МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования

«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Выпускающая кафедра: математики и методики обучения математике

Воробьева Анна Игоревна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

КУРС ПО ВЫБОРУ «ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ» С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СИСТЕМЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ «ЖИВАЯ МАТЕМАТИКА»

Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы: Математика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой
д-р пед. наук, профессор Л.В. Шкерина

____

(дата, подпись)

Научный руководитель
канд. физ.-мат. наук, Абдулкин В.В.

____

Дата защиты

02.07.2021 г.

Обучающийся
Воробьева А.И.

____

Оценка_____________________________

Прописью

Красноярск 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3

ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗРАБОТКИ КУРСА ПО ВЫБОРУ «ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ» 7

1.1 Задачи на построение в курсе математики основной школы 7

1.2 Анализ содержания темы задач на построение в школьных учебниках геометрии 14

1.3 Особенности использование системы динамической геометрии «Живая математика» на уроках геометрии в основной школе 18

Выводы по первой главе 24

ГЛАВА II. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ КУРСА ПО ВЫБОРУ «ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ» С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СИСТЕМЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ «ЖИВАЯ МАТЕМАТИКА» 26

2.1 Методические особенности создания курса по выбору 26

2.2 Педагогическое проектирование курса по выбору «Задачи на построение» с использованием системы динамической геометрии «Живая математика» . 31

2.3 Методические рекомендации по решению задач 36

2.4 Описание педагогического эксперимента 53

Выводы по второй главе 61

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 63

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ 65

ПРИЛОЖЕНИЕ 72

ВВЕДЕНИЕ

Курс геометрии является одним из основных фундаментальных составляющих предметной области математики в основной школе. Об этом свидетельствует и федеральный образовательный стандат. Геометрические построения играют важную роль в курсе геометрии и в математической подготовке школьника. Среди геометрических задач наибольшую трудность и вместе с тем особый интерес вызыват задачи на построение. Эти задачи принципиально отличаются практически от всех других задач, т.к. ответом в них является графический рисунок.

Однако сейчас имеется тенденция к игнорированию или сокращению решения задач на построение в основной школе. Знания учащихся по данной теме нередко носят формальный характер, наблюдается отсутствие структурности. В настоящий момент на уроках геометрии недостаточно уделяется внимания рассмотрению методов решения задач на построение, и как результат, отсутчтвие у учащихся четкого представления об алгоритмых решения задач на построение и обязательных этапах: анализе, построении, доказательстве и исследовании.

Традиционный подход к преподаванию геометрии приводит к малой популярности этого предмета, особенно среди учащихся, далёких от математики. Такой стиль обучения нацелен на развитие некритического, нетворческого мышления и естественно отторгается современными школьниками. Помочь решить возникающие в связи с этим проблемы поможет учебно-методический комплекс (УМК) «Живая Математика», использующий систему динамической геометрии.

Выявленные противоречия подтверждает и анализ психолого-педагогической литературы, что позволяет определить круг тех вопросов и проблем, которые разрешаются в методике обучения решению математических задач и в том числе задач на построение.

Актуальность исследования обусловлена потребностью учителей математики школы усилить интерес к геометрии, применяя современные компьютерные технологии в процессе решения задач на построение.

Проблема исследования заключается в противоречии: между необходимостью формирования умений решать задачи на построение, используя различные методы, и недостаточной разработанностью теоретико-методических основ организации обучения этому с использованием системы динамической геометрии.

Поскольку количество задач на построение в учебниках геометрии достаточно мало, и времени на их освоение тоже недостаточно, то один из способов решения проблемы – разработка и проведение курса но выбору, что **определило тему** исследовательской работы: «Курс по выбору «Задачи на построение» с использованием системы динамической геометрии «Живая математика»»

Цель исследования - изучить особенности решения задач на построение в основной школе и разработать программу курса по выбору «Задачи на построение» с использованием системы динамической геометрии «Живая математика»

Объект исследования – процесс обучения геометрии в основной школе

Предмет исследования – процесс обучения решению задач на построение.

Гипотеза исследования: обучение школьников решению задач на построение будет успешным, если:

- познакомить с методами решения задач на построение,
- использовать для этого программу курса по выбору, использующую систему динамической геометрии «Живая математика».

Исходя из цели и гипотезы исследования, можно выделить следующие **задачи** исследования:

- определить особенности задач на построение в курсе математики основной школы;
- проанализировать содержание темы задачи на построение в школьных учебниках геометрии;

- рассмотреть особенности использования системы динамической геометрии «Живая математика» на уроках геометрии;

- описать методические особенности создания курса по выбору;

- показать результаты педагогического проектирования курса по выбору «Задачи на построение» с использованием системы динамической геометрии «Живая математика»;

- разработать методические рекомендации по решению задач курса по выботу;

- провести апробацию курса по выбору и проанализировать результаты педагогического эксперимента.

Теоретико-методологической основой исследования являются:

- теория деятельности и деятельностного подхода к развитию личности и обучению (В.В. Давыдов, А.Н. Леонтьев [25], С.Л. Рубинштейн [35] и др.);

- методические теории решения задач (Г.И. Саранцев, Ю.М. Колягин, Г.И. Костюк, Г.А. Балл, Г.П. Стефанова, В.А. Гусев Л.М. Фридман, А.Ф. Эсаулов и др.);

- - основы теории и методики преподавания геометрии (Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, Ю.А. Глазков [50], Т.В. Автономова [6], М.Б. Волович [10-12], Г.Д. Глейзер [13], В.А. Гусев [16], В.А. Далингер [17], О.Б. Епишева [18], А.А. Столяр [42]);

- методические, технологическим и содержательные вопросы элективных курсов или курсов по выбору и особенности их разработки Э.Н. Абдуллаев [5], А.Г. Каспржак [22, 23], Н.А. Гужавина [4], Д.С. Ермаков [19], Д.А. Ершов [20], А.А. Зубрилин [21], Н. Савицкая [37], Г. Сафонов [40], Т.П. Синько [41], М.С. Цветкова [45], Т.В. Черникова [46], Г.Г. Штомпель [48].

Для достижения поставленных целей, проверки гипотезы и решения сформулированных выше задач были использованы следующие методы исследования:

Основные **методы исследования:**

- анализ психолого-педагогической, методической и математической литературы по проблеме исследования;
- педагогическое проектирование курса по выбору;
- проведение опытного апробирования и анализ полученных результатов исследования.

Научная новизна исследования состоит в том, что разработана методические рекомендации для учителей математики по работе с задачами на построение и решению задач этого типа.

Структура исследовательской работы: работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка использованных источников (68 наименований); таблицы (12), рисунки (26), приложения (1). Общий объем (73 стр.) включает основной текст (65 стр.), список литературы (7 стр.) и приложения (1 стр.).

Во введении обоснована актуальность исследования, даны его основные методологические характеристики.

Первая глава посвящена теоретическим основам разработки курса по выбору «Задачи на построение» с использованием системы динамической геометрии. Рассматриваются роль и особенности задач на построение, их место в школьных учебниках основной школы. Описываются системы динамической геометрии (СДГ), их возникновение и особенности применения. В качестве примера рассмотрены приёмы и методы работы в системе динамической геометрии «Живая математика»

Во второй главе представлены методические основы проектирования курса по выбору «Задачи на построение» с использованием системы динамической геометрии «Живая математика». Сформулированы методические рекомендации по решению задач в СДГ. В последнем параграфе главы приведены результаты опытной работы.

Заключение содержит основные выводы и результаты проведенного исследования.

ГЛАВА I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗРАБОТКИ КУРСА ПО ВЫБОРУ «ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ»

1.1 Задачи на построение в курсе математики основной школы

В процессе обучения в школе ученики знакомятся с задачами различного вида и учатся решать их. В большинстве своём эти задачи структурированы и имеется определённый алгоритм рассуждения, который позволяет овладеть общим умением решать задачи, однако, встретив задачу незнакомого вида, многие теряются и не знают, с чего начать её решение [17].

Из всех задач геометрии именно задачи на построение являются таковыми, с которыми трудно ученику справиться. Задачи на построение интересны своей непредсказуемостью: они могут быть лёгкие на первый взгляд, но при этом иметь несколько решений. Методы решения этих задач разрабатывались ещё математиками Древней Греции. Например, ученики школы Пифагора (VI в. до н. э.) решали довольно трудную задачу построения плоского правильного пятиугольника. Интересуют задачи на построение и сейчас и школьников и ученых – математиков. Устойчивый интерес обусловлен не только красотой решения и оригинальностью методов выполнения решения, но и практической значимостью для технологов и конструкторов. Деятельность которых основывается на геометрических построениях [13].

Методисты, геометры и педагоги всегда интересовались задачами на построение, например, Д. Пойа в книге «Математическое открытие» описал очень большой класс задач на построение, подробно объясняя не только ход их решения, но и исследование уже решённой задачи. Пойа считает, что «место, занимаемое геометрическими построениями в программе обучения, полностью оправданно, так как они лучше всего подходят для освоения путей решения задач» [32].

Для учителя математики важно, что задачи на построение являются прекрасным средством развития логического и визуального мышления, геометрического видения и интуиции, пространственного воображения.

План или алгоритм решения каждой задачи на построение основывается на логической цепочке элементарных построений, которая приводит к конечному результату – графическому ответу. Процесс решения как правило развивает поисковые навыки решения практических проблем, и школьники пробуют себя в самостоятельном исследовании, а это является важной составляющей формирования навыков умственного труда [44].

Задачи на построение помогают ронять и запомнить теоретические геометрические свойства основных геометрических фигур, так как, решая задачу на построение, школьник сам чертит и создает наглядную модель, в которой применяются эти свойства. Кроме того, обучающийся учится исследовать созданную модель, доказывая однозначность или варианты решения. Несомненная воспитательная роль задач на построение, помогая формированию внимания, воли, и целеустремленности, развивается личность школьника и его положительные черты для будущей деятельности, например, оригинальность мышления, трудолюбие [30].

Попробуем определить задачу на построение. Заслуживает внимания определение - описание И.В. Мисюркеева: «Задача на построение - предложение, указывающее, по каким данным, какими инструментами, какую геометрическую фигуру требуется построить так, чтобы эта фигура удовлетворяла определённым условиям. Решить задачу на построение с помощью циркуля и линейки – значит свести её к совокупности пяти элементарных построений, которые считаются выполнимыми» [26].

В методике нет установленного определения «задаче на построение», однако, собирая, анализируя и обобщая мнение учёных-математиков и методистов можно сформулировать контекстуальное определение. Задача на построение предполагает, исходя из заданных геометрических фигур, применяя указанные средства (если есть), построить новую геометрическую фигуру, и доказать, что полученное графическое изображение является одним из решений или единственным решением поставленной проблемы. Средств построения - это тривиально классические инструменты – линейка и циркуль.

Однако, как не существует строго определения, так и не существует единого алгоритма для решения задач на построение. Каждая из задач по-своему уникальна, и каждая предполагает особый подход для поиска и осуществления решения. Вероятно, это одна из причин, которая не даёт возможности всем освоить решение задач на построение. Хотя, изучение методической литературы позволяет сделать некоторое обобщение: школьные задачи на построение можно подвергнуть (и это уже сделано) классификации, например, по методу решения. Именно этот подход взят в основу составления тематического планирования курса по выбору «Задачи на построение» о котором пойдёт речь во второй главе.

Подход к решению И.В. Мисюркеева оспаривается Я.П. Понариным, который считает, что сведение решения каждой задачи к элементарным построениям делает решение громоздким, и лучше использовать в решении так называемые основные построения. Например, в качестве основных построений можно рассмотреть следующие задачи: построение отрезка, равного данному; деление данного угла пополам; построение угла, равного данному; построение параллельной прямой, построение перпендикулярной прямой, деление отрезка в данном отношении; построение треугольника по трём данным, соответствующим признакам равенства треугольников; построение прямоугольного треугольника по гипотенузе и катету [33].

Решить задачу на построение – значит найти все её решения. Фигуры, удовлетворяющие условию задачи, могут различаться как формой так и размерами, так и положением на плоскости. Различия в положении на плоскости принимаются или не принимаются в расчёт в зависимости от формулировки самой задачи на построение, а именно в зависимости от того, предусматривает или не предусматривает условие задачи определённое положение искомой фигуры относительно каких-либо данных фигур.

Например, Я.И. Груденова, рассматривая задачу «построить треугольник по трём сторонам и углу между ними», утверждает, что в процессе решения надо построить треугольник так, чтобы две стороны его были соответственно равны двум данным отрезкам, а угол между ними был равен данному углу. Однако нет никакого смысла рассматривать вариации разного расположения построенных треугольников на плоскости, поэтому считается, что задача имеет единственное решение [15].

Тогда согласимся с высказыванием М.Б. Воловича, если условие задачи не содержит требование определённого расположения искомой фигуры относительно данных фигур, то задачи этого типа решаются «с точностью до равенства». Это значит, что задача считается решённой, если:

«1) Построено некоторое число неравных между собой фигур $\Phi_1, \Phi_2, \ldots \Phi_n$, соответствующих условиям задачи, и

2) доказано, что всякая другая фигура, соответствующая условиям задачи, равна какой - то из этих фигур. И задача имеет n различных решений» [10].

По-другому рассуждает А.В. Белошистая, например, рассмотривая задачу о построении треугольника по двум сторонам и углу между ними, считает, что необходимо учитывать определённое положение искомого треугольника относительно одной из данных данных фигур (одного из данных отрезков). Тогда мы получаем задачу с несколькими правильными решениями и ответами. Все построенные треугольники равны между собой, но расположены по-разному относительно данных отрезков. [8].

Значит, если условие задачи предполагает чёткое расположение искомой фигуры относительно какой-либо данной фигуры, то всё полное решение будет заключаться в построении всех фигур, удовлетворяющих данному условию [9].

Рассмотрим стандартные этапы работы над задачей на построение.

Анализ. Его цель - выявление зависимости между данными фигурами и искомой фигурой, которые позволили бы в дальнейшем построить эту искомую фигуру. Часто в процессе анализа используется прикидка на вспомогательном чертеже, это проект чертежа, который должен образоваться, когда задача уже решена. Если вспомогательный чертеж не подсказывает способа построения искомой фигуры, то используютя другие методы поиска путей построения. Г.И. Саранцев предлагает на этапе анализа обратить внимание на следующее [38]:

1) на вспомогательном чертеже можно соединить уже имеющиеся точки прямыми, отметить точки пересечения линий, продолжить некоторые отрезки;

2) если дана сумма или разность отрезков или углов, то их надо изобразить на чертеже;

3) вспомнить теоремы и решенные задачи, где уже встречались такие зависимости между элементами [38].

Построение – следующий этап решения задач на построение. Он состоит из двух частей:

1) перечисление в определенном порядке всех элементарных построений, которые нужно выполнить, согласно анализу, для решения задачи;

2) непосредственное выполнение этих построений на чертеже при помощи чертежных инструментов.

Я.П. Понарин предлагает начать строить решение задачи – это значит указать конечное число элементарных построений, выполнение которых в установленной последовательности позволит ответить на вопрос задачи [33]. Данный этап вводится при решении самой первой задачи на построение, которой обычно является задача о построении отрезка, равного данному, на данном луче с концом в начале этого луча. В беседе, сопровождающей введение этапа, необходимо отметить, в чём состоит решение любой задачи на построение и указать, что осуществление этого этапа как раз и состоит в перечислении конечного числа операций построения искомой фигуры.

Рассмотрим применение этапов для решение задачи: «Дана диагональ квадрата, построить квадрат».

Анализ. Изобразивквадрат и проведя в нём дмагонали (рис. 1), мы можем составить план построения квадрата. Он сводится к построению равнобедренного прямоугольного треугольника $A_1B_1C_1$ по его известной гипотенузе A_1C_1, дополняемый дальше до квадрата до квадрата.

Построение. Прямоугольный $\Delta A_1B_1C_1$ можно строить по-разному. Например,

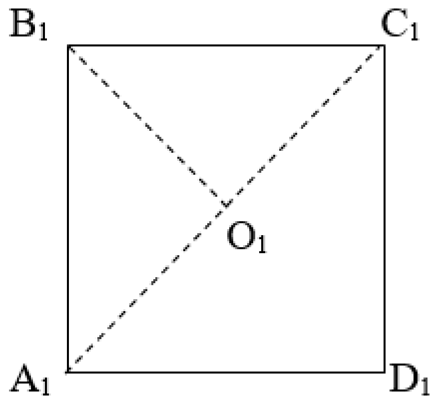


Рисунок 1 – Иллюстрация к задаче.

1) Начать с построения угла $B_1A_1C_1$ = 45°. На одной стороне угла отктожить отрезок A_1C_1, - диагональ вадрата. Проведя C_1B_1 и A_1B_1, (рис. 1) получим $\Delta A_1B_1C_1$. Дополним его до квадрата $A_1B_1C_1D_1$.

2) Найдём середину A_1C_1. Проведём $B_1O_1 \perp A_1C_1$ и отложим $B_1O_1=A_1O_1$. Соединим B_1 с A_1 и C_1. Получим Δ $A_1B_1C_1$.

3) На A_1C_1, как на диаметре, строим окружность. Восставляем перпендикуляр $B_1O_1 \perp A_1C_1$ до пересечения с окружностью в точке B_1. Соединив B_1 с A_1 и C_1; получим $\Delta A_1B_1C_1$. [17].

Решение одной и той же задачи несколькими способами увеличивает интерес учащихся к задачам на построение и осознанное отношение к решению таких задач.

В.А. Далингер утверждает, что в процессе решения задач на построение учителю необходимо применять и предлагать детям применять различные методы решения, это будет способствовать развитию мышления и самостоятельности при выборе способа решениия.

Доказательство. После того как фигура построена, необходимо доказать, что все условия задачи выполнены. Доказательство зависит от выбора способа построения. Доказательство - это часть решения задачи. По логике доказательство строится обратно содержанию анализа. Иногда доказательство опирается на известные теоремы и факты, например, построение треугольника по двум сторонам и углу между ними. В таких задачах доказательство не требуется.

Между доказательством и построением существует взаимосвязь. Построение проводится по плану, составленному при анализе. Построение и доказательство являются своеобразным критерием правильности и рациональности составленного плана. Если план не осуществим или построение оказывается нерациональным, то приходится искать новый план решения [17].

Исследование. При построении обычно ограничиваются отысканием одного какого-либо решения, причем предполагается, что все шаги построения действительно выполнимы.

По мнению Б.И. Аргунова, для полного решения задачи нужно еще выяснить следующие вопросы:

1) всегда ли можно выполнить построение выбранным способом;

2) можно ли и как построить искомую фигуру, если избранный способ нельзя применить;

3) сколько решений имеет задача при каждом возможном выборе данных? Рассмотрение всех этих вопросов и составляет содержание исследования [7].

Исследование имеет целью установить условия разрешимости и определить число решений.

Таким образом, раскрыто понятие и алгоритм решения задачи на построение, структура задачи на построение, её роль в развитии мышления школьников и описан общий методический подход к решению задач такого типа.

1.2 Анализ содержания темы задач на построение в школьных учебниках геометрии

Простейшие задачи на построение вводятся ещё в начальной школе, продолжение этому видим в учебниках Математики для 5-6 классов.

Например, в учебнике под редакцией Н.Я. Виленкина [54] сначала знакомятся с построеним отрезка с помощью линейки, учатся сравнивать отрезки с помощью циркуля, строить с помощью циркуля окружности; учатся строить прямой угол.

В учебнике Г.В. Дорофеева [55] кроме перечисленного дополнительно решаются задачи на построение касательной к окружности; построение двух окружностей; построение окружности, касающейся двух параллельных прямых. Обучающиеся решают задачи на построение симметричных фигур; строят треугольники по трем сторонам.

Вся эта работа является хорошей пропедевтикой для решения реальных задач на построение в курсе геометрии.

Для анализа изучения задач на построение выберем учебники под редакцией Л.С. Атанасяна [50], А.В. Погорелова [59], И.Ф. Шарыгина [62], А.Д. Александрова (углубленный уровень) [49].

В учебнике Л.С. Атанасяна [50] есть специально запланированная тема «Задачи на построение». В процессе изучения, обучающиеся решают следующие задачи на построение: отрезка, равного данному; угла, равного данному; биссектриса угла; перпендикулярные прямые и середина отрезка. Однако с алгоритмом решения задач на построение школьники ещё не знакомятся. Главная методическая цель - сформировать навыки решения простейших задач на построение с помощью циркуля и линейки. При изучении темы «Соотношения между сторонами и углами треугольника» школьники решают задачи на построении треугольника по двум сторонам и углу между ними, по стороне и двум прилежащим к ней углам и по трем сторонам. Учебник содержит содержится список задач для самостоятельной раоты, это задачи на построение различных треугольников по различным элементам. В конце 7 класса обучающиеся знакомятся с этапами задачи на построение: анализ, построение, доказательство, исследование.

Решение задач на построение можно встретить и в заданиях для 8 класса: построение параллелограмма и трапеции по различным элементам; проведение касательной к окружности через данную точку. В конце 8 класса в разделе задач повышенной трудности ешается задача на построение равнобедренной трапеции по основаниям и диагоналям.

В 9 классе рассматривается построение правильных многоугольников. Предлагается с помощью циркуля и линейки вписать в окружность различные правильные многоугольники. Основная цель этих задач – расширить и систематизировать знания учащихся об окружностях и многоугольниках. При изучении теы «Движения», знакомстве с симметрией, поворотом и параллельным переносом, решаются задачи на построение, основаные на изученном материале. Основная дидактическая цель решения этих задач – познакомить с понятием движения на плоскости: симметриями, параллельным переносом, поворотом.

В учебнике А.В. Погорелова [59] в теме «Основные свойства простейших геометрических фигур» рассматривается, как построить параллельные прямые с помощью угольника и линейки; в теме «Смемежные и вертикальные углы» рассматривается, как построить перпендикулярные прямые с помощью угольника и линейки. Учебник содержит отдельный параграф «Геометрические построения», где рассказывается о чертежных инструментах и о том, что значит решить задачу на построение. Алгоритм решения также не вводится. Учебник содержит задачи на построение треугольника с данными сторонами; угла, равного данному; биссектрисы угла; деление отрезка пополам; построение перпендикуляра к прямой. Решаются задачи на построение треугольника и окружности по данным элементам и задачи на ГМТ. Основная методическая цель – сформирвать умение решать простейшие задачи на построение с помощью циркуля и линейки.

В 8 классе добавляются некоторые другие задачи на построение: четвертого пропорционального отрезка; на построение параллелограмма, ромба и трапеции по данным элементам. Основная цель этих заданий – систематизация знаний обучающихся о четырехугольниках и их свойствах. В конце изучения темы «Движение» приведены задачи на построение, решение которых основано на методах данных преобразований.

В 9 классе учебник А.В. Погорелова предлагает изучение геометрических преобразований: подобие и гомотетия. В конце параграфа приведены задачи на построение, решение которых основано на методах данных преобразований.

Учебник И.Ф. Шарыгина [62] задач на построение предлагается немного, и они достаточно сложные. Однако все задачи сопровождаются указаниями и подробными решениями. Ключевые задачи на построение в 7 классе: построить отрезок, равный данному; построить угол, равный данному; построить середину данного отрезка; построить биссектрису данного угла; построить треугольник, равный данному, или построить треугольник по трем заданным сторонам; построить треугольник по двум сторонам и углу между ними; построить треугольник по стороне и двум прилежащим к ней углам; построить прямую, проходящую через данную точку, не принадлежащую данной прямой и перпендикулярную прямой; построить прямую, проходящую через данную точку и параллельную данной прямой; построить прямоугольный треугольник по гипотенузе и острому углу; построить прямоугольный треугольник по гипотенуза и катету. В учебнике содержатся подробные указания, что делать и как это делать, показан пример оформления записи построения в тетради.

Учебник академика А.Д. Александрова [49] в самом начале содержит параграф «Построения циркулем и линейкой», в котором обучающиеся знакомятся с задачами на построение треугольника, стороны которого равны сторонам данного треугольника. Далее рассматриваются задачи на построение: угла, равного данному; построение биссектрисы угла; задачи о неразрешимости трисекции угла. В теме «Треугольники» рассматривается задача о построении треугольника по двум сторонам и углу между ними; задачи о делении отрезка пополам и о построении перпендикуляра к данной прямой через данную точку, не лежащую на данной прямой. При изучении темы «Параллельность. Параллельные прямые» проводится исследование, как создавать параллельные прямые только угольником и линейки.

Интересен подбор задач на построение в 8 классе: отыскаие ГМТ, равноудаленных от прямой на данное расстояние; отыскать ГМТ, равноудаленных от двух данных пересекающихся прямых.

В задачный материал 9-го класса включены задачи на построение: касательной к окружности из данной точки; построение единственной касательной к двум окружностям; построение правильных n-угольников; задачи - вписать в окружность различные правильные n-угольники; разбирается неразрешимость задачи о квадратуре круга. В разделе «Другие методы геометрии» метод параллельного переноса, метод симметрии, метод поворота, метод подобия. Предлагаются трудные и интересные задачи на построение: построить квадрат, вписанный в треугольник, ромб, сегмент; построить сегмент, вписанный в равносторонний треугольник, квадрат, окружность. Основная цель этих заданий – познакомить учеников с методами решения задач на построение, которые не рассматриваются в традиционной элементарной геометрии, однако имеют востребованность в решении задач на построение современной геометрии.

В таблице 1 приведен количественный анализ, а также процент заданий на построение в некоторых учебниках геометрии основной школы.

Сравнивая данные последнего столбика стоит отметить тенденцию снижения числа задач на построение в 9 классе абсолютно у всех авторов рассмотренных учебников: у Л.С. Атанасяна с 25% до 11%, у А.В. Погорелова с 20% до 5%, у И.Ф. Шарыгина с 5% до 3%, у А.Д, Александрова с 24% до 16%.

Таблица 1 – Количественный анализ задач на построение в учебниках геометрии

Учебник Геометрия 7-9	*Класс*	*Всего задач в учебнике*	*Из них задач на построение*	*Процент задач на построение от обзего количества задач*
Атанасян Л.С. и др.	7	362	90	**25**
	8	448	64	**14**
	9	321	36	**11**
Погорелов А.В.	7	218	42	**20**
	8	298	35	**12**
	9	206	10	**5**
Шарыгин И.Ф.	7	452	22	**5**
	8	839	21	**3**
	9	181	5	**3**
Александров А.Д. и др. (углубленный уровень)	7	33	8	**24**
	8	643	95	**15**
	9	556	89	**16**

Таким образом, проведённый качественный и количественный анализ выявил недостаточное внимание в учебниках геометрии задаам на построение, что подтверждает актуальность создания курса по выбору «Задачи на построение»

1.3 Особенности использование системы динамической геометрии «Живая математика» на уроках геометрии в основной школе

«Система динамической геометрии (DGS – dynamic geometry software) – это программный продукт обучающего назначения, с помощью которого можно создавать динамические изображения различных математических объектов и использовать эти изображения для исследования их свойств» - пишет профессор М.Б. Шабанова [47].

Впервые такая среда Cabri Geometre была создана во Франции в 1986 году в основе её использовалась программа Cahier de B Rouillon 229 Informatique (*«Черновик для информатики»*). Создал её вмести со своими студентами Жан-Мари Лаборде. В 1989 году в США появился аналогичный программный продукт The Geometer's Sketchpad (*«Блокнот Геометра»*). Его создал Николас Джакей.

Системы динамической геометрии (DGS) и динамические листы (Dynamic Worksheets), разработанные на их основе, имеют в наше время заслуженный интерес и востребованность. Они помогают формировать исследовательский подходу в обучении, а также делают понятной геометрию для обучающихся с разными математическими способностями и разного уровня геометрической подготовки. Многочисленные эксперименты, проведенные учеными разных стран, показывают, что применение этих программных продуктов существенно меняет и саму модель исследовательского поведения участников образовательного процесса (учителей и учащихся). Эти изменения настолько очевидны, что появляется мысль – не теряет ли математическое образование больше, чем приобретает, при переходе от обучения построениям с помощью карандаша и бумаги к обучению с использованием компьютерных программ [47].

Опишем некоторые результаты использования системы динамической геометрии в обучении:

1) Изменение стиля математического мышления учителей и учащихся. В отношении учителей математики этот эффект был зафиксирован исследованиями из Израиля R. Leikin и D.Grossman [64].

2) Отказ учащихся и учителей от обращения к дедуктивному доказательству их-за очевидности наглядных демонстраций, создаваемых средствами СДГ.

Сформулированы требования к результатам обучения математике для основной школы: «Учащиеся должны уметь:

- признавать рассуждения и доказательства, как фундаментальные аспекты математики;

- формулировать и исследовать математические гипотезы;

- выдвигать и оценивать математические аргументы и строить доказательства;

- выбирать и использовать различные типы мышления и методы доказательства» [67].

Разработка методики использования СДГ как средства обучения, в большинстве своём решает возникшую проблему. С описанием одной из таких методик можно ознакомиться в статье испанских ученых R. Marrades и A. Gutierrez [65].

Ее суть состоит в следующем:

- постановка перед учащимися задач на построение в СДГ и исследование, которые не могут быть решены без привлечения теоретических фактов;

- постановка перед учащимися исследовательских задач, компьютерное решение которых приводит учащихся к различным результатам;

- предъявление к учащимся требований обосновывать правильность построений, объяснять экспериментально установленные факты.

3) Утрата навыков визуального мышления при постоянном обращении к динамическим листам с готовыми чертежами как к средству постановки и сопровождения решения задач. Термин «визуальное мышление» был введен в научный оборот американским психологом Рудольфом Арнхеймом в 1969 году [63], для обозначения невербального мышления, в процессе которого информация получается только от зрительных каналов восприятия. Арнхейм раскрыл особенности визуальных (зрительных) операций мышления и дал объяснение терминам «геометрическое видение» и «интуиция».

В отношении использования СДГ в учебном процессе сложились две диаметрально противоположные теории:

- привлечение СДГ так же вредно для развития воображения и визуального мышления, как и использование калькуляторов для формирования у обучающихся вычислительных навыков [68]:

- СДГ является уникальным средством активизации и развития компонентов визуального мышления, существенно обогащает спектр эвристик, доступных учащимся [66].

А.В.Осин отмечает, что системы динамической геометриипо-другому называют «интерактивная геометрическая среда». Программные продукты этого класса обладают уникальными возможностями для обеспечения активного взаимодействия пользователя с контентом, поддерживая таким образом наивысший исследовательский уровень интерактивности по предложенной шкале А.В.Осина [28].

В нашей стране разработаны методические основы применения систем динамической геометрии: «Математический конструктор», «Живая математика», «GeoGebra», отвечающих требованиям ФГОС общего образования.

Для занятий по материалам курса по выбору была выбрана программа «Живая Математика». Она представляет собой виртуальный геометрический конструктор, позволяющий создавать динамические чертежи, то есть чертежи, которыми можно манипулировать: перемещать, деформировать, изменять взаимное расположение составных частей, двигая независимые точки чертежа.

Программа существует в версиях и под операционную систему «Windows», и под операционную систему «Mac OS». Различия минимальны и касаются лишь интерефейса. Кроме того, предполагается, что учащиеся обеспечены выходом в интернет и используемый браузер поддерживает показ видео - роликов в формате mov, flash-роликов и java-апплетов.

Учебно-методический комплекс (УМК) «Живая Математика» сформирован на основе программы Geometry's Sketchpad (*Живая Математика*), переведенной на русский язык и адаптированной Институтом новых технологий. Комплект был поставлен в некоторые школы Российской Федерации в рамках Приоритетного национального проекта образования (ПНПО).

С помощью программы «Живая математика» можно построить современный компьютерный чертеж, который имеет очень важное свойство в отличие от традиционного чертежа, построенного на бумаге – это скорость построения и дмнамичность. Программа «Живая математика» позволяет значительно экономить время, но самое главное: чертёж, построенный с помощью программы, можно тиражировать, деформировать, перемещать и видоизменять. Элементы чертежа легко измерить компьютерными средствами, а результаты этих изменений допускают дальнейшую компьютерную обработку.

При работе в рамках программы «Живая математика» каждая обсуждаемая фигура изображается на экране монитора. При решении задач учащиеся могут выполнять задание на чертеже, приложенном к программе, а могут создавать собственные чертежи и сверять свои построения с образцом. Если же работа происходит в классе, оснащенном только одним компьютером и проектором, ученикам можно предложить выполнить решение в тетради, пользуясь при этом указаниями и подсказками, данными в задачах, и сверить свои построения с образцом.

Рассмотрим задачу на выдвижение гипотезы.

Например, рассматрим задачу: «Какая фигура получится, если последовательно соединить середины сторон произвольного четырёхугольника?»

Опишем последовательность работы:

1) предлагаем обучающимся построить произвольные четырёхугольники, причём как выпуклые, так и невыпуклые;

2) используя команду «Середина», меню «Измерения», строим середины всех сторон четырёхугольника, последовательно их соединяем;

3) анализируем особенности полученной фигуры; возможно, уже на этом этапе обучающиеся выдвинут предположения, что данная фигура является параллелограммом;

4) предлагаем проверить сохранение свойств внутренней фигуры при любой форме внешнего четырёхугольника – потянем туда-сюда вершины исходной фигуры;

5) для уточнения предположения с помощью меню «Измерения» вычисляем величины отдельных элементов внутренней фигуры и снова изменяем исходную фигуру, наблюдая, что происходит с измерениями;

6) окончательно формулируем гипотезу и доказываем

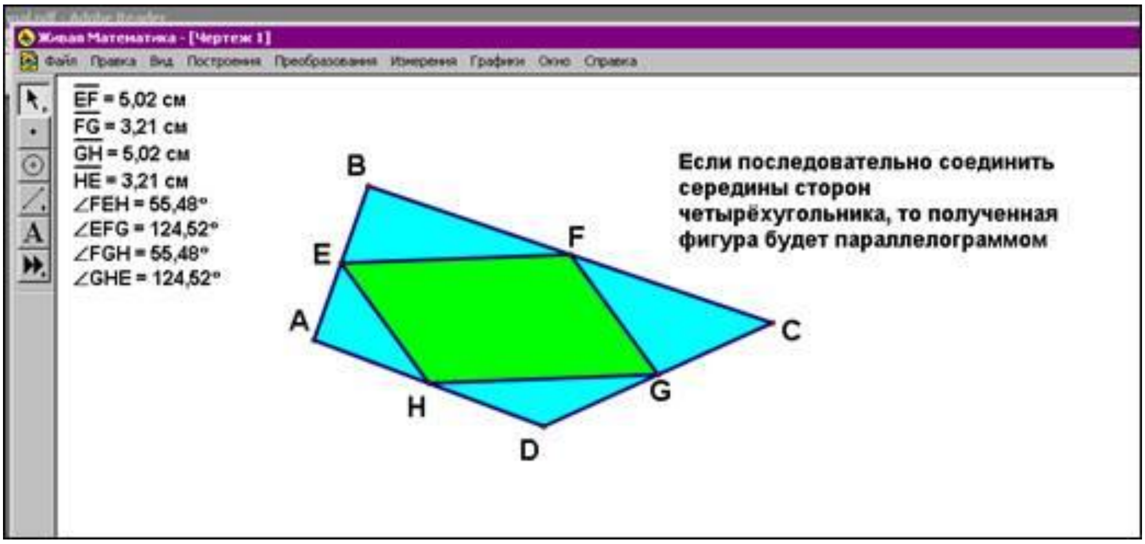


Рисунок 2 - Иллюстрация решения задачи на выдвижение гипотезы.

Рассмотрим решение задачи, которая трудна для учащихся при использовании листа бумаги и чертёжных инструментов, но становится увлекательной и понятной, если используется СДГ «Живая математика»

Например, при изучении темы «Площадь трапеции» рассматривается задача: «Площади каких трапеций равны полупроизведению их диагоналей?».

Программа «Живая математика» позволяет сначала увидеть такую трапецию, а затем установить её свойства и сделать вывод.

Опишем последовательность работы:

1) строим любую трапецию;

2) через команду «Площадь», меню «Измерения» вычисляем площадь трапеции;

3) через встроенный калькулятор меню «Измерения» вычисляем величину, равную полупроизведению диагоналей;

4) двигаем вершины трапеции, добиваясь равенства величин, вычисленных в пунктах (2) и (3);

5) анализируем особенности трапеции, для которой равенство выполняется, выдвигаем предположение: угол между диагоналями прямой;

6) проверяем предположение: с помощью меню «Измерения» вычисляем угол между диагоналями.

При необходимости корректируем чертёж, двигая вершины трапеции, и формулируем ответ на вопрос задачи (рис. 3).

Рисунок 3 - Иллюстрация решения задачи.

Таким образом, созданные и апробированные системы динамической геометрии дают большие возможности для решения задач на построение, например с помощью программы «Живая математика», что позволяет использовать эту программу как средства решения задач на построение в проектируемом курсе по выбору «Задачи на построение» с использованием системы динамической геометрии «Живая математика»

Выводы по первой главе

В процессе решения задачи на построение создаётся фигура – ответ в задаче. Алгоритм решения задачи на построение, состоящий из четырех шагов (анализ, построение, доказательство, исследование), является хорошей базой для дальнейшего решения исследовательских задач.

В процессе исследования проведен анализ учебников по математике и геометрии основной школы, который показал, не достаточно высокий процент задач на построение в 7-9 классах.

Умение выполнять геометрические построения является важным условием дальнейшего успешного обучения решению задачна посроение в различных образовательных областях, поэтому важно обратить внимание на содержание и методы их решения, а также на технику выполнения построения.

Рассмотрены возможности программы «Живая математика», которые будут использованы на занятиях курса по выбору, программа которого будет описана в следующей главе.

ГЛАВА II. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ КУРСА ПО ВЫБОРУ «ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ» С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СИСТЕМЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ «ЖИВАЯ МАТЕМАТИКА»

2.1 Методические особенности создания курса по выбору

Ознакомившись с ФГОС ООО, отмечаем, в п. 10. говорится, что «курсы по выбору обучающихся, предлагаемые организацией, осуществляющей образовательную деятельность» предполагают «изучение дополнительных учебных предметов, курсов по выбору обучающихся, что должно обеспечить: удовлетворение индивидуальных запросов обучающихся; общеобразовательную, общекультурную составляющую при получении среднего общего образования; развитие личности обучающихся, их познавательных интересов, интеллектуальной и ценностно-смысловой сферы; развитие навыков самообразования и самопроектирования; углубление, расширение и систематизацию знаний в выбранной области научного знания или вида деятельности; совершенствование имеющегося и приобретение нового опыта познавательной деятельности, профессионального самоопределения обучающихся [3].

Результаты изучения дополнительных учебных предметов, курсов по выбору обучающихся должны отражать:

1) развитие личности обучающихся средствами предлагаемого для изучения учебного предмета, курса: развитие общей культуры обучающихся, их мировоззрения, ценностно-смысловых установок, развитие познавательных, регулятивных и коммуникативных способностей, готовности и способности к саморазвитию и профессиональному самоопределению;

2) овладение систематическими знаниями и приобретение опыта осуществления целесообразной и результативной деятельности;

3) развитие способности к непрерывному самообразованию, овладению ключевыми компетентностями, составляющими основу умения: самостоятельному

приобретению и интеграции знаний, коммуникации и сотрудничеству, эффективному решению (разрешению) проблем, осознанному использованию информационных и коммуникационных технологий, самоорганизации и саморегуляции;

4) обеспечение академической мобильности и (или) возможности поддерживать избранное направление образования;

5) обеспечение профессиональной ориентации обучающихся» [3].

Программа курса по выбору не требует значительной коррекции основной образовательной программы. Для выбора курса необходимо выбрать в программе тему, при изучении которой можно познакомить обучающихся с более подробным, углубленным, применение этой темы для решения теоретических и (или) практических задач определённого вида.

Курсы по выбору предполагают обязательное посещение их занятий, чего не скажешь о факультативах или кружках – там главный принцип добровольности. Одно из достоинств элективных курсов – повышение общего уровня знаний в выбранной области и развитие интереса к предмету.

Курсы по выбору принципиально отличаются от давно существующих в школах факультативов. Факультативный курс – это не обязательный, а только возможный для изучения. Идеология «изучаю – не изучаю» не предполагает, что выбор становится обязательным элементом общего образования. А введение курсов по выбору направлено на решение именно этой задачи [3].

Курсы по выбору реализуются за счет школьного компонента учебного плана, однако по численности не требую массовости (5-15 обучающихся). Каждый обучающийся имеет возможность за два года освоить 5-6 курсов, естественно, учебное заведение должно позаботиться, чтобы был выбор, и количество курсов по выбору должно превышать и перекрывать потребности обучающихся.

Сформулируем основные функции курсов по выбору:

- анализ и пути решения современных проблем;

- погружение в особенности будущей деятельности на профессиональном уровне;

- совершенствование и активное развитие навыков познавательной деятельности;

- углубление и акцентное дополнение предметного образования [19, с. 38].

Всё это накладывает отпечаток на содержание курса по выбору, поэтому к содержанию предъявляются особые требования, описанные в статьях Д.С. Ермаковым: «Содержание должно:

- иметь социальную и личностную значимость, актуальность для обучающихся:

- представлять возможность для выбора индивидуальной образовательной траектории, осознанного профессионального самоопределения;

- обеспечивать условия для внутрипрофильной социализации обучения;

-обладать значительным развивающим потенциалом;

- способствовать развитию интеллектуальных и профессиональных умений и навыков, ключевых компетенций» [19, с. 38-39].

Анализ педагогической, методической литературы, в том числе работы И.А. Муртазина [27], М.Г. Победоносцевой [31], показал, что существует несколько классификаций курсов по выбору:

1. По разрешаемым задачам.

Курсы по выбору призваны:

- оказать помощь старшекласснику в более подробном изучении, помочь увидеть многообразие различных видов деятельности;

- удовлетворить осознанное любопытство обучающихся к определённой области знаний, которая отсутствует в традиционном учебном плане.

- познакомить обучающихся с дополнительными темами и разделами учебной программы, расширяя и углубляя содержание.

Виды курсов по выбору:

- пробные (они похожи на факультативы; программы их ориентированы на различные виды деятельности);

- ориентационные (они преследуют активное погружение в отдельно взятый раздел или тему школьной программы; программы их ориентированы на требования профильной части этих вопросов в материалах ОГЭ и ЕГЭ);

- общекультурные (например, курс по выбору «Фракталы вокруг нас», «Функции в архитектуре»; ориентированы на обучающихся любого профиля);

- углубляющие (на данных курсах по выбору происходит углублённое изучение дополнительного раздела).

2. По связи с предметом - это ещё одна классификация курсов по выбору.

По этому основанию курсы по выбору делятся на предметно-ориентированные (пробные) и межпредметные (ориентационные).

Предметно-ориентированные курсы признаны решать следующие основные задачи:

1) реализация обучающимся потребностей в интеллектуальной сфере через интерес к учебному предмету;

2) создание оптимальных условий для эффективной сдачи экзаменов по выбору по дисциплинам профилирования.

Межпредметные (ориентационные) курсы по выбору предполагают для обучающихся выход за рамки традиционных учебных предметов. Они знакомят учащихся с комплексными проблемами и задачами, требующими синтеза знаний по ряду дисциплин, и способами их разработки в различных профессиональных сферах. Задачи межпредметных курсов по выбору можно обозначить так:

1) создание базы для ориентации учеников в мир современных профессий;

2) ознакомление на практике со спецификой типичных видов деятельности, соответствующих наиболее распространенным профессиям;

3) активизация мотивации к тому или иному профилю.

3. По содержанию.

По содержанию курсы по выбору направлены на:

- углубленное изучение отдельных разделов или тем программы;

- углубленное изучение тем, не входящих в обязательную программу для изучения;

- прикладные курсы по выбору;

- изучение методов решения различных задач, содержащихся в программе и учебниках.

Требования к курсам по выбору:

·- избыточность (курсов должно быть много).

·- кратковременность (6–16 часов).

·- привлекательность содержания, названия.

·- результативность (творческое задание, проект и др.).

·- нестандартность в содержании, структуре, формах проведения.

·- авторство.

Составляя свою программу курса по выбору, будем опираться на рекомендации методистов и педагогов.

По мнению А.Г. Каспржака [23], содержание программы элективного курса должно отвечать следующим критериям:

- позволяет использовать активные формы организации занятий;

- содержит ответ на вопрос: «Почему обучающийся выберет именно этот курс, а не другой? Чем он будет ему полезен, интересен?»;

- активизация положительной мотивации.

Программа курса может быть построена дифференцированно: есть минимально необходимый объём, и есть рост «по потребностям». Курс по выбору не должен дублировать содержание дисциплины. Содержание курса может представлять собой: расширенный, углубленный вариант какого-то раздела базового курса; введение в одну из «сопутствующих» данному предмету наук, профессий [23].

Д.А. Ершов [20] предлагает делить процесс разработки курса по выбору на три последовательных этапа:

1) анализ социальной значимости и формулирование замысла,

2) составление проекта программы, её опроборование,

3) окончательное оформление программы в соответствии с требованием ФГОС, обсуждение и рецензирование программы.

Т.В. Черникова [46] утверждает, что элективные курсы профильного обучения будут привлекательными для старшеклассников в том случае, если:

- фактический материал будет узнаваемым и связанным с реальностью;

- полученные применимы в повседневной жизни;

- проблемный материал, выбранный для изучения, имеет перспективу в будущем;

- станет понятным ранее недоступный для изучения материал;

- повышение общей культуры и навыков делового общения;

- освоение приемов подготовки к сдаче экзаменов в школе, колледже, вузе будет происходить не только параллельно основному содержанию, но и в ходе специальных курсов по психологии и профессиональной ориентации [46].

М.С. Цветкова [45] предлагает активно включать в обучение ИКТ-ресурсы Составляя свою программу курса по выбору, будем опираться на изученные и описанные выше рекомендации методистов и педагогов.

2.2 Педагогическое проектирование курса по выбору «Задачи на построение» с использованием системы динамической геометрии «Живая математика»

Пояснительная записка

Математическое образование вносит свой вклад в формирование общей культуры человека. Курс по выбору с использованием программы «Живая математика» рассчитана на учащихся девятых классов, интересующихся геометрией и желающих повысить свой математический уровень. Курс является частью интеллектуально-познавательного направления дополнительного образования и расширяет содержание программ общего образования.

Программа курса сочетается с любым УМК, рекомендованным к использованию в образовательном процессе. Программа курса согласована с требованиями государственного образовательного стандарта и содержанием основных программ курса математики основной школы.

Курс по выбору «Задачи на построение с использованием системы «Живая математика» позволит систематизировать и углубить знания учащихся по различным разделам курса математики основной школы (геометрии). В данном курсе также рассматриваются нестандартные задания, выходящие за рамки школьной программы. Знание этого материала и умение его применять в практической деятельности позволит школьникам решать разнообразные задачи различной сложности и подготовиться к успешной сдаче экзамена в новой форме итоговой аттестации.

Каждое занятие, а также все они в целом направлены на то, чтобы развить интерес школьников к предмету, познакомить их с новыми идеями и методами, расширить представление об изучаемом в основном курсе материале, а главное, рассмотреть интересные задачи.

Цель курса: систематизация знаний и способов деятельности учащихся по геометрии за курс основной школы.

Задачи курса:

- обучающие: познакомиться с методами решения задач на построение и научиться применять их в процессе решения конкретных задач;

- развивающие: развивать навыки решения задач на построение; развивать пространственные представления; развивать алгоритмическое мышление и речь; развивать навыки работы с компьютерными программами;

- воспитательные: формировать умение слушать и вступать в диалог; развивать умение осознанно строить речевое высказывание в устной и письменной форме.

Функции курса: совершенствование навыков познавательной, организационной деятельности; компенсация недостатков ЗУН по геометрии в процессе решения задач на построение.

Предлагаемая программа является органическим продолжением курса «Геометрии» для 7-9 классов общеобразовательной школы. Она построена на основе современных принципов и требований ФГОС ООО [3]. Теоретической базой данного курса являются утверждённые ФГОС программы [2] и учебники из федерального перечня учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования [4] авторов и авторских коллективов: Л.С Атанасян [50], А.А. Берсенева [52], В.Ф. Бутузова [53], С.А. Козловой [56], А.Г. Мерзляк [57, 58], А.В. Погорелова [59], И.М.Смирновой, В.А. Смирнова [60, 61], И.Ф Шарыгина [62].

В результате изучения элективного курса обучающийся должен правильно и решать задачи на построение, используя различные методы.

В процессе изучения элективного курса, обучающиеся познакомятся и будут иметь возможность освоить новые методы решения геометрических задач на построение.

Данная программа имеет цель:

- познакомить обучающихся с новыми методами решения задач на построение;

- познакомить с особенностями использования программы «Живая математика» для решения задач на построение;

- дать возможность учителю, пользуясь методическими рекомендациями программы и подобранным комплексом задач, организовать продуктивную образовательную деятельность по решению задач на построение.

Курс является открытым. В него можно добавлять новые фрагменты, развивать тематику или заменять какие-либо разделы другими.

Изложение материала может осуществляться с использованием традиционных словесных и наглядных методов: рассказ, беседа, демонстрация видеоматериалов, наглядного материала, различного оборудования.

В структуре изучаемой программы выделяются следующие основные разделы:

- метод геометрических мест точек (ГМТ) или метод пересечений;
- метод преобразований;
- алгебраический метод.

На занятиях курса предлагается использовать следующие ***формы обучения,*** способствующие решению поставленных целей и задач:

- лекция;
- мозговой штурм;
- групповая, индивидуальная работа;
- создание и реализация проблемной ситуации;
- практикумы по решению задач;
- использование различных типов самопроверки и взаимопроверки.

Программа адресована обучающимся 9-го класса, а также может быть частично использована в 8 классе.

Таблица 2 - Инструментарий для оценивания результатов

Оценка	***Критерии оценивания***	
	Теория	***Практика***
5 (отлично)	Предложенный метод (технология, алгоритм) решения задачи освоен в полном объёме.	Решены правильно 100% предложенных для самостоятельного решения задач.
4 (хорошо)	Предложенный метод (технология, алгоритм) решения задачи в основном освоен.	Решены правильно 70% предложенных для самостоятельного решения задач.
3 (удовл.)	Предложенный метод (технология, алгоритм) решения задачи освоен частично.	Решены правильно 50% предложенных для самостоятельного решения задач.
2 (неудовл.)	Предложенный метод (технология, алгоритм) решения задачи не освоен.	Не решены правильно все предложенные для самостоятельного решения задачи.

Формы контроля:

- входящий контроль в виде заданий, актуализирующих соответствующие знания;
- текущий контроль после прохождения каждого типа задач;
- рубежный контроль - выполнение проверочных работ в формате ОГЭ;
- итоговый контроль в виде зачета в письменной форме или накопительного рейтинга выполненных работ.

Содержание курса

Тема 1. Метод геометрических мест точек (ГМТ) или метод пересечений (5 часов). Знакомство с методом ГМТ. Основные геометрические места точек на плоскости. Практикум по решению задач.

Тема 2. Метод преобразований (7 часов). Знакомство с методом преобразований. Метод параллельного переноса. Метод осевой симметрии. Метод центральной симметрии. Метод гомотетии. Метод поворота. Практикум по решению задач.

Тема 3. Алгебраический метод (4 часа). Знакомство с алгебраическим методом. Формулы для построения отрезов. Практикум по решению задач алгебраическим методом.

Итоговый зачёт (1 час).

Таблица 3 - Календарно-тематическое планирование

№ п\п	***Тема***	***Количество часов***	***Форма проведения занятия***	***Форма контроля***
Тема 1. Метод геометрических мест точек (ГМТ) или метод пересечений		**5**		
1.	Знакомство с методом ГМТ	1	Интерактивная лекция Коллективная работа	Входящий контроль
2.	Основные геометрические места точек на плоскости	1	Создание проблемной ситуации Групповая работа	Текущий контроль
3.	Основные геометрические места точек на плоскости	1	Создание проблемной ситуации	Текущий контроль

			Групповая работа	
4.	Практикум по решению задач	1	Индивидуальная работа	Текущий контроль
5.	Практикум по решению задач	1	Самостоятельная работа	Рубежный контроль
Тема 2. Метод преобразований		**7**		
6.	Знакомство с методом преобразований	1	Интерактивная лекция Коллективная работа	Входящий контроль
7.	Метод параллельного переноса	1	Создание проблемной ситуации Групповая работа	Текущий контроль
8.	Метод осевой симметрии	1	Мозговой штурм Групповая работа	Текущий контроль
9.	Метод центральной симметрии	1	Создание проблемной ситуации Групповая работа	Текущий контроль
10.	Метод гомотетии	1	Мозговой штурм Групповая работа	Текущий контроль
11.	Метод поворота	1	Мозговой штурм Групповая работа	Текущий контроль
12.	Практикум по решению задач	1	Самостоятельная работа	Рубежный контроль
Тема 3. Алгебраический метод		**4**		
13.	Знакомство с алгебраическим методом	1	Интерактивная лекция Коллективная работа	Входящий контроль
14.	Формулы для построения отрезов	1	Создание проблемной ситуации Групповая работа	Текущий контроль
15.	Практикум по решению задач алгебраическим методом	1	Индивидуальная работа	Текущий контроль
16.	Практикум по решению задач алгебраическим методом	1	Самостоятельная работа	Рубежный контроль
17. Итоговый зачёт		**1**	Зачёт	Итоговый контроль
	Всего часов:	**17**		

2.3 Методические рекомендации по решению задач

Технология решения задач на построение была описаны в п.1.1.

Обеспечение максимальной самостоятельности обучающих при решении задач на построение, требует от учителя высокого мастерства. Определим ещё некоторые рекомендации.

1. Неназойливая подсказка учителя блестящей идеи по решению предложенного задания может оказать обучающемуся неоценимую помощь в его математическом росте.

2. Умение находить вспомогательные задания. Большую пользу окажет учитель обучающемуся, если научит его испытывать радость от решённого задания, научит его с помощью вспомогательных заданий, наводящих вопросов, доходит до истины своих суждений.

3. Больше внимания и времени уделять на практическую часть. Полезно предлагать задания с небольшими изменениями в условиях, чтобы обучающийся детально изучил предыдущее решенное задание, на основе этого сам дошел до окончательных результатов предложенного нового варианта. Будет полезным предложить обучающемуся самому придумывать похожие и не совсем похожие задания, чтобы он еще раз закрепил найденные способы решения, возможно, нашел еще более рациональный способ достижения конечного результата.

4. Важно не только решить задачу на построение, полезно анализировать пути решения, заняться еще более интересным занятием - конструированием. Анализируя решения, будет полезным сопоставить его с ранее решенными задачами, найти их взаимосвязь и принципиальное отличие, обобщить и сделать выводы.

5. Обсуждая найденные решения, закрепляя приемы и методы решения, находя новые способы, выявляя условия применения данных приемов и методов, школьник приобретает опыт практического действия, который обеспечит ему успешное обучение в будущем.

6. Решение задач на построение сопровождается записью, т.е. оформлением решения. При этом учитель должен обращать внимание обучающихся на

математически грамотное оформление решения. Все записи должны выполняться четко, в полном объеме.

7. Рассмотрим методы решения задач на построение.

К основным методам решения задач на построение, изучаемых в основной школе, относятся: метод геометрических мест; методы геометрических преобразований; метод центральной симметрии; метод осевой симметрии; метод параллельного переноса; метод поворота; метод подобия; алгебраический метод.

8. Приведём примеры решения некоторых задач, которые можно использовать при подготовке к занятиям курса по выбору.

Задания для Темы 1. Метод геометрических мест точек (ГМТ) или метод пересечений.

Задача 1. Найдите геометрическое место точек, равноудаленных от концов данного отрезка.

Решение. Пусть дан отрезок AB.

Его середина M равноудалена от A и B (рис. 4).

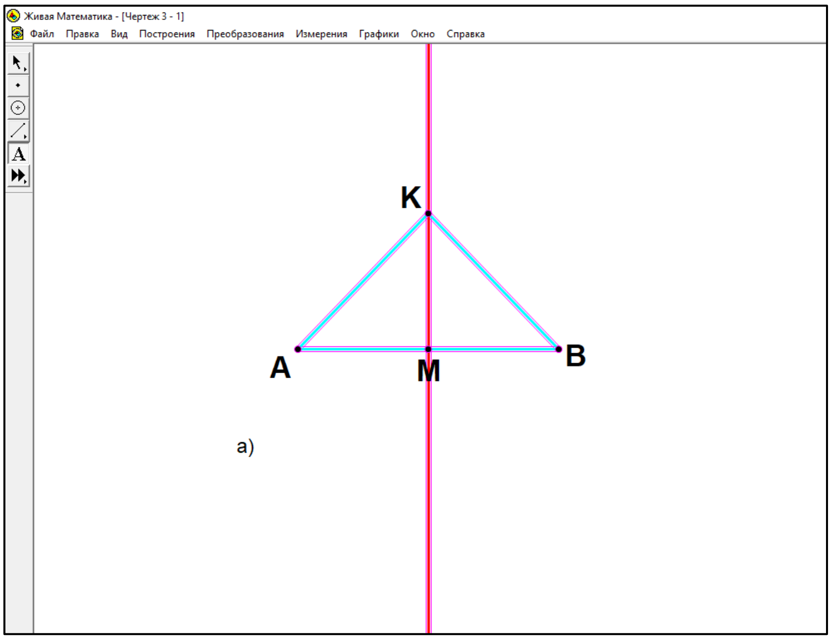


Рисунок 4 – Иллюстрация к задаче.

Проведем прямую МК, перпендикулярную к АВ. Каждая ее точка К, отличная от М, также равноудалена от точек А и В, ибо ΔКАМ = ΔКВМ. Следовательно, КА = КВ.

Если же точка Р не лежит на прямой МК, она не может быть равноудаленной от А и В (рис. 5).

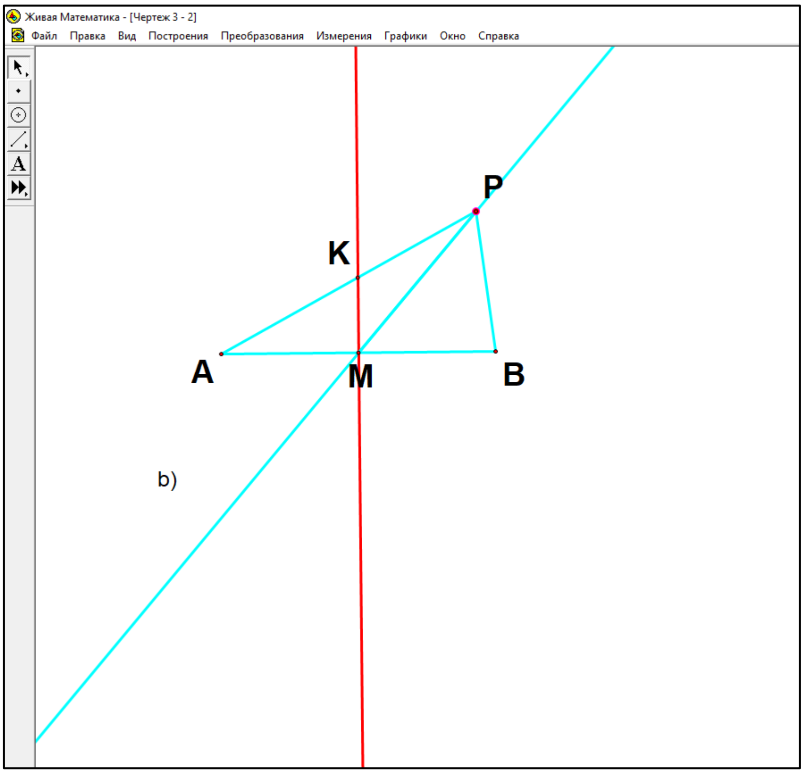


Рисунок 5 – Иллюстрация к задаче.

Действительно, из предположения, что РА = РВ, следует перпендикулярность прямых РМ и АВ, так как медиана РМ равнобедренного треугольника РАВ является его высотой. Тогда сумма двух прямых углов РАО и КМА не равнялась бы 180°. Этого не может быть. Следовательно, вне прямой МК не существует точки, равноудаленной от точек А и В.

Таким образом, каждая точка прямой МК равноудалена от точек А и В, а точка, которая не лежит на прямой МК, не может быть равноудаленной от точек А и В.

Прямую, проходящую через середину отрезка перпендикулярно к нему, называют серединным перпендикуляром к данному отрезка. Из предыдущих рассуждений вытекает следующее утверждение.

Геометрическим местом точек, равноудаленных от концов отрезка является его серединный перпендикуляр.

Задача 2. Найдите геометрическое место точек, находящихся на расстоянии r от данной точки.

Решение. Пусть дана точка и число r. Проведем отрезок от точки равный числу r, затем проведем окружность радиус которой равен отрезку (рис. 6).

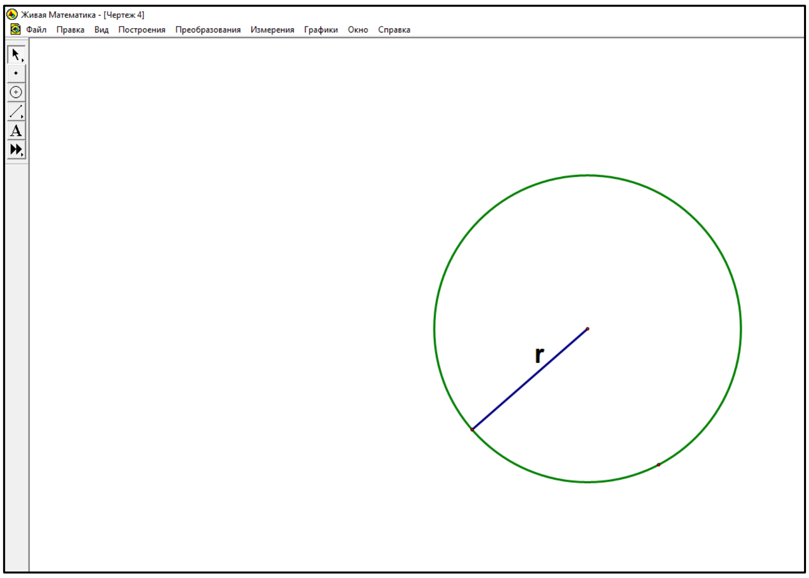


Рисунок 6 – Иллюстрация к задаче.

Геометрическим местом точек, находящихся на данном расстоянии от данной точки, является окружность с центром в данной точке и радиусом, равном данному отрезку**.**

Задача 3. Докажите, что геометрическое место точек, удаленных от данной прямой на расстояние h, состоит из двух прямых, параллельных данной и отстоящих от нее на h.

Решение. Расстояние от прямой до некоторой точки – это есть перпендикуляр к этой прямой через эту точку. Докажем, что любая точка, удаленная от a на h лежит либо на c, либо на b.

Пусть точка D не лежит ни на b, ни на c, и расстояние от D до точки A на прямой равно h. Тогда DA=h и AD⊥a. Но CA так же равно h и CA⊥a (рис. 7).

Следовательно, точки C и D либо совпадают, либо противоположны относительно прямой a. То есть точка D лежит на прямой b или на c.

Геометрическим местом точек, удаленных на расстояние h от данной прямой в выбранной полуплоскости, является прямая, параллельная данной и находящаяся на расстоянии h от нее.

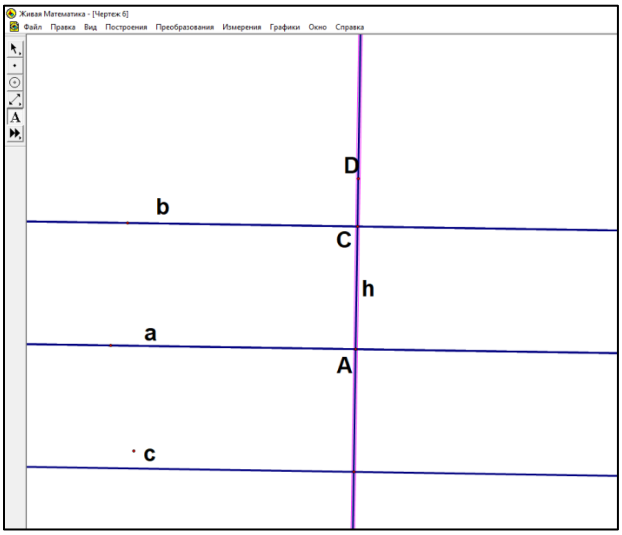


Рисунок 7 – Иллюстрация к задаче.

Задача 4. Постройте геометрическое место точек, равноудаленных от двух параллельных прямых.

Решение. Пусть заданы прямые a||b, тогда геометрическим местом точек равноудалённых от данных параллельных прямых будет прямая, параллельная данным и находящаяся на одинаковом расстоянии от каждой из них (посередине) (рис. 8).

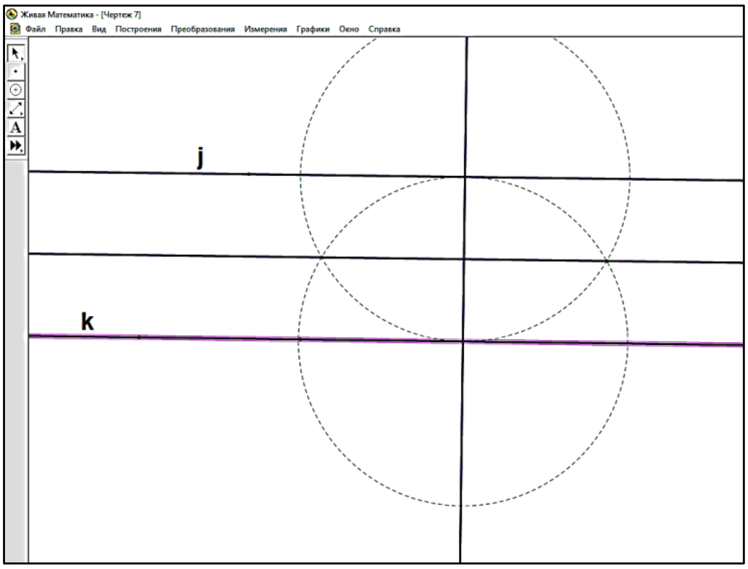


Рисунок 8 – Иллюстрация к задаче.

Построим прямую перпендикулярную данным, и из точек пересечения проведем окружности одинакового радиуса. Очевидно, что точки пересечения окружностей равноудалены от двух данных прямых, и совокупность таких точек образует прямую линию.

Задача 5. Доказать, что биссектриса угла есть геометрическое место точек, равноудаленных от его сторон.

Решение. Построим CD⊥BC, AD⊥BA

BD-биссектриса ⇒∠CBD=∠ABD⇒∆BCD=∆BAD⇒AD=CD (рис. 9.)

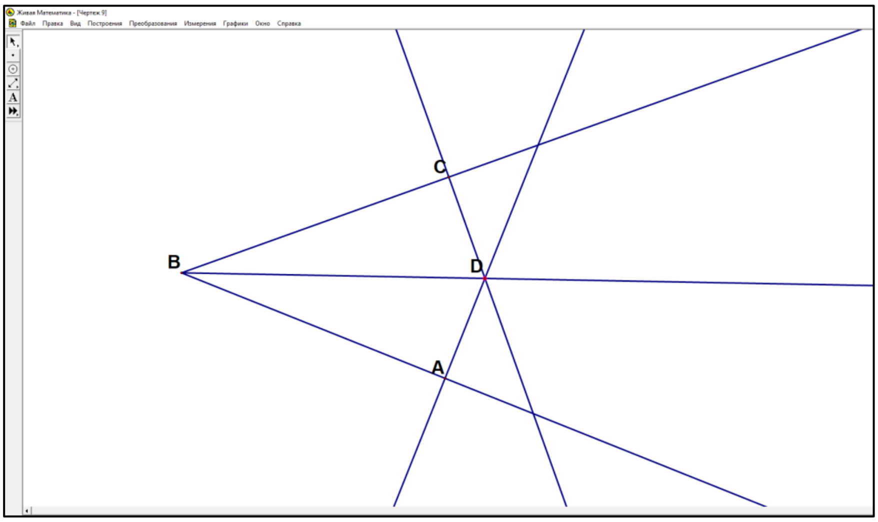


Рисунок 9 – Иллюстрация к задаче.

Задача 6. Найти геометрическое место точек, из которых данный отрезок АВ виден под данным углом a

Решение на рис. 10.

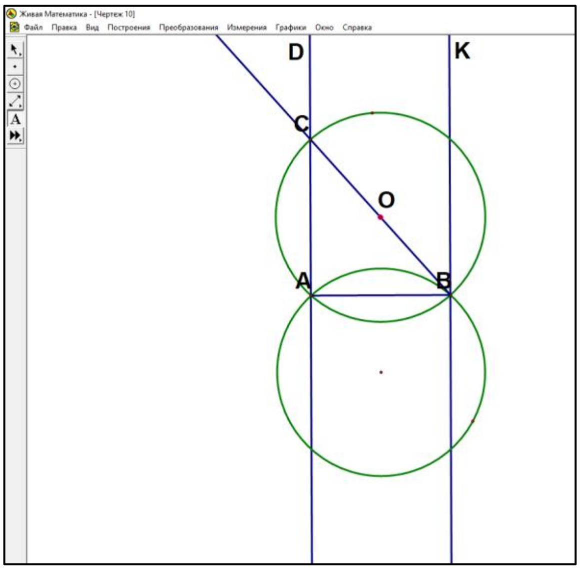


Рисунок 10 – Иллюстрация к задаче.

Задания для Темы 2. Метод преобразований

Задача 7. (параллельный перенос) Даны окружность и прямая l. На окружности даны две точки А и В. Найти на окружности такую точку М, чтобы прямые МА и МВ пересекали l в точках К и N таким образом, что KN=a, где а - заданный отрезок.

Решение. Построим точку А' так, чтобы NKAA' был параллелограммом (А' получается из А при помощи известного параллельного переноса). Поскольку $\angle$BNA' $=\angle$BMA, а последний известен, то точка N находится как пересечение l с соответствующим геометрическим местом точек. Следует также рассмотреть случай расположения точки М на другой дуге АВ (рис. 11).

Задача 8. (осевая симметрия) Даны прямая l и две точки P и Q по одну сторону от нее. Построить на прямой l точку R так, чтобы $\Delta\, PQR$ имел наименьший периметр.

Решение. Анализ. Пусть точка R построена.

Тогда $p = PQ + PR + RQ = \min \Leftrightarrow PR + RQ = \min$ (PQ – const).

Если $Q\,' = S_l\,(Q)$, то $RQ = RQ'$.

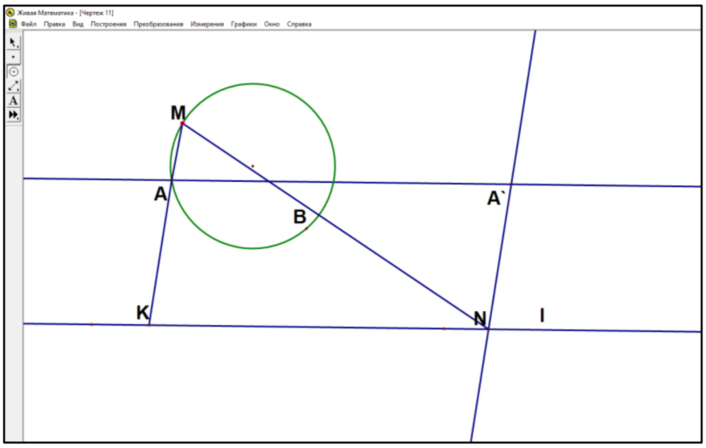


Рисунок 11 – Иллюстрация к задаче.

Поэтому $PR + RQ = \min \Leftrightarrow PR + RQ' = \min$. (рис. 12).

Сумма этих двух отрезков будет минимальной тогда и только тогда, когда все три точки P, R и Q′ будут лежать на одной прямой, т.е. при $R \in PQ'$.

Построение.

1) $Q' = S_l(Q)$.

2) $R = l \cap PQ'$.

3) ΔPQR- искомый.

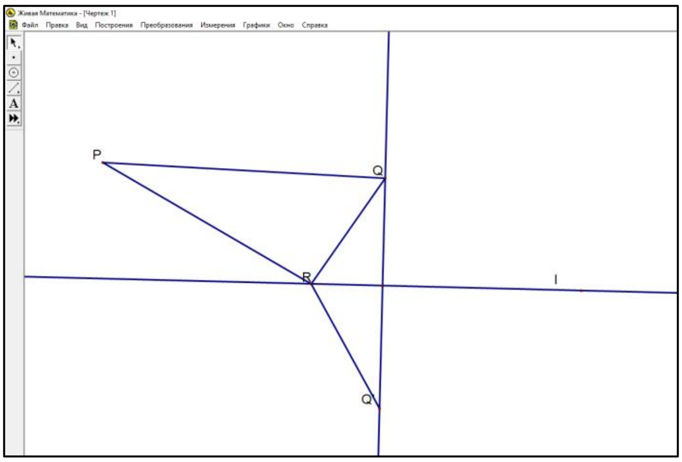


Рисунок 12 – Иллюстрация к задаче.

Задача 9. (центральная симметрия) Даны прямые a, b и точка O. Построить на данных прямых точки X и У, симметричные относительно данной точки.

Решение. Пусть X ∈a, У∈b, где Z_0(X) =У. Так как X∈ a, то Y ∈ a'. Отсюда следует, что точка У есть точка пересечения прямых a' и b. Чтобы построить точку У, надо построить прямую a' =Z_0(a). Для этого на прямой a произвольно возьмем точку A и найдем ее образ A'. По свойству центральной симметрии прямые a и a' параллельны (рис. 13)

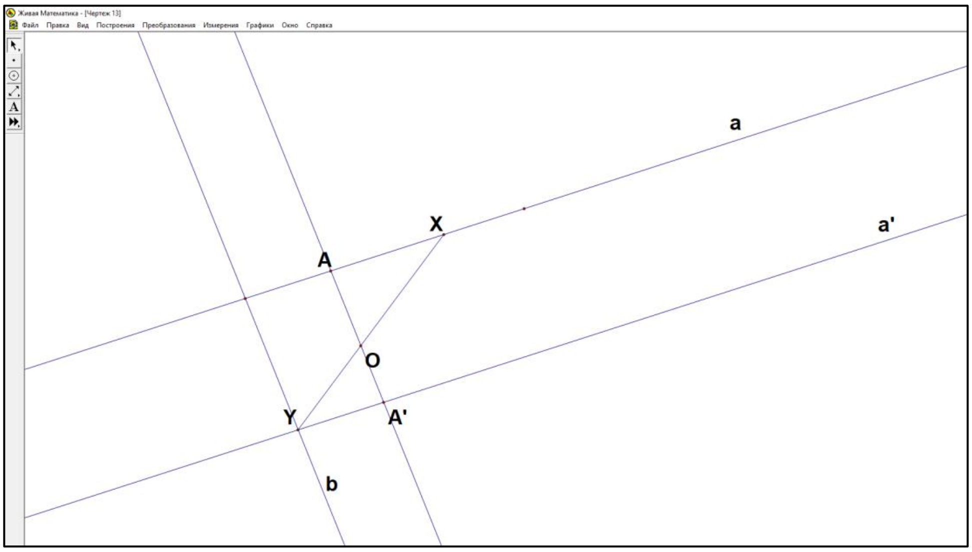


Рисунок 13 – Иллюстрация к задаче.

Задача 10. (гомотетия) Дан угол ABC и внутри него точка M. Провести через точку M прямую так, чтобы отрезок ее, заключенный внутри угла ABC, делился точкой M в отношении 1 : 2.

Решение. Пусть отрезок KD искомый, т.е. KM : MD = 1:2

Тогда гомотетия с центром в точке M и коэффициентом к $=-\frac{1}{2}$ отобразит точку D на точку K. Так как D∈BC, то K∈B'C', где луч B'C' есть образ луча BC при гомотетии с центром в точке M и коэффициентом к $=-\frac{1}{2}$. Следовательно, K есть точка пересечения лучей BA и B'C' (рис. 14.)

Построив точку K, найдем на луче BC точку D, являющуюся прообразом точки K. при гомотетии $H_M^{-\frac{1}{2}}$.

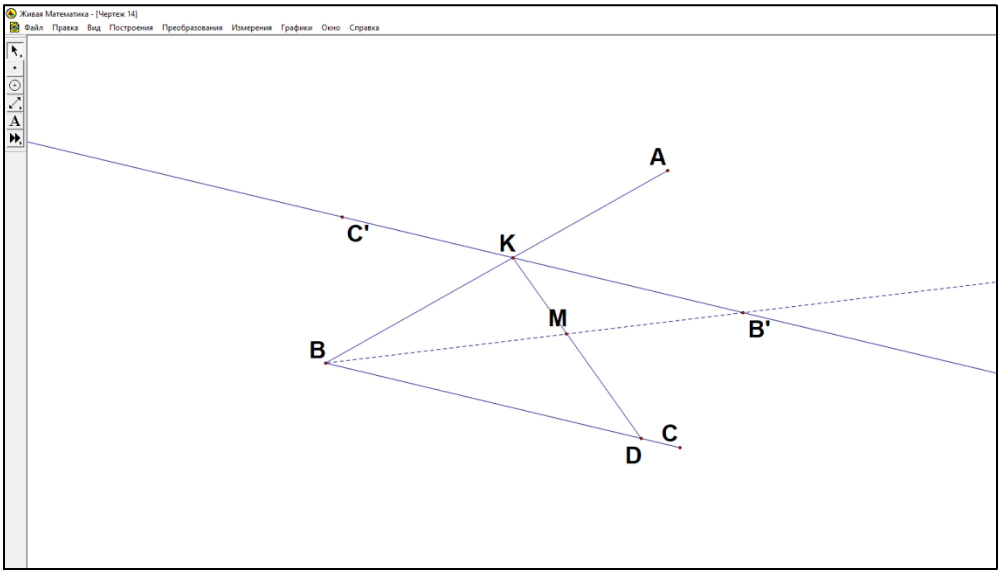


Рисунок 14 – Иллюстрация к задаче.

Задача 11. (поворот) Земельный участок квадратной формы был огорожен. От изгороди сохранились два столба на параллельных сторонах квадрата. Кроме того, остался столб в центре квадрата. Требуется восстановить границу участка.

Анализ. Пусть ABCD - искомый квадрат, O - его центр, M - и N - данные точки соответственно на сторонах AB и CD .

Если повернуть квадрат на около его центра O, то точка M займёт некоторое положение M` на стороне CD, а точка N - некоторое положение N` на AB. После этого нетрудно уже восстановить искомый квадрат.

Построение.

1) Строим точку M`, симметричную M относительно O, и точку N`, симметричную N относительно O (рис. 15)

2) Строим прямые MN` и NM`.

3) Повернём построенные прямые около точки O .Четыре построенные прямые ограничивают новый квадрат.

Исследование. По смыслу задачи невозможен случай, когда точки M и N располагаются с точкой O на одной прямой, но не симметричны относительно O. Если точки M и N симметричны относительно O, то задача становится неопределённой. В остальных случаях задача имеет единственное решение.

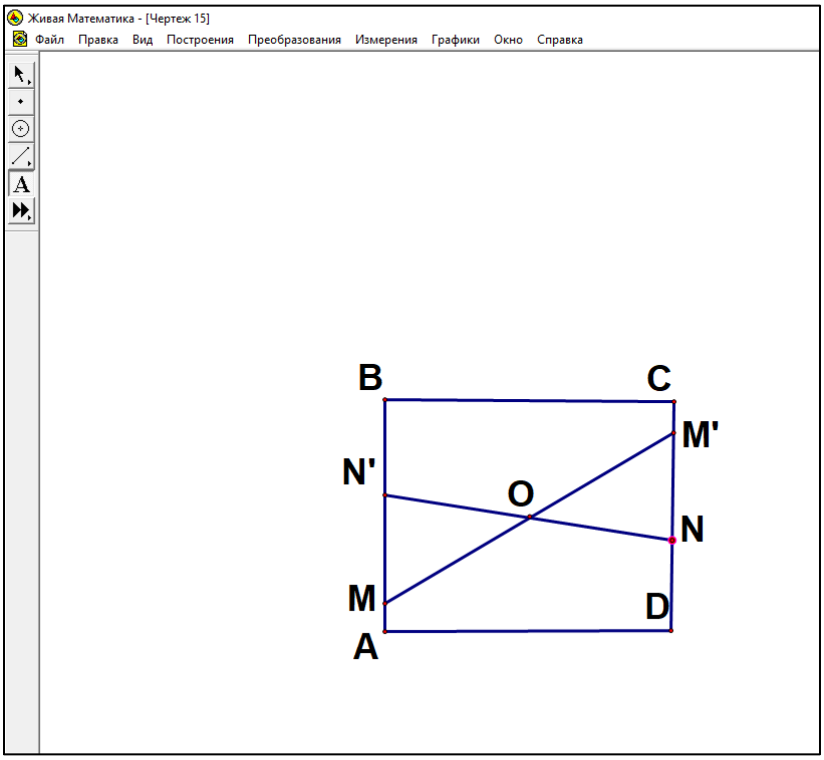


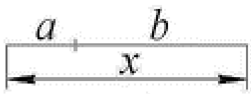
Рисунок 15 – Иллюстрация к задаче.

Задания для Темы 3. Алгебраический метод.

В школьном курсе геометрии рассматривается построение отрезков, длина которых *x* выражается через длины данных отрезков *a, b, c* следующими формулами:

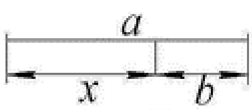
1. $x = a + b$.

Задача 12.



2. $x = a – b, (a > b)$.

Задача 13.



3. $x = \frac{p}{q}a$ $(p \in N, q \in N)$.

Задача 14. На рисунке 16 отрезок $OA = a$, $OB_1 = p$, $OB = q$,

B_1A_1 параллельно BA, тогда; $OA_1 = \frac{p}{q} a$

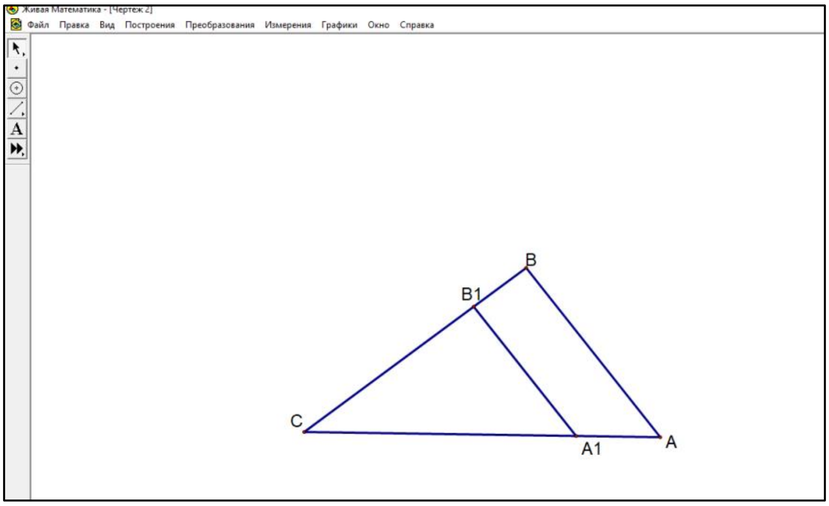


Рисунок 16 – Иллюстрация к задаче.

4. $x = \frac{ab}{c}$ (построение четвертого пропорционального).

Задача 15. На рисунке17 отрезок $OA = a$, $OC = c$, $OB = b$, AX параллельно BC, тогда $OX = \frac{ab}{c}$

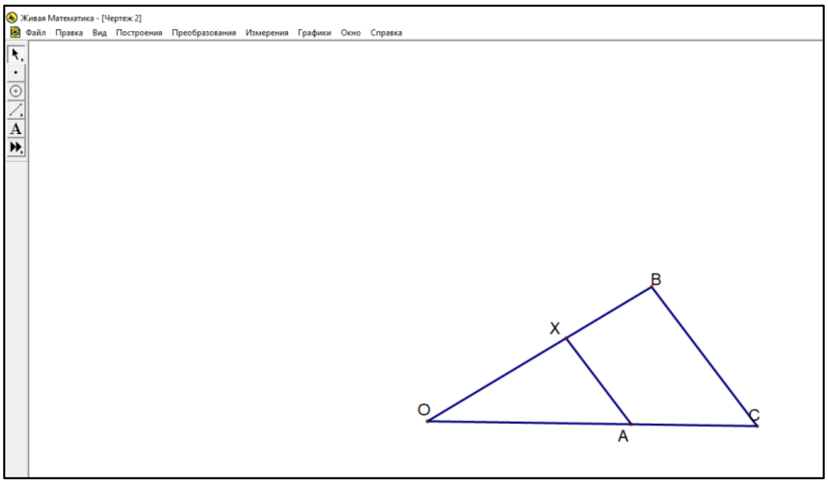


Рисунок 17 – Иллюстрация к задаче.

Задача 16. Даны три отрезка *a, b, c*. Построить такой отрезок *x,* что $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$

Решение. Возьмем любой угол O (рис. 18). На одной стороне угла отложим отрезки $OA = a$ и $OC = c$, а на другой — отрезок OB-b

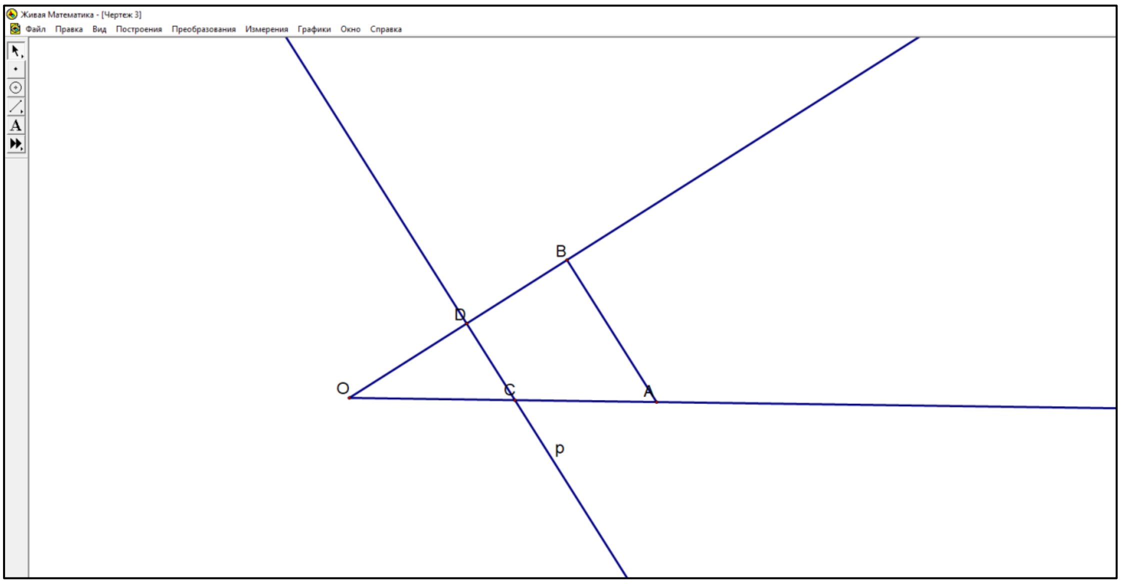


Рисунок 18 – Иллюстрация к задаче.

Через точку C проведем прямую $p||AB$. Она пересечет луч OB в точке D. Докажем, что OD - искомый отрезок x. Треугольники OAB и OCD подобны. Поэтому $\frac{\mathrm{OA}}{\mathrm{OC}} = \frac{\mathrm{OB}}{OD}$, т.е. $OD = x$.

В частном случае эта задача позволяет разделить отрезок на n равных частей. Обозначим данный отрезок через b (рис. 19). Возьмем любой отрезок *c,*

и пусть $a = nc$

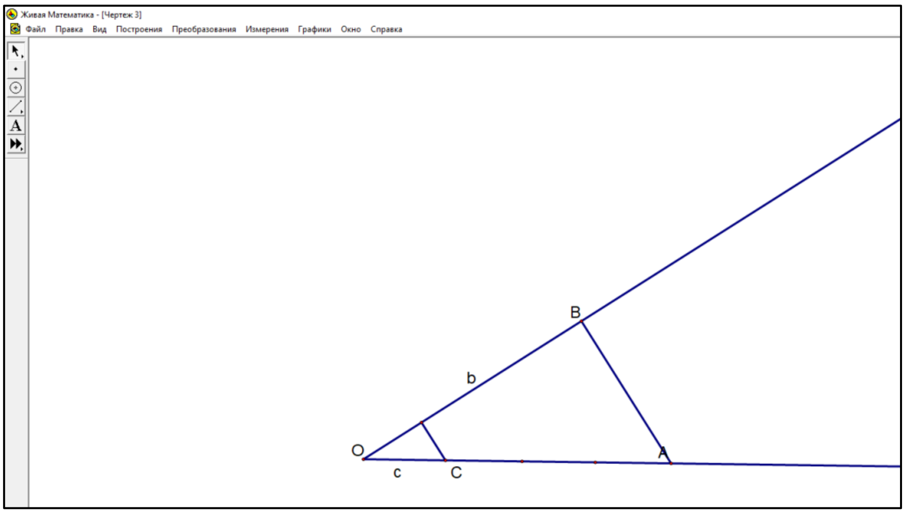


Рисунок 19 – Иллюстрация к задаче.

Поскольку $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$, то $x = \frac{b}{a}\mathrm{c} = \frac{b}{nc}c = \frac{1}{n}b$.

5. $x = \sqrt{ab}$ (построение среднего пропорционального отрезка между двумя данными отрезками).

Построение (рис. 20).

1) $AB = a + b$, где $AC = a$, $CB = b$.

2) $AO = OB$.

3) Полуокружность $\omega(O, OA)$.

4) $CD \perp AB$.

5) $D = CD \cap \omega$.

6) $CD = \sqrt{ab}$ - искомый.

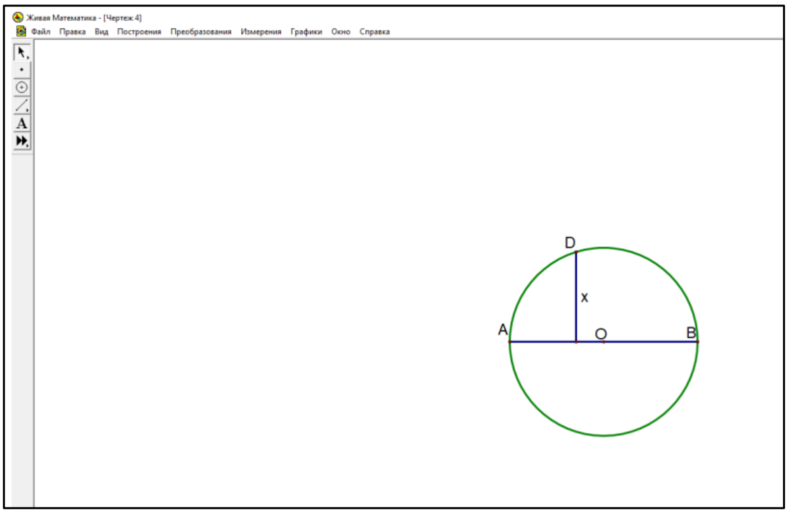


Рисунок 20 – Иллюстрация к задаче.

Задача 17. Дан треугольник *ABC*. Построить прямую, параллельную основанию треугольника и делящую его площадь пополам.

Решение. Анализ.

Пусть искомая прямая *DE* построена.

Имеем = 2:1, но треугольник *ABC* подобен треугольнику *BDE* и поэтому

$S_{\Delta ABC} : S_{\Delta BDE} = AB^2 : DB^2 = 2 : 1$, значит $DB = AB : \sqrt{2}$ - гипотенуза прямоугольного треугольника с катетами, равными 0,5*AB*.

Построение (рис. 21).

1) $AM = MB$.

2) $MK \perp AB$.

3) $K = MK \cap \omega(M, MB)$.

4) $D = AB \cap \omega(B, BK)$.

5) DE параллельно AC.

6) DE – искомая прямая.

Доказательство. По построению $DB = AB:\sqrt{2}$, треугольник ABC подобен треугольнику BDE. Отсюда имеем:

$S_{\Delta ABC} : S_{\Delta BDE} = AB^2 : DB^2 = AB^2 : \frac{AB^2}{2} = 2 : 1$

Исследование: Задача всегда разрешима, т.к. треугольник ABC можно разделить пополам. Решение – единственное, т.к. все шаги построения выполняются единственным образом.

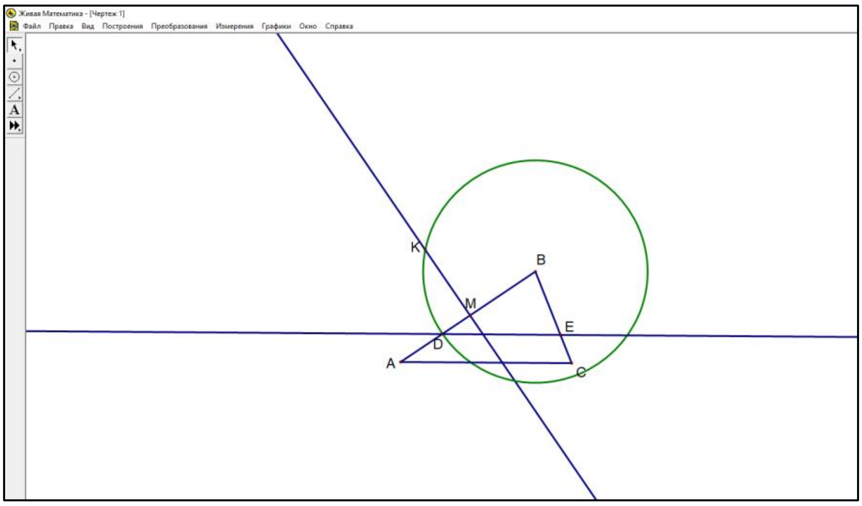


Рисунок 21 – Иллюстрация к задаче.

6. $x = \sqrt{a^2 + b^2}$ (здесь x – гипотенуза прямоугольного треугольника с катетами a и b).

Задача 18. Дан отрезок длины $\sqrt{5}$. Построить отрезок длины 1.

Решение. Построим прямоугольный треугольник с катетами x, $2x$ и гипотенузой $\sqrt{5}\,x$

Проведя отрезок, параллельный катету (рис. 22), отсечем от этого треугольника треугольник с гипотенузой $\sqrt{5}$. Указанный отрезок в силу подобия, будет равен 1.

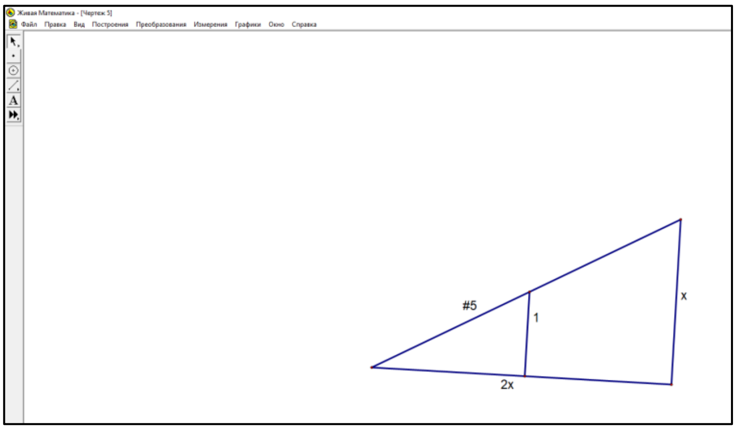


Рисунок 22 – Иллюстрация к задаче.

Задача 19. Дан отрезок длины 7. Построить отрезок длины $\sqrt{7}$.

Решение. Построение ясно из рисунка 23.

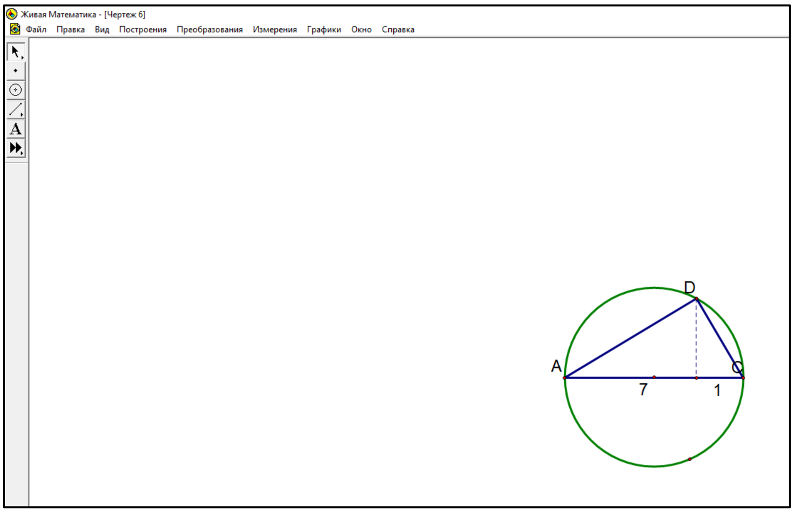


Рисунок 23 – Иллюстрация к задаче.

7. x = $\sqrt{a^2 - b^2}$ (a>b) (здесь x – катет прямоугольного треугольника с гипотенузой a и катетом b).

Задача 20. Построить отрезок $x = \sqrt[4]{a^4 - b^4}$, a>b.

Решение. Понизим степень корня x = $\sqrt{\sqrt{a^2 - b^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}}$.

Строим отрезки x, y, z, по формулам

$y = \sqrt{a^2 - b^2}$,$z = \sqrt{a^2 + b^2}$, $x = \sqrt{yz}$. (рис. 24)

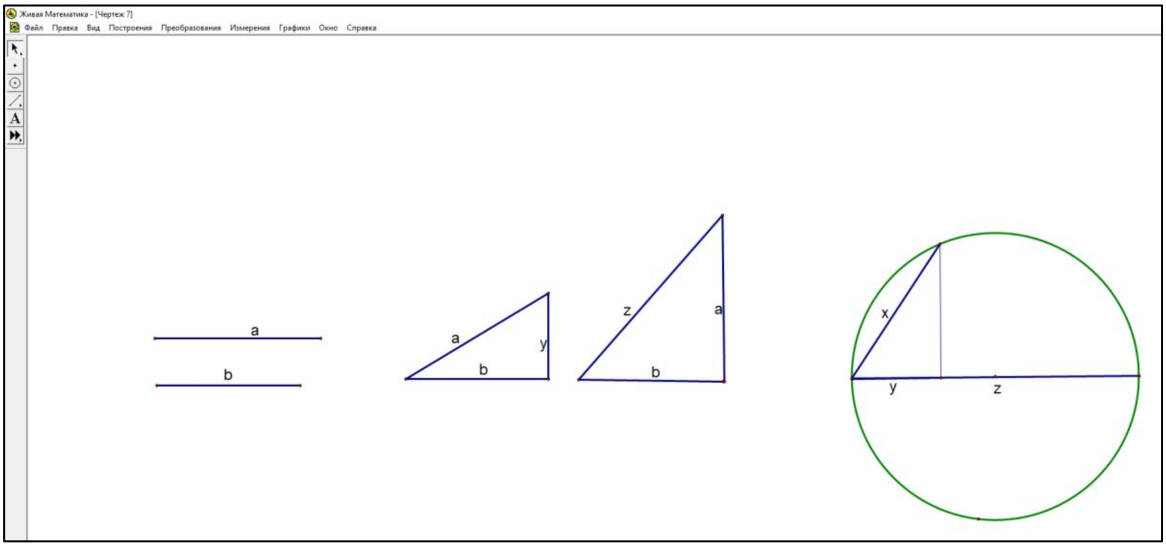


Рисунок 24 – Иллюстрация к задаче.

2.4 Описание педагогического эксперимента

Апробация результатов исследования проводилась в период педагогической практики в НСШ №6 п. Новая Калами. В экспериментальной проверке принимали участие обучающиеся 9 класса в количестве 13 человек.

Экспериментальная проверка проводилась в три этапа:

– -констатирующий;

– -формирующий;

– -контрольный.

На ***констатирующем*** этапе эксперимента нашей целью является выяснение исходного состояния уровня умения решать задачи на построение. Для реализации этой цели была проведена самостоятельная работа на проверку умения решать задачи на построение. До начала проведения занятий по проблеме нашего исследования на этапе констатирующего эксперимента мы провели самостоятельную работу, состоящую из специально подобранных задач, определив цели каждого задания. Вариант самостоятельной работы в Таблице 4.

Таблица 4 - Вариант работы констатирующего этапа

Цель задания	***Содержание задания***
Проверить умение применять метод ГМТ	Построить треугольник по стороне a, углу B и сумме двух других сторон [36, с.22]
Проверить умение применять метод преобразований	Даны прямая a и две точки A и B по одну сторону от нее. Построить на прямой a точку D так, чтобы ΔABD имел наименьший периметр [36, с.31].
Проверить умение применять алгебраический метод.	Дан отрезок длины 5. Построить отрезок длины $\sqrt{5}$

Для проверки и оценки выполненных работ разработаны критерии оценки и шкала оценивания в Таблице 5.

Таблица 5 - Шкала оценки

№ задания	***Количество баллов***	***Критерии оценки***
1-3	5	Задачи решены верно
	4	В основном задачи решены верно. Допущены ошибки построения или неточности записи.
	3	Допущены фактические ошибки в решении 2-3 задач.
	2	Задачи решены неверно или совсем не решены.

Типичные ошибки при выполнении самостоятельной работы:

1) выбор метода решения (5 уч-ся);

2) построение методом ГМТ (7 уч-ся);

3) построение методом преобразований (8 уч-ся);

4) ошибки в оформлении записи (7 уч-ся).

На констатирующем этапе эксперимента мы выявили уровень, который имеют учащиеся по теме. Результаты констатирующего этапа разместили в Таблице 6.

Таблица 6 - Результаты констатирующего этапа

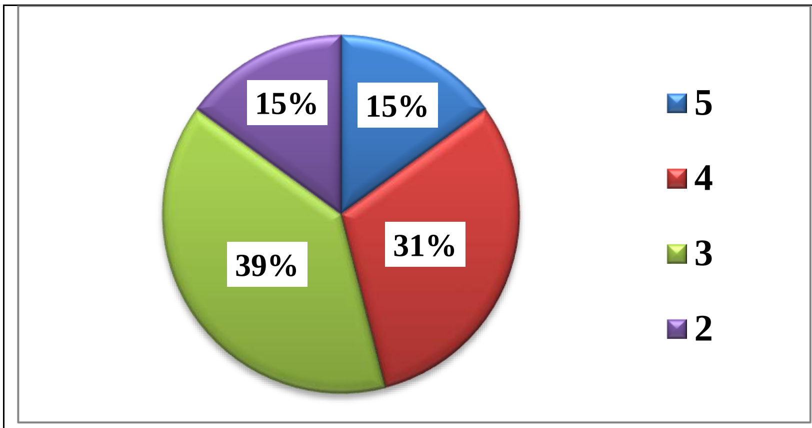
№	***ФИ уч-ся***	***Задания //набранное количество баллов***			***Сумма баллов***	***Оценка***
		1	***2***	***3***		
1.	Идель А.	3	3	3	9	3
2.	Лилия Г.	4	5	4	13	4
3.	Денис Г.	3	3	2	8	3
4.	Арсен Г.	5	5	4	14	5

5.	Сергей Е.	4	4	3	10	3
6.	Сергей И.	4	5	4	13	4
7.	Руфина И.	3	2	3	8	3
8.	Александр К.	5	5	5	15	5
9.	Максим Л.	3	2	2	7	2
10.	Данил П.	4	4	4	12	4
11.	Дарина Р.	4	4	3	11	4
12.	Аэлита Х.	2	2	2	6	2
13.	Светлана Ц.	3	3	3	9	3

Перевод баллов в оценки:

Количество баллов	***Проценты***	***Оценка***
14 - 15	90 - 100	5
11 - 13	75 - 89	4
8 - 10	55 - 74	3
7 и меньше	54 и меньше	2

Результаты констатирующего этапа эксперимента представлены в диаграмме на рисунке 25.



«5» - 2 - 15%

«4» - 4 - 31%

«3» - 5 - 39%

«2» - 2 - 15%

Качество знаний - 46%

Уровень обученности – 85%

Рисунок 25 - Результаты констатирующего этапа.

Анализируя результаты констатирующего этапа, мы можем сказать, что учащиеся недостаточно хорошо умеют решать задачи на построение, следовательно, для актуально проведение занятий курса по выбору.

На ***формирующем этапе*** нашей целью является проведение практического части исследования и апробирование программы предлагаемого курса по выбору «Задачи на построение с использованием системы «Живая математика».

Содержание и методические рекомендации по проведению занятий изложены выше.

В качестве ***контрольного этапа*** педагогического эксперимента проведена самостоятельная работа, в которую входили аналогичные задания, которые были даны на констатирующем этапе эксперимента. Вариант самостоятельной работы в Таблице 7.

Таблица 7 - Вариант работы контрольного этапа

Цель задания	*Содержание задания*
Проверить умение применять метод ГМТ	Построить треугольник, если даны два его угла A и B и разность двух его сторон a и b [36, с.22]
Проверить умение применять методпреобразований	Построить треугольник по данным серединам двух его сторон и прямой, на которой лежит биссектриса, проведенная к третьей стороне [36, с.31].
Проверить умение применять алгебраический метод.	Дан отрезок длины 7. Построить отрезок длины $\sqrt{7}$

Для проверки и оценки выполненных работ вновь воспользуемся разработанными критериями и шкалой оценивания в таблице 5.

Типичные ошибки при выполнении самостоятельной работы:

1) выбор метода решения (2 уч-ся);

2) построение методом ГМТ (3 уч-ся);

3) построение методом преобразований (3 уч-ся);

4) ошибки в оформлении записи (5 уч-ся).

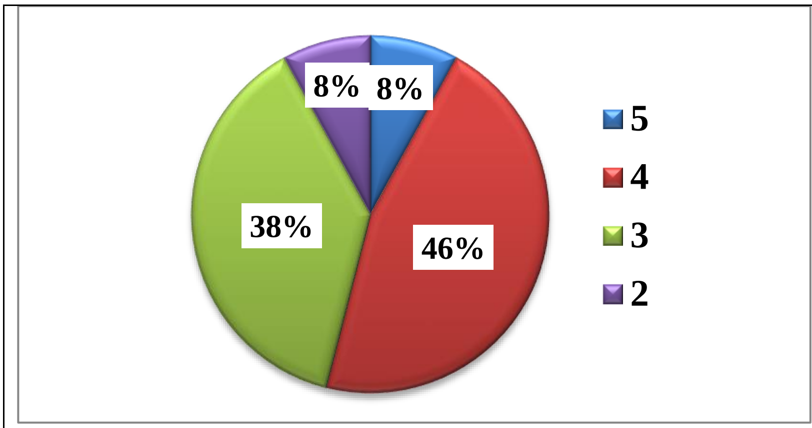
Результаты контрольного этапа разместили в таблице 8.

Таблица 8 - Результаты контрольного этапа

№	***ФИ уч-ся***	***Задания //набранное количество баллов***			***Сумма баллов***	***Оценка***
		1	***2***	***3***		
1.	Идель А.	3	3	2	8	3
2.	Лилия Г.	4	4	4	12	4
3.	Денис Г.	4	3	3	10	3
4.	Арсен Г.	5	4	4	13	4
5.	Сергей Е.	4	4	4	12	4
6.	Сергей И.	4	5	4	13	4
7.	Руфина И.	3	3	3	9	3
8.	Александр К.	5	5	5	15	5
9.	Максим Л.	3	3	9	9	3
10.	Данил П.	4	4	4	12	4
11.	Дарина Р.	4	3	3	10	4
12.	Аэлита Х.	3	2	2	7	2
13.	Светлана Ц.	4	3	3	10	3

Перевод баллов в оценки:		
Количество баллов	***Проценты***	***Оценка***
14 - 15	90 - 100	5
11 - 13	75 - 89	4
8 - 10	55 - 74	3
7 и меньше	54 и меньше	2

Результаты констатирующего этапа эксперимента представлены в диаграмме на рисунке 26.



«5» - 1 - 8%

«4» - 6 - 46%

«3» - 5 - 38%

«2» - 1 - 8%

Качество знаний - 54%

Уровень обученности – 92%

Рисунок 26 - Результаты контрольного этапа эксперимента

По итогам апробации было проведено сопоставление данных констатирующего и контрольного этапов, данные - в таблице 9:

Таблица 9 - Результаты апробации

Констатирующий этап			***Контрольный этап***		
оценки	%	% качества	оценки	%	% качества
«5 - 2	15%	46%	«5» - 1	8%	54%
«4» - 4	31%		«4» - 6	46%	
«3» - 5	39%		«3» - 5	38%	
«2» - 2	15%		«2» - 1	8%	
Уровень обученности:		85%	Уровень обученности:		92%

По итогам экспериментальной работы можно сделать вывод. Работа на занятиях курса по выбору повысила процент качества с 46% до 54% и уровень обученности с 85% до 92%, снизился процент неуспеваемости на 7%.

Таким образом, апробация курса по выбору «Задачи на построение с использованием системы «Живая математика» показала, что курс способствует боле глубокому усвоению темы «Решение задач на построение».

Для проведения статистического анализа полученных результатов воспользуемся Т-критерий Вилкоксона. В «Математических методах в психологии» Л.С. Титкова [43] даёт характеристику и возможности использования этого критерия: «Критерий применяется для сопоставления показателей, измеренных в двух разных условиях на одной и той же выборке испытуемых» [43, с.32]

Идея метода - сравнение сдвигов в определённом направлении по абсолютной величине. Для этого сначала ранжируются все абсолютные величины сдвигов, затем находится сумма рангов [43, с. 32]

Определимся с терминами: типичный сдвиг - это сдвиг в более часто встречающемся направлении, а нетипичным, или редким, сдвиг – сдвиг в более редко встречающемся направлении [43, с. 32]

Т-критерий Вилкоксона предлагает две гипотезы:

«1.Интенсивность сдвигов в типичном направлении не превосходит интенсивности сдвигов в нетипичном направлении.

2. Интенсивность сдвигов в типичном направлении превышает интенсивность сдвигов в нетипичном направлении» [43, с. 32]

Ограничения в применении Т-критерия Вилкоксона:

«1) Минимальное количество испытуемых, прошедших измерения в двух условиях – 5 человек. Это условие выполнено: участвует 12 человек.

2) Максимальное количество испытуемых – 50 человек, что диктуется верхней границей имеющихся таблиц. Критические значения Т приведены в Приложении 1.

3) Нулевые сдвиги из рассмотрения исключаются» [43, с. 32]

Сформулируем гипотезы, которые предполагает применение Т-критерия Вилкоксона:

«1. Показатели после проведения формирующего этапа превышают значения показателей до него.

2. Показатели после проведения формирующего этапа меньше значений показателей до него» [43, с. 32]

Первый шаг в подсчете Т-критерия Вилкоксона –выполнен в Таблице 10. Это нахождение разности значений и абсолютной величины этой разности.

Исключая нулевые значения, они выделены жёлтым цветом, выстраиваем по рангу. Переформирование рангов проводится без изменения важности ранга, то есть с сохранением ранговых номеров. Выбираем ранг не выше 1 и ниже значения равного количеству параметров (в данном случае n = 18). Переформирование рангов производится в Таблицу 10.

Таблица 10 - Первый шаг в подсчете Т-критерия Вилкоксона.

№№ п/п	До измерения, $t_{до}$	После измерения, $t_{после}$	Разность ($t_{до}$-$t_{после}$)	Абсолютное значение разности
	Констатирующий этап	**Контрольный этап**	**Разность значений**	**Абсолютное значение разности**
1	9	8	1	1
2	13	12	1	1
3	8	10	-2	2
4	14	13	1	1
5	10	12	-2	2
6	13	13	0	0
7	8	9	-1	1
8	15	15	0	0
9	7	9	-2	2
10	12	12	0	0
11	11	10	1	1
12	6	7	1	1
13	9	10	-1	1

Таблица 11 - Таблица рангов после исключения нулевых значений

Номера мест в упорядоченном ряду	***Расположение факторов по оценке эксперта***	***Новые ранги***
1	1	4
2	1	4
3	1	4
4	1	4
5	1	4
6	1	4
7	1	4
8	2	9
9	2	9
10	2	9

Собрали две предыдущие таблицы (Таблица 10 и Таблица 11) в одну – Итоговую таблицу 12.

Таблица 12 - Итоговая таблица Т-критерия Вилкоксона

До измерения, $t_{до}$	После измерения, $t_{после}$	Разность ($t_{до}$-$t_{после}$)	Абсолютное значение разности	Ранговый номер разности
Констатирующий этап	**Контрольный этап**	**Разность значений**	**Абсолютное значение разности**	**Ранговый номер разности**
9	8	1	1	4
13	12	1	1	4
8	10	-2	2	9
14	13	1	1	4
10	12	-2	2	9
8	9	-1	1	4
7	9	-2	2	9
11	10	1	1	4
6	7	1	1	4
9	10	-1	1	4
			Сумма:	**55**

Проверим правильность составления матрицы на основе подсчёта контрольной суммы:

$\sum x_{i,j} = \frac{(1+n)n}{2}$, где n – число ненулевых строчек.

$\sum x_{i,j} = \frac{(1+10)10}{2} = 55$

Сумма по столбцу и контрольная сумма равны между собой, значит, ранжирование проведено правильно.

Теперь надо отметить те направления, которые являются *нетипичными,* в данном случае – *отрицательными*.

Сумма рангов этих «редких» направлений составляет эмпирическое значение критерия Т:

$T_{эмп}=\sum R_t==0$; $T_{эмп}=0$ – так как в таблице нет отрицательных значений.

По таблице Приложения находим критические значения для Т-критерия Вилкоксона для n=10:

$T_{кр}=5$ ($p\leq 0.01$); $T_{кр}=10$ ($p\leq 0.05$)

В данном же случае эмпирическое значение Т попадает в зону значимости, т.к.:

$T_{эмп}<T_{кр}(0,01)$.

Гипотеза 1, которую предполагает применение Т-критерия Вилкоксона, принимается. Показатели после эксперимента превышают значения показателей до опыта.

Таким образом, гипотеза нашей исследовательской работы - обучение школьников решению задач на построение будет успешным, если познакомить с методами решения задач на построение, использовать для этого программу курса по выбору, использующую систему динамической геометрии «Живая математика» – подтвердилась.

Выводы по второй главе

Таким образом, описаны методические основы и показана технология проектирования курса по выбору «Задачи на построение с использованием системы «Живая математика» для учащихся 8-9 классов.

Определена актуальность и цели курса, разработана программа, которая сдержит пояснительную записку, планируемые результаты освоения курса, иструментарий для оценивания результатов, содержание, тематическое планирование. Разработаны методические рекомендации к проведению занятий курса, в которых описана методика решения некоторых задач.

Подведён итог опытной работы, который показал, что гипотеза – обучение школьников решению задач на построение будет успешным, если познакомить с методами решения задач на построение, использовать для этого программу курса по выбору, использующую систему динамической геометрии «Живая математика» - подтвердилась.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Задачи на построение и их правильное решение - сложный процесс мыслительной деятельности человека, главное в котором преобразование объекта из условия задачи, с помощью графического решения к искомому объекту в требовании задачи.

В процессе исследовательской работы была проанализирована психолого-педагогическая, методическая и учебная литература по теме исследования. Изучение методики работы над задачами на построение позволило рассмотреть основные понятия теории задач на построение и методы их решения, что создало возможность проектирования курса по выбору. Раскрыты основные виды задач на построение и формируемые умения в процессе их решения.

В исследовательской работе была решена высказанная в введении проблема обучения решению задач на построение с использованием системы динамической геометрии, в частности программы «Живая математика», и были изучены особенности решения задач на построение в основной школе и разработана программа курса по выбору «Задачи на построение» с использованием системы динамической геометрии «Живая математика». Таким образом, достигнута цель исследовательской работы.

В ходе теоретического и экспериментального исследования поставленные задачи были выполнены и получены следующие результаты:

- определены особенности задач на построение в курсе математики основной школы;

- проанализировано содержание темы задачи на построение в школьных учебниках геометрии;

- рассмотрены особенности использования системы динамической геометрии «Живая математика» на уроках геометрии;

- описаны методические особенности создания курса по выбору;

- показаны результаты педагогического проектирования курса по выбору «Задачи на построение» с использованием системы динамической геометрии «Живая математика»;

- разработаны методические рекомендации по решению задач курса по выботу;

- проведена апробацию курса по выбору и проанализированы результаты педагогического эксперимента.

По итогам эксперимента было проведено сопоставление данных констатирующего и контрольного эксперимента и сделан вывод, что апробация программы курса по выбору прошла успешно, что было подтверждено и статистическим анализом результатов.

Таким образом, гипотеза - обучение школьников решению задач на построение будет успешным, если познакомить с методами решения задач на построение, использовать для этого программу курса по выбору, использующую систему динамической геометрии «Живая математика» – подтвердилась.

Можно сделать общий вывод, что все задачи исследования решены, цель достигнута, гипотеза подтверждена и теоретическим анализом, и экспериментально.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Приказ Минобрнауки РФ от 17.12.2010 №1897 (в ред. от 31.12.2015) Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования (ФГОС СОО) [Электронный ресурс]. - URL: https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/55070507/ (Дата обращения: 15.05.2021).

2. Примерная основная образовательная программа основного общего образования. Одобрена решением Федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 8 апреля 2015 г. № 1/15). [Электронный ресурс]. - URL: https://legalacts.ru/doc/primernaja-osnovnaja-obrazovatelnaja-programma-osnovnogo-obshchego-obrazovanija-odobrena-resheniem/ (Дата обращения: 15.05.2021).

3. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (ФГОС ООО) [Электронный ресурс]. - URL: https://fgos.ru/ (Дата обращения: 15.05.2021).

4. Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования. [Электронный ресурс]. - URL: http://www.uchportal.ru/documents/federalnyj-perechen-uchebnikov-na-2016-2017-uchebnyj-god (Дата обращения: 15.05.2021).

5. Абдулаев Э.Н. Элективные курсы: нормативно-правовое регулирование и литература. – [Электронный ресурс]. - URL: https://pish.ru/blog/archives/201 (Дата обращения: 14.12.2020).

6. Автономова Т.В., Аргунов Б.И. Основные понятия и методы школьного курса геометрии. Кн. для учителя. М.: Просвещение, 1988. - 128 с.

7. Аргунов Б.И. Элементарная геометрия: учеб. пособие для пед. ин-тов / Б.И. Аргунов, М.Б. Балк. – М.: Просвещение, 2007. – 168 с.

8. Белошистая А.В. Задачи на построение в школьном курсе геометрии / А. В. Белошистая // Математика в школе. – 2007. – №9. – С. 47-50.

9. Бурлуцкая Л.И Задачи на построение и их место в курсе математики средней школы [Электронный ресурс]. - URL: http://wiki.stavcdo.ru/images/f/f2.pdf (Дата обращения: 15.05.2021).

10. Волович М.Б. Ключ к пониманию геометрии / 7-9 классы. - М.: Аквариум, 1997. - 272 с.

11. Волович М.Б. Математика без перегрузок. - М.: Педагогика, 1991. - 144 с.

12. Волович М.Б. Наука обучать / Технология преподавания математики. – М.: LINKA-PRESS, 2008. - 280 с.

13. Глейзер Г.Д. Повышение эффективности обучения математике в школе / Сост. Г.Д. Глейзер. – М.: Просвещение, 2007. – 237 с.

14. Гужавина Н.А. Положение о программе элективных курсов //Управление современной школой. Завуч. - 2008. - №3. – С.53-56.

15. Груденов Я.И. Совершенствование методики работы учителя математики. – М.: Просвещение, 2004. – 224 с.

16. Гусев В.А. Каким должен быть курс школьной геометрии? // Математика в школе. - 2002. - №3. - С. 4-8.

17. Далингер В.А. Обучение учащихся доказательству теорем: Учеб. Пособие. – Омск: СГПИ-НГПИ, 2009. – 127 с.

18. Епишева О.Б., Крупич В.И. Учить школьников учиться математике: формирование приёмов учебной деятельности: Книга для учителя. – М.: Просвещение, 2007. – 128 с.

19. Ермаков Д.С. Элективные курсы для профильного обучения //Педагогика, 2005. - №2. – С.36-41.

20. Ершов Д.А. Элективные курсы профориентационной направленности для учащихся 10 – 11-х классов гуманитарного профиля обучения: учеб.-метод. пособие /Д.А. Ершов; под ред. Т.В. Черниковой. – М.: Глобус,2007. – 153 с.

21. Зубрилин А.А. О некоторых проблемах внедрения элективных курсов. - [Электронный ресурс] – URL: http://www.portalus.ru/modules/shkola/rus_readme.php?subaction=showfull&id=1195048999&archive=1195938639&start_from=&ucat=& (Дата обращения: 14.05.2021).

22. Каспржак А.Г. Проблема выбора: элективные курсы в школе. – М.: Новая школа, 2004. – 160 с.

23. Каспржак А.Г. Элективные курсы: типология и задачи //Директор школы, 2006. - №3. – с.53-57.

24. Коновалова В.С. Решение задач на построение в курсе геометрии как средство развития логического мышления / В.С. Коновалова, З.В. Шилова // Познание процессов обучения физике: сборник статей. Вып.9. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2008. – С. 59-69.

25. Леонтьев А.Н. Мышление // Хрестоматия по общей психологии. Психология мышления / Под ред. Ю.Б. Гиппенрейтер, В.В. Петухова. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 1981. - С. 60-70.

26. Мисюркеев И.В. Геометрические построения. Пособие для учителей / И.В. Мисюркеев. – М: Учпедгиз, 1950. – 148 с.

27. Муртазин И.А. Проектирование элективных курсов предпрофильной подготовки школьников на основе интеграции информационных и материальных технологий: автореферат дис. кандидата педагогических наук. / И. А. Муртазин. – Киров, 2010. – 22 с.

28. Осин А.В. Открытые образовательные модульные мультимедиа системы – М.: Агентство «Издательский сервис», 2010. – 328 с.

29. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. / В.В. Прасолов. – М.: МЦНМО: ОАО «Московские учебники», 2006. – 640 с.

30. Перепелкин Д.И. Геометрические построения в средней школе / Д.И. Перепелкин. – М.: Издательство академии педагогических наук РСФСР,1947. – 84 с.

31. Победоносцева М.Г. Разработка системы элективных курсов на старшей ступени общеобразовательной школы: автореферат дис. кандидата педагогических наук. / М. Г. Победоносцева. – Москва,2008. – 22 с.

32. Пойа Д. Математическое открытие. – М.: Наука, 1970. – 452 с.

33. Понарин Я.П. Элементарная геометрия: В 2 т. – Т.1: Планиметрия, преобразования плоскости / Я.П. Понарин. – М.: МЦНМО, 2004. – 312 с.

34. Программа «Живая математика» [Электронный ресурс] – URL: https://pandia.ru/text/80/157/20220.php (Дата обращения: 14.05.2021).

35. Рубинштейн С.Л. О природе мышления и его составе // Хрестоматия по общей психологии. Психология мышления / Под. ред. Ю.Б. Гиппен-рейтер, В.В. Петухова. - М.: Изд-во МГУ, 1981. - С. 71-77.

36. Рамазанова К.Ш. Методы решения конструктивных задач на плоскости / Сост., Н.В. Тимербаева. – Казань: Казанский федеральный университет, 2013. – 70 с.

37. Савицкая Н. Элективные курсы в профильном обучении // Народное образование. - 2004. - №6. – С. 275-277.

38. Саранцев Г.И. Методика изучения отображений в курсе геометрии восьмилетней школы: Пособие для учителей. - М.: Просвещение, 1979. - 80 с.

39. Саранцев Г.И. Сборник задач на геометрические преобразования: Подобия плоскости в задачах. Пособие для учащихся. - М.: Просвещение, 1981. - 111 с.

40. Сафонов Г. Элективные курсы в профильных классах // Народное образование. - 2005. - №6. – С. 213-219.

41. Синько Т.П. Элективные курсы. - [Электронный ресурс] - URL: https://uchebana5.ru/cont/3095996.html (Дата обращения: 18.05.2021)

42. Столяр А.А. Педагогика математики. Курс лекций. – Минск: Вышэйшая школа, 1974. - 384 с.

43. Титкова Л.С. Математические методы в психологии. Учебно-методическое пособие. – Владивосток: Изд-во Дальневосточного университета, 2002. - 85 с.

44. Фирсов В.В. Планирование обязательных результатов обучения математике / Сост. В.В. Фирсов. – М.: Просвещение, 2009. – 237 с.

45. Цветкова М.С. Элективный учебный проект как новая форма профильного обучения школьников // Профильная школа. - 2008. - №5. – С.31-37.

46. Черникова Т.В. Методические рекомендации по разработке и оформлению программ элективных курсов // Профильная школа. - 2005. - №5. – С. 11-16.

47. Шабанова М.В. Системы динамической геометрии в обучении математике: проблемы и пути их решения // Современные информационные технологии и ИТ-образование. – 2013. – С. 229-237.

48. Штомпель Г.Г. Значение и социальная направленность элективных курсов в современной школе // Профильная школа. - 2007. - №2. – С. 47-51.

Учебники

49. Александров А.Д. и др. Геометрия для 8-9 классов: Учеб. пособие для учащихся шк. и классов с углубл. изуч. математики /А.Д. Александров, АЛ. Вернер, В.И. Рыжик. - М.: Просвещение, 2019. - 415 с

50. Атанасян Л.С. Геометрия: Учеб. для 7-9 кл. сред. шк. / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. - М.: Просвещение, 2017. -335 с.

51. Бевз Г.П. и др. Геометрия: учеб. для 7-11 кл. общеобразоват. учреждений / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, Н.Г. Владимирова. - М.: Просвещение, 2019. - 351 с.

52. Берсенев А.А., Сафонова Н.В. Геометрия 7-8-9 класс. Учебник. – М.: АО Издательство «Просвещение», 2019.

53. Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б., Прасолов В.В. Геометрия 7-8-9 класс. Учебник. / под ред. Садовничего В.А. – М.: АО Издательство «Просвещение», 2019.

54. Виленкин Н.Я. Математика. 5 класс: учеб. для учащихся общеобразоват. Учреждений / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. – М.: Мнемозина, 2019. – 280 с.

55. Дорофеев Г.В. Математика: 5 кл.: учеб. для общеобразоват. учреждений. / Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин, С.Б. Суворова. – М.: Просвещение. - 2019. – 368 с.

56. Козлова С.А., Рубин А.Г., Гусев В.А. Геометрия 7-8-9 класс. Учебник. – М.: ООО «Баласс», 2019.

57. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Геометрия 7-8-9 класс. Учебник. / под ред. Подольского В.Е. – М.: ООО Издательский центр ВЕНТАНА-ГРАФ, 2019.

58. Мерзляк А.Г., Поляков В.М. Геометрия 7-8-9 класс. Учебник. / под ред. Подольского В.Е. – М.: ООО Издательский центр ВЕНТАНА-ГРАФ, 2019.

59. Погорелов А.В. Геометрия: Учеб. для 7-11 кл. сред. шк. 3-е изд. -М.: Просвещение, 2019. - 383 с.

60. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия 7-9 класс. Учебник. – М.: ООО «ИОЦ МНЕМОЗИНА», 2019.

61. Смирнов В.А., Смирнова И.М. Геометрия 7-9 класс. Учебник. – М.: ООО «БИНОМ. Лаборатория знаний», 2019.

62. Шарыгин И.Ф. Геометрия 7-9 кл. - М.: Дрофа, 2019. - 352 с.

63. Arnheim R. Visual thinking. Berkley: Univ. of California Press, 1969

64. Leikin R., Grossman D. Teachers modify geometry problems: from proof to investigation // Educ. Stud. Math. 82, No. 3, 515-531 (2013)

65. Marrades, R., Gutierrez, A. Proofs produced by secondary school students learning geometry in a dynamic computer environment/ International Journal of Computers for Mathematical Learning, 6, 257–281. (2000).

66. Parzysz, B. "Knowing" vs. "seeing": Problems of the plane representation of space geometry figures // Educational Studies in Mathematics, 1988, № 19(1), 79-92

67. Principles and standards for school mathematics, NCTM, 2000 [Электронный ресурс]. - URL: http://mathforum.org/nctm.standards.2000/ (Дата обращения: 18.05.2021)

68. Straesser, R. Cabri-géomètre: Does Dynamic Geometry software (DGS) change geometry and its teaching and learning?// International Journal of Computers for Mathematical Learning, 2001, № 6, 319-333.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Коэффициенты критических значений при использовании статистических расчётов Т-критерия Вилкоксона

По таблице можно узнать критические значения Т-критерия Вилкоксона, которые изменяются от уровня значимости.

n	p <0,05	p <0,01		n	p <0,05	p <0,01
5	0	—		28	130	101
6	2	—		29	140	110
7	3	0		30	151	120
8	5	1		31	163	130
9	8	3		32	175	140
10	10	5		33	187	151
11	13	7		34	200	162
12	17	9		35	213	173
13	21	12		36	227	185
14	25	15		37	241	198
15	30	19		38	256	211
16	35	23		39	271	224
17	41	27		40	286	238
18	47	32		41	302	252
19	53	37		42	319	266
20	60	43		43	336	281
21	67	49		44	353	296
22	75	55		45	371	312
23	83	62		46	389	328
24	91	69		47	407	345
25	100	76		48	426	362
26	110	84		49	446	379
27	119	92		50	466	397