

46

# Начальныя упражненія

ПО

# высшей математикѣ.

Сборникъ задачъ по Аналитической Геометріи, Дифференціи и Интегральному Исчисленію, съ конспектомъ теоріи, чертежами и рѣшеніями.

510  
46.88

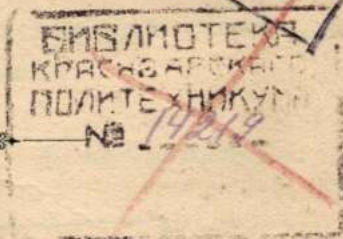
## ПОСОБІЕ

для учениковъ VII класса реальныхъ училищъ и для начинающихъ.

СОСТАВИЛЪ

**Александръ Штрайхманъ.**

Инженеръ-технологъ, окончившій физико-математ. факультетъ.



С.-ПЕТЕРБУРГЪ.

Складъ изданія у автора: Спб., Подольская, 12.  
1910.

## Предисловіе.

Предлагаемый Сборникъ приспособленъ цѣликомъ къ требованіямъ новой программы дополнительнаго класса реальныхъ училищъ. При сравнительной обширности курса, для прочнаго усвоенія его необходимы систематическія упражненія и частое повтореніе пройденнаго. Въ виду этого, я счелъ цѣлесообразнымъ значительную часть задачъ (около трети всего числа) снабдить подробными рѣшеніями, а также включить конспектъ теоріи и разъяснить основныя понятія наглядными примѣрами.

При пользованіи Сборникомъ въ качествѣ пособія для самообученія, рекомендуется начинать съ задачъ, отмѣченныхъ звѣздочкой, и, ознакомившись съ ихъ рѣшеніемъ, приступать къ остальнымъ, причемъ слѣдуетъ имѣть въ виду, что расположеніе задачъ приблизительно соотвѣтствуетъ порядку формулъ, помѣщенныхъ въ началѣ каждой главы.

Въ послѣдней главѣ приведены задачи экзаменаціоннаго типа.

Для краткости введены обозначенія: ур-іе вмѣсто: уравненіе, и  $\triangle$ —къ—вмѣсто: треугольникъ.

Спб., 25 февраля 1910 г.

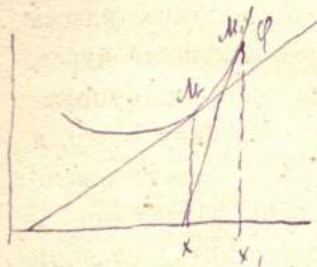
*А. Штрайхманъ.*

Длины кривой. gym

$$ds = \sqrt{dy^2 + dx^2} = \sqrt{1 + (y')^2} dx$$

$$\int ds = \int \sqrt{1 + (y')^2} dx$$

$L$   $\varphi$  - угол с осью



аполомне уна  $\varphi$  к

$$\text{mm} = \frac{\varphi}{\text{mm}}$$

Средняя кривизна

когда  $x = x_1$

$$\frac{d\varphi}{ds} = \text{кривизна} = \frac{\gamma \text{ (без. мантн } \varphi \text{ сменности)}}{\delta \text{ (без. ....) уна глина}}$$

c

Длина гирь кривизны

$$\text{уна сменности} = \frac{\pi}{2}$$



$$\gamma = \frac{\pi}{2} \quad \text{а уна } \delta = \frac{\pi r}{2}$$

$$\text{уна } c = \frac{\frac{\pi}{2} \cdot r}{\frac{\pi r}{2}} = \frac{1}{2}$$

# ОГЛАВЛЕНІЕ.

Стран.

<b>ЧАСТЬ I. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРІЯ.</b> Введеніе . . . . .		1
ГЛАВА I. Координаты и уравненія. Точка и линія вообще § 1. Формулы . . . . .	§ 2. Задачи . . . . .	3 5
ГЛАВА II. Прямая линія. § 3. Основныя формулы . . . . .	§ 4. Задачи . . . . .	8 10
ГЛАВА III. Окружность. § 5. Основныя формулы . . . . .	§ 6. Задачи . . . . .	14 14
ГЛАВА IV. Эллипсъ. § 7. Основныя формулы . . . . .	§ 8. Задачи . . . . .	16 17
ГЛАВА V. Гипербола. § 9. Основныя формулы . . . . .	§ 10. Задачи. . . . .	20 21
ГЛАВА VI. Парабола. § 11. Основныя формулы . . . . .	§ 12. Задачи . . . . .	23 23
ГЛАВА VII. Касательныя и нормали. § 13. Формулы . . . . .	§ 14. Задачи . . . . .	24 25
ГЛАВА VIII. Задачи на всѣ отдѣлы. . . . .	Рѣшенія и отвѣты . . . . .	28 30

<b>ЧАСТЬ II. ОСНОВАНІЯ АНАЛИЗА БЕЗКОНЕЧНО МАЛЫХЪ.</b> Введеніе . . . . .		64
ГЛАВА I. Отысканіе предѣловъ функцій § 1. Основныя формулы . . . . .	§ 2. Задачи . . . . .	66 67
ГЛАВА II. Производныя отъ функцій. § 3. Основныя понятія и формулы . . . . .	§ 4. Дифференцированіе несложныхъ функцій . . . . .	68 72
	§ 5. Дифференцированіе сложныхъ функцій . . . . .	73
	§ 6. Дифференцированіе произведенія и частнаго . . . . .	74
	§ 7. Дифференцированіе болѣе сложныхъ функцій . . . . .	75
ГЛАВА III. Возрастаніе и убываніе функцій. § 8. Правила и формулы . . . . .	§ 9. Задачи . . . . .	77 78
ГЛАВА IV. Неопредѣленные интегралы. § 10. Основныя формулы . . . . .	§ 11. Приемы и правила интегрированія . . . . .	81 81
	§ 12. Простѣйшіе неопред. интегралы . . . . .	82
	§ 13. Интегрированіе по частямъ . . . . .	84
ГЛАВА V. Опредѣленные интегралы. § 14. Общія понятія и формулы . . . . .	§ 15. Задачи . . . . .	86 87
ГЛАВА VI. Смѣшанныя задачи на всѣ отдѣлы курса. . . . .	Рѣшенія и отвѣты . . . . .	89 92

$$*519. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{(1+x^2)\arctg x}}$$

$$520. \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \cdot \arcsin x$$

$$521. \int_0^1 x e^x dx$$

$$*522. \int_1^e \frac{\lg^2 x dx}{x}$$

$$*523. \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$$

$$524. \int_0^1 a^{mx} dx$$

$$*525. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 \varphi d\varphi$$

$$526. \int_0^a \frac{dx}{x^2+a^2}$$

$$527. \int_2^7 \sqrt{x+2} dx$$

$$*528. \int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$529. \int_0^a \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$$

$$530. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tg x dx$$

$$531. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1+\cos x}$$

$$532. \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} \cos x dx$$

$$533. \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x}$$

$$*534. \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos x dx$$

$$535. \int_0^1 e^{-x} dx$$

$$*536. \int_{\frac{1}{2}}^1 \arcsin x dx$$

$$537. \int_1^e x^3 \lg x dx$$

$$538. \int_0^a \sqrt{a^2-x^2} dx$$

$$539. \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{1-x^2}$$

$$540. \int_0^1 \frac{x e^x dx}{(1+x)^2}$$

$$*541. \int_1^3 \arctg \sqrt{x} dx$$

$$*542. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$$

495.  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x-1}}$

✓ 496.  $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx.$

✓ 497.  $\int \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}}$

✓ 498.  $\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$

\*499.  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$

500.  $\int \frac{dx}{1+e^x}$

\*501.  $\int \sqrt{1-x^2} dx.$

\*502.  $\int \frac{xe^x dx}{(1+x)^2}$

503.  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^2}}$

\*504.  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$

505.  $\int \sqrt{a^2-x^2} dx.$

\*506.  $\int \frac{dx}{x^2-8x+15}$

\*506a.  $\int \frac{dx}{x^2+8x+20}$

\*507.  $\int \frac{dx}{x^2+6x+8}$

507a.  $\int \frac{dx}{x^2-6x+25}$

508.  $\int \frac{dx}{1+\sin x}$

509.  $\int \frac{dx}{1-x^2}$

509a.  $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$

\*510.  $\int \frac{4x^3-7x+2}{2x+1} dx.$

511.  $\int \frac{dx}{x^2+x+1}$

\*512.  $\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx.$

513.  $\int \frac{e^x-1}{e^x+1} dx.$

\*514.  $\int \frac{xdx}{\sqrt{a^2-x^2}}$

\*514a.  $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}$

514b.  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}}$

5  
10

*Handwritten notes:*  
 $x^2 = 2a$   
 $dx = a \cdot \frac{1}{x}$   
 $2 = \frac{1}{x}$   
 $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$   
 $d\left(\frac{x+4}{2}\right)$   
 $\frac{(x+4)^2+1}{2}$   
 $\int \frac{dx}{\sqrt{78x+16}} + 4$   
 $\frac{dx}{\sqrt{\frac{(x+4)^2}{2}+1}}$