточную готовность школьников к повседневной жизни.

Кроме того, исследования представленных выше авторов также показывают, что данному вопросу придается вторичная и вспомогательная роль, школьная программа по математике во многом формальна, а имеющиеся задачи с контекстом повседневной жизни требуют корректировки с целью повышения когнитивной нагрузки и более корректного отражения окружающего мира. Поэтому учащиеся плохо мотивированы к изучению математики, плохо решают практико-ориентированные задачи, о чем свидетельствует анализ ситуации в школьной практике, который показывает, что результаты ОГЭ последнего года снизились.

Как видно, моделированию задач с контекстом повседневной жизни уделяется мало внимания. Чтобы избежать многочисленных и бесполезных ходов, нужно прежде детально разработать алгоритм. Именно для этих целей используют способ математического моделирования. Отсюда, выходом может служить обогащение содержания обучения математике задачами с ситуациями с контекстом повседневной жизни.

Таким образом, можно утверждать, что существует **проблема**, связанная с недостаточной разработкой методических аспектов обучения математике на основе использования задач с контекстом повседневной жизни, которые корректно отражают окружающий мир.

Исходя из представленной актуальности, данное исследование посвящено моделированию задач с контекстом повседневной жизни при обучении математике.

**Объект исследования** – процесс обучения математике в 6 классах.

**Предмет исследования** – моделирование задач с контекстом повседневной жизни при обучении математике в 6 классах.

**Цель исследования** – теоретически обосновать и эмпирически проверить эффективность использования моделирования реальных ситуаций в процессе обучения решению задач с контекстом повседневной жизни на уроках математики в 6 классах.

**Гипотеза исследования:** организация обучения учащихся 6 классов на уроках математики решению задач с контекстом повседневной жизни при помощи метода моделирования может стать эффективным средством развития универсальных учебных действий: личностных (самоопределение, смыслообразование, моделирование), познавательных (знаки и символы, причинно-следственные связи, умозаключения), коммуникативных (самоанализ, монолог, диалог), регулятивных (самоорганизация, саморегуляция, самоконтроль).

**Задачи исследования:**

- охарактеризовать задачи с контекстом повседневной жизни;
- изучить понятие, классификацию и функции задач с контекстом повседневной жизни;
- проанализировать способ математического моделирования реальных ситуаций при решении задач с контекстом повседневной жизни;
- проанализировать учебно-методические комплекты по математике для 6 классов;
- разработать методическое обеспечение реализации контекста повседневной жизни в обучении математике в 6 классе;
- описать процесс апробации методического обеспечения.

**Методы исследования:** анализ и обобщение учебной и научно-методической литературы по проблеме исследования, сравнительный анализ, изучение и обобщение инновационного методического опыта, наблюдение, эксперимент.

Работа состоит из введения, двух глав, заключения, библиографического списка, включающего 53 источника. Работа включает 15 таблиц, 16 рисунков. Объем работы составляет 115 страниц.

# **ГЛАВА 1. Теоретические основы использования контекста повседневной жизни в школьном курсе математики**

## **1.1. Контекст повседневной жизни в школьном курсе математики**

Исследователи в области педагогики подняли серьезную проблему решения задач в математике. Грамотно построенная, хорошо структурированная программа по предмету «математика» имеет большой изъян в своем содержании.

Дело в том, что в нем предлагаются задачи научного, академического характера, зачастую не имеющие ничего общего с практикой повседневной жизни, то есть изучение предмета математики не дает знания, как решать повседневные задачи.

Данные вопросы за рубежом рассматривались еще в прошлом веке. Так, «мнение о том, что обучение в абстрактных системах правил может повлиять на рассуждения о событиях повседневной жизни, была отвергнута учеными XX века на основе довольно скудных доказательств» [51, с. 431].

Дело в том, что данные исследования проводились в основном с точки зрения психологии. Но и сегодня оторванность от жизни не подтверждает мнения, который выдвигают В.В. Козлов и А.М. Кондаков о том, что математика – это «наука о наиболее общих и фундаментальных структурах реального мира, которая является важнейшим источником принципиальных идей для всех естественных наук и современных технологий» [17, с. 20].

Но для того, чтобы быть современным человеком и не испытывать затруднений, учащиеся должны еще в школе научиться тому, что будет ждать их во взрослой жизни.

Изложенное имеет важное значение в связи с выделенным во ФГОС результативным требованием освоения образовательной программы: «осознание значения математики и информатики в повседневной жизни человека» [40, с. 13].

Х.Я. Яппаров считает, что «фундаментальные математические идеи имеют глубокие связи с различными сторонами жизни человека, и всегда можно найти подходящую интерпретацию этой идее, соответствующую индивидуальным чертам или особенностям человека» [47, с. 17].

Он же утверждает, что «наиболее значительные математические идеи должны войти в сознание каждого конкретного человека независимо от выбираемого им профессионального пути» [47, с. 18].

Действительно, математика во многом объясняет загадки повседневной жизни. Мы всегда выполняем математические действия, даже когда не замечаем этого. Математические знания необходимы каждому человеку.

Обучаясь, не каждый школьник знает, кем станет в будущем, какую профессию выберет. Но каждый понимает, что она пригодится в повседневной жизни: планирование бюджета, оплата коммунальных услуг, расчет в магазинах – для решения многих житейских вопросов нужна математика. С.И. Ожегов считает: «кто с детских лет занимается математикой, тот развивает свой ум и внимание, воспитывает волю и настойчивость в достижении цели. Поэтому она нужна и учителю, и врачу, и артисту, и художнику, и архитектору, и музыканту, и поэту» [30, с. 212].

С другой стороны, широкая и быстрая цифровизация последних десятилетий привела к тому, что дети с раннего возраста начинают пользоваться гаджетами, а в школе используют разного рода калькуляторы. Последние имеются в каждом телефоне, которым сейчас пользуется подавляющее большинство школьников. Это мешает правильному развитию мозговых структур.

Современным международно признанным мониторингом оценки качества образования являются результаты исследований по PISA. Анализы последнего обсуждаются на научных форумах, представителями министерств образования разных стран. PISA определяет, имеют ли учащиеся умения «для решения широкого диапазона задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений» [1, с. 1].

PISA представляет показатели функциональной грамотности учащихся. Среди отечественных ученых такие функции озвучил А.А. Леонтьев, который указывал, что «функционально грамотный человек — это человек, который способен использовать все постоянно приобретаемые в течение жизни знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений» [23, с. 35].

Собственно «функциональная грамотность – это способность человека использовать приобретаемые в течение жизни знания для решения широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений» [23, с. 36].

Математическая грамотность (согласно исследованиям PISA) – это способность индивидуума формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах. Она включает математические рассуждения, использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов, чтобы описать, объяснить и предсказать явления. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые должны принимать конструктивные, активные и размышляющие граждане

Математическая грамотность оценивается в контексте проблемы, которая возникает в реальном мире (рис. 1).

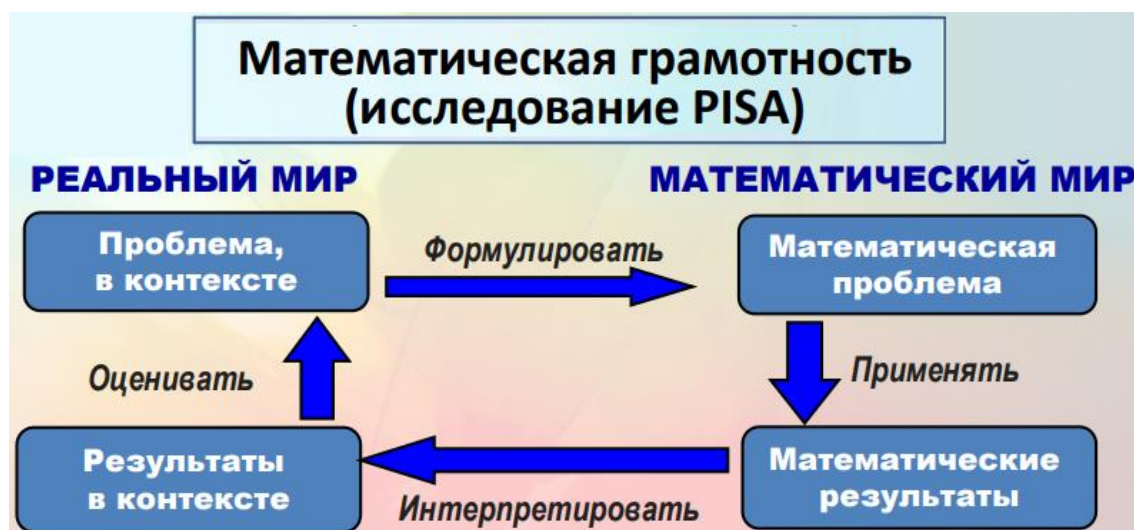


Рисунок 1 – Математическая модель в исследованиях PISA



Результаты показали, что в отечественном математическом образовании появились позитивные тенденции: по усредненным результатам последних трех циклов исследования (2012, 2015, 2018 гг.) по математической грамотности в Российской Федерации наблюдается положительный тренд. Кроме того, результаты математической грамотности показывают результат выше среднего (рис. 2).

**Пример задания «Самолетные корабли»**

**РЕАЛЬНЫЙ МИР**

Девяносто пять процентов товаров в мире перевозят по морю примерно 50 000 танкеров, грузовых кораблей и контейнеровозов. Большинство этих кораблей используют дизельное топливо.

Инженеры планируют разработать поддержку кораблей, используя силу ветра. Их предложение заключается в прикреплении к кораблям кайтов (парящих в воздухе парусов) и использовании силы ветра, чтобы уменьшить расход дизельного топлива и его влияние на окружающую среду.

**Вопрос 4: САМОЛЕТНЫЕ КОРАБЛИ**

Из-за высокой стоимости дизельного топлива в 0,42 евро за литр хозяева корабля «Новая волна» думают о том, чтобы смонтировать кайт.

Подождав, что подобный кайт даёт возможность уменьшить расход дизельного топлива на 20%.

Название: «Новая волна»  
 Тип: фрахтовое судно (сдается в наём)  
 Длина: 117 метров  
 Ширина: 18 метров  
 Грузоподъёмность: 12 000 тонн  
 Максимальная скорость: 19 узлов  
 Расход дизельного топлива за год без использования кайта: примерно 3 500 000 литров

Стоимость установки на «Новой волне» кайта составляет 2 500 000 евро.

Через сколько примерно лет экономия на дизельном топливе покроет стоимость установки кайта? Приведите вычисления, подтверждающие ваш ответ.

**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МИР**

Типичная задача для учащихся 5-6 классов:  
 «За год двигатель на корабле потребляет 3500000 л топлива, 1 литр топлива стоит 0,42 р. Установка паруса на корабле стоит 250000 р. Парус экономит 20% топлива. Через сколько лет экономия топлива покроет стоимость установки паруса?»

- **Результат российских учащихся: 16%**
- **Средний результат учащихся стран ОЭСР: 15%**
- **Максимальный результат: 47%**

Рисунок 2 – Результаты математической грамотности на примере одной задачи из исследований PISA

Тем не менее, в целом по предметной компетентности среди 80 проанализированных стран Россия занимает 30 место. При этом под предметной компетентностью понимается:

- способность решать проблемы, возникающие в окружающей действительности, средствами предмета;
- распознавать проблемы, возникающие в окружающей действительности, которые могут быть решены средствами данного предмета;
- формулировать эти проблемы на языке данного предмета;
- решать эти проблемы, используя предметные знания и методы;
- анализировать использованные методы решения;

- интерпретировать полученные результаты с учетом поставленной проблемы;

- формулировать и записывать окончательные результаты решения поставленной проблемы.

Для сравнения отметим, что первые места занимают учащиеся таких стран, как Китай и Сингапур [1, с. 1].

Оценка результатов российских учащихся показывает, что образовательная система не обеспечивает достаточную готовность школьников к повседневной жизни.

Г.С. Ларина исследовала представления учителей математики в России и зарубежных странах относительно использования контекста повседневной жизни на уроках математики. Она указывает, что «контекст повседневной жизни в обучении математике схожим образом используется в обучении математике в России и в зарубежных странах. Однако в российских школах больше внимания уделяется заданиям репродуктивного, и меньше внимания заданиям, требующих более самостоятельной деятельности, используются на уроках в России значительно реже» [22, с. 53].

Также она указывает на то, что «при решении задач, и российские, и зарубежные учителя математики в большей степени сосредоточены на моделировании условий задачи на языке математики, но не на интерпретации полученных результатов» [22, с. 54].

Другие исследователи указываются на недостаточное методическое сопровождение практико-ориентированного обучения математике в школе. При этом российские учащиеся владеют предметным содержанием на довольно высоком уровне, но значительно хуже справляются с заданиями, нагруженными контекстной информацией. Отсюда, низкие результаты российских учащихся свидетельствуют о проблемах учащихся именно в умении моделировать.

И в России, и в зарубежных странах многим приемам обучения математике, в том числе и содержанию задач с контекстом повседневной жизни

учителями уделяется примерно одинаковое время. Однако, сами учащиеся в российских школах решают задачи, требующие самостоятельности, нестандартные или сложные задачи – реже сверстников из-за рубежа, а чаще выполняют задачи репродуктивного характера, применяют понятия, методы и факты повседневной жизни чаще для решения стандартных задач. Другими словами, даже с заданиями, требующими обоснования, российские учащиеся больше сталкиваются как с воспроизведением прошлого опыта решения задач.

По данным международного исследования PISA, российские школьники больше решают задачи и выполняют задания, которые можно отнести к формальной математике, а не к практико-ориентированной. Они работают на уроках математики с понятиями из алгебры и геометрии, то есть формальной математики, чем с заданиями, представленными в контексте повседневной жизни. Причем эта тенденция сохраняется и в случае сопоставления со школами из других российских стран.

Тем же исследованием было показано, что и в России, и в других зарубежных странах, самым распространенным способом включения контекста повседневной жизни в учебный процесс является решение текстовой задачи. Содержанием этих задач чаще было строительство, покупки в магазине и банковские операции. Вместе с тем, в отличие от зарубежных стран, учителя в России так же рассматривали задания на использование математики в других школьных дисциплинах в качестве демонстрации связи между математикой и повседневной жизнью.

Относительно моделирования, большинство текстовых задач могли быть решены с помощью математического моделирования, но они не обладали контекстуальной значимостью для жизни учащихся и были сформулированы шаблонно и не являлись корректным отражением повседневной жизни учащихся. Учителя избегали рассмотрения контекста в условиях задачи (нарративный подход) и обращали внимание на общую структуру задачи, ее тип и использование известного алгоритма решения (парадигмальный подход).

Используемые российскими учителями приемы работы с контекстом повседневной жизни в целом соответствуют зарубежным. При решении задач и те, и другие в большей степени сосредоточены на моделировании условий задачи на языке математики, но не на интерпретации полученных результатов. Большая часть российских учителей не рассматривают роль контекста в качестве значимой и самостоятельной при обучении математике.

Учителя в зарубежных странах, в принципе, тоже используют текстовые задачи как прикладные, в качестве дополнительного источника повышения мотивации учащихся, но по сравнению с российскими учителями, они не считают его вторичным по отношению к освоению теоретического материала.

Дополнительной трудностью в использовании контекста повседневной жизни является недостаток в арсенале учителей достаточного количества качественных текстовых заданий. Учителя вынуждены затрачивать большие ресурсы времени и сил на поиск этих задач или их разработку. Все это увеличивает нагрузку. Те же трудности испытывают и зарубежные учителя. И те, и другие также указывают на нехватку профессиональной подготовки к практико-ориентированному обучению математике.

Итак, методики практико-ориентированного обучения математике организованы в России и в зарубежных странах схожим образом. И контексту повседневной жизни в обучении математике придается вторичная и вспомогательная роль.

Во-первых, за счет использования разных приемов работы с контекстом задачи, учитель косвенно демонстрирует учащимся, что имеет приоритетное значение при изучении математики. И, пропуская этапы работы с контекстом на этапах моделирования и интерпретации полученных результатов на быденном языке учитель неявно показывает, что контекст повседневной жизни имеет значительно меньше отношения к изучению математики.

Во-вторых, второстепенная роль контекста повседневной жизни ведется за счет специфики используемых учителями задач, которые зачастую не являются корректным отражением окружающего мира.

В-третьих, в представлениях учителей математики контекст повседневной жизни играет лишь вспомогательную роль в процессе обучения математике. Вместе с тем, российские учителя не уделяют внимания различению необходимой и избыточной информации при работе с условиями текстовой задачи. Поэтому приемы работы с контекстом значительно различаются в зависимости от текстовой задачи. Так, в случае, если текстовая задача обладает ситуационной значимостью для жизни учащегося и не шаблонно сформулирована, то учителя в большей степени работают с контекстом в условиях задачи. И напротив, если текстовая задача ориентирована на математическое моделирование, то учителя чаще уделяют время структуре такой задачи, ее типизации и переводу ее условий на язык математики, а моделированию уделяют мало внимания.

Отсюда, используемые российскими учителями приемы работы с контекстом повседневной жизни в задаче больше связаны с типом решаемой текстовой задачи. Российские учителя в большей степени используют задачи прикладного характера для закрепления изученного теоретического материала, либо как развлечение.

Резюмируя вышеизложенное, можно сказать, что в отечественной школе еще нет четкого понимания, для чего нужны задачи с контекстом повседневной жизни, а потому и отношение к ним несерьезное.

Итак, в сравнении с другими школьными предметами, математика тесно связана с научно-техническим прогрессом в мире и является универсальным языком всех естественных наук.

Как пишет Г.С. Ларина, «это наука о фундаментальных и принципиальных понятиях окружающего мира» [22, с. 4].

В то же время «математическая грамотность является необходимым элементом культуры, социальной, личной и профессиональной компетентности» для всех граждан России» [19, с. 13].

Многие считают, что человек, владеющий математическим языком, способен глубже проникнуть в суть математических процессов. Развитие

математических способностей помогает логическому мышлению, которое позволяет обучающимся более грамотно излагать мысли и решать довольно сложные задачи не только в области математики, но и в других науках и реальной жизни.

Большое значение имеет математическая интуиция, позволяющая обучающимся понимать суть задачи и выбирать наиболее подходящий алгоритм решения. Вместе с тем, именно начиная со школы, употребление абстрактных математических понятий, не употребляемых в реальной жизнедеятельности людей, привыкание к точным решениям и перебору альтернатив, приводит к пренебрежению качественной оценки ситуации [27, с. 122].

Но в повседневной жизни не все так однозначно, категории размыты и имеют нечеткие границы, а решение может иметь несколько разных, но при этом правильных ответов. Все это не учитывается в школьных задачах.

Именно поэтому в последние годы в школьном обучении четко поставлен вопрос о том, что полученные в школе знания должны быть применимы в повседневной жизни. Для этого пересматриваются образовательные технологии и программы, учебные нагрузки, требования к урокам и др. И наоборот, организация подобной учебной деятельности изменяет модели поведения обучающихся в повседневной жизни [9, с. 12].

Другими словами, предполагается, что только при решении задач из житейских ситуаций обучающиеся легче и быстрее усваивают материал, лучше и быстрее понимают, как применить полученные знания в жизни и дальнейшей профессиональной деятельности.

Изложенное предполагает существенные изменения во всех звеньях педагогической системы, так как меняется не просто цель обучения, а полностью вся парадигма образования. Идет переход от передачи учителем обучающимся знаний, умений и навыков к формированию базовых предметных компетенций современного школьника.

Вместе с этим меняется содержание обучения (переход от теории к практике), основной метод передачи знаний (от монолога учителя к диалогу между учителем и обучающимися), позиция обучающихся (от пассивной к активной) собственно учебная деятельность (от традиционной к инновационной) и т.д.

Понятно, что комплекс наук не обойдется без теоретических основ и научных терминов, а законы физики, химии, математики никто не отменит. Тем не менее, все они по возможности должны быть применимы в повседневной жизни.

Отсюда, требуется модернизация образования в свете требований ФГОС, согласно которым изучение математики должно обеспечить: «осознание значения математики в повседневной жизни человека; понимание роли математических процессов в современном мире; формирование представлений о математике как универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления» [40, с. 13].

В Концепции развития математического образования отмечается, что «математическое образование должно: предоставлять каждому обучающемуся возможность достижения уровня математических знаний, необходимых для дальнейшей успешной жизни в обществе; обеспечить каждого обучающегося развивающей интеллектуальной деятельностью на доступном уровне; обеспечивать необходимое число выпускников, подготовка которых достаточно для продолжения образования в различных направлениях» [19, с. 21].

Отсюда, при обучении математике, эффективность учебной деятельности должна определяться, главным образом, самостоятельностью, активностью и пониманием изучаемой темы самими обучающимися. Большую пользу приносят задания, которые обучающиеся придумывают сами. Используя субъективные ситуации, личный опыт, они быстрее понимают суть.

М.И. Коньковой предложен новый подход к обучению, который «позволяет облегчить понимание обучающимися сущности изучаемого математического материала, преодолеть формализм в знаниях, более успешно

реализовать прикладную направленность математической подготовки» [20, с. 6].

Последнее предложил также Н.А. Терешин. Он развернуто рассмотрел задачи построения математических моделей реальности [36, с. 96].

Для того чтобы развить у обучающихся свободу творчества на уроке, необходимо, чтобы они почувствовали любопытство, удивление, интерес. Только тогда можно быть уверенным, что задачи будут решены самостоятельно. А пропустив интерес через эмоции, открыв для себя и использовав новые методы решения, через преодоление сложностей при поиске результата, обучающиеся улучшат свою математическую смекалку, разовьют математическое мышление. Н.В. Гусева доказывает, что «эмоционально окрашенная атмосфера усвоения знаний способствует повышению качества обучения» [8, с. 9].

Кроме того, в условиях реализации ФГОС, большая роль отводится саморазвитию. Для повышения любопытства обучающихся к решению задач следует использовать уже имеющийся у них интерес, например, к информационным технологиям. Тем более, что процесс информатизации в настоящее время является важным процессом во всех сферах человеческой деятельности, а использование в школе современных ИКТ является необходимым условием реализации ФГОС.

Такое объединение интереса обучающихся с требованиями образовательной системы благотворно скажется на формировании как математических, так и информационных компетенций обучающихся. Относительно самого предмета математики следует отметить, что в общей системе знаний значение этого предмета нельзя переоценить: можно говорить о том, что нет такой сферы деятельности человека, где бы ни использовалась математика.

Предмет математики важен еще и потому, что и играет решающую роль не только в изучении, но и в преобразовании реальной действительности. Так, научившись выделять простейшие математические закономерности в



ближайшем окружении, можно научиться оценивать и решать конкретные «взрослые» проблемы, упорядочить действительность.

Обучение решению задач с контекстом повседневной жизни позволяет дать обучающимся опыт в использовании ими собственных математических знаний для использования их в обычной жизни. Такое обучение позволяет более прочно усвоить информацию, у обучающихся возникают ассоциации с конкретными событиями в окружающем мире.

Основными особенностями задач с контекстом повседневной жизни являются: связь с событиями обыденной жизни, их необычная формулировка, а также межпредметные связи. Все это вызывает у обучающихся повышенный интерес к математике, способствует развитию их самостоятельности, любознательности и активной жизненной позиции.

Кроме того, размышляя над решением задач в контексте повседневной жизни, учащиеся привыкают к символике и абстрактности и перестают бояться даже громоздких формул, начинают понимать их, разбираться и применять в задачах и практического, и теоретического плана, применяя при этом предметные умения, навыки, способы мышления.

Решая задачи с контекстом повседневной жизни, обучающиеся ведут поиск информации, структурируют найденные знания, высказываются в устной и письменной форме, выдвигают гипотезы и обосновывают их, самостоятельно создают алгоритмы решения, формулируют проблемы и самостоятельно их решают.

При этом полученные знания не забываются через определенное время, как, например, при использовании выученных формул. Наоборот, весь процесс остается у обучающегося в памяти на всю жизнь, ведь задача была понятна, он сам разработал алгоритм, нашел решение. Только пропущенное через себя знание, сделанное и решенное самим обучающимся, остается собственным опытом и может быть воспроизведено и использовано в любое время.

Все изложенное верно, но учителя часто думают, что на уроках математики мышление должно развиваться само, только лишь научив учащихся

решать задачи и примеры. Педагоги частично правы, но делать это надо систематически и целенаправленно, на примерах из повседневной жизни [6, с. 58].

Л.С. Выготский указывает, что «растущее умственное развитие требует все новой, более высокой и организованной умственной деятельности. Этот процесс влияет на регулярное развитие познавательных компетенций обучающегося в той мере, в какой это необходимо каждому» [5, с. 53].

При этом именно задачи с контекстом повседневной жизни позволяют обучающимся понять релевантность их знаний окружающему миру, что, в свою очередь, повышает их заинтересованность в предмете. Так появляется взаимозависимость: решение подобных задач повышает интерес к решению все новых и новых задач даже в других сферах и диапазон этот расширяется.

Кроме того, важно учитывать возможности и способности каждого учащегося. Дело в том, что все дети развиваются не одинаково. То, что дается одному с легкостью, другому может быть достаточно сложно. Один понимает сразу и быстро решает задачу, а другому нужно какое-то время, чтобы даже просто понять поставленный вопрос. Но математика является довольно сложным предметом и добиться, чтобы все учащиеся усвоили материал на одинаково высоком уровне практически невозможно.

Поэтому, для того, чтобы охватить по возможности большее число учащихся, педагоги ориентируются на так называемого среднего учащегося. Но в этом случае на уроке плохо задействованы как более сильные, так и более слабые учащиеся и в результате получается, что большинство учащихся теряют интерес к математике.

Данная проблема всегда стояла достаточно остро. Педагоги отдали немало сил на разработку разного рода методик, методов, приемов, способов повышения познавательного интереса учащихся к математике [24, с. 1].

Учителя начали использовать и разные формы преподнесения материала, такие как дидактические игры, круглые столы, мозговые штурмы и многие другие. Так, М.И. Зайкин рассматривает виды деятельности, способствующие

приобщению школьников к творчеству, исследованиям и выделяет «основные этапы вовлечения учащихся в творческую деятельность на уроках математики: подготовка, пояснение, тренинг, созидание, презентация» [13, с. 179].

Было много работ по самостоятельному поиску информации и даже разработке задач самими учащимися. Результаты этих исследований показали повышение эффективности, однако динамика повышения была не очень высокой. Дело именно в том, что при командных или групповых формах работы сильные и активные учащиеся ведут за собой более слабых.

Это очень хороший опыт, однако, учащиеся не могут работать в таком темпе регулярно и кратковременную положительную динамику нельзя назвать результатом повышения знаний.

В дальнейшем появляются еще более сложные темы и задачи. Тогда встает вопрос об индивидуализации обучения. Но каждым учащимся в отдельности педагог заниматься не может вследствие невозможности увеличения временных рамок урока, календарного плана. Именно тогда на передний план выходит личностно-ориентированный подход.

При личностно-ориентированном подходе к обучению каждый учащийся имеет возможность включить в процесс обучения свои собственные личностные функции. Субъективный опыт каждого учащегося становится востребованным, а ученический коллектив предоставляет возможность совместного развития, для восприятия себя как источника развития других и других как источника своего развития. Другими словами, ученик становится подлинным центром образовательного процесса.

Таким образом, контекст повседневной жизни в школьном курсе математики выделен во ФГОС результативным требованием освоения образовательной программы посредством осознания значения математики в повседневной жизни человека.

## **1.2. Задачи с контекстом повседневной жизни: понятие, классификация, функции**

Задачи с контекстом повседневной жизни используются в школах всего мира, однако, по сей день исследуемый тип примеров и задач не имеет единого определения. Они именуется практическими задачами, реалистическими задачами, задачами на моделирование, контекстными задачами, повседневными задачами, прикладными задачами и т.п.

Отсюда и множество определений данного типа задач. Рассмотрим их.

Понятие практико-ориентированного обучения математике было определено В.В. Фирсовым как «осуществление целенаправленной содержательной и методической связи школьного курса математики с практикой, что предполагает введение в школьную математику специфических моментов, характерных для исследования прикладных проблем математическими методами» [41, с. 32].

Из определения видно, что практико-ориентированные задачи имеют прикладное направление.

Практико-ориентированные задачи – это вид сюжетных задач, описывающих реальную или приближенную к ней ситуацию на неформально-математическом языке. Это задачи из окружающей действительности, которые тесно связаны с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни» [32, с. 46].

Данное определение включает контекст повседневной жизни.

Ю.А. Тюменева и М.В. Гончарова считают, что «такой вид задач требует в своем решении реализации всех этапов математического моделирования» [39, с. 60].

В данном определении указано на необходимость моделирования.

К практико-ориентированным задачам предъявляются следующие «требования:

- вводиться в процесс обучения как необходимый компонент и служить достижению цели обучения;
- понятия и термины должны быть доступными для учащихся;
- содержание должно сближаться с реальной действительностью;
- в содержании могут быть отражены как математическая, так и нематематическая проблема;
- способы, приемы и методы решения должны быть приближены к практическим;
- соответствие программе, изучаемому предмету, теме» [12, с. 94].

Практико-ориентированные задачи классифицируются по трем группам.

К первой относятся задачи профориентационного направления. Посмотрим пример такой задачи.

*Практико-ориентированная задача 1.* Шеф-повар дал задание поварам приготовить для посетителей ресторана салаты из редиса, огурцов и помидоров. Каждая порция должна составлять 400 г. Известно, что вес каждого огурца составляет 150 г., а масса одного редиса в 2 раза меньше массы огурца. Сколько нужно положить в салат помидоров?

Ко второй группе относятся геометрические задачи, связанные с практической деятельностью человека.

*Практико-ориентированная задача 2.* Для того, чтобы соединить два села, нужно проложить шоссейную дорогу, а для этого еще и построить между ними мост через реку, находящуюся между ними. Как должна пройти эта дорога, чтобы путь между селами был кратчайшим.

К третьей группе относятся задачи бытового содержания.

*Практико-ориентированная задача 3.* Варвара купила проездной билет на автобус за 750 руб. За месяц она сделала 45 поездок. Сколько рублей она сэкономила, если разовая поездка стоит 28 рублей?

Позже от практико-ориентированной направленности было отделено понятие прикладной направленности обучения математике [45, с. 199].

В данном вопросе была выделена ориентация математического содержания на ее изучение в процессе решения задач и на воспитание устойчивого интереса к предмету. Именно здесь внимание фокусировалось на подготовку к профессиональной деятельности. Другими словами, речь стала идти о том, что математические задачи должны быть применимы в дальнейшей жизни человека.

Итак, прикладная задача – это задача, поставленная вне математики, но решаемая математическими средствами. Кроме того, такие задачи позволяют осуществлять межпредметные связи математики с другими науками.

В.Ю. Протасов считает, что «есть много задач в разных областях, от теоретической механики до банковского дела и финансов, которые математически сводятся к одним и тем же принципам» [33, с. 5].

В целом прикладная направленность математики напрямую связана с формированием и развитием у учащихся представлений о природе, идеях и методах математики, о характере отражения ею явлений реального мира, о методе познания реальной действительности [10, с. 130].

Тем не менее, к прикладным задачам предъявляются те же требования, что и к практико-ориентированным, так как в обоих видах задач отмечается практическая направленность.

Отличие заключается в том, что в прикладных задачах строится математическая модель и разрабатывается алгоритм решения, составляются схемы, таблицы, диаграммы, графики. Вопрос же задается при помощи математического языка.

Анализируя исследования ученых, можно указать основные жизненные категории, на основе которых создаются практические задачи:

1) задачи, имеющие прямое отношение к повседневному опыту обучающегося, например приобретение билета на междугородний автобус, покупка продуктов в ларьке или чтение инструкции по приему лекарств;

2) ситуации, с которыми учащиеся уже сталкивались в своей жизни или столкнутся в будущем, хотя они не сводятся к нынешним повседневным

бытовым заботам. А определенные практические задачи могут быть связаны со школьными предметами – биологией, химией, географией и т.п.;

3) практическая задача, которая может требовать от человека работы с публичной информацией из газет, журналов, телепередач и Интернета.

Рассмотрим несколько задач прикладного характера.

*Прикладная задача 1.* У водопроводчиков в наличии имеются водопроводные трубы длиной 5 и 7 м. Заказчику нужно провести к дому водопровод длиной 167 м. Сколько нужно взять труб длиной 5 м и сколько длиной 7 м, чтобы сделать меньше соединений и при этом не резать трубы?

*Прикладная задача 2.* На диаграмме представлена среднемесячная температура воздуха за год. По горизонтали указаны месяца, по вертикали – значение месячной температуры. Определите самый теплый и самый холодный месяцы в году. График представлен на рисунке 3.

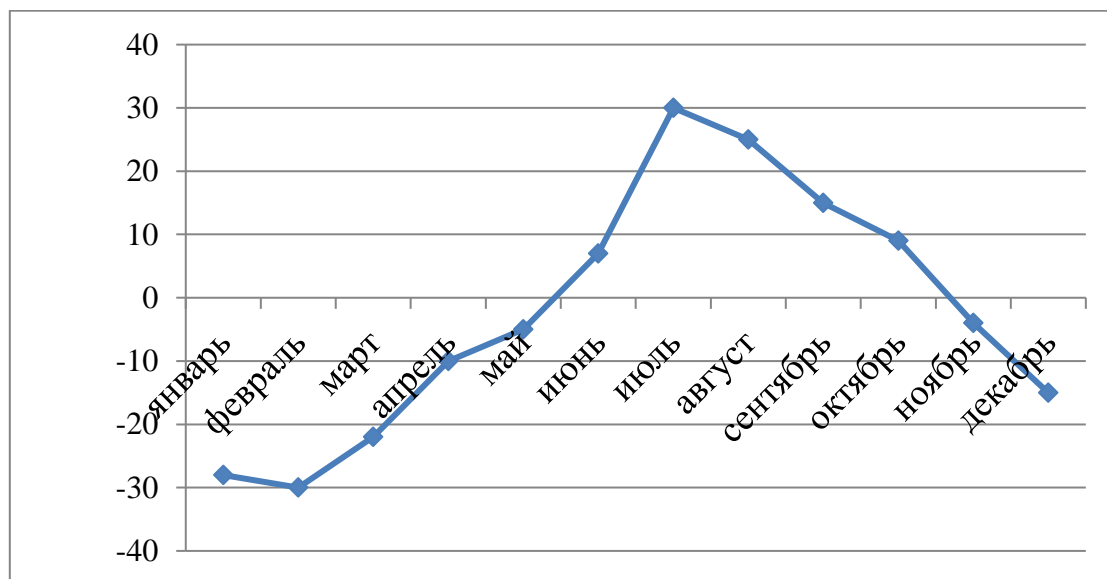


Рисунок 3 – График к прикладной задаче 2

*Прикладная задача 3.* Для отправки посылок нужны коробки с наибольшей вместимостью. Коробки делаются при помощи вырезания квадратов с четырех углов. Какова сторона вырезаемого квадрата?

Задачи с контекстом повседневной жизни – это задачи, связанные с житейскими ситуациями. Например, в исследовании А.Л. Брауна и его коллег было продемонстрировано, что «учащиеся могут перенести общий принцип

решения задачи в новый контекст только в том случае, если они хорошо знакомы с контекстом ситуации» [48, с. 279].

Рассмотрим задачи с контекстом повседневной жизни.

*Задача 1.* Бабушка сварила 6 кг малинового варенья. Сначала она стала складывать варенье в банки по 700 гр., но их было только 4 штуки. Сколько банок по 440 гр. нужно взять, чтобы вместить оставшееся варенье?

*Задача 2.* Вероникины младшие братья собирают игрушечную железную дорогу. У них есть детали длиной 20 и 30 см, из которых они выбрали 6 коротких. Вероника решила помочь братишкам собрать дорогу в 3 м. Сколько Веронике нужно взять длинных деталей?

*Задача 3.* Папа заболел, врач прописал ему лекарство на 15 дней по схеме: в первый день принять 20 капель, а в последующие на 3 капли больше, чем в предыдущий. Мама пошла в аптеку за лекарством. Сколько нужно ей взять пузырьков, если в одном пузырьке содержится 200 капель лекарства? Сколько капель останется в пузырьке после лечения?

Методика использования задач с контекстом повседневной жизни в обучении предполагает единство целей, содержания и процесса. По последним как раз и классифицируются исследуемые нами задачи с контекстом повседневной жизни.

Так, В.В. Козлов и А.М. Кондаков считают, что «целями задач с контекстом повседневной жизни являются:

- приемы анализа состава структуры и компонентов задачи для устранения неопределенности в процессе решения задачи с контекстом повседневной жизни;

- модификация входных данных задач без существенного изменения их структуры;

- логика построения с учетом состава структуры и компонентов задачи;

- определение условий применения опыта составления задач» [17, с. 324].

По содержанию педагоги делят «задачи с контекстом повседневной жизни:



- изначально неопределенные задачи;
- задачи с неопределенностью, возникающей по ходу решения;
- задачи с заданным составом структуры и компонентов с неопределенными исходными данными;
- задачи с несформулированным вопросом;
- задачи с неполной или избыточной структурой условия;
- задачи с особенностями в решении;
- система задач к определенной теме» [17, с. 325].

Л.М. Фридман считает, что процесс решения задач с контекстом повседневной жизни «предполагает использование:

- метода проблемного изложения;
- частично-поискового и исследовательского метода обучения;
- индивидуальных, групповых, фронтальных форм работы на уроке» [42, с. 236].

Кроме того, проанализировав научную литературу по исследуемой проблеме авторов Ю.М. Колягина [18], Г.С. Лариной [22], Н.А. Терешина [36], Ю.А. Тюменевой [39] и др. мы решили, что при составлении задач с контекстом повседневной жизни основными аспектами должны стать:

- собственно значимый контекст повседневной жизни;
- переплетение многих предметов и тем;
- моделирование – перенос обыденной задачи на язык математики;
- интерпретация результатов.

Е.В. Губанова указывает, что задачи с контекстом повседневной жизни принадлежат к группе нестандартных задач [7, с. 36].

Н.Б. Истомина включает в нестандартные задачи логические и комбинаторные задачи, задачи на смекалку и т.д. [16, с. 188].

Г.С. Ларина указывает, что «вне зависимости от самой ситуации, важно обратить внимание на степень реалистичности практических задач. Другими словами, контекст может быть как с реалистичным, так и с вымышленным контекстом» [21, с. 155].

Отсюда можно заметить, что критерии задач с контекстом повседневной жизни и критерии нестандартных задач схожи. Приемы работы с задачами с контекстом повседневной жизни будут следующими:

- изучить контекст задачи;
- определить актуальную математическую концепцию;
- перевести условие задачи на математический язык;
- решить саму задачу;
- интерпретировать решение.

Итак, мы считаем, что задачи с контекстом повседневной жизни представляют собой актуализацию собственного опыта обучающихся, поиск ими необходимой информации, а также предполагают исследование и анализ, определенный алгоритм решения, что помогает развивать логическое мышление и формировать познавательные компетенции. Но, несмотря на указанные постулаты, в школе формирование познавательных компетенций не происходит или происходит в незначительной степени в связи с тем, что обучающиеся не понимают абстрактные формулы, просто заучивают их и применяют к задачам определенного параграфа учебника.

Действительно, если почитать формулировки задач в учебниках математики, то в большинстве своем они представляют собой шаблоны операций. При этом целью обучения математики считается именно овладение указанными шаблонами. С последним также связывается успешность обучения.

Имеется еще один факт. Очень часто педагоги предлагают решить задачи по математике на скорость. Считается, что быстрое выполнение задания по математике является признаком знания. Однако, мы считаем, что математика является не набором запоминаемых алгоритмов и процедур, а инструментом познания мира, а значит должна строиться на глубоком понимании темы.

Отсюда, велика роль задач с контекстом повседневной жизни, так как обучение будет проводиться таким образом, что формулы будут применяться обучающимися не к ограниченному кругу задач, а выбираться для решения той задачи, которая актуальна на данный момент. При этом и сами формулы будут

не предлагаться, а подбираться обучающимися из множества других. Так рождается математическая интуиция, которой нет при проведении обычного урока. Именно такой подход позволяет развивать познавательный интерес у обучающихся к решению задач вообще. И так решение задач с контекстом повседневной жизни делает обучение осознанным. Они являются средством зарождения, пробуждения и развития познавательного интереса к математике у школьников. Решение подобных задач помогает развивать различные УУД, в том числе и познавательные [6, с. 105].

Поэтому для пробуждения познавательного интереса обучающихся к решению подобных задач важно дать обучающимся возможность им самим поискать информацию в таких источниках, как книги и энциклопедии, самим подобрать иллюстративный материал к созданной задаче. Обычно обучающиеся с удовольствием обсуждают реальные ситуации и решают задачи, созданные одноклассниками на основе фактического материала.

Важно также делать это систематически и целенаправленно. Обязательно также применять знания самих обучающихся из других сфер. Обобщенные знания об общих и существенных признаках разного рода предметов и явлений дает понимание о связях, отношениях и взаимодействиях окружающей действительности, что ведет к пониманию целостной картины мира.

Приобретение обучающимися познавательных компетенций позволяет обучающимся понять смысл своего будущего, выработать собственную жизненную позицию, лучше понимать других людей и социум в целом. Отсюда формируется потенциал в формировании и достижении также других образовательных результатов.

Мы считаем, что подобные способности будут развиваться в полной мере только тогда, если захотят сами обучающиеся, а для этого сам предмет математики должен быть близок и понятен, что возможно при решении насущных задач самих обучающихся. Логика и сущность изучаемых предметов, характер усвоения знаний помогают учащимся научиться самостоятельно мыслить, сравнивать, рассуждать, делать довольно глубокие

обобщения и выводы. У них развивается абстрактное мышление. К юношескому возрасту накапливаются знания, способности к логике и абстрагированию. Итак, логика ответственна за связанные и цельные знания, мышление на уровне слова и речи позволяет осознавать и воспроизводить знания. Решение задач серьезно влияет на творчество обучающихся.

Отсюда, единицы учебной деятельности на уроках математики – это задачи, объединяемые в два класса: абстрактно-логические и предметно-практические. Первые находятся в сфере абстрактно-логического мышления. Оно, «как одна из ступеней развития когнитивного мышления, имеет три основных функции: рефлексивную, эмотивную и репрезентативную. В свою очередь, для учебной деятельности характерны такие функции, как познавательная и преобразовательная» [28, с. 11].

Рассмотрим подробнее функции абстрактно-логического мышления: рефлексивную, эмотивную и репрезентативную.

Рефлексия абстрактно-логического мышления обучающегося имеет творческую окраску процесса познания. Рефлектируя относительно своих действий, в том числе и в жизни, обучающийся анализирует свои шаги и в результате понимает алгоритм решения. И только этот процесс помогает запоминать, а потом использовать этот отрефлексированный алгоритм.

Абстрактно-логическое мышление обучающегося характеризуется определенным эмоциональным состоянием его личности и мотивацией к учебной деятельности. Это создает эмоционально-положительное отношение к обучению и обеспечивает позитивное стремление к новым знаниям.

Репрезентативная функция формирует логические образы операционально-деятельностных основ преобразования познания. Эта функция помогает находить разнообразные формы в процессе познания, поведения и формирования самостоятельности обучающегося. Последний самостоятельно проверяет целесообразность определенного поведения при преобразовании разнообразных задач, обогащая собственный жизненный опыт и повышая свою мотивацию.

Итак, все исследованные функции абстрактно-логического мышления преобразуют поведение обучающихся в ходе учебной деятельности. Они становятся более активными, мотивированными, самостоятельными, творческими личностями.

Педагоги и психологи считают, что «в предметно-практической деятельности имеется одно важное свойство: оперируя предметами, человек может нагляднее увидеть многие абстрактные связи и понятия» [35, с. 54].

Смысл этих действий заключается в том, что человек лишь использует объективно существующую закономерность: при сопровождении моторной, практической деятельности, мыслительная деятельность обучающегося облегчается. Определенные интеллектуальные задачи при помощи предметно-практических действий становятся доступнее, легче решаются [26, с. 86].

Практическая деятельность помогает значительно повысить сложность предлагаемых обучающимся заданий, чем активизирует их умственное развитие. Однако, для многих учителей как раз и является проблемой перевод учебных задач из теории в практику [3, с. 34].

Итак, для более предметного обобщения представленного материала, сравним исследованные выше задачи (табл. 1).

Таблица 1 – Классификация задач практической направленности

Наименование параметра	Описание параметра		
Тип	Практико-ориентированные задачи	Прикладные задачи	Задачи с контекстом повседневной жизни
1	2	3	4
Определение	Сюжетные задачи, описывающие реальную или приближенную к ней ситуацию на неформально-математическом языке	Задача, поставленная вне математики, но решаемая математическими средствами, применимы в дальнейшей жизни	Задачи, связанные с житейскими ситуациями на данный момент и в будущем
Направленность	Практическая	Практическая	Практическая
Поиск задач	Подбирается из учебника, задачников или другой литературы	Так же, как и для практико-ориентированных задач	Моделируется педагогом и учащимися по сюжету из повседневной жизни
Ориентация	Ориентирование на решение задач по предмету	Ориентирование математического содержания на подготовку к профессиональной деятельности	Ориентирование на решение любых задач повседневной жизни
Виды	1 Задачи профориентационного направления 2 Геометрические задачи, связанные с практической деятельностью человека 3 Задачи бытового содержания	1 Профориентационные задачи 2 Графические задачи 3 Задачи, имеющие отношение к опыту учащихся в будущем	Задачи берутся из повседневной жизни и классифицируются как логические, комбинаторные, на смекалку и т.п.
Преобразование	В математическую контекстную задачу: 1) Добавляются, либо убираются данные; 2) Изменяются условие или вопрос задачи 3) Объединяется несколько простых задач	В математическую контекстную задачу: 1) Устанавливается взаимосвязь с профориентацией 2) Изменяются условие или вопрос задачи в соответствии с профессией	В новую компетентностную задачу: 1) Оформляется под ситуацию повседневной жизни 2) Выделяются математические факты 3) Поиск решения ЛИБО: 1) Определяется тема урока 2) Под задачу подводится ситуация из жизни

Окончание таблицы 1

1	2	3	4
Требования	<ul style="list-style-type: none"> <li>- вводиться в процесс обучения;</li> <li>- доступные понятия и термины;</li> <li>- содержание сближается с реальностью;</li> <li>- отражение как математической, так и нематематической проблемы;</li> <li>- способы, приемы и методы решения приближены к практическим;</li> <li>- соответствие программе, предмету, теме</li> </ul>	Те же, что и к практико-ориентированным задачам	<ul style="list-style-type: none"> <li>- анализ жизненной ситуации;</li> <li>- осмысление и объяснение представленной ситуации;</li> <li>- выбор способа действия в ситуации;</li> <li>- перевод житейской ситуации на математический язык;</li> <li>- результат – осознание личностной значимости ситуации</li> </ul>
Моделирование	Присутствуют зачатки моделирование	Моделирование представляет собой алгоритм решения задачи	Полноценное моделирование: <ul style="list-style-type: none"> <li>- создание задачи</li> <li>- перевод условия задачи на язык математики</li> <li>- фиксация отношений между объектами</li> <li>- интерпретация с учетом контекста</li> </ul>

Из результатов таблицы 1 можно сделать вывод, что исследуемые задачи явились этапами развития, этапами совершенствования подходов к обучению в решении задач и приближению к задачам с контекстом повседневной жизни. Другими словами, по мере изменения требований к образованию, изменялись и требования к задачам.

Задачи с контекстом повседневной жизни предназначены для того, чтобы обучающиеся могли применить при их решении изученные ими математические концепции и процедуры. Поэтому и условие задачи должно быть переведено на язык математики.

При этом в любой задаче, в том числе и практической, обязательна фиксация отношений между объектами задачи, что означает процесс моделирования.

И в заключение задачу нужно интерпретировать, то есть оценить с учетом прежде заданного контекста.

Изложенный процесс указывает на первое свойство задач с контекстом повседневной жизни, а именно – на формулирование условий на быденном языке, что подразумевает моделирование и интерпретацию полученных результатов.

Второе условие заключается в том, чтобы объекты и отношения имели непосредственное отношение как к выбранному алгоритму решения задачи, так и к полученному ответу. При этом обращается внимание на обстоятельства решения задачи, так как могут появиться условия из быденной жизни, препятствующие решению задачи.

Также очень важно, чтобы при решении задачи были возможности использования дополнительных инструментов, наличие руководства решения задачи, получения консультации или обсуждения проблемы.

Ю.А. Тюменева к ключевым характеристикам реальной ситуации добавила еще два параметра: «новизну формулировки задачи и относительную жесткость ее структуры» [37, с. 6].



Данные параметры означают для первого – отсутствие в тексте задачи отсылки к необходимому алгоритму решения, нешаблонность задачи и для второго – обратить внимание на то, что в повседневной жизни задача не может быть жестко структурирована и может иметь несколько правильных решений. Поэтому в задаче не должно быть типичных фраз или слов, указывающих на применение определенного алгоритма решения.

Отсюда, основными требованиями к задачам с контекстом повседневной жизни являются:

- анализ жизненной ситуации;
- осмысление и объяснение представленной ситуации;
- выбор способа действия в указанной ситуации;
- перевод житейской ситуации на математический язык;
- результат – осознание личностью ситуации повседневной жизни.

Итак, резюмируя вышеизложенное, можно сказать, что в отечественной школе еще нет четкого разделения практико-ориентированных задач, прикладных задач и задач с контекстом повседневной жизни.

Тем не менее, уже можно выделить основные параметры задач с контекстом повседневной жизни:

- обыденная семантика;
- значимость ситуации;
- обстоятельства решения задачи;
- новизна формулировки;
- относительная жесткость структуры.

Таким образом, практико-ориентированные задачи – это задачи из окружающей действительности, которые тесно связаны с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни. Задачи с контекстом повседневной жизни представляют собой знания, применимые в быту, связанные с житейскими ситуациями.

Основные отличия заключаются в том, что практико-ориентированные задачи подбираются из учебников, задачников и тому подобной литературы,

а задачи с контекстом повседневной жизни моделируются педагогом и учащимися из повседневных ситуаций, первые ориентированы на решение задач по предмету, вторые – на решение любых задач повседневной жизни,

По видам первые распределяются на задачи профориентационного направления, геометрические задачи, связанные с практической деятельностью человека и задачи бытового содержания. Вторые классифицируются как логические, комбинаторные, на смекалку и т.п.

При решении первых производится преобразование в математическую контекстную задачу, а вторых – в новую компетентностную задачу.

Также у анализируемых задач разные требования – первые должны вводиться в процесс обучения, вторые предполагают анализ жизненной ситуации, при решении первых содержание сближается с реальностью, при решении вторых – происходит осмысление и объяснение представленной ситуации, первые требуют соответствия программе, предмету, теме, а вторые – осознание личностной значимости ситуации и т.д. важное отличие состоит и в том, что в первых присутствуют только зачатки моделирования, а вторые предполагают полноценное моделирование.

Обучающимся должны предлагаться задачи, максимально приближенные к ситуациям их повседневной жизни, что позволит каждому обучающемуся лучше, быстрее и глубже понять предмет математики.

Главная функция задач с контекстом повседневной жизни в процессе обучения математике состоит в том, что эти задачи, прежде всего, являются эффективным инструментом для развития мышления. При этом их решение предполагает последовательность совершения определенных действий, работу с определениями и понятиями, построение цепочек точных рассуждений с промежуточными и итоговыми умозаключениями по поводу жизненных ситуаций. Также важен перенос обыденной задачи на язык математики, а именно – математическое моделирование.

### **1.3. Задачи с контекстом повседневной жизни как способ математического моделирования реальных ситуаций**

Задачи с контекстом повседневной жизни наилучшим образом соответствуют требованиям ФГОС, где главной целью обозначено: сформировать у учащегося умение учиться, что становится возможным при помощи формирования системы универсальных учебных действий.

В целом эта система включает личностные, регулятивные, познавательные и коммуникативные универсальные учебные действия.

Личностные универсальные учебные действия включают «ценностно-смысловую ориентацию учащихся и ориентацию в социальных ролях и межличностных отношениях. Применительно к учебной деятельности следует выделить три вида действий:

- самоопределение – личностное, профессиональное, жизненное самоопределение;

- смыслообразование – установление связи между целью и мотивом учебной деятельности. Учащийся задается вопросом о значении и смысле учения и находит на него ответ;

- от модели переходят снова к задаче и дается ответ на вопрос задачи;

- нравственно-этическая ориентация – это действие, обеспечивающее личностный моральный выбор на основе социальных и личностных ценностей» [2, с. 23].

Познавательные универсальные учебные действия включают логические и общеучебные действия, а также постановку целей и решение задач. Они позволяют учащемуся:

- использовать символические и знаковые средства, модели и схемы;

- организовать поиск информации для выполнения учебных задач;

- выделять из найденной информации нужную;

- анализировать объекты с выделением системы их признаков;

- в изучаемом учеником круге явлений устанавливать причинно-следственную связь;

- строить умозаключения об исследуемом объекте, его строении, и свойствах;

- владеть приемами постановки целей и решения задач и т.д.

Коммуникативные универсальные учебные действия используются для построения «межличностных отношений, которые позволяют:

- использовать речь для регуляции собственных действий;

- строить монологические умозаключения и высказывания;

- владеть формой диалога;

- четко формулировать собственную позицию по определенным вопросам;

- уметь быть толерантным к разным точкам зрения, даже к тем, что не совпадают с личным мнением;

- уметь ориентироваться на позицию партнера по общению;

- стремиться к общему решению в совместной деятельности, даже если интересы сталкиваются;

- использовать речь для решения различных задач коммуникации и т.д.» [2, с. 74].

Регулятивные универсальные учебные действия – это внутренняя мотивация учащегося, направленная на самоорганизацию, саморегуляцию и самоконтроль, на «умение учиться». Они «позволяют учащемуся:

- принимать и понимать учебную задачу;

- выделять ориентиры для действий в новом учебном материале;

- различать способы и результаты действия;

- планировать собственные действия в соответствии с целями, задачами и условиями ее реализации;

- контролировать способы решения задач и достижения цели;

- адекватно воспринимать замечания и оценку учителей, одноклассников, родителей и др.;

- использовать замечания и оценки для создания более совершенного результата» [43, с. 39].

Итак, универсальные учебные действия – это обобщенные действия, открывающие возможность широкой ориентации учащихся в предметных областях, в строении самой учебной деятельности, включая осознание учащимися ее целевой направленности, ценностно-смысловых и операциональных характеристик

Формирование универсальных учебных действий способствует «индивидуализации обучения, нацеленности учебного процесса на каждом его этапе на достижение определенных, заранее планируемых учителем результатов» [2, с. 25].

Н.В. Маркова в качестве познавательных компетенций рассматривает познавательные УУД, которые определяет как «систему способов познания окружающего мира, построения самостоятельного процесса поиска, исследования и совокупность операций по обработке, систематизации, обобщению и использованию полученной информации. Познавательные УУД включают в себя: общеучебные, логические учебные действия, а также постановку и решение проблемы» [12, с. 1].

Во ФГОС отмечено: «формирование познавательных универсальных учебных действий развивает у обучающихся умение думать, размышлять, анализировать, сравнивать, обобщать, находить и сохранять информацию и т.п.» [40, с. 1].

Как указывает Г.С. Ларина, «присутствие контекста повседневной жизни в школьном обучении является источником широких возможностей как для более глубокого усвоения предметного содержания, так и для развития познавательных компетенций» [22, с. 5].

Е.П. Чернявская считает, что «при обучении математике у обучающихся развиваются такие способности, как: математическая интуиция, логическое, алгоритмическое и пространственное мышление, владение символическим языком математики и т.д.» [44, с. 1].

Изложенное представляет функции познавательной деятельности мышления. При этом Х.Я. Яппаров считает «существенным условием эффективного обучения школьников, расширения их познавательных возможностей – правильный учет требований жизни к знаниям учащихся, уровня соответствующих наук, психических и физических возрастных возможностей детей» [48, с. 20].

Данное мнение подтверждает, что познавательные компетенции важны для изучения окружающего мира. Но это лишь теоретические выкладки. Для того, чтобы изложенное работало на практике, необходимо давать обучающимся такие задачи, которые были бы им понятны. Они должны быть интересными, познавательными и доступными для понимания обучающихся. При этом задачи с контекстом повседневной жизни должны быть близки к проблемным ситуациям, возникающим в повседневной жизни.

«Общеучебные и логические операции и способы решения задач облегчаются, если последние будут иметь контекст повседневной жизни» [31, с. 206].

Также в общеучебные действия входит особая группа – это знаково-символические действия. К ним относятся:

- моделирование,
- преобразование модели с целью выявления общих законов предмета.

Согласно ФГОС, предметные результаты по математике должны отражать «умение моделировать реальные ситуации на языке математики, исследовать построенные модели с использованием аппарата математики, интерпретировать полученные результаты» и «умение применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин» [40, с. 69].

Указанные требования к предметным результатам освоения математики не дают четкого представления о том, как именно учитель должен формировать умение применять математические знания в обыденной жизни. Г.С. Ларина указывает, что «часть заданий, которые учителя

используют как практические, не являются таковыми на самом деле» [21, с. 159].

Также проблема в том, что отсутствует алгоритм математического моделирования, который точно указал бы на наличие у задачи с контекстом повседневной жизни связи с жизненным опытом учащихся.

Г.С. Ларина считает, что «центром построения задачи с контекстом повседневной жизни является построение самой математической модели реальной ситуации, описанной в задаче. Именно построение модели требует высокого уровня математической подготовки и является результатом обучения» [22, с. 32].

В педагогике рассматриваются два основных направления моделирования в обучении:

- моделирование, как содержание, которое дети должны усвоить;
- моделирование, как учебное действие, средство обучения

И.М. Зайкин указывает, что «процесс моделирования сюжетных задач обязательно включает построение абстракций, умозаключения по аналогии, конструирование научных гипотез» [13, с. 179].

Нужно, чтобы учащиеся знали модельный характер изучаемых математических явлений. Так учащиеся узнают, что слово «модель» отражает оформленные математическим языком связи и отношения между явлениями реального мира, их количественные характеристики, а также что для решения задачи математическими средствами надо построить ее модель.

Знаково-символические модели оформляются математическим языком в виде уравнений, геометрических фигур, записей решения текстовых задач, представления записи решения задачи в виде числового выражения и т.п.

Еще в 1999 г. К. Гравемейер и М. Швейцар в статье «Контекстные проблемы в реалистичном математическом образовании» указывают, что проблем контекста и символизации и моделирование тесно переплетено [49, с. 112].

Основными моделями при знакомстве с моделированием являются краткая запись, чертеж, схема, блок-схема.

*Краткая запись.* При помощи краткой записи предполагается представление содержания задачи в лаконичной форме, с использованием опорных слов, простых математических выражений, значений исходных величин, связей между ними, а также данными и искомыми величинами. Данной моделью пользуются в самом начале знакомства с моделированием.

*Чертеж.* Это условное изображение предметов, взаимосвязей между ними и взаимоотношения величин с помощью отрезков и с соблюдением определенного масштаба. Чертеж как вид модели целесообразно применять при следующих условиях:

- наличие у детей навыков вычерчивания отрезков заданной длины;
- удобные числовые данные в задаче, позволяющие начертить отрезок заданной длины.

Также учащиеся должны усвоить поэтапное выполнение чертежа.

*Схема.* Знакомство со схемой необходимо проводить как можно раньше, так как подбор задач позволяет применять модель, делает работу интересной и продуктивной. Схема применяется при решении задачи различными способами, на материале обратных задач и т.д. Схема – это чертеж, на котором все взаимосвязи и взаимоотношения величин передаются приблизительно, без соблюдения масштаба. Схема является наиболее удобной моделью при решении задач по нескольким причинам:

- исключает пересчет (как и чертеж);
- может быть использована при решении задач с большими числами;
- может применяться при решении задач с переменными;
- достаточно конкретна и полностью отражает внутренние связи и количественные отношения в задаче;
- выбор действия происходит исходя только из логики происходящих изменений, которые отражены в модели;



- внешняя схожесть схем позволяет натолкнуть учащихся на мысль об однотипности рассуждений при поиске решения задач;
- способствует формированию общего способа действия в задачах одного типа;
- способствует формированию умения рассуждать, развивает логическое мышление.

*Блок-схема.* При составлении модели в виде блок-схемы используются приемы, отличающиеся от приемов составления моделей других видов. Разбор задачи при составлении блок-схемы начинается с выделения вопроса задачи (т.е. аналитический способ). В блок-схеме нет опорных слов, на которые можно ориентироваться при выборе действия (как в краткой записи). Отсутствует зрительный ориентир для сравнения величин между собой (как при работе со схемой и чертежом), ребенок ориентируется только на взаимоотношения и взаимосвязи, описанные в задаче. Составление блок-схемы сопровождается обязательным поэтапным анализом.

*Компьютерная модель.* Компьютерная (электронная) модель – это информационная модель в форме файла на компьютерном носителе и ее изображение на экране компьютера. Компьютерные модели могут различаться формой представления. Они могут быть представлены в форме программы на языке программирования, листа рабочей книги в электронных таблицах, электронного документа, цифровой фотографии или видео, электронного трехмерного объекта.

Процесс обучающего моделирования изучен Н.Г. Салминой. Она выделяет следующие действия, которые входят в процесс моделирования:

1. Анализ материала (текста задачи), подлежащего моделированию: выделение смысловых частей – системы элементов и их отношений, подлежащих изображению при помощи знаково-символических средств.

2. Перевод элементов задачи на язык знаков и символов. Применяется принцип взаимно-однозначного соответствия между выделенными элементами материала и элементами модели.

3. В условиях решения одной задачи одинаковые отношения и элементы обозначаются одинаковыми символами и знаками, а разные элементы и отношения – разными.

4. При необходимости применяется действие преобразования модели, позволяющее перегруппировать элементы в нужном порядке и т.д.

5. В заключение решения задачи полученная модель соотносится с реальностью (с тем, что моделировалось). Данное действие позволяет получить новую информацию о моделируемом объекте, глубже проникнуть в его суть, ответить на вопрос задачи [34, с. 169].

Данный алгоритм является общим для моделирования. Конкретизацию основных шагов моделирования, основные критерии предложила Г.С. Ларина. Они будут рассмотрены далее.

Итак, в процессе моделирования изучается не сам объект, а его вспомогательная система, соответствующая познаваемому объекту и замещающая его в определенных отношениях, а также дающая информацию о самом моделируемом объекте.

При помощи математического моделирования можно сформулировать задачу вне зависимости от ее природы, воспользовавшись универсальным математическим аппаратом.

В настоящее время главным способом познания окружающего мира признана технология моделирования. На рисунке 4 представлена классификация видов моделирования.



Рисунок 4 – Классификация видов моделирования

Все эти виды моделирования могут стать подспорьем в решении задач с контекстом повседневной жизни. Представленная классификация помогает как в вопросах моделирования, так и анализа задач повседневной жизни.

По способу построения можно отметить материальные и идеальные модели. Первые существуют реально, а вторые – мысленно. Первые могут реально отразить структуру, характер объекта, а их сущность – это динамика изучаемых процессов, их зависимости и связи. Вторые строятся в воображении, ведь прежде, чем что-то построить, нужно это просто представить

Материальные модели могут быть образными (построенными из наглядных элементов), знаковыми (отношения и свойства явлений выражены при помощи определенных знаков) и смешанными (сочетающими в себе свойства образных и знаковых моделей).

Но моделей в общем великое множество, нас же интересуют математические модели, представляющие собой приближенное описание какого-либо явления внешнего мира, описываемого с помощью математической символики. языка, понятий, отношений, теорий и т.п.

В.А. Штофф под моделью понимает мысленно представляемую или материально реализованную систему, которая отображает и воспроизводит

объект так, что ее изучение дает новую информацию об этом объекте [44, с. 9].

Он же предлагает свою классификацию модели по двум основаниям: по способу построения (форма модели) и по качественной специфике (содержание модели) [46, с. 11].

Дж. Лейв представляет модель в качестве познания в повседневной жизни как упрощенную картину реального мира: «модель обладает некоторыми, но не всеми свойствами реального мира. Она представляет собой множество взаимосвязанных предположений о мире. Модель должна быть проще тех явлений, которые она по замыслу отображает или объясняет» [52, с. 81].

Модели по своей природе всегда носят приближенный характер. Возникает вопрос, каким должно быть это приближение. С одной стороны, чтобы отразить все сколько-нибудь существенные свойства, модель необходимо детализировать.

С другой стороны, она не должна быть настолько сложной, чтобы нахождение решения оказалось слишком затруднительным. Для уменьшения сложности моделей можно либо исключить несущественные переменные, либо их объединить.

Также можно выделить блоки моделей, которые находятся под действием двух взаимно противоречивых тенденций: стремления к полноте описания и стремления к получению требуемых результатов возможно наиболее простыми средствами

Часто под моделью имеют в виду представляемый объект, который, в процессе познания или изучения замещает оригинал, сохраняя важные для определенного исследования типичные черты. Отношения между объектом реального мира и его моделью можно проиллюстрировать графически с помощью укрупненного цикла моделирования (рис. 5).



Рисунок 5 – Укрупненный цикл моделирования

При моделировании задач предполагается наличие у обучающихся навыков преобразования информации из одной формы в другую, например, представить информацию в виде таблиц, схем, графиков, диаграмм и т.д.

Процесс решения задачи строится на основе моделей: словесной, графической и символической. Тогда процесс моделирования задач может быть представлен следующим образом (рис. 6).



Рисунок 6 – Схема моделирования текстовых задач

Из представленной схемы следует, что при решении задачи, следует переходить от модели одного вида к другой. При этом каждое из указанных в схеме действий представляет собой совокупность операций, адекватных условиям той или иной учебной задачи. Эти учебные действия можно взять за основу решения математических задач с контекстом повседневной жизни.

Итак, для того, чтобы уметь решать задачи с контекстом повседневной жизни, обучающиеся должны научиться строить математическую модель предлагаемой ситуации.

Математическая модель – это способ описания реальной жизненной ситуации (задачи) с помощью математического языка. Математическая модель дает краткую выразительную запись задачи с контекстом повседневной жизни.

Н.Ф. Талызина пишет: «практическая задача предназначена для того, чтобы учащийся применил при ее решении концепции и процедуры, изученные в школьном курсе математики. Формулирование условий задачи на быденном языке подразумевает необходимость их перевода на язык математики. Процесс моделирования, или, иными словами, фиксации отношений между объектами задачи, является обязательным этапом в решении любой текстовой задачи, в том числе и практической» [35, с. 61].

Эти же условия можно применить и к задачам с контекстом повседневной жизни. Вместе с тем, математическая модель должна содержать единый набор критериев, которые можно использовать для сравнения и оценки указанных задач в разных ситуациях их применения.

Ситуация должна быть описана с использованием слов, знаков, случаев, с которыми учащийся сталкивается ежедневно. Но ежедневных проблем может быть множество, поэтому важно четко определить характеристики ситуаций повседневной жизни, наличие которых позволяет квалифицировать задачу, сформулированную на основе этой ситуации, как задачу с контекстом повседневной жизни.

Главным критерием задач с контекстом повседневной жизни, выделяемым практически во всех исследованиях, является формулирование условий задачи на быденном языке: «ситуация должна быть описана с использованием слов, знаков, случаев, с которыми человек сталкивается каждый день» [21, с. 153].

Отсюда, использование контекста повседневной жизни рассматривается концепцией ситуативного обучения. В ней указывается на «важность соответствия между контекстом заданий, которые используются в школах, и контекстом ситуаций в повседневной жизни, где эти знания предполагается применять. В рамках этого педагогического подхода делается акцент на использовании примеров, близких к повседневной реальности, с целью обучения учащихся с помощью актуального опыта» [21, с. 154].

Проанализировав разъяснения Г.С. Лариной, для задачи с контекстом повседневной жизни, можно определить следующие «критерии моделирования:

- задачи имеют прямое отношение к повседневному опыту учащегося;
- контекст каждой задачи должен быть ситуационно значим;
- задача может требовать от человека работы с публичной информацией» [21, с. 160].

В любом случае, прежде всего, нужно сформулировать условия задачи на быденном языке, а в конце решения задачи проинтерпретировать ответ и оценить его с учетом заданных контекстуальных условий.

Относительно второго критерия – ситуационной значимости контекста – стоит отметить, что представленные в задаче в качестве контекста объекты и отношения должны иметь непосредственное отношение к выбранному алгоритму решения и к полученному ответу.

Третий критерий указывает на реалистичность задачи. При этом не исключается вымышленный контекст



В повседневной жизни условия могут способствовать, а могут препятствовать решению задачи. Поэтому при разработке задачи с контекстом повседневной жизни также нужно «учитывать:

- есть ли возможность использовать дополнительные инструменты;
- существуют ли руководства к решению;
- есть ли возможность получить консультацию, проблему;
- установлены ли временные ограничения» [21, с. 161].

Математическое моделирование подразумевает также необходимость перевода условий задачи с быденного языка на язык математики. Это могут быть выражения отношений между объектами задачи в виде уравнения.

Г.С. Ларина выделила «критерии задачи с контекстом повседневной жизни:

- формулирование ее условий на быденном языке;
- ситуационная значимость контекста;
- обстоятельства решения задачи;
- новизна формулировки;
- относительная жесткость структуры» [21, с. 163].

В ходе решения задачи рассуждения делятся на несколько этапов:

- определяется тема предстоящего урока и то, что учащиеся могли почерпнуть из собственных жизненных наблюдений;
- определяется, что в содержании темы будет для учеников новым, ранее им неизвестным или неосознанным;
- определяется личностная значимость новых знаний, которые приобретут учащиеся на предстоящем уроке (Почему это важно для учащихся? Какой интерес они могут представлять для них? Что в новой теме может их удивить, заставить по-новому осмыслить уже известное? Где они могут найти применение полученным знаниям?);
- формулируются ответы на предыдущие вопросы с точки зрения личносно значимой проблемы для учащихся;

- подбирается жизненная ситуация, анализируя которую или действуя в которой учащиеся смогут выйти на осознание и формулирование личностно значимой проблемы;

- составляется текст – описание данной ситуации, т.е. описание условия задачи с контекстом повседневной жизни;

- формулируется задание, требующее анализа ситуации или осуществления соответствующих представленной жизненной ситуации действий;

- формулировка переводится на математический язык. Перечисляются объекты, их характеристики или величины, которые можно измерить;

- составляется математическая модель. На данном этапе вводятся обозначения для величин выделенных объектов;

- далее идет работа с представленной математической моделью, решается полученное уравнение и получается ответ в рамках модели;

- в заключение от модели возвращаются к задаче и дается ответ.

Эти этапы и представляют собой способ математического моделирования реальной ситуации.

Рассмотрим моделирование задачи с контекстом повседневной жизни.

Задача 1. Мама с Витей пошли на рынок. У одного прилавка была очередь и дама возле весов возмущалась, что у предыдущей покупательницы 9 фруктов, у нее всего 8, а по весу они оказались одинаковыми. Продавец ответил: у нее было 6 одинаковых яблок и 3 одинаковые груши, а у вас – 3 таких же яблока и 5 таких же груш. Дама спросила: а что легче: яблоко или груша?

Мы помним, что моделирование – это процесс построения моделей для каких-либо познавательных целей, а модель – это объект, исследование которой служит средством для получения знаний о другом объекте – оригинале или прототипе модели.

Моделирование начинается со словесно-смыслового описания объекта. Кроме сведений общего характера объекта и целях его исследования, на данном этапе можно сделать предположения. Это этап формулировки.

Далее отбрасываются несущественные факторы. После выполнения первых двух этапов выбирается или формулируется закон, которому подчиняется объект. Предположения записываются в математической форме с тем, чтобы их справедливость поддавалась количественному контролю.

На этапе анализа задачи происходит переход от словесной модели к высказывательной, где в процессе моделирования отбрасывается лишняя информация, которая не влияет на содержание задачи.

При необходимости используются дополнительные сведения об объекте, также записываемые математически, например, вытекающее из геометрии задачи.

Затем следует переход к схематизированной модели. Завершается формулировка модели дополнительными характеристиками, определяющими дальнейшее поведение объекта. Формулируется цель решения задачи.

В данном варианте алгоритм моделирования задачи с контекстом повседневной жизни представлен на рис. 7.



Рисунок 7 – Алгоритм перехода от одной модели к другой

Модели изучаются всеми доступными методами, в том числе со взаимной проверкой различных подходов. Широко используются вычислительные методы. Разными способами (сравнением с практикой, сопоставлением с другими подходами) должно быть установлено соответствие объекту и сформулировано предположение результата

В результате достигается поставленная цель.

Построим высказывательную модель: у одной покупательницы 6 яблок и 3 груши, а у другой – 3 яблока и 5 груш. Что легче: яблоко или груша?

Строим вспомогательную модель (рис. 8)



Рисунок 8 – Вспомогательная модель

для задачи с контекстом повседневной жизни

Учащимся дается задание: рассмотреть вспомогательную модель, предметные картинки на ней и ответить на вопросы:

- Что изображают отрезки? (Количество фруктов).
- Что нужно узнать? (Что легче – яблоко или груша?)
- Как можно это узнать? (Убрать одинаковое количество яблок и одинаковое количество груш).
- Определите порядок записи решения задачи устно.
- Запишите задачу выражением  $(6 - 3) + (3 - 3) = (3 - 3) + (5 - 3)$ .
- Что получилось? ( $3 = 2$ )
- Повторите вопрос задачи. (Что легче?)
- Ответьте на вопрос (груша легче, чем яблоко).

Следует использовать и обратный вариант моделирования задачи с контекстом повседневной жизни – составление задачи по математической модели.

Задача 2. В данном случае алгоритм моделирования задачи с контекстом повседневной жизни представлен на рис. 9.

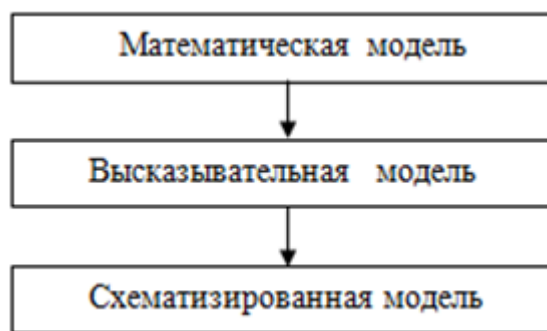


Рисунок 9 – Алгоритм перехода от одной модели к другой

В данном случае учитель записывает на доске действия и предлагает учащимся по решению составить задачу и проиллюстрировать ее на чертеже.

1)  $6 + 9 = 15$

2)  $32 - 15 = 17$

- На доске записаны два действия для одной задачи. Чем схожи представленные действия? (числом 10)

- Попробуйте выбрать ситуацию из вышей повседневной жизни и составьте задачу, которую можно было бы решить при помощи таких действий. (Ситуация – посещение учащимися секций)

- На что обратим внимание в первую очередь? (На ответы действий)

- Составьте высказывание для первой строки (6 учеников класса посещают баскетбольную секцию, 9 – волейбольную).

- Какой вопрос можно поставить? (Сколько учащихся посещают спортивные секции?)

- Составьте высказывание для второй строки (Из 32 человек в классе не посещают секцию 17 человек).

- Какой вопрос можно поставить? (Сколько учащихся не посещают спортивные секции?)

- Сформулируйте условие задачи, опираясь на указанные решения. (Из 32 человек 6 учащихся посещают баскетбольную секцию и 9 – волейбольную. Сколько учеников не посещают спортивные секции?)

- Составьте схематический чертеж к задаче.

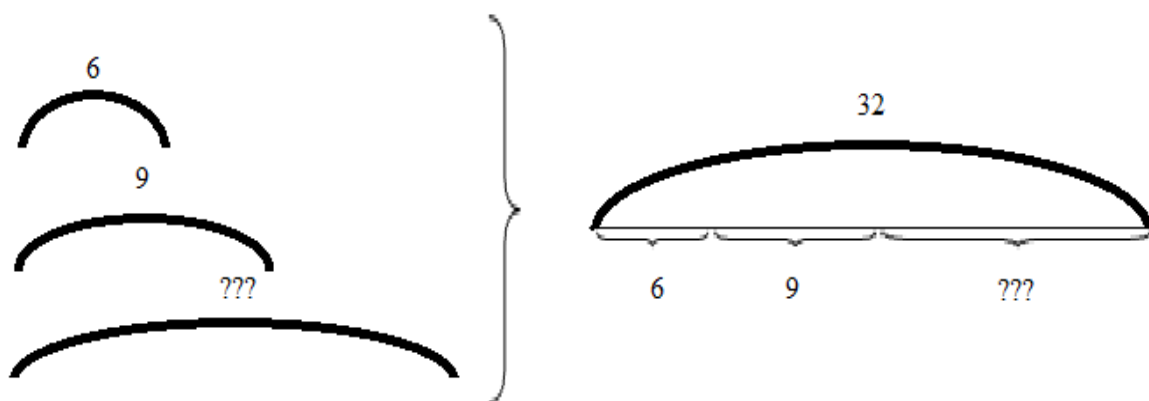


Рисунок 10 – Схематический чертеж к задаче

Представленные модели можно варьировать и иначе, меняя последовательность моделей и даже используя одну модель несколько раз, например: высказывательная модель  $\longrightarrow$  математическая модель  $\longrightarrow$  высказывательная модель.

Таким образом, универсальные учебные действия – это саморазвитие и самосовершенствование путем сознательного и активного присвоения нового социального опыта. Этот опыт является благодатной почвой для обучения.

При обучении математики российские учителя в большей степени используют практико-ориентированные задачи для закрепления изученного теоретического материала, либо как развлечение. Для более конкретного использования следует вводить задачи с контекстом повседневной жизни. Именно они позволяют формировать УУД, в том числе и их важную составляющую – моделирование.

Математическое моделирование реальных ситуаций для задач с контекстом повседневной жизни представляет собой особый алгоритм: перечисляются объекты и их характеристики; составляется собственно математическая модель и вводятся обозначения для величин объектов; решается полученное уравнение и получается ответ в рамках модели; от модели переходят снова к задаче и дается ответ на вопрос задачи.

## Выводы по главе 1

ФГОС требует формировать у обучающихся УУД и готовить их к жизни в постоянно изменяющихся условиях. Этому способствуют задачи с контекстом повседневной жизни. Они являются средством зарождения, пробуждения и развития познавательного интереса к математике у школьников. Решение подобных задач помогает развивать различные УУД, в том числе и познавательные, включающие такую важную составляющую, как моделирование.

За основу исследования нами принято определение, что задача с контекстом повседневной жизни – это описание жизненной ситуации на естественном языке с требованием дать количественную характеристику определенных компонентов, а также установить наличие или отсутствие отношений между этими компонентами.

Основное отличие задачи с контекстом повседневной жизни от других подобных задач (практико-ориентированных, прикладных и т.п.) заключается в том, что они моделируются педагогом и учащимися из повседневных ситуаций, ориентированы на решение любых задач повседневной жизни, классифицируются как логические, комбинаторные, на смекалку и т.п., преобразовываются не просто в математические контекстные задачи, а в новые компетентностные задачи.

Также задачи с контекстом повседневной жизни отличаются своеобразные требования: анализ жизненной ситуации, происходит осмысление и объяснение представленной ситуации, осознание личностной значимости ситуации, и самое важное требование – эти задачи предполагают полноценное моделирование.

Отсюда, обучение решению задач с контекстом повседневной жизни позволяет обучающимся приобрести опыт в использовании ими собственных математических знаний для использования их в обычной жизни.

Основными особенностями задач с контекстом повседневной жизни являются: связь с событиями обыденной жизни, их необычная формулировка, а также межпредметные связи. Все это вызывает у обучающихся повышенный интерес к математике, способствует развитию их самостоятельности, любознательности и активной жизненной позиции.

Размышляя над решением задач в контексте повседневной жизни, учащиеся привыкают к символике и абстрактности и перестают бояться даже громоздких формул, начинают понимать их, разбираться и применять в задачах и практического, и теоретического плана, применяя при этом предметные умения, навыки, способы мышления.

Решая задачи с контекстом повседневной жизни, обучающиеся ведут поиск информации, структурируют найденные знания, высказываются в устной и письменной форме, выдвигают гипотезы и обосновывают их, самостоятельно создают алгоритмы решения, формулируют проблемы и т.д.

Классификация задач с контекстом повседневной жизни включает задачи из окружающей действительности, сюжетные задачи, геометрические задачи, связанные с практической деятельностью человека, бытовые, практические задачи, задачи прикладного характера.

Главная функция задач с контекстом повседневной жизни в процессе обучения математике – развитие мышления.

Центром тяжести при решении задач с контекстом повседневной жизни является область построения самой модели реальной житейской ситуации.

Для математического моделирования реальных ситуаций для задач с контекстом повседневной жизни алгоритм следующий:

- перечисляются объекты, их характеристики или величины, которые можно измерить и определить, что происходит;
- составляется собственно математическая модель и вводятся обозначения для величин выделенных ранее объектов;
- решается полученное уравнение и получается ответ в рамках модели;



Составление такой модели требует высокого уровня математической подготовки и является результатом общекультурного (общеобразовательного) обучения.

Международные исследования PISA по показателям функциональной и математической грамотности учащихся показывают, что на сегодняшний день российская образовательная система еще не обеспечивает достаточную готовность школьников к повседневной жизни, хотя и наблюдается положительная динамика.

Таким образом, в школе необходимо уделить больше внимания задачам с контекстом повседневной жизни и математическому моделированию реальных ситуаций при решении подобных задач.

## **ГЛАВА 2. Организация обучения математике в 6 классе, направленного на реализацию контекста повседневной жизни**

### **2.1. Анализ учебно-методических комплектов по математике для 6 класса**

Далее исследуем учебно-методические комплекты (УМК) на предмет наличия задач с контекстом повседневной жизни, а также предложений по моделированию подобных задач. Нами рассмотрены четыре комплекта – под редакциями Н.Я. Виленкина [4], Г.В. Дорофеева [11], А.Г. Мерзляка [25], И.И. Зубаревой [15]. Все они включены в федеральный перечень учебников для общеобразовательных школ.

УМК под редакцией Н.Я. Виленкина [4] обеспечивает преемственность между младшим, средним и старшим уровнями обучения, что позволяет вести разноуровневое обучение.

В состав комплекта входят учебники по математике, рабочие тетради, сборники контрольных работ, математических диктантов, математических тренажеров, а также методическое пособие для учителя.

Учебник по математике для 6 класса включен в федеральный перечень учебников для общеобразовательных школ. Прежде всего, он позволяет компенсировать типичные пробелы и недостатки в математическом образовании школьников по завершении начального уровня обучения. Кроме того, учебник можно использовать при работе по разным учебным планам, в общеобразовательных классах и в классах, ориентированных на углубленную подготовку по математике, а также вести внеклассные занятия по математике.

В рабочих тетрадях присутствуют разнообразные упражнения к каждому параграфу. При помощи заданий закрепляется теория, есть задачи повышенной трудности, а также занимательные и развивающие упражнения.

Кроме того, в тетрадях представлены некоторые задачи из учебника с пояснениями, иллюстрациями, образцами выполнения заданий.

Контрольные работы служат контролю текущих и итоговых знаний, имеются диагностические тесты. Для каждой контрольной работы указаны соответствующие пункты учебника. Все составлены в четырех вариантах. В конце пособия даются ответы к четырём заданиям контрольных работ.

Совершенно новым видом заданий, как по форме, так и по содержанию, являются математические диктанты и математические тренажеры. Эти задания позволяют развивать внимание, оперативную память, вырабатывать и совершенствовать вычислительные навыки.

В методическом пособии охарактеризованы особенности учебника, даны особые рекомендации, которые позволяют освободить учителя от рутинной работы при подготовке к урокам.

Относительно предмета нашего исследования, можно сказать, что задачи с контекстом повседневной жизни в учебнике присутствуют в достаточном количестве. Представленные ситуации реально присутствуют в жизни – это выращивание цыплят в инкубаторе, животных на ферме, поведение домашних животных. Это задачи про девочек, собиравших ракушек на берегу моря, про сбор грибов, про рыбную ловлю, про выкройку из ткани, про сплавы металлов и их вес, про массу урожая клубники, картофеля, пшеницы и т.д. Много задач на расстояние между населенными пунктами и пристанями, на движение пешеходов, велосипедистов, машин, теплоходов, туристов и т.п. Представлены задачи, в которых указываются приборы – весы, часы, термометр, калькулятор, а также показывающие количество бензина в баке автомобиля или его скорость движения (спидометр). В задачах на единицы измерения рассматриваются площади аквариумов, теплиц, огородов, лугов, озер, квартир в гектарах, акрах, квадратных метрах. Дроби изучаются с использованием ситуаций деления на части разных фруктов, плиток шоколада, пирогов, буханок хлеба, пачек печенья, банок пшена и гороха, а также времени работы бригад строителей и

овощеводов, токарей и слесарей. При анализе условия задачи в учебнике предлагаются готовые графические схемы или виды краткой записи.

Итак, в учебнике под редакцией Н.Я. Виленкина задачи с контекстом повседневной жизни распределены по всем темам и могут предлагаться учащимся на любом этапе урока: при повторении и закреплении ранее изученного материала, при изучении нового материала, устно и как задание для домашней работы. При работе с задачами имеет место перевод условий в аналитическую и геометрическую модели, широко используется метод символической записи. Тем не менее, несмотря на практическое применение, четких указаний на моделирование задач не представлено.

УМК под редакцией Г.В. Дорофеева [11] соответствует новым образовательным стандартам второго поколения и рекомендован к использованию в общеобразовательном учреждении.

УМК включает учебник, учебное пособие, рабочую тетрадь, дидактические материалы, тематические тесты, контрольные работы, устные упражнения, сборник примерных рабочих программ.

Важно отметить, что все учебники данного комплекта – это единый непрерывный курс математики «Учусь учиться» для дошкольников, начальной и средней школы. В 6 классе учебник состоит из 3 частей, в которые включены: большой раздел «Логика», действия с рациональными числами, «Проценты».

Значительное место в учебниках отводится решению текстовых задач арифметическим способом. Это способствует развитию умения анализировать условия задачи, устанавливать связи между входящими в него величинами, выстраивать логические цепочки, приводящие к ответу на поставленный вопрос. Отличительной особенностью данных учебников является внимание к развитию и формированию различных видов мышления. Этому, в частности, способствует включение в курс большего, чем это бывает традиционно, объема геометрического материала. Изучая геометрию,

учащиеся могут последовательно пройти в развитии мышления от конкретных, практических его форм до абстрактных, логических.

В учебном пособии «Построй свою математику, 6 класс» даны эталоны правила, формулы, алгоритмы, способы действий учащихся по всем темам учебника.

Рабочие тетради имеют целью формирование первичных навыков при введении нового знания. Задания, направленные на организацию практической деятельности учащихся, помогают активно и осознанно овладевать универсальными учебными действиями.

Дидактические материалы являются частью учебного комплекта для 6 класса по математике под редакцией Г.В. Дорофеева. Обучающие и проверочные работы по арифметическому и алгебраическому материалу дополняют систему упражнений учебника.

Тематические тесты. Сборник тестов содержит 14 тематических и итоговые тесты к учебнику под редакцией Г.В. Дорофеева. Цель сборника – достижение каждым учащимся уровня базовых требований. По всем заданиям тестов приведены ответы.

Сборник контрольных работ содержит материалы для тематического и итогового контроля, представленные в виде тематических зачетов по арифметическим и алгебраическим вопросам курса, тематических проверочных работ по геометрии, итоговых контрольных работ и тестов.

Устные упражнения. Данное пособие структурировано в соответствии с содержанием учебника под редакцией Г.В. Дорофеева. К каждому пункту учебного текста предлагаются две группы устных упражнений. Первая группа («Упражнения по теме») направлена на проверку усвоения учащимися материала, рассматриваемого в объяснительном тексте учебника. Упражнения второй группы («Упражнения для повторения») обращены к воспроизведению знаний и умений, необходимых при изучении темы курса.

Сборник примерных рабочих программ предназначен для учителей общеобразовательных организаций и содержит пояснительную записку,

общую характеристику курса математики 5-6 классов, примерное тематическое планирование по УМК.

Относительно предмета нашего исследования, можно сказать, что задач с контекстом повседневной жизни довольно мало, Вместе с тем, встречаются сюжеты, из жизни: сборка урожая, приготовление пищи, географическая тематика, заполнение емкости водой, нахождение массы тела, длины ленты, ткани и т.д. Имеется некоторое количество реальных ситуаций на движение: прогулки от дома до школы, от дома до кинотеатра, от кафе до стадиона, от одного населенного пункта до другого; соревнования на лыжах, велосипедах, автомобилях, по плаванию, движение на различном транспорте от одного пункта до другого; движение по течению реки и против течения на теплоходе, катере, корабле. Встречаются задачи на определение возраста людей; на деление заработной платы между рабочими; на распределение денежных средств между спортсменами, занявших призовые места. Представлены также необычные способы решения задач. Вопросам математического моделирования уделено очень мало внимания, при этом даже имеющиеся в учебнике методы моделирования не обозначен.

УМК под редакцией А.Г. Мерзляка [25] также имеют свои особенности. В комплекте имеются учебник, рабочие тетради, дидактические материалы, методические пособия.

Учебник включает традиционные и современные методики. В учебнике представлен богатый материал, распределенный по разным уровням сложности, что обеспечивает реализацию принципов уровневой дифференциации и индивидуального подхода в обучении. Объяснения отличаются простотой, ясностью и логичностью изложения учебного материала, что позволяет формировать активный познавательный интерес учащихся к предмету.

Программа, представленная в учебнике по математике для 6 классов, входит в сборник программ по линии УМК. В программе представлены пояснительная записка и содержание курса математики, предлагается

тематическое планирование с указанием основных видов учебной деятельности, даются рекомендации по оснащению учебного процесса.

Рабочие тетради включают разного рода развивающие задания, при помощи которых можно лучше усвоить новый и повторить уже изученный материал. Задания позволяют проводить дифференцированное обучение. Стоит отметить, что рабочие тетради имеют поясняющее содержание, а также цветные иллюстрации к пояснениям.

Дидактические материалы содержат дополнительные тренировочные задания, соответствующие темам учебника. Задания можно использовать для отработки умений решать основные типы задач, для составления проверочных, самостоятельных и контрольных работ.

Методическое пособие по математике для 6 класса предлагает тематическое и поурочное планирование, технологические карты. В пособии также описываются особенности содержания курса, даются рекомендации для учителя. Кроме того, сюда включены математические диктанты и примерные контрольные работы, причем в нескольких вариантах.

Также стоит отметить, что, несмотря на наличие задач с контекстом повседневной жизни, в учебнике под редакцией А.Г. Мерзляка задач на моделирование нет, хотя само моделирование применяется в контексте.

Рассмотрим УМК под редакцией И.И. Зубаревой [15].

В данный УМК входят учебник, рабочая программа, рабочие тетради, контрольные работы, домашние задания.

В учебнике много задач с контекстом повседневной жизни: действия в магазине – покупка продуктов, товаров, наборов, счет потраченных денег на питание, жилье, одежду и обувь. Имеются задачи про фермерские хозяйства, про посевы. Имеются задачи на скорость движения пешеходов, велосипедистов, автомашин, поездов, теплоходов. Включены задачи, касающиеся сельского хозяйства – про огороды и дачи – про площади, занимаемые деревьями, про сбор овощей и фруктов, о приготовлении варенья из ягод, о проведенном на даче времени. Присутствуют задачи на

наличие ингредиентов в продуктах питания, о семейном бюджете, о копилках, о подарках. Много задач на приобретение продуктов питания в магазине. Имеется некоторое количество задач о рыбаках и их улове, о ссуде на приобретение рыбацкого оборудования. Рассматриваются задачи о бюджете города, о собрании для проведения тайного голосования, о предельно допустимых концентрациях вредных веществ в воде, воздухе или продуктах питания, вредных выбросах автомобилей, о количестве бензина в их баках. Много задач о ценах, о финансах, о понятиях «доходы», «расходы», «прибыль», «убытки», «долг», «налог», о цистернах с нефтью, о трубах, в которых течет вода, об укладке кафеля. Задачи о книгах на полке и прочитанных страницах, про пачки тетрадей и чаев, о конфетах в пакетах. Предлагаются задачи на приготовление пищи, компоненты блюд, вес продуктов. Есть задачи на расстояние, путь, маршрут, скорость движения машин или реки, разравнивание дороги грейдерами. Разного рода ремонты, припой металлов и сплавы последних. Задачи на массу тела, или частей веществ. Откачивание насосами воды из резервуаров. В части о геометрических фигурах представлены задачи на определение координат фигур, расположенных на шахматной доске, кораблей в игре «Морской бой». Есть задачи с географической направленностью – про разные страны, про их флаги. Отдельно выделены параграфы для перевода задачи на математический язык и на составление математической модели.

Итак, относительно предмета нашего исследования, можно сказать, что в учебнике по математике для 6 классов под редакцией И.И. Зубаревой задач с контекстом повседневной жизни достаточно большое количество.

Моделированию также уделено много внимания. В параграфе 2 «Модуль числа. Противоположные числа» в задаче 93 дается задание составить уравнение – математическую модель ситуации. В параграфе 4 «Сравнение чисел» в задаче 142 после условия задачи предлагается сначала записать условие в виде выражения, затем – составить математическую модель ситуации. В параграфе 6 «Числовые выражения, содержащие знаки +,



→» в задаче 216 ставится вопрос: что в условиях задачи означает математическая модель?

В конце параграфа 11 «Числовые промежутки» авторы учебника дают разъяснения, что значит математическая модель ситуации, уточняется, что схема – это графическая, геометрическая или рисованная модель, уравнение – аналитическая модель задачи, а также предлагается символическая запись. Все указанные понятия рассмотрены подробно [15, с. 77].

В задачах 349-352 дается задание построить геометрическую модель числового промежутка. В контрольном задании предлагается определить вид числового промежутка, составить его аналитическую и геометрическую модели.

В параграфе 13 «Координаты» в задачах 405-408 также речь идет об аналитической и геометрической моделях, а также о символической записи. Так, в условии предлагается одна модель, в задании предлагается построить другую модель. В задаче 406 также дано задание сделать символическую запись. Такие же задания предлагаются в параграфе 15 «Умножение и деление обыкновенных дробей» в задачах 490 и 491.

Наиболее подробно вопрос моделирования рассматривается в параграфе 20 «Решение задач на составление уравнений» (задача 594), а также 21 «Две основные задачи на дроби» (задачи 612 и 613), которые разобраны детально.

В параграфе 29 «Признаки делимости на 3 и 9» в задаче 872 требуется составить математическую модель ситуации [15, с. 190].

Кроме того, задачи на моделирование представлены в разделе домашних контрольных работ [15, с. 254].

Из изложенного видно, что весь учебник под редакцией И.И. Зубаревой буквально пронизан разъяснениями и задачами на моделирование.

Таким образом, среди изученных комплектов задачи с контекстом повседневной жизни представлены во всех УМК, а в качестве способа

математического моделирования реальных ситуаций подобные задачи рассматриваются только в учебнике под редакцией И.И. Зубаревой.

## **2.2. Методическое обеспечение реализации контекста повседневной жизни в обучении математике в 6 классе**

ФГОС ориентирован на учащегося, умеющего применять полученные в общеобразовательном учреждении знания на практике – в повседневной жизни. Применительно к математике, учащийся должен уметь анализировать и объективно оценивать жизненные ситуации, связанные с расчетами, уметь анализировать и планировать свои финансы в будущем.

Требованиям ФГОС должно соответствовать методическое обеспечение, под которым нами понимается совокупность необходимых и достаточных средств для успешной организации процесса обучения.

Для осуществления изложенного, учащийся как можно раньше должен научиться решать задачи с контекстом повседневной жизни. Научить учащихся правильным расчетам, которые встретятся им в дальнейшей повседневной жизни, в быту – задача учителя математики. Главным средством реализации данного подхода являются ситуационные задачи, обеспечивающие связь предмета математики с реальной жизнью.

Наиболее приемлемым способом для актуализации и формирования умения решать задачи с контекстом повседневной жизни является математическое моделирование. Оно представляет собой перенос элементов задачи с контекстом повседневной жизни на язык математики, это замена объекта, процесса или системы математической моделью, более удобной для изучения. Математическое моделирование позволяет учащимся более четко определить зависимости между величинами, определить основные и вспомогательные объекты, оценить задачу в целом и быстрее ее решить.

Методическое обеспечение реализации контекста повседневной жизни в обучении математике в 6 классе включает задачи с использованием

математического моделирования, фрагменты уроков, проектные задания для самостоятельной работы учащихся.

В представленной работе рассматриваются фрагменты рабочей программы по главе «Обыкновенные дроби»: темы «Делимость чисел» и «Сложение и вычитание дробей».

Фрагмент рабочей программы 1.

Пояснительная записка

Методическое обеспечение по линии УМК составлено на основе:

- Закона об образовании в Российской Федерации №273-ФЗ от 29.12.2012 (ред. от 30.12.2021) [14];

- ФГОС ООО (приказ Министерства образования и науки РФ «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования» от 31.05.2021 г. № 287 (ред. от 31.05.2021)) [40];

- учебника математики для 6 классов (1 часть) авторов Н.Я. Виленкина, В.И. Жохова, А.С. Чеснокова, Л.А. Александровой [4].

Фрагмент рабочей программы 2 к главе «Обыкновенные дроби».

Требования к результатам усвоения программы:

- *личностные*: способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждения; уметь грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи; уметь контролировать процесс и результат учебной математической деятельности; критичность мышления, уметь распознавать логически некорректные высказывания и видеть двусмысленность утверждения; уметь учитывать разные мнения и стремиться к координации различных позиций в сотрудничестве;

- *метапредметные*: самостоятельно подбирать примеры, использовать справочную литературу; уметь отличать факты от мнений, находить аргументы, делать выводы; понимать сущность алгоритмических предписаний и уметь действовать в соответствии с предложенным алгоритмом; выбирать и создавать алгоритм для решения учебных

математических проблем; комбинировать известные способы деятельности с новыми; аргументировать свою точку зрения; уметь самостоятельно ставить цели; уметь видеть математическую задачу при решении проблем в реальных жизненных ситуациях и в других дисциплинах, в окружающей жизни; уметь обобщать и делать выводы, самостоятельно подбирать примеры, систематизировать информацию; использовать справочную литературу;

- *предметные*: уметь решать задачи с контекстом повседневной жизни, связанные с определением делителя и кратного, простого и составного числа, уметь формулировать определения делителя и кратного, простого и составного числа; уметь выполнять арифметические операции с дробями; владеть базовыми алгоритмами, знание и понимание важных элементов содержания, применять признаки делимости и другие знания к решению математических задач.

Формы работы: работа в парах и группах, фронтальная беседа, «мозговой штурм», дискуссия, поисковая работа, проверка, самопроверка, взаимопроверка, оценка ответов товарищей, интерактивные технологии.

Виды самостоятельной деятельности: выполнение устных и письменных упражнений, работа со справочной литературой.

Далее представлены фрагменты уроков с задачами с контекстом повседневной жизни по теме «Делимость чисел», задачи с контекстом повседневной жизни, при решении которых используется способ математического моделирования по теме «Сложение и вычитание дробей», а также проектные задания на решение правильных и неправильных дробей, на признаки делимости и т.п. Проектные задания основаны на ситуациях, возникающих в повседневной жизни.

Фрагменты уроков с задачами с контекстом повседневной жизни по теме «Делимость чисел».

Фрагмент урока № 1.

Цель: повторение пройденного: основных понятий делимости.

Задачи: формирование мотивации учебной деятельности, развитие памяти, мышления, познавательного интереса, воспитание чувства взаимопомощи.

Формы работы: дискуссия, поисковая работа.

Ход урока.

Учитель: Ребята, давайте вспомним, что мы узнали на предыдущих уроках?

Ответы обучающихся:

- Мы узнали про делители и кратные. Делитель – число, на которое делится без остатка. А само число, которое делится – это кратное. Еще мы узнали, что наименьшим из кратных является само это число.

Учитель: Хорошо. А с употреблением слов «кратно» и «кратное» разобрались?

Ответы обучающихся:

- Да, «кратно» отвечает на вопрос «какому числу?», а «кратное» – на вопрос «какое число?».

Учитель: А как вам удалось это запомнить?

Ответы обучающихся:

- При помощи окончания «ое»: если отвечает на вопрос «какОЕ?», то это «кратнОЕ». А другое слово, то есть «кратно» тогда будет отвечать на вопрос «какому?».

Учитель: А какие слова могут заменять друг друга?

Ответы обучающихся:

- Слова «делится» и «кратно».

Учитель: Молодцы! Вы уже знаете, что всякое натуральное число делится на единицу и само на себя. Но как определяется такое число? Найдите определения в учебнике.

Идет поисковая работа.

Ответы обучающихся:

- Всякое число, кроме единицы, которое делится только на единицу и само на себя, называется простым.

Учитель: А как называются числа, которые делятся не только на единицу и сами на себя, но имеют еще и другие делители.

Ответы обучающихся:

- Число, которое делится не только на единицу и само на себя, но ещё и на другие числа, называется составным (сложным).

Учитель: Все, что мы вспомнили сегодня, пригодится на следующих уроках, когда мы начнем изучать признаки делимости. Но, прежде, чем к ним приступить, я отвечу на ваши вопросы, если они есть.

Ответы обучающихся:

- А зачем мы изучаем признаки делимости, ведь все равно в жизни они не пригодятся.

Учитель: На самом деле мы в жизни часто сталкиваемся с ситуациями, в которых нам помогают признаки делимости. Я попробую на следующих уроках доказать вам это. А сегодня решим такую задачу: мальчики класса собрали на цветы для девочек на праздник 8 марта 3000 рублей по 250 рублей каждый. Букеты были одинаковыми и каждый состоял из 3 цветков – 2 красных и 1 желтый тюльпан. Один красный тюльпан стоил 60 рублей, желтый – 80 рублей. Сколько мальчиков и сколько девочек было в классе?

Решение:

$$3000 : 250 = 12 \text{ мальчиков}$$

$$2 \cdot 60 + 80 = 200 \text{ руб.}$$

$$3000 : 200 = 15 \text{ девочек}$$

Учитель: опишите решение задачи при помощи математических понятий, о которых мы говорили сегодня на уроке.

Ответы обучающихся:

- Составное число три тысяч кратно двумстам пятидесяти и при делении получится 12. Столько мальчиков в классе. 2 красных тюльпана по 60 рублей и 1 желтый тюльпан по 80 рублей в сумме составят 200 руб. При

делении делимого три тысячи на делитель двести получится 15. Столько девочек в классе.

Фрагмент урока № 2.

Цель: сформировать у обучающихся умение применять признаки делимости на 2.

Задачи: включение всех обучающихся в классе в процесс создания и решения задачи, обеспечение коммуникаций в процессе создания и решения задачи.

Формы работы: рассмотрение явления с разных точек зрения, «мозговой штурм».

Ход урока.

Учитель: Сегодняшний урок сначала мы целиком посвятим двойке.

Ответы обучающихся:

- Это двойке по математике?

Учитель: Нет. Цифре 2. Видите, как важно правильно говорить. Если употреблять слова неправильно, то люди могут не понять друг друга. Вот как сейчас мы с вами.

Зная признаки делимости, вам уже не сложно будет придумать число, кратное двум.

Ответы обучающихся:

- 44, 100, 26, 38, 96, 52.

Учитель: Сложно было придумать число, кратное двум?

Ответы обучающихся:

- Нет, надо, чтобы на конце придуманного числа было четное число.

Учитель: Вспомните определение четного числа.

Ответы обучающихся:

- Четное число – это число, делящееся на 2. Если число на 2 не делится, то оно нечетное.

Учитель: Дайте определение делимости на 2.

Ответы обучающихся:

- На 2 делятся все числа, которые оканчиваются четной цифрой.

Учитель: А вы сможете придумать задачу с придуманными вами числами, из вашей повседневной жизни? Делимся на 2 команды.

Используется прием «мозговой штурм». Обучающиеся высказывают любые предположения, даже нелепые. Из получившихся ответов выбирают лучший.

Ответы обучающихся:

- Мальчик купил два мороженых за 44 рубля.

- Из 100 команд, участвовавших в универсиаде, первая половина выступала вчера, а вторая – сегодня.

Учитель: Задачи придуманы правильно.

Фрагмент урока № 3.

Цель: сформировать у обучающихся умение применять признаки делимости на 5.

Задачи: создать условия для развития мыслительных операций, способствовать формированию коммуникативных навыков.

Формы работы: дискуссия, интерактивные технологии.

Ход урока.

Учитель: Познакомившись с признаками делимости на 2, думаю, вы легко определите признаки делимости на 5. Посоветуйтесь парами между собой и ответьте.

Ответы обучающихся:

- Число делится на 5, если последняя цифра делится на 5.

Учитель: А как быть с цифрой 0?

Ответы обучающихся:

- берем единицу из предыдущей цифры. 10 делится на 5.

Учитель: Верно. Посмотрите на экран, поставьте цифры вместо смайликов и выберите числа, к которым можно было бы применить признак делимости на 5: ☺7, 1☺2, 1☺0, 2☺3, 26☺, 3☺5, 4☺4, 5☺8, 1☺23, 19☺5, 2☺30, 37☺5.



Ответы обучающихся:

- 120, 265, 365, 1975, 2530, 3715.

Учитель: В каких случаях выбор цифр был для вас важен?

Ответы обучающихся:

- Важен только в тех случаях, когда смайлик стоял на конце числа.

Учитель: Вспомните, когда знание признака делимости на 5 пригождалось в вашей семье.

Ответы обучающихся:

- При подготовке к 8 марта папа брал столько цветов, чтобы их можно было разделить на 5 женщин: моей маме, моей сестре, маминой маме, папиной маме, а еще у нас жива одна моя прабабушка. Поэтому он всегда покупал 25 тюльпанов.

Учитель: Прекрасно!

Фрагмент урока № 4.

Цель: сформировать у обучающихся умения применять признаки делимости на 10.

Задачи: включение всех обучающихся в классе в процесс создания и решения задачи, обеспечение коммуникаций в процессе создания и решения задачи, развитие мышления.

Формы работы: фронтальная беседа, дискуссия.

Ход урока.

Учитель: Давайте разберем пример. 90 кратно 10. Уточните, сколько получится в результате.

Ответы обучающихся:

- Девять.

Учитель: Как вы посчитали?

Ответы обучающихся:

- Разделили на 10.

Учитель: А можно было не делить? Тогда что нужно было сделать?

Ответы обучающихся:

- Убрать ноль.

Учитель: Правильно. Составьте определение.

Ответы обучающихся:

- Если число оканчивается цифрой 0, то при делении на 10 достаточно просто отбросить цифру 0.

Учитель: Правильно. А в жизни вы встречали такие примеры? Давайте составим задачу из жизни с такими же условиями.

Ответы обучающихся:

- У меня папа хотел купить новый бампер на машину. Он откладывал по 10 рублей каждую неделю.

Учитель: Как можно записать такую задачу?

Идет дискуссия.

- Сколько нужно было собрать всего денег?

- 1830 рублей.

- С них должна начинаться задача.

- Нет, задача должна начинаться с 10.

- Нам нужно делить на 10 – это число и есть делитель, поэтому вначале, в условии задачи должно стоять делимое число, значит 1830.

- Да. И только потом число 10. На него нужно делить 1830. И получить 183.

Ответы обучающихся:

- Вот задача. Папе нужен был новый бампер, который стоил 1830 рублей. Он откладывал деньги 10 раз. По сколько рублей он откладывал за один раз? Ответ – по 183 рубля.

Учитель: Очень хорошая получилась задача. А теперь подумайте, где в задаче кратное и какому число оно кратно?

Ответы обучающихся:

- Кратное – 1830. Это число кратно 10.

Учитель: Верно.

Фрагмент урока № 5.

Цель: сформировать у обучающихся умения применять признаки делимости на 2, на 5 и на 10.

Задачи: развитие индивидуальных способностей, поиск способа быстрого определения делителей числа без выполнения деления, активизация мышления.

Формы работы: поисковая работа, быстрый счет.

Ход урока.

Учитель: На предыдущем уроке вы сочинили задачу из жизни с кратным 10. А как вы думаете, можно ли число с цифрой ноль на конце разделить без остатка на другое число?

Идет дискуссия: 10 получается при помощи умножения 2 и 5.

Ответы обучающихся:

- Можно еще на 2 и на 5 одновременно.

Учитель: Кто придумает задачу из жизни?

Дискуссия. Обучающиеся предлагают задачи из повседневной жизни. Выбрали отвечающего.

Ответы обучающихся:

- Мама велела помыть полы. Я и сестра решили разделить обязанность пополам.

Учитель: Как вы это сделали?

Ответы обучающихся:

- Мы измерили площади зала (22 кв.м), спальни (18 кв.м), обеих детских (по 12 кв.м), кухни (9 кв.м), коридора (3 кв.м) и уборной (4 кв.м).

Учитель: Сколько квадратных метров получилось?

Ответы обучающихся:

-  $22 + 18 + 12 + 12 + 9 + 3 + 4 = 80$ .

Учитель: Как же вы разделили обязанности пополам, если комнат 7?

Ответы обучающихся:

- Я решил помыть полы в зале и в спальном комнате. Это 40 квадратных метров, значит половина. Остальное все досталось сестре.

Учитель: Молодец!

Далее предлагаются задачи с контекстом повседневной жизни, при решении которых используется способ математического моделирования.

Задача 1.

Тема: Доли.

Условие: Соседка по площадке угостила женщину яблоком. Та дома разрешила яблоко пополам и отдала половинку сыну. Тот съел. Пришел с работы папа, увидел забытую половинку яблока на столе и спросил: «Кто еще не ел яблоко?». Мама сказала «Я». Папа разрешил яблоко еще пополам и поделился с мамой. Сын сказал «А я еще хочу!». Папа ответил ему: «Ты уже ел, тебе и так больше всех досталось». Но мама пожалела сына и отрезала ему от своей части половину.

Вопрос: Записать все части яблока в виде десятичных дробей.

Учитель: Сначала решим задачу как обычно.

Половина – это  $\frac{1}{2}$ . Это первая часть яблока.

Затем вторая половина была разделена еще пополам. Для этого знаменатель нужно умножить на 2 – получится  $\frac{1}{4}$ , то есть четвертинка.

Затем четвертинку вновь делили пополам, значит знаменатель 4 умножаем на 2 – это  $\frac{1}{8}$  часть. Их две.

Ответ: яблоко было разделено на  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8}$  и  $\frac{1}{8}$  части.

Учитель: А теперь построим модель. Модель – это представленные в виде чертежа, графика, схемы или блок-схемы связи и отношения между явлениями реального мира, представленные в нашем случае в задаче с контекстом повседневной жизни.

Итак, нарисуем модель, то есть чертеж яблока. Какая геометрическая фигура больше похожа на яблоко?

Учащиеся: Круг.

Учитель. Верно. Нарисуем круг и начнем его делить. Каждую последующую часть делим пополам (рис. 11).

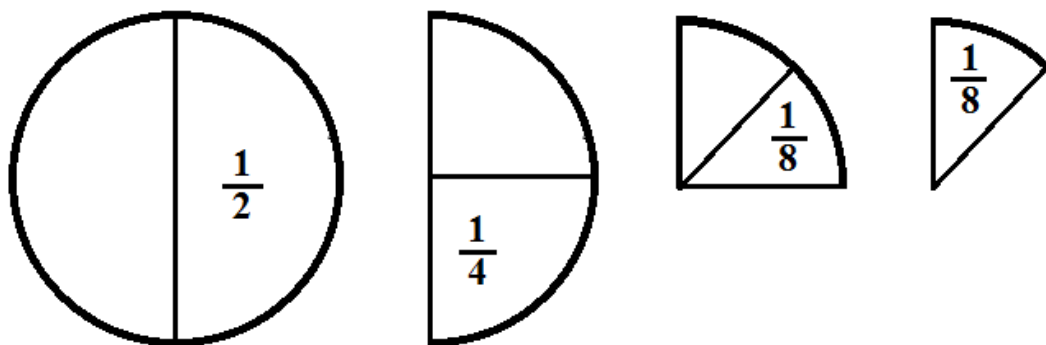


Рисунок 11 – Модель задачи 1

Учитель: Посмотрите, вот наша модель задачи. Когда есть модель, то задача становится нагляднее, и последующее решение понятнее.

Задача 2.

Тема: Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями.

Условие: Семья посадила на даче картофель и с 5 соток собрала полцентнера. За зиму они съели  $\frac{6}{10}$  запасов. На весну нужно оставить по ведру на сотку. В одном ведре вмещается 10 кг.

Вопрос: Записать в виде десятичной дроби, сколько картофеля следует оставить на посадку и сколько останется на еду до сбора урожая.

Учитель: Прежде решим задачу обычным способом.

500 кг картофеля представим в виде дроби:  $\frac{10}{10}$

За зиму съели  $\frac{6}{10}$ . Осталось:  $10 - 6 = 4$ . Итог:  $\frac{4}{10}$

Надо на 5 соток по 10 кг = 50 кг или  $\frac{1}{10}$ .

$4 - 1 = 3$ . Следовательно, на еду останется  $\frac{3}{10}$ .

Ответ: На посадку понадобится  $\frac{1}{10}$ , а на еду останется  $-\frac{3}{10}$  картофеля.

Учитель: Пожалуйста, постройте сами модель задачи (рис. 12).

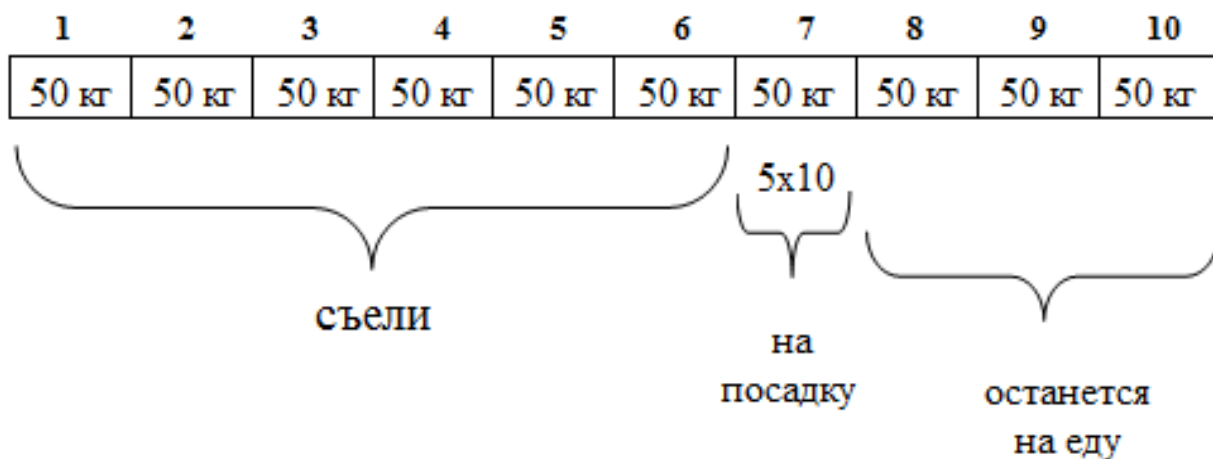


Рисунок 12 – Модель задачи 2

Учитель: Как видите, если есть модель задачи, то она становится понятнее и решается быстрее. Созданные схемы для задач 1 и 2 называются графическими моделями.

Задача 3.

Тема: Сложение и вычитание дробей и целых чисел.

Условие: Игнат после школы собрался ехать на велосипеде на дачу, помочь маме в теплице. Обычно он ездит со скоростью 10 км/ч, но сегодня ему нужно было поторопиться, он поехал со скоростью 15 км/ч и приехал на 12 минут раньше. Каково расстояние от дома до дачи?

Экспериментатор: Решите задачу при помощи уравнения.

Решение: Время сократилось на 12 мин.:

$$12 \text{ мин} = \frac{12}{60} \text{ ч} = \frac{1}{5} \text{ ч}$$

Обычно Игнат едет со скоростью 10 км/ч. Это время обозначим  $x$ .

Время, за которое Игнат преодолевает путь со скоростью 15 км/ч и приезжает быстрее на 12 минут, равно:

$$x - \frac{1}{5} \text{ км/ч}$$

в данном случае верным будет уравнение, при котором дробь вычитается:

$$10 \cdot x = 15 \left( x - \frac{1}{5} \right)$$

Экспериментатор: Решите составленное уравнение:

$$10x = 15x - 3$$

$$-15x + 10x = -3$$

$$15x - 10x = 3$$

$$5x = 3$$

$$x = \frac{3}{5} \text{ ч}$$

$$10x + 10 \cdot \frac{3}{5} = \frac{30}{5} = 6 \text{ км}$$

Ответ: Расстояние от дома до дачи 6 км.

Экспериментатор. А теперь попробуйте решить эту задачу иначе.

Возьмем за  $x$  время, которое Игнат ехал со скоростью 15 км/ч.

Решение: Тогда верным будет уравнение, при котором дробь складывается:

$$15x = 10 \left( x + \frac{1}{5} \right)$$

$$15x = 10x + 2$$

$$15x - 10x = 2$$

$$5x = 2$$

$$x = \frac{2}{5}$$

$$15x = 15 \cdot \frac{2}{5} = 6 \text{ км}$$

Экспериментатор. Итак, в предыдущих задачах 1 и 2 мы отметили, что схема – это графическая модель задачи. Рассмотренные в задаче 3 уравнения, записанные при помощи букв и знаков, называются аналитической моделью. Отдельная запись символов и знаков называется символической записью.

Задача 4.

Тема: Сложение и вычитание десятичных дробей.

Предварительно учащимся предложено посетить зоомагазин и узнать цены кошачьего корма.

Условие: У Полины было 150 руб. и она пошла купить корма кошке.

Вопрос: Хватит ли Полине денег, если она купит все по одной пачке?

Решение: Учащиеся собрали сведения о расценках кошачьего корма.

На прилавках магазина лежал «Феликс» с мясом по 19,22 руб., с форелью по 19,09 руб. с рыбой и овощами по 18,75 руб. «Вискас» с мясом стоил 23,02 руб., с форелью – 22,81 руб., с рыбой и овощами – 21,79 руб.

Экспериментатор: Сначала посчитайте столбиком.

3 пачки «Феликса» будет стоить:

$$\begin{array}{r} +19,22 \\ +19,09 \\ +18,75 \\ \hline 57,06 \end{array}$$

3 пачки «Вискаса» будет стоить:

$$\begin{array}{r} +23,02 \\ +22,81 \\ +21,29 \\ \hline 67,12 \end{array}$$

Экспериментатор: Сложите суммы:

$$\begin{array}{r} +57,06 \\ +67,12 \\ \hline 124,18 \end{array}$$

Экспериментатор: Чтобы ответить на вопрос задачи, найдите разницу между имеющимися у Полины деньгами и полученной суммой:

$$\begin{array}{r} \_150,00 \\ \underline{124,18} \\ 25,82 \end{array}$$

Ответ: Полине денег хватит и даже останется еще на одну пачку.

Экспериментатор: Для наглядности, а также для компактного представления задачи можно воспользоваться построением таблицы (рис. 13)

Наименование	Феликс	Вискас	Всего
с мясом	19,22	23,02	42,24
с форелью	19,09	22,81	41,90
с рыбой и овощами	18,75	21,29	40,04
Итого	57,06	67,12	124,18

Рисунок 13 – Табличная запись



Экспериментатор: В таблице все вычисления по десятичным дробям собраны компактно и наглядно.

Задача 5.

Тема: Умножение и деление десятичных дробей.

Условие: Студенты собрались компанией и решили выехать на пикник в загородный поселок. Они ехали со скоростью 66,3 км/ч. Полчаса спустя они поняли, что, понадеявшись друг на друга, оставили дома сборный мангал, шампура и пластиковую посуду. Они позвонили соседу по площадке, пригласили его на пикник и попросили забрать в соседней квартире у девушки забытые принадлежности и поскорее их догнать. Тот поехал со скоростью 88,5 км/ч.

Вопрос: Через сколько времени сосед догонит студентов?

Решение: Путь, который студенты пройдут за полчаса равен:

$13.4 \cdot 0.5 = 33.15$  км проехали студенты, пока вспомнили о забытых вещах.

Скорость сближения составит:

$$88.5 - 66.3 = 22.2 \text{ км/ч}$$

Время, за которое сосед догонит студентов составит:

$$33.15 : 22.2 = 1.49 \text{ ч}$$

Ответ: Через полтора часа сосед догонит студентов.

Экспериментатор: Представьте графическую модель задачи.

Учащиеся составляют графическую модель задачи (рис. 14).

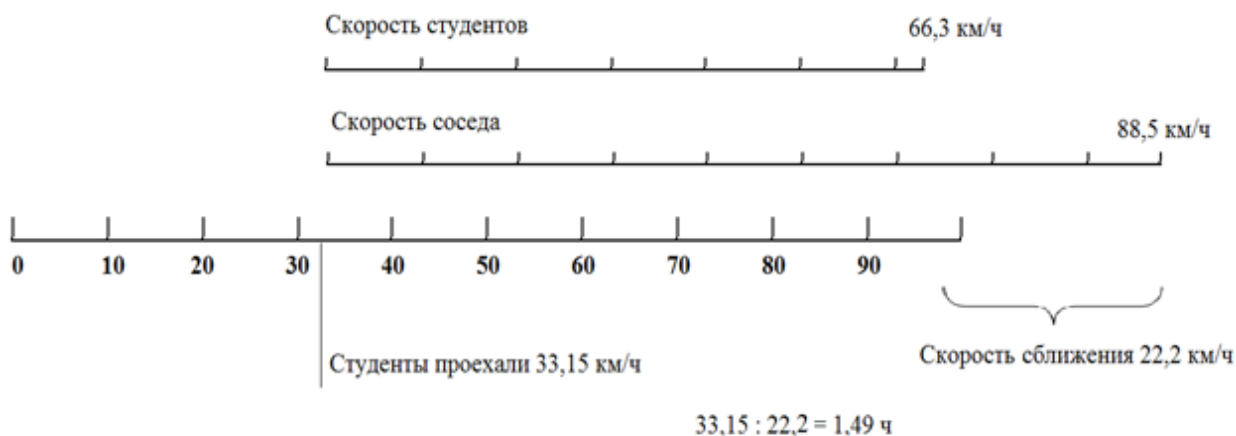


Рисунок 14 – Графическая модель для задачи 5

Далее представлены проектные задания для работы по главе 1 «Обыкновенные дроби».

Для разработки заданий применялись ситуации из повседневной жизни.

Особенность дельнейшей работы заключается в том, что каждое задание включает по 3 задачи, которые учащиеся класса должны решить, разбившись на группы. Это связано с тем, что задания имеют разные возможности решения, но среди возможных вариантов нужно будет выбрать оптимальный. Кроме того, важным этапом работы будет являться дискуссия. В дискуссии ведется обсуждение решения, выбор варианта и результат работы в группе.

Предлагаемые задания включают примеры на признаки делимости, сложение, вычитание, умножение и деление дробей. Примеры подбирались сначала самые простые, чтобы учащиеся могли решать дроби в уме – это развивает мозговые структуры.

Проектное задание 1.

Задача 1.

Учитель: Семья из четырех человек в течение полугода копила деньги на покупку техники. Скоро должен был наступить юбилейный семейный праздник – хрустальная свадьба – 15 лет. Члены семьи решили отметить его серьезной покупкой. Вклад каждого не имел значения, так как деньги собирали все, даже двое детей – из своих карманных расходов.

Нужно помочь семье решить, что сейчас возможно приобрести на те деньги, которые они уже собрали.

Поэтому перед вами стоят следующие вопросы: Что хотели купить члены семьи? Сколько денег было накоплено к моменту покупки? Какой товар может приобрести семья?

Итак, класс делится на три группы. Распределитесь, кто в какой группе будет работать.

На доске записаны дроби, решив которые вы узнаете, какие товары задумала приобрести семья (табл. 2).

Таблица 2 – Примеры для решения первой задачи

Буква	Пример	Буква	Пример	Буква	Пример
А	$\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$	В	$\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$	Е	$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$
З	$\frac{2}{3} - \frac{1}{3}$	И	$\frac{13}{7} - \frac{3}{7} - \frac{1}{7}$	К	$21 \times \frac{3}{7}$
Л	$\frac{2}{3} : \frac{1}{7}$	М	$\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$	О	$\frac{3}{8} \times \frac{4}{9}$
П	$\frac{12}{10} - \frac{1}{3} - \frac{1}{5}$	Р	$4 \times \frac{3}{4}$	Т	$\frac{3}{6} : 6$
Ф	$7 \times \frac{2}{5}$	Ь	$\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$	Ю	$\frac{21}{30} \times \frac{5}{15}$

Ответы учащихся представлены в таблице 3.

Таблица 3 – Результаты поиска наименования товаров

№ п/п	Ответы								
	Подгруппа 1	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{6}$	3	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$1\frac{2}{7}$	$4\frac{2}{3}$	9
Товар 1	М	О	Р	О	З	И	Л	К	А
Подгруппа 2	9	$\frac{1}{6}$	$2\frac{4}{5}$	$1\frac{1}{12}$	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	3	9	$1\frac{1}{2}$
Товар 2	К	О	Ф	Е	В	А	Р	К	А
Подгруппа 3	9	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{2}{3}$	2	$\frac{7}{30}$	$\frac{1}{12}$	$1\frac{1}{12}$	3
Товар 3	К	О	М	П	Ь	Ю	Т	Е	Р

Учитель: Теперь мы знаем, что для торжества семье нужно выбрать себе в качестве подарка – морозилку, кофеварку или компьютер.

Задача 2.

Учитель: Теперь нужно посчитать, сколько денег было накоплено. Папа и мама складывали свои деньги для накопления в отдельную коробку. Известно, что папа зарабатывал 70 000 рублей в месяц и ежемесячно 11 000 рублей клал в копилку. Мама следила за детьми и занималась уютом в доме. Но в свободное время она вязала вещи на заказ для подруг и знакомых, для их детей. Из этих денег она давала детям по их просьбе на карманные расходы и каждый месяц откладывала по полсуммы от тех, что клал папа.

Старший сын копил на собственный планшет, но к празднику обещал отдать все свои накопленные деньги. Они хранились в банке, в которую он складывал каждый день по 15 рублей.

Младшая дочь ходила во второй класс и регулярно копить еще не умела. Но известно, что она положила в свою копилку треть от суммы брата. Теперь нужно посчитать, сколько денег было накоплено к моменту покупки?

Ответы учащихся: Результаты расчетов представлены в таблице 4.

Таблица 4 – Результаты расчетов по накоплениям

Член семьи	Решение	Сумма
Папа	$11\,000 \cdot 6$ месяцев	66 000
Мама	$11\,000 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6$ месяцев	33 000
Старший сын	$(15 \cdot 30 + 15 \cdot 31) \cdot 3$	2 745
Младшая дочь	$2\,745 \cdot \frac{1}{3}$	915
Итого		102 660

Итак, для покупки техники семья собрала 102 660 руб.

Задача 3.

Учитель: И, наконец, мы сможем ответить на вопрос, какой товар может приобрести семья в честь торжества. Но, как вы знаете, цены в магазинах разные, поэтому нужно провести их анализ.

Ответы учащихся представлены в таблице 5

Таблица 5 – Анализ цен на выбранные товары

Наименование товара	Вид товара	Цена	Скидки, акции, бонусы	Сумма
Морозилка	Beko	48 499	Бонусы + 1 555	48 499
	Атлант	30 700	+ скидка 5%	29 165
	Бирюса	19 670	акция 10%	17 703
Кофеварка	Bosch	5 999		5 999
	Kitfort	4 599		4 599
	Vitek	3 199		3 199
	Marta	2 199		2 199
Компьютер	Acer	90 000	Бонусы + 14 452	90 000
	Acer Aspire	65 199	Бонусы + 7 770	65 199
	Intel NUC	57 690		57 690

Рассуждения учащихся:

Бонусы возвращаются на бонусную карту, поэтому сумма оплачивается полностью.

Скидку 5% рассчитываем так:

$$30\,700 - 30\,700 \cdot \frac{5}{100} = 30\,700 - 30\,700 \cdot \frac{1}{20} = 30\,700 - 1\,535 = 29\,165 \text{ руб.}$$

Цену по акции 10% считаем так:

$$19\,670 - 19\,670 \cdot \frac{10}{100} = 19\,670 - 19\,670 \cdot \frac{1}{10} = 19\,670 - 1\,967 = 17\,703 \text{ руб.}$$

Из выбранных товаров нужно выбрать не дорогой, но фирменный и качественный. Поэтому учащиеся выбирают морозильную камеру Атлант, которая со скидкой стоит 29 165 руб.

Такие же размышления приводят учащихся к мнению, что компьютер следует выбрать Acer Aspire стоимостью 65 199 руб.

Кроме того, перебирая варианты кофеварок, учащиеся выделяют Bosch и Kitfort. Но при выборе первого семья не уложится в накопленную сумму. Но кофемашина нужна не всем членам семьи, а в основном взрослым, поэтому можно купить ее с немного меньшей стоимостью.

Расчеты представлены в таблице 6.

Таблица 6 – Сравнение вариантов на приобретение техники

Наименование товара	Вариант 1	Вариант 2
Морозилка Атлант	29 165	29 165
Кофеварка Bosch	5 999	
Кофеварка Kitfort		4 599
Компьютер Acer Aspire	65 199	65 199
Сумма	100 363	98 963

Ответ учащихся: По результатам таблицы 6 видно, что оптимальным является второй вариант.

Учитель: Итак, какой все-таки подарок сделает себе семья?

Ответ учащихся: Семья сможет купить все три товара.

Проектное задание 2.

Учитель: Вера и Варя попросили родителей свозить их в театр кукол. Те, в свою очередь, попросили посчитать, сколько денег понадобится на поездку, на билеты, на игрушки, на продукты. Во сколько обойдется поход в театр в целом?

Разбейтесь на три группы. Приступаем к работе.

Задача 1.

Учитель: Прежде нужно узнать продолжительность поездки и стоимость бензина, определить, сколько денег понадобится, чтобы доехать до театра и обратно. Девочки спросили у папы, какой бензин он обычно заливает в бензобак машины и узнали, что это АИ-95.

Ответ учащихся:

В Интернете можно узнать стоимость одного литра бензина. Она составляет 52 руб. Также девочки узнали, что расход бензина на 100 км составляет 8 литров. По карте-онлайн им стало известно, что поездка составит 30 мин., а расстояние – 9 км.

Учитель: Расход бензина на 100 км – 8 литров. на 9 км –  $x$  литров.

Составим уравнение и решим при помощи дробей:

$$\frac{100}{9} = \frac{8}{x}$$

Ответ учащихся:

$$x = \frac{9 \cdot 8}{100} = \frac{72}{100} \text{ л}$$

Учитель: посчитайте сумму, которую придется потратить на бензин.

Решите при помощи дробей.

Ответы учащихся:

$$\frac{72}{100} \cdot 52 = \frac{3744}{100} \text{ руб.}$$

Стоимость поездки до театра и обратно составит:

$$\frac{3744}{100} \cdot 2 = \frac{7488}{100} = 74.88 \text{ руб.}$$

Итак, на поездку в театр и обратно будет потрачено 74.88 руб.

Задача 2.

Учитель: Теперь нужно узнать, сколько нужно потратить на билеты. Известно, что взрослый билет стоит 500 руб., а детский в половину меньше. Ответить на вопрос: Сколько денег будет потрачено на билеты?

Ответы учащихся: Нужно два взрослых и два детских билета:

$$(500 \cdot 2) + \left(500 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\right) = 1000 + 500 = 1\,500 \text{ руб.}$$

Итак, на билеты будет потрачено 1 500 руб.

Задача 3.

Учитель: При входе в театр, в фойе продают детские игрушки. Ну и не менее интересное мероприятие – это поход в буфет. Нужно составить прайс-лист на игрушки и продукты. Вера и Варя спросили, что будут брать родители и, посоветовавшись, решили, что будут покупать себе.

Учащиеся составляют прайс-лист (табл. 7).

Таблица 7 – Прайс-лист на игрушки и продукты

№ п/п	Наименование показателя	Цена	Количество	Сумма
1	Сок яблочный	30	2	60
2	Сок персиковый	20	2	40
3	Мороженое пломбир в стаканчиках	34	4	136
4	Сладкая вата	50	2	100
5	Пирожное (бисквит)	40	4	160
6	Беляш	80	6	480
7	Воздушный шарик с гелем	25	1	25
8	Светящийся шарик	50	2	100
9	Светящаяся указка	100	2	200
10	Лизун (разные цвета)	28	4	112
	Итого			1 433

Учитель: Ответим на последний вопрос. Во сколько обойдется поход в театр в целом?

Ответы учащихся:

$$74.88 + 1500 + 1421 = 2995.88 \text{ руб.}$$

Поход в театр в целом составит около 3000 руб.

Проектное задание 3.

Учитель: Ребята, в нашем классном кабинете пора перестилать полы. Что для этого нужно сделать?

Ответы учащихся: Узнать, какие материалы нужны и сколько.

Учитель: Верно. Этим мы сегодня и займемся. Я вам подскажу: для ремонта пола нужен, прежде всего, линолеум, саморезы, а еще плинтуса, а к ним соединители и заглушки. Все это должно быть рассчитано в рублях. Другими словами, нужно составить смету расходов.

Разделитесь на три группы. В группе можно обсуждать решение, дискутировать, делать общие выводы. Старайтесь, чтобы все ребята поработали. В результате мы должны составить смету расходов.

Исходные данные для решения следующие. Известно, что плинтус в десять раз дешевле линолеума, стоимость заглушек составляет треть от стоимости плинтуса, соединители в половину дешевле заглушек, а стоимость саморезов составляет десятую часть от стоимости соединителя. При этом цена линолеума за погонный метр (измерение независимо от ширины) составляет для 1 группы 635 руб.

Решаем при помощи дробей. Отмечу, что для того, чтобы записать число в рублях, знаменатель в конце каждого решения следует привести к 10 или к 100.

Ответы учащихся.

Стоимость линолеума 630 руб.

Стоимость плинтуса:

$$630 \cdot \frac{1}{10} = \frac{630}{10} = 63 \text{ руб.}$$

Стоимость заглушек:

$$63 \cdot \frac{1}{3} = \frac{63}{3} = 21 \text{ руб.}$$

Стоимость соединителей:

$$21 \cdot \frac{1}{2} = \frac{21}{2} \cdot 5 = \frac{105}{10} = 10 \frac{5}{10} = 10.5 \text{ руб.}$$

Стоимость саморезов:

$$\frac{105}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{105}{100} = 1.05 \text{ руб.}$$



Учитель: Мы узнали стоимость каждого товара. Что нужно узнать дальше?

Ответы учащихся: Узнать, сколько линолеума потребуется, чтобы застелить пол.

Учитель: Отмечу, что линолеум в рулонах, ширина его составляет 5 м, а длина 21 погонный метр.

Ответы учащихся:

Ширина пола и ширина линолеума одинаковые – 5 метров. Нам нужно 7 метров, тогда стоимость необходимого нам линолеума составит:

$$7:21 = \frac{7}{21} = \frac{1}{3} \text{ часть от цены}$$

$$630 \cdot \frac{1}{3} = \frac{630}{3} = 210 \text{ руб.}$$

Ответы учащихся: Для расчета количества плинтусов нужно измерить стороны комнаты и узнать периметр. Вспомним, что одна составляет 5 м, другая 7 м.

$$P = 2(5 + 7) = 2 \cdot 12 = 24 \text{ м}$$

Учитель: А длина одного плинтуса составляет 2.5 метра.

Ответы учащихся:

$$24:2\frac{1}{2} = \frac{24}{1} : \frac{25}{10} = \frac{24 \cdot 10}{1 \cdot 25} = \frac{240}{25} = \frac{48}{5} = \frac{96}{10} = 9.6$$

Плинтусов понадобится 10 штук.

Заглушек на плинтуса понадобится 4 штуки – по углам.

Соединителей понадобится по числу плинтусов – 10 штук.

Саморезов понадобится по 2 на каждый плинтус – 20 штук.

Учитель: Ну и стоимость работы составит 5 000 руб.

Составьте таблицу для сметы расходов и сложите все показатели, чтобы понять, во сколько обойдется ремонт пола.

В таблице 8 представлены результаты расчетов.

Таблица 8 – Результаты по смете расходов

Наименование товара	Цена	Количество	Сумма
Линолеум	630	$\frac{1}{3}$	210

Плинтус	63	10	630
Заглушки	21	4	84
Соединители	10,5	10	105
Саморезы	1,05	20	21
Стоимость работы			5 000
Всего			6 050

Учитель: Итак, во сколько нам обойдется переложить пол?

Ответ учащихся:

Ремонт пола обойдется в 6050 рублей.

Учитель: Верно. Молодцы!

Вот мы и закончили работу. Скажите, а для чего мы столько времени так скрупулезно изучали признаки делимости, дроби?

Ответы обучающихся:

- При делении натуральных чисел, мы получаем остаток, допускаем ошибки, в результате - теряем время.

- Для того, чтобы, не выполняя деление, установить, делится ли одно натуральное число на другое.

- Чтобы уметь пользоваться делением дробей в повседневной жизни – уметь считать деньги на покупки, на поездки, на ремонт.

- Есть такие действия, которые можно посчитать только при помощи дробей.

Учитель: Правильно. Спасибо за работу.

Таким образом, при помощи представленного методического обеспечения формируются метапредметные результаты.

Для подтверждения, либо опровержения данного утверждения, являющегося гипотезой, нами проведен анализ внедрения предложенного методического обеспечения.

### 2.3. Апробация методического обеспечения

Практическая экспериментальная работа проводилась во время педагогической практики в МБОУ «Уярская СОШ № 40».

Место нахождения образовательного учреждения: 663920, Красноярский край, г. Уяр, ул. Уланова, д. 19.

Математика преподается по УМК под редакцией Н.Я. Виленкина. Как показал анализ УМК, в данном учебнике используются готовые графические схемы, краткая математическая запись, но создание математической модели задачи самими учащимися не рассматривается.

Поэтому далее для данного учебника нами разрабатывается методическое обеспечение реализации контекста повседневной жизни.

В экспериментальном исследовании участвовали учащиеся 6 классов, которые были распределены на две группы: экспериментальную и контрольную.

Предлагаемое методическое обеспечение включает диагностику актуального уровня сформированности умения решать задачи с контекстом повседневной жизни, формировании недостающих умений и их последующем контроле.

Формирующий эксперимент проводится только с экспериментальной группой. Уровень сформированности умения учащихся решать задачи с контекстом повседневной жизни анализируется в начале и в конце исследования в обеих группах.

По учебно-календарному плану изучалась глава 1: «Обыкновенные дроби».

Основной целью создания методического обеспечения было формирование у обучающихся умения применять метод математического моделирования ситуации для задач с контекстом повседневной жизни.

Основной задачей было – внедрить в задачи, решаемые обучающимися контекст повседневной жизни.

Изложенное проводится в три этапа:

1 этап. На первом этапе проводится констатирующий эксперимент, позволяющий определить актуальный уровень сформированности умения решать задачи с контекстом повседневной жизни в обеих группах учащихся.

2 этап. Формирующий эксперимент предполагает формирование у учащихся недостающих знаний. Для решения задач предлагается способ математического моделирования. Участвует экспериментальная группа.

3 этап. В заключение проводится контрольный этап эксперимента в обеих группах учащихся. Показатели констатирующего и контрольного эксперимента сравниваются и анализируются.

Для сравнения результатов констатирующего и контрольного этапов эксперимента предлагаются задачи с контекстом повседневной жизни, представленные в таблице 9.

Таблица 9 – Диагностический аппарат

Задачи для констатирующего этапа	Задачи для контрольного этапа
Фермер собрал по 4 т пшеницы с каждого из 10 га земли и сложил в амбар. $\frac{1}{3}$ часть пшеницы была продана им на рынке, $\frac{1}{3}$ часть скормлена домашним животным. Сколько пшеницы осталось в амбаре? (13.33 т)	Сколько нужно килограмм краски для того, чтобы покрасить дачный домик снаружи, если известно, что на $1 \text{ м}^2$ уходит 0.2 кг? Высота равна 2.7м, ширина 3.5 м и окно имеет размеры 0.5м и 0.5м (7.51кг)
В магазине было куплено журналов на 400 руб. При этом известно, что 3 журнала стоят 240 руб. Нужно определить количество купленных журналов. (5 журналов)	В бочке 180 литров бензина. В первый день было израсходовано 0.6 этого количества. Сколько литров бензина осталось в бочке? (72 литра)

При этом уровень сформированности умения решать задачи с контекстом повседневной жизни проверяется посредством решения предлагаемых задач по определенному алгоритму.

Для проверки умения применять математическое моделирование при решении задач с контекстом повседневной жизни, учащимся предлагается решить представленные в таблице 9 диагностические задачи с использованием следующего алгоритма:

1. Прочитать и проанализировать задачу. Решить обычным способом.
2. Составить графическую схему.
3. Перевести элементы задачи на язык математических знаков и символов, составить уравнение.
4. Решить уравнение, соотнести с условием задачи, ответить на поставленный вопрос задачи.

5. Создать свою задачу с контекстом повседневной жизни для созданной формулы.

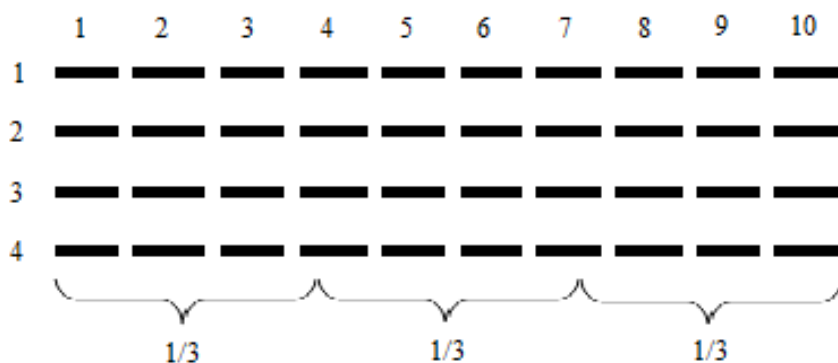
Исходя из таблицы 9 и алгоритма, далее представим решение первой задачи.

Учащиеся должны разобрать ее следующим образом:

1. Прочитать и проанализировать задачу. Решить обычным способом.

$$(4 \cdot 10) : (1 : 3) = 13.33$$

2. Составить графическую схему.



3. Перевести элементы задачи на язык математических знаков и символов, составить уравнение.

Тонны –  $a$ , гектары –  $b$ .

$$(a \cdot b) : 3$$

4. Решить уравнение, соотнести с условием задачи, ответить на поставленный вопрос задачи.

$$(4 \cdot 10) : 3 = 13.33 \text{ т}$$

В условии задачи речь идет о сложенной в амбаре пшенице. Продано и скормлено две трети от всего объема.

В амбаре осталось 13.33 тонн пшеницы.

5. Создать свою задачу с контекстом повседневной жизни для созданной формулы.

$$(a \cdot b) : 3$$

Мама купила 6 яблок и 3 груши и разделила покупку на троих членов семьи. Сколько фруктов досталось каждому?

Ответ: каждому члену семьи досталось по 3 фрукта – по одной груше и по 2 яблока.

Ответы при решении оставшихся задач учащимися оформляются подобным образом.

Также при создании методического обеспечения реализации контекста повседневной жизни важно рассмотреть организацию уровней умений:

- нулевой уровень – учащийся не выполняет задания;
- первый уровень – низкий – предполагает уровень воспроизведения.

Учащийся умеет решать стандартные задачи, применяя знакомые приемы. Алгоритмы решения задачи, графическая схема, перевод элементов задачи на язык математических знаков учащемуся не понятны. Задачи с контекстом повседневной жизни решаются с грубыми ошибками. Присваивается 1 балл.

- второй уровень – средний – строится на репродуктивной деятельности, когда по содержанию задачи с контекстом повседневной жизни обучающийся понимает, какой математический материал нужно использовать и какие известные методы применить. Алгоритм полностью соблюдается, с некоторыми недочетами. Задачи поддаются решению учащегося с небольшими ошибками. Присваивается 2 балла.

- третий уровень – высокий – это уровень рассуждений, когда учащийся для решения задач с контекстом повседневной жизни использует интуицию, творчество, личный опыт. Предлагаемый алгоритм соблюдается полностью. Графическая схема верна, элементы задачи на язык математических знаков и символов переводится точно, уравнение составляется грамотно и решается правильно, задача по формуле составляется верно. Присваивается 3 балла.

После проведения диагностики актуального уровня сформированности умений решать задачи с контекстом повседневной жизни, проводится формирующий эксперимент с экспериментальной группой. Для чистоты эксперимента, с контрольной группой занятия не проводятся.

При проведении формирующих занятий по календарному плану изучалась глава 1 «Обыкновенные дроби». Экспериментатор представляет учащимся основные определения «модель», «моделирование», «математическое моделирование» и др.

В начале эмпирического исследования экспериментальная и контрольная группы были протестированы на предмет сформированности умений математического моделирования. Результаты даны в таблицах 10 и 11.

Таблица 10 – Результаты диагностики уровня сформированности умений математического моделирования у учащихся экспериментальной группы в констатирующем эксперименте

№	Имя, Ф. учащегося	Решение задачи обычным способом	Составление графической схемы	Составление уравнения	Решение уравнения	Создание своей задачи	Всего баллов	Уровень
1	Александр В.	2	2	1	2	1	8	средний
2	Борис А.	1	0	1	1	0	3	низкий
3	Вероника Б.	2	0	0	0	2	4	низкий
4	Даниил И.	3	1	1	1	0	6	средний
5	Евгения Р.	1	0	1	2	1	5	низкий
6	Иван Н.	3	1	0	0	1	5	средний
7	Кирилл Ш.	2	0	0	0	1	3	низкий
8	Марина Б.	3	1	2	1	2	9	средний
9	Наталья Р.	3	0	2	2	0	7	средний
10	Ольга И.	2	1	1	2	1	7	средний
11	Полина Ф.	2	1	2	1	2	8	средний
12	Станислав О.	1	0	0	0	1	2	низкий
13	Федор Д.	3	0	1	2	2	8	средний
14	Эдуард Р.	1	1	1	1	0	4	низкий
15	Юлия Ч.	2	0	1	1	1	5	низкий
	Итого по группе	31	8	14	16	15	84	

Из таблицы 10 видно, что по критерию решения задачи учащиеся в большей степени справились. Остальные критерии математического моделирования учащимся знакомы плохо, наиболее сложным для учащихся было составление моделей, особенно графических.

Высокого уровня не выявлено, средний уровень показали 8 учащихся, низкий уровень – у 7 учащихся.

Таблица 11 – Результаты диагностики уровня сформированности умений математического моделирования у учащихся контрольной группы в констатирующем эксперименте

№	Имя, Ф. учащегося	Решение задачи обычным способом	Составление графической схемы	Составление уравнения	Решение уравнения	Создание своей задачи	Всего баллов	Уровень
1	Алина У.	3	1	1	1	0	6	средний
2	Вера К.	1	0	1	1	1	4	низкий
3	Владислав К.	3	1	2	1	1	8	средний
4	Дмитрий Н.	2	0	0	0	1	3	низкий
5	Егор Д.	3	0	2	1	2	8	средний
6	Игорь Ю.	2	0	1	1	0	5	низкий
7	Лилия Б.	2	1	1	2	1	7	средний
8	Мария А.	2	1	2	1	2	8	средний
9	Михаил Ж.	1	1	0	0	1	3	низкий
10	Наталья В.	2	2	1	2	1	8	средний
11	Руслан Х.	3	0	1	2	2	8	средний
12	Светлана П.	1	1	1	1	0	4	низкий
13	Ульяна И.	3	0	1	2	2	8	средний
14	Юлия В.	1	1	1	1	0	4	низкий
15	Яков П.	2	0	2	2	1	7	средний
	Итого по группе	31	9	17	18	15	90	

Из таблицы 11 следует, что учащиеся могут решать задачи обычным способом. Однако, критерии математического моделирования учащимся знакомы плохо, наиболее сложным для учащихся было составление моделей, особенно графических. Высокого уровня не выявлено, средний уровень показали 9 учащихся, низкий уровень – у 6 учащихся.

Сравнительные результаты экспериментальной и контрольной групп представлены в таблице 12.

Таблица 12 – Сравнительные результаты экспериментальной и контрольной групп в констатирующем эксперименте

Уровень	Экспериментальная группа	Контрольная группа
---------	--------------------------	--------------------



	чел.	%	чел.	%
Высокий	0	0	0	0
Средний	8	53	9	60
Низкий	7	47	6	40

Также результаты представлены на диаграмме (рис. 15)

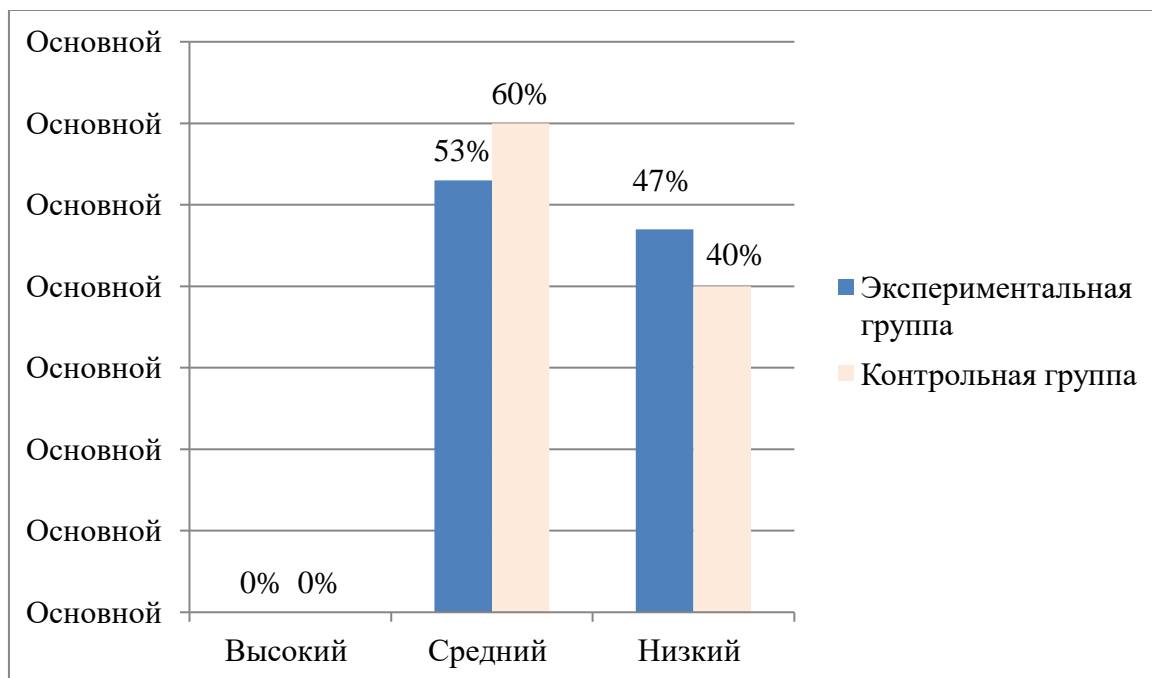


Рисунок 15 – Результаты диагностики учащихся в констатирующем эксперименте

В целом группы показывают примерно одинаковые результаты, но у контрольной они немного выше.

После проведения с экспериментальной группой формирующих занятий обе группы были вновь продиагностированы.

Результаты экспериментальной группы в контрольном эксперименте представлены в таблице 13.

Таблица 13 – Результаты диагностики уровня сформированности умений математического моделирования у учащихся экспериментальной группы в контрольном эксперименте

№	Имя, Ф. учащегося	Решение задачи обычным способом	Составление графической схемы	Составление уравнения	Решение уравнения	Создание своей задачи	Всего баллов	Уровень
1	Александр В.	3	2	3	2	2	12	высокий
2	Борис А.	1	1	1	1	1	5	низкий
3	Вероника Б.	3	2	1	1	3	10	средний
4	Даниил И.	3	2	2	2	3	12	высокий
5	Евгения Р.	2	1	2	2	2	9	средний
6	Иван Н.	3	2	1	1	3	10	средний
7	Кирилл Ш.	2	1	2	2	3	10	средний
8	Марина Б.	3	2	2	2	3	12	высокий
9	Наталья Р.	3	2	2	3	2	12	высокий
10	Ольга И.	2	2	2	2	2	10	средний
11	Полина Ф.	2	3	2	2	3	12	высокий
12	Станислав О.	2	2	2	2	3	11	высокий
13	Федор Д.	3	1	3	3	3	13	высокий
14	Эдуард Р.	3	2	2	1	2	10	средний
15	Юлия Ч.	3	2	2	1	3	11	высокий
	Итого по группе	38	27	29	27	38	159	

Согласно показателям таблицы 13, учащиеся экспериментальной группы могут решать задачи обычным способом, критерии математического моделирования учащимся знакомы.

Высокий уровень сформированности умений математического моделирования у учащихся экспериментальной группы в контрольном эксперименте показали 8 учащихся, средний уровень у 6 учащихся, низкий уровень только у 1 учащегося.

Результаты показывают, что после проведения формирующих занятий у учащихся экспериментальной группы показатели стали выше.

Результаты контрольной группы в контрольном эксперименте представлены в таблице 14.

Таблица 14 – Результаты диагностики уровня сформированности умений математического моделирования у учащихся контрольной группы в контрольном эксперименте

№	Имя, Ф. учащегося	Решение задачи обычным способом	Составление графической схемы	Составление уравнения	Решение уравнения	Создание своей задачи	Всего баллов	Уровень
1	Алина У.	3	1	1	1	2	8	средний
2	Вера К.	2	0	2	1	1	6	средний
3	Владислав К.	3	1	2	1	1	8	средний
4	Дмитрий Н.	2	0	1	0	1	4	низкий
5	Егор Д.	2	0	2	1	2	7	средний
6	Игорь Ю.	2	0	1	1	1	5	низкий
7	Лилия Б.	2	1	1	2	1	7	средний
8	Мария А.	2	1	2	1	2	8	средний
9	Михаил Ж.	1	1	1	0	1	4	низкий
10	Наталья В.	2	2	1	2	1	8	средний
11	Руслан Х.	3	0	1	2	2	8	средний
12	Светлана П.	1	1	2	2	1	7	средний
13	Ульяна И.	3	0	1	2	2	8	средний
14	Юлия В.	1	1	1	1	1	5	низкий
15	Яков П.	2	1	2	2	1	8	средний
	Итого по группе	31	10	21	19	20	101	

Согласно показателям таблицы 14, у учащихся контрольной группы в контрольном эксперименте показатели изменились мало.

Высокий уровень не выявлен, средний уровень у 11 учащихся, низкий уровень у 4 учащегося.

Сравнительные результаты представлены в таблице 15.

Таблица 15 – Сравнительные результаты экспериментальной и контрольной групп в констатирующем эксперименте

Уровень	Экспериментальная группа		Контрольная группа	
	чел.	%	чел.	%
Высокий	8	53	0	0
Средний	6	40	11	73
Низкий	1	7	4	27

Наглядно результаты представлены на диаграмме (рис. 16)

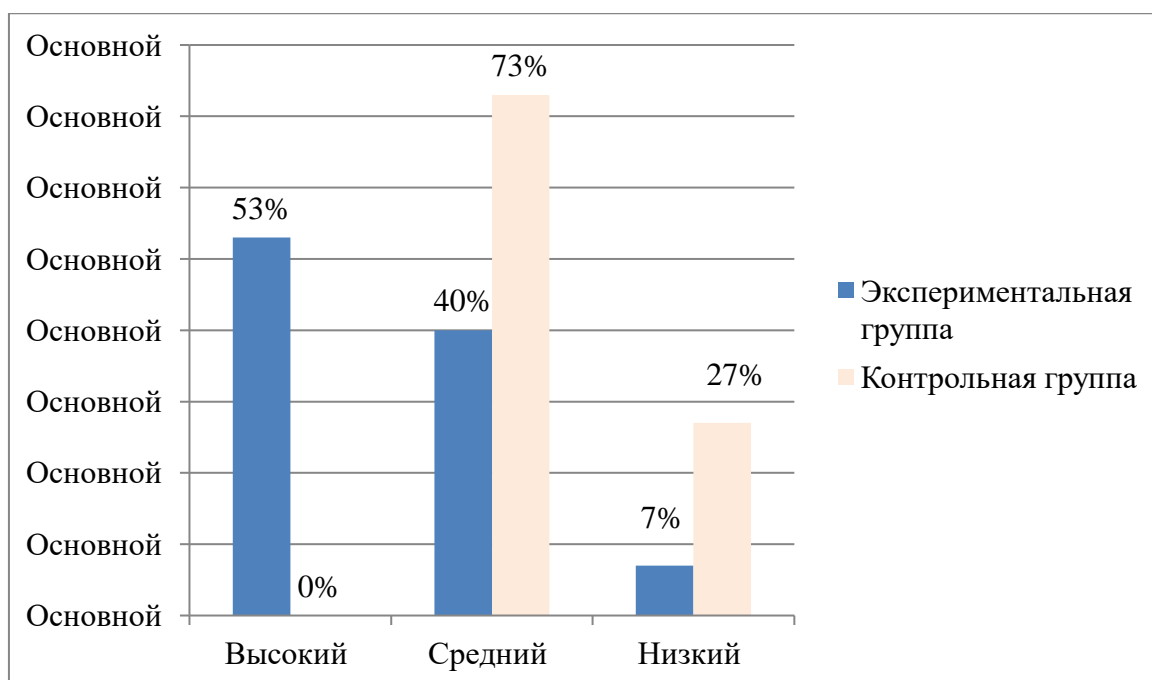


Рисунок 16 – Результаты диагностики учащихся в контрольном эксперименте

Согласно представленным результатам диагностики видно, что экспериментальная группа, с которой были проведены формирующие занятия, значительно повысила свои показатели, в отличие от контрольной группы.

Для проверки поставленной гипотезы также было необходимо определить изменение универсальных учебных действий. Для этого был проведен письменный анонимный опрос обучающихся. Опросник создан на основе представленных в теоретической части трудов А.Г. Асмолова и Г.А. Цукерман. Выбрано по три признака универсальных учебных действий.

Опросник представлен в таблице 16.

Таблице 17 – Опросник для определения развития универсальных учебных действий учащихся

Наименование УУД	Признаки УУД	Наличие (+, -)
Личностные		
- самоопределение	- профессиональное, жизненное самоопределение	
- смыслообразование	- задался вопросом о значении и смысле	

	учения и нашел на него ответ	
- моделирование	- задача моделируется, затем от модели переходят снова к задаче и дается ответ на вопрос задачи	
Познавательные		
- знаки и символы	- использовал символические и знаковые средства, модели и схемы	
- причинно-следственные связи	- в изучаемом круге явлений устанавливал причинно-следственные связи	
- умозаключения	- строил умозаключения об исследуемом объекте, его строении, и свойствах	
Коммуникативные		
- самоанализ	- использовал речь для регуляции собственных действий;	
- монолог	- строил монологические умозаключения и высказывания	
- диалог	- использовал речь для решения различных задач коммуникации	
Регулятивные		
- самоорганизация	- планировал собственные действия	
- саморегуляция	- различал способы и результаты действия в соответствии с целями, задачами и условиями ее реализации	
- самоконтроль	- контролировал способы решения задач и достижения цели	

Бланки опросника были предложены учащимся обеих групп – экспериментальной и контрольной.

Заполняя опросник, каждый учащийся должен был отметить наличие, либо отсутствие у него определенного признака универсальных учебных действий.

По завершении опроса «плюсы» складывались и определялось количество учащихся, имеющих указанные признаки.

Результаты опроса представлены в таблице 17.

Таблица 17 – Результаты опроса

Наименование УУД	Экспериментальная группа		Контрольная группа	
	чел.	%	чел.	%
Личностные				
- самоопределение	9	60	3	20
- смыслообразование	13	87	6	40
- моделирование	15	100	2	13
Познавательные				
- знаки и символы	15	100	9	60

- причинно-следственные связи	15	100	7	47
- умозаключения	14	93	8	52
Коммуникативные				
- самоанализ	15	100	3	20
- монолог	15	100	5	33
- диалог	15	100	11	73
Регулятивные				
- самоорганизация	15	100	6	40
- саморегуляция	12	80	6	40
- самоконтроль	15	100	9	60
Средний показатель по группе	x	93	x	42

По результатам таблицы 17 видно, что учащиеся экспериментальной группы подходят к решению задач осознанно. Понимают, что решение задач с контекстом повседневной жизни позволяет определиться и выбрать профессию сознательно. Моделирование ими выполняется грамотно, с использованием символов, знаков, схем. Учащиеся сознательно ищут и находят причинно-следственные связи и строят умозаключения, делают выводы. Использование речи как во внутреннем монологе, так и в диалоге с другими не представляет трудностей. Самоорганизация, саморегуляция, самоконтроль выполняются ими на высоком уровне.

В то же время у учащихся контрольной группы низкие показатели личностных и невысокие показатели познавательных, коммуникативных и регулятивных универсальных учебных действий. При заполнении бланков опросника, учащиеся вообще не понимали некоторые вопросы. При решении задач с контекстом повседневной жизни ими практически не используется моделирование. Такое положение дел позволяет говорить о неосознанном подходе к решению задач, о низкой мотивации к учебе.

Итак, внедрение методического обеспечения реализации контекста повседневной жизни в обучении математике в 6 классе позволяет сделать вывод о том, что организация учебного процесса на основе метода математического моделирования реальных ситуаций позволило:

- повысить уровень математической подготовки учащихся экспериментальной группы в части решения текстовых задач и применения математического моделирования;

- сформировать и развить познавательный интерес учащихся к математике, что показал письменный опрос;

- также в результате письменного опроса была определена сформированность у учащихся экспериментальной группы личностных, познавательных, коммуникативных и регулятивных универсальных учебных действий на 93%.

Изложенное может помочь учителям в разработке комплекса задач с контекстом повседневной жизни и учащимся с использованием математического моделирования.

Анализ результатов проведенного исследования позволяет дать учителям математики следующие рекомендации:

- в процессе подготовки к урокам математики учителю необходимо не только использовать имеющиеся задачи, дидактические и дополнительные материалы, но и создавать их, используя опыт повседневной жизни учащихся;

- задачи с контекстом повседневной жизни должны мотивировать ученика на поиск ответа на поставленную задачу, вызывать интерес с практической точки зрения и создать условия для применения знаний в ситуациях, способных возникать в реальной жизни;

- необходимо как можно раньше начинать работу с задачами с контекстом повседневной жизни на уроках математики, формировать умение анализировать и делать выводы;

- контекст задачи должен обеспечивать условия для применения и развития знаний при решении проблем, способных возникать в реальной жизни, коррелировать с имеющимся социокультурным опытом учащихся;

- задачи с контекстом повседневной жизни должны быть направлены на формирование не только предметной области знаний, но и вызвать интерес,

актуализировать имеющийся у учащегося личностный опыт, развивать личностные качества обучающихся;

- основное внимание при создании задач с контекстом повседневной жизни должно быть сосредоточено на развитии у учащихся методов моделирования. Дело в том, что успешное выполнение заданий этой части обеспечивает оптимальное развитие УУД, дает возможность сосредоточить внимание обучающихся на обсуждении «подходов» к решению задач с контекстом повседневной жизни, выбору способов их решения, проверке полученных ответов на правдоподобие и т.п.;

- использовать в организации образовательного процесса текстоориентированный подход, при котором контекст задачи является высшей дидактической единицей;

- систематизировать и углубить знания основных теоретических понятий; развивать и совершенствовать навыки составления задач с контекстом повседневной жизни;

- подчеркивать роль жизненного опыта и умений применять знания в различных жизненных ситуациях, согласовывать процесс обучения с реальным жизненным контекстом;

- задачи с контекстом повседневной жизни должны создавать активный интеллектуальный фон уроков, полноценно реализовать в преподавании принципы научности, практической направленности, историзма, междисциплинарного подхода.

- создаваемый дидактический материал для задач с контекстом повседневной жизни должен ставить посильные учебные задачи перед каждым учащимся;

- при помощи задач с контекстом повседневной жизни развивать самостоятельность и критичность мышления обучающихся, учить анализировать учебный материал, сравнивать, обобщать, развивать интеллектуальные способности обучающихся;



- организовывать деятельность учащихся, нацеленную на формирование умения анализировать и корректировать свои высказывания в устной и письменной речи;

- использовать в работе современные способы проверки знаний, умений и навыков учащихся, соблюдать нормы проверки ученических работ;

- повышать уровень профессиональной компетентности через системную работу с документами, учебно-методическими и дидактическими материалами;

- при составлении задач с контекстом повседневной жизни можно опираться как на уже произошедшее событие, так и предположить ситуацию, которая может произойти.

Таким образом, моделирование реальных ситуаций при обучении математике может стать эффективным средством развития умения решать задачи с контекстом повседневной жизни.

Гипотеза исследования подтверждена, но необходимо продолжать опытно-экспериментальную работу.

## Выводы по главе 2

Для анализа были выбраны УМК по математике для 6 классов под редакциями Н.Я. Виленкина, Г.В. Дорофеева, А.Г. Мерзляка, И.И. Зубаревой. Все они включены в федеральный перечень учебников для общеобразовательных школ.

Каждый УМК включает учебники, рабочие тетради, сборники контрольных работ, диктантов, тестов, а также методические и дидактические пособия для учителя. Учебники обеспечивает преемственность, что позволяет вести разноуровневое обучение.

Задачи с контекстом повседневной жизни входят в состав всех учебников. Во многих из них задач на моделирование нет, хотя само моделирование применяется в контексте каждого учебника.

Четко обозначено математическое моделирование только в учебнике под редакцией И.И. Зубаревой. Имеются выделенные параграфы для перевода задачи на математический язык и на составление математической модели. В учебнике имеются задания на составление математической модели ситуации. Также уточняется, что схема – это графическая, геометрическая или рисованная модель, уравнение – аналитическая модель задачи, а также предлагается символическая запись.

Практическое экспериментальное исследование проводится в МБОУ «Уярская СОШ № 40», среди учащихся 6 классов.

Математика преподается по УМК Н.Я. Виленкина. В учебнике используются готовые графические схемы, даются задания на составление уравнений, предлагается краткая математическая запись. Однако, создание математической модели задачи самими учащимися не рассматривается.

Нами предлагается методическое обеспечение реализации контекста повседневной жизни в обучении математике с использованием математического моделирования, включающее два диагностических этапа и формирующий эксперимент.

Эмпирическое исследование показало, что на констатирующем этапе эксперимента результаты диагностики учащихся по уровню сформированности умений математического моделирования были примерно одинаковы: в экспериментальной группе средний уровень показали 8 учащихся, низкий уровень – 7 учащихся, в контрольной группе – 9 и 6 соответственно.

Формирующий эксперимент включал задачи с контекстом повседневной жизни, решаемые при помощи способа математического моделирования. Учащимся экспериментальной группы предлагались основные понятия, разъяснялось, что такое графическая или алгебраическая модели, как перевести элементы задачи на язык математических знаков и символов, как составить и решить уравнение, что значит соотнести модель с условием задачи, как создать свою задачу с контекстом повседневной жизни для созданной формулы.

На контрольном этапе эксперимента обе группы вновь были продиагностированы. По уровню сформированности умений математического моделирования при решении задач с контекстом повседневной жизни в экспериментальной группе высокий уровень показали 8 учащихся, средний – 6 и низкий – 1 учащийся. В контрольной группе высокий уровень не выявлен, средний уровень показали 11 человек и низкий – 4 учащихся.

Отсюда был сделан вывод о том, что моделирование реальных ситуаций при обучении математике является эффективным средством развития умения решать задачи с контекстом повседневной жизни, что подтверждает выдвинутую гипотезу исследования.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

ФГОС требует осознания значения математики в повседневной жизни человека. Это означает, что выпускник должен быть всесторонне подготовлен к успешной жизни в обществе, обучен разным стратегиям поведения в различных ситуациях в будущем.

В математике это становится возможным при использовании эмпирического источника – повседневной жизни. Предметно-практические задачи представляют собой базу для одноименной деятельности и позволяют обучающимся понять релевантность их знаний окружающему миру, что, в свою очередь, повышает их заинтересованность в предмете. Обучающийся должен быть грамотным и компетентным, он должен уметь овладевать навыками продуктивной деятельности: добывать знания непосредственно из жизненной реальности, владеть действиями в нестандартных ситуациях.

Педагоги выделяют следующее содержание задач с контекстом повседневной жизни: изначально неопределенные задачи; задачи с неопределенностью, возникающей по ходу решения; задачи с заданным составом структуры и компонентов с неопределенными исходными данными; задачи с несформулированным вопросом; задачи с неполной или избыточной структурой условия; задачи с особенностями в решении и др.

Важно отметить, что в мировом сообществе в исследованиях PISA Россия показывает результат выше среднего, однако оценка результатов российских учащихся показывает, что образовательная система не обеспечивает достаточную готовность школьников к повседневной жизни.

Анализ научной литературы показал, что при составлении задач с контекстом повседневной жизни основными аспектами должны стать:

- собственно значимый контекст повседневной жизни;
- переплетение многих школьных предметов и тем;
- моделирование – перенос обыденной задачи на язык математики;
- интерпретация результатов.

Для лучшего понимания задач с контекстом повседневной жизни следует использовать способ математического моделирования реальных ситуаций. Этот процесс предполагает использование метода проблемного изложения, частично-поискового и исследовательского метода обучения, а также индивидуальных, групповых, фронтальных форм работы на уроке.

Способ математического моделирования реальных ситуаций для задач с контекстом повседневной жизни представляет собой особый алгоритм: перечисляются объекты и их характеристики; составляется собственно математическая модель и вводятся обозначения для величин объектов; решается полученное уравнение и получается ответ в рамках модели; от модели переходят снова к задаче и дается ответ на вопрос задачи.

Анализ УМК по математике для 6 классов под редакциями Н.Я. Виленкина, Г.В. Дорофеева, А.Г. Мерзляка, И.И. Зубаревой показал, что задачи с контекстом повседневной жизни входят в состав всех учебников. Математическое моделирование применяется в контексте каждого учебника. Однако, четко обозначено математическое моделирование только в учебнике под редакцией И.И. Зубаревой.

Внедрение вновь созданного методического обеспечения с использованием способа математического моделирования при решении задач с контекстом повседневной жизни при проведении экспериментального исследования показало, что моделирование реальных ситуаций при обучении математике является эффективным средством развития умения решать задачи с контекстом повседневной жизни, что подтверждает выдвинутую гипотезу исследования.

Задачи исследования решены, цель достигнута.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Аналитический отчет по результатам исследования PISA-2018 // Официальный сайт Центра оценки качества образования ИСРО РАО [Электронный ресурс] URL: <http://centeroko.ru> (дата обращения 22.12.2021).
2. Асмолов А.Г., Бурменская Г.В., Володарская И.А., Карабанова О.А., Салмина Н.Г., Молчанов С.В. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли // Система заданий: пособие для учителя. М.: Просвещение, 2018. С. 162.
3. Болотов В.А., Седова Е.А., Ковалева Г.С. Состояние математического образования в РФ: общее среднее образование (Аналитический обзор) // Проблемы современного образования. 2012. № 6. С. 32–47.
4. Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А.С., Шварцбург С.И. Математика: учебник для учащихся 6 классов общеобразовательных учреждений. М.: Мнемозина, 2017. С. 162.
5. Выготский Л.С. Умственное развитие детей в процессе обучения. М.: Прогресс, 2012. С.136.
6. Горбовая В.В. Развитие познавательных и коммуникативных УУД кадетов через проектную деятельность // Обучение и воспитание: методики и практика. 2014. № 12. С. 105-112.
7. Губанова Е.В. Нестандартные задачи как инструмент для расширения естественнонаучного кругозора учащихся // Успехи современного естествознания. 2004. № 5. С. 36-39.
8. Гусева Н.В. Теоретические и методические основы раскрытия эстетического потенциала школьной математики при обучении в 5-6 классах: автореферат дис. ... канд. пед. наук. Орел, 1999. С. 18.
9. Давыдов В.В. Содержание и структура учебной деятельности школьников // Формирование учебной деятельности школьников. М.: Педагогика, 2018. С.10-21.

10. Дерипаско А.А. Роль и место прикладных задач в процессе обучения математике // Молодой ученый. 2019. № 31 (269). С. 130-131.
11. Дорофеев Г.В., Шарыгин И.Ф., Суворова С.Б. Математика: 6 класс. М.: Просвещение, 2021. С. 288.
12. Егупова М.В. Практические приложения математики в школе: учебное пособие для студентов педагогических вузов. М.: Прометей, 2015. С. 288.
13. Зайкин М.И. О общекультурном, прикладном и развивающем значении сюжетных задач в контексте анализа гуманитарных традиций математического образования // Арзамас. 2012. С.177-182.
14. Закон «Об образовании в Российской Федерации» от 29.12.2012 № 273-ФЗ (ред. от 30.12.2021) [Электронный ресурс]. URL: <https://www.consultant.ru/> (дата обращения: 15.01.2022).
15. Зубарева И.И., Мордкович А.Г. Математика: учебник для учащихся 6 классов образовательных учреждений. М.: Мнемозина, 2014. С. 284 с.
16. Истомина Н.Б. Обучение школьников решению текстовых задач. Смоленск: Ассоциация XXI век, 2015. С. 214.
17. Козлов В.В., Кондаков А.М. Фундаментальное ядро содержания общего образования. М.: Просвещение, 2011. С. 312.
18. Колягин Ю.М., Пикан В.В. О прикладной и практической направленности обучения математике // Математика в школе. 1985. №6. С.27– 32.
19. Концепция развития математического образования. М.: Просвещение, 2013. 56 с.
20. Конькова М.И. Обучение основам дифференциального исчисления студентов технических направлений подготовки с опорой на образные представления: автореферат дис. ... канд. пед. наук. Орел, 2013.
21. Ларина Г.С. Анализ практических задач по математике: теоретическая модель и опыт применения на уроках // Вопросы образования. 2016. № 3. С. 151-169.

22. Ларина Г.С. Использование контекста повседневной жизни при обучении математики в основной школе: международная перспектива. Дис. ... канд. пед. наук. М., 2018.

23. Леонтьев А.А. Педагогика здравого смысла // Избранные работы по философии образования и педагогической психологии. М.: Смысл, 2016. С. 532.

24. Маркова Н.В. Познавательные универсальные учебные действия. Социальная сеть работников образования [Электронный ресурс]. URL: <https://nsportal.ru> (дата обращения: 10.10.2021).

25. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Математика: учебник для учащихся 6 классов общеобразовательных организаций. М.: Вентана-Граф, 2017. С. 304.

26. Наболь А.С. Задачи с контекстом повседневной жизни в обучении математике: проблемы и перспективы использования // Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы: материалы V Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников. Отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол.; Электрон. дан. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2020. С. 568.

27. Наболь А.С. Контекст повседневной жизни и его роль при обучении математике в 6 классах // Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы: материалы VI Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников. Отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол.; Электрон. дан. / Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2021. С. 568.

28. Нургалеев В.С. Воображение и учебная деятельность. Красноярск: СибГТУ, 2018. С. 88.

29. Образовательная система «Школа 2100». Педагогика здравого смысла / Под ред. А.А. Леонтьева. М.: Баласс, 2013. С. 214.



30. Ожегов С.И. Толковый словарь русского языка: Около 100 000 слов, терминов и фразеологических выражений / Под ред. Л.И. Скворцова. М.: ОНИКС-ЛИТ, 2012. – 1376 с.
31. Панченко В.Н. Познавательная беседа как форма развития познавательных и коммуникативных УУД кадетов // Педагогический опыт: теория, методика, практика. 2016. № 1. С. 205-207.
32. Петров В.А. Прикладные задачи школьного курса математики на уроках математики: Кн. для учителей математики и студентов мат. фак. педвузов. Смоленск: СГПУ, 2001. С. 268.
33. Протасов В.Ю. Математика – моя жизнь, и от нее никуда не деться. М.: НИУ ВШЭ, 2017. 8 с
34. Салмина Н.Г. Знак и символ в обучении. М.: МГУ, 1988. С. 288.
35. Талызина Н.Ф. Педагогическая психология: для студентов высших учебных заведений. М.: Академия, 2011. С. 288.
36. Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики: книга для учителя. М.: Просвещение, 1990. С. 188.
37. Тюменева Ю.А. Задания на «перенос» знаний: теория и практика // Математика в школе. 2014. №10. С. 3–9.
38. Тюменева Ю.А., Александрова Е.И., Шашкина М.Б. Почему для российских школьников некоторые задания PISA оказываются труднее, чем для их зарубежных сверстников: экспериментальное исследование // Психология обучения. 2015. № 7. С. 5–23.
39. Тюменева Ю.А., Гончарова М.В. Следуя шаблону: перенос навыка моделирования на нетипичные задачи // Экспериментальная психология. 2016. №1. С.69–81.
40. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования: Приказ Минпросвещения России № 287 от 31.05.2021 [Электронный ресурс]. URL: <https://fgos.ru> (дата обращения: 10.10.2021).

41. Фирсов В.В. Дифференциация обучения на основе обязательных результатов обучения. М.: Просвещение, 1994. С. 312.
42. Фридман Л.М. Логико-психологический анализ школьных учебных задач. М.: Педагогика, 2017. С. 356.
43. Цукерман Г.А. Как школьники учатся учиться? М.; Рига, 2020. С. 194.
44. Чернявская Е.П. Формирование и развитие познавательных универсальных учебных действий в свете реализации ФГОС [Электронный ресурс]. URL: <https://www.metodkorilka.ru> (дата обращения: 12.10.2021).
45. Шапиро И.М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики: книга для учителя. М.: Просвещение, 1998. С. 288.
46. Штофф В.А. Моделирование и философия. М.: Наука, 2016. С. 312.
47. Яппаров Х.Я. Математика и культура человека // Образование, наука, культура. Роль в модернизации России. М.: 2013. С. 14-21.
48. Brown A.L. Analogical Transfer in Young Children: Analogies as Tools for Communication and Exposition / A.L. Brown, M.J. Kane, C. Long // Applied Cognitive Psychology. Vol. 3. – 1989. – P. 275-293. [Электронный ресурс]. URL: <https://app.dimensions.ai/details/publication/pub.1048080119> (дата обращения 08.12.2021)
49. Gravemeijer K. Context Problems in Realistic Mathematics Education: A Calculus Course as an Example / K. Gravemeijer, M. Doorman // Educational Studies in Mathematics. – 1999. – Vol. 39. – P. 111-128 [Электронный ресурс]. URL: <https://www.researchgate.net/publication/226335149> (дата обращения 10.12.2021).
50. Lange J. Using and Applying Mathematics in Education / J. Lange // International Handbook of Mathematical Education. - Netherlands: Springer, 1996. – P. 49-91 [Электронный ресурс]. URL: <https://www.semanticscholar.org/paper/Using-and-Appling-Mathematics-in-Education-Lange/> (дата обращения: 15.10.2021).

51. Lehman D.R. The Effects of Graduate Training on Reasoning: Formal Discipline and Thinking about Everyday-Life Events / D.R. Lehman, R.O. Lempert, R.E. Nisbett // American Psychologist. – 1988 – Vol. 43. – No 6. – P. 431-442. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.researchgate.net/publication/232603985> (дата обращения 10.12.2021).

52. Leiv J. Cognition in practice: Reason, Mathematics and Culture in everyday life / J. Leiv. - Great Britain, Cambridge: Cambridge University Press, 1988. – 214 p. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.scirp.org/reference/ReferencesPapers.aspx?ReferenceID=1717434> (дата обращения: 21.10.2021).

53. Thompson A.G. Teachers' beliefs and concepts: generalization of research / A.G. Thompson / Edited by D.A Grouws // Handbook of research in the field of teaching and Learning Mathematics. – New York: Macmillan, 1992. – P. 121-146 [Электронный ресурс]. URL: <https://www.researchgate.net/publication/226538601> (дата обращения: 10.10.2021).