

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования
«Красноярский государственный педагогический университет им В.П. Астафьева»
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт/факультет Институт математики, физики, информатики
(полное наименование института/факультета)

Выпускающая (ие) кафедра (ы) Математики и методики обучения математики
(полное наименование кафедры)

Мухутдинова Евгения Наилевна

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

Тема: «Развитие пространственного мышления обучающихся 5-6 классов в
процессе их математической подготовки»

Направление подготовки/специальность 44.04.01 Педагогическое образование
(код и наименование направления)

Магистерская программа Математическое образование в условиях ФГОС
(наименование программы)

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ:

Заведующий кафедрой
доктор пед. наук, профессор
КГПУ им. В.П. Астафьева, Шкерина Л.В.
(ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы)

20.05.2021. Шкерина
(дата, подпись)

Руководитель магистерской программы
доктор пед. наук, профессор
КГПУ им. В.П. Астафьева, Шкерина Л.В.
(ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы)

20.05.2021. Шкерина
(дата, подпись)

Научный руководитель
кандидат физико-математических наук,
доцент
КГПУ им. В.П. Астафьева, Багачук А.В.
(ученая степень, ученое звание, фамилия, инициалы)

20.05.2021. А.В.Багачук
(дата, подпись)

Обучающийся Мухутдинова Е.Н.
(фамилия, инициалы)

20.05.2021. Мухутдинова
(дата, подпись)

Красноярск 2021

Оглавление

Глава 1 . Теоретические основы развития пространственного мышления.	8
1.1 Информатизация как тенденция развития современного образования. ...	8
1.2 Пространственное мышление: сущность и структурная модель.	14
1.3 Возрастные и психологические особенности обучающихся 5-6 классов.	20
Выводы к главе I.....	33
Глава 2 . Методика развития пространственного мышления посредством изучения математике	34
2.1 Целевой компонент методики формирования пространственного мышления у учащихся 5-х классов посредством среды «Живая математика»	34
2.2 Система методов, форм и средств формирования пространственного мышления.....	37
2.3. Технологический компонент методики формирования пространственного мышления у обучающихся 5-х классов посредством среды «Живая математика»	41
2.4. Оценка и измерение уровня сформированности пространственного мышления.....	54
2.5. Описание и результаты опытно-экспериментальной работы.....	64
Выводы по главе II.....	68
Заключение	69
Библиографический список.....	71

Реферат выпускной квалификационной работы
Мухутдиновой Евгении Наилевны
По теме: «Развитие пространственного мышления обучающихся 5-6 классов в процессе их математической подготовки»

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, библиографического списка, включающего 43 источника.

Текст диссертации содержит 9 таблиц и 17 рисунков. Общий объём диссертации 71 страница.

Цель исследования: теоретически обосновать, разработать и экспериментально проверить методику формирования пространственного мышления обучающихся 5-6 классов в процессе обучения математике.

Магистерская диссертация решала следующие задачи:

1) на основе теоретического анализа нормативных документов и психолого-педагогической литературы выявить структуру пространственного мышления;

2) охарактеризовать возрастные и психологические особенности обучающихся 5-6 классов;

3) Разработать комплекс специальных заданий, направленных на формирование пространственного мышления обучающихся 5-6 классов при обучении математике;

4) Разработать диагностический инструментарий выявления и оценивания уровня сформированности пространственного мышления обучающихся 5-6 классов при обучении математике;

5) разработать методическое обеспечение математической подготовки обучающихся 5-6 классов, направленное на развитие их пространственного мышления;

б) провести апробацию, описать ее результаты.

В основу нашего исследования положена следующая гипотеза: если в содержание математической подготовки обучающихся 5-6 классов включить специальные динамические задания и использовать разработанную методику,

то это будет способствовать развития пространственному мышлению обучающихся.

В магистерской диссертации были использованы такие методы, как анализ психолого-педагогической и методической литературы по проблеме исследования, наблюдение, тестирование школьников, анализ продуктов деятельности обучающихся и организация, проведение педагогического эксперимента.

В первой главе выявлена сущность и структурная модель понятия «пространственное мышление»; выявлены возрастные и психологические особенности обучающихся 5-6 классов.

Во второй главе разработана методика формирования пространственного мышления обучающихся 5-6-х классов в процессе обучения математике. Проведена экспериментальная проверка эффективности данной разработки; проанализированы полученные результаты.

Введение

Развитие полноценной личности ребенка является целью современного образования. Важную роль в этом играют пространственные представления, которые лежат в основе развития пространственного мышления. Поскольку наш мир является пространственно-организованным, то очень часто в процессе своей деятельности мы сталкиваемся с необходимостью представить внешний вид, структуру объектов окружающего мира. Поэтому развитым пространственным мышлением должны обладать не только инженеры, архитекторы, дизайнеры и конструкторы, которым оно необходимо с профессиональной позиции, но и все люди. Данное умение является необходимым условием социального бытия человека, формой отражения окружающего мира, условием успешного познания и активного преобразования действительности.

Трудно назвать хотя бы одну область человеческой деятельности, где создание пространственных образов и оперирование ими не играло существенной роли. Свободное оперирование пространственными образами является тем фундаментальным умением, которое объединяет разные виды игровой, учебной и трудовой деятельности [36].

Однако, в образовательной практике школьники часто не справляются с задачами как теоретического, так и практического характера, требующих для своего решения сформированности специфического вида мышления, обеспечивающего анализ пространственных свойств. Об этом свидетельствуют результаты единого государственного экзамена за последние три года [6].

В последнее время актуальность этой проблемы только возросла. Из учебных планов общеобразовательных школ исчез предмет черчение, спецификой которого было именно развитие пространственного мышления, а изобразительное искусство изучается только в младших классах, когда понимание пространства еще не оформилось до конца. В результате чего

развитие такого важного психического процесса как пространственное мышление остается в стороне.

Все это свидетельствует о том, что общеобразовательная школа не создает достаточных условий для развития пространственного мышления, так как обучение строится таким образом, что словесно-логическое мышление обучающихся получает преимущественное развитие.

В условиях информатизации образования решение проблемы развития рассматриваемого вида мышления у обучающихся возможно решить с использованием ИКТ. Так в резолюции III Всероссийского съезда учителей математики «Школьное математическое образование» (Новосибирск, 2016 г.) отмечено: «Целесообразно рекомендовать для включения в примерные основные образовательные программы на всех уровнях образования в части предмета «Математика» использование компьютерных инструментов математической деятельности». Одними из наиболее популярных компьютерных инструментов, используемых при обучении математике в школе, являются системы динамической геометрии (СДГ). Стереометрические анимационные чертежи, созданные в СДГ, обладают наибольшим потенциалом для формирования необходимого уровня пространственного мышления.

Таким образом, актуальность настоящего исследования обусловлена, с одной стороны, приоритетами современной государственной образовательной политики, обозначенными в Федеральных государственных образовательных стандартах, и недостаточной готовностью школы к решению этих проблем, с другой стороны.

Вопросам развития пространственного мышления в психологии уделяется значительное внимание. Ей посвящены работы И.Я. Каплуновича, С. Д. Смирнова, Б.Г. Ананьева, Е.Ф. Рыбалко, В. М. Гордона, И. С. Якиманской и др. Несмотря на это, к сожалению, по утверждению многих исследователей образовательная практика постоянно обнаруживает слабое развитие

пространственного мышления обучающихся, начиная с начальной школы и заканчивая высшим профессиональным образованием.

Из вышесказанного можно выделить следующую **проблему**: недостаточная разработанность методического обеспечения математической подготовки обучающихся, направленного на развития их пространственного мышления.

Цель: теоретически обосновать, разработать и экспериментально проверить методику формирования пространственного мышления обучающихся 5-6 классов в процессе обучения математике.

Объект исследования: процесс формирования пространственного мышления у обучающихся 5-6 классов.

Предмет исследования: методика развития пространственного мышления у обучающихся 5-6 классов.

Гипотеза: если в содержание математической подготовки обучающихся 5-6 классов включить специальные динамические задания и использовать разработанную методику, то это будет способствовать развития пространственному мышлению обучающихся.

Для реализации поставленной цели и проверки выдвинутой гипотезы решались следующие **задачи**:

- 1) на основе теоретического анализа нормативных документов и психолого-педагогической литературы выявить структуру пространственного мышления;
- 2) охарактеризовать возрастные и психологические особенности обучающихся 5-6 классов;
- 3) разработать комплекс специальных заданий, направленных на формирование пространственного мышления обучающихся 5-6 классов при обучении математике;

4) разработать диагностический инструментарий выявления и оценивания уровня сформированности пространственного мышления обучающихся 5-6 классов при обучении математике;

5) разработать методическое обеспечение математической подготовки обучающихся 5-6 классов, направленное на развитие их пространственного мышления;

б) провести апробацию, описать ее результаты.

Работа состоит из введения, двух глав, заключения, библиографического списка, включающего 43 источника.

Текст диссертации содержит 9 таблиц и 17 рисунков. Общий объём диссертации 71 страница.

Глава 1 . Теоретические основы развития пространственного мышления.

1.1 Информатизация как тенденция развития современного образования.

Современное общество принято называть информационным в связи с развитием общества в доминирующей сфере общественного производства, которой является сбор, накопление, продуцирование, обработка, хранение, передача и использование информации. В информационном обществе изменяется как производство, так и весь уклад жизни, ценностный аспект, возрастает преимущество культурного досуга относительно к материальным ценностям. В отличие от индустриального общества, в котором все направлено на производство и потребление товаров, в постиндустриальном (информационном) обществе производятся и потребляются знания и интеллект, что ведет к увеличению процента умственного труда. Общество выдвигает иные требования к человеку, а именно способность к творческому мышлению, возрастает спрос на знания.

Условия образования человека в постиндустриальном обществе связаны с информационным, информационно-образовательным пространствами и информационно-образовательной средой. Информационное пространство – это

пространство по созданию, хранению, переработки и использования информации. Цель использования информации в информационном пространстве – образование личности. В результате взаимной деятельности субъектов образовательного процесса и информационно-образовательного пространства возникает информационно – образовательная среда. Среда, созданная преимущественно для решения определенных задач образования, и являющаяся, по сути, частью информационно-образовательного пространства. Такая среда состоит из информационных объектов, средств коммуникации, способов получения, переработки, использования, создания информации, коллективных (социальных) и индивидуальных субъектов образовательного процесса [9]. В структуре образовательной среды каждой образовательной организации можно выделить информационный (содержательный), процессуально-организационный (в том числе материально-технический) и межличностный компоненты. Образовательную среду характеризуют эмоциональный климат, благополучие личности, особенности микрокультуры, дух, комфортность и т. д., что непосредственно связано с индивидуальными особенностями субъектов и их взаимодействием. По отношению к информационно-образовательной среде эти характеристики являются базовыми, но сами в нее не входят. К основным характеристикам информационно-образовательной среды, значимым для организации процесса обучения, можно отнести:

1. открытость, обеспечиваемая вследствие взаимодействия среды с информационно-образовательным пространством (здесь речь идет о безграничном количестве ресурсов, позволяющих организовать многовариантное обучение, удовлетворяя задачи развития личности школьник);

2. целостность, другими словами единство образовательного процесса – целей обучения, преподавания, деятельности обучающихся и планируемого результата. Она возникает в результате сознательных действий субъектов образовательного процесса;

3. полифункциональность связана с тем, что источником знаний является среда и, одновременно, она же способствует организации различных форм индивидуальной работы школьников [5].

Информационно-образовательная среда позволяет реализовать дидактические возможности инновационных технологий, эффективно организовать индивидуальную и коллективную работу школьников, обеспечивая тем самым целенаправленное развитие их самостоятельной познавательной деятельности. Резюмируя названные выше характеристики информационного общества, связанные с образованием личности, процесс обучения приобретает специфические особенности. В сравнении с традиционным обучением, главной задачей которого являлась передача определенной суммы знаний школьнику, формирование ряда заранее определенных умений, в современном образовании цель учебного процесса – научить обучающегося ставить и решать познавательные цели и задачи, а для этого – уметь работать, перерабатывать, использовать и создавать информацию, ориентироваться в информационном пространстве [20].

Наряду с вышеописанной особенностью современного образовательного пространства можно выделить следующие основные тенденции развития образования в современном мире, представленные в виде таблицы (таб. 1), которые тесно взаимосвязаны с переходом к информационному обществу.

Основные тенденции современного образования	→	<i>Гуманизация</i>
	→	<i>Гуманитаризация</i>
	→	<i>Дифференциация</i>
	→	<i>Диверсификация</i>
	→	<i>Стандартизация</i>
	→	<i>Вариативность</i>
	→	<i>Многоуровневость</i>
	→	<i>Открытость</i>
	→	<i>Прагматизация</i>

	→	<i>Информатизация</i>
	→	<i>Индивидуализация</i>
	→	<i>Универсализация</i>
	→	<i>Непрерывность</i>
	→	<i>Цифровизация</i>

Таб 1. Основные тенденции современного образования

Тенденции современного образования оказывались в поле зрения философов (Андриенко Е.В., Важеевская Н.Е., Гафурова Г.Р., Иванова Е. О., Майданкина Н.Ю., Сабуров Х.М., Хамидулина Н. А., Сексте Я.А., Чурекова Т. М. и другие).

Гуманизация образовательной системы – ее ориентация на развитие и становление отношений взаимного уважения обучающихся и педагогов, основанных на признании прав каждого человека, сохранении и укреплении здоровья, чувства собственного достоинства, формировании личностного потенциала. Идея гуманизации основана на утверждении человека как высшей социальной ценности. Гуманистическое образование ориентировано на создание условий для самоутверждения, самореализации и самоопределения личности.

Гуманитаризация – ориентация на освоение содержания образования независимо от его уровня и типа; свободное общение с людьми разных национальностей, любых профессий и специальностей; хорошее знание родного языка и свободное владение иностранным; знание национальной и мировой истории и культуры; экономическая и юридическая грамотность человека. Гуманитаризация призвана формировать духовность, культуру личности, планетарное мышление, целостную картину мира. От уровня усвоения базовой гуманитарной культуры зависит развитие личности в гармонии с общечеловеческой культурой. На основе общечеловеческой культуры возможно развитие всех сторон личности, учета ее субъективных потребностей и объективных условий, связанных с материальной базой и

кадровым потенциалом образования. В этой связи самоопределение личности в мировой культуре является стержневой линией гуманитаризации содержания образования[27].

Дифференциация образования может воплощаться на практике разными способами, например, через группировку обучаемых по признаку успеваемости, разделение учебных дисциплин на обязательные и по выбору, разделение учебных заведений на элитарные, массовые и предназначенные для обучаемых с задержками или отклонениями в развитии, составление индивидуальных планов для отдельных обучающихся или студентов в соответствии с их интересами и профессиональной ориентацией и др.

С этим явлением тесно связано понятие диверсификации или многообразия учебных заведений, образовательных программ и органов управления.

Стандартизация – ориентация системы на реализацию требований государственного образовательного стандарта. Оценка результата деятельности системы образования по выходу (outcomeeducation), который определяется стандартами, унифицированными независимо от формы обучения.

Вариативность – создание в рамках образовательной системы условий для выбора и предоставление каждому субъекту шанса на успех [8].

Многоуровневость – организация многоэтапного образовательного процесса, обеспечивающего возможность достижения на каждом этапе того уровня образованности, который соответствует возможностям и интересам человека. Каждый уровень – это период, имеющий свои цели, сроки обучения и характерные особенности.

Открытость, что означает: определение целей образования не ограничивается государственным заказом, а расширяется потребностями в образовании, которые приносят школьники, их родители, учителя, все заинтересованные стороны. Программы задают базовый минимум, (т.е. необходимый ориентир, общее ядро), открытый для дополнений, которые

зависят от культурных, региональных, этнических и других условий образования.

Прагматизация. Тенденция прагматизации современного образования обуславливает его развитие в направлении наиболее актуальных сфер жизнедеятельности общества. Данная тенденция зависит от рыночных отношений, конкуренции и наиболее востребованных направлений развития общества. Если востребованы на рынке труда программисты, то приоритетное развитие соответствующего направления образования будет очевидным. Когда в России было недостаточно экономистов, юристов, менеджеров, образование сразу же отреагировало на этот «профессиональный дефицит». В различных учебных заведениях, как правило, открываются новые отделения, специальности, специализации, соответствующие актуальным потребностям рынка труда. Специфика прагматизации определяется тем, что данная тенденция не может быть запланирована и реализована с учетом только предполагаемого направления развития образования в тех или иных условиях. Условия могут измениться. Поэтому данная тенденция обусловлена только рыночными отношениями и соответственно конкуренцией, причем как на рынке образовательных услуг, так и на общем рынке труда [1].

Информатизация (компьютеризация) – широкое использование вычислительной техники и информационных технологий в процессе обучения. В современном мире происходит повсеместное формирование единого научно-образовательного пространства на основе постоянно обновляющихся средств телекоммуникаций и информационных технологий, а также организация образовательных программ различного уровня по дистанционной форме обучения. В образовательный процесс повсеместно внедряются информационные и коммуникативные технологии, значительно влияющие на темп (скорость получения необходимой информации) и характер обучения в сторону его интерактивности.

Индивидуализация – учет и развитие индивидуальных особенностей обучающихся и студентов во всех формах взаимодействия с ними в процессе обучения и воспитания. Переход от преимущественно информативных форм к методам, форм и технологий обучения с использованием элементов проблемности, научного поиска, резервов самостоятельной работы, взаимодействия обучающихся. Другими словами: переход от воспроизведения к пониманию, осмыслению, использования в жизнедеятельности.

Универсализация – направленность на формирование в образовательном процессе некоторых обобщенных приемов деятельности, подготовка человека с широким спектром качеств, компетенций, который в дальнейшем может достаточно быстро перепрофилироваться, переквалифицироваться для определенного направления деятельности.

Непрерывность – процесс постоянного самообразования человека в быстро меняющихся условиях жизни современного общества [10].

Цифровизация - это повсеместное внедрение цифровых технологий в разные сферы жизни: промышленность, экономику, образование, культуру, обслуживание и т. п. Нашла свою популярность и востребованность в период пандемии.

Таким образом, в настоящем параграфе мы рассмотрели основные тенденции современного математического образования в условиях информационного общества, характеризующегося интенсивным развитием технологий и инновационными процессами во всех сферах общественной жизни.

1.2 Пространственное мышление: сущность и структурная модель.

В исследованиях психологов 50х-70х годов встречается термин «пространственное воображение». Однако, позже, когда усилился интерес к проблеме образного мышления, психологами И.Я. Каплуновичем, И.С.

Якиманской, Л.Б. Ительсоном и другими был введен термин «пространственное мышление».

Так И.Я. Каплунович определяет пространственное мышление как «такой вид умственной деятельности, который обеспечивает создание пространственных образов и оперирование ими в процессе решения практических и теоретических задач» [11].

И.С. Якиманская рассматривает пространственное мышление как «специфический вид мыслительной деятельности, который имеет место в решении задач, требующих ориентации в практическом и теоретическом пространстве (как видимом, так и воображаемом). В своих наиболее развитых формах это есть мышление образами, в которых фиксируются пространственные свойства и отношения. Оперировав исходными образами, созданными на различной наглядной основе, мышление обеспечивает их видоизменение, трансформацию и создание новых образов, отличных от исходных» [33, с.15]. Именно на это определение мы будем опираться в данной работе.

Как известно, мышлением называется процесс отражения в сознании человека связей и отношений между предметами или явлениями действительности [18]. В процессе мышления человек отражает объективный мир иначе, чем в процессах восприятия и воображения. В восприятиях и представлениях внешние явления отражаются так, как они воздействуют на органы чувств – в цвете, формах, движении предметов и т. д. Однако, когда человек мыслит о каких-либо предметах или явлениях, он отражает в своем сознании не эти внешние особенности, а саму сущность предметов, их взаимные связи и отношения. Сам предмет отражается в процессе мышления иначе, чем в восприятии: в мышлении мы не только выделяем отдельные части предмета (это возможно и в восприятии), но стараемся понять, в каких соотношениях эти части находятся друг с другом. Таким образом, мышление — это опосредованное и обобщенное отражение существенных и закономерных

связей и отношений между предметами и явлениями объективной реальности [16]. Чувственное познание даёт человеку первичную информацию об объектах окружающего мира, в виде отдельных свойств и наглядных представлений (образов) о них, мышление перерабатывает эту информацию, выделяет в выявленных свойствах существенные, сопоставляет одни объекты с другими, что даёт возможность обобщения свойств и сознания общих понятий, а на основе представлений образов - строить идеальные действия с этими объектами и тем самым предсказывать возможные результаты действий и преобразований объектов, позволяет планировать свои действия с этими объектами [20].

Понимание пространства неразрывно связано с процессом мышления [19]. Пространство — это материальный мир, который имеет три измерения — высоту, ширину и длину. Пространство всегда трехмерно; оно не имеет четких границ – его нельзя измерить. Также характеристиками пространства считаются его однородность — одинаковость свойств во всем пространстве, и изотропность — независимость свойств от направления. Людями пространство воспринимается за счет расположенных в нем объектов, которые могут иметь два параметра – тогда их называют плоскими, либо три — объемными [26].

Пространственные представления, которые отражают соотношения и свойства реальных предметов в трехмерном пространстве, являются базой для развития пространственного мышления.

Пространственное мышление является разновидностью образного мышления, сохраняя все его основные черты, и отличается от словесно-дискурсивных форм мышления. Это различие заключается в том, что главным содержанием данного вида мышления является оперирование пространственными образами в процессе решения практических и теоретических задач. Словесные знания используются только в качестве средств интерпретации уже выполненных в образах преобразований. В процессе оперирования происходит перестройка, воссоздание, изменение образов. Это оперирование обеспечивается деятельностью представления,

которая опирается на восприятие реальных объектов или их графических изображений, что требует постоянного перекодирования образов, создаваемых на разнотипной наглядной основе.

По мнению И. С. Якиманской, пространственное мышление структурно представлено двумя видами деятельности: созданием пространственного образа и преобразованием уже созданного образа в соответствии с поставленной задачей. При создании любого образа, в том числе и пространственного, мысленному преобразованию подвергается наглядная основа, на базе которой он возникает. В качестве реальной основы может выступать и реальный предмет, и его графическая (рисунок, чертеж, график и т. д.) или знаковая (математические или иные символы) модель. В любом случае при создании образов происходит перекодирование, сохраняющее не столько внешний вид, сколько контур объекта, его структуру и соотношение частей.

Основной оперативной единицей пространственного мышления, по мнению И.С. Якиманской, является образ, в котором представлены по преимуществу пространственные характеристики объекта: форма, величина, взаимоположение составляющих его элементов, расположение их на плоскости, в пространстве относительно любой заданной точки отсчета. Этим пространственное мышление отличается от других форм образного мышления, где выделение пространственных характеристик не является центральным моментом [34].

Являясь разновидностью мышления, пространственное мышление имеет свои особые функции в познании объективной реальности. С гносеологической точки зрения мышление обеспечивает познание различных сторон и явлений действительности в их наиболее существенных связях и отношениях: пространственных, временных, причинно-следственных, которые существуют в неразрывном единстве.

Гносеологическая его функция состоит в том, что оно обеспечивает преобразование пространственных соотношений объектов: их формы,

величины, взаимного положения частей, которые выражаются понятиями о направлении, расстоянии, местоположении, протяженности и т. п.

В творческом плане человек с развитым пространственным мышлением способен конструировать и моделировать новые, не существовавшие ранее объемно-пространственные образы [10].

А.В. Запорожец совершенно справедливо писал: «ум человека, у которого в детские годы не сформировалось должным образом непосредственное восприятие окружающего и наглядно-образное мышление, может получить впоследствии одностороннее развитие, приобрести чрезмерно отвлеченный, оторванный от конкретной действительности характер» [9, с.177-190].

Для определения положения объектов в пространстве необходима система отсчета. В качестве ее чаще всего используется исходная позиция наблюдателя. Изменение системы отсчета нередко влечет за собой перестройку всей системы пространственных соотношений. Выбор точки отсчета определяется, как правило, самим человеком или задается условиями задачи, ее объективными требованиями. Онтогенетическая ориентация по схеме тела является более ранней и основной системой отсчета. Она составляет тот фундамент, на котором формируются различные знания о пространственных свойствах и отношениях объектов, складываются способы оперирования пространственными образами. Но наряду с ориентацией по схеме тела у человека формируются и другие системы отсчета. В практической и теоретической деятельности необходимо постоянно переходить на другие системы отсчета, как бы отвлекаясь от схемы тела. Например, при определении пространственной размещенности геометрических объектов за исходную точку отсчета часто принимаются не наблюдатель, а любой, абстрактный, произвольно выбранный элемент (точка, отрезок, угол и т.п.), по отношению к которому размещаются все другие элементы.

Рассмотренные выше гносеологические аспекты пространственного мышления позволили подойти к раскрытию его психологической природы, закономерностей формирования и развития.

Пространственное мышление рассматривается И.Я. Каплуновичем как такое психологическое образование, которое формируется в различных видах деятельности (практической и теоретической). Для его развития большое значение имеют продуктивные формы деятельности: конструирование, изобразительное, научно-техническое творчество. В ходе овладения этими видами деятельности целенаправленно формируются умения представлять в пространстве результаты своих действий и воплощать и в рисунке, чертеже, поделке, постройке и т.д. [11].

Пространственное мышление не является локальным образованием. Его формирование осуществляется в системе общего психического развития по мере овладения человеком предметным миром, в процессе общения, в ходе специального обучения, в котором наиболее полно познаются пространственные свойства и отношения в их всеобщих и закономерных связях [33].

Являясь сложным психическим образованием, пространственное мышление обеспечивается различными психическими процессами, такими как восприятие (первоосновой которого является ощущение), внимание, память, воображение при обязательном участии речи. Ведущую роль играют логические приемы мышления: сравнение, анализ, синтез, классификация, обобщение, абстрагирование.

Как показывает анализ психолого-педагогической литературы, основным качественными показателями пространственного мышления являются:

1. Тип оперирования пространственными образами.
2. Широта оперирования с учетом используемой графической основы.
3. Полнота образа (преимущественное отражение в нем формы, величины, пространственного положения объектов).

4. Используемая устойчивая система отсчета (пространственная ориентация «от себя», от произвольной точки отсчета).

Пространственное мышление незаменимо в процессе познания и обучения. Оно позволяет вычленять из реальных объектов, теоретических (графических) моделей пространственные свойства и отношения, делать их объектом анализа и преобразования; обеспечивает ориентацию в пространстве, в своей наиболее развитой форме оперирует образами, содержанием которых является воспроизведение, преобразование пространственных свойств и отношений объектов: их форм, величины, взаимного положения частей [18].

Под пространственными отношениями понимаются отношения между объектами пространства или между пространственными признаками этих объектов. Они выражаются понятиями о направлениях (вперед-назад, вверх вниз, налево-направо), о расстояниях (близко-далеко), об их отношениях (ближе-дальше), о местоположении (в середине), о протяженности объектов пространства (высокий-низкий, длинный-короткий) и т.п.

Тесно связанный с отражением реальной действительности, пространственный образ даёт знание не об изолированных сторонах (свойств) этой действительности, а представляет собою целостную мысленную картину конкретного участка действительности, где воспроизводятся не отдельные признаки и свойства объектов, а обязательно их пространственная размещённость [32].

1.3 Возрастные и психологические особенности обучающихся 5-6 классов

Учащиеся 5-6 классов – это дети 11-12 лет. Психологические особенности учащихся этого возраста, по мнению различных авторов, рассматриваются, как кризисные и связаны с перестройкой в трех основных сферах: телесной, психологической и социальной. На телесном уровне происходят существенные гормональные изменения, на социальном уровне подросток занимает

промежуточное положение между ребенком и взрослым, на психологическом подростковый возраст характеризуется формированием самосознания.

Каждый возрастной период является переходным, подготавливающим человека к переходу на более высокую возрастную ступень. Развитие всех сторон личности и интеллекта подростка предполагает сотрудничество ребенка и взрослого в процессе осуществления собственной деятельности, игры, учения, общения, труда. Такое сотрудничество в школе нередко отсутствует.

Именно в этот период формируются нравственные ценности, жизненные перспективы, происходит осознание самого себя, своих возможностей, способностей, интересов, стремление ощутить себя и стать взрослым, тяга к общению со сверстниками, оформляются общие взгляды на жизнь, на отношения между людьми, на свое будущее, иными словами - формируются личностные смыслы жизни.

Основными новообразованиями в подростковом возрасте являются: сознательная регуляция своих поступков, умение учитывать чувства, интересы других людей и ориентироваться на них в своем поведении.

Новообразования не возникают сами по себе, а являются итогом собственного опыта ребенка, полученного в результате активного включения в выполнение самых разных форм общественной деятельности.

Л.И. Божович подчеркивала, что в психическом развитии ребенка определяющим является не только характер его ведущей деятельности, но и характер той системы взаимоотношений с окружающими его людьми в которую он вступает на различных этапах своего развития[9].

Поэтому общение подростков со сверстниками и взрослыми необходимо считать важнейшим условием их личностного развития. Неудачи в общении ведут к внутреннему дискомфорту, компенсировать который не могут никакие объективные высокие показатели в других сферах их жизни и деятельности. Общение субъективно воспринимается подростками как нечто личностно очень важное. Однако, как показывает анализ современного педагогического

процесса, потребность учащихся подростков в благоприятном доверительном общении с взрослыми и сверстниками в школе очень часто не получает своего удовлетворения. Это ведет к формированию повышенной тревожности, развитию чувства неуверенности в себе, связанного с неадекватной и неустойчивой самооценкой, со сложностями в личностном развитии, мешает ориентации в жизненных ситуациях. Все это много раз усугубляется, если у ребенка отсутствует благоприятное общение в семье.

При работе с младшими подростками упор следует сделать на пробуждение интереса и развития доверия к самому себе, на понимание своих возможностей, способностей, особенностей характера.

Важным показателем умственного развития детей является уровень сформированности у них обобщающего мышления, отражающий интеллект, который формируется у них в учебной деятельности.

Определенный тип организации образовательных воздействий, как правило, приводит к формированию в той или иной конкретной школе некоторого "типичного учащегося", психологические особенности развития которого соответствуют специфике осуществляемых воздействий. Это проявляется в особенностях интеллектуального развития учащихся, степени их включенности в учебную работу на уроках, учебной инициативы, активности взаимодействия с учителями и одноклассниками. Чем в большей мере выражены перечисленные параметры, тем с большей определенностью можно говорить об эффективной психологической организации образовательных воздействий.

Возрастные психологические особенности пятиклассников

Пятиклассник - переходный от младшего возраста к подростковому возрасту. Возраст связан с постепенным обретением чувства взрослости. Характерен негативизм-стремление противостоять, не поддаваться любым влияниям, предложениям, суждениям, чувствам взрослых. Происходит постепенная замена ведущей учебной деятельности на ведущую деятельность общения – установление доверительно- дружеских отношений со

сверстниками. Социальные нормы поведения, установленные взрослыми, отходят на второй план.

Пятиклассник переходит на внутригрупповые нормы поведения (т.е., которые установил сам и сверстники). Стремление к личному авторитету среди сверстников порождает активный поиск для образца подражания. Начинают играть разные роли в школе, дома и пробуют, как на ту роль будут реагировать взрослые (роль лидера, роль знатока, души компании, задиры). Характерно повышенное внимание ребенка к себе, к своей внешности, самопознанию, самовоспитанию.

Дети формируют себе идеал (не всегда положительный) и стремятся ему подражать. Важно, чтобы в этот момент ребенок мог откровенно общаться как с родителями, так и с учителями. Нельзя сказать, что у всех детей одинаково сложно будет проходить это время. Поэтому нужно заранее задуматься о перестройке своего отношения к ребенку, пришло время отказаться от роли всезнающего наставника и принять роль старшего друга и товарища.

Быстро наступающее утомление приводит к потере работоспособности и как следствие возникают затруднения в усвоении учебного материала:

- не удерживают в памяти условие задачи (преобладает кратковременная память, рассеянность внимания);
- забывают слова (особенность памяти);
- допускают нелепые ошибки в письменных работах, вместо решения механически манипулируют цифрами (нет сосредоточенности внимания);
- не способны оценить результат своих действий (словарный запас, богатство речи);
- ограничены представления об окружающем мире.

Учебная деятельность характеризуется крайней неорганизованностью, импульсивностью. Они не всегда умеют планировать свои действия, контролировать их, часто перескакивают с одного на другое не завершив

начатое. Все это связано с нервно-психическим состоянием этого возрастного этапа

Возрастные особенности шестиклассников

Шестиклассники характеризуются резким возрастанием познавательной активности и любознательности, возникновением познавательных интересов. В этот период подростку становится интересно многое, далеко выходящее за рамки его повседневной жизни. Его начинают интересовать вопросы прошлого и будущего, проблемы войны и мира, жизни и смерти, экологические и социальные темы, возможности познания мира, инопланетяне и гороскопы. Этот возраст можно обозначить как период «зенита любознательности». В это время школьные интересы уступают свое место внеучебным: лишь у части учеников интересы связаны с учебными предметами, у большинства же они гораздо шире и далеко выходят за рамки школьной программы.

В этом возрасте борьба за самостоятельность в мыслях и поступках приобретает для подростков особое значение. Для них очень важно, чтобы окружающие с уважением выслушивали их точку зрения, поэтому им обычно нравятся различного рода дискуссии. Основной формой проявления самостоятельности становятся различного рода агрессивные действия, которые у взрослых, как правило, вызывают ответную агрессию, что приводит к нарастанию конфликтов между шестиклассниками и их родителями, педагогами. Поэтому полезно предоставлять подросткам возможность осознавать собственные индивидуальные особенности, свои агрессивные действия, учить их контролировать проявления агрессии. Достаточно остро этот период проходит у шестиклассников, воспитывающихся в так называемых ГИПЕРопекаемых семьях, взрослые члены которых не могут быстро перестроиться и продолжают чрезмерно опекать подростков.

Большинство подростков в этом возрасте проявляют живой интерес к самопознанию, поэтому они с радостью принимают любые игры, задания, позволяющие им посмотреть на самих себя. В сферу самопознания входит и

изучение своей сексуальной привлекательности, а также получение опыта межполового общения. Девочки и мальчики пытаются нравиться друг другу, экспериментируют с формами ухаживания, поскольку с ними еще не знакомы. Подростки, имеющие успех у представителей противоположного пола, приобретают высокий статус в классе. У многих шестиклассников снижается самооценка из-за телесных, сексуальных изменений, неуверенности в своей взрослости. Поэтому важно подчеркивать ценность и уникальность каждого, повышать его самоуважение[7].

Мода на увлечение.

Специфика интересов подростков заключается в том, что эти интересы во многом обслуживают потребность в общении со сверстниками: общие увлечения дают повод для общения, его содержание и средства. В значительной части случаев подросток интересуется тем, чем интересуются его друзья, и если хочет войти в какую-то компанию, подружиться с кем-нибудь, то начинает действительно интересоваться тем, что интересно этой компании (например, какой-либо рок - или панк - группой, ездой на мотоцикле или направлением в моде). С этим связана и характерная для подростков «мода на интересы», когда какое-либо увлечение как бы внезапно охватывает весь класс, параллель, а иногда даже чуть ли не всю школу и так же внезапно гаснет.

Подобная «мода» может причудливо соединять в различные комбинации самые разные интересы от достаточно возвышенных до простых и даже вредных.

В поисках эмоционального насыщения

«Сверхценными» могут стать и ситуативные, и достаточно устойчивые желания, то есть любые мотивы и потребности подростка. Подобные интересы обычно достаточно быстро проходят, однако при отсутствии каких-либо сильных конкурирующих мотивов и поддержке группы сверстников они могут приобрести характер длительного сверхценного увлечения. Примером этого

служат многочисленные фан-клубы спортивных команд, музыкантов, актеров и т.п.

Отдельно следует сказать о музыкальных пристрастиях школьников. Именно в это время у подростков обычно возникает интерес к различным ансамблям, группам, исполнителям. Во многом он определяется существующей в школе, в компании сверстников модой на те или иные музыкальные направления. Они испытывают потребность в эмоциональном насыщении, в соответствующем эмоциональном резонансе, а слова песен являются как бы ответом на многие мучающие подростка вопросы.

Отсутствие интересов

Подростку становится неинтересным многое из того, чем он увлекался раньше. С этим связано чрезвычайно сложное и серьезное по своим последствиям полное отсутствие интересов, которое можно наблюдать в этот период, но чаще - в начале старшего подросткового возраста. Как уже отмечалось, значение интересов в подростковом возрасте чрезвычайно велико. По их содержанию во многом можно судить о развитии личности ребенка. Причины устойчивого и полного отсутствия интересов у подростка кроются часто в отсутствии каких-либо ярких увлечений у окружающих взрослых. Отрицательно может повлиять и их чрезмерная активность, направленная на развитие какого-либо интереса у школьника.

Влияют на отсутствие интересов у детей также социальные условия: нехватка кружков, книг в библиотеках, спортивных секций или высокая, недоступная семье школьника стоимость средств удовлетворения этих интересов (инструментов, оплаты секций и др.).

Развитие интересов в подростковом возрасте определяется общей атмосферой школы: увлеченностью педагогов собственным предметом и наличием у них более широких интересов, желанием передать это ученикам, поддержкой увлечений школьников.

Нередко интересы школьника быстро гаснут, так как он испытывает вполне закономерную для деятельности в новой сфере неуверенность в себе. Сталкиваясь с первым неуспехом (или недостаточным успехом), он быстро разочаровывается в этой сфере или в самом себе. Поэтому поддержка подростка, укрепление его самооценки, обучение анализу причин неудач являются значимыми факторами развития интересов.

Вместе с тем необходимо иметь в виду, что часто отсутствие интересов отмечается у подростков с ярко выраженной тенденцией к «отказу от усилия». Они легко поддаются чужому влиянию и готовы пойти за любым, кто покажет им, как можно без особого труда преодолеть скуку и чем-нибудь занять себя. Поэтому такие подростки составляют основной контингент всевозможных асоциальных группировок. Эти школьники нуждаются в особом внимании родителей и педагогов[6].

Формализм в учебе

Возрастание интереса к миру за пределами школы и значимости общения со сверстниками ведет к проблемам, связанным с так называемым «отходом подростка от школы». Школа, учение закономерно отходят на второй план. Это важный и необходимый этап развития. Однако подобное снижение значимости учения у ребенка требует от взрослых особого к нему внимания.

Знания, которые учащийся должен теперь усвоить, существенно отличаются от тех, которые он получал в начальной школе. Там знания в основном соответствовали повседневному опыту ребенка, в средних классах школы связь школьных знаний с окружающей действительностью, как правило, опосредованна. Для того чтобы научиться видеть эту связь, требуются специальные усилия. Школьнику необходимо усвоить систему понятий и различные закономерности, научиться использовать в своей деятельности абстрактные понятия. Если этого не происходит, то школьные знания усваиваются формально.

Формализм в усвоении знаний - существенная причина трудностей в учении в средних классах школы.

Известный отечественный психолог Л.И. Божович (1968) выделяет два вида такого формализма:

- При первом виде формализма школьники, как правило, не пытаются проникнуть в суть того, что они изучают, а механически, не задумываясь, без осмысления «зазубривают» написанное в учебнике или сказанное учителем. Такой вид формализма наблюдается у подростков, стремящихся хорошо учиться, прилежных, но характеризующихся несформированностью необходимых мыслительных операций и отсутствием познавательных интересов.

- Второй, наиболее часто встречающийся вид формализма наблюдается у школьников, которые относительно легко оперируют абстрактными понятиями, владеют необходимыми способами теоретического мышления, но испытывают трудности, говоря словами известного отечественного психолога В.В. Давыдова, «в восхождении от абстрактного к конкретному».

Одна из основных причин, как и в первом случае, - низкий уровень развития познавательной потребности, отсутствие стремления понять суть явлений действительности, понять реально существующие причинно-следственные связи.

Формализм в усвоении школьных знаний отрицательно влияет не только на развитие познавательной сферы учащихся, но и на формирование их личности. Кроме того, формализм первого вида нередко ведет к учебной перегрузке ребенка и его повышенной утомляемости.

В связи началом полового созревания в организме ребенка происходят изменения в познавательной сфере: замедляется темп деятельности, на выполнение определенной работы теперь школьнику требуется больше времени. Поэтому при разработке практических заданий следует предусмотреть

различные варианты выполнения заданий, которые будут учитывать темп работы различных учеников.

Дети чаще отвлекаются, неадекватно реагируют на замечания, иногда ведут себя вызывающе, бывают раздражены, капризны, их настроение часто меняется. Это является причиной замечаний, наказаний, приводит к снижению успеваемости и конфликтам во взаимоотношениях. Учитель должен знать, что эти особенности объективны, и они быстро пройдут и не окажут отрицательного влияния на учебу, если педагог найдет целесообразными щадящие методы и формы взаимодействия.

Необходимо знать основные психологические особенности младшего подростка:

1. «Чувство взрослости» - особая форма самосознания, возникающая в переходный период и определяющая основные отношения младших подростков с миром. «Чувство взрослости» появляется в потребности равноправия, уважения и самостоятельности, в требовании серьезного, доверительного отношения со стороны взрослых. Пренебрежение этими требованиями, неудовлетворенность этой потребности обостряет негативные черты подросткового кризиса. Если школа не предлагает ученикам средств реализации их чувства взрослости, оно все равно проявится, но самым невыгодным образом – уверенностью подростка в учительской несправедливости и необъективности. Во время проведения практических работ возможны несколько вариантов удовлетворения чувства взрослости, например предоставление нескольких вариантов выполнения работы.

2. «Склонность к фантазированию, к некритическому планированию своего будущего». Результат действия становится второстепенным, на первый план выступает свой собственный авторский замысел. Если учитель контролирует только качество «продуктов» учебной работы школьников и не находит места для оценки детского творчества, самостоятельности, то процесс учения теряет для ученика свою актуальность и привлекательность. Для того,

что бы избежать данной ситуации следует в рамках проведения практической работы продумать такие моменты, где ученик мог бы проявить свое творчество.

3.«Стремление экспериментировать», используя свои возможности, - едва ли не самая яркая характеристика младших подростков. Если школа не предоставляет ученикам культурных форм такого экспериментирования, то оно реализуется в самой поверхностной и примитивной форме - в экспериментах с внешностью. Для того что бы удовлетворить данную потребность необходимо включить в практическую работу задания, которые учащиеся выполняют по желанию в свободной форме.

Так же не следует забывать о том, что теоретическое мышление подростков находится в этом возрасте лишь на начальном этапе своего развития. Поэтому опасна тенденция перегрузки новыми понятиями. Новые научные термины нужно вводить постепенно, на основе имеющихся представлений и общих ориентировок школьников в ходе разнообразной практической деятельности[4].

Следующее противоречие состоит в том, что сообщество взрослых ожидает от подростка способности понимать других людей и сосуществовать с ними на принципах равноправия и терпимости. Это механизм преодоления эгоцентризма личности именно она создает условия для возможного понимания человека другой культуры, эпохи, мировоззрения. У младших школьников она только начинает формироваться – теперь, в подростковом возрасте, при умелом построении учебного диалога она может окрепнуть и стать личностным образованием. Но развитие этой способности не терпит суеты, требует осторожности и ненавязчивости. Речь идет о создании учебных ситуаций, которые учат подростков принимать разные точки зрения, прежде всего - высказанные авторами разных учебников и учебных пособий.

Так же не стоит забывать о том, что в младшем подростковом возрасте как определенном периоде онтогенеза со своими закономерностями и

спецификой развития выделяется возрастной кризис 10-12 лет и считается, что он разрешается через развитие рефлексивных способностей.

Поэтому, следует ориентироваться на следующие психологические основания:

1. рефлексия является средством личностного саморазвития, самопознания и психической саморегуляции;
2. перестройка самосознания не может осуществляться в отрыве от рефлексивных способностей;
3. в младшем подростковом возрасте происходит осмысление границ и возможностей своего «Я» через рефлексию;
4. переходный кризисный период 10-12 летнего возраста требует от индивида самоанализа, формирования нового знания о себе, которое достигается посредством рефлексии[5].

Данный возраст так же можно отнести к поколению альфа.

Сейчас рано говорить о полноценном анализе их предпочтений из-за слишком юного возраста, но ученые высказывают предположения. Есть особенности, которые сильно отличают современных детей и их мышление от прошлого поколения.

Дети поколения альфа родились после 2009 года. Такие дети имеют клиповое мышление. Это не недостаток, а особенность, которую нужно развивать и совершенствовать, для того, чтобы технологический прогресс приносил положительные последствия.

Особенности поколения

Наши дети значительно отличаются от нас. Они проводят большую часть своего времени в смартфонах и компьютерах. Если раньше дети активно начинали пользоваться гаджетами примерно с десяти лет, то сейчас — с рождения. Вдумайся в цифры: каждую секунду публикуется около 800 постов в инстаграм. Из-за такого потока иногда ненужной и бесполезной информации, мозг начинает вырабатывать клиповое мышление. Что это значит? В сознании

человека реальность состоит из огромного количества картинок, которые ничем не связаны между собой. Так мозг ребенка защищается от нагрузки.

Что с мышлением?

У детей данного поколения возникают трудности с логическим мышлением. Им не под силу решить трудные задачи, к тому же им это неинтересно. Детям не нужно что-либо анализировать и запоминать, потому что ответы на все вопросы находятся в интернете. Полученная информация ненадолго задерживается в памяти. Многие не считают это проблемой, а наоборот, считают приспособлением к новому миру. Но несмотря на это родители переживают, потому что они замечают в своем ребенке следующее:

- плохая концентрация внимания и памяти;
- нехватка воображения;
- пропажа интереса к учебной деятельности;

В особенности это обнаруживается на творческих уроках. Дети не могут заставить себя читать большие произведения. Им удобнее прочесть уже структурированную информацию на просторах интернета. Поэтому ученикам становится скучно на подобных уроках, они отвлекаются и разговаривают на них с одноклассниками. Для них такие задания считаются трудными, поэтому они забрасывают учебные предметы. Прошлому поколению было намного проще в таких ситуациях, потому что у них не было гаджетов в детстве. Таким образом, у них не нарушены концентрация внимания и анализ полученной информации.

Но несмотря на это, дети поколения альфа чаще принимают самостоятельные решения, чем прошлое поколение. Сейчас роботы заменяют людей на работе, тем самым сокращают рабочие места. Из-за этого нынешнему поколению вынужденно приходится переучиваться и с каждым днем улучшать свои профессиональные навыки.

Таким образом, проанализировав основные психологические особенности младшего подросткового возраста важно включать в практические работы моменты саморегуляции и рефлексии.

Выводы к главе I

Проведенный анализ психолого-педагогической литературы показал, что пространственное мышление необходимое качество личности в современной жизни.

Пространственное мышление - вид умственной деятельности, обеспечивающий создание пространственных образов и оперирование ими в процессе решения теоретических и практических задач. Пространственное мышление играет большую роль в интеллектуальном развитии личности, поскольку развивает умственную активность учащихся, связанную с познавательной потребностью, а также влияет на разносторонность развития учащихся. Именно в подростковом возрасте наблюдается повышенная интеллектуальная активность.

Рассмотрены возрастные и психологические особенности обучающихся 5-6 классов.

Глава 2 . Методика развития пространственного мышления посредством изучения математике

2.1 Целевой компонент методики формирования пространственного мышления у учащихся 5-х классов посредством среды «Живая математика»

В ФГОС ООО среди требований к результатам обучения определены, так называемые метапредметные результаты обучения, в которые включены универсальные учебные действия: регулятивные, познавательные, коммуникативные.

Метапредметные результаты освоения основной образовательной программы основного общего образования должны отражать:

1) умение самостоятельно определять цели своего обучения, ставить и формулировать для себя новые задачи в учебе и познавательной деятельности, развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности;

2) умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;

3) умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией;

4) умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности ее решения;

5) владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной деятельности;

6) умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить

логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы;

7) умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;

8) смысловое чтение;

9) умение организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками; работать индивидуально и в группе: находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов; формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение;

10) умение осознанно использовать речевые средства в соответствии с задачей коммуникации для выражения своих чувств, мыслей и потребностей; планирования и регуляции своей деятельности; владение устной и письменной речью, монологической контекстной речью;

11) формирование и развитие компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий (далее ИКТ – компетенции); развитие мотивации к овладению культурой активного пользования словарями и другими поисковыми системами;

12) формирование и развитие экологического мышления, умение применять его в познавательной, коммуникативной, социальной практике и профессиональной ориентации.

Данная система должна удовлетворять следующим предметным требованиям:

- выделять из множества геометрических фигур плоские и объёмные фигуры;
- распознавать плоские геометрические фигуры при изменении их положения на плоскости;
- формировать пространственное мышление посредством среды «Живая математика»;

- видеть все элементы из которых состоят фигуры;
- находить объём фигур, составленных из кубов и параллелепипедов;
- находить площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда;
- усвоить основные базовые знания по математике; её ключевые

понятия;

- помочь учащимся овладеть способами исследовательской деятельности;
- формировать творческое мышление;
- использовать компьютер как инструмент для:
 - вычислений
 - построения экранной модели объекта или процесса
 - управления реальными моделями
 - сбора информации
- Построение чертежей на экране компьютера

Конструктивным описанием целей (требуемых результатов) методики формирования пространственного мышления у учащихся 5 классов в процессе обучения математике является их диагностическая постановка, когда каждый составляющий элемент описан настолько конкретно и четко, что позволяет не подменить его каким-то другим и разработать (подобрать) средства, позволяющие с допустимой ошибкой оценить уровень их сформированности.

Опираясь на ФГОС ООО, в *Таблице 2* опишем показатели сформированности у обучающихся пространственного мышления посредством среды «Живая математика», и представим их в виде структурно-содержательной модели, как целевого компонента разрабатываемой методики.

Таблица 2. Структурно-содержательная модель универсальных учебных действий

Структурно-содержательная модель универсальных учебных действий	
Группа УУД	Показатели сформированности умения

<p>Развитие пространственного мышления</p>	<p>Обучающийся овладел навыками:</p> <ul style="list-style-type: none"> - самостоятельности в действиях; - отбирать информацию; - работать с большим объёмом данных; - различать элементы объемных фигур; - сравнивать объемные фигуры по элементам; - вычислять площадь поверхности и объем фигуры; - объективно оценивать информацию; - видеть в объемных фигурах невидимые грани и ребра; - мыслить логически; - делать выводы.
--	--

Формировать данные навыки помогает практическая деятельность. В учебной деятельности решаются учебно-тренировочные задачи для того, чтобы овладеть каким-то умением, освоить то или иное правило. В творческой деятельности решаются поисково-творческие задачи с целью развить способности ребёнка.

2.2 Система методов, форм и средств формирования пространственного мышления.

Целевой компонент методики формирования ключевых универсальных учебных действий, представленный в данном формате, стал направляющим вектором для разработки остальных компонентов методики формирования УУД обучающихся 5 классов общеобразовательной школы при обучении математике.

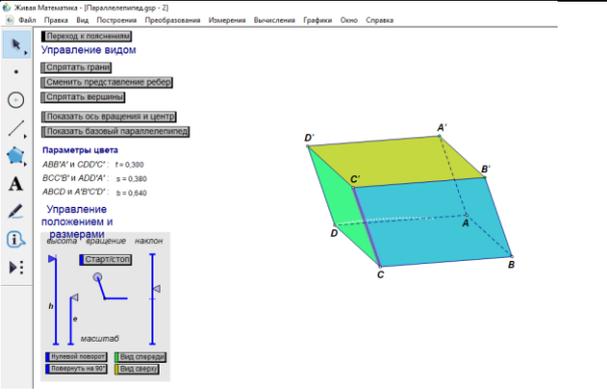
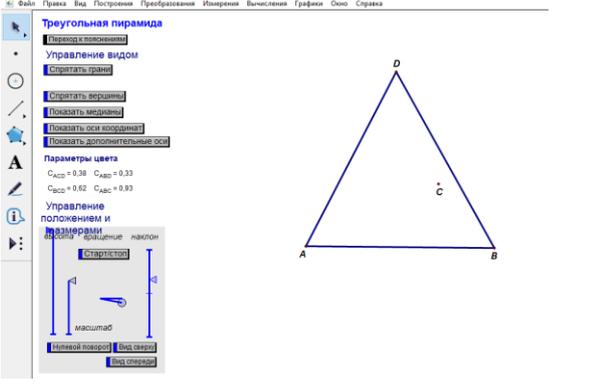
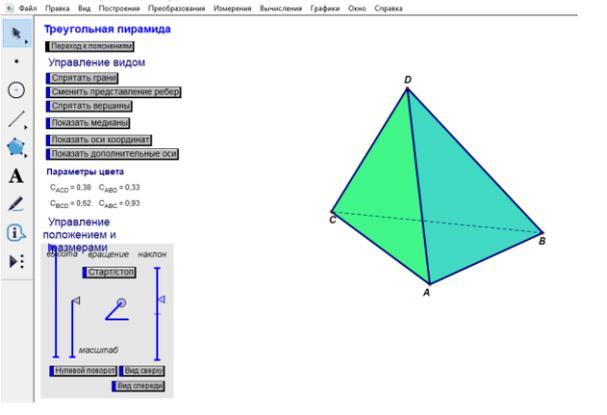
Представим комплекс заданий по основным темам школьного курса математики 5-го класса, направленный на формирование универсальных учебных действий обучающихся (регулятивные, познавательные, коммуникативные).

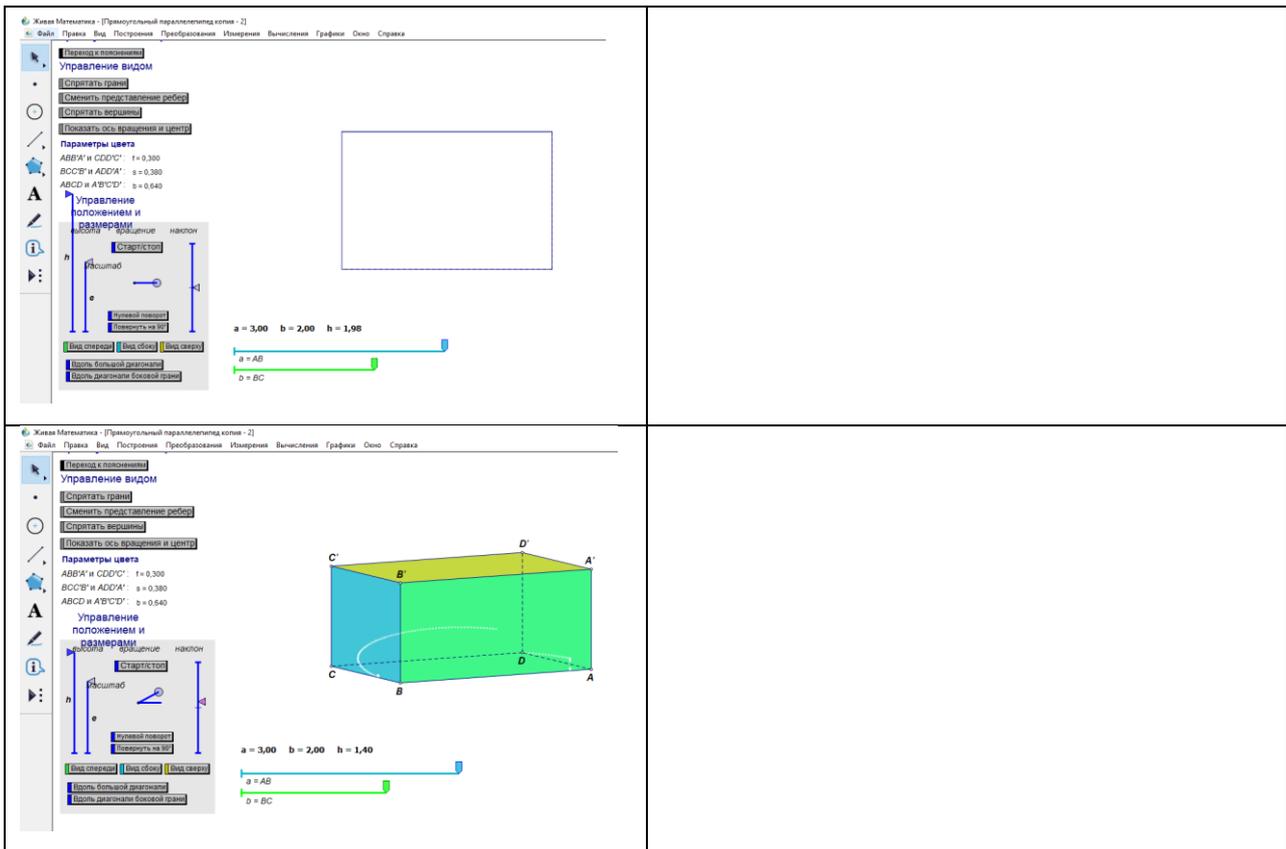
По каждому типу универсальных учебных действий предложим систему заданий для самостоятельной работы обучающихся.

Задания для умения определения понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-

следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы.

Задание 1. Выбрать из предложенных фигур, плоские и объемные фигуры. Дать определение «Что такое плоская и объемная фигура?».

Фигура	Результат
	
	
	



Задания для умения оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности ее решения.

Задание 2. Ответьте на вопросы на знание треугольной пирамиды (рис 2)::

- 1) Назовите основание пирамиды.
- 2) Назовите невидимые грани в пирамиде.
- 3) Сколько ребер в пирамиде?
- 4) Сколько граней в пирамиде?

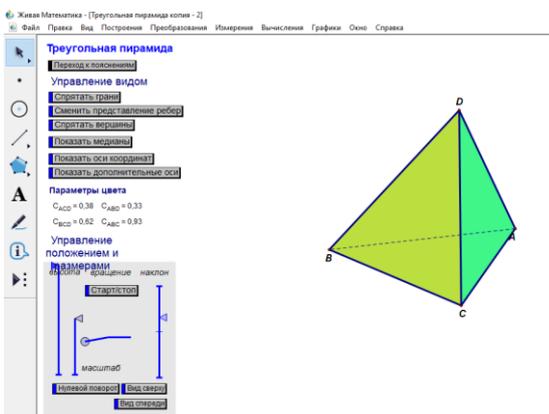


Рис 2. Треугольная пирамида

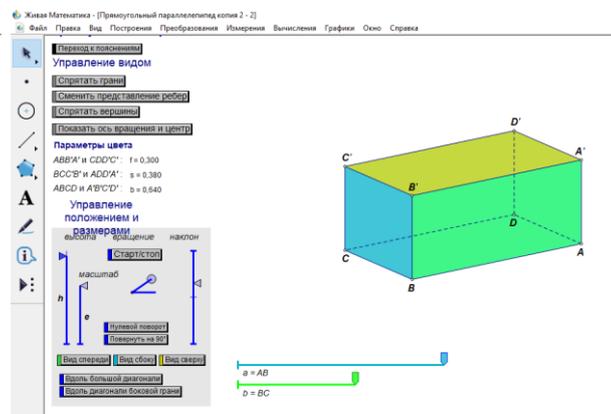


Рис 3. Прямоугольный параллелепипед

Задание 3. Ответьте на вопросы на знание прямоугольного параллелепипеда (рис 3).:

- 1) Какие ребра в параллелепипеде невидимые?
- 2) Сколько граней в параллелепипеде мы видим?
- 3) Какие вершины в параллелепипеде мы видим?
- 4) Сколько ребер в параллелепипеде?
- 5) Из каких фигур состоит параллелепипед?

Задания для умения соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией.

Задание 4. Найти площадь поверхности и объем прямоугольного параллелепипеда (Рис. 4), если $AB=5$ см, $BB_1= 3$ см, $CB=4$ см.

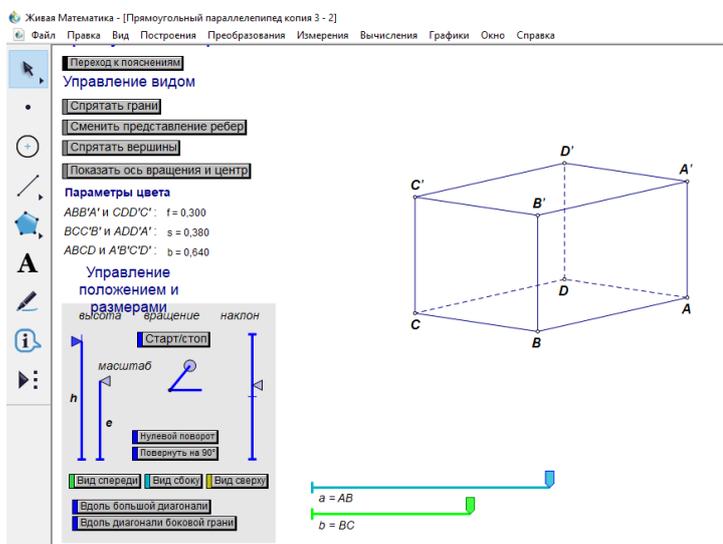


Рис. 4 Прямоугольный параллелепипед

Задания для умения оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности ее решения.

Задание 5. Укажите, на какой грани лежит точка (Рис. 5):

Точка Н	Точка J	Точка G	Точка I	Точка F
---------	---------	---------	---------	---------

--	--	--	--	--

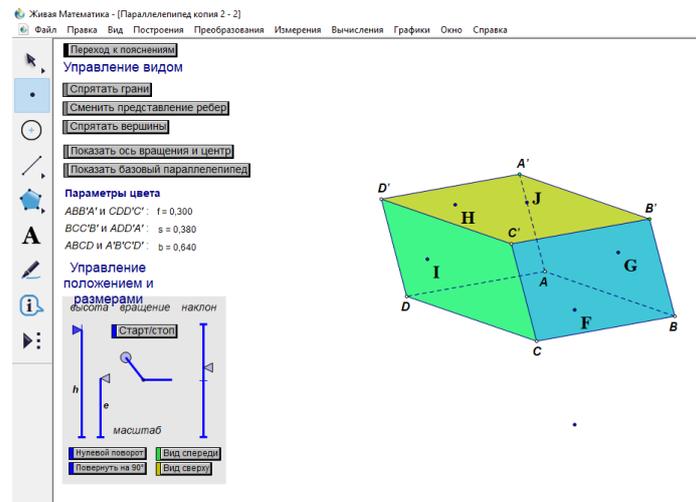


Рис. 5 Прямоугольный параллелепипед

2.3. Технологический компонент методики формирования пространственного мышления у обучающихся 5-х классов посредством среды «Живая математика»

Технологический компонент методики включает в себя систему методов, форм и средств формирования пространственного мышления посредством среды «Живая математика». Под методом понимают способы взаимосвязанной деятельности учителя и учеников, направленной на решение комплекса задач учебного процесса. Целесообразность выбора и применения методов, форм и средств обучения математике обучающихся обеспечивается сочетанием ряда требований к ним и происходит в соответствии с принципами формирования пространственного мышления у обучающихся 5 класса (рис. 6).

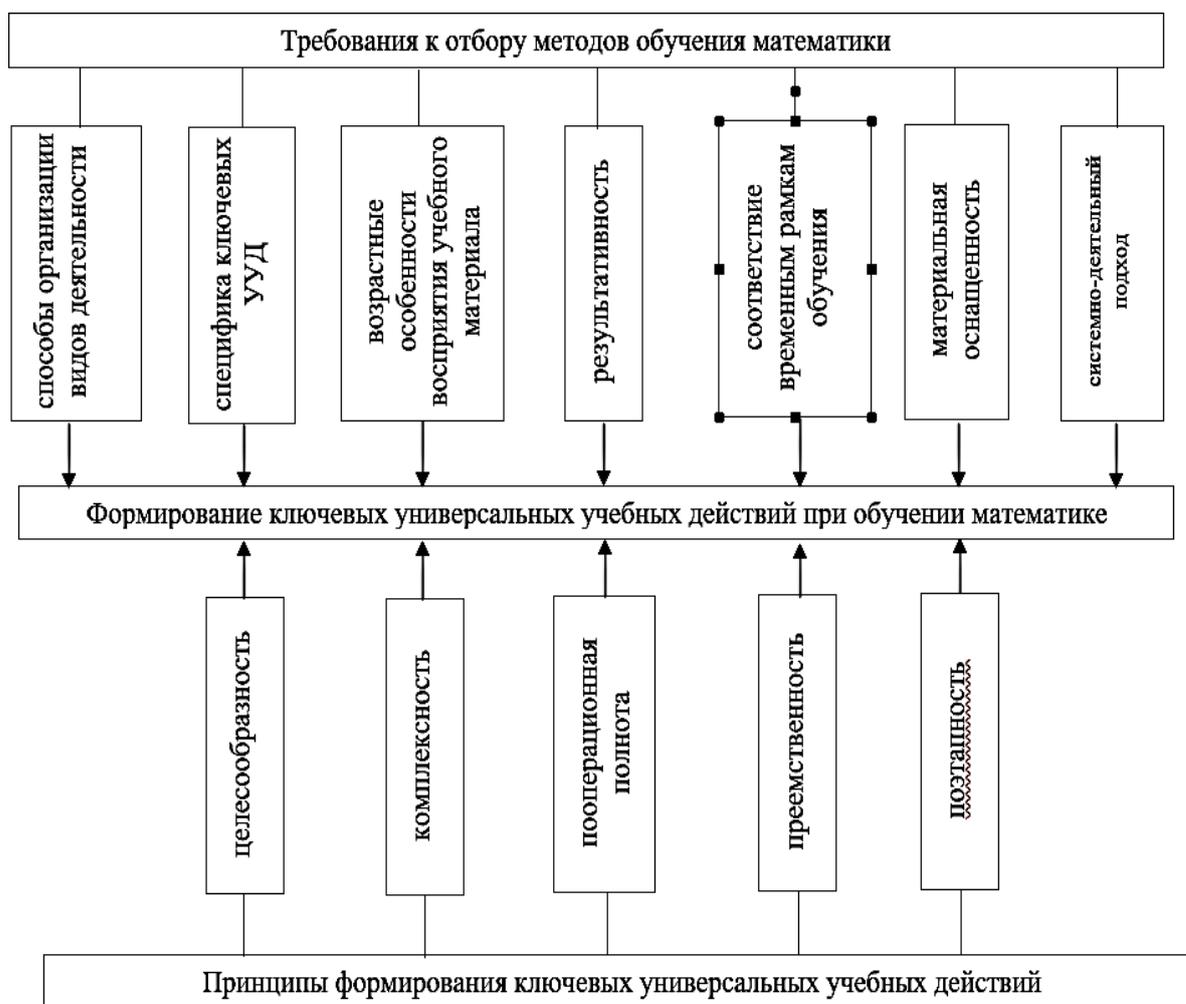


Рисунок 6. Требования к отбору методов обучения математике

Сочетание требований к отбору методов обучения и принципов формирования пространственного мышления у обучающихся 5 класса.

Приоритетными методами формирования пространственного мышления у обучающихся 5 класса в процессе обучения математике являются активные методы (далее по тексту АМО), призванные изменить позицию обучающегося «воспринимающего» учебный материал на позицию «участвующего» в его освоении.

На сегодняшний день нет общепринятого определения активных методов обучения, так же, как и их единой классификации. Можно лишь определить суть, которая сводится к тому, что такие методы стимулируют и интенсифицируют образовательный процесс. Активные методы строятся в основном на диалоге, предполагающем свободный обмен мнениями о путях разрешения той или иной проблемы, также характеризуются высоким уровнем

активности учащихся. Возможности различных методов обучения в смысле активизации учебной ... деятельности различны, они зависят от природы и содержания соответствующего метода, способов их использования, мастерства педагога. Каждый метод активным делает тот, кто его применяет.

Резюмируя вышесказанное, можно констатировать, что активные методы обучения побуждают обучающихся к проявлению инициативы и самостоятельности в деятельности, открыто реализовывать свои способности, признавать образовательные потребности. Исследователями установлено, что активные методы обучения оказывают влияние и на многообразие достигаемых образовательных результатов.

Активным методам обучения присущи определённые особенности, прежде всего отдельные единицы метода имеют различный формирующий потенциал. Технологический компонент методики формирования универсальных учебных действий в процессе обучения математике должен предусматривать целесообразность включения в образовательный процесс каждой единицы метода, как его составляющей.

Для каждого класса ступени основного общего образования представим активные методы и формы обучения, применяемые в процессе обучения математике для формирования пространственного мышления у обучающихся 5 класса с учётом формирующего потенциала

Таблица 3

Формирующий потенциал активных методов и форм обучения

Методы и формы	Характеристика метода	Формирующий потенциал единиц метода
Имитационная настольно-печатная игра-тренажёр 5-6 класс	Модель реального экономического процесса в форме совместного интеллектуального общения обучающихся, протекающего в нестандартной обстановке – имитируемой действительности, воссоздаваемой благодаря правилам, игровым атрибутам, воображению участников	<i>Регулятивные УУД:</i> Осуществление самоконтроля и самооценки; контроля и оценки действий других участников группы <i>Познавательные УУД:</i> кластер специальных задач <i>Коммуникативные УУД:</i> организационное взаимодействие обучающихся в процессе игр

Кейс-метод 5 класс	Форма обучения на примере разбора конкретных ситуаций	<i>Регулятивные УУД:</i> организация обучающимися своей учебной деятельности <i>Познавательные УУД:</i> кластер специальных задач <i>Коммуникативные УУД:</i> организационное взаимодействие обучающихся
--------------------	---	---

Специфика математики, как учебного предмета побуждает обучающихся формулировать и принимать цель освоения учебной информации, составлять план учебной деятельности и реализовывать его, осуществлять самоконтроль усвоения учебной деятельности. Формирование способности обучающихся к регуляции собственной учебной деятельности обеспечивает основу самостоятельности, самоопределения и самореализации личности обучающегося и провоцирует его на проявление инициативы. Для достижения планируемых результатов регулятивной деятельности продуктивно использовать возможности приёмов самоорганизации в процессе выполнения учебно-исследовательских задач. Приёмы учебно-исследовательской деятельности при решении задач имеют компенсирующий характер, носящий одинаковый продуктивный характер, как при использовании их на уроках и внеурочной деятельности в 5-м, так и в 9-м классе. Решение учебно-исследовательских задач целесообразно организовывать в соответствии с возрастной спецификой: в 5-6 классах при индивидуальной форме деятельности обучающихся, направленной на самостоятельный поиск и постановку учебных целей, освоение и самостоятельное осуществление контрольно-оценочных действий; в 7-9 классах – в групповой форме, формируя, кроме вышеперечисленного, способности проявления инициативы в организации учебного сотрудничества.

Для формирования готовности обучающихся основной общеобразовательной школы к применению универсальных учебных действий как умения учиться, а также в практической деятельности немаловажную роль играют деловые игры. В процессе деловой игры моделируется реальная

ситуация с профессиональным контекстом, обогащающая субъектный опыт обучающихся. В процессе игры, обучающиеся не только осваивают предметное содержание, но и приобретают новый для себя опыт деловой коммуникации. Происходит формирование коммуникативных универсальных учебных действий: умение формулировать вопросы и ответы на вопросы, в совокупности с умением сотрудничества, коллективного принятия решения. Включение в процесс деловой игры способствует формированию всего спектра познавательных универсальных учебных действий.

Имитационная настольная игра-тренажёр для обучающихся 5-6 классов.

Младшему подростковому возрасту (10-11 лет), как своеобразному и качественно специфическому периоду жизни соответствует тип ведущей деятельности, имеющей следующие признаки:

- возрастание способностей к продолжительной интенсивной деятельности;
- стремление трансформировать любую деятельность, в том числе учебную, в игру;
- повышенная эмоциональная окраска настроения.

Главными особенностями данного возрастного периода, согласно В.В. Давыдову, являются «соприкосновение» учебной и игровой деятельности, отличающихся друг от друга только мотивом, доминирование мнения друзей и одноклассников над мнением взрослого человека. Подростки начинают предпринимать попытки объяснения социальных явлений, устанавливая причинно-следственные связи в процессе учебной деятельности формируется умение строить и регулировать общение в разных его формах, умение оценивать и направлять свои действия с учётом позиции других людей» – так охарактеризовали младший подростковый возраст Цыплятова К.С., Суханова С.Г. Учитывая, что перечисленные выше умения находятся в сенситивном периоде своего развития, необходимо включать в деятельность по их формированию игровые методы и задачи, провоцирующие этот процесс. Как

отмечают исследователи, обучение младших подростков будет продуктивным, если использовать в процессе обучения дидактические игры. Среди многочисленных дидактических игр особое место принадлежит настольным играм на печатной основе.

Настольно-печатная игра-тренажёр – «Математическая монополия» имитирует и моделирует реальный процесс развития экономических отношений в России и мире.

По характеру игра относится к интеллектуальному типу, так как ее итог зависит не только от случая, но и от правильности решения задач.

«Математическая монополия» направлена на формирование ключевых универсальных учебных действий обучающихся основной ступени общеобразовательной школы (5-6 класс):

- регулятивных (целеполагание собственной деятельности, планирование и прогнозирование своих ходов и ходов других игроков для достижения цели, контроль и оценка действий других игроков) на уровне организации деятельности;

- познавательных (подведение под понятие, обобщение, сравнение, классификация, анализ, установление причинно-следственных связей, построение логических рассуждений, формулирование выводов, моделирование, декодирование информации) на уровне задач базового типа, решаемых обучающимися во время игры;

- коммуникативных (формирование вопросов и ответов на вопросы, в совокупности с действиями по организации сотрудничества и совместной работе обучающихся в малых группах).

Задачи, решаемые обучающимися в процессе игры в «Математическую монополию» относятся к базовому типу.

Задачи для интеллектуальной настольно-печатной игры «Математическая монополия» для развития пространственного мышления.

Задача 1. На рисунке 7, показан способ разрезания квадрата со стороной в четыре клетки по сторонам	Задача 2. Эта задача посложнее, так как фигура на рисунке 8,
---	---

клеток на две равные части. Найдите пять других способов сколько существует способов разрезания квадрата на две равные части линиями, идущими по сторонам маленьких квадратиков?

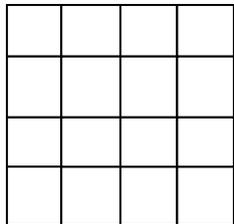


Рис. 7

Задача 3. Над разрезанием этих фигурок (рис. 9) на две равные части подумайте на досуге. Это очень хороший и полезный отдых, гораздо лучше сидения перед телевизором.

Замечание. Разрезать можно не только по сторонам, но и по диагоналям клеточек.

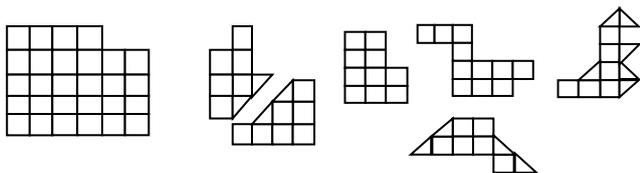


Рис. 9

Задача 5. М.Артемов .Разрезалка. Разрежьте фигуру с вырезанным квадратиком на две одинаковые части, из которых можно составить вторую фигуру. Части разрешается и поворачивать, и переворачивать.

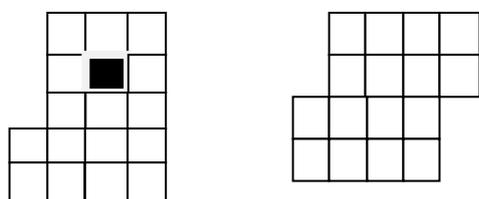


Рис. 10

Задача 7. Д. Шноль. Жесть. Иван Иванович построил сруб, квадратный в основании, и собирается покрывать его крышей. Он выбирает между двумя

которую также нужно разрезать на две равные части, не такая простая.

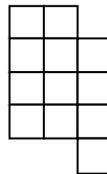


Рис. 8

Задача 4. Д.Калинин. Цветной куб.

Найдите наибольшее число цветов, в которые можно покрасить ребра куба (каждое ребро одним цветом) так, чтобы для каждой пары цветов нашлись два соседних ребра, покрашенные в эти цвета. Соседними считаются ребра, имеющие общую вершину.

Задача 6. Д Шноль, А. Хачатурян.

Квадрат. Квадрат разрезали на двенадцать прямоугольных треугольников. Могут ли десять из них оказаться равными друг другу, а два оставшихся- отличаться от них, и друг от друга?

Задача 8. А.В. Шевкин. Фигура изображена на клетчатой бумаге (рис. 11).

крышами одинаковой высоты: двускатной и четырехскатной. На какую из этих крыш понадобится больше жести?

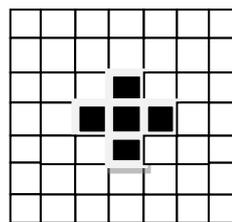


Рис. 11

а) Покажите, как можно разрезать ее на 4 равные части, если резать разрешается только по линейкам клетчатой бумаги.

б) Найдите все возможные фигуры, которые можно получить при таком разрезании.

в) Можно ли ту же фигуру разрезать на 5 равных частей по тем же правилам?

Задача 9. А.В. Шевкин.

а) Покажите, как можно разрезать прямоугольник 9×4 (рис. 12) на 2 равные части, если резать разрешается только по линейкам клетчатой бумаги.

б) В каком из найденных случаев из полученных частей можно сложить квадрат?

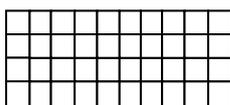


Рис. 12

Задача 10. А.В. Шевкин.

Фигура изображена на клетчатой бумаге (рис.13)

а) Покажите, как можно разрезать ее на 2 равные части. Если резать разрешается только по линейкам клетчатой бумаги.

б) Найдите все возможные способы разрезания.

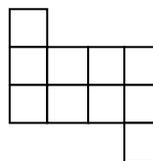


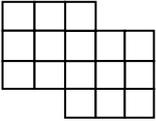
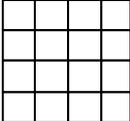
Рис. 13

Задача 11. А.В. Шевкин.

а) Покажите, как можно разрезать на 2 равные части фигуру, изображенную на клетчатой бумаге рис. 14, если резать разрешается только по линиям клетчатой

Задача 12. А.В. Фарков.

Квадрат разрезали по ломаной линии, состоящей из трех равных отрезков. Начало разреза в точке А.

<p>бумаги.</p> <p>б) В каком из найденных случаев из двух полученных равных частей можно сложить квадрат?</p>  <p>Рис. 14</p>	<p>Получили две равные фигуры. Как это сделали?</p>  <p>Рис. 15</p>
<p>Задача 13. А.В. Фарков. Как разрезать квадрат 5 x 5 прямыми линиям</p>	

Описание игры «Математическая монополия»:

Игра предназначена для детей старше 10 лет. При сборке игрового поля при необходимости возможна помощь взрослых. Организация игры: во внеурочное время. Время игры не ограничено.

Состав игрового набора: Игровое поле (1 штука), нарезные карточки с задачами на обратной стороне (36 штук), кубик игральный (1 штука), фишки игроков (3 штуки), ракушки (36 штук), меховая шкура (36 штук), макет древнерусского рубля (36 штук), монеты (36 штук), бумажные банкноты (номиналом 20000000 денежек).

I этап (организационный). Во время первого этапа обучающимся зачитывается инструкция к игре «Математическая монополия».

Инструкция для обучающихся при подготовке к игре:

1. Разложи игровое поле в центре игровой зоны;
2. Сверху положи соответствующие карточки, картинкой вверх;
3. Поставь фишки игроков перед клеткой поля №1;
4. Выберите одного игрока на роль банкира.

В начале игры банкир раздаёт игрокам для игры по 6 ракушек и по 6 меховых шкурок, в процессе игры выдаёт деньги, следит за соблюдением правил, проверяет правильность решения задач, принимает платежи в кассу банка. Банкир не участвует в покупках и продажах.

II этап (подготовительный). Банкир разъясняет правила игры, демонстрирует пробный ход игры. Методом жребия определяется очередность ходов.

Правила:

Игроки поочередно бросают кубик, передвигаясь по полю к его центру (назад двигаться запрещено), задача каждого игрока прийти до клетки «Математическая монополия», при этом имея наибольший капитал в виде недвижимости и других приобретений, денег и продуктов обмена (ракушки, шкурки, рубли). Тот, кто первый встаёт на поле «Математическая монополия» получает из кассы банка 1500000 денежек, второй по счёту игрок –1000000 денежек, третий – 500000 денежек.

Если игрок остановился на клетке с незанятой собственностью, то обязан купить её за стоимость, указанную на карточке. После оплаты он должен решить задачу на её обороте. Это даёт ему право следующего хода, но если задача решена неверно, игрок пропускает ход и не получает карточку с объектом (независимо от этапа игрового поля). Если задача решена верно, то карточка остаётся у игрока, как его собственность. А именно:

- если игрок находится на клетке поля с №1 по №6 (включительно), то верно решив задачу, он получает право собственности на объект, указанный на этой карточке;

- если игрок находится на клетке поля с №7 по №12 – получает из банка 4 золотых;

- если игрок находится на клетке поля с №13 по №18 – получает 400000 денежек;

- если игрок находится на клетке поля с №19 по №24 – получает 1000000 денежек;

- если игрок находится на клетке поля с №25 по №30 – получает 3000000 денежек.

Если игрок оказался в ситуации, когда необходимо купить незанятую

собственность, а денег или товаров обмена не хватает, он может получить кредит в банке, равный той сумме, которой не хватает. При этом, когда в конце игры игрок попадает на поле «Математическая монополия», ему приходится вернуть банку весь займ + сумму, равную суммы кредита. Возможно, что для возврата кредита игроку не будет хватать наличных денежных средств или товаров обмена, тогда ему придётся отдать банку что-то из приобретенной в процессе игры собственности, равную по цене сумме долга.

Если игрок остановился на клетке с чужой собственностью, то ему необходимо заплатить ренту собственнику объекта, равную сумме, указанной на карточке.

Победителем признаётся игрок, имеющий наибольшие финансовые вложения в объекты (карточки) + наличные деньги и продукты обмена (шкурки, ракушки, рубли).

III этап (игровой). Обучающиеся по очереди включаются в процесс игры, совершают ходы, решают задачи.

IV этап (заключительный). Банкиром подводятся итоги игры, определяется победитель.

В заключение, сделаем следующий вывод: методика формирования ключевых универсальных учебных действий, обучающихся основной общеобразовательной школы в процессе обучения основана на комплексном применении:

- активных методов обучения (деловая игра, имитационная настольнопечатная игра-тренажёр, квест-игра, кейс-метод, учебно-исследовательская работа, метод проектов);

- кластера специальных задач, направленных на выполнение видов предметной деятельности по математике, создающих условия для формирования ключевых универсальных учебных действий;

- организационных форм уроков и внеурочной деятельности (имитация деятельности, соревнования, публичные выступления, исследования и др.);

- средств обучения (учебно-исследовательский и учебный листы урока, тетради одного урока, учебно-методические пособия и др.).

Применение геометрических сред Geogebra и Живая математика позволяет проявлять свои УУД в образовательном процессе. Остановимся чуть подробнее на примере приложения Живая математика.

УМК «Живая математика» это виртуальная среда, предоставляющая пользователю широкие возможности для динамического предоставления разнообразной математической информации. Использование «Живой математики» при изучении курса алгебры, позволяет выполнять динамические построения и анализ графиков функции на плоскости. В геометрии «Живая математика» позволяет обнаруживать закономерности в наблюдаемых явлениях, формулировать теоремы для последующего доказательства, позволяет экспериментально подтвердить уже доказанные факты «Живая математика» эффективна при работе со школьниками практически всех возрастов.



Учебно-методический комплект состоит из самой программы «Живая Математика», методического пособия и альбомов готовых динамических чертежей, разделенных на две группы: «Теоремы и задачи школьного курса» и «Дополнительные материалы».

Первая группа «Теоремы и задачи школьного курса» включает альбом «Введение в компьютеризированный курс планиметрии», содержащий 46 уроков по темам: начальные геометрические сведения, треугольники, четырехугольники; площади, подобие, окружность.

На уроках алгебры и геометрии нередко приходится иметь дело с чертежами. Чертёж, построенный на бумаге с помощью карандаша и линейки, имеет важнейшее значение, но обладает двумя недостатками: требует временных затрат и конечный продукт оказывается статичным. Программа

«Живая математика» позволяет значительно экономить время, но самое главное: чертёж, построенный с помощью программы, можно, деформировать, перемещать и видоизменять. Элементы чертежа легко измерить компьютерными средствами, а результаты этих измерений допускают дальнейшую компьютерную обработку.

При работе в рамках данного УМК каждая обсуждаемая фигура изображается на экране монитора, будь то график квадратичной функции, или стереометрическая фигура. При решении задач учащиеся могут выполнять задание на чертеже, приложенном к программе, а могут создавать собственные чертежи и сверять свои построения с образцом. Если урок проводится в классе, оснащённом индивидуальными компьютерными местами, то на первый план может выйти исследовательская деятельность учащихся, позволяющая прийти самостоятельно к тому или иному математическому факту. Если же работа происходит в классе, оснащённом только одним компьютером и проектором, ученикам можно предложить выполнить решение в тетради, пользуясь при этом указаниями и подсказками, данными в задачах, и сверить свои построения с образцом.

УМК может использоваться практически при любых видах учебной деятельности, в том числе, при выполнении домашних работ, творческих проектов и т. д. Для того чтобы учащиеся получили первоначальные навыки работы в программе, достаточно 2-3 занятий.

Рассмотренные методы, формы и средства обучения в своей совокупности составляют технологический компонент методики формирования пространственного мышления у обучающихся 5 классов в процессе обучения математике, главными образующими элементами которого являются активные методы обучения и кластер специальных задач.

2.4. Оценка и измерение уровня сформированности пространственного мышления.

1. Определение критериев сформированности ожидаемого результата обучения

Разработка контрольно-диагностического компонента начинается с определения критериев сформированности ожидаемого (целевого) результата обучения.

Слово «критерий» происходит от греческого criterion – «мерило для оценки чего-либо». Критерий – это признак, на основании которого производится оценка, определение или классификация чего-либо, мерило суждения, оценки.

К критериям предъявляются следующие требования: объективность, устойчивость и постоянство, повторяемость в предмете, способность устанавливать меру соответствия изучаемого предмета его эталону.

Придерживаясь в этом вопросе точки зрения, что для успешного осуществления различного рода деятельности необходима ориентация самого субъекта на ценностное, заинтересованное отношение к данной деятельности, осознание ее личной и общественной значимости (А.Д. Даржания), определим мотивационный критерий сформированности пространственного мышления у обучающихся 5 класса.

Исходя из того, что умение – это освоенный субъектом способ выполнения действия, обеспечиваемый совокупностью приобретенных знаний и навыков, среди основных критериев сформированности пространственного мышления обучающихся 5 класса определим критерии: когнитивный и деятельностный.

2. Определение показателей критерия сформированности

Определим показатели, характеризующие каждый из этих критериев. Когнитивный критерий – наличие системы знаний о средствах и способах

формирования пространственного мышления. Он выражается в передаче всех существенных признаков, сторон рассматриваемого процесса или явления.

Деятельностный критерий сформированности пространственного мышления характеризует освоение совокупности действий, составляющих структуру пространственного мышления. Он выражается показателями правильности и скорости выполнения действий.

Мотивационный критерий отражает понимание и положительную оценку обучающимся значимости освоения пространственного мышления. В качестве показателей данного критерия выступают: наличие мотива и ориентированности на получение результата по выполнению действия; понимание значения результата и его самооценка.

В качестве примера представим структурно-содержательную модель регулятивного универсального учебного действия по составлению плана и алгоритма действий для достижения учебной цели (таблица 4).

Таблица 4

Структурно-содержательная модель пространственного мышления у обучающихся 5 класса по составлению плана и алгоритма действий для достижения учебной цели

<i>Критерий сформированности пространственного мышления у обучающихся 5 классов</i>	<i>Показатель сформированности пространственного мышления у обучающихся 5 классов</i>	<i>Характеристика элемента пространственного мышления у обучающихся 5 классов</i>
Когнитивный	Знания о средствах и способах выполнения пространственного мышления у обучающихся 5 классов	Обучающийся знает: <ul style="list-style-type: none"> • правила составления плана по достижению учебной цели; • приемы описания возможных алгоритмов выполнения действия.
Деятельностный	Правильность и скорость выполнения заданий на развитие пространственного мышления у обучающихся 5 классов	Обучающийся умеет: <ul style="list-style-type: none"> • определять последовательность действий для достижения учебной цели; • составлять план по достижению учебной цели.

Мотивационный	Позитивное отношение обучающихся 5 класса (наличие мотива, ориентированности на получение результата по выполнению действия; понимание значения результата и его самооценка)	Обучающийся проявляет: <ul style="list-style-type: none"> • устремленность (потребность) к планированию действий по достижению учебной цели; • осознанное отношение к планированию действий по достижению учебной цели.
---------------	--	---

3. Определение уровней сформированности

Оценка сформированности пространственного мышления является уровневой. Под уровнем сформированности пространственного мышления мы понимаем степень полноты освоения всех его структурных элементов. Уровень сформированности пространственного мышления является измеряемым показателем и количественной характеристикой подготовленности обучающегося к выполнению соответствующего действия.

В рамках данного подхода условно выделим три уровня сформированности пространственного мышления: низкий, средний, высокий. Низкий уровень соответствует оценке пространственного мышления как несформированного; средний уровень – пространственного мышления сформировано недостаточно; высокий уровень – пространственное мышление достаточно развито (таблица 5).

Таблица 5

Уровни сформированности пространственного мышления у обучающихся
5 классов

<i>Низкий уровень</i>	<i>Средний уровень</i>	<i>Высокий уровень</i>
обучающийся: не умеет искать недостающую информацию, не умеет делать логические умозаключения, не умеет оценивать последовательность умозаключений, рефлексивные умения, не умеет выделять главную информацию на фоне избыточной, навыки коммуникации развиты слабо	обучающийся: умение поиска недостающей информации, умение делать логические умозаключения, умение оценивать последовательность умозаключений, рефлексивные умения, умение выделять главную информацию на фоне избыточной, навыки коммуникации и кооперации	обучающийся: • знает продуктивные средства и способы выполнения задания; • умеет результативно и быстро выполнить задания; • ориентирован и целеустремлен на осознанное выполнение задания, умение поиска недостающей информации, умение делать логические

и кооперации, навык креативного мышления не развит	навык креативного мышления.	умозаключения, умение оценивать последовательность умозаключений, рефлексивные умения, умение выделять главную информацию на фоне избыточной, навыки коммуникации и кооперации, навык креативного мышления
--	-----------------------------	--

Представленная структура базисных универсальных учебных действий, подход к определению критериев и уровней сформированности регулятивных, коммуникативных и познавательных универсальных действий и их показателей позволяют создавать валидные средства оценивания уровня сформированности этих действий как специальные задания, сконструированные на основе математических задач.

4. Тестовая технология измерения и оценивания уровня сформированности пространственного мышления обучающихся 5 классов

Любой измерительный инструмент разработан для определенного объекта измерения. Линейкой можно измерить длину, градусником – температуру. Контрольная работа или опрос приспособлены для измерения и оценки актуального знания по предмету за определенный период времени (урок, тема, раздел). От контрольной к контрольной педагог вместе с учеником могут анализировать, как накапливаются знания, какие пробелы в системе изучаемого знания возникают и какие ликвидируются, как в целом происходит усвоение необходимого объема учебной информации и предметных умений.

Для отслеживания и оценки процесса развития пространственного мышления нужен свой инструмент, а точнее – комплекс специальных измерительных инструментов, применяемый в ходе мониторинга развития пространственного мышления.

Таким образом, новая трактовка качества результатов основного общего образования обуславливает необходимость появления новых видов

психологических и педагогических измерителей, выявляющих степень сформированности не только предметных, но и личностных, метапредметных результатов обучения.

Педагогический тест – это инструмент оценивания обученности учащихся, состоящий из системы тестовых заданий, стандартизированной процедуры проведения, обработки и анализа результатов. В узком смысле тестирование в педагогике означает использование стандартизированных педагогических тестов для измерения и оценки результатов обучения. В широком же смысле тестирование – это любое испытание с целью измерения достижений обучаемого.

В настоящее время в теории педагогических измерений сложились два подхода к интерпретации результатов тестирования и их созданию: нормативно-ориентированный и критериально-ориентированный. Оба они перспективны и важны в условиях реализации системно-деятельностного подхода, имеют свою сферу применения, преимущества и недостатки.

При педагогических измерениях интерпретация баллов тестируемых может носить различный характер в зависимости от того, каким способом сравниваются их результаты. В одном случае проводится сопоставление баллов тестируемых с результатами определенной группы – выборки обучающихся, выполнявших тот же самый тест, – для определения места каждого балла по отношению к среднему результату в группе (нормативно-ориентированный подход).

В другом случае результаты испытуемых интерпретируются по отношению к содержательной области, включенной в тест и снабженной определенными критериями выполнения (критериально-ориентированный подход). Хотя оба подхода дают информацию о подготовленности обучаемых, они отличаются по характеру получаемых данных.

В нормативно-ориентированном подходе определяется место результата каждого обучающегося по отношению к результатам других обучающихся.

В критериально-ориентированном подходе информация, полученная при тестировании, позволяет установить освоенные разделы учебного материала или виды учебной деятельности, выявить проблемы и пробелы в освоении образовательной программы.

Между двумя подходами нет непреодолимых противоречий, а наиболее информативной является ситуация, когда оба подхода взаимно дополняют друг друга. Поэтому некоторые тесты разрабатываются с расчетом на то, чтобы результаты тестируемых можно было бы соотносить как с нормами, так и с содержанием теста. Примером этого в России являются контрольно-измерительные материалы ОГЭ или ЕГЭ.

В управлении качеством обучения используются как количественные, так и качественные подходы к измерению результатов образования. На количественном уровне измерений применяют стандартизованные тесты учебных достижений, содержащие, как правило, задания с выбором ответов.

На качественном уровне измерений все более широкое распространение получают, так называемые, тесты практических умений. Такие тесты разрабатываются специально для оценки практической деятельности обучающегося. Особенность последних заключается в открытой форме и специальном содержании тестовых заданий, имеющих деятельностный характер, в ходе выполнения которых проявляются соответствующие знания, умения, навыки и имеющийся опыт конкретной деятельности (учебной, познавательной, коммуникативной, профессиональной и др.). По результатам выполнения таких тестовых заданий получается некоторый материальный продукт, оцениваемый экспертами по стандартизованной шкале тестовых баллов. Данное направление разработки тестов как средства оценивания пространственного

обучения обучающихся в условиях реализации системно-деятельностного подхода является еще недостаточно методологически обоснованным. Тем не менее, такой вид тестов имеет высокую очевидную валидность и вызывают большой интерес у учителей и школьников.

В рамках критериально подхода к измерению и оценки уровня сформированности пространственного мышления наиболее перспективным представляется критериально-ориентированный подход к интерпретации результатов тестирования и их созданию, при котором для получения надежных и валидных результатов обычно используют уровневую, так называемую вертикальную шкалу.

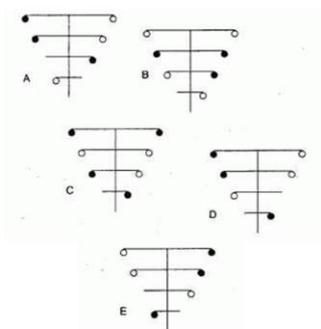
Вертикальная шкала строится в соответствии с выделенными диапазонами уровней сформированности пространственного мышления. При вертикальном шкалировании важно добиться сопряжения количественных диапазонов шкалы с содержательной структурой оценочных средств.

Для каждого показателя сформированности пространственного мышления определяется фрейм заданий, образующих часть общего теста и позволяющий определить состав и качество выполняемых операций, их осознанность, полноту и свернутость в ходе их выполнения.

5. Примеры тестовых заданий на выявление уровня сформированности пространственного мышления

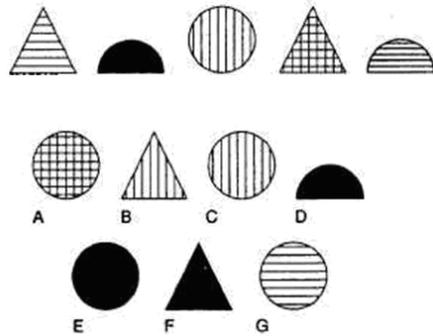
Чтобы определить уровень пространственного мышления учащихся мной был использован следующий тест:

1. Найдите лишнюю фигуру:



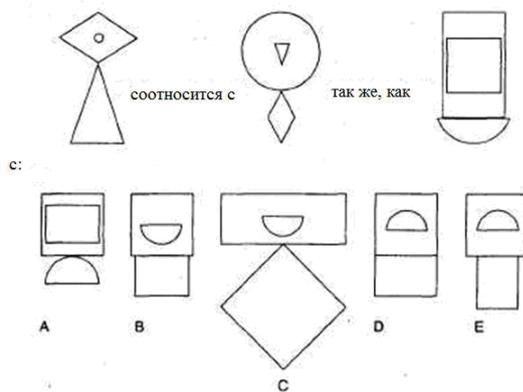
1) A 2) B 3) C 4) D 5) E

2. Продолжите последовательность фигур в первом ряду:



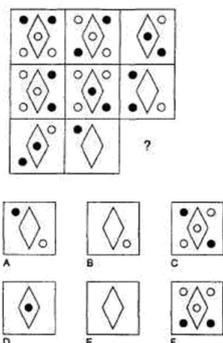
1) A 2) B 3) C 4) D 5) E 6) F 7) G

3. Найдите соотношение фигуры:



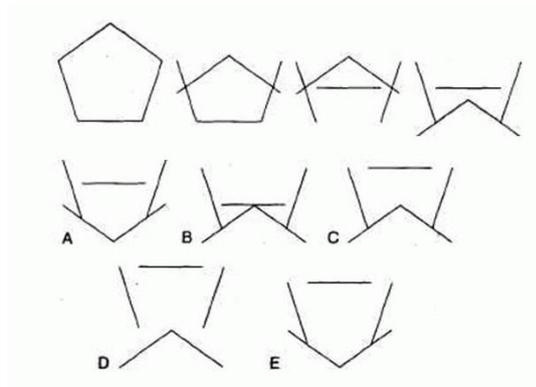
1) A 2) B 3) C 4) D 5) E

4. Какой квадрат нужно вставить вместо знака вопроса?



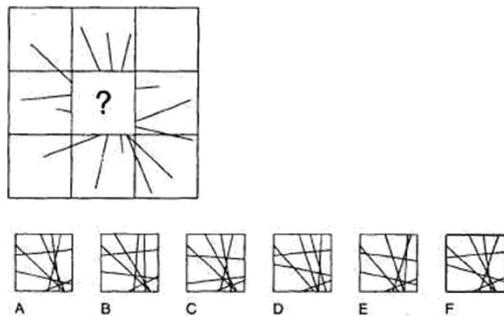
1) A 2) B 3) C 4) D 5) E 6) F

5. Продолжите последовательность фигур в верхнем ряду:



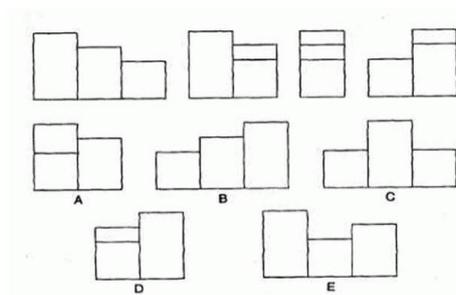
1) A 2) B 3) C 4) D 5) E

6. Какой квадрат нужно вставить вместо знака вопроса?



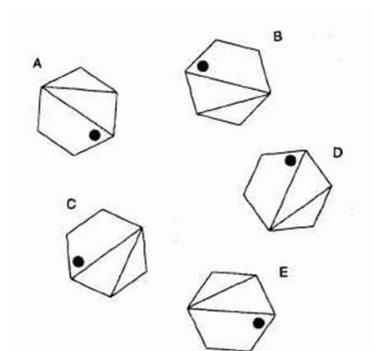
1) A 2) B 3) C 4) D 5) E 6) F

7. Продолжите последовательность фигур в верхнем ряду:



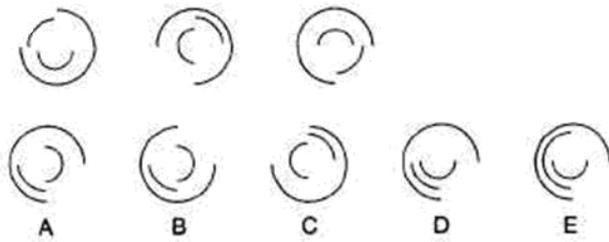
1) A 2) B 3) C 4) D 5) E

8. Найдите лишнюю фигуру:



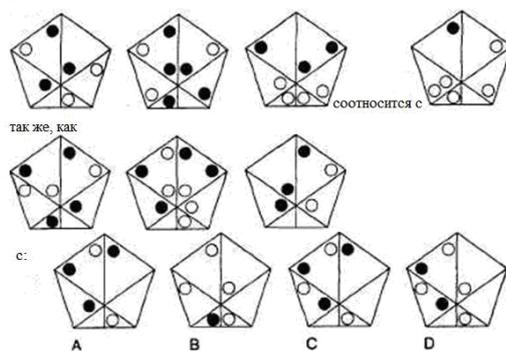
1) A 2) B 3) C 4) D 5) E

9. Продолжите последовательность фигур в верхнем ряду:



1) A 2) B 3) C 4) D 5) E

10. Найдите соотношение фигур



1) A 2) B 3) C 4) D

Правильные ответы:

1. D; пары A и E, C и B - идентичны, меняется только цвет точек.

2. E; здесь есть двойная последовательность. Формы: треугольник, полукруг, круг; внутри фигур: горизонтальные полосы, черный, вертикальные полосы, клетка.

3. D; полукруг поворачивается на 180° и оказывается внутри квадрата; прямоугольник поворачивается на 90° и присоединяется к квадрату снизу.

4. E; по горизонтали и по вертикали, слева направо и сверху вниз, кружок переносится в последний квадрат только в том случае, если он

появляется в одной и той же позиции в двух первых квадратах; при этом он меняет свой цвет.

5. С; верхняя часть движется вниз, а нижняя часть - вверх, попеременно с ней.

6. А; квадрат под номером А вырезан из рисунка.

7. В; правая фигура движется влево, а левая фигура - вправо попеременно с ней; средняя фигура остается на своем месте.

8. D; остальные фигуры идентичны, но повернуты вокруг своей оси.

9. В; по очереди большая дуга двигается на 90° против часовой стрелки, а две другие дуги - на 90° по часовой стрелке.

10. D; белый кружок переносится в последний пятиугольник, если он появляется один раз в той же позиции в первых трех пятиугольниках. Черный кружок переносится, если он появляется дважды.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что в настоящий момент на фоне традиционных тестовых средств оценивания результатов обучения появились различные новые виды, ориентированные на современные подходы к оценке качества образования. Разработка этих видов и их использование в управлении качеством обучения являются важными условиями реализации системно-деятельностного подхода в образовательной практике. При этом используются как количественные, так и качественные подходы к измерению результатов образования.

2.5. Описание и результаты опытно-экспериментальной работы

В данном эксперименте принимали участие обучающиеся 5-х классов МАОУ Лицей №12 г. Красноярск.

Констатирующий этап эксперимента проводился на базе МАОУ Лицей №12 г. Красноярск. Для диагностики был разработан тест базового уровня сложности. Обучающимся был предложен контрольный тест состоящий из 10 вопросов.

Для эксперимента были выбраны обучающихся 5 «Г» и 5 «Б» класса. Количество обучающихся, проходивших тестирование в контрольной группе, составляет 26 человек. Количество обучающихся, проходивших тестирование в экспериментальной группе, составляет 24 человека.

По результатам первого тестирования были получены данные представленные в таблице 6:

Таблица 6

Результаты входного тестирования обучающихся

№ задания	Количество верных ответов	
	Контрольная группа	Экспериментальная группа
1	10	11
2	15	12
3	6	9
4	3	2
5	2	3
6	5	7
7	13	15
8	1	2

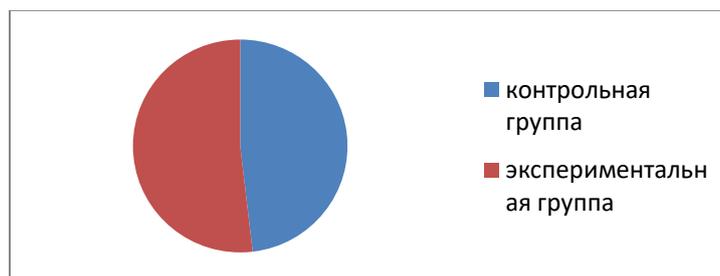
На основе результатов тестирования, мы определили процент выполнения каждого из заданий обучающимися (таблица 7):

Таблица 7

Результаты входного тестирования обучающихся в процентном соотношении

№ задания	Количество верных ответов	
	Контрольная группа 26	Экспериментальная группа 24
1	38%	45%
2	57%	50%
3	23%	37%
4	11%	8%
5	7%	12%
6	19%	3%
7	50%	62%
8	4%	8%
Процент выполнения по группе	26%	28%

Рис. 16. Диаграмма количества верных ответов в процентном соотношении



Полученные результаты констатирующего этапа эксперимента показали, что есть обучающиеся, у которых частично развито пространственное мышление.

Формирующий этап эксперимента проводился также на базе МАОУ Лицей №12. В рамках этого этапа была реализована описанная нами методика формирования пространственного мышления. В ходе чего, нами было отмечено, что у большинства студентов присутствует повышенный интерес, многие из них проявили инициативу, самостоятельность при решении задач.

По итогам формирующего этапа эксперимента, нами снова была проведена оценка и измерение уровня сформированности пространственного мышления у обучающихся 5 классов. Для диагностики был использован тот же набор заданий, что и для констатирующего этапа эксперимента:

По результатам итогового тестирования нами были получены результаты приведённые в таблице 8:

Таблица 8

Результаты итогового тестирования

№ задания	Количество верных ответов	
	Контрольная группа	Экспериментальная группа
1	20	20
2	18	19
3	13	17
4	10	18

5	8	17
6	10	10
7	25	13
8	9	21

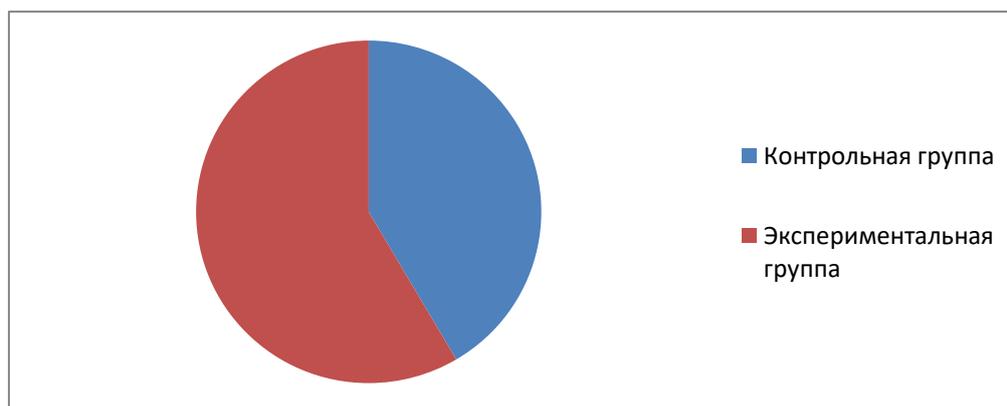
На основе результатов тестирования, мы определили процент выполнения каждого из заданий обучающихся (таблица 9):

Таблица 9

Результаты итогового тестирования обучающихся в процентном соотношении

№ задания	Количество верных ответов	
	Контрольная группа 26	Экспериментальная группа 24
1	76%	83%
2	69%	76%
3	50%	70%
4	38%	75%
5	30%	70%
6	38%	42%
7	96%	51%
8	34%	87%
Процент выполнения по группе	49%	69%

Рис. 17. Диаграмма количества верных ответов в процентном соотношении



Полученные результаты заключительного этапа эксперимента показали, что все обучающиеся повысили уровень сформированности пространственного мышления, необходимых при решении заданий и готовы применять эти знания и опыт на практике.

Во время проведения эксперимента, в целях диагностики был использован метод тестирования. И комплекс обучающих инструментов: задания и тренажеры, созданные в среде «Живая математика».

Выводы по главе II

На основе существующих методик по проблеме пространственного мышления для детей 5-6 класса нами была разработана программа диагностики, организован и проведен этап констатирующего эксперимента, цель которого заключалась в выявлении актуального уровня развития пространственного мышления у учащихся 5-6 класса.

Обработка и анализ результатов констатирующего эксперимента показали, что пространственное мышление у детей 5-6 класса плохо развито.

Проанализировав результаты диагностик, мы выявили, что больше учащихся проявило средний и низкий уровни развития пространственного мышления.

Для развития пространственного мышления для обучающихся была разработана серия заданий, в ходе которых обучающиеся работали с динамическими заданиями в среде «Живая математика», проходили тест.

Заключение

Пространственное мышление - вид умственной деятельности, обеспечивающий создание пространственных образов и оперирование ими в процессе решения теоретических и практических задач. Пространственное мышление играет большую роль в интеллектуальном развитии личности, поскольку развивает умственную активность учащихся, связанную с познавательной потребностью, а также влияет на разносторонность развития учащихся. Именно в подростковом возрасте наблюдается повышенная интеллектуальная активность.

При анализе нормативных документов и психолого-педагогической литературы определен ряд особенностей пространственного мышления, требующихся для обучающихся 5-6 класса.

Выделены и описаны характерные возрастные и психологические особенности обучающихся 5 и 6 классов.

Разработаны специальные задания, направленные на формирование пространственного мышления обучающихся 5-6 классов при обучении математике.

Разработан диагностический инструментарий выявления и оценивания уровня сформированности пространственного мышления обучающихся 5-6 классов при обучении математике

Разработана методика формирования пространственного мышления обучающихся 5-6 классов в процессе обучения математике и экспериментально проверена её результативность.

Установлено в ходе педагогического эксперимента, что использование предлагаемой методики обучения математике обучающихся 5-6 классов позволяет более эффективно, чем при традиционном подходе, развивать пространственное мышление.

Таким образом, все поставленные задачи решены, цель исследования достигнута, гипотеза исследования экспериментально подтверждена.

Дальнейшее исследование проблемы может пойти в направлении поиска новых эффективных методов и средств по организации математической подготовки обучающихся 5-6 классов с учетом их индивидуальных особенностей, использование которых будет способствовать повышению уровня развития пространственного мышления, качества обучения и степени обученности.

Библиографический список

1. Андриенко Е.В. Значение высшего образования в становлении педагогического профессионализма. Известия ЮФУ. Технические науки. 2005. № 7 (51). С. 135-136. 1
2. Ананьев Б.Г. Рыбалко Е.Ф. Особенности восприятия пространства у детей. - М.: "Просвещение", 1964. - 304 с. 56
3. Бобонова, учителя к использованию информационных технологий в педагогической деятельности как основа ИКТ-компетентности [Электронный ресурс] // Материалы XVI конференции представителей региональных научно-образовательных сетей «Relarn – 101 2009». Сборник тезисов и докладов. – Москва – Санкт-Петербург, 2009. – Режим доступа: http://www.*****/conf/conf2009/list_tez.pdf.
4. Божович Л. И. Личность и ее формирование в детском возрасте. — СПб. [и др.] : Питер, 2008. — 398 с. — (Мастера психологии). — Библиогр.: с. 386-389. 9
5. Гафурова Г.Р. Инновационные тенденции в развитии современного образования. Россия и Европа: связь культуры и экономики материалы XI Международной научно-практической конференции: в 2-х частях. 2015. С. 106-107.
6. ГБУ «Центр оценки качества образования, профессионального мастерства и квалификации педагога». Режим доступа: <http://kbrcmiso.ru/index.php/itogi-gia/2020/analiticheskij-otchet-po-predmetam-2020-ege> (дата обращения 20.05.2021)
7. Глейзер Г. Д. Методы формирования и развития пространственных представлений школьников в процессе обучения геометрии. М., 2002.
8. Запорожец А.В. Избранные психологические труды: в 2-х т. – М.: Педагогика, 1986. —С. 177-190.

9. Захарова, И. Г. Информационные технологии в образовании: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений. – М.: Издательский центр «Академия», 2003. – 192 с.
10. Иванова Е. О. Тенденции развития образования в условиях информационного общества – Ярославский педагогический вестник. 2011. Т. 2. № 2. С. 12-14.
11. Ительсон, Л. Б. Структура, уровни и операции образного мышления [Текст]: Л. Б. Ительсон. Тезисы докладов к XX Международному психологическому конгрессу (13—19 августа, г. Токио). М., 1972. с. 80-83.
12. Кавецкий И.Т., Рыжковская Т.Л., Коверзнева И.А., Игнатович В.Г., Лобан Н.А., Сабуров Х.М. Влияния основных тенденций развития современного образования на формирование личности учащихся. Фундаментальные исследования. 2014. № 3. С. 613-616.
13. Каплунович, И.Я. Развитие структуры пространственного мышления: И.Я. Каплунович. Вопросы психологии, 1985, №7. с.112.
14. Климов Е.А. Основы психологии: Учебник для вузов. – М.: Культура и спорт ЮНИТИ, 2000. 6
15. Кондакова Я. А. Педагог-психолог ГБОУ СОШ № 844 <http://kondakova844.blogspot.com/p/5-6.html> (дата обращения.) 7
16. Корнеева Е.Н. Некоторые особенности оперирования представлениями плоскостных и объемных геометрических фигур: Автореф. дисс. . канд. пед. наук. М., 1983. - 18 с.
17. Корнфельд С. Методические рекомендации к проверке сформированности пространственных представлений учащихся. М., 2000.
18. Красильникова В.А. Информационные и коммуникационные технологии в образовании: учебное пособие / В.А. Красильникова. - Оренбург – ГОУ ОГУ, 2006. – 235 с.

19. Крутецкий В.А. Психология мышления. М.: Просвещение, 1980. 352 с.
20. Кулагина И.Ю., Колуцкий В.Н. Возрастная психология: Полный жизненный цикл развития человека. Учебное пособие для студентов высших учебных заведений. – М.: ТЦ Сфера, при участии «Юрайт», 2002. – 464 с. 4
21. Леонтьев А.Н. Мышление. //Философская энциклопедия. Т.3. М., 1964. 933с.
22. Люблинская А. А. Мышление и умственные качества личности // Общая психология. М.: Просвещение, 1973. 563с.
23. Майданкина Н.Ю. Тенденции в развитии современного непрерывного образования. VI Международной дистанционной научно-практической конференции. Под общей редакцией О. П. Чигишевой. 2014. С. 20-26.
24. Меньшикова Л. В. Образные компоненты в мышлении: Автореф. канд. дис. Л., 1974. с. 23.
25. Мерзляк А.Г. Математика : 5 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.К. Полонский, М.С. Якир. – М. : Вентана-Граф, 2014. – 304с.: ил.
26. Мерзляк А.Г. Математика : 6 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк, В.К. Полонский, М.С. Якир. – М. : Вентана-Граф, 2014. – 304с.: ил.
27. Полат, Е.С. Современные педагогические и информационные технологии в системе образования: учеб. пособие для студентов высших учебных заведений/ Е.С. Полат, М.Ю. Бухаркина. – М.: Издательский центр «Академия», 2007. – 368с.
28. Певцова, Т.А. Современные информационные технологии в образовании./ Интеграция образования, 2000. - №4. – с.20-23.
29. «Педагогика» Психологические особенности учащихся 5-6 классов. <http://www.edutower.ru/towems-223-1.html> (дата обращения.) 5

30. Развитие пространственного мышления учащихся при обучении различным учебным дисциплинам в школе: Метод. Пособие / Большакова Н.В. и др. В.Новгород: МОУ ПКС «Ин-т образоват. маркетинга и кадровых ресурсов», 2000. - 60 с.
31. Сексте Я.А. Глобализация образования в XXI веке: современные тенденции и проблемы развития. Современное образование: традиции и инновации. 2015. № 2. С. 32-38.
32. Семаго, Н.Я, Семаго, М.М. Пространственные представления ребёнка: Школьный психолог, №34, 2000.
33. Сорокина М.Н. Особенности пространственного мышления и его роль в развитии личности школьников. [Электронный ресурс]: база данных содержит информационные сведения.- Режим доступа:
http://www.rusnauka.com/17_APSN_2013/Psihologia/8_140750.doc.htm
34. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (5-9 кл.). [Электронный ресурс]. URL:
<http://xn--80abucjiibhv9a.xn> - (дата обращения 15.05.2021).
35. Федотова Н.В., Суленко И.А. О необходимости формирования пространственного мышления // Современные наукоемкие технологии — 2008. [Электронный ресурс]: база данных содержит информационные сведения.- Режим доступа:
http://www.rae.ru/snt/?section=content&op=show_article&article_id=4972
36. Хилько М.Е., Ткачева М.С. Возрастная психология. Конспект лекций. Изд. «Высшее образование» 2008.
37. Художественный совет (Artscouncil). 6 [52] 2006. Статья «Пространство и его осознание. Качественный подход к отображению пространства на плоскости». С.29-30
38. Цукарь А.Я. Развитие пространственного воображения. Задания для учащихся. — СПб: «Издательство СОЮЗ», 2000. 144 с.

39. Якиманская И.С. Развитие пространственных представлений и их роль в усвоении начальных геометрических знаний. -В сб.: Пути повышения качества усвоения знаний в начальных классах/ под редакцией Д.Н. Богоявленского, Н.А. Менчинской. М.: Просвещение, 1962. 246с. 34
40. Якиманская, И.С. Развитие пространственного мышления школьников. М.: Педагогика, 1980. 240с.
41. Якиманская И.С. Развитие пространственного мышления школьников [Электронный ресурс]: база данных содержит информационные сведения.-Режим доступа: <http://www.childpsy.ru/dissertations/id/20264.php> . 33
42. Якиманская, И.С. Развитие пространственного мышления школьников / И.С. Якиманская. — Науч.- исслед. ин-т общей и пед. психологии Акад. пед. наук СССР. — М.: Педагогика, 1980.— 240с.
43. Якиманская И. С. Возрастные и индивидуальные особенности образного мышления. М., 2001.