

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**

**«Красноярский государственный педагогический университет**  
**им. В.П. Астафьева»**  
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Кафедра- разработчик  
Кафедра математики и методики обучения математике

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

Направление подготовки/специальность

44.03.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) или специализация образовательной программы  
Математика  
(квалификация (степень) - бакалавр)

*Очная форма обучения*

Красноярск 2021

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» составлена кандидатом физико-математических наук, доцентом Е.И. Ганжа.

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры математического анализа и методики обучения математике в вузе

«21» мая 2018, протокол № 8

Заведующий кафедрой



Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом  
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева

"08" июня 2018, протокол №9



Председатель




С.В. Бортновский

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» актуализирована кандидатом физико-математических наук, доцентом Е.И. Ганжа.

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры математики и методики обучения математике в вузе

«08» мая 2019 г., протокол № 7

Заведующий кафедрой



Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом  
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева



"16" мая 2019 г., протокол № 8

Председатель



С.В. Бортновский

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» актуализирована кандидатом физико-математических наук, доцентом Е.И. Ганжа.

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры математики и методики обучения математике в вузе

«13» мая 2020 г., протокол № 8

Заведующий кафедрой



Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом  
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева

"20" мая 2020 г., протокол № 8



Председатель



С.В. Бортновский

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» актуализирована кандидатом физико-математических наук, доцентом Е.И. Ганжа.

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры математики и методики обучения математике в вузе

«12» мая 2021 г., протокол № 8

Заведующий кафедрой



Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом  
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева



"21 мая 2021 г., протокол № 7

Председатель



С.В. Бортновский

**Лист внесения изменений**

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2018/2019 учебный год:

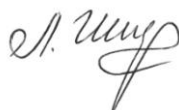
В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:

1. На титульном листе РПД и ФОС изменено название ведомственной принадлежности «Министерство науки и высшего образования РФ» на основании приказа «о внесении изменений в сведения о КГПУ им. В.П. Астафьева» от 15.07.2018 № 457 (п).

2. На титульном листе РПД и ФОС изменено название кафедры разработчика «Кафедра математики и методики обучения математике» на основании решения Ученого совета КГПУ им. В.П. Астафьева «О реорганизации структурных подразделений университета» от 01.06.2018

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры математики и методики обучения математике протокол № 1 от « 05 » сентября 2018 г.

Заведующий кафедрой



Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом  
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева  
«12» сентября 2018 г. Протокол № 1

Председатель



С.В. Бортниковский



## Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины на 2019/2020 учебный год:

В рабочую программу дисциплины вносятся следующие изменения:

1. Список литературы обновлен учебными и учебно-методическими изданиями, электронными образовательными ресурсами. Обновлен перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем.

2. Обновлен перечень лицензионного программного обеспечения.

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры математики и методики обучения математике в вузе

протокол № 7 от «08» мая 2019 г.

Заведующий кафедрой



Л.В. Шкерина

Одобрено научно-методическим советом  
ИМФИ КГПУ им. В.П. Астафьева  
«16» мая 2019 г. Протокол № 8

Председатель



С.В. Бортновский



## Лист внесения изменений

Дополнения и изменения в рабочую программу дисциплины  
на 2021/2022 учебный год

В программу вносятся следующие изменения:

1. Обновлена и согласована с Научной библиотекой КГПУ им. В.П. Астафьева «Карта литературного обеспечения (включая электронные ресурсы)», содержащая основную и дополнительную литературу, современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

2. Обновлена «Карта материально-технической базы дисциплины», включающая аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации, помещения для самостоятельной работы обучающихся в КГПУ им. В.П. Астафьева) и комплекс лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения.

Программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
математики и методики обучения математике

12 мая 2021 г., протокол № 8

Внесенные изменения утверждаю:

Заведующий кафедрой



Л.В. Шкерина

Одобрено НМС ИМФИ

21 мая 2021 г., протокол № 7

Председатель



С.В. Бортновский



### 3. Пояснительная записка.

1. Рабочая программа дисциплины разработана на основе ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование и Профессионального стандарта педагога. Дисциплина «Дифференциальные уравнения» (индекс – Б1.В.02.04) представлена в модуле "Математическая подготовка" вариативной части учебного плана в 7 семестре.

2. Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 з.е. (72 ч.), в том числе, 18 ч. лекций, 26 ч. практических занятий, 28 ч. самостоятельной работы, зачет с оценкой.

3. Цели освоения дисциплины: овладение базовыми предметными знаниями, основными методами доказательства и методами решения базовых задач курса; формирование готовности решать межпредметные и практико-ориентированные задачи на основе использования известных базовых предметных знаний и методов; овладение основными способами освоения математических знаний и способности обучить им учащихся.

4. Планируемые результаты обучения.

*В результате освоения курса студенты должны знать:*

- основные задачи из школьного курса физики, приводящие к дифференциальным уравнениям;
- геометрический и физический смысл дифференциального уравнения 1-го порядка в нормальной форме;
- понятия общего, частного, особого решения;
- основные типы интегрируемых уравнений 1-го порядка и методы их решения;
- основные этапы составления дифференциальных уравнений по условию геометрической и естественно-научной задачи; основные понятия теории линейных уравнений;

- структуру общего решения линейных уравнений 2-го порядка;

- методы решений линейных уравнений с постоянными коэффициентами;

*уметь:*

- исследовать поведение решения дифференциального уравнения 1-го порядка с помощью изоклин;
- применять теорему существования и единственности решения задачи Коши уравнения 1-го порядка для исследования дифференциальных уравнений;
- решать основные типы дифференциальных уравнений 1-го порядка;
- решать уравнения высшего порядка методом понижения порядка;
- решать задачу Коши для упомянутых уравнений;
- построить и исследовать дифференциальную модель явления или процесса;
- доказывать основные теоремы;
- находить общее и частное решение линейного уравнения с постоянными коэффициентами и с правой частью специального вида;
- применять метод Лагранжа для решения неоднородных линейных уравнений;

- исследовать колебательные процессы с помощью дифференциальных уравнений.

Требования к результатам освоения курса выражаются в формировании и развитии следующих компетенций:

- готовность реализовывать образовательные программы по учебному предмету с требованиями образовательных стандартов (ПК-1);
- способность использовать современные методы и технологии обучения и диагностики (ПК-2).

Таблица

Планируемые результаты обучения

Задачи освоения дисциплины	Планируемые результаты обучения по дисциплине (дескрипторы)	Код результата обучения (компетентность)
Задача: расширение и углубление понятий, используемых в школьном курсе математики и физики (геометрический и механический смысл производной, уравнение связывающее переменную величину и скорость ее изменения, закон изменения физической величины)	Знать: основные задачи из школьного курса физики, приводящие к дифференциальным уравнениям; геометрический и физический смысл дифференциального уравнения 1-го порядка в нормальной форме; понятия общего, частного, особого решения	Проекция задачи на компетенции  ПК-1 ПК-2
	Уметь: применять теорему существования и единственности решения задачи Коши уравнения 1-го порядка; исследовать поведение решения дифференциального уравнения 1-го порядка с помощью изокли;	
Задача: формирование способности студентов к решению различных задач из курса дифференциальных уравнений	<p>Знать: основные типы интегрируемых уравнений 1-го порядка и методы их решения; понятия линейной зависимости и независимости функций; определение и свойства вронскиана; структуру общего решения линейных уравнений 2-го порядка; методы решений линейных уравнений с постоянными коэффициентами</p> <p>Уметь: решать основные типы дифференциальных уравнений 1-го порядка; решать уравнения высшего порядка методом понижения порядка; решать задачу Коши для упомянутых уравнений; находить общее и частное решение линейного уравнения с постоянными коэффициентами и с правой частью специального вида;</p>	ПК-1 ПК-2

	применять метод Лагранжа для решения неоднородных линейных уравнений;	
	Владеть навыками доказательства теорем о структуре общего решения линейных уравнений второго порядка.	
Задача: приобретение студентами опыта по применению дифференциальных уравнений для решения геометрических и естественно-научных задач	Знать: основные этапы составления дифференциальных уравнений по условию геометрической и естественно-научной задачи	ПК-1 ПК-2
	Уметь: построить и исследовать дифференциальную модель явления или процесса; исследовать колебательные процессы с помощью дифференциальных уравнений.	

## 5. Контроль результатов освоения дисциплины.

*Методы текущего контроля:* контрольные работы, коллоквиум, посещение лекций и практических занятий.

*Методы промежуточного контроля:* выполнение и защита индивидуальных домашних контрольных заданий.

*Итоговый контроль.* Зачет с оценкой.

Оценочные средства результатов освоения дисциплины, критерии оценки выполнения задания представлены в разделе «Фонды и оценивающие средства для проведения промежуточной аттестации».

## 6. Перечень образовательных технологий, используемых при освоении дисциплины.

- 1) Лекции и семинары контекстного типа;
- 2) Педагогические технологии, на основе активизации и интенсификации учебной деятельности обучающихся:
  - технологии проблемного обучения;
- 3) Педагогические технологии на основе эффективности управления и организации учебного процесса:
  - коллективный способ обучения (работа в группах);
- 4) Педагогические технологии на основе дидактического совершенствования и реконструирования учебного материала:
  - модульно-рейтинговое обучение;

### 3.1. Организационно-методические документы

#### 3.1.1. Технологическая карта обучения дисциплине (Приложение 4).

**3.1.1. Технологическая карта обучения дисциплине  
«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»**

Направление подготовки: **44.03.01 Педагогическое образование**

**Направленность (профиль) образовательной программы  
«Математика»**

Квалификация: бакалавр  
**по очной форме обучения**  
(общая трудоемкость 2 з.е.)

Модули. Наименование разделов и тем	Всего часов (з.е.)	Аудиторных часов				Внеаудиторных	Формы и методы контроля
		все го	лекц ий	прак тиче ских	лабо рат. раб.		
<b>Модуль №1 Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений.</b>	8	4	4	0	0	4	
<b>Тема 1.1.</b> Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Понятие о дифференциальном уравнении. Порядок уравнения. Нормальная форма уравнения. Решения и интегральные кривые. Дифференциальное уравнение как математическая модель реального процесса. Геометрическое истолкование уравнения 1-го порядка и его решений.	4	2	2	0	0	2	Коллоквиум Индивидуальное домашнее задание
<b>Тема 1.2.</b> Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Общее, частное, особое решение.	4	2	2	0	0	2	
<b>Модуль №2 Простейшие дифференциальные уравнения и методы их решения.</b>	32	19	6	13	0	13	
<b>Тема 2.1.</b> Уравнение, не содержащее искомой функции. Уравнение, не содержащее независимой переменной. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения.	8	4	0	4	0	4	Контрольная работа  Индивидуальное домашнее задание

<b>Тема 2.2.</b> Линейные уравнения 1-го порядка. Уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах.	8	6	2	4	0	2	
<b>Тема 2.3.</b> Простейшие дифференциальные уравнения высших порядков и методы их решения.	5	3	1	2	0	2	
<b>Тема 2.4.</b> Дифференциальные уравнения в курсе средней школы. Применение дифференциальных уравнений для решения геометрических задач и задач естествознания.	11	6	3	3	0	5	
<b>Модуль №3</b> <b>Линейные дифференциальные</b> <b>уравнения 2-го порядка.</b>	32	21	8	13	0	11	
<b>Тема 3.1.</b> Общая теория.	8	4	4	0	0	4	Коллоквиум
<b>Тема 3.2.</b> Интегрирование однородных уравнений 2-го порядка	8	6	2	4	0	2	Контрольная работа
<b>Тема 3.3.</b> Методы Лагранжа и неопределенных коэффициентов при нахождении частного решения неоднородного уравнения 2-го порядка	7	4	0	4	0	3	Индивидуальн ое домашнее задание
<b>Тема 3.4.</b> Колебательные процессы.	9	7	2	5	0	2	
<b>Итого</b>	72	44	18	26	0	28	

### 3.1.2. Содержание основных разделов и тем дисциплины

Введение. Данная дисциплина относится к вариативной части подготовки бакалавра по направлению 44.03.01 Педагогическое образование. Основной целью ее изучения является овладение базовыми предметными знаниями, основными методами доказательства и методами решения базовых задач курса; формирование готовности решать межпредметные и практико-ориентированные задачи на основе использования известных базовых предметных знаний и методов; овладение основными способами освоения математических знаний и способности обучить им учащихся. Удельный вес

занятий, проводимых в интерактивных формах, составляет не менее 40% аудиторных занятий.

Дисциплина изучается на четвертом курсе.

Потенциал дисциплины в удовлетворении требований заказчиков к выпускникам профиля в современных условиях заключается в том, что современной школе нужен учитель, способный показать каким большим гуманитарным потенциалом обладает математика как учебный предмет, и готовый продемонстрировать учащимся роль и место математики в современном мире и научить их основам математического моделирования прикладных задач.

Изучению этой дисциплины предшествует дисциплины «Математика», «Математический анализ и элементы теории функций». Знания из предметной области данной дисциплины будут востребованы при изучении дисциплины «Прикладные задачи школьного курса математики».

*Требования к результатам освоения курса выражаются в формировании и развитии следующих компетенций:*

- готовность реализовывать образовательные программы по учебному предмету с требованиями образовательных стандартов (ПК-1);
- способность использовать современные методы и технологии обучения и диагностики (ПК-2).

Формирование этих компетенций происходит в процессе осуществления следующих видов учебной и внеучебной деятельности: изучение теоретических основ дисциплины; решение практико-ориентированных задач с межпредметным содержанием.

### **3.1.3. Методические рекомендации по освоению дисциплины**

Данные методические рекомендации предназначены для студентов в помощь к подготовке к зачету. Целью зачета по данной дисциплине является контроль уровня общей математической культуры студентов и проверка их подготовленности по соответствующим разделам дисциплины.

Студенты должны: владеть основными понятиями дифференциальных уравнений; уметь охарактеризовать связь каждого из них с некоторыми понятиями математического анализа.

В соответствии с поставленными целями и требованиями к знаниям и умениям выпускников на зачет по «Дифференциальным уравнениям» вынесено 17 вопросов. Отвечая на предложенный вопрос, необходимо раскрыть содержание вводимых понятий, проиллюстрировать их примерами и контрпримерами, показать применение теорем, в доказываемых теоремах – раскрыть значение тех или иных условий теоремы, по возможности – дать их геометрическое и физическое истолкование, возможность (или невозможность) обращения теоремы.

Разумеется, можно расширить предлагаемый план дополнительными математическими и историческими фактами, относящимися к данному вопросу.

Содержание трех вопросов, отмеченных звездочками в списке вопросов к экзамену, необходимо уметь излагать на уровне определения понятий и формулировки основных предложений.

**3.1.4. Темы курсовых работ.** Не предусмотрены учебным планом.

**3.2. Компоненты мониторинга учебных достижений обучающихся**

**3.2.1. Технологическая карта рейтинга дисциплины.**

**Приложение 5**

**ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА РЕЙТИНГА**

Наименование дисциплины/курса	Уровень/ступень образования (бакалавриат, магистратура)	Статус дисциплины в рабочем учебном плане (Б.1-Б.6)	Количество зачетных единиц/кредитов
Дифференциальные уравнения	Бакалавр	Б1.В.02.04	2 кредита (ЗЕТ)
Смежные дисциплины по учебному плану			
Предшествующие: все дисциплины профессионального цикла Б.1			
Сопутствующие: прикладные задачи школьного курса математики, элементарная математика (геометрия, математический анализ), методика обучения и воспитания по профилю математика			

БАЗОВЫЙ МОДУЛЬ № 1			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 20 %	
		Min	max
Текущий контроль	Коллоквиум	6	10
Текущий контроль	Индивидуальное домашнее задание	6	10
Итого		<b>12</b>	<b>20</b>

БАЗОВЫЙ МОДУЛЬ № 2			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 30 %	
		Min	max
Текущий контроль	Аудиторная контрольная работа	9	15
Текущий контроль	Индивидуальное домашнее задание	9	15
Итого		<b>18</b>	<b>30</b>



БАЗОВЫЙ МОДУЛЬ № 3			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 30 %	
		min	max
Текущий контроль	Индивидуальное домашнее задание	6	10
	Аудиторная контрольная работа	6	10
Промежуточный контроль	Коллоквиум	6	10
Итого		<b>18</b>	<b>30</b>

Итоговый модуль			
Содержание	Форма работы	Количество баллов 20%	
		min	max
Промежуточный контроль	Зачет с оценкой	<b>12</b>	<b>20</b>
Итого		<b>12</b>	<b>20</b>
Общее количество баллов по дисциплине (по итогам изучения всех модулей, без учета дополнительного модуля)		min	max
		<b>60</b>	<b>100</b>

### Соответствие рейтинговых баллов и академической оценки

Общее количество набранных баллов	Академическая оценка
<b>Менее 60</b>	<b>незачтено</b>
<b>60 – 100</b>	<b>зачтено</b>

### 3.2.2. Фонд оценочных средств (контрольно-измерительные материалы)

# МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**Красноярский государственный педагогический университет  
им. В.П. Астафьева»**

Институт математики, физики и информатики  
Кафедра математики и методики обучения математике

УТВЕРЖДЕНО  
на заседании кафедры  
протокол № 8  
от «21» мая 2018 г.

Зав. кафедрой



Л.В. Шкерина

ОДОБРЕНО  
на заседании  
научно-  
методического  
совета ИМФИ  
протокол № 9  
от «08» 06.  
2018г.  
Директор



А.С. Чиганов



## ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации  
обучающихся по дисциплине

**«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»**

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) образовательной программы

«Математика»

(квалификация (степень) «бакалавр»)

*(Очная форма обучения)*

Составители:



Ганжа Е.И., доцент кафедры  
математики и методики обучения  
математики

**Красноярск 2021**

## ЭКСПЕРТНОЕ ЗАКЛЮЧЕНИЕ НА ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Представленный фонд оценочных средств для текущей и промежуточной аттестации соответствует требованиям ФГОС ВО и профессиональным стандартам Педагог (профессиональная деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель), утвержденным приказом Минтруда России от 18.10.2013 N 544н.

Предлагаемые формы и средства аттестации адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование, направленность (профиль) образовательной программы Математика и информатика.

Оценочные средства и критерии оценивания представлены в полном объеме. Формы оценочных средств, включенных в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС, установленных в Положении о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой (государственной итоговой) аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре – в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева» утвержденного приказом ректора № 297 (п) от 28.04.2018.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки по указанной программе.

15.05.2018

Эксперт-работодатель,  
директор МАОУ гимназия №14



Шуляк Н.В.

## **1. Назначение фонда оценочных средств.**

1.1. **Целью** создания ФОС дисциплины «Дифференциальные уравнения» является установление соответствия учебных достижений запланированным результатам обучения и требованиям основной профессиональной образовательной программы, рабочей программы дисциплины.

1.2. ФОС по дисциплине «Дифференциальные уравнения»

**задачи:**

- оценка уровня сформированности компетенций, характеризующих способность выпускника к выполнению видов профессиональной деятельности по квалификации бакалавр, освоенных в процессе изучения данной дисциплины.

**1.3. ФОС разработан на основании нормативных документов:**

- федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование (уровень бакалавр);

- основной профессиональной образовательной программы высшего образования;

- Положения о формировании фонда оценочных средств для текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре в федеральном государственном бюджетном учреждении высшего образования «Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева и его филиалах.

**2. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения»**

**2.1. Перечень компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины:**





ПК-2	На продвинутом уровне способен использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	На базовом уровне способен использовать современные методы и технологии обучения и диагностики	На пороговом уровне способен использовать современные методы и технологии обучения и диагностики
------	--	--	--

#### 4. Фонд оценочных средств для текущего контроля успеваемости

4.1. Фонды оценочных средств включают: Контрольная работа №1, контрольная работа №2, вопросы к коллоквиуму по модулю №1, вопросы к коллоквиуму по модулю №3, индивидуальные домашние задания по модулям №1 - №3.

4.2.1. Критерии оценивания (см. в технологической карте рейтинга в рабочей программе дисциплины «Дифференциальные уравнения»).

##### 4.2.1. Критерии оценивания по оценочному средству 1 – Коллоквиум по модулю №1

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	5
Защита	5
<b>Максимальный балл</b>	<b>10</b>

##### 4.2.2. Критерии оценивания по оценочному средству 2 – индивидуальная контрольная работа №1

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	8
Оформление работы	2
<b>Максимальный балл</b>	<b>10</b>

##### 4.2.3. Критерии оценивания по оценочному средству 3 – индивидуальная контрольная работа №2

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	12
Оформление работы	3
<b>Максимальный балл</b>	<b>15</b>

##### 4.2.4. Критерии оценивания по оценочному средству 4 – контрольная работа № 1

Критерии оценивания	Количество баллов (вклад в рейтинг)
Содержательная составляющая	12
Оформление работы	3

<b>Максимальный балл</b>	<b>15</b>
--------------------------	-----------

**4.2.5. Критерии оценивания по оценочному средству 5 – Коллоквиум по модулю №3**

<b>Критерии оценивания</b>	<b>Количество баллов (вклад в рейтинг)</b>
Содержательная составляющая	5
Защита	5
<b>Максимальный балл</b>	<b>10</b>

**4.2.6. Критерии оценивания по оценочному средству 6 – индивидуальная контрольная работа №3**

<b>Критерии оценивания</b>	<b>Количество баллов (вклад в рейтинг)</b>
Содержательная составляющая	8
Оформление работы	2
<b>Максимальный балл</b>	<b>10</b>

**4.2.7. Критерии оценивания по оценочному средству 7 – контрольная работа №2**

<b>Критерии оценивания</b>	<b>Количество баллов (вклад в рейтинг)</b>
Содержательная составляющая	8
Оформление работы	2
<b>Максимальный балл</b>	<b>10</b>

## **5. Оценочные средства (контрольно-измерительные материалы)**

### **5.1. Вопросы к коллоквиуму по модулю № 1**

1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
2. Понятия дифференциального уравнения, его решения, общего и частного решений. Начальные условия. Геометрическая интерпретация решений.
3. Геометрическое истолкование дифференциального уравнения 1-го порядка. Поле направлений. Изоклины. Метод изоклин при приближенном интегрировании дифференциального уравнения.
4. Уравнения с разделяющимися переменными.
5. Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
6. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
7. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения 1-го порядка. Особые решения.
8. Теорема существования и единственности решения нормальной системы уравнений. Сведение уравнения 2-го порядка к нормальной системе уравнений.

Проверяемые знания, умения, компетенции. Знание основных задач из школьного курса физики, приводящих к дифференциальным уравнениям;



геометрического и физического смысла дифференциального уравнения 1-го порядка в нормальной форме; определений общего, частного, особого решений; основных типов интегрируемых уравнений 1-го порядка и методов их решения. Умение исследовать поведение решения с помощью изоклин, применять теоремы существования и единственности решения задачи Коши для дифференциальных уравнений 1-го порядка и нормальных систем. ПК-1, ПК-2.

### 5.3. Индивидуальная контрольная работа № 2

*Ориентировочные варианты*

#### **Вариант 1**

Найдите общее решение в уравнениях 1-3:

1.  $xy' - y = (x + y) \ln \left[ \frac{x + y}{x} \right];$
2.  $x^2 y^2 y' + 1 = y;$
3.  $x^2 y' + xy + 1 = 0;$
4. Найдите частное решение:  $xy'' = 1 + x^2$ ,  $y(1) = 0$ ,  $y'(1) = 0$ .
5. Найти кривые, для которых сумма катетов треугольника, образованного касательной, ординатой точки касания и осью абсцисс, есть величина постоянная, равная  $v$ .
6.  $xdy - ydx = 0$  ( $x^2 + y^2 \neq 0$ )
  - а) построить изоклины, соответствующие  $k=0$ ,  $k = \pm \frac{1}{2}$ ,  $k = \pm 1$ ,  $k = \pm 2$ ;
  - б) построить поле направлений;
  - в) провести интегральные кривые через точки  $A(1,1)$ ,  $B(0,2)$

#### **Вариант 2**

Найдите общее решение в уравнениях 1-3:

1.  $y' - y \operatorname{ctg} x = \sin x;$
2.  $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y;$
3.  $y' + \sqrt{\frac{1 - y^2}{1 - x^2}} = 0.$
4. Найдите частное решение:  $y''(x+3) + y' = 0$ ,  $y(-2) = 1$ ,  $y'(-2) = 1$ .
5. Найти кривые, у которых нормаль совпадает с радиус вектором точки касания.
6.  $ydy + xdx = 0$  ( $x^2 + y^2 \neq 0$ )
  - а) построить изоклины, соответствующие  $k=0$ ,  $k = \pm \frac{1}{2}$ ,  $k = \pm 1$ ,  $k = \pm 2$ ;
  - б) построить поле направлений;
  - в) провести интегральные кривые через точки  $A(2,0)$ ,  $B(1,3)$

### Вариант 3

Найдите общее решение в уравнениях 1-3:

1.  $(x + y)dx + (x - y)dy = 0$ ;
2.  $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$ ;
3.  $(2e^y - x)y' = 1$ .
4. Найдите частное решение:  $xy'' - y' = e^x \cdot x^2$ ,  $y(1)=0$ ,  $y'(1)=0$ .
5. Найти кривые, для которых расстояние от начала координат до точки кривой равно длине отрезка касательной, заключенного между этой точкой и осью абсцисс.
6.  $dy = (x^2 + y^2)dx$ 
  - а) построить изоклины, соответствующие  $k=0$ ,  $k = \pm \frac{1}{2}$ ,  $k = \pm 1$ ,  $k = \pm 2$ ;
  - б) построить поле направлений;
  - в) провести интегральные кривые через точки  $A(0,0)$ ,  $B(0,1)$ .

### 5.4. Контрольная работа № 1

#### Ориентировочный вариант

Решить уравнения:

1.  $(x + y)dx + (x - y)dy = 0$ ;
2.  $y' - y \cdot \operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$ ;
3.  $x'y'' - y' = e^x \cdot x^2$ .
4. Найти кривые, для которых сумма катетов треугольника, образованного касательной, ординатой точки касания и осью абсцисс, есть величина постоянная, равная  $b$ .
5.  $ydy - xdx = 0$  ( $x^2 + y^2 \neq 0$ ):
  - а) построить изоклины, соответствующие  $k = 0$ ,  $k = \pm \frac{1}{2}$ ,  $k = \pm 1$ ,  $k = \pm 2$ ;
  - б) построить поле направлений;
  - в) провести интегральные кривые через точки  $A(0;2)$  и  $B(4;2)$ .

Проверяемые знания, умения, компетенции. Знание

основных этапов составления дифференциальных уравнений по условию геометрической и естественно-научной задачи. Умение решать основные типы дифференциальных уравнений 1-го порядка; решать уравнения высшего порядка методом понижения порядка; решать задачу Коши для упомянутых уравнений; построить математическую модель явления или процесса; изучить ее и получить решение соответствующей математической задачи; провести анализ полученного решения; строить изоклины и поле направлений для данного дифференциального уравнения. ПК-1, ПК-2.

### 5.5. Вопросы к коллоквиуму по модулю № 3

1. Линейный дифференциальный оператор и его свойства. Однородное линейное дифференциальное уравнение 2-го порядка. Линейная комбинация его частных решений.
2. Определитель Вронского. Теорема об общем решении однородного линейного дифференциального уравнения 2-го порядка.
3. Линейная зависимость и независимость функций в промежутке. Примеры. Теорема об определителе Вронского для линейно зависимых функций и следствия из нее.
4. Теорема об определителе Вронского линейно независимых частных решений однородного линейного дифференциального уравнения 2-го порядка.
5. Фундаментальная система решений однородного линейного дифференциального уравнения 2-го порядка и его общее решение. Теорема об общем решении неоднородного линейного дифференциального уравнения 2-го порядка.
6. Метод вариации произвольных постоянных для нахождения частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения 2-го порядка.

### 5.6. Индивидуальная контрольная работа № 3

*Ориентировочные варианты*

#### **Вариант 1**

Найти общее решение следующих уравнений:

(1)  $y'' + 2y' - 3y = x^2 e^x$  ;

(2)  $y'' + y = x \sin x$  ;

(3)  $y'' - 5y' = 3x^2 + \sin 5x$  ;

(4)  $4y'' - y = x^3 - 24x$  .

## Вариант 2

Найти общее решение следующих уравнений:

- (1)  $y'' - 2y' + y = 6xe^x$ ;
- (2)  $y'' - 9y = e^{3x} \cos x$ ;
- (3)  $y'' - 4y' + 8y = e^{2x} + \sin 2x$ ;
- (4)  $y'' + 7y' + 12y = 24x^2 + 16x - 15$ .

### 5.7. Контрольная работа № 2

#### Ориентировочный вариант

1. Для уравнения  $y'' - 2y' = 0$  найдите интегральную кривую, которая проходит через точку  $O(0;0)$  и касается в этой точке прямой  $y = 6x$ .
2. Проинтегрировать уравнение  $y'' + y' = 2x - e^{-x} + e^x - 2 \sin x$ , воспользовавшись принципом наложения при нахождении частного решения.
3. При решении одной из задач механики получили уравнение

$$x''(t) = -\frac{\lambda}{m} \cdot x(t), \quad \text{где } m \text{ – масса тела, } \lambda \text{ – коэффициент}$$

пропорциональности,  $x(t)$  – координата тела в момент времени  $t$ .  
Решите уравнение.

Является ли движение периодическим?

Проверяемые знания, умения, компетенции. Знание основных понятий теории линейных уравнений; структуры общего решения линейных уравнений 2-го порядка; методов решений линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

Умение доказывать основные теоремы; находить общее и частное решение линейного уравнения с постоянными коэффициентами и с правой частью специального вида; применять метод Лагранжа для решения неоднородных линейных уравнений. ПК-1, ПК-2.

### 5.8. Вопросы к зачету

1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Основные понятия общей теории обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Дифференциальные уравнения 1-го порядка, их геометрическое истолкование. Поле направлений, изоклины. Уравнения с разделяющимися переменными. Примеры.
3. Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Примеры.
4. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Примеры.

5. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения 1-го порядка. Особые решения.\*
6. Теорема существования и единственности решения нормальной системы уравнений. Сведение уравнения 2-го порядка к нормальной системе уравнений. \*
7. Понятие об однородных и неоднородных линейных дифференциальных уравнениях высших порядков с переменными коэффициентами. Теорема существования и единственности их решения.\*
8. Линейный дифференциальный оператор и его свойства. Однородное линейное дифференциальное уравнение 2-го порядка. Линейная комбинация его частных решений.
9. Определитель Вронского. Теорема об общем решении однородного линейного дифференциального уравнения 2-го порядка.
10. Линейная зависимость и независимость функций в промежутке. Примеры. Теорема об определителе Вронского для линейно зависимых функций и следствия из нее.
11. Теорема об определителе Вронского линейно независимых частных решений однородного линейного дифференциального уравнения 2-го порядка.
12. Фундаментальная система решений однородного линейного дифференциального уравнения 2-го порядка и его общее решение. Теорема об общем решении неоднородного линейного дифференциального уравнения 2-го порядка.
13. Метод вариации произвольных постоянных для нахождения частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения 2-го порядка. Принцип наложения.
14. Однородное линейное дифференциальное уравнение 2-го порядка с постоянными коэффициентами, его характеристическое уравнение. Общее решение в зависимости от корней характеристического уравнения.
15. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Подбор частного решения.
16. Дифференциальные уравнения как математические модели. Дифференциальное моделирование при изучении колебательных процессов (свободные колебания).
17. Дифференциальное моделирование при изучении колебательных процессов (вынужденные колебания).

**3.2.3. Анализ результатов обучения и перечень корректирующих мероприятий по учебной дисциплине.** Изучение, в соответствии с учебным планом, предполагается начать в 2021/22 уч.г.

**3.3. Учебные ресурсы.**

**3.3.1. Карта литературного обеспечения дисциплины (Приложение 6).**

**3.3.2. Карта материально-технической базы дисциплины (Приложение 7).**

**3.3.1. КАРТА ЛИТЕРАТУРНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ  
«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»  
Направление подготовки: 44.03.01 Педагогическое образование  
Направленность (профиль) образовательной программы  
«Математика»  
Квалификация: бакалавр  
по очной форме обучения  
(общая трудоемкость 2 з.е.)**

Наименование	Место хранения/ электронный адрес	Кол-во экземпляров/точ ек доступа
<b>ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА</b>		
Бермант, Анисим Федорович. Краткий курс математического анализа [Текст] : учебное пособие / А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. - 16-е изд., стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2010. - 736 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература)	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	25
Фихтенгольц, Григорий Михайлович. Основы математического анализа [Текст] : учебник. Ч. 2 / Г. М. Фихтенгольц. - 6-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2001. - 464 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература)	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	8
Индивидуальные домашние задания по курсу	Научная библиотека КГПУ им.	134

"Дифференциальные уравнения и уравнения с частными производными" [Текст] : методическая разработка / сост. Е. Н. Михалкин. - Красноярск : КГПУ им. В. П. Астафьева, 2009. - 32 с.	В.П. Астафьева	
Высшая математика в упражнениях и задачах [Текст] : в 2-х ч. / П. Е. Данко [и др.]. - 7-е изд., испр. - М. : ОНИКС. - ISBN 978-5-488-01681-1. Ч. 2. - 2008. - 448 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	48
Курс высшей математики. Интегральное исчисление. Функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения. [Текст] : лекции и практикум / ред. И. М. Петрушко. - 2-е изд., стер. - СПб. ; М. : Лань, 2008. - 608 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература).	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	48
Дифференциальные уравнения : учебник / . - 4-е изд. - Москва : Физматлит, 2002. - 252 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 6). - ISBN 978-5-9221-0277-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=145012">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=145012</a>	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Индивидуальный неограниченный доступ
<b>ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА</b>		
Филиппов, Алексей Федорович. Сборник задач по дифференциальным уравнениям [Текст] : учебное пособие / А. Ф. Филиппов. - 5-е изд., испр. - М. : Наука, 1979. - 128 с. : ил.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	24
Степанов , В. В. Курс дифференциальных уравнений [Текст] : учебник для гос. ун-тов / В. В. Степанов . - 5-е изд. - М. ; Л. : Гос. изд-во технико-теорет. лит-ры, 1950. -	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	12



467 с.		
Матвеев, Н. М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям [Текст] : учебное пособие для вузов / Н. М. Матвеев. - 6-е изд., испр. и доп. - Мн. : Вышэйшая школа, 1987. - 319 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	50
Никольский, Сергей Михайлович. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 класс [Текст] : учебное пособие / С. М. Никольский. - М. : Просвещение, 2010. - 350 с. : ил. - (Элективные курсы).	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	5
Ельцов, А.А. Дифференциальные уравнения : учебное пособие / А.А. Ельцов, Т.А. Ельцова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Томский Государственный Университет Систем Управления и Радиоэлектроники (ТУСУР). - Томск : Эль Контент, 2013. - 197 с. : ил. - Библиогр.: с.89-90 - ISBN 978-5-4332-0128-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=480606">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=480606</a>	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Индивидуальный неограниченный доступ
<b>УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ</b>		
Применение обыкновенных дифференциальных уравнений в задачах естествознания [Текст] : методические рекомендации / сост. Е. И. Ганжа ; отв. исполн. М. В. Елин. - Красноярск : Красноярский ордена "Знак Почета" ГПИ, 1990. - 32 с.	Научная библиотека КГПУ им. В.П. Астафьева	50
Рыбаков, К.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Практический курс : учебное пособие / К.А.	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	Индивидуальный неограниченный



**3.3.2. Карта материально-технической базы дисциплины  
«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»**

Направление подготовки: **44.03.01 Педагогическое образование**

**Направленность (профиль) образовательной программы  
«Математика»**

Квалификация: бакалавр  
**по очной форме обучения**  
(общая трудоемкость 2 з.е.)

Аудитория	Оборудование
для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-10	Проектор-1шт, учебная доска-1шт
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 3-12	Компьютер с выходом в интернет-10шт, учебная доска-1 шт.
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 2-19	Маркерная доска-2шт, интерактивная доска-1шт, проектор-1шт, ноутбук-10шт, телевизор- 1 шт., ПК с выходом в Интернет- 2шт
для самостоятельной работы	
г. Красноярск, ул. Перенсона, 7, ауд. 1-11 Учебно-исследовательская лаборатория «Теория и методика обучения математике»	Электронная библиотека Липкина-1шт, атлас электронных многогранников -1шт ,компьютер-10 шт., доска маркерная 1- шт.