

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования

КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

им. В.П. АСТАФЬЕВА  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики  
Выпускающая кафедра математики и методики обучения математике

**Бородина Екатерина Вадимовна**

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

РАЗВИТИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ  
ОБУЧАЮЩИХСЯ 10-11 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ  
«ПРОИЗВОДНАЯ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ»

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями  
подготовки)

Направленность (профиль) образовательной программы: Математика и информатика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Зав. кафедрой:

д-р п.н., профессор, Л.В. Шкерина

20.05.2022 Л.В. Шкерина  
(дата, подпись)

Руководитель:

к.п.н., доцент, Н.А. Журавлева

19.05.2022 Н.А. Журавлева  
(дата, подпись)

Дата защиты 21.06.2022

Обучающийся:

Е.В. Бородина

19.05.2022 Е.В. Бородина  
(дата, подпись)

Оценка \_\_\_\_\_

(дата, подпись)

Красноярск 2022

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	4
<b>ГЛАВА 1. ТЕОРИТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РАЗВИТИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ У ОБУЧАЮЩИХСЯ 10-11 КЛАССОВ</b> .....	10
1.1. Психолого-педагогические основы развития универсальных учебных действий обучающихся 10-11 классов .....	10
1.2. Структура познавательных универсальных учебных действий обучающихся 10-11 классов .....	17
1.3. Дидактические условия развития познавательных универсальных учебных действий у обучающихся 10-11 классов в процессе изучения темы «Производная и ее приложения».....	29
Выводы по главе 1 .....	42
<b>ГЛАВА 2. МЕТОДИКА РАЗВИТИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ 10-11 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ПРОИЗВОДНАЯ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ»</b> .....	43
2.1. Цели и содержание методики развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 10-11 классов .....	43
2.2. Формы, методы и средства деятельности обучающихся 10-11 классов, направленная на формирование познавательных универсальных учебных действий .....	60
2.3. Описание педагогического эксперимента и его результатов .....	70
Выводы по главе 2 .....	87
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b> .....	88
<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ</b> .....	90

<b>Приложение А</b> .....	96
<b>Приложение Б</b> .....	99
<b>Приложение В</b> .....	103

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность исследования.** Конец XX – начало XI в. считается периодом перехода от индустриального (промышленного) к постиндустриальному (информационному) обществу, путем научно-технической революции второй половины XX в. Основной фактор производства сменяется с капитала на информацию, основным продуктом производства становятся не промышленные изделия, а услуги. Происходит резкое повышение количества творческой деятельности, автоматизация производства, компьютеризация общества, что означает широкое внедрение электронно-вычислительных машин (компьютеров) в различные сферы человеческой деятельности. Основой мировоззрения является информация, возрастает особая роль науки, которая становится главным двигателем прогресса, возникает культ индивидуальности личности и культ образования – образование через всю жизнь, производится гуманизация и гуманитаризация образования. Преобладающей сферой экономики становится производство информации, а главным фактором управления выступает знание. Общество, в котором образование становится подлинным капиталом и главным ресурсом, предъявляет новые, притом жесткие требования к образовательным учреждениям в смысле их деятельности и ответственности за нее. Требуется отказ от понимания образования как получения готового знания и представления о педагоге как носителе этого знания. Приходит понимание образования как достояния личности, как средства ее самореализации в жизни, как средства построения личной карьеры. Обществу нужен не только «обученный» человек, но и легко «обучаемый», способный самостоятельно учиться и многократно переучиваться в течение постоянно меняющейся жизни, готовый

к самостоятельным действиям и принятию решений. Как говорил Всеволод Мейерхольд: «В школе нельзя всему научиться – нужно научиться учиться».

Исходя из запроса общества происходят глобальные изменения в образовательной парадигме. В постиндустриальном обществе обучающийся должен принимать ответственность за свое обучение на себя. Направленность учения сменяется с приобретения набора знаний, умений и навыков на овладение основами культуры и набором компетенций: учебными, социальными, гражданскими, профессиональными и др. Теперь процесс обучения не заканчивается в молодости, как приобретение запаса знаний на всю жизнь, а продолжается в течение всей жизни. Подобные перемены по отношению к образованию привели к выбору перспективного пути – формированию у обучающихся универсальных умений, призванных на помощь в решении задач быстрого и качественного обучения. Изменяется деятельность педагогов и учеников, у педагога: от «учу предмету» – к «учу ребенка», у обучающегося: от «меня учат» – к «я учусь».

В связи с этим, наиважнейшим направлением становится обеспечение развивающего потенциала новых образовательных стандартов. В федеральном государственном образовательном стандарте среднего общего образования (ФГОС СОО) устанавливаются требования к результатам освоения обучающимися основной образовательной программы среднего общего образования: личностным, метапредметным и предметным. Главной задачей прогрессивной системы образования является формирование универсальных учебных действий (УУД), которые создают возможность самостоятельного успешного усвоения новых знаний, умений и компетентностей, включая организацию усвоения. Формирование универсальных учебных действий является условием становления динамической, творческой, ответственной и конкурентоспособной личности.

Авторами концепции УУД являются С. В. Молчанов, И.А. Володарская, А. Г. Асмолов и др. Они утверждают, что одной из основных задач, которую должен решить учитель, является создание таких условий обучения, которые раскроют возможности обучающихся в школе и которые подготовят их к жизни в высокотехнологичном конкурентном мире [3].

Анализ диссертационных исследований показал интерес учёных к проблемам формирования универсальных учебных действий обучающихся на различных школьных предметах всех ступеней школьного образования. Вопросам формирования познавательных универсальных учебных действий посвящены работы Л.И. Боженковой, И.В. Петровой, Н.С. Подходовой, Е.Ф. Фефиловой А.В. Фирер, С.В. Чоповой, Л.В. Шкериной и др. Потенциал предметной области «математика» для формирования метапредметных умений обучающихся изучался в работах А.С. Константиновой, С.В. Галяна, А. Д. Саввиновой, О.В. Берсеневой, О.В. Тумашевой, Л.В. Шкериной, Н.А. Журавлевой, М.А. Кейв, Н. И. Ченяновой, И.В. Яломыст, и др.

На данный момент педагогика нацелена на разработку и экспериментальную проверку сообразных средств, методов, факторов и условий организации обучения, которые формируют и развивают универсальные действия учеников. Как отмечают многие исследователи, одной из ведущих задач обучения является именно формирование у обучающихся навыков выполнения логических операций, обучение их разным логическим приемам, формирование самостоятельного выбора наиболее эффективного способа решения задач и прививание знаний логики и формирования у обучающихся навыков и умений применения данных знаний в учебе и практике.

Не смотря на вышеупомянутое, на данный момент в педагогической теории не существует единого подхода к решению проблемы организации

такого обучения, в связи с чем, необходимы совершенствования методик преподавания.

В процессе проведения анализа, удалось вывести следующие **противоречия исследования:**

– между потребностью общества в обучающихся владеющими развитыми познавательных УУД и недостаточной подготовленностью обучающихся в этом направлении;

– между достаточным уровнем изученности познавательных УУД с общих психолого-педагогических позиций и слабой проработанностью методических аспектов развития познавательных УУД на уроках математики.

Актуальность и выделенные противоречия побуждают появление проблемы данного исследования.

**Проблема исследования** состоит в разработке методики обучения математике, способствующей развитию познавательных универсальных учебных действий обучающихся 10-11 классов в процессе изучения темы «Производная и ее приложения».

**Объект исследования:** процесс обучения математике в 10-11 классах.

**Предмет исследования:** развитие познавательных универсальных учебных действий у обучающихся 10-11 классов в процессе изучения темы «Производная и ее приложения».

**Цель исследования:** разработать методику развития познавательных универсальных учебных действий у обучающихся 10-11 классов в процессе изучения темы «Производная и ее приложения»

**Гипотеза исследования:** если в процессе обучения математике обучающихся 10-11 классов использовать методику, разработанную в соответствии с дидактическими условиями, то это будет способствовать повышению уровня развития познавательных универсальных учебных действий.

Для достижения поставленной цели и проверки выдвинутой гипотезы были сформулированы следующие **задачи исследования**:

1. На основе анализа нормативно-правовых документов, психолого-педагогической и научно-методической литературы выделить теоретические аспекты развития познавательных универсальных учебных действий у обучающихся 10-11 классов в процессе обучения математике.

2. Выделить дидактические условия развития познавательных универсальных учебных действий в рамках образовательного процесса.

3. Разработать комплекс практических заданий, направленный на развитие познавательных универсальных учебных действий у обучающихся 10-11 классов при изучении темы «Производная и ее приложения»

4. Разработать методику развития познавательных универсальных учебных действий у обучающихся 10-11 классов при изучении темы «Производная и ее приложения» и апробировать ее в опытно-экспериментальной работе.

**Методы исследования:** теоретический анализ психолого-педагогической и методической литературы; сравнение и выбор; наблюдение; эксперимент.

**База и выборка исследования:** МБОУ «Шушенская СОШ №2» с обучающимися 10 «А» и 10 «Б» классов

**Практическая значимость исследования** состоит в разработке комплекса заданий и методики по их применению в процессе изучения темы «Производная и ее приложения» для обучающихся 10-11 классов.

**Структура выпускной квалификационной работы:** работа состоит из введения, двух глав, каждая из которых состоит из трех параграфов, заключения, списка использованных источников, рисунков, таблиц, приложений.

По теме исследования были опубликованы следующие работы:



1. Бородина Е. В. Задачи по теме «Производная» как средство формирования логических познавательных универсальных учебных действий обучающихся 10 классов // Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы: материалы VI Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников. Красноярск, 27 апреля 2021 года / отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол. Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2021. - С. 45-48.

2. Бородина Е. В. Развитие логических познавательных универсальных учебных действий обучающихся 10 классов в процессе обучения математике // Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы: материалы VI Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников. Красноярск, 27 апреля 2021 года / отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол. Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2021. - С. 48-51.

3. Е.В. Бородина, С.А. Марина, В.В. Панина Развитие логических познавательных универсальных учебных действий обучающихся 8 класса при решении квадратных уравнений и неравенств // Наука молодых : сборник научных статей участников XI Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. - Арзамас: 2018. - С. 268-272.

## **ГЛАВА 1. ТЕОРИТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РАЗВИТИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ У ОБУЧАЮЩИХСЯ 10-11 КЛАССОВ**

### **1.1. Психолого-педагогические основы развития универсальных учебных действий обучающихся 10-11 классов**

В связи с технологическим прогрессом меняются ориентиры образовательных систем и запросы к идеалу выпускника школы. Современный выпускник образовательного учреждения должен быть готов к решению всевозможных задач, уметь найти выход из любой жизненной проблемной ситуации, а также быть ответственным, осознанным, добросовестным гражданином, который любит и уважает свою Родину и заинтересован в познании мира. Это должен быть не только обученный, но и легко обучаемый индивид, осознающий важность образования и самообразования для жизни и деятельности. Это личность, которая должна легко применять свои знания на практике и уметь выбрать свой профессиональный путь.

Учет личности ученика, его потребностей и интересов выходит на передний план развития обучения. Это переход от метода "знания" к методу реализации и освоения потенциала для развития общего образования, что является важнейшим направлением новых образовательных стандартов.

Федеральный государственный образовательный стандарт (ФГОС) – это совокупность требований к образовательным учреждениям, имеющим государственную аккредитацию, обязательных при реализации основных образовательных программ всех ступеней образования [42].

Каждый ФГОС включает в себя нормы, определяющие его общую структуру, относящуюся ко всем видам стандартов образования, подробно эта структура отражена на рисунке 1.



Рисунок 1 – Структура федерального государственного образовательного стандарта

Методологической основой ФГОС выступает системно-деятельностный подход (СДП), выполняющий роль концептуальной основы преобразований, проводимых в образовательной среде.

Системно-деятельностный подход – это симбиоз системного подхода к организации образовательного процесса и его деятельностного истолкования, аккумулирующим в себе наиболее продуктивные идеи этих подходов.

Важным положением СДП в обучении математике является ориентация образовательного процесса на планируемые результаты, в качестве результатов при этом рассматривается развитие обучающихся в личностном, предметном и метапредметном направлении посредством конкретной предметной области. С его помощью происходит создание учебной среды в рамках системы образования, в которой развиваются обучающиеся за счет активной учебно-познавательной деятельности, которая строится «с учетом индивидуальных возрастных, психологических и физиологических особенностей обучающихся» [41, с. 3].

Основным результатом СДП является развитие личности на основе деятельности по преобразованию внешней предметной деятельности во внутреннюю. Основной педагогической задачей является создание и организация условий, инициирующих ученическое действие, то есть формирование универсальных учебных действий [4].

Анализируя литературу по теории психологии и педагогике, можно отметить огромный вклад ученых советского периода истории нашей страны, ведь их труды легли в основу и системы образования в том числе.

Основа теоретической части в учебной деятельности состоит из культурно-исторической теории деятельности человека, разработанной советским психологом Л.С. Выготским, и деятельностного подхода к происхождению психологии человека [45]. Они являются главной составляющей для развития учебных действий обучающихся старших классов.

Само понятие учебной деятельности трактуется весьма неоднозначно. Доктора педагогических наук Л.Б. Ительсон, Г.И. Щукина и другие ученые, считали, что учебная деятельность содержит в себе деятельность как самого

обучающегося, так и того, кто обучает, то есть непосредственно затрагивает и деятельность учителя в том числе [51, с. 10].

С точки зрения профессора П.И. Пидкасистого, учебная деятельность определена как вид учения, в ходе которого обучающийся приобретает знания, умения, навыки и овладевает способами действий в отношении усваиваемого материала [31].

Фундаментальное определение учебной деятельности приводит советский психолог, автор оригинального направления в детской и педагогической психологии, Даниил Борисович Эльконин. Он утверждал: «учебная деятельность – это деятельность, имеющая своим содержанием овладение обобщенными способами действий в сфере научных понятий». В ходе учебной деятельности происходит усвоение научных понятий, соответственно, ее результатом является изменение самого ученика, то есть его развитие [52].

Проведя анализ определений учебной деятельности различных ученых, можно наглядно представить ее структуру. Она изображена на рисунке 2.

Эффективный процесс обучения должен строиться на единстве действий учителя и обучающегося [23].

В своей статье «Психологические вопросы сознательности учения» А.Н. Леонтьев рассмотрел очень существенную проблему, которая сохраняет свою актуальность и в наше время. Невозможно добиться эффективного процесса обучения, если у обучающийся не мотивирован на получение новых знаний. В этой статье Л.Н. Леонтьев предлагает рассмотреть проблему учения, как проблему смысла, который приобретают усваиваемые обучающимся знания. Другими словами, чтобы обучение осуществлялось сознательно, оно должно приобрести для обучающегося особый смысл, стать для него одним из самых важных и основных элементов формирования личности и залогом его будущего социального статуса.

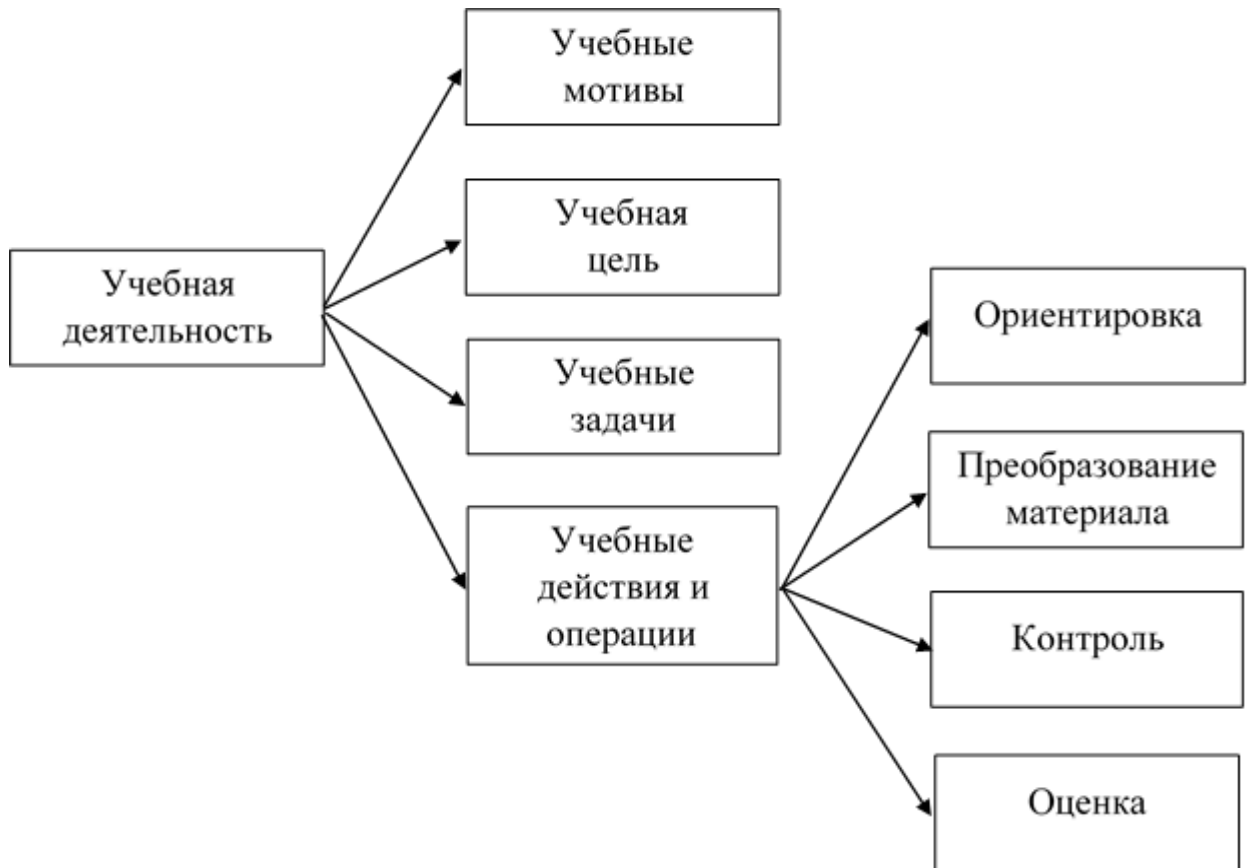


Рисунок 2 – Структура учебной деятельности

Согласно ФГОС основным структурным компонентом учебно-познавательной деятельности обучающихся образовательного учреждения является набор универсальных учебных действий [41].

Универсальные учебные действия (УУД) – это совокупность действий, раскрывающих школьникам возможность построения самой учебной деятельности.

Л. Н. Колычева пишет о том, что развитие универсальных учебных действий осуществляется в рамках личности и познавательной сферы обучающегося [47, с. 19].

А.Г. Асмолов дал свое определение универсальным учебным действиям. По его мнению, это способность обучающихся к саморазвитию и совершенствованию через формирование социальной компетенции. Так же он

говорит о том, что суть обучения заключается в формировании умения «учиться» [46].

Функции универсальных учебных действий представлены на рисунке 3.



Рисунок 3 – Функции универсальных учебных действий

Обучающиеся осваивают УУД на базе разного количества учебных предметов и во время любой учебной деятельности. Овладение старшеклассниками набором УУД способствует развитию умения и навыков ставить и решать важнейшие жизненные и профессиональные задачи.

Согласно ФГОС СОО универсальные учебные действия состоят из трех групп [40]. Рассмотрим более подробную классификацию УУД на рисунке 4.

По Асмолову А.Г. УУД состоят из 4 важных блоков: личностных, регулятивных, познавательных, коммуникативных [3]. Заметим, блок предметных УУД сюда не входит.

Исходя из классификации УУД, мы можем говорить о том, что успешное усвоение действий каждого блока обеспечит обучающемуся не только освоение изучаемого материала, но и поможет обрести способность

самостоятельно добывать информацию с использованием технологий и коммуникации с людьми.



Рисунок 4 – Классификация УУД по ФГОС

Подводя итоги, можно сделать вывод, что внедрение ФГОС предполагает переход от квалификационной модели ученика к компетентностной. Это означает, что обучающийся в процессе обучения овладевает не стандартным набором знаний, умений и навыков, а



определенными компетенциями, под которыми понимается общий результат освоения основной образовательной программы.

Таким образом, в данном параграфе мы провели анализ нормативно-правовых документов, психолого-педагогической и научно-методической литературы, на основе которой дали определение учебной деятельности, выявили ее структуру. Рассмотрели структуру ФГОС, фундаментальную основу системно-деятельностного подхода, а также базу развития УУД, их функции и классификацию.

В следующем параграфе мы более подробно разберем классификацию познавательных УУД, структуру и особенности их применения для обучающихся 10-11 классов, а также рассмотрим основные логические операции и их определения, которые к ним относятся.

## **1.2. Структура познавательных универсальных учебных действий обучающихся 10-11 классов**

Для того чтобы эффективно существовать в современном мире, человеку необходимо обладать когнитивными навыками, которые включают в себя способность исследовать, искать, отбирать и структурировать необходимую информацию, а также модель изучаемого материала.

На всех уровнях образовательного процесса главная задача для учителя – формирование и развитие универсальных учебных действий (УУД).

Уровень развития когнитивных умений зависит от степени выраженности критериев развития и характера учебно-познавательной деятельности учащихся, знаний методов работы, которые достигаются в процессе обучения. Основываясь на исследованиях В.П. Беспалько, Д. С. Елисеева, Е. А. Пустовита, выделим три уровня развития познавательных УУД, а также их характеристики, представленных на рисунке 5 [9].



Рисунок 5 – Характеристика уровней развития познавательных УУД

Опираясь на исследования Л.И. Боженковой, Е.А. Пустовит, на рисунке 6 выделены основные этапы развития познавательных УУД и их цели.



Рисунок 6 – Этапы развития познавательных УУД и их цели

Источников, содержащих определение «познавательные УУД» небольшое количество. В основном работы посвящены их развитию, формированию и классификации. Авторы трактуют познавательные универсальные учебные действия как «действия, обеспечивающие процесс познания, творческого умственного процесса получения и обновления знаний» [49].

По мнению Ведерниковой Л.В., познавательные универсальные учебные действия можно понимать, как универсальную педагогическую деятельность, включающую в себя процесс подготовки и преобразования учебных, учебно-методических и научно-исследовательских работ, а также систематизацию и обобщение понятий и методов [16].

Глоссарий, составленный на основе терминов ФГОС, также не содержит понятия «познавательные УУД». При этом глоссарий определяет понятия личностных, регулятивных и коммуникативных универсальных учебных действий таким образом, что их содержание и структура теоретически помогает определить пути их формирования.

В этой работе под познавательными учебными действиями будем понимать совокупность методов познания окружающего мира, через исследование и практическое применение нового знания.

Л.В. Шкерина предлагает в качестве фундаментальных познавательных УУД выделять следующие действия, представленные на рисунке 7:

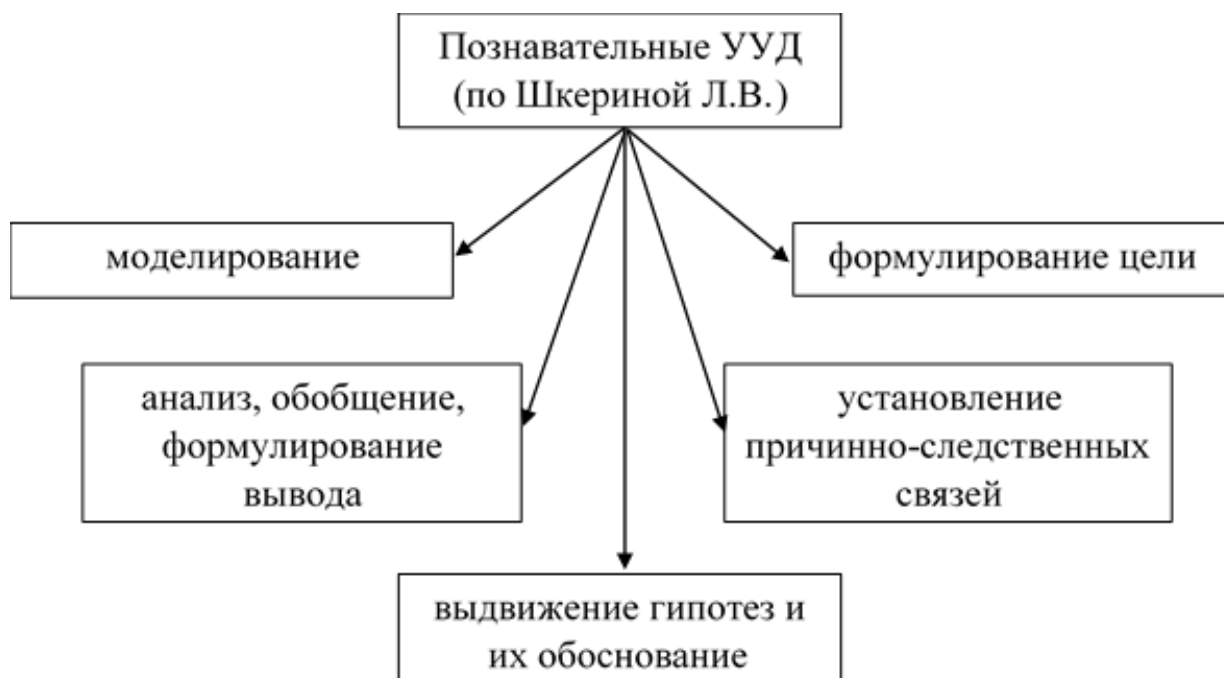


Рисунок 7 – Структура познавательных УУД по Л.В. Шкериной

Также она выделяет критерии сформированности указанных базисных познавательных УУД, они представлены на следующем рисунке 8:



Рисунок 8 – Критерии сформированности познавательных УУД по Л.В. Шкериной

Н.М. Горленко, О.В. Запятая, В.Б. Лебединцев, Т.Ф. Ушева, представляют лишь фрагменты состава познавательных УУД, поэтому, не претендуя на полноту, авторы предлагают следующую структуру познавательных универсальных действий, подробно с которой можно ознакомиться на рисунке 9 [19]:

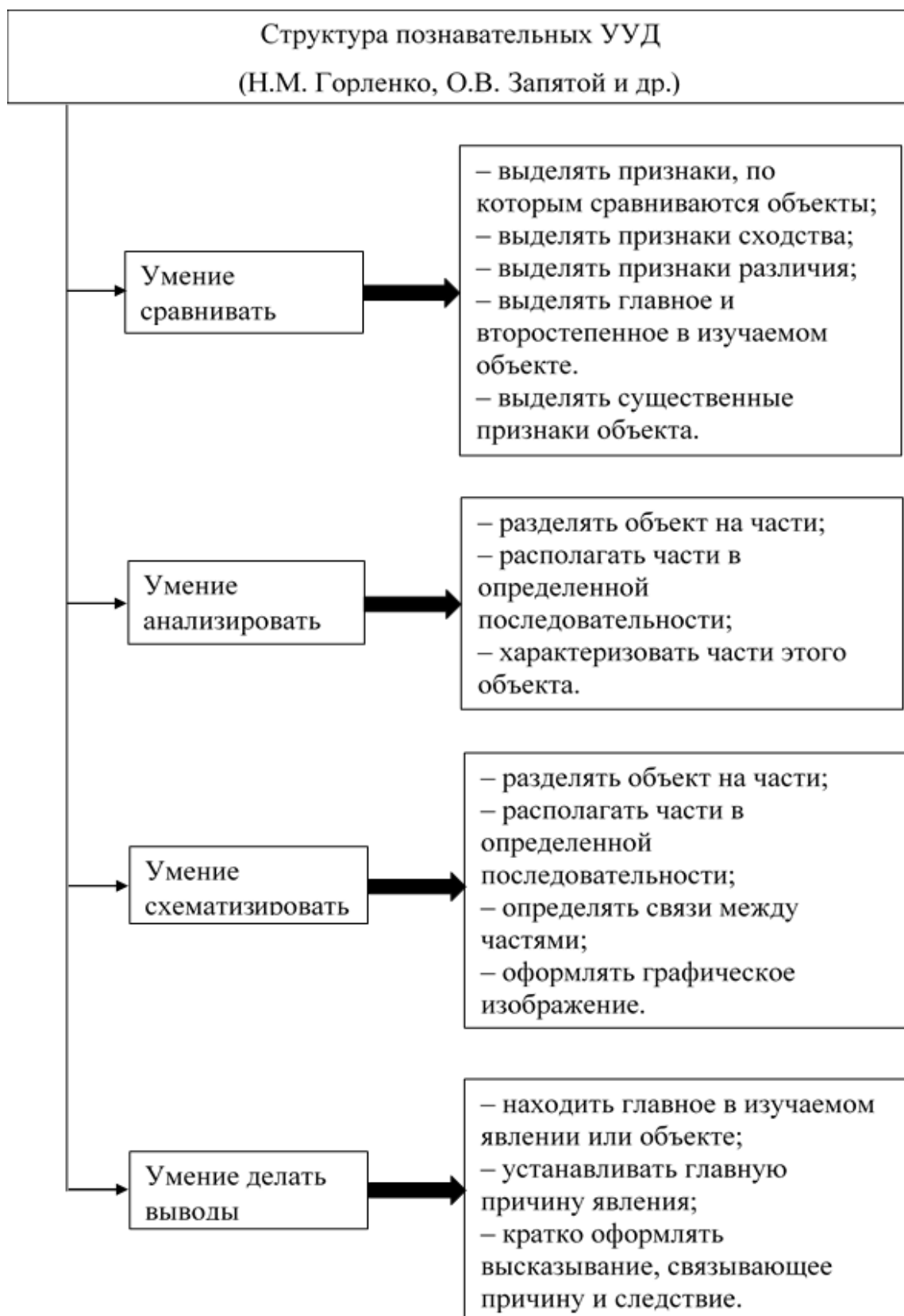


Рисунок 9 – Структура познавательных УУД по Н.М. Горленко и др.

На рисунке 10 представлены основные действия, которые включает в структуру познавательных универсальных учебных действий Д.А. Махотин [26].



Рисунок 10 – Структура познавательных УУД Д.А. Махотина

В работе будем придерживаться структуры познавательных универсальных учебных действий, выделенной А.Г. Асмоловым, не противоречащей требованиям к программе развития познавательных УУД,

описанным в ФГОС. Состав и функции этой структуры представлены на рисунках 11 и 12 соответственно.



Рисунок 11 – Состав познавательных УУД





Рисунок 12 – Функции познавательных УУД

Еще одним компонентом познавательных УУД являются мыслительные процессы, развитие которых направлено, во-первых, на создание новых задач и путей их достижения, во-вторых, – на создание познавательных рефлексов.

Для успешного управления учебно-познавательной деятельностью учащимся необходимо владеть определенными приемами умственной деятельности. Под умственной деятельностью понимается психическая деятельность человека, усваивающего уже известные знания или открывающие новые [10]. Умственная деятельность осуществляется с помощью мыслительных операций или их систем. Системы мыслительных операций образуют приемы умственной деятельности, которые необходимы для решения задач определенного типа разной степени обобщенности [12].

Рассмотрим более подробно основные мыслительные операции, которые понимаются под логическим мышлением в рамках школьного обучения на рисунке 13 [11, 39, 50].

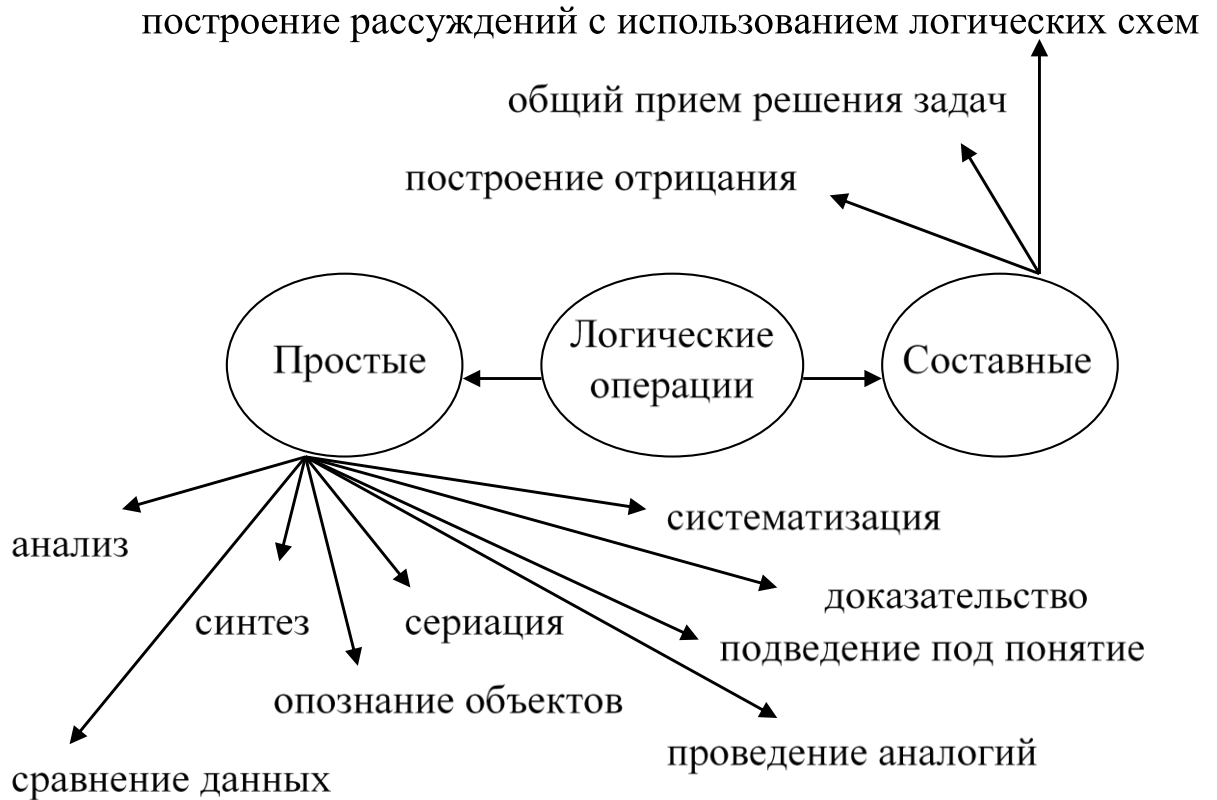


Рисунок 13 – Основные мыслительные операции

Рассмотрим понятия основных мыслительных операций и их систем, с которыми будем в дальнейшем работать, на рисунке 14.

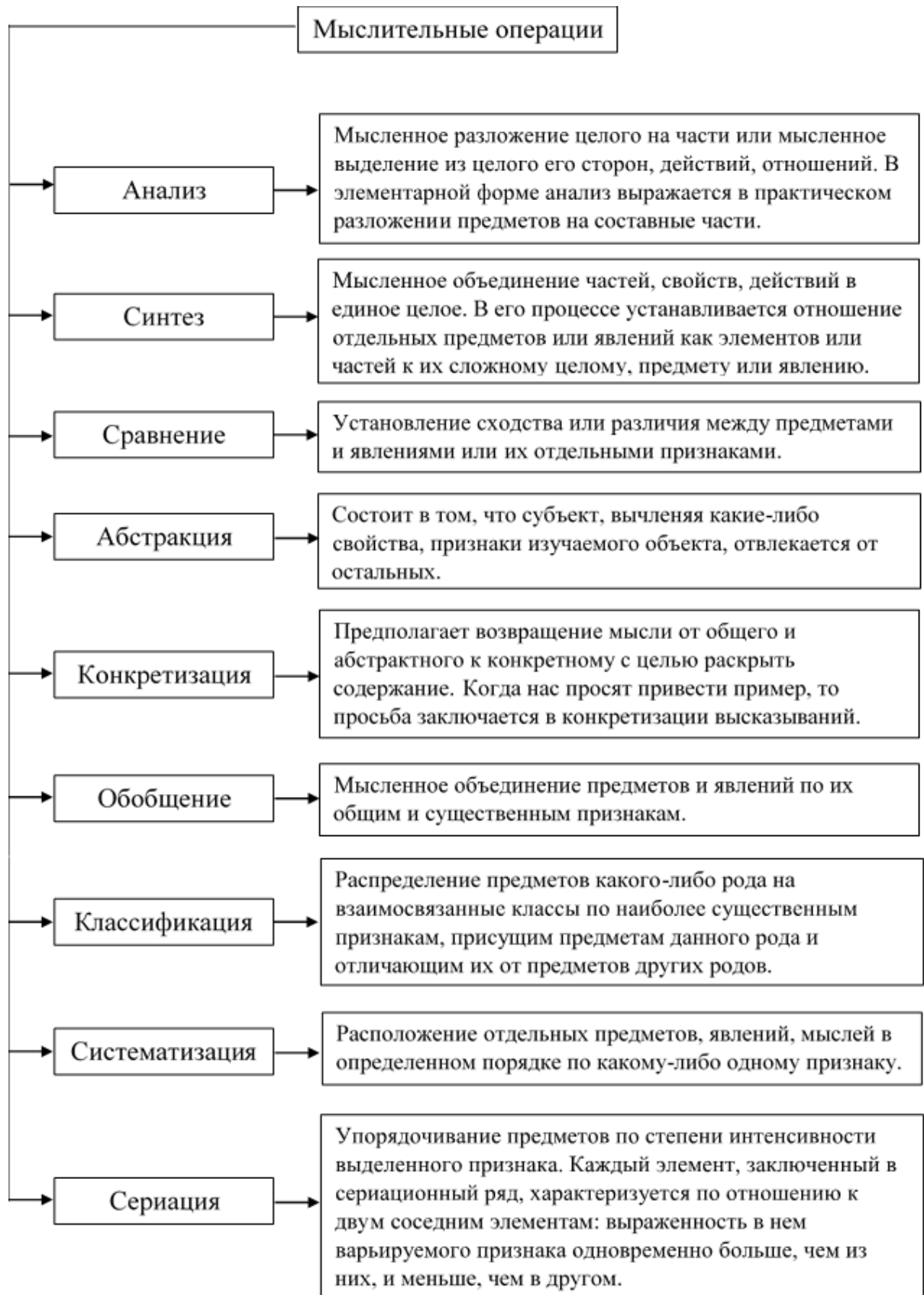


Рисунок 14 – Понятия основных мыслительных операций и их систем

Можно сказать, что познавательные УУД отличаются от мыслительных операций широтой охвата способов действия учащегося. То, что входит в состав логических УУД, являющихся частью познавательных УУД. Но понятия «логические УУД» и «мыслительные операции» не тождественны, так как содержание познавательных логических УУД несколько шире. Логические УУД опираются на мыслительные операции, включают в себя их, но ими не ограничиваются [9]. Кроме того, логические УУД включают в себя сложное логическое действие постановки и решения задач, которое базируется на сформированности логических операций – умении анализировать объект, осуществлять сравнение, выделять общее и различное, осуществлять классификацию, устанавливать аналогии.

Подводя итоги, можно сказать, что познавательные УУД – это набор качественно различных УУД, которые находятся в сложных, динамических отношениях друг с другом и объединены общей целью функционирования. Развитие познавательных УУД представляет собой сложный, планомерный процесс, который требует соблюдения основных этапов их формирования, отличающийся собственными критериями и соответствующий различным уровням сформированности.

Таким образом, в данном параграфе мы рассмотрели этапы формирования познавательных УУД и их характеристику, основные понятия, структуру, состав, функции и критерии развития, а также основные понятия и состав мыслительных операций, относящихся к логическим познавательным действиям.

В следующем параграфе будут рассмотрены дидактические категории и принципы, а также дидактические условия, которые необходимо использовать для развития познавательных УУД у обучающихся 10-11 классов в процессе изучения темы «Производная и ее приложения», а также раскрыты основные понятия и классификации методов, форм и средств обучения.

### 1.3. Дидактические условия развития познавательных универсальных учебных действий у обучающихся 10-11 классов в процессе изучения темы «Производная и ее приложения»

Образовательный процесс адаптируется к постоянно изменяющимся требованиям общества благодаря такому направлению в педагогике, как дидактика.

Дидактика – это отрасль педагогики, разрабатывающая теорию образования и обучения. Предмет дидактики – закономерности и принципы обучения, его цели, научные основы содержания образования, формы, средства обучения [18].

Основные категории дидактики представлены на рисунке 15:



Рисунок 15 – Основные категории дидактики

Совокупность всех этих понятий определяет дидактическую систему или технологию обучения.

Анализ содержания и структуры познавательных универсальных учебных действий (УУД), а также их дидактического потенциала математических дисциплинах в теории и практике позволяет сделать вывод о необходимости теоретического обоснования и конструирования авторской педагогической модели развития познавательных УУД обучающихся 10-11 классов.

Рекомендуется использовать дидактические принципы обучения, которые воздействуют на создание, управление и функционирование системой учебного процесса и его компонентами. Главной задачей дидактических принципов является определение главных учебных направлений и содержания педагогических действий. Педагогика определяет дидактические принципы как «систему исходных, основных требований к воспитанию и обучению, определяющую содержание, формы и методы педагогического процесса и обеспечивающая его успешность» [7].

Основные дидактические принципы, которые активно и успешно используются при обучении математике представлены на следующем рисунке 16.

Дидактика выделяет данные принципы потому, как они являются дополнением друг друга и взаимосвязаны. Практическое применение данных принципов осуществляется в виде форм организации, методов и правил учебной деятельности. Главная задача дидактических принципов – выражение состояния процесса обучения.

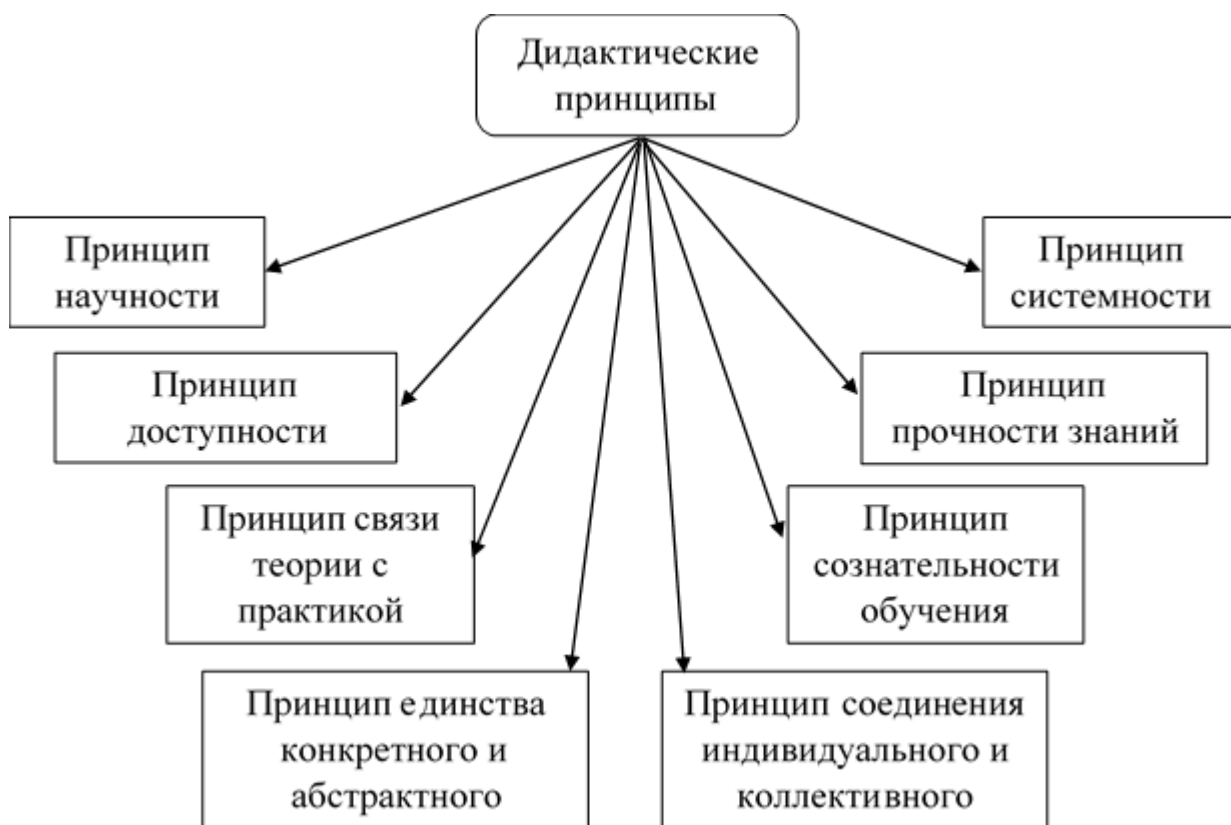


Рисунок 16 – Основные дидактические принципы

Чтобы сформировать и развивать познавательные УУД у обучающегося, школе нужно учитывать разнообразные дидактические условия в педагогическом процессе. Понятие «дидактические условия» трактуется по-разному.

По С.В. Волковой «дидактические условия – это специально смоделированные обучающие процедуры, реализация которых позволяет решать определенный класс образовательных задач» [17].

По словам В.С. Егориной дидактические условия – это «обстоятельства обучения, которые являются результатом отбора, конструирования и применения элементов содержания, форм, методов и средств обучения, способствующих эффективному решению поставленных задач» [20].

Исходя из всего вышеперечисленного, дидактические условия определяются как конкретные обстоятельства обучения, которые стали результатом отбора и применения элементов содержания, форм, методов и средств обучения, целью которых является эффективное решение поставленных задач.

Исследователи в области педагогики выделяют несколько принципов, которым должна соответствовать успешно функционирующая система дидактических условий, которые представлены на рисунке 17.



Рисунок 17 – Принципы дидактических условий

Теперь рассмотрим, какие дидактические условия реализации познавательных УУД в педагогическом процессе необходимы.



На сегодняшний день поиск ответа на традиционный дидактический вопрос: «Как учить?» выводит нас на такую категорию дидактики, как метод обучения. Без него невозможно достичь поставленных целей, реализовать намеченное содержание, наполнить обучение познавательной деятельностью. Формулируя цель и определяя содержание, мы, в первую очередь, говорим о подборе методов, а затем уже форм и средств обучения.

Рассматривая понятие «метод», мы должны сказать, что это слово греческого происхождения и в переводе означает «путь исследования или путь познания». Существуют различные подходы к определению данного понятия, рассмотренные на рисунке 18.

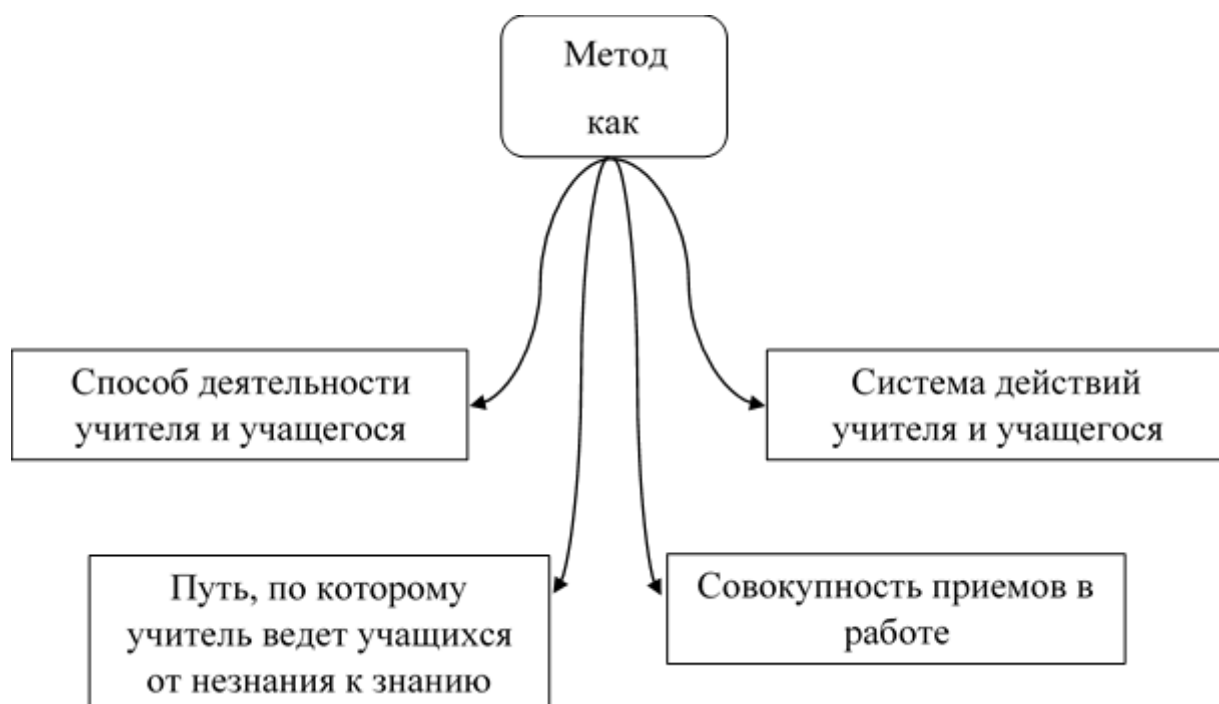


Рисунок 18 – Подходы к определению понятия метод

Опираясь на данные подходы, рассмотрим основные определения метода обучения. Первое определение, которое хотелось бы представить – это определение И.Я. Лернера, заслуженного деятеля науки и классика советской

педагогической мысли. Он писал, что методы обучения – это «способы достижения цели обучения посредством системы последовательных и упорядоченных действий учителя, организующего с помощью определенных средств практическую и познавательную деятельности учащихся по усвоенную социального опыта» [24].

В.И. Загвязинский в своих трудах определял метод обучения, как «способ взаимосвязанной и взаимообусловленной деятельности педагога и обучаемых, направленной на реализацию целей обучения, или как систему целенаправленных действий педагога, организующих познавательную и практическую деятельность обучаемых и обеспечивающих решение задач обучения [21].

По мнению И.П. Подласого, метод обучения – это совокупность путей, способов достижения дидактических целей, решения образовательных задач, искусство учителя направлять мысли детей в нужное русло и систему, следуемую по алгоритму для достижения необходимого результата [33].

Г.М. Коджаспирова под методом обучения понимает систему последовательных, взаимосвязанных действий учителя и учащихся, обеспечивающих усвоение содержания образования, развитие умственных сил и способностей учащихся, овладение ими средствами самообразования и самообучения [22].

Исходя из всего выше сказанного, мы с вами четко можем определить, что метод обучения – это есть путь, способ, ведь данные слова чаще всего используются в определениях, и конечно же, это путь и способ, выбранный для деятельности учителя и учащихся при достижении дидактической цели.

Изучая метод обучения, необходимо рассмотреть его структуру. Структура метода обучения представляет собой системно организованную совокупность методических приемов, обеспечивающих успешную реализацию его функций.

Сложность в понимании структуры метода еще заключается в том, что, с одной стороны, основной метод может использоваться, как прием, то есть часть какого-то другого метода, и, наоборот. Например, если мы используем, как основной метод – беседу, то все занятие будет состоять из вопросов, ответов, комментирования, а если же, основным методом будет лекция, но при этом, внутри нее состоится какая-то беседа, то в этом случае, она уже будет использоваться, как методический прием.

Методический прием – это структурный элемент метода обучения, задающий порядок действий субъектов в процессе обучения.

Прием обучения – это составная часть, отдельный шаг в реализации метода. Методы реализуются через совокупность приемов, каждый из которых является отдельным действием.

По мнению И.Я. Лернера, структура метода обучения представлена на рисунке 19.



Рисунок 19 – Структура метода обучения

Метод в процессе обучения выполняет следующие функции, представленные на рисунке 20.



Рисунок 20 – Функции методов обучения

В настоящее время известны десятки классификаций методов обучения, из-за их многогранности. Обучение – это очень подвижный процесс, соответственно, говорить о том, что только одна какая-то классификация на сегодняшний день является актуальной и только ее следует применять, категорически нельзя.

Далее на рисунке 21 представлена классификация методов обучения, совмещающая в себе как традиционные, так и современные подходы.

Рассмотрим более подробно некоторые из данных классификаций, которые мы выделили для разработки методики развития познавательных УУД у обучающихся 10-11 классов, а также покажем конкретные методы, которые они в себя включают.

На рисунках 22-23 раскроем классификации методов обучения по источникам знаний, выделяемой Е.Я. Голантом и Е.И. Петровским, дополненной современными методами, и по характеру мыслительной деятельности и познавательной активности, выделяемой И.Я. Лернером и М.Н. Скаткиным, соответственно.



Рисунок 21 – Классификация методов обучения

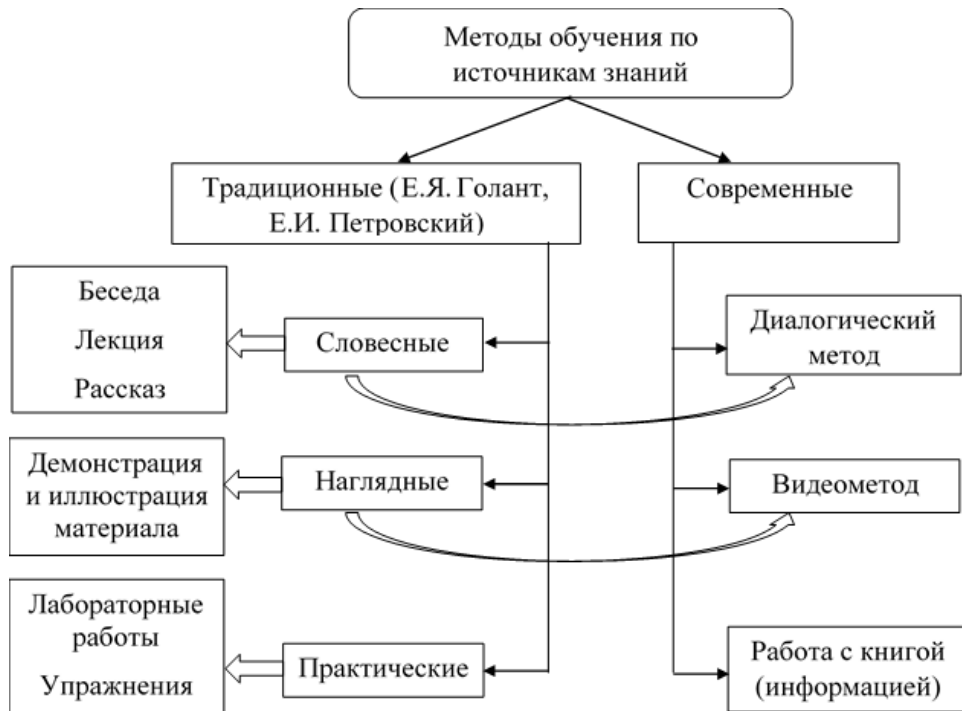


Рисунок 22 – Классификация методов обучения по источникам знаний

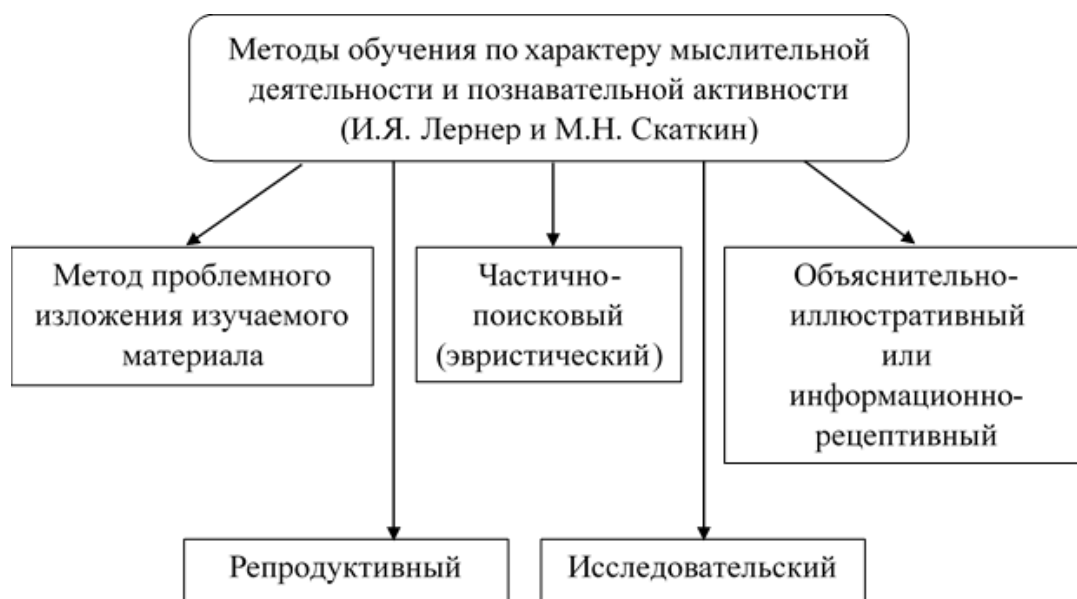


Рисунок 23 – Классификация методов обучения по характеру познавательной деятельности и познавательной активности

А также отдельно хочется разобрать классификацию методов обучения, относящуюся к современным активным или интерактивным методам, она изображена на рисунке 24.

А. Н. Леонтьев утверждал, что успешность учебного процесса зависит от степени осознанности обучающегося. Бесспорно, также, что деятельность учителя и обучающегося – это единый процесс. Исходя из этого, справедливо утверждение, что для успешного усвоения материала по теме «Производная и ее приложения» необходимо применять активные методы обучения, взаимодействие в которых происходит по теме «учитель=ученик».

Активные методы обучения обладают следующими признаками:

- активность обучающегося для активизации его мышления;
- активность обучающегося длительная, она сохраняется в течение всего учебного процесса;

- самостоятельность в поиске решения поставленной задачи;
- собственная мотивация обучающегося к процессу обучения.



Рисунок 24 – Классификация современных активных методов обучения

Какие бы методы и их группы мы не рассматривали, мы должны понимать, что на сегодняшний день, являются актуальными не только методы, направленные на достижение цели, но еще и методы, приобретающие новые эргономические характеристики. Например, новой характеристикой метода является его энергоемкость. Важно не только то, какой эффект достигнут, благодаря выбранному методу, но и какой ценой.

Также мы должны помнить, что выбор методов зависит от их соответствия системно-деятельностному подходу, как основной методологической основой федеральных государственных образовательных стандартов.

Также стоит отметить эффективные средства обучения, которые помогут в усвоении материала по теме «Производная и ее приложения», и, как следствие, развитию познавательных УУД обучающихся.

Во-первых, это словесные формы обучения. Как бы то ни было, большую часть информации обучающиеся улавливают посредством визуального и слухового восприятия. Эффективной подачей материала будет раскрытие темы за счет диалога, дискуссии, а в некоторых ситуациях и монолога.

Во-вторых, это наглядные средства. Здесь их можно разделить как на печатные, например, учебники и книги, так и на интерактивные, например, упомянутые ранее презентации и видеоматериалы. Сравнение, анализ и сопоставление иллюстрации, тестов, схем и других графических материалов будет способствовать развитию логического мышления обучающихся.

Таким образом, при организации учебного процесса, важно помнить о том, что его структура и содержание должны соответствовать основным дидактическим принципам, а основные дидактические категории должны быть нацелены на построение эффективного процесса обучения.



Тема «Производная и ее приложения» играет значительную роль в развитии познавательных универсальных учебных действий. В то же время эта тема является одной из самых сложных для восприятия обучающихся тем в курсе математики. Именно разработка качественных методик позволит повысить уровень образования и качество полученных знаний у обучающихся. В свою очередь, полученные качественные знания в старшей школе войдут в багаж необходимых знаний для прохождения аттестации.

В данном параграфе были рассмотрены основные категории и принципы дидактики, а также раскрыты дидактические условия организации эффективного обучения и реализации развития познавательных УУД старших школьников.

## **Выводы по главе 1**

В параграфе 1.1. был проведен анализ нормативно-правовых документов, психолого-педагогической и научно-методической литературы, на основе которой рассмотрели основные понятия, относящие к образовательному процессу, дано определение учебной деятельности, выявлена ее структура. Рассмотрена структура ФГОС, фундаментальная основа системно-деятельностного подхода, а также база развития универсальных учебных действий, их функции и классификация.

В параграфе 1.2. были рассмотрены основные этапы формирования познавательных УУД и их характеристика, основные понятия, структура, состав, функции и критерии развития познавательных универсальных учебных действий, а также основные понятия и состав мыслительных операций, относящихся к логическим познавательным действиям.

В параграфе 1.3. была проанализирована научная литература в области дидактических исследований, дано определение дидактики. Выделены основные категории дидактики, структура и содержание которых должны соответствовать отмеченным основным дидактическим принципам. Также были раскрыты дидактические условия организации эффективного обучения и реализации развития познавательных УУД старших школьников, основные понятия метода обучения и классификации методов, форм и средств обучения.

## **ГЛАВА 2. МЕТОДИКА РАЗВИТИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ 10-11 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ПРОИЗВОДНАЯ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ»**

### **2.1. Цели и содержание методики развития познавательных универсальных учебных обучающихся 10-11 классов**

В данной главе речь пойдет о разработке методики развития познавательных универсальных учебных действий (УУД) у обучающихся 10-11 классов.

Одно из центральных мест в курсе алгебры и начал анализа занимает тема «Производная». С нее начинается изучение элементов математического анализа. Знания, полученные в процессе изучения данной темы имеют большое образовательное значение как в школе, так и вне ее. И в связи с недостаточной разработкой этой темы в методическом плане она является актуальной в настоящее время. Поэтому необходимо правильно ввести и изучить понятие производной, уделить особое внимание применению производной для исследования функций на монотонность и экстремумы и построения их графиков, а также для нахождения наибольших и наименьших величин функции [32].

Как отмечалось ранее, в современном мире общество диктует новые требования к выпускнику школы, он должен быть не только хорошо образован в какой-либо предметной области, но еще и личностью, умеющей найти выход из любой жизненной ситуации, то есть на первый план выходит формирование и развитие универсальных учебных действий.

В поисках путей повышения эффективности обучения, которые приведут к прогнозируемым результатам, учителя понимают, что

руководящая цель совершенствования методов обучения состоит в том, чтобы, во-первых, обеспечить прочное освоение учениками основ школьной науки, а во-вторых, на этой почве достичь всестороннего развития творческого мышления ученика [15]. Чтобы добиться всего вышеперечисленного, происходит модернизация методики обучения в процессе изучения математических тем.

Слово методика в переводе с древнегреческого означает способ познания, путь исследования. Существуют разные точки зрения на содержание понятия методика. Одни, признавая методику наукой педагогической, рассматривали ее как частную дидактику с общими для всех предметов принципами обучения. Другие считали методику специальной педагогической наукой, решающей все задачи обучения и развития личности через содержание предмета [36].

Методика – совокупность методических поступков, приёмов, направленных на решение конкретных методических задач. Означает технологию обучения [30].

Методика – совокупность способов практического выполнения чего-нибудь [29].

Методика обучения – наука, исследующая цели, содержание, закономерности, средства, приемы, методы, формы и системы обучения, а также изучающая процессы учения и воспитания.

Методика обучения математике – это педагогическая наука о задачах, содержании и методах обучения математике. Она изучает и исследует процесс обучения математике в целях повышения его эффективности и качества.

Методика обучения математики (МОМ) – это наука о математике как учебном предмете и закономерностях обучения математике учащихся различных возрастных групп. В своих исследованиях методика обучения

математики опирается на педагогику, психологию, математику и практическую деятельность учителей математики.

Традиционно считается, что MOM призвана ответить на четыре основных вопроса, представленных на рисунке 25.



Рисунок 25 – Основные вопросы методики обучения математике (MOM)

Все ответы на эти вопросы связаны между собой и не являются обособленными единицами. Взаимодействие всех вышесказанных компонентов может послужить эффективному, организованному и управляемому образовательному процессу.

Образовательный процесс – это системный, целостный, развивающийся во времени и в рамках определённой системы целенаправленный процесс взаимодействия взрослых и детей, носящий личностно ориентированный характер, направленный на достижение социально-значимых результатов, призванный привести к преобразованию личностных свойств и качеств обучающихся [20].

Основные дидактические категории как структурные компоненты целостного образовательного процесса и взаимосвязи между ними представлены на рисунках 26-27 соответственно.

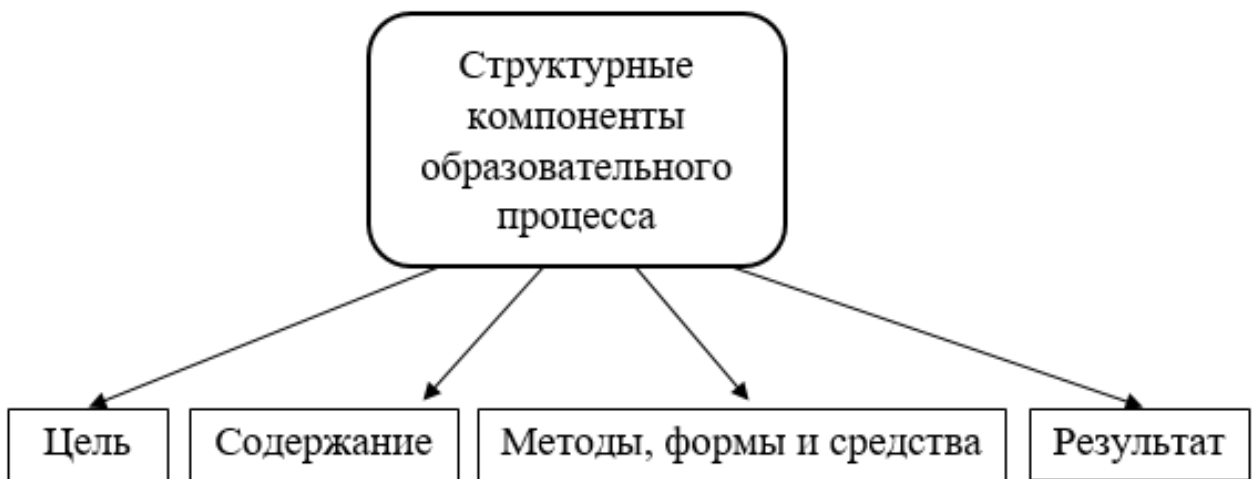


Рисунок 26 – Структурные компоненты образовательного процесса

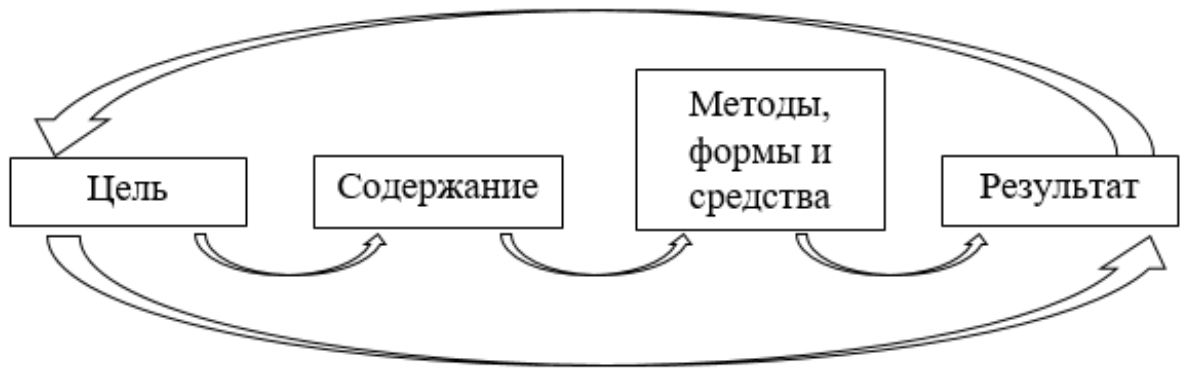


Рисунок 27 – Взаимодействие структурных компонентов образовательного процесса

И.Я. Лернер также неоднократно подчеркивал, что процесс обучения – это целостный объект. Целостность его обусловлена способностью, при ограниченном числе элементов, к функционированию, относительно независимому от других объектов. Он писал: «Если установилось взаимодействие ученика, учителя и содержания образования, воплощенного в учебном материале, – значит, обучение состоялось» [37, с. 56].

Схематически это взаимодействие представлено ниже на рисунке 28:

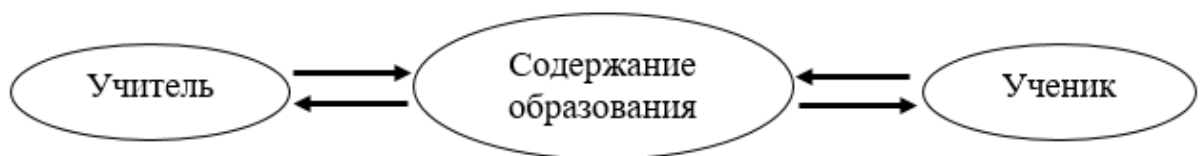


Рисунок 28 – Базовая модель процесса обучения

Эффективность учебного процесса зависит от степени вовлеченности обучающихся, от того, насколько они заинтересованы в достижении цели обучения. Поставленная цель напрямую определяет содержание дальнейшего процесса обучения. В свою очередь, содержание педагогического процесса считается сложным и неоднозначным вопросом. Он имеет социальное

значение, динамичность и большой массив накопленной человечеством культуры, уникальность, индивидуальность каждой личности, принимающей участие в данном процессе.

Любая деятельность целиком зависит от поставленных целей, от нее зависят и результаты. Результатами, которые мы ожидаем от обучающегося в процессе обучения, являются сформированные познавательные универсальные учебные действия [8].

Проанализировав школьные учебники по алгебре и начал математического анализа, мы выявили, что заданий, направленных на развитие познавательных умений недостаточное количество, а также на основе анализа существующих методик изучения математических дисциплин и научной литературы в области методики преподавания, мы определили цель и содержание разрабатываемой нами методики для проведения практического эксперимента.

Цель методики – развитие познавательных универсальных учебных действий (УУД) обучающихся 10-11 класса в процессе изучения темы «Производная и ее приложения».

Практическая реализация методики будет базироваться на применении системно-деятельностного и интегративного подхода. Определение системно-деятельностного подхода давалось нами ранее в предыдущей главе, под интегративным подходом понимается реализация принципа интеграции в учебном процессе, который обеспечивает его целостность, системность и качественные преобразования всей системы учебного процесса или его отдельных элементов.

С целью развития познавательных УУД у обучающихся 10-11 классов можно использовать следующие виды заданий:

- «найдите отличия» или «найдите общее»;
- «найдите лишнее»;



- «верно-неверно»;
- соотнесение элементов между друг другом;
- составление схем-опор;
- работа с таблицами разных видов;
- решение заданий по заданному алгоритму;
- задания, с недостающими частями;
- задачи, в которых нужно провести анализ и отобрать нужное и другие.

В качестве помощи учителю математики по развитию познавательных универсальных учебных действий был разработан комплекс заданий, направленных на развитие данных умений у обучающихся 10-11 классов в процессе изучения темы «Производная и ее приложения».

Примеры заданий для развития познавательных универсальных учебных действий, представлены ниже с конкретизацией этих умений и этапа изучения темы. За основное дидактическое средство был взят учебник и задачник А.Г. Мордковича (базовый уровень) [27, 28].

Примеры заданий, направленных на развитие познавательных УУД у обучающихся 10-11 классов в процессе изучения темы «Производная и ее приложения»:

### **1. Задания к теме «Определение производной»**

*Пример задания на анализ:*

Задание 1. На основе анализа, представленного на рисунке 30, проведите анализ нахождения производной функции, используя алгоритм ее нахождения.

Примерный ответ представлен ниже на рисунке 29:

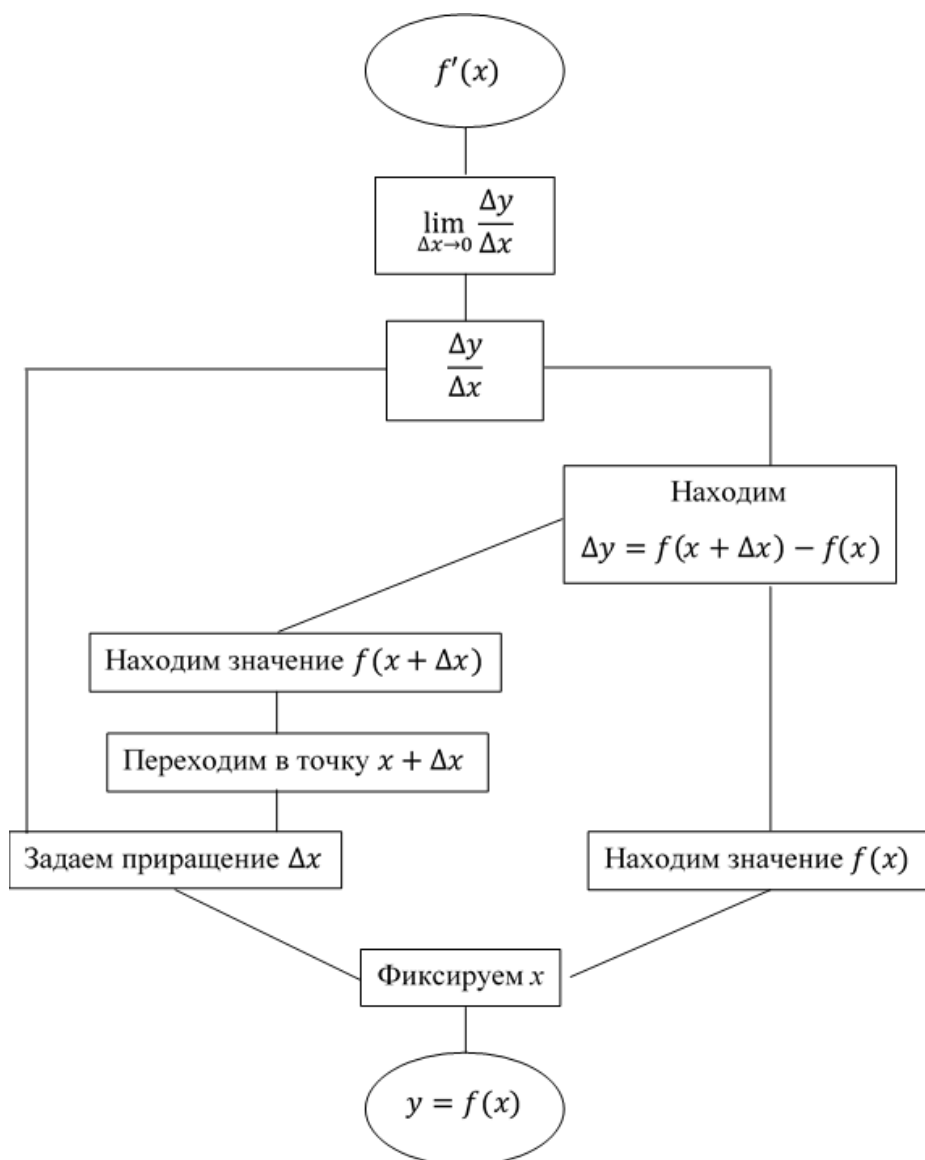


Рисунок 29 – Схема анализа нахождения производной через предел

*Пример задания на синтез:*

Задание 2. На основе представленных на рисунках 29-30 анализов, проведите синтез при нахождении производных, заданных функций и сравните их:

- |                        |                |
|------------------------|----------------|
| 1) $y = C$ ;           | 2) $y = x$ ;   |
| 3) $y = \frac{1}{x}$ ; | 4) $y = x^2$ . |

Ответ: 1) 0; 2) 1; 3)  $-\frac{1}{x^2}$ ; 4)  $2x$ .

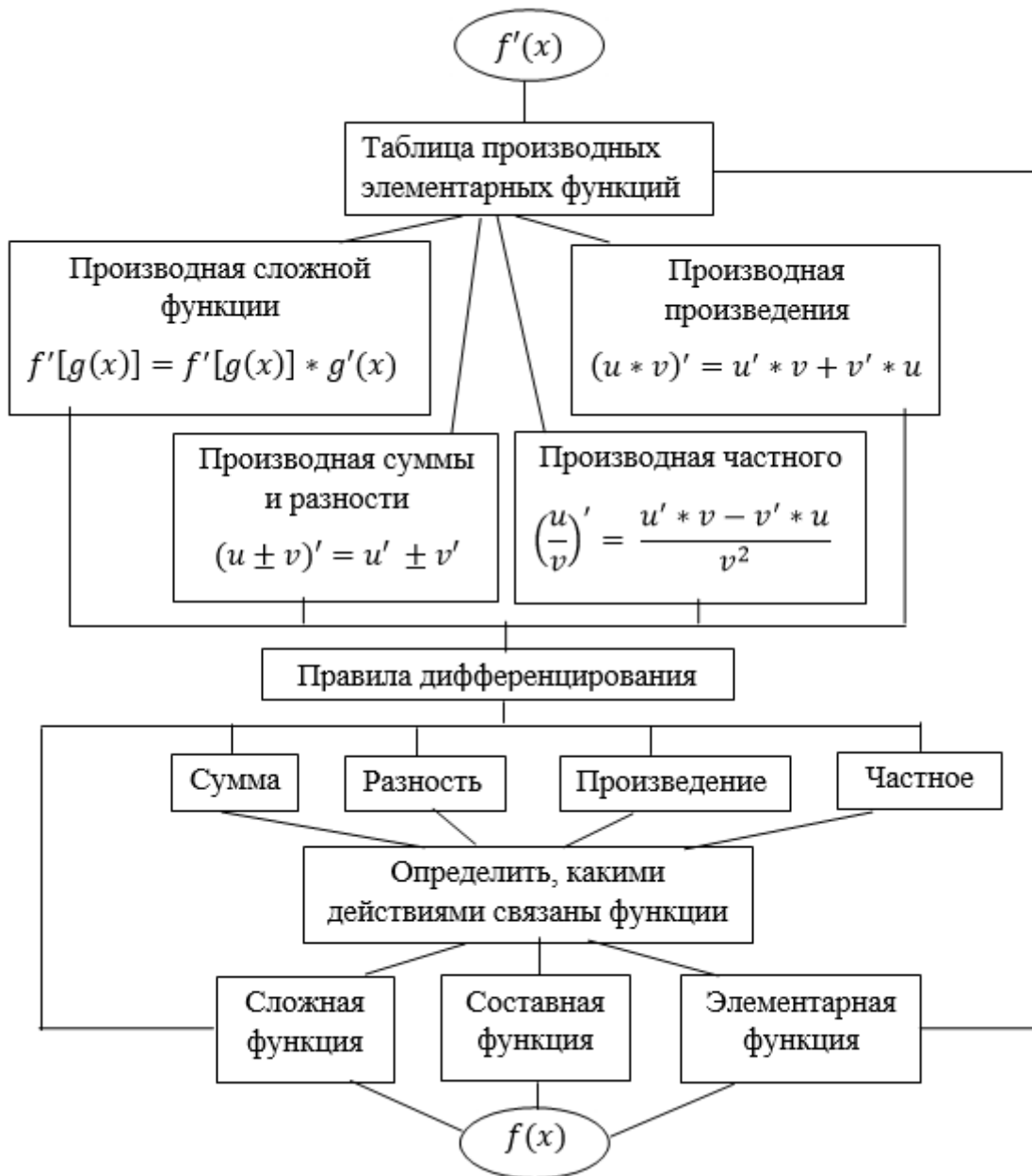


Рисунок 30 – Схема анализа нахождения производной по таблице

*Пример задания на систематизацию:*

Задание 3. Восстановите хронологический порядок алгоритма нахождения производной функции  $y = f(x)$ . В ответ запишите цифры без запятых и пробелов в верном порядке (например, 52341).

- 1) Составить отношение  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$
- 2) Найти приращение функции:  $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$
- 3) Зафиксировать значение  $x$ , найти  $f(x)$
- 4) Вычислить  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$
- 5) Дать аргументу  $x$  приращение  $\Delta x$ , перейти в новую точку  $x + \Delta x$ , найти  $f(x + \Delta x)$

Ответ: 35214.

*Пример задания на сравнение:*

Задание 4. При каком наибольшем значении времени скорость точки, движущейся прямолинейно по закону  $s(t) = t^3 - 6t^2 + 7$ , равна нулю?

Ответ: 4.

## 2. Задания к теме «Вычисление производных» [13, 14]

*Пример задания на сравнение:*

Задание 5. Найдите значение следующих производных в точке  $x = 3$ . В ответе запишите большее из значений.

1)  $f(x) = \ln(3x^2 - 9)$ ; 2)  $f(x) = 2x^3 - 4x^2 - 7$ ; 3)  $f(x) = \sqrt{4x^2}$ .

Ответ: 11.

*Примеры заданий на конкретизацию:*

Задание 6. Производные каких из перечисленных функций являются табличными? В ответе укажите номера этих функций через запятую.

- |  |   |                                       |
|--|---|---------------------------------------|
| 1) $f(x) = \cos 4x$ ;                  | 2) $f(x) = \frac{3}{2} \operatorname{tg} x$ ; | 3) $f(x) = \operatorname{arctg} 3x$ ; |
| 4) $f(x) = \operatorname{arcsin} 2x$ ; | 5) $f(x) = 4 \operatorname{ctg} x$ ;          | 6) $f(x) = 7 \sin x$ .                |

Ответ: 2, 5, 6.

Задание 7. Производные каких из перечисленных ниже функций являются производными сложной функции? В ответе укажите номера этих функций через запятую.

$$1) f(x) = \cos^3(2x^5 - 2x^3 + 5x - 1)$$

$$2) f(x) = -\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 4;$$

$$3) f(x) = (x^2 + 5x + 1)(x^2 - 3x + 5);$$

$$4) f(x) = \ln(4x^3 + 15x^2 - 9x + 3);$$

$$5) f(x) = \sqrt{15x^3 - 21x^2 + 6x - 9};$$

$$6) f(x) = \frac{4x^3 - 2x^2 + x + 1}{x^2};$$

Ответ: 1, 4, 5.

*Примеры заданий на обобщение:*

Задание 8. Что общего между производными следующих функций?

$$1) f(x) = \cos x; \quad 3) f(x) = \ln x; \quad 5) f(x) = \sin x; \quad 7) f(x) = e^x;$$

$$2) f(x) = 3^{5x}; \quad 4) f(x) = \log_2 x; \quad 6) f(x) = x^3; \quad 8) f(x) = \operatorname{tg} x;$$

Ответ: Являются табличными производными.

Задание 9. Что общего между следующими производными функций?

$$1) f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}; \quad 2) f(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}; \quad 3) f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$4) f(x) = \frac{1}{1+x^2}; \quad 5) f(x) = -\frac{1}{1+x^2}; \quad 6) f(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$$

Ответ: Являются производными элементарных функций (или «Являются производными тригонометрических функций», или «Являются производными элементарных тригонометрических функций»)

*Примеры заданий на анализ и синтез:*

Задание 10. На основе представленного на рисунке 30 анализа, проведите синтез при нахождении следующих производных:

$$1) f(x) = 3x^2 \sin(x) + x^3 \cos(x); \quad 2) f(x) = \ln(4x^2 + 5x - 8);$$

$$3) f(x) = \sqrt{\cos^2 x}; \quad 4) f(x) = 4^{2x^2 - 15x + 31}.$$

*Пример задания на абстрагирование:*

Задание 11. Найдите производные данных функций. В ответе укажите номер функции, которая по вашему мнению лишняя и укажите почему?

$$1) f(x) = (x + 5)^4 - 10; \quad 2) f(x) = 15^{3x+6}; \quad 3) f(x) = 14x^2 + 9x - 21;$$

$$4) f(x) = (15x - 4)^2; \quad 5) f(x) = 3x^2 + 5; \quad 6) f(x) = x^5 - 2x^3 + 3x.$$

Ответ: 2, т.к. нахождение её производной осуществляется по формуле, отличной от формул остальных функций.

Задание 12. Найдите производные следующих функций и определите, какие из функций являются лишними. В ответе запишите номера функций и укажите, почему, по вашему мнению, они лишние.

$$1) f(x) = \cos 4x; \quad 2) f(x) = \frac{3}{2} \operatorname{tg} x; \quad 3) f(x) = \operatorname{arctg} 3x;$$

$$4) f(x) = \operatorname{arcsin} 2x; \quad 5) f(x) = 4 \operatorname{ctg} x; \quad 6) f(x) = 7 \sin x.$$

Ответ: 1, 3, 4 – т.к. их производные – это производные сложных функций  
или

2, 5, 6 – т.к. их производные – это табличные производные.

*Пример задания на сериацию:*

Задание 13. Найдите значения производных данных функций в точке  $x = 1$  и расположите полученные значения в порядке возрастания, через запятую.

- 1)  $f(x) = 2x^3 + 15x^2 - 24x + 3$ ;      2)  $f(x) = \ln(7x^2 + 2x - 8)$ ;  
 3)  $f(x) = \sqrt{2x^3 - 3x^2 + 8x - 3}$ ;      4)  $f(x) = 1^{2x^3+9x^2-4x+31}$ .

Ответ: 1, 4, 3, 2.

*Пример задания на классификацию:*

Задание 14. Соотнесите функции с соответствующим правилом дифференцирования. Ответ запишите в таблицу.

- |                                 |  |
|---------------------------------|--|
| А) Производная суммы и разности | 1) $f'(x) = (\cos^3(5x^2 + 20x - 7))'$   |
| Б) Производная произведения     | 2) $f'(x) = (3x^5 + 16x^3 - 7x^2 - 10)'$ |
| В) Производная частного         | 3) $f'(x) = (3x^4 * \arccos(x))'$        |
| Г) Производная сложной функции  | 4) $f'(x) = (\frac{3x^3}{15x^2})'$       |

Ответ:

А)	Б)	В)	Г)
2	3	4	1

### 3. Задания к теме «Уравнение касательной к графику функции»

*Пример задания на систематизацию:*

Задание 15. Восстановите хронологический порядок алгоритма составления уравнения касательной к графику функции  $y = f(x)$ . В ответ запишите цифры без запятых и пробелов в верном порядке (например, 52341).

- 1) Найти  $f'(x)$  и вычислить  $f'(a)$
- 2) Обозначить абсциссу точки касания буквой  $a$
- 3) Подставить найденные числа  $a, f(a), f'(a)$  в формулу  

$$y = f(a) + f'(a)(x - a)$$
- 4) Вычислить  $f(a)$

Ответ: 2413.

#### 4. Задания к теме «Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы»

*Пример задания на абстракцию:*

Задание 16. Для каждого утверждения, представленного ниже в карточке «Верно-неверно», отметьте галочкой (✓) верно ли оно или неверно.

##### Карточка «Верно – неверно»

Утверждение	Верно	Неверно
Точку $x = x_0$ называют <b>точкой максимума</b> функции $y = f(x)$ , если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой выполняется неравенство $f(x) \geq f(x_0)$		
Точки минимума и точки максимума объединяют одним термином – <b>точки экстремума</b>		
Если функция $y = f(x)$ имеет экстремум в точке $x = x_0$ , то в этой точке производная функции либо равна 0, либо не существует		
Точку $x = x_0$ называют <b>точкой минимума</b> функции $y = f(x)$ , если у этой <u>точки</u> существует окрестность, для всех точек которой выполняется неравенство $f(x) \leq f(x_0)$		
Внутренние точки области определения функции, в которых производная функции равна нулю, называются <b>стационарными</b>		
Внешние точки области определения функции, в которых функция непрерывна, но производная не существует, называются <b>критическими</b>		

Ответ:



Утверждение	Верно	Неверно
Точку $x = x_0$ называют <b>точкой максимума</b> функции $y = f(x)$ , если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой выполняется неравенство $f(x) \geq f(x_0)$		✓
Точки минимума и точки максимума объединяют одним термином – <b>точки экстремума</b>	✓	
Если функция $y = f(x)$ имеет экстремум в точке $x = x_0$ , то в этой точке производная функции либо равна 0, либо не существует	✓	
Точку $x = x_0$ называют <b>точкой минимума</b> функции $y = f(x)$ , если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой выполняется неравенство $f(x) \leq f(x_0)$		✓
Внутренние точки области определения функции, в которых производная функции равна нулю, называются <b>стационарными</b>	✓	
Внешние точки области определения функции, в которых функция непрерывна, но производная не существует, называются <b>критическими</b>		✓

*Пример задания на классификацию:*

Задание 17. Соотнесите данные из двух столбцов, чтобы получить верные утверждения теорем при исследовании функций на монотонность. В ответе заполните таблицу, написав под каждой буквой соответствующий вариант ответа.

Если во всех точках открытого промежутка $X$ выполняется:	то функция $y = f(x)$
А) равенство $f'(x) = 0$	1) возрастает на промежутке $X$
Б) неравенство $f'(x) \geq 0$	2) убывает на промежутке $X$
В) неравенство $f'(x) \leq 0$	3) постоянна на промежутке $X$

А)	Б)	В)
3	1	2

Ответ:

*Пример задания на конкретизацию:*

Задание 18. Найдите и исправьте ошибки в утверждениях, представленных в таблице 5.

Ответ:

Точку  $x = x_0$  называют точкой минимума функции  $y = f(x)$ , если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой выполняется неравенство  $f(x) \geq f(x_0)$

Точку  $x = x_0$  называют точкой максимума функции  $y = f(x)$ , если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой выполняется неравенство  $f(x) \leq f(x_0)$

Внутренние точки области определения функции, в которых функция непрерывна, но производная не существует, называются критическими.

## 5. Задания к теме «Построение графиков функции»

*Пример задания на синтез:*

Задание 19. На основе анализа примеров построения графиков функций 1-2 из учебника А.Г. Мордковича [27], составьте алгоритм построения графика заданной функции.

Ответ (примерный):

- 1) Находим область определения функции  $D(f)$ ;
- 2) Исследуем функцию на четность;
- 3) Находим вертикальные и горизонтальные асимптоты;
- 4) Находим стационарные и критические точки, точки экстремума и промежутки монотонности;
- 5) Составляем таблицу значений функции
- 6) Учитывая все найденные ранее элементы строим график заданной функции.

**6. Задания к теме «Применение производной для нахождения наибольших и наименьших значений величин»**

*Пример задания на систематизацию:*

Задание 20. Восстановите хронологический порядок алгоритма нахождения наибольшего и наименьшего значения функции  $y = f(x)$  на заданном отрезке. В ответ запишите цифры без запятых и пробелов в верном порядке (например, 52341).

Чтобы найти наибольшее и наименьшее значение функции необходимо:

- 1) Найти стационарные и критические точки:  $f'(x) = 0$ , принадлежащие данному отрезку.
- 2) Вычислить значение производной в стационарных и критических точках.
- 3) Найти производную функции:  $f'(x)$ .
- 4) Сравнить полученные значения функции и определить её наибольшее и наименьшее значение.

Ответ: 31254.

Таким образом, в данном параграфе были выделены цели и содержание методики развития познавательных УУД выделенных в параграфе 1.2., опираясь на проведенный анализ специализированной литературы и исследований в данной области. Были проанализированы этапы формирования познавательных УУД в результате применения разрабатываемой методики. А также, был продемонстрирован комплекс заданий, эффективный для развития познавательных учебных действий у обучающихся 10-11 классов в процессе изучения темы «Производная и ее приложения».

В следующем параграфе будут рассмотрены результативные формы, методы и средства обучения, применение которых на практике способствует развитию познавательных универсальных учебных действий у обучающихся 10-11 классов в процессе изучения темы «Производная и ее приложения»

## **2.2. Формы, методы и средства деятельности обучающихся 10-11 классов, направленная на формирование познавательных универсальных учебных действий**

Обучение в старших классах школы связано со значительным изменением и усложнением содержания учебного материала, увеличением его объема, что повышает уровень требований к обучающимся.

У большинства старшеклассников интерес к учению повышается. Учебу они начинают рассматривать как средство реализации жизненных планов, как необходимую базу, предпосылку своей будущей профессиональной деятельности [5].

У обучающихся 10-11 классов продолжается развитие абстрактно-логического мышления, а также совершенствуется владение сложными интеллектуальными операциями анализа и синтеза, теоретического обобщения и абстрагирования, аргументирования и доказательства. Для них становятся характерными установление причинно-следственных связей, систематичность, устойчивость и критичность мышления [41].

На основании анализа психолого-педагогической литературы можно выделить следующие характеристики обучающихся 10-11 классов [6, 34, 35]:

1. развитие абстрактно-логического мышления;
2. совершенствование теоретического мышления (склонность к теоретизированию, созданию абстрактных обобщений);
3. развитие критического мышления;

4. наличие «клипового» мышления;
5. формирование понятийного аппарата;
6. увеличение объема памяти, применение рациональных приемов произвольного запоминания материала;
7. наличие более развитой кратковременной памяти;
8. развитие внимания: высокая переключаемость, распределяемость и устойчивость внимания, что обуславливает достаточно продуктивный и высокий темп работы;
9. наличие способности действовать в условиях многозадачности;
10. развитие общих интеллектуальных способностей, а также специальных способностей, которые связаны с будущей профессией.

Данные характеристики являются основополагающими элементами, на который опирается учитель при подборе методов, форм и средств обучения.

Методы, формы и средства обучения – это дидактические категории, которые формируют процесс обучения, с их помощью создаются благоприятные условия для развития универсальных учебных действий. В предыдущей главе мы уже анализировали основные дидактические условия и категории, однако в данном параграфе предлагаем рассмотреть три вышеперечисленные категории с позиции обучающихся, а именно какие формы, методы и средства обучения подойдут нам для разработки нашей методики развития познавательных УУД [25].

Метод является сердцевиной образовательного процесса, связующим звеном между запрограммированной целью и конечным результатом учебного процесса. Роль метода в системе категорий дидактики неоспорима и является определяющей. Формулируя цель и определяя содержание, мы говорим о подборе методов, затем форм и средств обучения, и только тогда мы можем говорить о результативности процесса обучения.

Метод обучения – одна из самых сложных, многокомпонентных, многогранных категорий дидактики. В методе обучения находят отражение объективные закономерности цели, содержания, принципов и форм обучения, поэтому основным элементом является прием обучения, как это уже было сказано ранее. Это и есть основная часть, отдельный шаг в реализации метода. Методы реализуются через совокупность таких приемов, каждый из которых является отдельным действием. Если говорить о примере такого приема, то для обучающихся 10-11 класса как нельзя лучше подходит такая организация классного занятия, как урок-лекция, урок-семинар, относящиеся к словесным методам.

Отметим, что вышеупомянутые методы относятся к общей объяснительно-иллюстративной группе методов обучения, в которой также можно выделить такие методы, как практический показ способов деятельности, включающие в себя различные способы решения заданий и свертывания информации различными способами.

Особенностью объяснительно-иллюстративных методов обучения является то, что обучающий передает готовую информацию, причем обучающим может быть, как педагог, так и сами учащиеся, в то время, как обучающиеся воспринимают, осознают и фиксируют в памяти эту информацию. Это наиболее экономный способ передачи обобщенного и систематизированного опыта человечества.

Классификаций методов обучения на данный момент существует достаточно много. В предыдущей главе в ходе проведенного анализа дидактических исследований мы уделили особое внимание активным методам обучения, поскольку они отражают системно-деятельностный подход, который лежит в основе федеральных государственных образовательных стандартов.

В качестве применяемых нами на практике методов обучения мы выделили следующие: словесные, наглядные, практические [2]. Поскольку наша методика развития познавательных УУД применяется в ходе изучения сложной темы в курсе математики, мы остановили свой выбор на методах, классификация которых основана на источниках получения знаний.

К словесным методам относятся источники знаний как устные (повествование и объяснение теоретических аспектов темы учителем), так и печатные (прочтение параграфов учебника, работа с методическими пособиями и другими печатными источниками).

К наглядным методам, соответственно, относятся все наглядные и иллюстративные материалы.

Практические методы – это конкретные совершаемые действия, в ходе которых обучающиеся получают новые знания, навыки и умения. Сюда относятся лабораторные и практические работы, решения примеров, задач и определенных упражнений.

Практические работы обычно проводится при завершении крупных разделов учебных курсов или в конце периода обучения. Практикум позволяет понять, где математика может быть применима в повседневной жизни. При выполнении практических работ у учащихся формируются способности учиться самостоятельно решать поставленные задачи; оценивать свои результаты; вносить коррективы и искать причины ошибок. Практические работы основаны на самостоятельной деятельности учеников, вследствие чего происходит более качественное усвоение знаний на уроке. Урок-практикум учит детей применять знания на практике в различных ситуациях, а также побуждает познавательный интерес к самообразованию. В курсе алгебры 10-11 классов практические работы можно проводить при изучении темы «Вычисление производных различных функций», «Исследование функции на монотонность и экстремумы», «Построение графиков».

Лабораторное занятие – это одна из форм учебной работы, которая фокусируется на экспериментальном подтверждении и проверке значимых теоретических положений, а также на формировании исследовательских возможностей для наблюдения, сравнения, анализа, установления зависимостей, принятия выводов и обобщений, выдачи результатов. В курсе алгебры 10-11 классов лабораторные работы можно применять при изучении геометрического и физического смыслов производной, а также при изучении алгоритмов нахождения минимума (максимума) функции, ее наибольшего (наименьшего) значения.

Для успешного процесса обучения всегда необходимо отталкиваться от поставленной задачи перед обучающимися. Исходя из этого, уже выбираются конкретные методы и приемы, используемые в активном обучении. Далее рассмотрены одни из самых популярных методов. Один из самых простых и доступных методов, который активно используется на уроках в последнее десятилетие – презентации. По сути, это подготовка и показ слайдов по заданной теме, используется как учителем, так и учениками. Основные плюсы такого метода в наглядной визуальной подаче материала и отработке навыков и умений работы с компьютерной техникой и программами.

Кейс-технологии – анализ смоделированных ситуаций или примеров из реальной жизни. В создании кейсовых ситуаций можно выделить два подхода: американский и европейский. При американском подходе есть единственно-верное решение задачи. При европейском подходе решений может быть несколько, важно дать каждому из них обоснование. Данный метод позволяет показать применение производной в жизни, путем представления разнообразных практико-ориентированных задач. С примерами практико-ориентированных задач можно ознакомиться в Приложении А. Можно раскрыть применение производной в геодезии при определении высоты предмета, когда точки поверхности Земли находятся на значительном



расстоянии, здесь сказывается кривизна Земли и возникает существенная погрешность. Для ее вычисления можно воспользоваться приближенной формулой, полученной с помощью производной. Также можно раскрыть применение производной для транспорта, рассматривая задания при изучении физического смысла производной. Большинство учащихся по достижении 18 лет пойдут сдавать на права, а самое главное правило дорожного движения касается определения скорости движения автомобиля.

Еще одной из самых крупных областей, где встречается производная – это экономика. И тут речь даже не идет об экономических задачах из ЕГЭ, и это может пригодиться не только для тех, кто поступает в дальнейшем на экономический факультет. Тут важно отметить, что даже не учась на экономиста, многие могут в будущем связать свою жизнь с бизнесом, а тут и пригодятся полученные в школе знания. Например, очень часто в экономике встречаются задачи, которые требуют знаний нахождения экстремумов функции.

Скорость химической реакции – один из решающих факторов, который нужно учитывать во многих областях научно-производственной деятельности. Например, инженерам-технологам при определении эффективности химических производств, химикам, разрабатывающим препараты для медицины и сельского хозяйства, а также врачам и агрономам, использующим эти препараты для лечения людей и для внесения их в почву. Одни реакции проходят практически мгновенно, другие идут очень медленно. В реальной жизни для решения производственных задач, в медицинской, сельскохозяйственной и химической промышленности важно знать скорости химических веществ.

Производная активно применяется в медицине, биологии и химии, например, точки перегиба важны в биохимии, так как они определяют условия, при которых некоторая величина, например, скорость процесса,

наиболее (или наименее) чувствительна к каким-либо воздействиям. Реакция организма на введенное лекарство может выражаться в повышении кровяного давления, изменении температуры тела, изменении пульса или других физиологических показателей. Степень реакции зависит от назначенного лекарства, его дозы. С помощью производной можно вычислить, при какой дозе лекарства реакция организма максимальна. С помощью второй производной можно определить условия, при которых скорость процесса наиболее чувствительна к каким-либо воздействиям.

Еще один подходящий для нашей темы метод – это basket-метод. Такой метод основан на имитации ситуации, например, обучающийся может провести урок в роли учителя, объясняя новую тему своим одноклассникам. Этот метод очень помогает учителю в подготовке старших школьников к высшим учебным заведениям, где зачастую учебные занятия проходят в виде семинаров, а экзамены студенты сдают устно, отвечая по ранее выученному билету. Также при использовании данного метода можно давать такие задания, которые требуют домашней подготовки какого-либо выступления. Например, найти примеры применения производной в разных областях и показать на примерах или подготовить выступление, содержащее в себе историю появления понятия производной и ее зарождение в принципе. Также можно предложить нескольким учащимся проанализировать учебники других авторов и показать на примерах их интерпретацию производной.

Важный момент, который хотелось бы отметить, это то, что во всех методах активного обучения лежит деятельностный подход, то есть он направлен на реализацию деятельностного отношения обучающегося к процессу обучения.

Далее мы поговорим о выборе форм обучения.

Как мы можем знать, существуют различные формы обучения: индивидуальная, групповая, индивидуально-групповая, фронтальная,

коллективная. В некоторых источниках указываются и такие формы, как классные и внеклассные.

Самой часто применяемой будет, пожалуй, фронтальная форма обучения. Это классическая форма проведения урока, которую современная система образования унаследовала от традиционной формы обучения. Суть ее заключается в одновременной работе учителя со всеми обучающимися в едином темпе. В современном процессе обучения претерпел изменение момент того, что сейчас учитель больше прикладывает усилий для создания творческой атмосферы, а также старается поддерживать интерес всего класса, поскольку невозможно избежать ситуаций, когда внимание некоторых обучающихся теряется и они перестают работать над общей задачей [1].

Коллективная форма обучения будет отличаться от фронтальной тем, что уделяется особое внимание в процессе взаимодействия между обучающимися.

При индивидуальной форме обучения взаимодействие происходит между учителем и обучающимся. Такую форму обучения также можно применять при дистанционном обучении, в этом случае даже возможно ее изменение в самостоятельную форму обучения.

Групповая форма обучения предполагает разделение обучающихся на определенные группы по выбранным критериям. Групповая работа хорошо развивает коммуникативные навыки и способы взаимодействия обучающихся друг с другом. Также при такой форме обучения возможно организовать процесс углубленного изучения сложной темы, например, такой как «Производная и ее приложения». При формировании состава группы необходимо, чтобы среди участников были как успевающие в изученной теме обучающиеся, так и отстающие. Успевающие обучающиеся по сути будут выполнять роль учителя, а организация учебного процесса таким образом позволит закрепить пройденный материал, откроет возможности для

развития взаимодействия между обучающимися, а также будет развивать различные метапредметные навыки обучающихся [48].

Стоит учитывать, что в течение урока учитель может переходить от одной формы обучения в другую и использовать некоторые из них одновременно. Например, такой подход подразумевает индивидуально-групповая форма обучения. Преимущество такой формы перед фронтальной в традиционном применении в том, что мы заранее учитываем разные уровни восприятия обучающихся. Учитель может выдать индивидуальные задания более сложного уровня успевающим обучающимся, и сосредоточить больше внимания на группах тех обучающихся, кто разобрался в изученном материале меньше.

Приоритетными для себя формами обучения мы выбрали фронтальную и групповую. Такой выбор обусловлен тем, что фронтальную форму обучения мы применим для теоретической части урока, а практическую часть мы сможем организовать в групповой работе.

Также на уроках математики применяются различные средства обучения. К ним относят различные дидактические материалы, математическая и справочная литература, наглядные и технические средства. То, каким будет их содержание определяет программа и учебник.

Рассмотрим более подробно средства обучения, подходящие для обучающихся 10-11 классов на уроках математики.

В первую очередь, это основные и традиционные средства обучения, такие как учебники, рабочие тетради и дидактические материалы. Данные пособия расширяют содержание изучаемого курса и реализуют свои конкретные задачи, например, проведение индивидуальной работы на уроках, в проведении самостоятельных и контрольных работ, в изучении содержания расширяющего курса.

Также используются настенные таблицы или плакаты, которые используются для решения различных дидактических задач. К ним можно отнести таблицу производных, плакаты с алгоритмами нахождения наибольшего и наименьшего значения, максимума и минимума функции и другие. В нынешних реалиях, приоритетным средством обучения являются различные демонстрационные презентации и видеоматериалы. Раздаточные материалы активно применяются при проведении контрольных и тестовых работ. В зависимости от изучаемой темы и цели работы, обучающимся могут быть выданы разноуровневые карточки. Кроме контрольных и тестовых работ учащимся могут быть даны и домашние задания разной сложности и тематики.

Электронные современные средства обучения удобны своей компактностью, наглядностью, мультимедийными эффектами и анимациями, содержащие в себе нескончаемую информацию, помогающую обучающемуся в решении многих задач. Проанализировав современные средства обучения математике, делаем вывод, что для развития познавательных УУД на уроках математики в процессе изучения темы «Производная и ее приложения» у обучающихся 10-11 классов эффективны все вышеперечисленные средства обучения.

Таким образом, благодаря выбранным методам, формам и средствам обучения будет организован учебный процесс для обучающихся 10-11 классов. Отбор этих дидактических категорий происходил на основании изучения темы «Производная и ее приложения» с целью развития познавательных УУД. В рамках системно-деятельностного подхода были выбраны соответствующие формы и методы обучения, отобраны подходящие задания для отработки навыков, умений и закреплений знаний, а также определены соответствующие средства обучения.

В данном параграфе были выделены эффективные формы, методы и средства обучения, применение которых на практике способствует развитию

познавательных универсальных учебных действий у обучающихся 10-11 классов в процессе изучения темы «Производная и ее приложения».

### **2.3. Описание педагогического эксперимента и его результатов**

Для решения поставленных в нашем исследовании задач, был проведен педагогический эксперимент. Основой планирования и осуществления эксперимента являлись разработки теоретической модели и методики развития познавательных универсальных учебных действий (УУД) обучающихся 10-11 классов в процессе изучения темы «Производная и ее приложения», а также практического комплекса специальных заданий, направленных на развитие этих же УУД.

Экспериментальная часть исследования проводилась в период педагогической практики на базе МБОУ «Шушенская СОШ №2» с обучающимися 10 «А» и 10 «Б» классов в естественных условиях процесса обучения математике. Всего в эксперименте приняли участие 44 обучающихся (23 человека в 10 «А» классе и 21 человек в 10 «Б» классе). Классы не являются профильными. Средняя оценка успеваемости на момент проведения эксперимента составила 3,55 (3,96 в 10 «А» и 4,14 в 10 «Б»). Занятия были проведены по расписанию в урочное время.

Основной целью педагогического эксперимента являлась оценка влияния методики на процесс развития познавательных универсальных учебных действий у обучающихся 10-х классов в процессе изучения темы «Производная и ее приложения».

Экспериментальная работа проводилась в три этапа:

1. Констатирующий: определение начального уровня развития познавательных УУД у обучающихся;

2. Поисково-формирующий: разработка методики развития познавательных УУД и комплекса заданий, направленного на их развитие;

3. Контрольно-обобщающий: применение разработанной методики и определение уровня развития познавательных УУД обучающихся после апробации.

На первом этапе (констатирующем) в 10 «А» и 10 «Б» классах была осуществлена диагностическая проверка начального уровня развития познавательных универсальных учебных действий (Диагностическая работа №1 – Приложение Б), содержащая в себе задания, основанные на знаниях курса алгебры 9-10 класса (до темы «Производная») и направленные на развитие проверяемых УУД.

Основной целью данного этапа являлось как практическое, так и теоретическое обоснование актуальности темы исследования. Установление фактического исходного состояния сформированности познавательных универсальных учебных действий у обучающихся 10-х классов. Ключевыми методами исследования выступали: анализ психолого-педагогической, научно-методической и математической литературы по теме «Производная и ее приложения»; наблюдение за процессом учебной деятельности в естественных условиях педагогического процесса обучения математики; диагностическая работа.

Диагностическая работа определяется деятельностью, которая устанавливает актуальное состояние и тенденцию личностного развития каждого обучающегося. Диагностическая деятельность направлена на контроль качества образовательного процесса.

Цель этой работы – определить уровень сформированности познавательных УУД у обучающихся 10-х классов.

Нами были определены четыре уровня сформированности познавательных УУД:

– нулевой уровень: отсутствие какого-либо уровня сформированности познавательных УУД;

– низкий уровень: фрагментарные знания, владение отдельными умениями в различных видах учебной деятельности; обучающийся действует по образцу, не вносит коррективы в учебное действие, способен правильно решать только известный и отработанный тип заданий;

– средний уровень: владение основными умениями и навыками для осуществления учебной деятельности по типовым алгоритмам; обучающийся способен самостоятельно вносить коррективы в учебное действие при небольшом изменении ситуации или условий задачи;

– высокий уровень: умение творчески применять полученную информацию на практике в новой нестандартной ситуации, переносить установленные закономерности на неизученные явления; обучающийся самостоятельно анализирует условия, систематизирует известные приемы, открывает способы решения, определяет тип задания и вносит в учебное действие коррективы.

Умения, на проверку которых была направлена диагностическая работа, представлены ниже на рисунке 31.

На основе анализа психолого-педагогической и научно-методической литературы были выделены следующие критерии сформированности познавательных УУД, отображенные на рисунке 32.



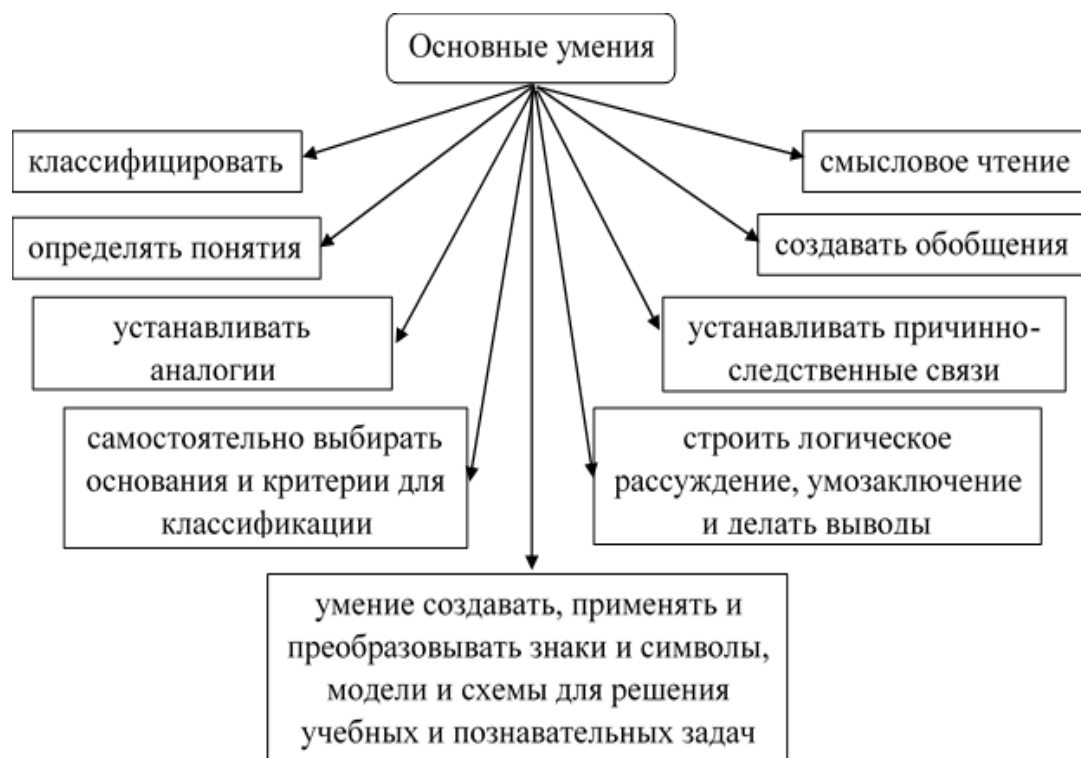


Рисунок 31 – Основные проверяемые умения



Рисунок 32 – Критерии сформированности познавательных УУД

В ходе диагностической работы №1 обучающимся было предложено решить пять заданий (Приложение Б).

Результаты оценивались по следующей шкале:

- 8-10 баллов – высокий уровень познавательных УУД (оценка «5»);
- 6-7 баллов – средний уровень (оценка «4»);
- 4-5 баллов – низкий уровень (оценка «3»);
- 3 балла и меньше – нулевой уровень (оценка «2»).

В таблицах 1-2 представлено распределение обучающихся 10 «А» и 10 «Б» классов по уровню сформированности познавательных УУД, после проведения первой диагностической работы.

Таблица 1

Распределение обучающихся 10 «А» класса по уровню сформированности познавательных УУД по результатам диагностической работы №1

	Нулевой уровень	Низкий уровень	Средний уровень	Высокий уровень
Количество обучающихся	0	9	10	4
% обучающихся	0%	39,13%	43,48%	17,39%

Для наглядности полученные количественные и процентные результаты отображены на рисунках 33-34 в виде диаграмм соответственно:

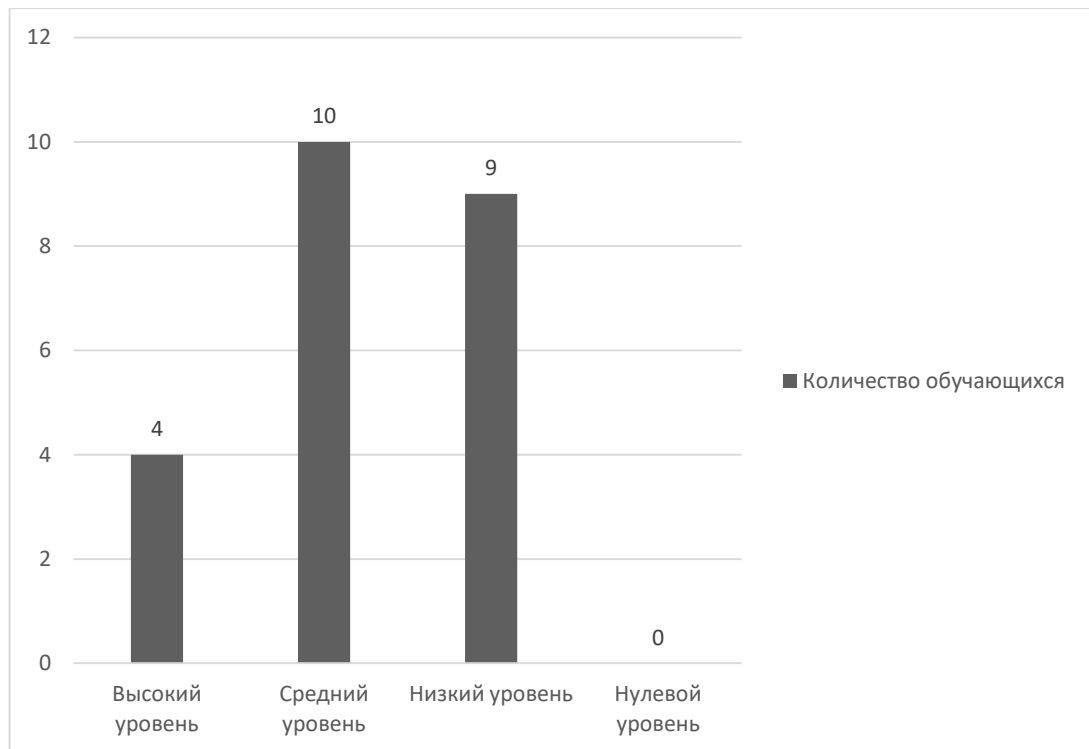


Рисунок 33 – Количественные результаты диагностической работы №1 на констатирующем этапе в 10 "А" классе

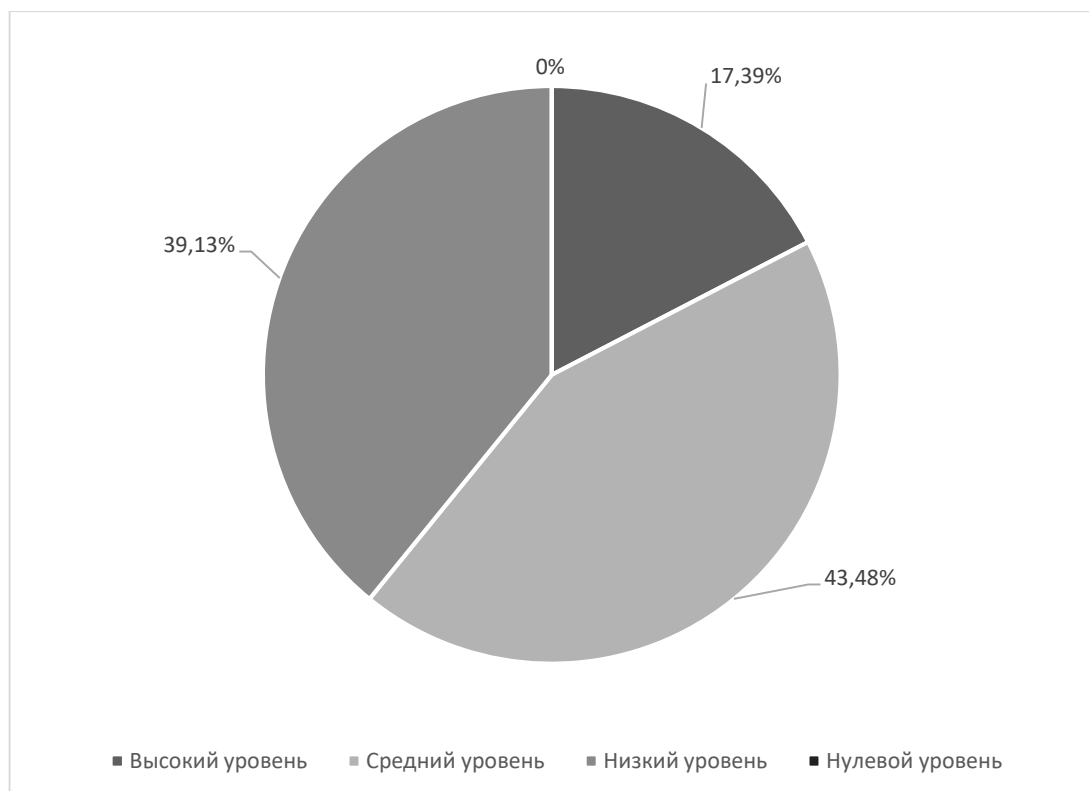


Рисунок 34 – Процентные результаты диагностической работы №1 на констатирующем этапе в 10 "А" классе

Таблица 2

Распределение обучающихся 10 «Б» класса по уровню сформированности познавательных УУД по результатам диагностической работы №1

	Нулевой уровень	Низкий уровень	Средний уровень	Высокий уровень
Количество обучающихся	0	8	9	4
% обучающихся	0%	38,10%	42,86%	19,05%

Для наглядности полученные количественные и процентные результаты отображены на рисунках 35-36 в виде диаграмм соответственно:

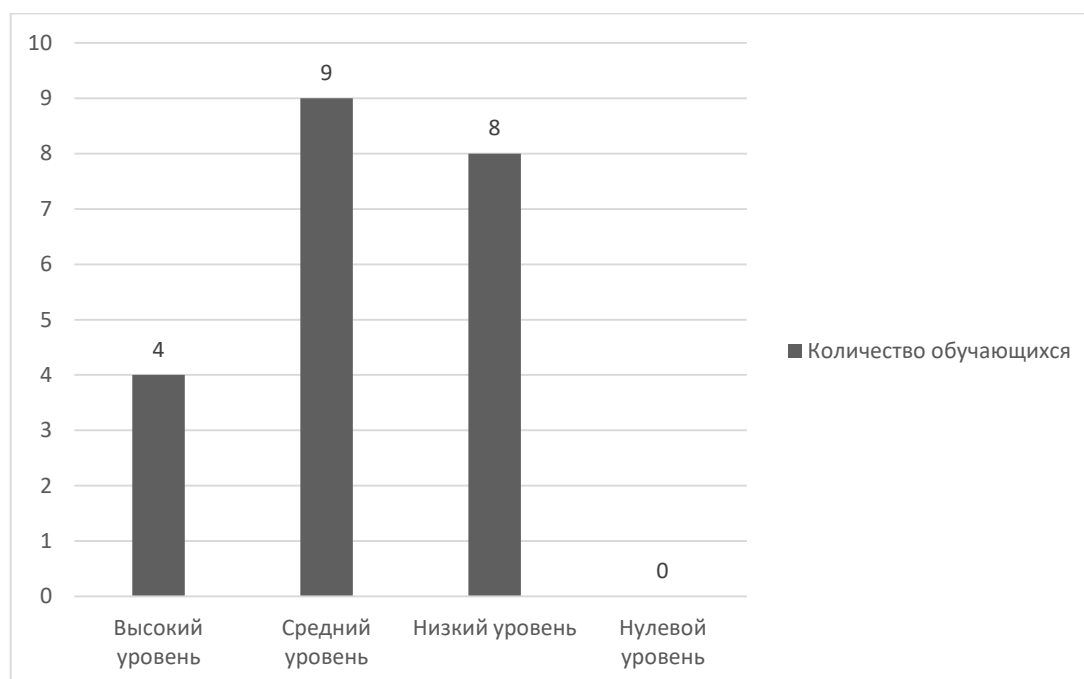


Рисунок 35 – Количественные результаты диагностической работы №1 на констатирующем этапе в 10 "Б" классе



Рисунок 36 – Процентные результаты диагностической работы №1 на констатирующем этапе в 10 "Б" классе

Для сравнительной характеристики и обоснования выборки экспериментальной и контрольной групп представим данные среднего балла в обоих классах на рисунке 37.

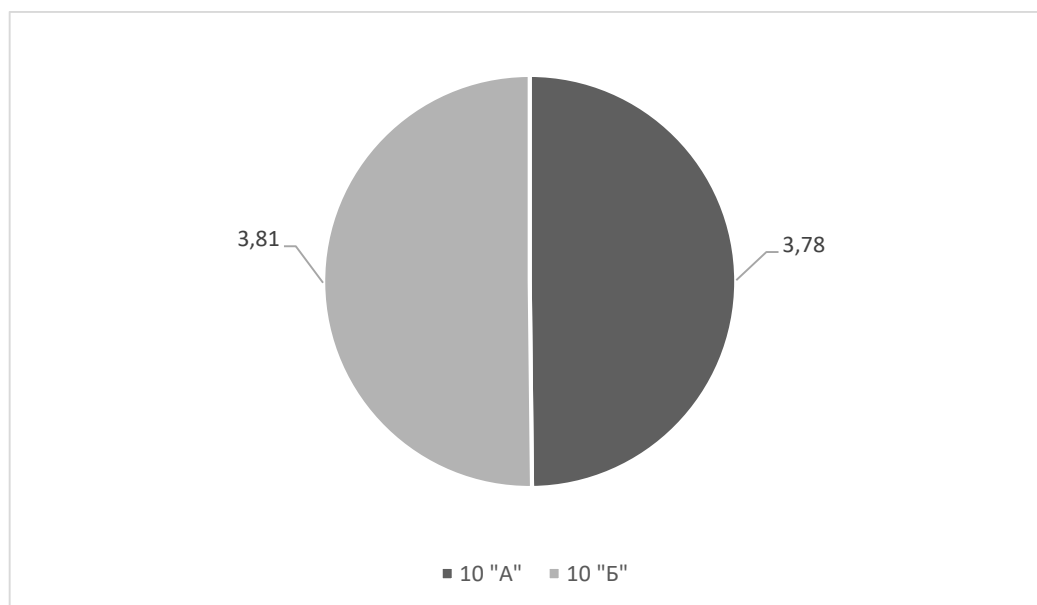


Рисунок 37 – Сравнение средних баллов 10 «А» и 10 «Б» классов по результатам диагностической работы №1

Из диаграммы видно, что уровень сформированности познавательных универсальных учебных действий в обоих классах практически одинаков. В 10 «А» классе средний балл составил 3,78, а в 10 «Б» – 3,81. На основе этих данных экспериментальным классом был выбран 10 «А», а контрольным – 10 «Б».

На втором (поисково-формирующем) этапе проводимого эксперимента происходил процесс выявления дидактических условий для развития познавательных УУД обучающихся. Был разработан комплекс заданий, которые направлены на развитие этих действий у обучающихся.

Цель данного этапа заключалась в разработке и апробации модели и методики развития познавательных УУД обучающихся 10-х классов, а также в разработке специального комплекса заданий, направленных на данное развитие. В результате реализации методики выявлялись основные дидактические условия и эффективность различных методов. В результате отслеживалась динамика уровня развития познавательных УУД обучающихся 10-х классов в процессе изучения темы «Производная и ее приложения».

Эффективность разработанной методики показал третий этап (контрольно-обобщающий). На этом этапе анализировались, интерпретировались и обобщались результаты эксперимента, а также проводилось измерение достигнутого уровня познавательных УУД обучающихся 10-х классов (Диагностическая работа №2 – Приложение В).

Работа в экспериментальной группе проходила по разработанной нами методике развития познавательных универсальных учебных действий в процессе изучения темы «Производная и ее приложения», а в контрольной группе – по традиционной системе. На начало эксперимента обе группы обучающихся находились в одинаковых начальных условиях.

В конце апробации была проведена Диагностическая работа №2 (Приложение В), которая уже выявляла уровень развития познавательных УУД. Проводилась она во время урока. Задания были подобраны аналогично первой работе, но содержали уже и предметные знания по теме «Производная и ее приложения».

Результаты оценивались по следующей шкале:

- 8-10 баллов – высокий уровень познавательных УУД (оценка «5»);
- 6-7 баллов – средний уровень (оценка «4»);
- 4-5 баллов – низкий уровень (оценка «3»);
- 3 балла и меньше – нулевой уровень (оценка «2»).

В таблицах 3-4 представлено распределение обучающихся 10 «А» и 10 «Б» классов по уровню развития познавательных УУД, после проведения второй диагностической работы:

Таблица 3

Распределение обучающихся 10 «А» класса по уровню развития познавательных УУД по результатам диагностической работы №2

	Нулевой уровень	Низкий уровень	Средний уровень	Высокий уровень
Количество обучающихся	0	3	9	11
% обучающихся	0%	13,04%	39,13%	47,83%

Для наглядности полученные количественные и процентные результаты отображены на рисунках 38-39 в виде диаграмм соответственно:

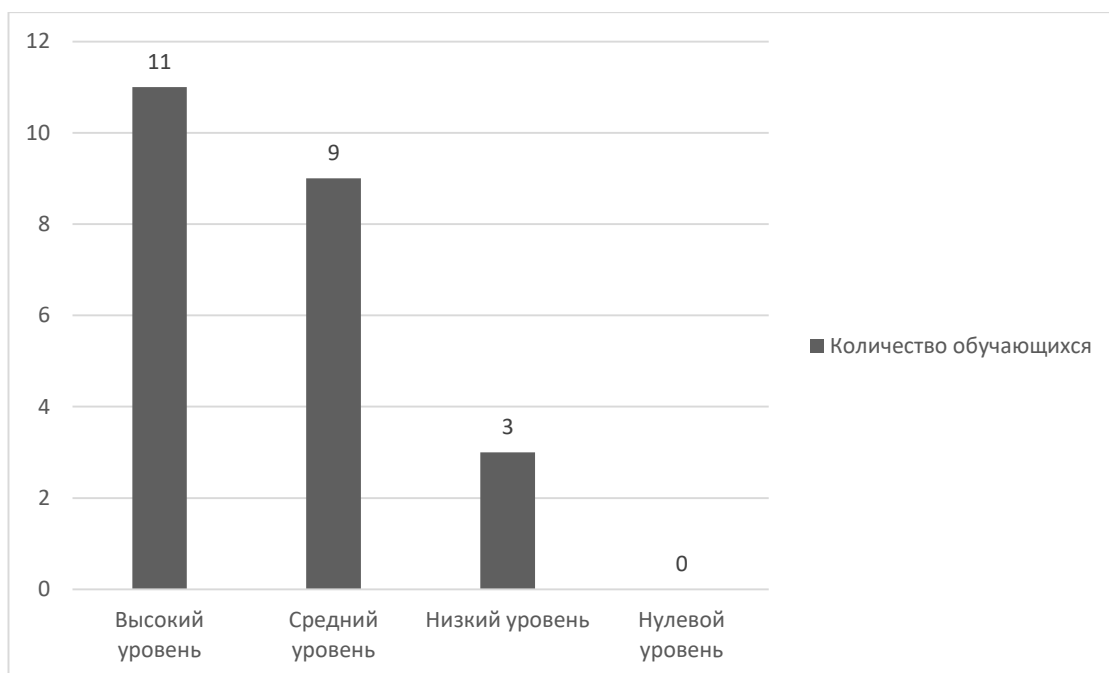


Рисунок 38 – Количественные результаты диагностической работы №2 на контрольно-обобщающем этапе в 10 "А" классе

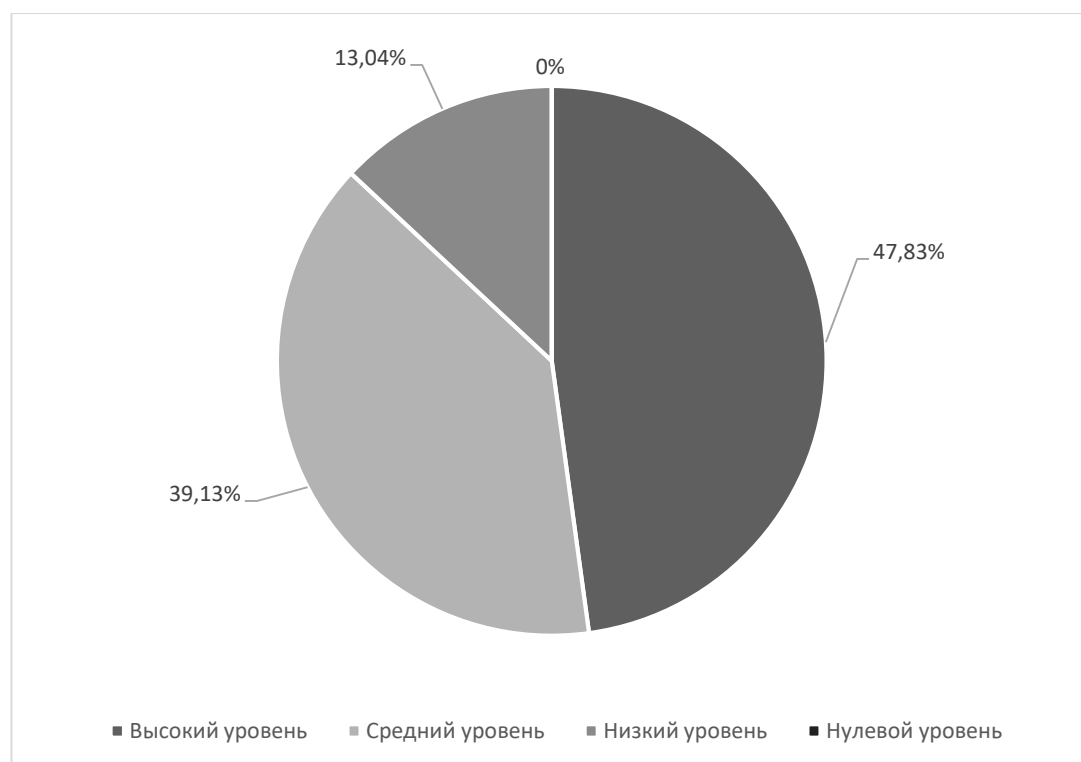


Рисунок 39 – Процентные результаты диагностической работы №2 на контрольно-обобщающем этапе в 10 "А" классе



Таблица 4

Распределение обучающихся 10 «Б» класса по уровню развития познавательных УУД по результатам диагностической работы №2

	Нулевой уровень	Низкий уровень	Средний уровень	Высокий уровень
Количество обучающихся	0	6	10	5
% обучающихся	0%	28,57%	47,62%	23,81%

Для наглядности полученные количественные и процентные результаты отображены на рисунках 40-41 в виде диаграмм соответственно:

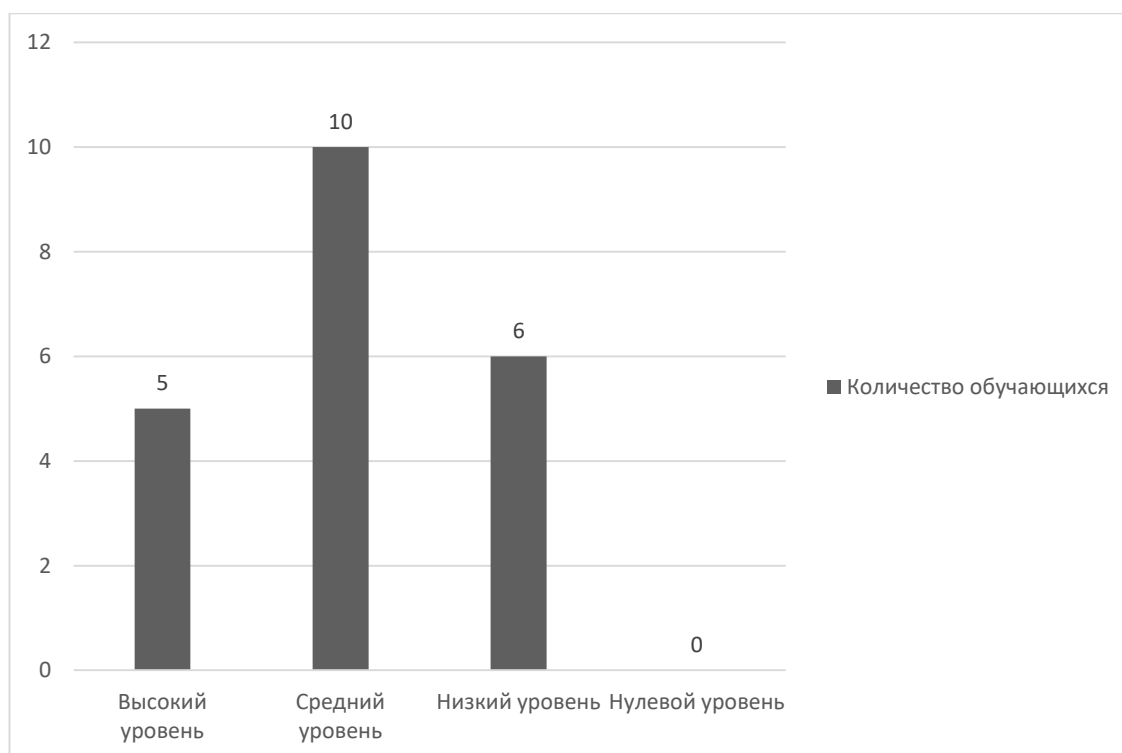


Рисунок 40 – Количественные результаты диагностической работы №2 на контрольно-обобщающем этапе в 10 "Б" классе

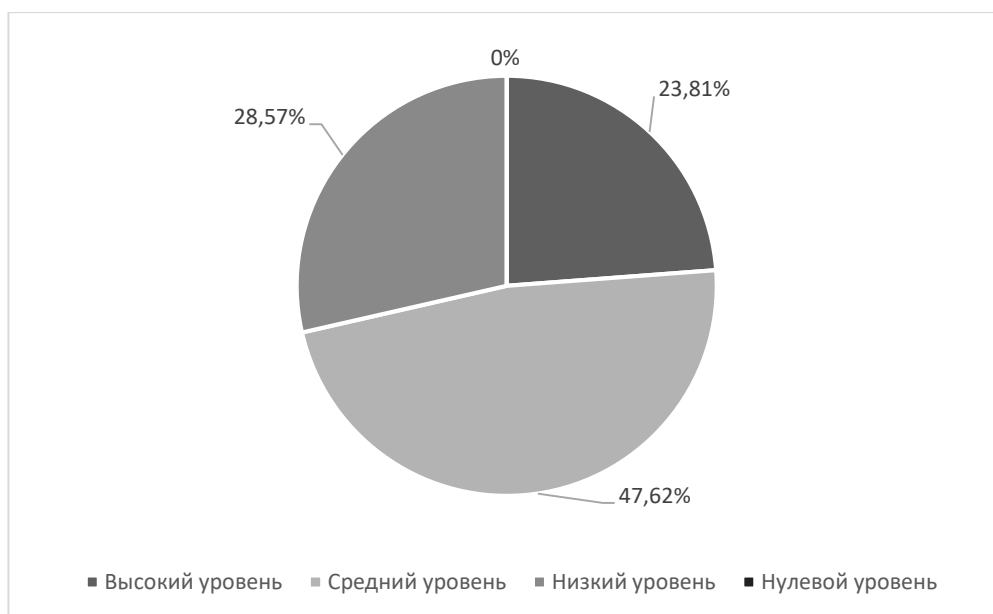


Рисунок 41 – Процентные результаты диагностической работы №2 на контрольно-обобщающем этапе в 10 "Б" классе

Для сравнительной характеристики и обоснования эффективности разработанной нами методики развития познавательных УУД у обучающихся 10-х классов, представим сравнительные результаты средних баллов диагностической работы №2 на рисунке 42:

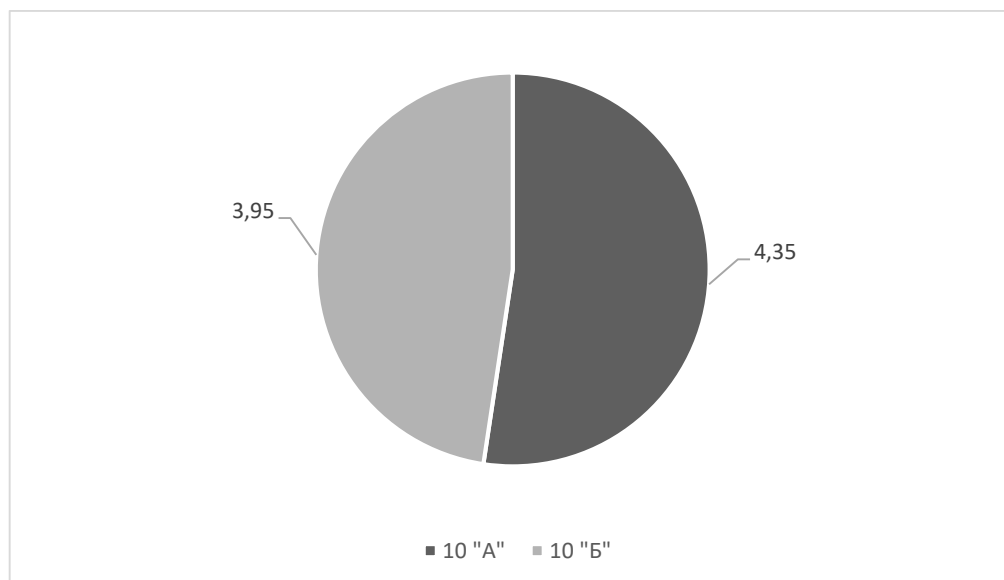


Рисунок 42 – Сравнение средних баллов 10 «А» и 10 «Б» классов по результатам диагностической работы №2

Из диаграммы видно, что уровень развития познавательных универсальных учебных действий в экспериментальной группе стал выше, чем в контрольной.

Для анализа эффективности разработанной нами методики, составим сравнительную таблицу результатов экспериментальной и контрольной групп в ходе выполнения двух диагностических работ. Полученные результаты отражены в таблице 5.

Таблица 5

Результаты экспериментальной и контрольной групп до и после проведенного эксперимента

Класс	Этап	Группа	Уровни развития познавательных УУД			
			Нулевой	Низкий	Средний	Высокий
10 «А»	До эксперимента	Экспериментальная	0	9	10	4
10 «Б»		Контрольная	0	8	9	4
10 «А»	После эксперимента	Экспериментальная	0	3	9	11
10 «Б»		Контрольная	0	6	10	5

Для наглядности представим данные в виде диаграммы на рисунке 43:

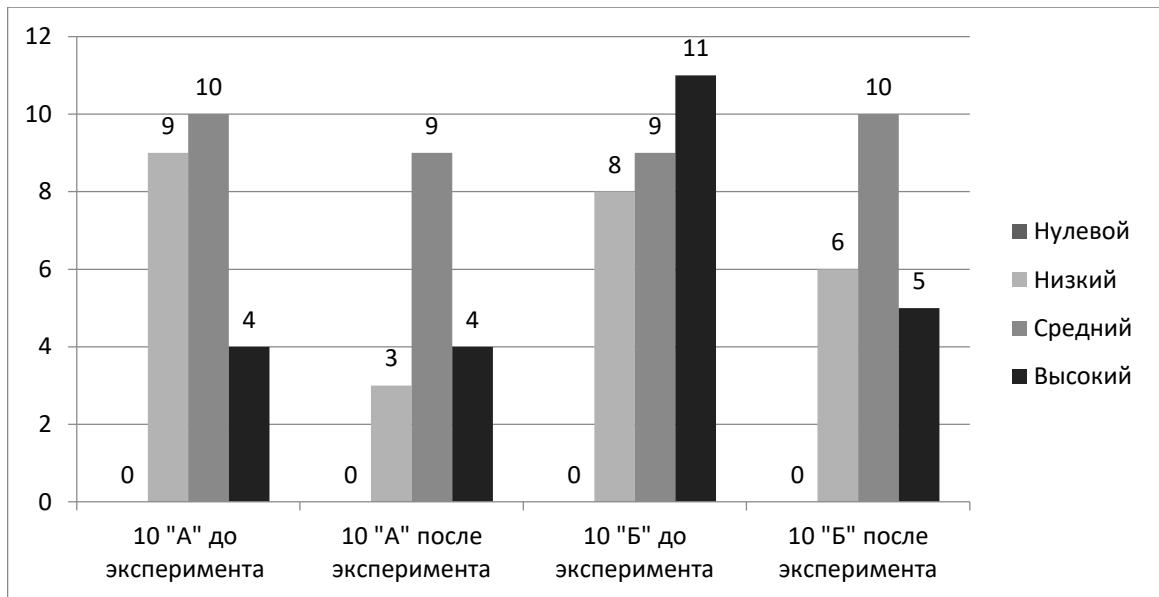


Рисунок 43 – Результаты экспериментальной и контрольной групп до и после проведенного эксперимента

Также представим сравнительные результаты средних баллов до эксперимента и после в 10 «А» и 10 «Б» классах на рисунках 44-45 соответственно.

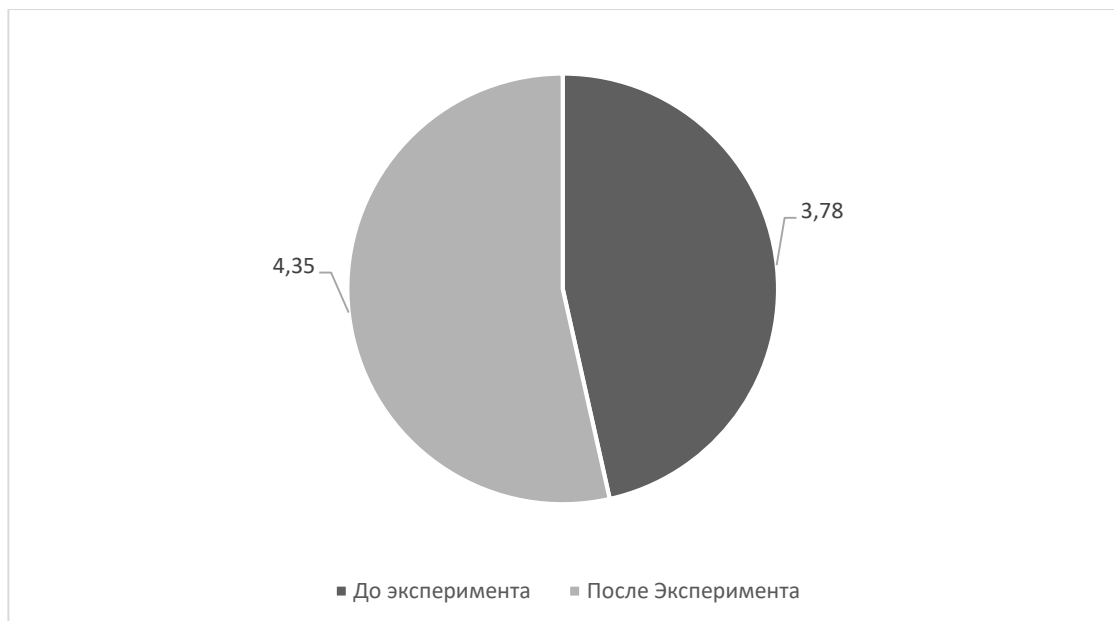


Рисунок 44 – Сравнительные результаты средних баллов в 10 «А» классе

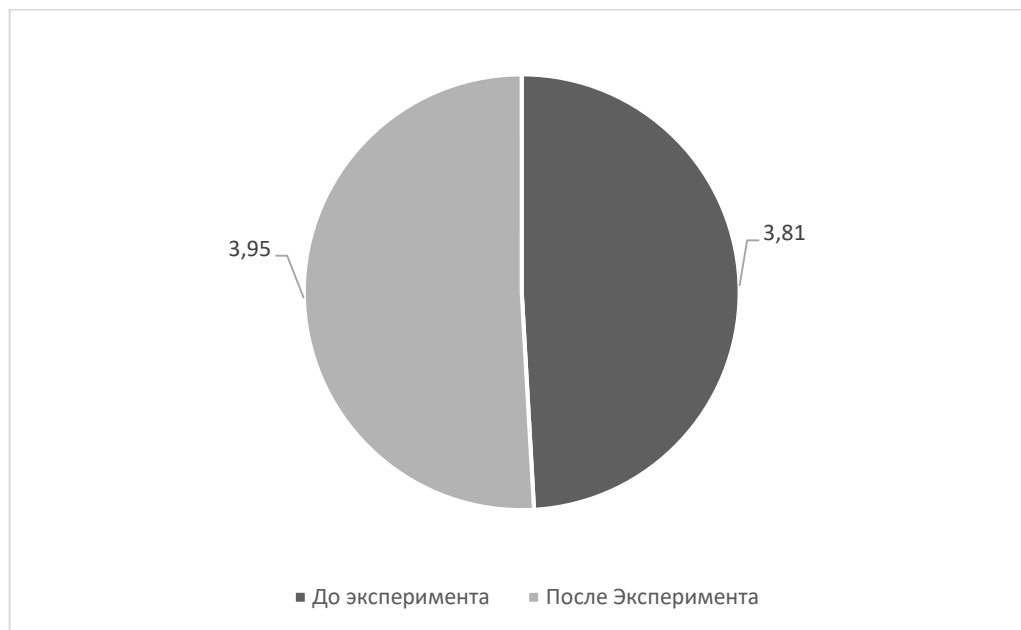


Рисунок 45 – Сравнительные результаты средних баллов в 10 «Б» классе

Сравнивая результаты диагностических работ в контрольной и экспериментальной группах, легко увидеть, что работа, выполненная экспериментальной группой, показала более лучший результат, нежели контрольной.

В экспериментальном классе произошло существенное снижение доли обучающихся с низким уровнем развития познавательных универсальных учебных действий (с 39,13% до 13,04%). Также уменьшилась и доля обучающихся со средним уровнем развития познавательных УУД (с 43,48 до 39,13). Но в связи с этим произошло значительное увеличение доли обучающихся с высоким уровнем увеличилась с 17,39% до 30,44%.

В контрольных группах кардинальных изменений не произошло. Доля обучающихся с низким уровнем развития познавательных УУД снизилась на 9,53% (с 38,10 до 28,57), а со средним и высоким увеличилась на 4,76% и 4,05% соответственно. Благодаря этому можно отметить, что традиционная методика

обучения математике не оказывает существенного влияния на развитие познавательных УУД.

Из всего вышесказанного можно сделать вывод о том, что, применяя на уроках разработанную нами методику, содержащую специальный комплекс заданий, у обучающихся повышается уровень развития познавательных УУД. Это является доказательством нашей гипотезы.

В данном параграфе была продемонстрирована проведенная опытно-экспериментальная работа, состоящая из трех этапов. Данная работа проводилась во время педагогической практики, в 10 «А» и 10 «Б» классах, один из которых был выбран контрольным, а другой – экспериментальным. С экспериментальным классом проводилась работа по разработанной методике, которая направлена на развитие познавательных обучающихся 10-11 класса. В контрольном классе уроки проводились традиционно. В начале и в конце эксперимента были проведены диагностические работы. Результаты данных работ показали, что разработанная методика и комплекс заданий направленные, на развитие познавательных УУД у обучаемых 10 классов при изучении темы «Производная и ее приложения» были реализован успешно.

## **Выводы по главе 2**

В параграфе 2.1. были выделены цели и содержание методики развития познавательных универсальных учебных действий (УУД), опираясь на проведенный анализ специализированной литературы и исследований в данной области. Был продемонстрирован комплекс заданий, эффективный для развития познавательных учебных действий у обучающихся 10-11 классов в процессе изучения темы «Производная и ее приложения».

В параграфе 2.2. были выделены эффективные формы, методы и средства обучения, применение которых на практике способствует развитию познавательных универсальных учебных действий у обучающихся 10-11 классов в процессе изучения темы «Производная и ее приложения».

В параграфе 2.3. была проведена экспериментальная работа, состоящая из трех этапов. Эксперимент проводился в 10 «А» и 10 «Б» классах, один из которых был выбран контрольным, другой – экспериментальным. С экспериментальным классом проводилась работа по разработанной методике, которая направлена на развитие познавательных универсальных учебных действий (УУД) обучающихся 10-11 класса. В контрольном классе уроки проводились традиционно. В начале и в конце эксперимента были проведены диагностические работы. Результаты данных работ показали, что разработанная методика и комплекс заданий направленные, на развитие познавательных УУД у обучаемых 10 классов при изучении темы «Производная и ее приложения» были реализован успешно.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Современная система образования претерпевает серьезные изменения, однако проведенные исследования показали, что многие фундаментальные основы системы педагогики российская образовательная система унаследовала от советского периода. Образование сегодня – это синтез стандартов нового поколения и принципов системно-деятельностного подхода, получившего активное развитие в период XX века, не теряющего актуальности и сегодня.

Разработка современной методики должна быть основана на анализе психологии и педагогики, должна учитывать особенности возрастной психологии обучающихся. Становится во многом сложнее мотивировать обучающихся на эффективный процесс обучения. Тем не менее, развитие современных технологий открывает перед всеми участниками учебного процесса новые возможности для получения знаний.

Юношеский период в жизни обучающихся особенно важен для формирования познавательных универсальных учебных действий (УУД). Построения учебного процесса должно происходить с учетом качественных и психологических изменений учащихся. Обучающиеся в этом возрасте начинают осознавать свое взросление, активнее задумываются о том, кем они станут в будущем, многие начинают выбирать будущую профессию. Развитие познавательных УУД в этот период становится залогом их будущей компетенции.

Изучение темы «Производная и ее приложения» играет значительную роль в формировании познавательных УУД у старших школьников. Разработка качественных методик позволяет повышать уровень образования и качество получаемых знаний у обучающихся. Для разработки методики,



способствующей развитию познавательных УУД, был проведен анализ основных дидактических категорий, что дало возможность сформировать подходящие дидактические условия для проведения экспериментального занятия. В рамках системно-деятельностного подхода были выбраны соответствующие формы и методы обучения, отобраны подходящие задания для отработки навыков, умений и закреплений знаний, а также определены соответствующие средства обучения.

Экспериментальное занятие было построено с помощью разработанной методики, все задания были направлены на развитие определенных познавательных УУД обучающихся 10 класса.

Гипотеза о том, что если в процессе обучения математике обучающихся 10-11 классов использовать методику, разработанную в соответствии с дидактическими условиями, то это будет способствовать повышению уровня развития познавательных универсальных учебных действий, нашла свое подтверждение в ходе проведения экспериментального занятия. Познавательные УУД обучающихся развиваются в процессе их учебной деятельности, в частности, в процессе решения соответствующих заданий. Такой вывод означает, что мы можем говорить о том, что разработанная методика является эффективной.

Подводя итоги, мы можем отметить, что в ходе проведения исследований и практического эксперимента мы выполнили поставленные в выпускной квалификационной работе (ВКР) задачи и достигли поставленной цели.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Андреев В.А. Педагогика: учеб. пособие для вузов. Казань: Логос, 2012. 352 с.
2. Аргунова Е.Р. Активные методы обучения: учеб. пособие. М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2015. 104 с.
3. Асмолов, А.Г., Бурменская Г.В., Володарская И.А., Карабанова О.А., Молчанов С.В., Салмина Н.Г. Проектирование универсальных учебных действий в старшей школе // Национальный психологический журнал – 2011. – №1(5) – с.104-110.
4. Асмолов А. Г., Бурменская Г. В., Володарская И. А., Карабанова О. А., Салмина Н. Г., Молчанов С. В. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе : от действия к мысли: пособие для учителя / [А. Г. Асмолов, Г. В. Бурменская, И. А. Володарская и др.]; под ред. А. Г. Асмолова. – М. : Просвещение, 2008. – 151 с. : ил.
5. Батюта М.Б. Возрастная психология: учебное пособие. – М.: Логос, 2011. – 306 с.
6. Березовская И.П. Проблема методологического обоснования концепта «клиповое мышление» // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Гуманитарные и общественные науки. – 2015. – №2. – С. 133-138.
7. Бершадский М.Е., Гужев В.В. Дидактические и психологические основания образовательной технологии. М.: Центр «Педагогический поиск», 2003. – 256 с.

8. Бершадский, М. Е. Дидактические и психологические основания образовательной технологии / Бершадский М.Е., Гузеев В.В. – М. : Пед. поиск, 2003. – 256 с. : ил.
9. Беспалько, В.П. Слагаемые педагогической технологии / В.П. Беспалько. – М.: Педагогика, 1989. – 192 с.
10. Богоявленский, Д. Н. Психология усвоения знаний в школе [Текст] / Д. Н. Богоявленский, Н. А. Менчинская. – М.: Наука, 1959. – 347 с.
11. Боженкова Л. И. Методика формирования универсальных учебных действий при обучении геометрии. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. 205 с.
12. Боженкова Л. И. ПОЗНАВАТЕЛЬНЫЕ УНИВЕРСАЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ ДЕЙСТВИЯ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ // Наука и школа. – 2016. – №1. – С. 54-60.
13. Бородина Е. В. Задачи по теме «Производная» как средство формирования логических познавательных универсальных учебных действий обучающихся 10 классов // Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы: материалы VI Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников. Красноярск, 27 апреля 2021 года / отв. ред. М.Б. Шашкина; ред. кол. Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2021. – С. 45-48.
14. Бородина Е. В. Развитие логических познавательных универсальных учебных действий обучающихся 10 классов в процессе обучения математике // Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы: материалы VI Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников. Красноярск, 27 апреля 2021 года / отв. ред. М.Б. Шашкина; ред.

кол. Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2021. – С. 48-51.

15. Васильева М.В. Формирование универсальных учебных действий ученика средствами открытого тематического зачета по математике в старших классах // Муниципальное образование: инновации и эксперимент. – 2011. – №3. – С. 29-35.

16. Ведерникова, Л.В., Поворознюк О.А., Бырдина О.Г. Формирование социальной позиции педагога как механизма профилактики виктимности воспитанников // Педагогическое образование и наука. 2014. №3. С. 52-55.

17. Волкова, С.В. Дидактические условия реализации учащимися личностных смыслов в процессе обучения. - Автореф. дисс. к.п.н. - Петрозаводск, 2002.

18. Воротникова А.И. Педагогический словарь-справочник. Ч. 1 учебно-методическое пособие для студентов магистрантов аспирантов и педагогов 2016.

19. Горленко Н.М., Запятая О.В., Лебединцев В.Б., Ушева Т.Ф. Структура универсальных учебных действий и условия их формирования // Народное образование. 2012 №4. С.153-160.

20. Егорина В.С. Формирование логического мышления младших школьников в процессе обучения. – Автореф. дисс. к.п.н. – Брянск, 2001. – 191 с.

21. Загвязинский В.И. Теория обучения : современная интерпретация : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / В.И. Загвязинский. – 3-е изд., испр. – М. : Издательский центр «Академия», 2005. – 192 с.

22. Коджаспирова Г.М., Коджаспиров А.Ю. Педагогический словарь: Для студ. высш. и сред. пед. учеб. заведений. – М.: И; М.: Издательский центр «Академия», 2000. 176 с.

23. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность: учеб. пособие. М.: Смысл; Академия, 2005. 352 с.
24. Лернер И.Я. Дидактические основы методов обучения. – М. : Педагогика, 1981. – 186 с.
25. Майер Е.И. Формирование универсальных учебных действий у учащихся на уроках математики: учеб. пособие. М.: Просвещение, 2018. 337 с.
26. Махотин Д.А. Методические основы формирования УУД // Педагогическая мастерская. Все для учителя. 2014 №4. С.4-8.
27. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10–11 классы. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / А.Г. Мордкович. – 10-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2009. – 399 с.: ил.
28. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10–11 классы. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / А.Г. Мордкович и др.; под ред. А.Г. Мордковича. – 10-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2009. – 239 с.: ил.
29. Ожегов, Сергей Иванович. Толковый словарь русского языка : около 100 000 слов, терминов и фразеологических выражений / С. И. Ожегов ; под ред. Л. И. Скворцова. – 26-е изд., испр. и доп. – М. : Оникс [и др.], 2009. – 1359 с.
30. Основные понятия методики // Студопедия URL: [https://studopedia.ru/7\\_151253\\_osnovnie-ponyatiya-metodiki.html](https://studopedia.ru/7_151253_osnovnie-ponyatiya-metodiki.html) (дата обращения: 30.05.2022).
31. Пидкасистый П.И. Психология и педагогика: учеб. пособие для вузов. М.: Юрайт, 2015. 724 с.
32. Пинчук И.А., Тимошенкова Н.И. Методические рекомендации изучения производной в старших математических классах // Проблемы современной науки и образования. – 2015.

33. Подласый И.П. Педагогика: Учебник. – М. : Высшее образование, 2006. – 540с.
34. Психологические особенности поколения Z URL: [http://mansauroki.blogspot.com/2016/04/z\\_12.html](http://mansauroki.blogspot.com/2016/04/z_12.html) (дата обращения: 26.04.2022).
35. Развитие критического мышления в старшем школьном возрасте // URL:[https://vuzlit.ru/425674/razvitiye\\_kriticheskogo\\_myshleniya\\_starshem\\_shkolnom\\_vozraste](https://vuzlit.ru/425674/razvitiye_kriticheskogo_myshleniya_starshem_shkolnom_vozraste) (дата обращения: 26.04.2022).
36. Сабирова Э.Г. Методика обучения математике: Часть I / Э.Г. Сабирова. – Казань: Казан. ун-т, 2015 – 120 с.
37. Теоретические основы процесса обучения в советской школе / под ред. В.В. Краевского, И.Я. Лернера. М. : Педагогика, 1989. 320 с.
38. Тумашева О.В. Берсенева О.В. Обучение математике с позиции системно-деятельностного подхода. Красноярск: КГПУ им. В.П. Астафьева, 2016.
39. Тумашева О. В., Берсенева О. В. Проектные задачи на уроках математики // Математика в школе, 2015. № 10. С. 26-30.
40. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования (10-11 кл.) / Утв. Приказом Минобрнауки России от 17 мая 2012г. № 413) [Электронный ресурс]. URL: <http://минобрнауки.рф/документы/2974> (дата обращения: 07.04.2022).
41. Федеральные государственные образовательные стандарты // Национальная ассоциация развития образования и науки. Документы. URL: <https://fgos.ru/> (дата обращения 02.05.2022).
42. Федеральные государственные образовательные стандарты // ФГОС URL: <https://fgos.ru/> (дата обращения: 24.03.2022).
43. Федеральный закон от 29.12.2012 N 273-ФЗ (ред. От 08.06.2020) «Об образовании в Российской Федерации // Официальный сайт компании

«КонсультантПлюс». Документы. URL: [http:// www.consultant.ru/document/](http://www.consultant.ru/document/) (дата обращения 18.04.2022).

44. Фельдштейн Д.И. Психология взросления. – М.: 2003. – 47-51 с.

45. Фирер, А.В. Развитие познавательных универсальных учебных действий // [Электронный ресурс], режим доступа: <http://dlib.rsl>

46. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли: пособие для учителя / А. Г. Асмолов [и др.]. М.: Просвещение, 2010. 162 с.

47. Фундаментальное ядро содержания общего образования. Под ред. Л. Н. Колычевой. М.: Просвещение, 2018. 78 с.

48. Хотченкова Е.А. Дидактические условия развития логического мышления учащихся-подростков // Информационные материалы для студентов. 2012. №6. URL: <https://superinf.ru/> (дата обращения: 15.05.2022)

49. Чопова С.В. Формирование познавательных универсальных учебных действий учащихся профильных классов: дис. ... канд. пед. наук / С.В. Чопова. – М., 2013. – 168 с.

50. Шкерина Л. В., Кейв М. А., Берсенева О. В., Журавлева Н. А. Мониторинг уровня сформированности метапредметных результатов обучения математике в 5 классах: учебное пособие. Краснояр. гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева. – Красноярск, 2018. URL: [https://elibrary.ru/download/elibrary\\_35463368\\_21049172.pdf](https://elibrary.ru/download/elibrary_35463368_21049172.pdf) (дата обращения: 25.04.2022).

51. Щукина Г.И. Проблема познавательного интереса в педагогике: учеб пособие. М.: Педагогика, 1971. 352 с.

52. Эльконин Д.Б. Детская психология: учеб. пособие для вузов. М.: Академия, 2010. 384 с.

## «Примеры практико-ориентированных задач»

*Транспортная задача*

Задача 1. Автомобиль приближается к мосту с начальной скоростью 72 км/ч. У моста висит дорожный знак «36 км/ч». За 7 секунд до въезда на мост водитель нажал на тормозную педаль. С разрешаемой ли скоростью автомобиль въехал на мост, если тормозной путь определяется формулой  $s = (20t - t^2)$  м/с?

Ответ: Да, т.к. скорость через 7 сек. будет равна 6 м/с.

*Экономическая задача*

Задача 2. Затраты на производство продукции объёма  $x$  задаются функцией  $C(x) = x^2 + 5x + 4$ . Производитель реализует продукцию по цене 25 ден.ед. Найдите максимальную прибыль  $\Pi$  и соответствующий объём продукции  $x$ .

План решения:

Реализация плана:

1. Записываем исходную формулу для вычисления величины, экстремальное значение которой надо найти.

Прибыль равна разности между выручкой  $U$  и затратами  $C$

$$\Pi = U - C$$

2. Находим соответствующую функцию, зависящую от  $x$ .

Реализовав продукцию объёма  $x$  по цене 25 ден.ед., предприниматель имеет выручку,  $U = 25x$ . При этом затраты составят  $C(x)$ . Значит,

$$\Pi = U - C = 25x - (x^2 + 5x + 4) = -x^2 + 20x - 4$$

3. Определяем (по смыслу задачи) область определения функции.



По смыслу задачи объём продукции  $x$  может принимать любое положительное значение, т.е.  $x \in (0; +\infty)$

4. Формулируем математическую задачу.

Найти наибольшее значение функции  $\Pi = -x^2 + 20x - 4$  при  $x \in (0; +\infty)$ .

Функцию аргумента  $x$  исследуем на экстремум на найденном промежутке:

$$\Pi'(x) = -2x + 20$$

$$\Pi'(x) = 0$$

$$-2x + 20 = 0$$

Следовательно, стационарная точка функции  $x = 10$ .

Производная меняет свой знак при переходе через эту точку с «+» на «-», значит  $x = 10$  – точка максимума.

$$\text{Отсюда, } \Pi_{\max} = \Pi(10) = -10^2 + 20 * 10 - 4 = 96.$$

5. Интерпретируем результаты и записываем ответ

Максимальная прибыль, равная 96 ден.ед., достигается при объёме производства 10 условных единиц.

Ответ: 96, 10.

### *Медицинская задача*

Задача 3. Предположим, что  $x$  обозначает дозу назначенного лекарства,  $y$  – функция степени реакции. Зависимость реакции выражается следующей формулой  $y = f(x) = x^2(a - x)$ , где  $a$  – некоторая положительная постоянная. При каком значении  $x$  реакция максимальна?

Решение:

$$0 < x < a. \text{ Значит, } f'(x) = 2ax - 3x^2. \text{ Тогда } f'(x) = 0 \text{ при } x = \frac{2a}{3}.$$

В этой точке  $f''\left(\frac{2a}{3}\right) = 2a - \frac{6 \cdot 2a}{3} = -2a < 0$ . Значит,  $x = \frac{2a}{3}$  – тот уровень дозы, который дает максимальную реакцию.

### *Биохимические задачи*

Задача 4. Зависимость между массой  $x$  вещества, получаемого в результате некоторой химической реакции и временем  $t$  выражается уравнением  $x = 7(1 + 2e^{-5t})$ . Определите скорость химической реакции в момент времени  $t$ .

Решение:

Надо найти производную от  $x$  по времени  $t$

$$v = x' = 7(1 + 2e^{-5t})' = -14 * 5 * e^{-5t} = -70 * e^{-5t}$$

Задача 5. Концентрация раствора изменяется с течением времени по закону:  $c = \frac{100t}{1+5t}$ . Найти скорость растворения.

Решение:

Скорость растворение вычислим с помощью производной:

$$v = c' = \left(\frac{100t}{1+5t}\right)' = \frac{100}{(1+5t)^2}$$

## Диагностическая работа №1

– Задания, направленные на умение выполнять анализ и синтез информации.

Схема анализа решения квадратных неравенств:



Задание 1 (2 балла). На основе представленной схемы, проведите синтез при решении следующих квадратных неравенств.

1)  $x^2 + 7x + 1 < 4x + 5$ ;

2)  $3x^2 - 5x - 2 \geq 0$ ;

3)  $x^2 - 16x + 64 > 0$ ;

4)  $25x^2 + 10x + 1 \leq 0$ .

Критерии оценивания:

Критерии	Баллы
Ни один пример не решен верно	0
Решен верно 1 пример	0,5
Решено верно 2 примера	0,5
Решено верно 3 примера	0,5
Решено верно 4 примера	0,5

– Задания, направленные на умение сравнивать и систематизировать информацию.

Задание 2 (2 балла). Восстановите хронологический порядок алгоритма решения уравнения  $a * \sin^2 x + b * \sin x * \cos x + c * \cos^2 x = 0$ . В ответ запишите цифры без запятых и пробелов в верном порядке (например, 52341).

- 1) Если член  $a * \sin^2 x$  в уравнении не содержится (т.е.  $a = 0$ ) то уравнение решается методом разложения на множители: за скобки выносят  $\cos x$
- 2) Посмотреть, есть ли в уравнении член  $a * \sin^2 x$
- 3) Если член  $a * \sin^2 x$  в уравнении содержится (т.е.  $a \neq 0$ ), то уравнение решается делением обеих его частей на  $\cos^2 x$  и последующим введением новой переменной  $z = \operatorname{tg} x$

Критерии оценивания:

Критерии	Баллы
Порядок алгоритма неверный	0
Порядок алгоритма верный	2

- Задания, направленные на умение выполнять сериацию объектов.

Задание 3 (2 балла). Найдите значения функции, которая дана ниже в точках  $x = -2$ ,  $x = 0$ ,  $x = 6$ ,  $x = -3$ ,  $x = 1,25$  и расположите полученные значения в порядке убывания, через запятую.

$$\begin{cases} -x^2, & \text{если } -2 \leq x < 0; \\ \sqrt{x+1}, & \text{если } 0 \leq x \leq 3; \\ \frac{3}{x} + 1, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

Критерии оценивания:

Критерии	Баллы
Задание решено неверно	0
Задание решено верно	2

- Задания, направленные на умение конкретизировать информацию.

Задание 4 (2 балла). Какие из перечисленных тригонометрических функций являются частными? В ответе укажите номера этих функций через запятую.

- 1)  $\cos 4x = 0$ ;                      2)  $\frac{3}{2} \operatorname{tg} x = 0$ ;                      3)  $\operatorname{arctg} 3x = 0$ ;
- 4)  $\operatorname{arcsin} 2x = 0$ ;                      5)  $4 \operatorname{ctg} x = 0$ ;                      6)  $7 \sin x = 0$ .

Критерии оценивания:

Критерии	Баллы
Задание решено неверно	0
Задание решено верно	2

– Задания, направленные на умение абстрагировать, обобщать и классифицировать информацию.

Задание 5 (2 балла). Какие из следующих тригонометрических функций лишние? В ответе запишите номера функций и укажите, почему, по вашему мнению, они лишние.

1)  $y = \arccos x$ ;

2)  $y = \operatorname{tg} x$ ;

3)  $y = \operatorname{arcctg} x$ ;

4)  $y = \arcsin x$ ;

5)  $y = \operatorname{ctg} x$ ;

6)  $y = \sin x$ .

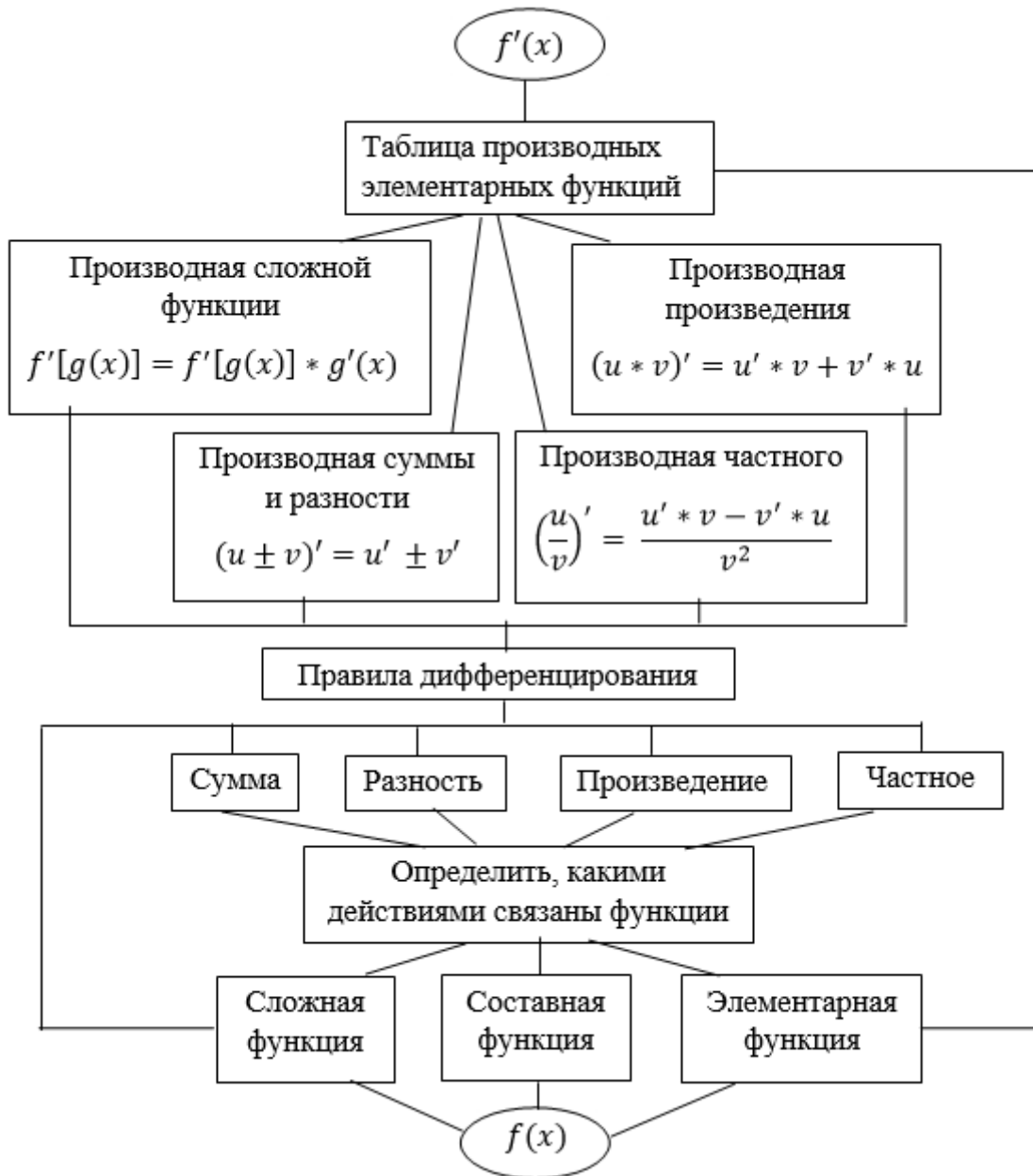
Критерии оценивания:

Критерии	Баллы
Критерий обобщенности выделен неверно	0
Критерий обобщенности выделен верно	2

## Диагностическая работа №2

– Задания, направленные на умение выполнять анализ и синтез информации.

Схема анализа нахождения производной:



Задание 1 (2 балла). На основе представленного на рисунке 18 анализа, проведите синтез при нахождении следующих производных:

- 1)  $f(x) = 3x^2 \sin(x) + x^3 \cos(x)$ ;                      2)  $f(x) = \ln(4x^2 + 5x - 8)$ ;  
 3)  $f(x) = \sqrt{\cos^2 x}$ ;    4)  $f(x) = 4^{2x^2 - 15x + 31}$ .

Критерии оценивания:

Критерии	Баллы
Ни один пример не решен правильно	0
Решен правильно 1 пример	0,5
Решено правильно 2 примера	0,5
Решено правильно 3 примера	0,5
Решено правильно 4 примера	0,5

– Задания, направленные на умение сравнивать и систематизировать информацию.

Задание 2 (2 балла). Восстановите хронологический порядок алгоритма нахождения производной функции  $y = f(x)$ . В ответ запишите цифры без запятых и пробелов в верном порядке (например, 52341).

- 6) Составить отношение  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$   
 7) Найти приращение функции:  $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$   
 8) Зафиксировать значение  $x$ , найти  $f(x)$   
 9) Вычислить  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$   
 10) Дать аргументу  $x$  приращение  $\Delta x$ , перейти в новую точку  $x + \Delta x$ , найти  $f(x + \Delta x)$

Критерии оценивания:



Критерии	Баллы
Порядок алгоритма неверный	0
Порядок алгоритма верный	2

– Задания, направленные на умение выполнять сериацию объектов.

Задание 3 (2 балла). Найдите значения производных данных функций в точке  $x = 1$  и расположите полученные значения в порядке возрастания, через запятую.

$$1) f(x) = 2x^3 + 15x^2 - 24x + 3; \quad 2) f(x) = \ln(7x^2 + 2x - 8);$$

$$3) f(x) = \sqrt{2x^3 - 3x^2 + 8x - 3}; \quad 4) f(x) = 1^{2x^3 + 9x^2 - 4x + 31}.$$

Критерии оценивания:

Критерии	Баллы
Задание решено неверно	0
Задание решено верно	2

– Задания, направленные на умение конкретизировать информацию.

Задание 4 (2 балла). Производные каких из перечисленных функций являются табличными? В ответе укажите номера этих функций через запятую.

$$1) f(x) = \cos 4x; \quad 2) f(x) = \frac{3}{2} \operatorname{tg} x; \quad 3) f(x) = \operatorname{arctg} 3x;$$

$$4) f(x) = \operatorname{arcsin} 2x; \quad 5) f(x) = 4 \operatorname{ctg} x; \quad 6) f(x) = 7 \sin x.$$

Критерии оценивания:

Критерии	Баллы
Задание решено неверно	0
Задание решено верно	2

– Задания, направленные на умение абстрагировать, обобщать и классифицировать информацию.

Задание 5 (2 балла). Найдите производные следующих функций и определите, какие из функций являются лишними. В ответе запишите номера функций и укажите, почему, по вашему мнению, они лишние.

$$1) f(x) = \cos 4x; \quad 2) f(x) = \frac{3}{2} \operatorname{tg} x; \quad 3) f(x) = \operatorname{arctg} 3x;$$

$$4) f(x) = \operatorname{arcsin} 2x; \quad 5) f(x) = 4 \operatorname{ctg} x; \quad 6) f(x) = 7 \sin x.$$

Критерии оценивания:

Критерии	Баллы
Критерий обобщенности выделен неверно	0
Критерий обобщенности выделен верно	2