

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики

Кафедра математики и методики обучения математике

Каратаева Валерия Максимовна

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

**РАЗВИТИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ
ДЕЙСТВИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ 7-9 КЛАССОВ В ПРОЦЕССЕ
ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «КОМБИНАТОРИКА»**

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профиль) образовательной программы

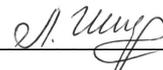
Математика и информатика

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ

Заведующий кафедрой

д-р пед. наук, профессор Л.В. Шкерина

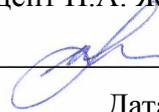
28.06. 2021 г.



Научный руководитель

канд. пед. наук, доцент Н.А. Журавлева

28.06. 2021 г.



Дата защиты

29.06. 2021

Обучающийся

В.М. Каратаева

28.06. 2021 г.



Оценка

Красноярск 2021

Оглавление

Введение	3
Глава 1. Теоретические аспекты формирования познавательных УУД в рамках изучения темы «Комбинаторика»	7
§1.1. Познавательные универсальные действия как педагогическая проблема	7
§1.2. История возникновения комбинаторики и общее понятие комбинаторных задач	13
§1.3. Требования к заданиям, методам, формам и средствам обучения	21
Выводы по первой главе	27
Глава 2. Методические аспекты формирования познавательных УУД в рамках изучения темы «Комбинаторика»	28
§2.1. Определение целей и содержания задач для развития познавательных УУД	28
§2.2. Определение форм, методов и средств обучения для развития познавательных УУД	36
§2.3. Из опыта обучения комбинаторике	43
Выводы по главе 2	52
Заключение	53
Список использованной литературы	55

Введение

Актуальность. Проблема развития универсальных учебных действий встает неизменно остро начиная с введения нового ФГОС. Задачи, поставленные перед образованием, с каждым годом становятся все более и более амбициозными. Школа должна обеспечивать выпускника способностью адаптироваться к постоянным переменам, научить учиться на протяжении всей жизни, моделировать различные ситуации, анализировать проблемы, выбирать рациональные пути их решения, просчитывать последствия своих действий. Универсальные учебные действия — это фундамент для будущего, который закладывается именно в школе.

Образовательные учреждения должны готовить обучающихся к будущему, а значит, быть на шаг впереди и использовать разнообразные способы развития учебных действий. Познавательные универсальные учебные действия — это именно те действия, которые практически полностью формируются школой. И, по нашему мнению, значимую роль для развития познавательных УУД может сыграть комбинаторика, не так давно вернувшаяся в школьную программу.

Возвращение комбинаторики в школьный курс математики — это тенденция многих стран мира. Американские исследователи отмечают, что комбинаторика — это «математика, непохожая на математику». Она обладает большей практической направленностью в сравнении с другими темами. Однако в методической литературе комбинаторику редко рассматривают как почву для развития познавательных универсальных учебных действий, и, даже если такие работы встречаются — они описывают методики для начальной школы или 5-6 классов.

Комбинаторные задачи способствуют развитию мышления обучающихся, они имеют более выраженную практическую направленность, часто встречаются в реальной жизни и позволяют организовать «ситуацию успеха» для большинства учеников, поскольку их решение не требует глубоких математических знаний. Следовательно, они имеют большой

потенциал для развития познавательных УУД, что является одним из приоритетных направлений образования согласно ФГОС.

Комбинаторика вернулась в школьную программу, комбинаторные задачи являются хорошей базой для формирования познавательных УУД, они несложны, поскольку для их решения не требуется глубоких знаний и фундаментальной подготовки, они достаточно просты для восприятия — но обучение комбинаторике в школах ограничивается решением задач из программы ОГЭ и ЕГЭ.

Противоречия:

– между потребностью общества к качеству развития познавательных учебных действий обучающихся и реальной образовательной практикой, не обеспечивающей требуемого качества сформированности познавательных универсальных учебных действий;

– между достаточным дидактическим потенциалом курса комбинаторики для развития познавательных УУД обучающихся и недостаточной проработанностью существующих методик развития познавательных УУД на уроках комбинаторики.

Проблема данного исследования состоит в разработке эффективной методики развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 7-9 классов по теме «Комбинаторика».

Актуальность обозначенной проблемы, её недостаточная теоретическая и методическая разработанность позволили определить тему исследования: «Развитие познавательных универсальных учебных действий обучающихся 7-9 классов в процессе изучения темы “Комбинаторика”».

Цель: теоретически обосновать, разработать и экспериментально проверить методику развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 7-9 классов на уроках комбинаторики.

Объект исследования: процесс обучения комбинаторике в 7-9 классах.

Предмет: методика развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 7-9 классов на уроках комбинаторики.

Исследование основано на **гипотезе**, гласящей что развитие познавательных УУД обучающихся 7-9 классов в рамках изучения темы «Комбинаторика» будет результативным, если:

описать состав познавательных универсальных учебных действий;

описать историю и дидактический потенциал комбинаторики для развития познавательных УУД обучающихся 7-9 классов;

разработать комплекс задач по теме «Комбинаторика» как средство развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 7-9 классов на уроках комбинаторики;

разработать и реализовать методику развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 7-9 классов в рамках темы «Комбинаторика».

Задачи:

- 1) на основе теоретического анализа педагогической и методической литературы охарактеризовать познавательные универсальные учебные действия и выделить элементы;
- 2) описать историю и выделить дидактический потенциал комбинаторики для развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 7-9 классов;
- 3) разработать комплекс задач по комбинаторике для обучающихся 7-9 классов, направленный на развитие познавательных универсальных учебных действий;
- 4) разработать методику развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 7-9 классов с использованием кейс-метода в рамках темы «Комбинаторика» и экспериментально проверить ее.

Исследование проводилось на базе двух непрофильных 7-ых классов (24 и 27 человек).

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав и заключения.

По теме исследования была опубликована работа:

Каратаева В. М., Идиатулин И. Р., Фаут Ю. В. Формирование метапредметных результатов с использованием ИКТ // Вызовы современного образования в исследованиях молодых ученых: материалы VI Всероссийской научно-практической конференции с международным участием, 20 мая 2020 г. - Красноярск. - С. 16-17.

Глава 1. Теоретические аспекты формирования познавательных УУД в рамках изучения темы «Комбинаторика»

§1.1. Познавательные универсальные действия как педагогическая проблема

Неоспоримо, что процесс обучения нуждается в изменениях, обусловленных динамичностью социальных процессов в мире, процессом информатизации и глобализации общества. Поскольку к образованию современного поколения предъявляются всё большие и большие требования, становится очевидно, что оно нуждается в преобразовании, в адаптации не только и не сколько к сегодняшнему, сколько к завтрашнему дню. Выпускникам нужно уметь ориентироваться в потоке информации, они должны быть способны использовать в реальной жизни те знания и умения, которые приобрели в школе.

Всё это приводит к тому, что большую значимость приобретают не знания, а уровень развития ребенка – его общекультурные, личностные и познавательные навыки. И первостепенная задача школы – сформировать у обучающегося умение учиться. Оно базируется на предметных, личностных и метапредметных, иначе – надпредметных результатах. Рассмотрим их подробнее.

Понимание метапредметных результатов различно в отечественной школе педагогики, но существует два основополагающих направления. В основе одного лежит выделение «метапредметов», т.е. «нетрадиционных учебных предметов, выстраиваемых вокруг определенной мыслительной организованности (знак, знание, задача, проблема)»[42]. К этому направлению принадлежат А.В. Хуторской, Ю.В. Громыко, Н.В. Громыко, В.В. Краевский.

Второй подход к определению метапредметных результатов – комплексный. А.Г. Асмолова, Г.В. Бурменская и С.Г. Воровщиков считают, что метапредметное обучение реализуется в ходе изучения традиционных школьных предметов. Такое толкование лежит в основе ФГОС.

Под метапредметными результатами образовательной деятельности принято понимать способы деятельности, применимые как в рамках образовательного процесса, так и при решении проблем в реальных жизненных ситуациях, освоенные обучающимися на базе одного, нескольких или всех учебных предметов.

Сформированность метапредметных результатов – это признак успешности решения задач, поставленных перед обучающимися.

Согласно государственному стандарту, метапредметные результаты освоения основной образовательной программы основного общего образования должны отражать:

1) умение самостоятельно определять цели своего обучения, ставить и формулировать для себя новые задачи в учёбе и познавательной деятельности, развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности;

2) умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;

3) умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией;

4) умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности её решения;

5) владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной деятельности;

6) умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи,

строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы;

7) умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;

8) смысловое чтение;

9) умение организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками; работать индивидуально и в группе: находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учёта интересов; формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение;

10) умение осознанно использовать речевые средства в соответствии с задачей коммуникации для выражения своих чувств, мыслей и потребностей; планирования и регуляции своей деятельности; владение устной и письменной речью, монологической контекстной речью [40].

По ФГОС можно выделить следующие виды метапредметных результатов:

1) освоение межпредметных понятий;

2) освоение универсальных учебных действий;

А. регулятивные УУД;

В. познавательные УУД;

С. коммуникативные УУД;

Д. личностные УУД;

3) способность использования УУД в учебной, познавательной и социальной практике;

4) самостоятельность планирования и осуществления учебной деятельности;

5) умение организовывать учебное сотрудничество с педагогами и сверстниками;

6) построение индивидуальной образовательной траектории.

Теперь необходимо дать определение понятию «универсальные учебные действия» (УУД). Универсальные учебные действия (УУД) — это совокупность способов действий учащегося и навыков учебной работы, обеспечивающих его возможностью самостоятельно развиваться и совершенствоваться в направлении желаемого социального опыта на протяжении всей жизни.

Психолог А. Г. Асмолов выделяет два определения универсальных учебных действий. В широком значении «универсальные учебные действия» он трактует как умение учиться, т. е. способность субъекта к саморазвитию и самосовершенствованию путем сознательного и активного присвоения нового социального опыта. В более узком смысле А. Г. Асмолов определяет этот термин как «совокупность способов действия учащегося (а также связанных с ними навыков учебной работы), обеспечивающих самостоятельное усвоение новых знаний, формирование умений, включая организацию этого процесса». [3].

Основой для разработки понятия УУД послужил системно-деятельностный подход, базирующийся на положениях научной школы Л. С. Выготского, А. Н. Леонтьева, Д. Б. Эльконина, П. Я. Гальперина, В. В. Давыдова, В.А. Далингера. Нельзя отрицать и влияние концепции развивающего обучения.

Подходы к развивающему обучению также неоднородны, что породило множество различных школ и методик. Так, например, Л.С. Выготский видел целью развивающего обучения усвоение системы научных понятий, В.В. Давыдов и Д.Б. Эльконин говорили о развитии теоретического мышления, а В.В. Репкин предлагал более абстрактное «формирование субъекта учебной деятельности, направленного на самоизменение и самосовершенствование» [3].

В новом федеральном Стандарте УУД сгруппированы в четыре основных блока: личностные; регулятивные; коммуникативные; познавательные. Ссылаясь на работы А. Г. Асмолова, А. В. Онучина

описывает познавательные УУД следующим образом: познавательные УУД — это универсальные способы деятельности, отвечающие за наиболее эффективное использование приемов мышления, логических действий и операций для решения проблемных ситуаций или учебных задач.

Она отмечает, что самостоятельное определение учебных целей способно стать основой для развития проектного мышления и логических действий. [29]

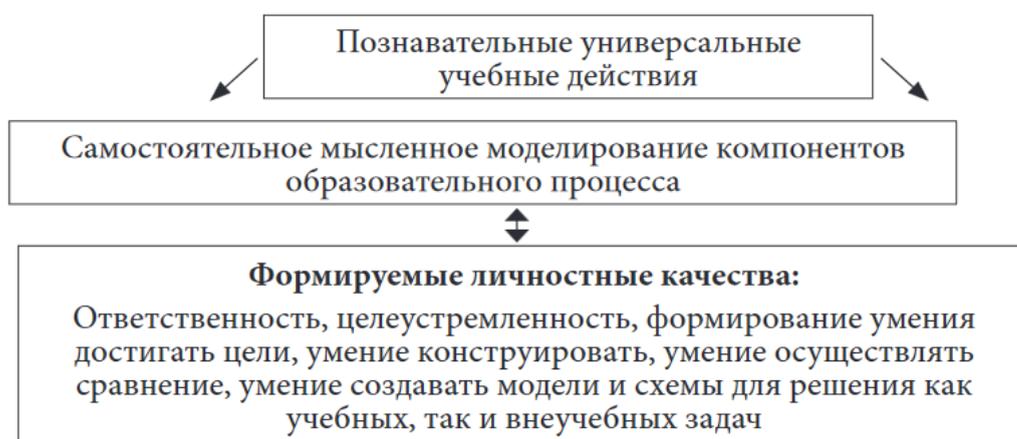


Рис.1. Структура познавательных УУД

Выдающийся педагог-методист Л. Г. Петерсон в своей программе надпредметного курса по развитию универсальных учебных действий у учащихся 5–9 классов общеобразовательной средней школы «Мир деятельности» выделяет четыре содержательно-познавательные линии, каждую из которых можно соотнести с определенными видами УУД: организационно-рефлексивную (регулятивные УУД), коммуникативную, познавательную и ценностную (личностные УУД). Содержание познавательной линии курса следующее:

- 1) организация саморазвития познавательных процессов;
- 2) знакомство с методами и средствами познания, методами работы с информацией
 - а) умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии;

- b) умение классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации;
- c) умение устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы;
- d) умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;
- e) уметь проводить учебное исследование;
- f) владеть навыками работы с информацией;
- g) владеть приёмами смыслового чтения.

В этой работе под познавательными учебными действиями будем понимать систему способов познания окружающего мира и построения самостоятельного процесса поиска, а также совокупность операций по обработке, систематизации, обобщению и использованию полученной информации.

Будем использовать следующую классификацию познавательных универсальных учебных действий (рис. 2):



Рис. 2. Классификация УУД.

Из них отдельно выделим следующие УУД:

- 1) умение извлекать необходимую информацию из таблиц, чертежей и диаграмм;
- 2) умение выполнять анализ и синтез информации при решении задачи;
- 3) умение составить схему (модель) решения задачи.

Именно на их развитие будет направлена наша работа в курсе комбинаторики.

В данном параграфе были рассмотрены понятия метапредметного подхода и метапредметных результатов, а также их составляющие; приведены различные подходы к пониманию термина «универсальные учебные действия». Рассмотрены описания познавательных учебных действий А. Г. Асмолова и Л. Г. Петерсон. Приведены классификации познавательных УУД, выделены развиваемые УУД.

§1.2. История возникновения комбинаторики и общее понятие комбинаторных задач

Комбинаторикой называют раздел математики, который изучает дискретные объекты, множества и отношения на них. Под *комбинаторными задачами* понимаются задачи, требующие составления различных комбинаций из конечного числа элементов и подсчета получившегося числа комбинаций, образованных по заданному правилу. Само слово «комбинаторика» произошло от латинского «combine», имеющего значение «соединять, сочетать». Термин придуман Г. Лейбницем и образован от немецкого глагола «kombinieren».

В своей работе «Комбинаторика» Н. Я. Виленкин отмечает роль развития ремесел и торговли в зарождении комбинаторики, поскольку именно с этими видами деятельности связывают появление понятий о группировке и порядке. Еще более значимым оказалось создание таких игр как шахматы, гомоку, рэндзю, нарды, го, шашки и т.д., поскольку для победы в них

необходимо просчитывать ходы, рассматривая разные комбинации и сочетания передвигаемых фигур.

Старейшая известная настольная игра «сенет», изобретенная в древнем Египте приблизительно 3500 лет до н.э., — это, возможно, первая игра, требующая выработки оптимальной стратегии. И, хотя правила ее остаются неизвестными, по одному из предположений (правила Кендалла) ходы игроков определяются броском игральных костей, роль которых выполняли четыре плоские палочки. Поскольку один игрок обладал 5 либо 7 фишками, а игра проводилась на поле 3×10 , будет справедливым утверждать, что рассуждения о возможных ходах — своих либо другого игрока — были близки к решению комбинаторной задачи.

Самое первое упоминание комбинаторных задач относится к XII-XIII вв. до н.э. и встречается в китайских рукописях. Более точно датировать это невозможно, поскольку многие книги были сожжены во время правления Цинь Ши Хуанди (213 г. до н.э.), и до наших дней дошли только копии, которые были сделаны позднее. Некоторые из вопросов, имеющих комбинаторный характер, замечены в древнекитайской «Книге перемен», также известной как «И цзин», датируемой 700 г. до н. э. и являющейся философским текстом, одним из канонов конфуцианского Пятикнижия.

По мнению её авторов, всё в мире состоит из различных сочетаний мужского (ян, активное состояние, свет, напряжение) и женского начал (инь, пассивное состояние, тьма, податливость), а также восьми стихий: земля, гора, вода, ветер, гром, огонь, водоём и небо [6]. В книге содержатся 64 символа (гексаграммы), каждый из которых обозначает определенную ситуацию. Гексаграммы (предположительно) состоят из двух триграмм. Эта книга использовалась при гаданиях, но с математической точки зрения большую значимость представляло то, по каким правилам располагались в ней гексаграммы.

Помимо этого, стоит отметить и интерес древнекитайских ученых к «магическим квадратам» — квадратным матрицам, сумма элементов которых

в каждой строке, столбце и диагонали равна одному и тому же числу. Их можно считать «прародителями» всем известной сейчас головоломки sudoku. В Китае наибольшую известность имел квадрат Ло Шу. Однако, несмотря на то, что принято считать китайских ученых первыми, кто вывел «магические квадраты», их прогресс в развитии этой темы был меньшим чем в Индии, а также ближневосточных и европейских странах.[46]

Отдельные комбинаторные задачи рассматривались и в Древней Греции, но систематическое изложение данных вопросов не дошло до наших дней — а, возможно, и вовсе не существовало. Но по сохранившимся рукописям можно предположить, что некоторые комбинаторные рассматривались уже тогда. Известно, что ученик Платона, Ксенократ Халкидонский, подсчитывал число слогов—по его исчислению, "число слогов, которое получается из сочетания букв друг с другом, равняется 100 200 000" [21]. Хрисипп (III век до н. э.) и Гиппарх (II век до н. э.) подсчитывали, сколько следствий можно получить из 10 аксиом. Хрисипп получил более миллиона возможных следствий, Гиппарх же писал, что из утверждающих аксиом можно составить 103 049 сочетаний, а добавив к ним отрицающие, 310 952. [24]. Используемые ими методы для получения таких результатов до сих пор неизвестны.

Аристотель определил все существующие типы трёхчленных силлогизмов, его ученик Аристоксен, заинтересовавшись поэзией, решил изучать стихотворения. Он вычислял все виды чередования слогов (длинных и коротких) в их размерах.[24]

Несомненно, на развитие комбинаторной науки также повлияла и популярность идеи о том, что в мире правят числа, и вещи — только их отражение, возникшей в школе Пифагора. Последователи этой идеи заинтересовались изучением свойств чисел. Поиск «совершенных чисел» — чисел, равных сумме своих делителей — требовал комбинаторного мышления, равно как и поиск «дружественных чисел», которые были равны сумме делителей другого. Это все заложило основу будущей теории чисел.

Большой вклад в развитие математики в целом и комбинаторики в частности внесла и Индия. Классическая задача комбинаторики: «сколько есть способов извлечь m элементов из N возможных» упоминается в сутрах, начиная примерно с IV в. до н.э. Индийские математики первыми открыли биномиальные коэффициенты и их связь с биномом Ньютона. Во II в. до н.э. индийцы уже знали, что сумма всех биномиальных коэффициентов степени n равна 2^n . Индийский математик Махавира, живший в IX в., и другие ученые рассматривали концепцию перестановок и комбинаций как отдельную ветвь математики, назвав ее «викальпа». Она стала прародительницей современной комбинаторики. Считается, что Махавира вывел формулы для числа перестановок и комбинаций. [47]

В XII веке индийский математик Бхаскара II в своём трактате «Лилавати» (первом томе его труда «Сиддханта Широмани») подробно исследовал задачи, связанные с перестановками и сочетаниями, включая перестановки с повторениями.

Философ и астроном раввин Авраам ибн Эзра (ок. 1140 г.) установил симметрию биномиальных коэффициентов. Сама формула была получена позже еврейским математиком Леви бен Гершоном (более известным как Герсонид) в 1321 г. [22] Арифметический треугольник — графическая диаграмма, показывающая отношения между биномиальными коэффициентами—появлялся в математических трактатах, датируемых еще X веком, и в конечном итоге стал известен как треугольник Паскаля.

Титул «отца комбинаторики» по праву принадлежит Г. В. Лейбницу [4]. Если прежде комбинаторике не выделялась в отдельную науку, ее вопросы были прикладными по отношению к другим дисциплинам, и лишь упоминались в томах по логике, математике и астрологии, то Лейбниц, проявив интерес к данной теме, изложил свои размышления и исследования в труде «Об искусстве комбинаторики» и впервые задействовал в нем сейчас широко известный термин «комбинаторный». Лейбниц использовал

специальную систему записи для символов и операций. Он вычислил, чему равняются k -сочетания из n элементов, а также определил свойства сочетаний. Помимо этого, он описывал возможное применение комбинаторных методов.

После смерти Бернулли было опубликовано «Искусство предположений» – незавершенное ученым сочинение, одна из частей которого была о комбинаторике и содержала:

- 1) формулы для числа перестановок из n элементов;
- 2) формулы для числа сочетаний без повторений и с повторениями;
- 3) для числа размещений с повторениями и без повторений.

В этот период сформировалась терминология новой науки. Такие термины как «сочетание», «перестановка», «размещение» принадлежат великим ученым той эпохи, а появление математического анализа связало аналитические задачи с комбинаторными.

Как независимая наука комбинаторика завершила свое формирование в трудах Леонарда Эйлера, уделившего внимание таким вопросам как:

- 1) задача о семи мостах, с которой началась теория графов;
- 2) построение греко-латинских квадратов;
- 3) задача о ходах коня;
- 4) обобщённые перестановки.

В конце XVIII в. немецкий ученый Гинденбург, а также его ученики и последователи пробовали создать общую теорию комбинаторного анализа. К сожалению, состояние науки на тот момент не позволило им этого сделать.

Позднее работы Д. Д. Сильвестра (конец XIX века) и Перси Мак-Магона (начало XX века) помогли заложить основы перечислительной и алгебраической комбинаторики. Двухтомный «Комбинаторный анализ» авторства Мак-Магона, опубликованный в 1915/16 г., является первой крупной книгой по перечислительной комбинаторике.

В то же время бурный интерес вызывала теория графов, особенно в связи с «проблемой четырех красок», возникшей в 1852 и позже получившей

название «теоремы о четырех красках». Теорема о четырёх красках — теорема, утверждающая, что всякую расположенную на плоскости или на сфере карту можно раскрасить не более чем четырьмя разными цветами (красками) так, чтобы любые две области с общим участком границы были раскрашены в разные цвета (рис.3).

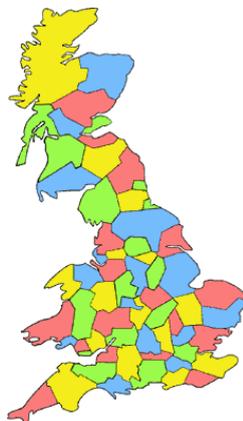


Рис.3. Иллюстрация к задаче о четырёх красках.

Во второй половине XX века комбинаторика стала быстро развиваться. Интерес к ней способствовал учреждению новых журналов и конференций по этой теме. Частично этот рост был вызван новыми связями и приложениями в других областях, от алгебры до теории вероятностей. Границы между комбинаторикой и областями математики снова начали стираться, но теперь ее связали и с теоретической информатикой.

Первое появление комбинаторики в школьном курсе математики датируется концом XIX — началом XX века.

После революции 1917 года единых программ для школ не существовало, однако чуть позже, в 1919 году, во временные программы для физико-технических групп была введена тема «Соединения».

Комбинаторика отсутствовала в 1925-1926 годы, поскольку именно тогда в обучении, с планом на 7 лет, главенствовала трудовая деятельность, но уже через два года начали появляться учебные программы, где изучение комбинаторных вопросов планировалось в 9 классе. [32]

Позднее ориентиром для школ стала подготовка обучающихся к получению высшего образования. Программа, по которой учились почти

двадцать лет, содержала элементы комбинаторики и бином Ньютона, которые планировались к изучению в 10 классе по учебнику А. Киселёва.[16]

В дальнейшем продолжались разработки новых учебников и программ, а А. Маркушевич предложил учебный план, который связал комбинаторные элементы и теорию вероятностей. [23]

Новый проект программы по математике, принятый под руководством А.М. Колмогорова, усилил внимание на обобщающие идеи математики. Его мнение было отражено в статье «Введение в теорию вероятностей и комбинаторику», в которой шла речь о необходимости вводить основные комбинаторные понятия вместе с теорией вероятностей на примерах [17]. Эти тенденции можно заметить и в существующем школьном курсе математики.

В 1980–1990 годы комбинаторика в программу основного курса математики не вошла и была вынесена на факультативные занятия.

С 2003 года элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей вернулись в базовый школьный курс математики.

Анализируя учебные материалы на включенность комбинаторики в 7-9 классах, можно выделить следующую особенность: ее изучение происходит либо в 7 классе (и тогда в 9 классе комбинаторика идет исключительно как приложение к основам теории вероятности), либо в 9 классе.

В учебнике авторства Г. В. Дорофеева, С. Б. Суворовой, Е. А. Бунимовича, Л. В. Кузнецовой, С. С. Минаевой, Л. О. Рословой «Алгебра, 7 класс» комбинаторика встречается в рамках изучения главы «Свойства степени с натуральным показателем», на темы «Решение комбинаторных задач» и «Перестановки» отводится 4(5) часов.

Коллектив авторов Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва, Н. Е. Фёдорова, М. И. Шабунин. «Алгебра, 7 класс» предлагает выделить изучение элементов комбинаторики отдельной главой и отвести на нее 6(7) часов. Предполагается изучение следующих тем: «Различные комбинации из трех элементов», «Таблица вариантов и правило произведения», «Подсчет вариантов с помощью графов».

В учебнике алгебры Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешкова, С. Б. Суворовой комбинаторика изучается в 9 классе совместно с теорией вероятности. Стоит отметить, что на элементы комбинаторики выделяется значительно больше часов, чем на начальные сведения из теории вероятности (9(11) против 3(5)).

С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. в своем учебнике «Алгебра, 9 класс» выделяют комбинаторику отдельным параграфом, отводят на ее изучение 5 часов и предлагают следующие темы: «Задачи на перебор всех возможных вариантов», «Комбинаторные правила», «Перестановки», «Размещения», «Сочетания».

Также просмотрим учебник Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешкова, И. Е. Феоктистова «Алгебра. 9 класс. Углублённый уровень». Можно заметить, что элементы комбинаторики «не прибавили» в часах—на них отводится 7 часов (меньше, чем на базовом уровне).

Присутствие комбинаторики в школьной программе — это, определенно, шаг вперед, но в действительности комбинаторика остается лишь темой, изучаемой несколько часов, к которой возвращаются лишь при подготовке к ОГЭ и ЕГЭ. Следовательно, ее потенциал для развития познавательных универсальных учебных действий реализуется недостаточно.

В данном параграфе было дано определение комбинаторики—раздела математики, который изучает дискретные объекты, множества и отношения на них, а также комбинаторной задачи — задачи, требующей составления различных комбинаций из конечного числа элементов и подсчета получившегося числа комбинаций, образованных по заданному правилу. Была проанализирована история комбинаторики как науки, ее развитие в школьном курсе математики.

§1.3. Требования к заданиям, методам, формам и средствам обучения

Прежде всего, необходимо определить, что будет подразумеваться под формами, методами и средствами обучения. Под формой обучения будем понимать способ упорядочения учебного процесса в отношении позиций его субъектов, их функций, а также завершенности циклов, структурных единиц обучения во времени [28]

Такие авторы как А.В. Хуторской, М.И. Махмутов подчеркивают необходимость указать на различие терминов, включающих понятие «форма обучения»:

- 1) формы обучения: индивидуальная, коллективная, фронтальная;
- 2) форма организации обучения: урок, лекция, семинар, элективные курсы, кружок и т.п.

Новиков А. М. выделяет множество классификаций форм обучения по различным основаниям:

- 1) Классификация форм по способу получения образования: очная, заочная, очно-заочная.
- 2) Классификация форм по системам обучения: начальное образование, общее среднее образование, среднее профессиональное образование и т.д.
- 3) Классификация по участию или не участию педагога в процессе учения: самообразование, обучение с помощью педагога.
- 4) Классификация по коллективности/индивидуализированности обучения:
 - a) индивидуальная форма;
 - b) индивидуально-групповая форма;
 - c) индивидуализированные системы обучения (Дальтон-план, бригадно-лабораторный метод, Батавия-план, план Келлера);
 - d) коллективная классно-урочная форма;
 - e) лекционно-семинарская форма.

5) Классификация форм обучения по механизму разбиения содержания обучения: дисциплинарная, комплексная;

6) Классификация форм обучения по основанию непосредственного или опосредованного общения обучающихся с педагогами или учебными материалами: очная, дистанционная, смешанная;

7) Классификация форм обучения по основанию «монолог-диалог»: монологическое обучение (традиционное), диалогическое (интерактивное);

8) Классификация форм обучения по месту проведения учебных занятий: стационарная, выездная;

9) Классификация форм занятий по их целевой направленности: вводные занятия, занятия по формированию знаний и умений, занятия по обобщению и систематизации знаний и умений, занятия по контролю освоения учебного материала и т.д.

10) Классификация форм обучения по видам учебных занятий: урок, лекция, семинар, лабораторная работа, практическое занятие. [28]

Неоспоримо то, что цели обучения определяют, какие методы, формы и средства должны использоваться, какими должны быть задания и их содержание. Но выбор метода зависит не только от цели обучения (в данном случае, формирования познавательных универсальных учебных действий), но и еще от множества факторов:

- 1) психофизиологических закономерностей обучения;
- 2) времени, отведенного на изучение материала;
- 3) уровня подготовки обучающихся;
- 4) материальной оснащенности образовательного учреждения;
- 5) учебной программы;
- 6) теоретической и практической подготовленности педагога.

Методами обучения будем называть способы действия педагогов и обучающихся, направленные на реализацию целей обучения. [43]

Как и в случае с формами обучения, существуют различные классификации. В данной работе будем использовать следующую классификацию (рис.4)

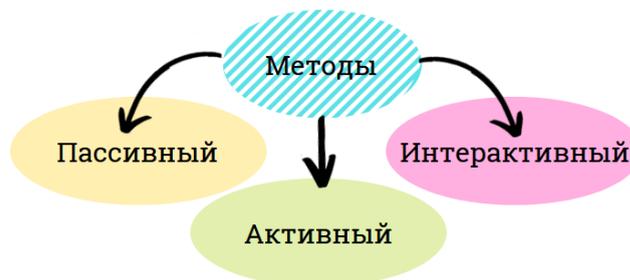


Рис.4. Классификация методов обучения.

Поскольку в рамках ФГОС самыми эффективными методами считаются активные методы и интерактивные, раскроем их подробнее.

Активным методом обучения считается такой метод, при котором обучающийся и учитель являются равноправными участниками урока, и предполагает их взаимодействие между собой.

Интерактивным методом называется метод, при котором учитель и обучающийся — это равноправные участники урока, а взаимодействие организуется не только между учителем и обучающимися, но и среди самих обучающихся. Иногда об интерактивном методе говорят как об одном из видов активных (при этом наиболее действенном), и это достаточно обоснованно, ведь многие из методов, традиционно причисляемых к «активным», в действительности соответствуют определению «интерактивных» — к примеру, деловые игры, сыгравшие большую роль в становлении активного метода обучения, будут принадлежать к интерактивным, поскольку в их процессе неизбежно происходит процесс взаимодействия обучающихся между собой. Метод проектов, предложенный американским философом и педагогом Дж. Дьюи, а также кейс-метод можно причислить к интерактивным в случае, если над проектом (кейсом) работает несколько обучающихся. Более того, поскольку и метод проектов, и кейс-метод предполагают обсуждение итогового продукта, решения или результата исследования не только с учителем, но и с другими

обучающимися, следовательно, они будут являться интерактивными методами.

Средствами обучения принято называть объекты, созданные человеком, а также предметы естественной природы, используемые в образовательном процессе в качестве носителей учебной информации и инструмента деятельности педагога и обучающихся для достижения поставленных целей обучения, воспитания и развития. Одна из широко распространенных классификаций средств обучения — классификация Пидкасистого, согласно которой все средства обучения делятся на материальные и идеальные [30].

В §1.1. были перечислены следующие познавательные универсальные учебные действия, которые планируется формировать:

- 1) Общеучебные действия
 - а) умеет извлекать необходимую информацию из таблиц, чертежей и диаграмм
- 2) Логические действия
 - а) умеет выполнять анализ и синтез информации при решении задачи
 - б) умеет составить схему (модель) решения задачи;

Одно из важнейших и наиболее общих познавательных универсальных учебных действий — это умение решать проблемы или задачи. Усвоение общего приема решения задач основано на сформированности логических действий — умении анализировать объект, осуществлять сравнение, выделять общее и различное, классифицировать, находить аналогии. Умение ставить и решать задачи считается одним из главных показателей уровня развития учащихся. При обучении используются так называемые учебные задачи—задачи, при решении которых обучающиеся посредством учебных действий открывают и овладевают новым способом решения некоторого класса задач.

Общий прием решения задач включает: знания этапов решения, способов решения, типов задач, обоснований выбора способа решения, а

также владение предметными знаниями: понятиями, определениями терминов, правилами, формулами, логическими приемами и операциями.

Выделяют несколько подходов при анализе процесса решения задачи: логико-математический (выделяют логические операции, входящие в этот процесс), психологический (рассматривают мыслительные операции, на основе которых он протекает) и педагогический (анализируют приемы обучения, формирующие у учащихся умение решать задачи).

Обучающиеся, овладевшие общим приемом решения, способны самостоятельно анализировать и решать задачи. Рассмотренное описание приема решения задач работает не только для математики, но и для других предметов. Стоит выделить некоторые особенности при решении математических задач — происходит абстрагирование от конкретной, описанной в тексте ситуации, выделяется структура отношений элементов текста.

Выделенное в параграфе 1.1. умение составлять модель решения как познавательное УУД — это действие моделирования, считающееся одним из важнейших умений для обучающегося, поскольку каждый или почти каждый учебный предмет предполагает использование различных знаково-символьных средств — цифр, букв, схем, нотных записей и т.д. Согласно концепции развивающего обучения Д.Б. Эльконина — В.В. Давыдова, моделирование — это учебное действие, которое должно быть сформировано уже к концу начальной школы. В моделировании выделяют несколько этапов: построение модели, работа с ней и переход к реальности. В моделировании как в учебном действии можно выделить такие этапы:

- 1) предварительный анализ текста задачи;
- 2) перевод текста на знаково-символический язык;
- 3) построение модели;
- 4) работа с моделью;
- 5) соотнесение результатов, полученных на модели, требованием задачи.

К задачам, в свою очередь, можно выдвинуть следующие требования:

- 1) в содержании задач должны отражаться математические и не математические проблемы и их взаимосвязь;
- 2) задачи должны соответствовать рабочей программе курса;
- 3) задачи должны вводиться в процесс обучения как необходимый компонент и служить достижению цели обучения;
- 4) содержащиеся в задачах понятия, термины должны быть доступными для обучающихся;
- 5) содержание и требование задач должны быть практико ориентированы и «сближать» математику с реальной жизнью;
- 6) способы и методы решения задач должны быть приближены к практическим приемам и методам;
- 7) прикладная часть задач не должна перекрывать ее математическую сущность;
- 8) задача должна обеспечивать возможность оценки знаний и умений;
- 9) в задаче не должно быть явных подсказок, указывающих на метод решения, который должен использоваться. [27]

В данном параграфе были рассмотрены определения методов и средств обучения, перечислены познавательные универсальные учебные действия, развитие которых планируется в рамках темы «Комбинаторика», выделены этапы моделирования. Выдвинуты требования к задачам.

Выводы по первой главе

Первая глава посвящена теоретическим аспектам формирования познавательных универсальных учебных действий в рамках темы «Комбинаторика».

В параграфе 1.1. рассматриваются понятия метапредметности, метапредметных подходов и результатов. В тексте параграфа рассматриваются подходы разных авторов к понятию «универсальные учебные действия». Приводятся описания познавательных УУД таких авторов как Л.Г. Петерсон и А.Г. Асмолов, а также их классификации.

Параграф 1.2. посвящен комбинаторике как науке: ее истории и развитию в школьном курсе математики. Комбинаторика определяется как наука, изучающая дискретные объекты, множества и отношения на них, комбинаторная задача—как задача, которая требует нахождения комбинаций из конечного числа элементов и их подсчета. Помимо этого в параграфе содержится анализ УМК разных авторов за 7 и 9 классы.

Далее в параграфе 1.3. рассматриваются определения методов обучения и средств обучения. Перечисляются познавательные УУД, на развитие которых будут направлены методы, формы и средства обучения. Описаны этапы моделирования и выдвинуты требования к задачам.

Глава 2. Методические аспекты формирования познавательных УУД в рамках изучения темы «Комбинаторика»

§2.1. Определение целей и содержания задач для развития познавательных УУД

В параграфе 1.1. были определены следующие познавательные универсальные действия, на развитие которых должны быть направлены учебные задачи:

- 1) Общеучебные действия
 - а) умение извлекать необходимую информацию из таблиц, чертежей и диаграмм;
- 2) Логические действия
 - а) умение выполнять анализ и синтез информации при решении задачи;
 - б) умение составить схему (модель) решения задачи.

Сначала рассмотрим задачи, соответствующие пункту 1а. Очевидно, что, в рамках комбинаторики, речь в них пойдет о задачах, проиллюстрированных графами.

Города А, В, С и D соединены дорогами так, как показано на рисунке (рис.5).

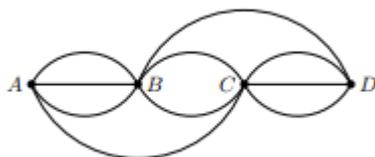


Рис.5. Иллюстрация к задаче.

Сколькими способами можно проделать путь из города А в город D, побывав в каждом городе ровно по одному разу?

Подобные задачи, но с вариативными уровнями сложности, можно найти на сайте Quizzes, разработанном специально для курсов Introduction to Discrete Mathematics for Computer Science и Data Structures and Algorithms преподавателями из Калифорнийского университета в Сан-Диего и НИУ ВШЭ [51].

Для нашей цели подходит задание «Number of Paths» («Количество путей»). Для всех уровней сложности существует единая формулировка:

Есть несколько точек, соединенных путями, как на картинке. Есть начальная точка s и конечная точка t . Сколько существует способов дойти от s к t , следуя уже проложенным путям? Заполните количество путей к каждой точке в кружках ниже (рис.6).

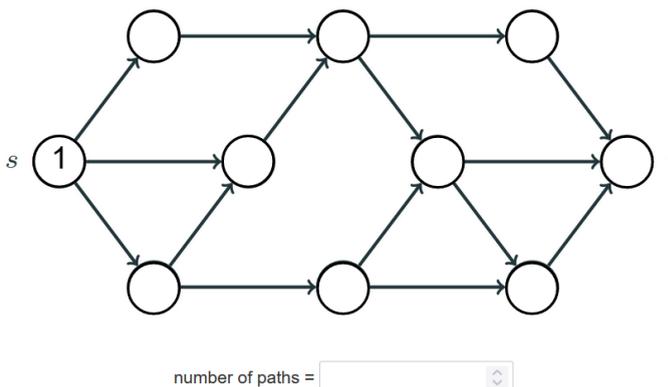


Рис.6. Задача первого уровня, ч.1.

Работа с этим упражнением на сайте проста и интуитивна. Каждый кружок, кроме первого (s)—это активный элемент страницы, который можно выбрать и заполнить (ввести число путей в поле «number of paths=»). После заполнения всех кружков необходимо нажать «check» для проверки задания (рис. 7).

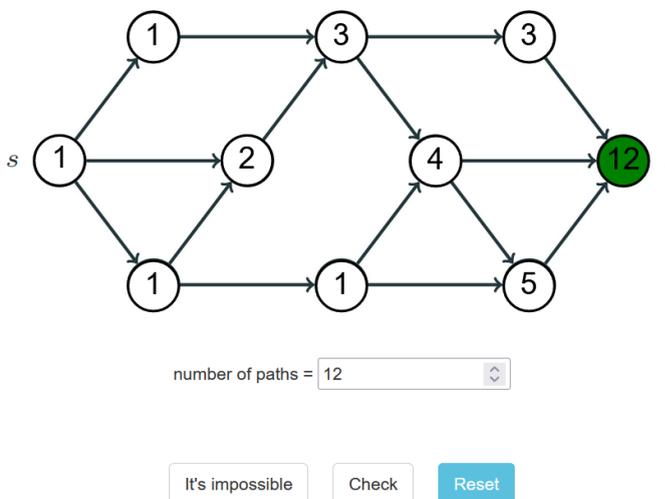


Рис.7. Задание первого уровня, ч.2.

После этого можно перейти на следующий уровень. Всего уровней в упражнении 4 (рис. 8, рис. 9, рис. 10), и сложность их различается, что позволяет реализовать принцип дифференциации обучения. Сложность нечетных уровней ниже.

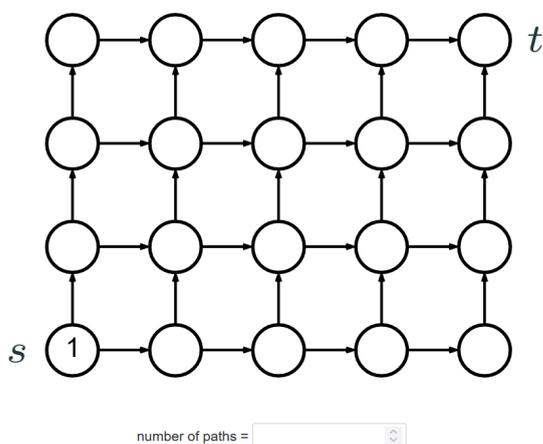


Рис.8. Задание второго уровня.

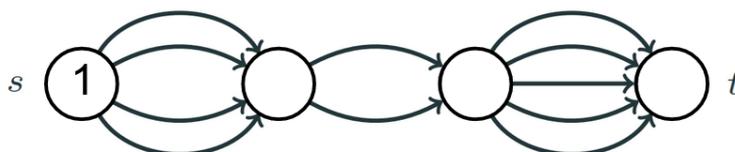


Рис.9. Задание третьего уровня.

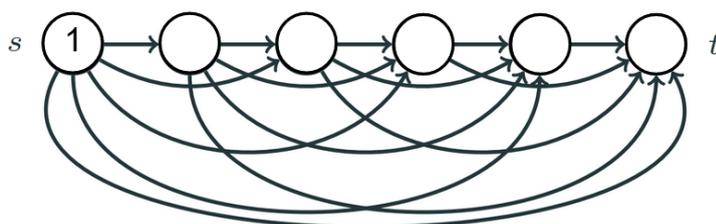


Рис.10. Задание четвертого уровня.

Рассмотрим задачи на умение составить схему (модель) решения. Типовыми в этом случае будут задания, где требуется построить дерево решений (дерево вариантов).

- 1) В столовой есть на выбор три первых блюда: борщ, уха, лагман

четыре вторых блюда: куриная грудка с гречкой, рыба с рисом, овощное рагу, творожная запеканка

три напитка: чай, какао и сок.

Сколько вариантов обедов можно составить из этих блюд и каких?
Составьте дерево решений для перечисления вариантов

2) Представьте что вы — составитель школьного расписания. Вас попросили выписать все возможные варианты расписания на день из предметов: русский язык, литература, биология, геометрия, физика и иностранный язык.

Вы знаете, что в день должно быть шесть уроков, ни один из предметов не повторяется, физика не должна стоять последней, поскольку ее прогуляют, а русский и литературу ведет один учитель и они обязательно стоят друг за другом (но порядок не важен). Нарисуйте дерево решений.

3) Три подруги — Полина, Катя и Света — стоят в очереди в магазине. Им надо решить, кто за кем стоит, поскольку касса работает всего одна. Сколькими способами они могут встать в очередь? Изобразите дерево возможных вариантов.

Катя хочет посмотреть канцтовары, поэтому попросила быть последней. Какие из вариантов для нее подходят?

4) Для призеров олимпиады по информатике администрация школы приготовила подарки: флешки, мышки, клавиатуры и колонки. Каждый призер получает по два любых предмета. Сколько можно составить призов, отличных друг от друга? Нарисуйте дерево решений.

А сколько получится призов, если они могут состоять только из двух различных предметов?

Задачи на умение выполнять анализ и синтез информации при решении

1) Жил да был царь, да сам себе на уме. Правил год, правил другой, правил десятый — все хуже становились причуды царские. Подумал он и решил, что будет своих подданных отличать друг от друга не по добрым именам, а по... зубам.

Поскольку негоже царю с черными зубами ходить, себе он оставил все зубы белыми. Самым поверенным своим подданным приказал по одному зубу окрасить в черный — да так, чтобы черный зуб у них не совпадал. Тем, кто пониже статусом — сказал по два зуба вычернить, а самые бедные остались только с одним белым зубом. Со всеми черными зубами был только один Ванька-дурак, бедняк и простофиля, каких поискать.

Так сколько же было подданных у царя?

2) В библиотеке лежат 5 экземпляров романа Ф. М. Достоевского «Игрок», четыре экземпляра книги «Бедные люди», и три экземпляра «Бесов». А еще там есть четыре тома, которые включают «Игрока» и «Бедных людей, и восемь экземпляров с «Бедными людьми» и «Бесами».

Сколько есть способов взять на дом книги, содержащие по одному экземпляру каждого из произведений. А если библиотекарь найдет еще два сборника, включающие «Игрока» и «Бесов», и четыре книги, в которых содержатся все три произведения?

3) Завхоз проводил инвентаризацию и вдруг заметил, что у него не включается радио. Поискав хорошенько в шкафу, он нашел там 8 батареек. Он был уверен, что половина из них — рабочие, ведь совсем недавно школа закупала батарейки. Другая половина была разряжена, и утилизировать их не получилось — крупный магазин техники поблизости, как выяснилось, убрал бак для утилизации.

Завхоз хочет включить радио, чтобы не было так скучно проводить инвентаризацию. Но для этого ему нужно вставить в него батарейки и проверить, какие из них работают. Чтобы радио включилось, в него нужно вставить две батарейки, причем обе должны быть заряжены. Какое максимально количество пар батареек надо проверить завхозу, чтобы радио включилось?

4) Саша открывает свое кафе и один из самых важных пунктов в его меню — это завтраки. У него есть фирменное блюдо — это тосты. Он решил разнообразить меню и внести в него как можно больше разных добавок. У

него есть: авокадо, кета, яйца, творожный сыр, карамель и черничное варенье. Как много разных видов тостов Саша сможет предложить своим посетителям, если все добавки можно перемешивать между собой, но в рамках сочетаемости вкусов (карамель и кета — не самое аппетитное сочетание).

5) Хелен выросла в Берлине, а училась в Мюнхене. Она слишком много времени прожила в больших городах, и Люксембург ей не понравился. Он был во всем «слишком» — слишком маленький, слишком игрушечный. Хелен привыкла к мегаполисам, и тишина оглушала ее, а размеренное течение жизни скучных маленьких городков — раздражало. Она бы лезла на стену от безделья, но к счастью была занята в «Интелсате» круглыми сутками.

Ей нравилась ее работа. Совсем недавно, в несчастном 2020ом она была всего лишь двенадцатиклассницей в мире, переживающем эпидемию. Никому и дела не было до того, чтобы заниматься добычей полезных ископаемых из астероидов. На тот момент это звучало чем-то фантастическим. Никто даже представить не мог, что компания с штаб-офисом в маленьком государстве с населением чуть больше шестисот тысяч человек почти что монополизирует этот рынок.

Хелен вошла в кабинет и взглянула на проекцию часов—беззвучную, в отличие от кварцевых. Она не опоздала. Несколько сотрудников подняли головы, а Шерон поприветствовала ее кивком и вернулась к работе.

Дерек громким шепотом окликнул ее:

– Хелен! Эй, Хелен!

Хелен обернулась.

– Тебе нужно что-то?

– Мы тут кое-что обсуждаем, – встряла Иветт. – Ты же слышала про Антерос?

– Что именно?

– Там вроде бы много железа. И кобальта. И на ближайшие годы спонсируют только парочку миссий на астероиды. И название красивое — греческое.

Хелен дотянулась до кнопки включения компьютера и повернулась на кресле к Дереку и Иветт. Что-то странное было в их разговоре. Они смотрели на нее так, будто хотели озадачить чем-то.

– Про это слышала, — кивнула она. — И что назван в честь бога неразделенной любви, и что относится к группе Амура, и что последний раз пролетал мимо Земли в 1961ом, и что в приоритетах много чего другого есть тоже слышала. А вам-то что от меня нужно? Узнать, кого еще могут выбрать? — Иветт и Дерек одновременно кивнули. Хелен открыла базу данных и выставила необходимые фильтры. — Так, в списке Антерос... и еще девятнадцать других астероидов. Вам перечислить?

Иветт что-то отметила у себя в планшете, Дерек помотал головой. Хелен, вздохнув, свернула базу данных и начала просматривать документы.

– Обещают одобрить всего три заявки.

– Это ж сколько всего вариантов получится?

Хелен взглянула на экран и равнодушно пожала плечами.

– Ну посчитайте.

б) « – Посему ртуть – Меркурий – есть мать всех металлов, а сера – отец, – вдохновенно вещал мэтр. – Давно один великий алхимик записал:

«Семь металлов создал свет

По числу семи планет:

Дал нам космос на добро

Медь, железо, серебро,

Злато, олово, свинец...

Сын мой! Сера их отец!

И спеши, мой сын, узнать:

Всем им ртуть — родная мать!»

Голос мэтра стих, и некоторое время в зале звучал лишь скрип перьев да шорох пергаментов. Лоренцо затаил дыхание, ожидая, пока мэтр продолжит.

– Меркурий, что наделяет металлы блеском, и сульфур, ответственный за горючесть, могут соединиться только в особой среде — философской соли. Только так и происходит перерождение, алхимический брак, трансмутация. Мудрецы узнали, что железо содержит в себе малейшую долю ртути, соли и серы в нем больше. Из большого количества серы и равного — ртути и соли — рождается медь. Свинец — Сатурн — из большого количества грубой ртути, и малого — серы и соли. В золоте же ртуть переварена и очищена до совершенства в зрелости.

Кто-то из учеников поглядывал в окно, отвлекшись на весенний щебет птиц, но большинство наострились, стоило лишь зазвучать слову «золото». Мэтр, выдержав паузу, заговорил:

– Дело всей моей, а может быть и вашей жизни зовут «великим деланием». Вероятно, многие из вас будут достаточно честолюбивы, чтобы поставить себе цель создать из философской ртути и философской серы чудесный эликсир, превращающий любые металлы в золото. И найдутся те, кто захочет изготовить его не ради богатства, но ради того, чтобы увековечить свое имя или исцелить телесные недуги, — голос мэтра был отстраненным. — Золотой напиток — это эликсир, разведенный в определенной степени. Мечта всех стариков, которые хотят вернуть молодость и прожить вечную жизнь, — он улыбнулся. — Но прошу вас, помните, что любая ошибка в расчетах может стоить вам не только трат таких редких компонентов как философская ртуть и сера. Лоренцо, возьми абак.

Лоренцо поднялся, взял тяжелый абак со стола мэтра и, вежливо поклонившись, вернулся на свое место.

– До нас дошла запись о следующем опыте одного из адептов. Ему — по его мнению — удалось изготовить эликсир. Он использовал равное количество

унций* некоторых элементов, упомянутых в стихе, который я вам прочел. Еще нам известно, что взял он ровно пять элементов. Сколькими способами он мог это сделать?

*абак – счетная доска, применявшаяся для вычислений.

*унция – в данном случае – аптекарская унция, устаревшая единица измерения, равная от 25 до 35 грамм в разных странах.

В данном параграфе были рассмотрены три типа задач, направленных на формирование различных видов познавательных универсальных учебных действий: умения извлекать необходимую информацию из таблиц, чертежей и диаграмм; умения выполнять анализ и синтез информации при решении задачи; умение составить схему (модель) решения задачи.

§2.2. Определение форм, методов и средств обучения для развития познавательных УУД

Задания, рассматриваемые в §2.1, предполагают фронтальную либо групповую форму работы, а также использование классно-урочной системы. При должной адаптации их с легкостью можно использовать как при очной форме обучения, так и дистанционной.

Рассмотрим следующие методы и средства, имеющие потенциал для развития познавательных универсальных учебных действий в рамках изучения темы «Комбинаторика».

Проблемный метод — предполагает постановку проблемы (проблемной ситуации, проблемного вопроса) и поиск решений этой проблемы через анализ подобных ситуаций (вопросов, явлений).

Метод развития критического мышления через чтение и письмо (РКМЧП) — метод, направленный на развитие критического (самостоятельного, творческого, логического) мышления. В методике

предлагается своя структура уроков, состоящая из этапов вызова, осмысления и размышления. [26].

Дидактические игры – это учебные занятия, которые организуются в виде учебных игр. Они реализуют ряд принципов игрового обучения и являются одним из методов активного обучения. Их отличает наличие правил, фиксированной структуры игровой деятельности и системы оценивания [19]. Использование дидактических игр на уроках способствует повышению мотивации обучающихся и саморегуляции учащихся, при условии, что они были вовлечены в обсуждение правил игры и участвовали в разработке критериев оценки результатов. Важной частью дидактических игр является анализ, который способствует развитию рефлексии обучающихся и может происходить как в виде устного обсуждения итогов игры, так и в формате анкетирования.

Метод графов (составление граф-схем, дерево решений, «метод ветвей и границ») — это метод, предполагающий составление системы опорных сигналов с кодированием основного содержания учебного материала или задачи в его существенных связях и взаимоотношениях.

Помимо того, что графы — это фундаментальные объекты комбинаторики, их использование в учебном процессе позволяет:

- 1) усвоить учебный материал либо задачу через различные каналы восприятия;
- 2) синтезировать информацию с помощью граф-схем;
- 3) логически осмыслить закономерные связи в граф-схеме.

Кейс-метод (метод конкретных ситуаций)—метод активного проблемно-ситуационного анализа, основанный на обучении путем решения конкретных задач-ситуаций. [39] Данный метод активно развивался за рубежом начиная с XX века, в его истоках лежит метод преподавания права, который был разработан деканом юридической школы Гарварда, Кристофером Лэнгделлом.

Кейс-метод позволяет обучающимся не только разобраться в сложной проблеме, самостоятельно прийти к решению и донести это решение до других, но и повышает мотивацию к предмету, расширяет кругозор, может способствовать возникновению интереса к определенным профессиям.

Существуют различные классификации кейсов — по сложности, целям обучения, профильности и т.д. Приведем следующие классификации:

По сложности:

1) Иллюстративные учебные кейсы, цель которых — обучить алгоритму принятия решений в определенной ситуации.

2) Учебные кейсы с формулированием проблемы. В них описывается ситуация, четко озвучиваются проблемы, решение принимается самостоятельно обучающимися.

3) Учебные кейсы без формулирования проблемы, где проблема представлена в статистических данных или оценках общественного мнения, а цель — выявить проблему самостоятельно и найти альтернативные пути решения. [12].

По целям и задачам процесса обучения:

1) обучающие анализу и оценке;

2) обучающие решению проблем и принятию решений;

3) иллюстрирующие проблему, решение или концепцию в целом

[12]

В курсе комбинаторики представляется возможным использовать следующие типы квестов:

1) иллюстративные

2) учебные с формулированием проблемы

А также, исходя из другой классификации:

1) кейсы, обучающие анализу и оценке;

2) кейсы, обучающие решению проблем и принятию решений.

Кейсы можно использовать в самом начале изучения темы, когда обучающиеся еще не знакомы с формулами и методами решений. В таких

случаях можно воспользоваться задачами из пособия Мориса Глемана и Тамаша Варга «Вероятность в играх и развлечениях».

Фишка ставится в клетку с надписью «старт», и цель игры — дойти до клетки с надписью «финиш». Фишка может двигаться только вверх и вправо. Сколько существует способов дойти до финиша?

			* финиш
* старт			

Рис.11. Иллюстрация к заданию.

При необходимости, можно усложнить задачу, увеличив размер поля. Помимо простого перебора некоторые из обучающихся (возможно, с подсказкой учителя, могут догадаться представить путь фишки в виде последовательности букв, обозначающих направление ее движения, и составить дерево решений, а значит, создать модель решения, что и является целью заданий.

В пособие описана дальнейшая работа с этими заданиями, которая приводит к введению треугольника Паскаля. [10]

Также можно использовать кейсы от Яндекс.Практикума, например, задачу про тысячу пробирок. Вот ее условие, переработанное для того, чтобы быть ближе к насущным проблемам:

«Давайте представим, что вы — работники лаборатории, ищущей лекарство от COVID-19. Вам пришла партия в 1000 пробирок с лекарством для тестирования на людях (тестирование абсолютно законно, у вас есть лицензия и добровольцы). Но у вас возникает проблема: вам сообщают, что в одной из пробирок находится не лекарства, а смертельная доза некоего реактива, при этом внешне разницы между пробирками с лекарствами и реактивом нет.

Вы хотите отправить лекарство для тестирования как можно скорее, но, разумеется, пробирку с ядовитым реактивом передавать нельзя, иначе возможны жертвы. Тестировать все пробирки очень долго.

К счастью, у вас есть лабораторные крысы, для которых лекарство безвредно, а капля яда убьет крысу за сутки. Крыс у вас ровно 10.

Предположите, как можно вычислить пробирку с ядовитым реактивом? А как сделать это быстро? За какое время вы гарантированно обнаружите яд?»

В качестве наводящих вопросов можно использовать следующие:

1) «Как вы считаете, рациональнее тестировать все пробирки или выбирать отдельные?»

2) «Мы должны тестировать одну мышь одной пробиркой, или будем давать ему лекарства из нескольких?»

Теперь перейдем к сюжетным задачам — это самый распространенный тип комбинаторных заданий. Для начала поставим следующий вопрос: что мы называем задачей?

Задачей называют проблемную ситуацию с явно заданной целью, которую необходимо достичь. Если рассматривать это в более узком смысле, то задача и есть цель, данная в рамках проблемной ситуации. Математическая задачей будем считать упражнение, требующее нахождения решения по известным данным с помощью определённых действий (умозаключения, вычисления, перемещения элементов и т. п.) и с соблюдением заданных правил совершения этих действий.

Математические задачи можно классифицировать следующим образом:

По функциям:

- 1) развивающие задачи;
- 2) дидактические задачи;
- 3) познавательные задачи;
- 4) контролируемые задачи.

По обучающей роли в изучении школьного курса:

- 1) задачи на овладение математической символикой;
- 2) задачи на усвоение;
- 3) задачи на формирование математических умений и навыков;
- 4) задачи развивающего характера;
- 5) задачи на обучение доказательству;

По содержанию:

- 1) вычислительные задачи;
- 2) задачи на построение;
- 3) задачи на доказательство;
- 4) комбинированные задачи.

Отдельно выделяют такой вид задач как текстовые задачи, где сформулирована словами зависимость между условием и требованием.

Можно перечислить следующие их функции:

- 1) усвоение математических понятий и отношений между ними;
- 2) усвоение специфических понятий, входящих в предметную область задач;
- 3) повышение вычислительной культуры обучающихся;
- 4) обучение применению моделирования как метода познания;
- 5) реализация межпредметных связей;
- 6) развитие у обучающихся способностей к анализу, рассуждению, обоснованию;
- 7) развитие логического мышления;
- 8) развитие познавательных способностей;
- 9) формирование универсальных качеств личности;
- 10) повышение интереса обучающихся к математике;
- 11) осуществление предпрофильной и профильной подготовки обучающихся.

Один из видов текстовых задач, имеющий большой потенциал для формирования познавательных универсальных учебных действий—это сюжетные задачи. Сюжетными задачами, по определению советского

психолога и педагога Л.М. Фридмана, называют текстовые задачи, описывающие некоторый сюжет с целью нахождения определенных значений. [41]

Л.В. Шелехова в статье «Сюжетная задача как объект изучения» выделяет следующие компоненты структуры сюжетной задачи:

1) элементы задачи:
а) известные (явно заданные);
б) неизвестные (неконкретные, неявно заданные): искомые (их требуется найти или установить); промежуточные или вспомогательные (нахождение которых не требуется, но они должны быть найдены в процессе поиска искомого);

2) величины, которыми охарактеризованы элементы (сколько и какие величины заданы явно или неявно в тексте задачи; характер каждого значения величины);

3) характер взаимосвязей между элементами;

4) основное отношение между величинами;

5) состояния (изменение значений величин, характеризующих ее элементы);

6) ситуации (предложение, формализованное основным отношением, реализованным в задаче). [44]

В данном параграфе были рассмотрены формы, методы и средства обучения — их определения, классификации, некоторые из видов. Проанализированы самые перспективные методы и средства для развития познавательных универсальных учебных действий—кейс-метод, метод графов, сюжетные задачи. Описаны возможности использования кейс-метода в рамках изучения темы «Комбинаторика».

§2.3. Из опыта обучения комбинаторике

В рамках исследования был проведен педагогический эксперимент, основанный на разработанной методике развития познавательных универсальных учебных действий во время изучения темы «Комбинаторика». Он проводился в мае 2021 г. на базе МАОУ «Средняя школа №53». Эксперимент проводился среди обучающихся 7А и 7Б классов, всего 51 человек.

Цель эксперимента — проверить, влияет ли использование комплекса задач и выбранных методов обучения комбинаторике на уровень сформированности познавательных универсальных учебных действий.

Опишем познавательные УУД, которые планируется развивать, подробно.

Элементы ПУУД	Описание	Определение состава элементов ПУУД
Общеучебные		
умение структурировать знания (моделировать)	мыслительная деятельность, в результате которой происходит установление связей между объектами по выбранному принципу	- умение представлять информацию в виде схем, диаграмм и графиков, а также с использованием иных систем обозначений; - умение получать информацию из схем, диаграмм, таблиц и графиков;
Логические		

умение делить целое на части (анализ)	мыслительная операция, суть которой — разделение целого на отдельные элементы и выделение его признаков	- умение делить объект на элементы и упорядочивать их; - умение выделять характеристики элементов
умение составлять целое из частей (синтез)	мыслительная операция, характеризующаяся нахождением или образованием связей между элементами, и объединение их в единое целое	- умение находить основание для объединения элементов; - умение объединять по указанному в условии основанию.

Выделим следующие уровни развития познавательных учебных действий, согласно классификации Пустовит Е.А.:

1) репродуктивный — обучающийся действует по образцу, не вносит коррективы в учебное действие, способен правильно решать только известный и отработанный тип заданий;

2) продуктивный — обучающийся способен самостоятельно вносить коррективы в учебное действие при небольшом изменении ситуации или условий задачи;

3) творческий — самостоятельно анализирует условия, систематизирует известные приемы, обучающийся сам открывает способы решения, определяет тип задания и вносит в учебное действие коррективы.

На первом этапе для определения уровня развития познавательных учебных действий обучающихся 7 класса предлагалась следующая диагностическая работа:

Задание 1.

1 балл

Комбинаторика отвечает на вопрос

- 1) как найти частоту случайных явлений;
- 2) сколько комбинаций можно составить из n элементов;
- 3) какова вероятность некоторого случайного события.

Задание 2.

3 балла

Трое пятикурсников в Хогвартсе выучили четыре заклинания—Агуamenti, Протего, Вингардиум Левиоса и Редуцио. Они пришли сдавать СОВ, а в комиссии были профессор Макгонагалл, профессор Флитвик и профессор Спраут. Каждый ученик сотворил одно заклинание по указанию каждого из профессоров.

Сколько всего заклинаний было сотворено на экзамене? Изобразите в виде дерева все возможные варианты, если известно, что Флитвик, Макгонагалл и Спраут спрашивали у одного ученика разные заклинания.

Один из вариантов представьте в виде таблицы, по которой будет понятно, кто кому показывал какое заклинание.

Задание 3.

1 балл

Сколько существует способов случайно выбрать из десяти лучших учеников троих, которые поедут в выездную школу?

Задание 4.

2 балла

Сколько различных слов можно получить перестановкой букв в слове «ЛЕЙБНИЦ»? А в слове «ПАСКАЛЬ»?

Задание 5.

1 балл

Олеся выбирает открытки для своих подруг. В книжном магазине всего 8 видов открыток. У Олеси всего пять подруг.

Сколько способов купить открытки у нее есть, если учесть, что открытки могут быть одинаковыми?

Максимальное количество баллов за работу—8.

0-1—нулевой уровень сформированности ПУУД.

2-4—репродуктивный

5-6—продуктивный

7-8—творческий

Результаты по двум классам были следующие (рис.12, рис.13):

Результаты диагностической работы

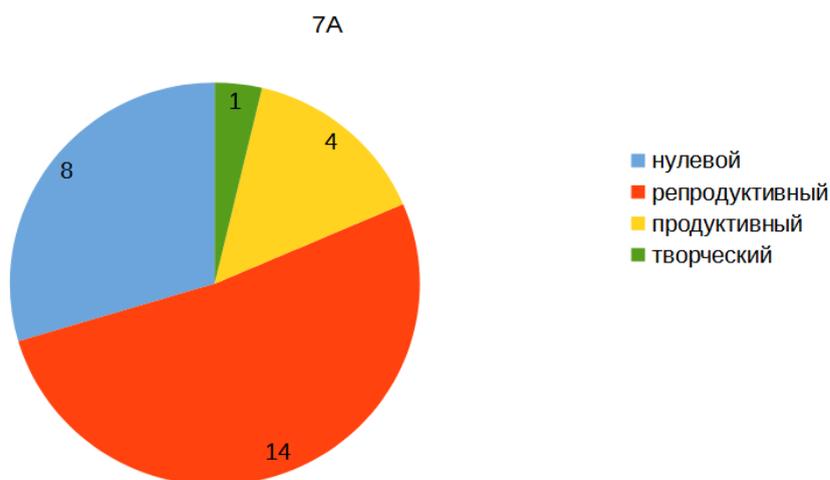


Рис.12. Результаты диагностической работы в 7А классе.

Результаты диагностической работы

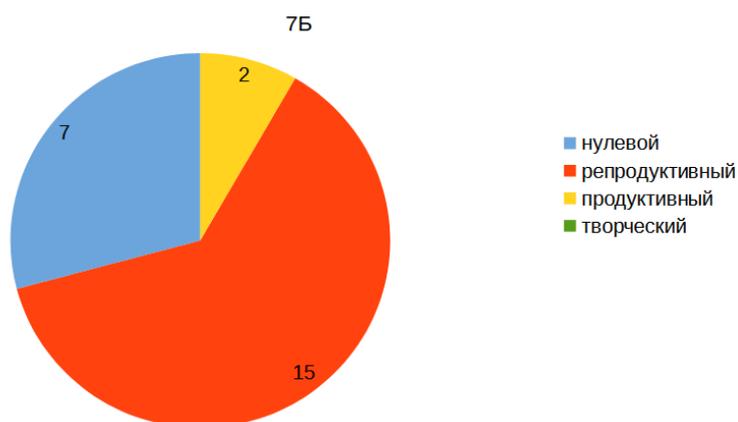


Рис.13. Результаты диагностической работы в 7Б классе..

Анализ результатов диагностической работы показал, что многим обучающимся тяжело дается составление математической модели, перевод задач на математический язык. Сложности возникают на этапе работы с

условием, если оно отличается от условий задач, с которыми обучающиеся встречались прежде. Это демонстрирует, что познавательные УУД развиты на недостаточном уровне.

На начало эксперимента оба класса — и экспериментальная, и контрольная группы — находились приблизительно на одном уровне подготовки.

В 7А классе (контрольная группа) занятия по комбинаторике проводились традиционно, в 7Б реализовывались методы активного обучения, кейс-метод, активно использовался метод графов, а также проводилась работа с задачами из параграфа 2.1.

Затем проводилась контрольная работа, по содержанию подобная диагностической.

Контрольная работа на определение уровня развития познавательных УУД:

Задание 1.

1 балл

Комбинаторикой называется раздел математики, который изучает

- a) правила нахождения частоты случайных явлений;
- b) закономерности случайных событий;
- c) характеристики массовых явлений;
- d) комбинации элементов множеств.

Задание 2.

3 балла

Пятерым гриффиндорцам их декан профессор Макгонагалл назначила отработки из-за невыполненного домашнего задания. Она оставила им пергамент, где были указаны на выбор семь мест для отработок:

- 1) чистить кубки под надзором Филча;
- 2) мыть котлы в кабинете профессора Слизворта;
- 3) кормить флорбер-червей в Запретном Лесу с Хагридом;
- 4) удобрять драконьим навозом теплицы профессора Спраут;

5) прибираться в квиддичных раздевалках под присмотром профессора Хуч;

6) проверять конспекты первокурсников для профессора Флитвика;

7) помогать мадам Помфри разливать зелья в медицинском крыле.

Каждый из гриффиндорцев записался на три отработки, среди которых могли быть и повторяющиеся.

Сколько всего вариантов отработок пяти учеников существует? Один из вариантов представьте в виде таблицы.

Задание 3.

1 балл

В цветочном магазине под конец смены вне букета осталось одиннадцать различных цветов. Флорист может составить букет, используя пять цветов. Сколько вариантов букетов может составить флорист?

Задание 4.

2 балла

Сколько различных слов можно получить перестановкой букв в слове «МЕГАПОЛИС»? А в слове «АККУМУЛЯТОР»?

Задание 5.

1 балл

Денис выбирает оберточную бумагу для подарков на Новый год семье и друзьям. Всего он подготовил 12 подарков, а в магазине только 11 видов упаковок.

Сколько способов купить упаковку у него есть?

Максимальное количество баллов за работу—8.

0-1—нулевой уровень сформированности ПУУД.

2-4—репродуктивный

5-6—продуктивный

7-8—творческий

Результаты по двум классам были следующие (рис.14, рис.15):

Результаты контрольной работы

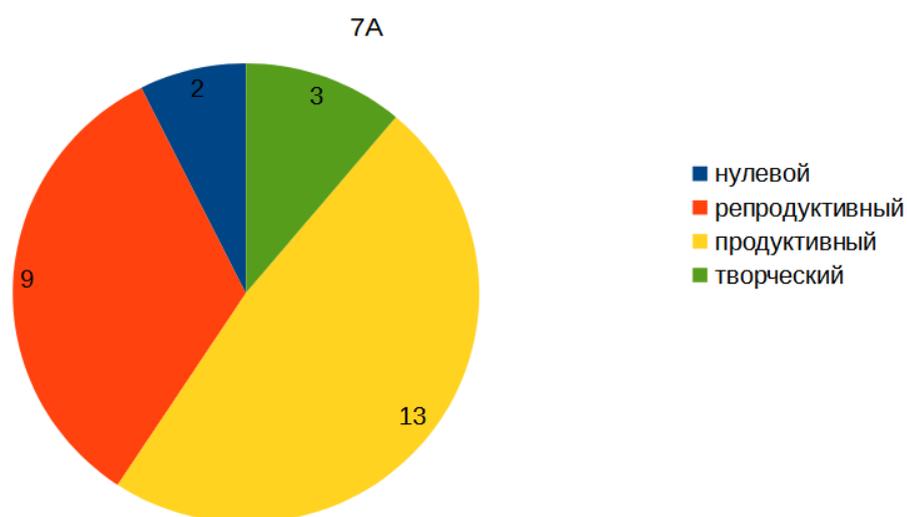


Рис.14. Результаты контрольной работы в 7А классе.

Результаты контрольной работы

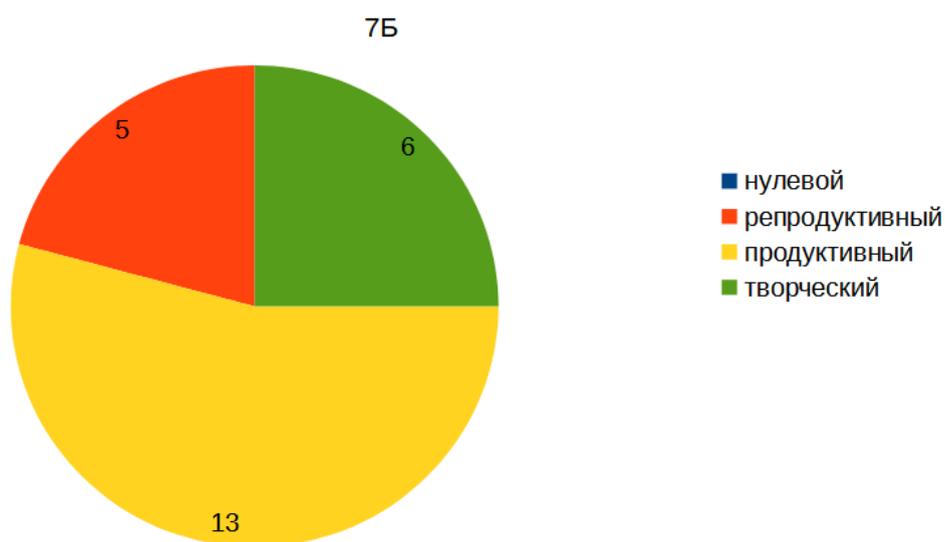


Рис.15. Результаты контрольной работы в 7Б классе.

Анализ результатов работы показал, что обучающиеся из экспериментальной группы лучше справились с заданиями. Продуктивный уровень развития ПУУД определяется у одинакового числа обучающихся в двух классах, а количество обучающихся с развитием ПУУД на творческом уровне в экспериментальной группе вдвое больше, нежели в контрольной.

Расположим начальные результаты рядом с итоговыми рядом для более наглядного представления, используя столбчатые диаграммы (рис.16, рис.17):

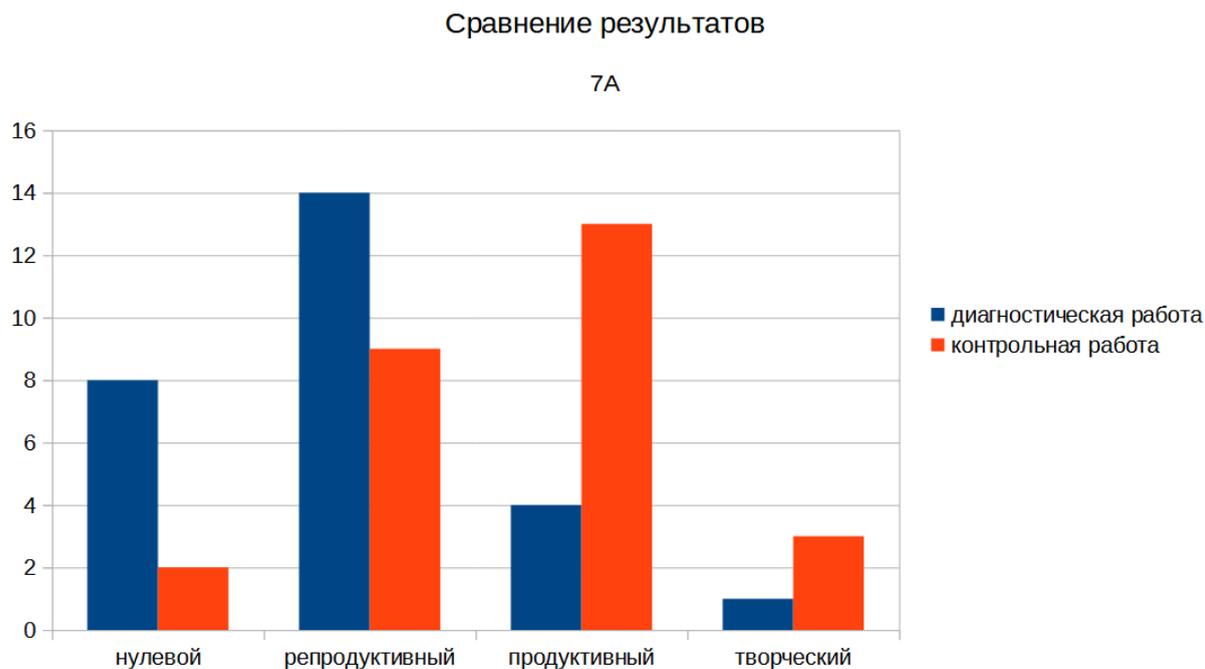


Рис.16. Сравнение результатов диагностической и контрольной работ в 7А классе.

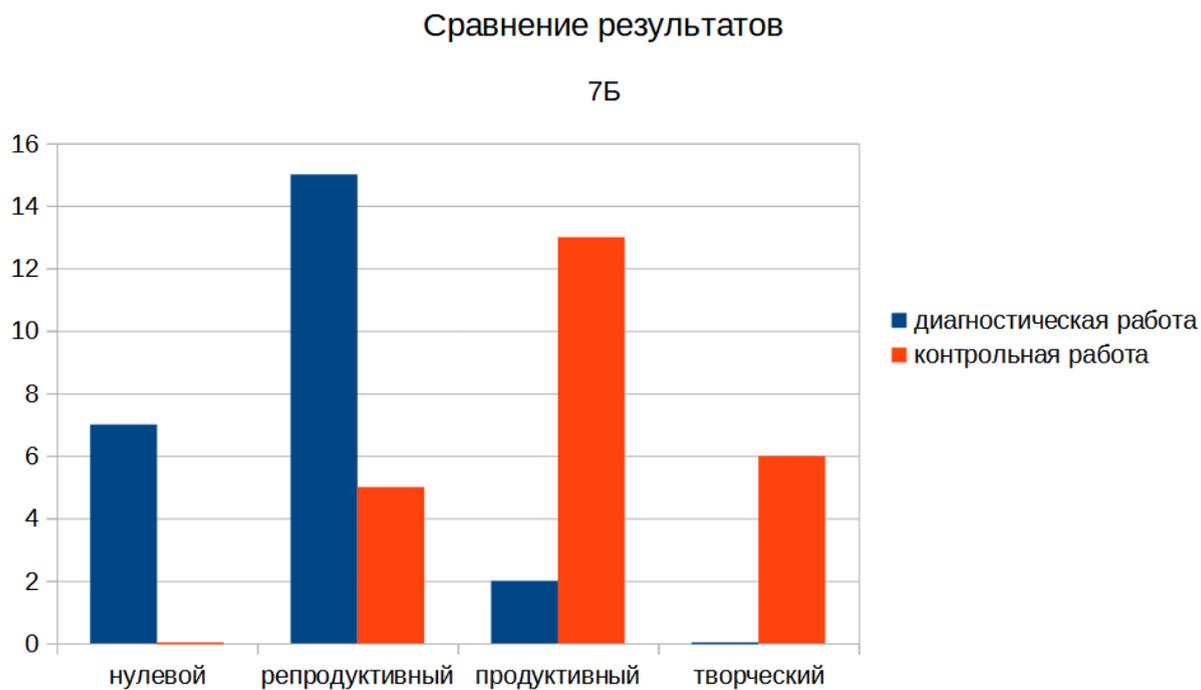


Рис.17. Сравнение результатов диагностической и контрольной работ в 7Б классе.

В целом можно отметить значительный рост числа обучающихся с продуктивным и творческим уровнем развития ПУУД, и уменьшение количества обучающихся с репродуктивным уровнем. Нулевой уровень сошел на нет в экспериментальной группе. Можно говорить о том, что развитие познавательных УУД с использованием разработанных задач,

методов активного обучения и кейсов в рамках темы «Комбинаторика» имеет большой потенциал.

В этом параграфе описаны результаты эксперимента, приведены диагностическая и контрольная работы, а также данные по их результатам, представленные в виде диаграмм. Сделаны выводы о большом потенциале курса комбинаторики для формирования познавательных УУД.

Выводы по главе 2

Глава 2 характеризуется большей практической направленностью. Она посвящена методике развития познавательных УУД, содержит разработки задач, кейсов, а также описание педагогического эксперимента.

Параграф 2.1. включает три типа заданий:

- 1) направленные на умение извлекать необходимую информацию из таблиц, чертежей и диаграмм;
- 2) направленные на умение выполнять анализ и синтез информации при решении задачи;
- 3) направленные на умение составить модель решения задачи.

Также он содержит анализ тех методов и средств обучения, которые представляют наибольший потенциал для развития познавательных УУД, и описание нескольких кейсов по комбинаторике.

Последний параграф 2.3. состоит из описания проведенного эксперимента, текста заданий диагностической и контрольной работ, результаты в виде диаграмм и их анализ, а также выводы по эксперименту.

Заключение

Рассмотрены понятия метапредметного подхода и метапредметных результатов, описаны универсальные учебные действия, рассмотрены их классификации, выделены УУД:

1) Общеучебные действия: умеет извлекать необходимую информацию из таблиц, чертежей и диаграмм

2) Логические действия: умеет выполнять анализ и синтез информации при решении задачи, умеет составить схему (модель) решения задачи.

В данном параграфе были рассмотрены понятия метапредметного подхода и метапредметных результатов, а также их составляющие; приведены различные подходы к пониманию термина «универсальные учебные действия». Рассмотрены описания познавательных учебных действий А. Г. Асмолова и Л. Г. Петерсон. Приведены классификации познавательных УУД, выделены развиваемые УУД.

Дано определение комбинаторики, комбинаторной задачи, проанализирована история комбинаторики, ее место школьном курсе математики, описан дидактический потенциал комбинаторики для развития познавательных универсальных учебных действий обучающихся 7-9 классов.

Разработан комплекс задач, сгруппированных по трем направлениям в зависимости от выделенных элементов познавательных универсальных учебных действий.

В данном параграфе были рассмотрены формы, методы и средства обучения — их определения, классификации, некоторые из видов. Проанализированы самые перспективные методы и средства для развития познавательных универсальных учебных действий — кейс-метод, метод графов, сюжетные задачи. Описаны возможности использования кейс-метода в рамках изучения темы «Комбинаторика».

Описаны результаты эксперимента, представлены диагностическая и контрольная работы для определения уровней развития познавательных универсальных учебных действий у обучающихся 7 классов.

Результаты проведенной экспериментальной работы показали, что использование в процессе обучения комбинаторике специальной методики положительно влияет на развитие познавательных универсальных учебных действий. В экспериментальном классе уровень развития познавательных универсальных учебных действий значительно вырос. Таким образом, цель исследования достигнута, все поставленные задачи решены, гипотеза исследования экспериментально подтверждена.

Список использованной литературы

1. Алфимова А. С. К вопросу о формировании универсальных учебных действий в процессе преподавания элективного курса по математике // Вестник УРАО. 2010. №5. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/k-voprosu-o-formirovanii-universalnyh-uchebnyh-deystviy-v-protssesse-prepodavaniya-elektivnogo-kursa-po-matematike> (дата обращения: 10.04.2021).
2. Арсланова О. Ф., Бигаева Л. А. Методика решения комбинаторных задач в школьном курсе алгебры //М 54 Методология и методика преподавания естественно научных дисциплин в современных условиях: Материалы межрегиональ. – 2018. – С. 59.
3. Асмолов А. Г., Бурменская Г. В., Володарская И. А. и др. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе: от действия к мысли: пособие для учителя / Под ред. А. Г. Асмолова. — М.: Просвещение, 2008
4. Белл Э. Т., Тростников В. Н. Творцы математики: предшественники современной математики: Пособие для учителей. – Просвещение, 1979.
5. Виленкин Н. Я., Виленкин А. Н., Виленкин П. А. Комбинаторика. –М.: ФИМА, МЦНМО, 2006. –400 с.
6. Виленкин Н.Я. Популярная комбинаторика. -- М.: Наука, 1975. -- 208 с.
7. Гаврилова М. А. Метод проектов как основа организации исследовательского обучения //Интеграция образования. – 2006. – №. 2.
8. Газейкина А. И., Казакова Ю. О. Диагностика сформированности познавательных универсальных учебных действий обучающихся основной школы //Педагогическое образование в России. – 2016. – №. 7.
9. Гашаров Н.Г., Махмудов Х.М., Магомедов Н.Г., Нурмагомедов Д.М., Расулова П.А. Комбинаторные задачи в начальном курсе математики // МНКО. 2018. №3 (70). URL:

<https://cyberleninka.ru/article/n/kombinatornye-zadachi-v-nachalnom-kurse-matematiki> (дата обращения: 10.04.2021).

10. Глеман, М., Т. Варга, 1979. Вероятность в играх и развлечениях. Москва: Просвещение, с 11-55.

11. Далингер В. А. Текстовые сюжетные задачи, их классификация и методические рекомендации по обучению учащихся их решению //Aktualni pedagogika. – 2016. – №. 1. – С. 46-56.

12. Долгоруков А.М. Метод case-study как современная технология профессионально ориентированного обучения – [Электронный ресурс] – Режим доступа. – URL:<http://evolkov.net/case/case.study.html> (дата обращения: 26.04.2021).

13. Ефременкова О.В., Кулешова И.И., Орлов А.В. Визуализация решения вероятностных задач в условиях развивающей образовательной среды // МНКО. 2018. №4 (71). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/vizualizatsiya-resheniya-veroyatnostnyh-zadach-v-usloviyah-razvivayuschey-obrazovatelnoy-sredy> (дата обращения: 10.04.2021).

14. Каратаева В. М., Идиатулин И. Р., Фаут Ю. В. Формирование метапредметных результатов с использованием ИКТ // Вызовы современного образования в исследованиях молодых ученых: материалы VI Всероссийской научно-практической конференции с международным участием, 20 мая 2020 г. - Красноярск. - С. 16-17.

15. Киричек К. А., Оленев А. А. Обучение бакалавров педагогического образования элементам комбинаторики с использованием информационных технологий //Мир науки. Педагогика и психология. – 2019. – Т. 7. – №. 3.

16. Киселёв А.П. Алгебра Ч. II: Пособие для сред. шк. 8–9 кл. – Харьков; Киев: Рад. шк., 1934. – 170 с.

17. Колмогоров А.М. Введение в теорию вероятностей и комбинаторику // Математика в школе. – 1968. – № 2. – С. 63–72.

18. Колоскова О. П., Фаустова Н. П., Мер Т. В. Формирование универсального учебного действия сравнение в ходе решения комбинаторных задач.
19. Кругликов В.Н. Активное обучение в техническом вузе: теория, технология, практика // СПб.: ВИТУ, 1998
20. Лебедева П. А., Макарова Е. Л. ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ КОМБИНАТОРИКИ В ШКОЛЕ //НАУЧНОЕ СООБЩЕСТВО СТУДЕНТОВ. МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ. – 2021. – С. 48-54.
21. Лосев А. Ф. Высокая классика. История античной эстетики, том III //М.: Искусство. – 1974.
22. Майстров Л. Е. Теория вероятностей: исторический очерк. АН СССР. – 1967.
23. Маркушевич О.И. К вопросу о реформе школьного курса математики // Математика в школе. – М., 1964. – № 6. – С. 7.
24. Математика XVII столетия // История математики / Под редакцией А. П. Юшкевича, в трёх томах. -- М.: Наука, 1970. -- Т. II.
25. Неклюдова С. А. Обучение решению комбинаторных задач в основной школе. – 2018.
26. Нижнева-Ксенофонтова Н.Л., Нижнева Н.Н. Эффективные формы и методы контроля в учебном процессе/ Идеи. Поиски. Решения: сборник материалов IX Международной науч.-практ. конференции, Минск, 26 октября 2018 г.: Т. 7. –Минск: БГУ, 2018
27. Николаева Ирина Вадимовна, Крылов Дмитрий Александрович Требования к разработке профессионально ориентированных задач при обучении математике в колледже // Вестник Марийского государственного университета. 2015. №4 (19). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/trebovaniya-k-razrabotke-professionalno-orientirovannyh-zadach-pri-obuchenii-matematike-v-kolledzhe> (дата обращения: 26.05.2021).

28. Новиков А. М. Формы обучения в современных условиях. // Специалист. -М., 2005. -№ 12.—С. 19-23
29. Онучина А. В. Структура универсальных учебных действий обучающихся основной школы // Отечественная и зарубежная педагогика. 2018. №2 (48). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/struktura-universalnyh-uchebnyh-deystviy-obuchayuschisya-osnovnoy-shkoly> (дата обращения: 12.05.2021).
30. Пидкасистый.П.И. Педагогика – М.: 2000
31. Попова С. Ю., Пронина Е. В. Кейс-стади: принципы создания и использования. – 2015.
32. Программы семилетней единой трудовой школы. – М.: ГИЗ, 1921. – 359 с.
33. Пуркина В. Ф., Раенко Е. А. О преемственности в изучении комбинаторно-вероятностных, статистических понятий и методов // МНКО. 2013. №2 (39). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/o-preemstvennosti-v-izuchenii-kombinatorno-veroyatnostnyh-statisticheskikh-ponyatiy-i-metodov> (дата обращения: 10.04.2021).
34. Пустынникова А. М. Дидактические повторения как средство развития комбинаторных способностей школьников 5-11 классов : дис. – Томск : [Том. гос. пед. ун-т], 2004.
35. Румянцева И. Б., Целищева И. И. Занимательная комбинаторика //Учебное пособие. Шуя: Изд-во Шуйского филиала ФГБОУ ВПО «ИвГУ. – 2015.
36. Роганова И. И. Комбинаторика в жизнедеятельности человека и решение комбинаторных задач // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. 2018. №11-1. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/kombinatorika-v-zhiznedeyatelности-cheloveka-i-reshenie-kombinatornyh-zadach> (дата обращения: 10.04.2021).
37. Рахманова Юлдузхон Амановна Роль занимательных задач на нестандартное мышление в формировании и развитии логического

математического мышления личности в системе непрерывного образования // Austrian Journal of Humanities and Social Sciences. 2014. №9-10. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/rol-zanimatelnyh-zadach-na-nestandartnoe-myshlenie-v-formirovanii-i-razvitii-logicheskogo-matematicheskogo-myshleniya-lichnost-i-v> (дата обращения: 10.04.2021).

38. Семенова В. А. Опорные граф-схемы как средство развития современного мышления // Наука сегодня: вызовы и решения. – 2016. – С. 128.

39. Трапезникова Т. Н. Новейшие педагогические технологии: кейс-метод (метод ситуационного анализа) // Территория науки. 2015. №5. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/noveyshie-pedagogicheskie-tehnologii-keys-metod-metod-situatsionnogo-analiza> (дата обращения: 22.04.2021).

40. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (5-9 классов), утвержденный Приказом Министерства образования РФ от 17.12.2010г. №1897

41. Фридман Л. М. Сюжетные задачи по математике: История, теория, методика: Учебное пособие для учителей и студентов педвузов и колледжей. – М. : Школьная Пресса, 2002. –208 с.

42. Хуторской А.В. Метапредметное содержание образования с позиций человекообразности [Электронный ресурс] // Вестник Института образования человека. URL: <http://eidos-institute.ru/journal/2012/0302.htm> (дата обращения: 17.04.2021).

43. Шевченко О.И., Волков М.А., Приставка А.С. Методы и формы обучения студентов // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. 2018. №5-1. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/metody-i-formy-obucheniya-studentov> (дата обращения: 20.04.2021).

44. Шелехова Л. В. Сюжетная задача как объект изучения // Вестник Адыгейского государственного университета. Серия 3: Педагогика и психология. – 2009. – №. 3.

45. Шелехова Л. В. Сюжетные задачи по математике: Учебное пособие. – Майкоп.: АГУ, 2007.
46. Cammann, Schuyler (April 1960). "The Evolution of Magic Squares in China". *Journal of the American Oriental Society*. 80 (2): 116–124.
47. D'Ambrosio U. *Mathematics across cultures: The history of non-Western mathematics*. – Springer Science & Business Media, 2001. – Т. 2.
48. Hidayati Y. M., Sa'dijah C., Abd Qohar S. Combinatorial Thinking to Solve the Problems of Combinatorics in Selection Type // *International Journal of Learning, Teaching, and Educational Research*. – 2019. – Т. 18. – №. 2. – С. 65-75.
49. Lockwood E., Reed Z. Defining and demonstrating an equivalence way of thinking in enumerative combinatorics // *The Journal of Mathematical Behavior*. – 2020. – Т. 58. – С. 100780.
50. Lockwood E., Wasserman N. H., Tillema Erik S. , A case for combinatorics: A research commentary, *The Journal of Mathematical Behavior*, Volume 59, 2020.
51. Quizzes [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://dm.compsclub.ru/app/quiz-number-of-paths>. – Дата доступа: 22.04.2021.