

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В.П. АСТАФЬЕВА
(КГПУ им. В.П. Астафьева)

Институт математики, физики и информатики
Кафедра математики и методики обучения математике

БАЮСОВА ОЛЬГА ВАСИЛЬЕВНА

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

**ЗАДАЧИ С ПАРАМЕТРОМ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ
ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 8-9 КЛАССОВ**

Направление: 44.04.01 «Педагогическое образование»

Магистерская программа: «Информационные и суперкомпьютерные технологии в
математическом образовании»



Допущена к защите
Заведующий кафедрой математики и методики
обучения математике д.п.н., профессор кафедры
МиМОМ Шкерина Л.В.

18.12.2020

(дата, подпись)

Руководитель магистерской программы
д.п.н., профессор кафедры математики и методики
обучения математике
Майер В.Р.

18.12.2020

(дата, подпись)

Научный руководитель к.ф.-м.н., доцент кафедры
математики и методики обучения математике
Калачева С.И.

18.12.2020

(дата, подпись)

Магистрант
О.В. Баюсова

18.12.2020

(дата, подпись)

Красноярск 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

Реферат	3
ВВЕДЕНИЕ.....	8
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВИТИЯ ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ	12
1.1 Логическое мышление и его значение в обучении школьников	12
1.2. Возможности развития логического мышления школьников.....	19
1.3. Возможности дисциплины «Математика» в развитии логического мышления.....	24
Выводы по главе 1.....	30
ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА ФАКУЛЬТАТИВА «ЗАДАЧИ С ПАРАМЕТРОМ» КАК СРЕДСТВА РАЗВИТИЯ ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 9 КЛАССА	31
2.1 Диагностика уровня сформированности логического мышления у участников исследуемой группы обучающихся 9 класса.....	31
2.2. Разработка факультатива «Решение задач с параметром» для обучающихся 9 класса	41
2.2.1. Занятие 1 «Решение квадратных уравнений с параметром».....	45
2.3.2. Занятие 2 «Задачи с параметром. Квадратичная функция»	53
2.3.3. Занятие 3 «Квадратные неравенства. Задачи с параметром».....	60
2.3. Описание экспериментальной работы по внедрению разработанного факультатива.....	68
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	75
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	77
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	84

Реферат

В данной работе рассматриваются возможности повышения уровня логического мышления у обучающихся 8-9 классов с помощью факультативного курса «Задачи с параметром».

Актуальность исследования обусловлена тем, что формирование логического мышления является требованием образовательного стандарта. Одной из важных составляющих логического мышления является умение математического моделирования. Умение решать задачи с параметром, их интерпретировать – является основой математического моделирования. В тоже время для обучающихся школы – это одна из сложнейших тем курса математики и составляет проблему математического образования.

Проблема исследования состоит в поиске ответа на вопрос: Как повысить уровень сформированности логического мышления обучающихся 8-9 классов?

Объектом исследования является процесс формирования логического мышления школьников.

Предметом исследования является формирование логического мышления школьников через решение задач с параметром.

Целью исследования является разработка средства для развития логического мышления обучающихся 9-х классов при обучении математике.

Задачи исследования:

- 1) Изучить суть логического мышления и его значение в обучении школьников;
- 2) Рассмотреть особенности развития логического мышления у детей 11-17 лет;
- 3) Определить возможности развития логического мышления обучающихся 9-х классов на уроках математики и посредством решения задач с параметром в частности;

- 4) Провести диагностическое исследование по определению актуального уровня сформированности логического мышления у обучающихся 9-х классов;
- 5) Разработать и апробировать факультативный курс «Задачи с параметром» для повышения уровня сформированности логического мышления.

Для решения поставленных задач применялись следующие **методы исследования**: теоретический анализ психолого-педагогической и методической литературы; наблюдение; эксперимент.

Диссертационное исследование состоит из 104 страниц, 9 рисунков, 15 таблиц, 3 приложений, введения, двух глав, заключения и библиографического списка (64 первоисточников информации).

Во введении обоснована актуальность исследования, сформулированы его цель, объект, предмет, гипотеза и задачи; раскрыта практическая значимость, охарактеризованы методы исследования.

В первой главе на основе проведенного анализа психолого-педагогической и методической литературы по проблеме исследования описано, что представляет под собой логическое мышление и возможности развития логического мышления обучающихся 9 классов на уроках математики, в частности посредством решения задач с параметром.

Во второй главе представлена: программа диагностики уровня сформированности логического мышления у участников исследуемой группы обучающихся 9 класса с помощью описанных методик и анализ результатов ее проведения; методические разработки занятий факультативного курса «Задачи с параметром» для обучающихся 9 классов, а также результаты экспериментальной проверки эффективности использования данной технологии; проведен анализ полученных результатов.

Научная новизна исследования заключается в следующем:

1. Обоснована возможность повышения уровня сформированности логического мышления обучающихся 8-9 классов с помощью факультативного курса «Задачи с параметром».

2. Разработаны конспекты и методические рекомендации занятий факультативного курса «Задачи с параметром» для обучающихся 9 класса.

По теме исследования были опубликованы следующие работы:

- 1) Баюсова О.В. Решение задач с параметром с помощью программы «Живая математика». VII Всероссийская с международным участием научно-методическая конференция «Информационные технологии в математике и математическом образовании», в рамках VII международного научно-образовательного форума «Человек, семья и общество: история и перспективы развития» Красноярск, 14-15 ноября 2018 г.
- 2) Баюсова О.В., Бояркина Ю.А., Дерова О.В. Использование компьютерной анимации при обучении решению задач с параметрами из ЕГЭ по математике профильного уровня. IV Всероссийская с международным участием научно-конференция студентов, аспирантов и школьников «Современная математика и математическое образование в контексте развития края: проблемы и перспективы» Красноярск, 29 апреля, 2019 г.

In this paper, we consider the possibilities of improving the level of logical thinking in students of grades 8-9 with the help of the optional course "tasks with a parameter".

The relevance of the study is due to.... the Formation of logical thinking is a requirement of the educational standard. One of the important components of logical thinking is the ability of mathematical modeling. The ability to solve problems with a parameter and interpret them is the basis of mathematical modeling, which determines the relevance of the research topic. At the same time, for students of the school – this is one of the most difficult topics of the course of mathematics and is a problem of mathematical education.

The problem of the study is to find an answer to the question: How to increase the level of formation of logical thinking of students in grades 8-9?

The object of the study is the process of forming logical thinking of schoolchildren.

The subject of the study is the formation of logical thinking of schoolchildren through solving problems with a parameter.

The aim of the study is to develop an optional course for the development of logical thinking of students of the 9th grade.

Objectives of the study:

- 1) to Study logical thinking and its importance in teaching schoolchildren;
- 2) Consider the features of the development of logical thinking in children aged 11-17 years;
- 3) Determine the possibilities of developing logical thinking of students of the 9th grade in mathematics lessons and by solving problems with the parameter in particular;
- 4) analyze the results of the experience to determine the current level of formation of logical thinking in students of the 9th grade;
- 5) Develop and test the optional course "tasks with a parameter" to increase the level of formation of logical thinking.

The following research methods were used to solve the tasks: theoretical analysis of psychological, pedagogical and methodological literature; observation; experiment.

The dissertation research consists of 82 pages, 44 figures, 2 appendices, an introduction, two chapters, a conclusion and a bibliographic list (62 primary sources of information).

In the introduction, the relevance of the study is justified, its purpose, object, subject, hypothesis and tasks are formulated; the practical significance is revealed, and the research methods are characterized.

In the first Chapter, on the basis of the analysis of psychological, pedagogical and methodological literature on the problem of research, it is described what is logical

thinking and the possibility of developing logical thinking of students in grades 9 in mathematics lessons by solving problems with the parameter in particular.

In the second Chapter: diagnostics of level of formation of logical thinking in the participants of the study group students grade 9 using the described techniques; methodological developments of the lessons of the optional course "Tasks" option for 9th grade students, as well as experimental verification of the effectiveness of this technology; the analysis of the obtained results.

The scientific novelty of the study is as follows:

1.the possibility of increasing the level of formation of logical thinking of students in grades 8-9 with the help of the optional course "tasks with a parameter" is Justified.

2.abstracts and methodological recommendations of the optional course "tasks with a parameter" for students of the 9th grade have been Developed.

The following papers were published on the subject of the study:

1) Bausova O. V. a problem-solving setting by using the program "Living mathematics". VII all-Russian scientific and methodological conference with international participation "Information technologies in mathematics and mathematical education", within the framework of the VII international scientific and educational forum "Man, family and society: history and prospects of development" Krasnoyarsk, November 14-15, 2018

2) Bausova O. V., Y. A. boyarkina, Derova O. V. the Use of computer animation in teaching problem-solving and parameters of the exam in mathematics profile level". IV all-Russian scientific conference with international participation of students, postgraduates and schoolchildren "Modern mathematics and mathematical education in the context of regional development: problems and prospects" Krasnoyarsk, April 29, 201

ВВЕДЕНИЕ

Одним из важнейших показателей эффективности обучения является то, как обеспечивается развитие личности ребенка в процессе обучения. Что касается математики, то можно сказать, что сам процесс ее изучения должен привести к умению мыслить логически, мыслить доказательно, к умению творчески, а не стереотипно подходить к решению любой задачи.

Об этом говорится и в Федеральном государственном образовательном стандарте, который определяет требования к результатам обучения. Особую роль в решении задачи достижения этих результатов могут сыграть факультативные курсы, ставшие уже традиционными вспомогательными формами обучения.

В соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта для современной школы обучение в ней должно быть ориентировано на следующие позиции

- формирование готовности у обучающихся к саморазвитию и непрерывному образованию;
- проектирование и конструирование социальной среды для развития обучающихся в системе образования;
- активную учебно-познавательную деятельность обучающихся;
- построение учебной деятельности с учетом индивидуальных возрастных, психологических и физиологических особенностей обучающихся.

В школе очень важно научить детей адекватно определять собственную самооценку, а также развивать самостоятельность в принятии решения поставленной задачи. Но все это возможно, если у детей активно развито логическое мышление. А так как наша жизнь стремительно развивается в различных направлениях, то необходимо уделить много времени развитию логического мышления у детей на уроках «математики». Также на уроках «математики», чтобы построить модель, нужно логически планировать каждый свой шаг.

Важность развития логического мышления у детей еще более усиливается тем, что учебная программа ориентирована на различные математические операции, и в то же время она полностью оснащена компьютерными программами. Вследствие этого ученик получает готовый ответ одним нажатием кнопки, не прикладывая никаких усилий и не усваивая реальных знаний.

Представленная современная психолого-философская и педагогическая литература содержит огромное количество материалов, направленных на развитие логического мышления у детей в школе.

Научная группа во главе с Н.П. Чабиевым первой попыталась объединить все философские материалы, направленные на логическое развитие обучающихся. Группа опиралась на историю и этапы развития метода работы в этом направлении.

Использование логического мышления описано в работах М.Д Бадиева. и М.П. Чабиева. Их практика показала и доказала, что на этапах развития человеческого общества, особенно это можно наблюдать в техническом направлении, логическое мышление взаимосвязано с деятельностью человека в практическом плане.

В трудах таких философов, как С.Н. Потапенко, И.И. Седов, Н.С. Пуговкин были представлены вопросы, связанные с развитием логического мышления. Психологи, педагоги в современном мире регулярно продолжают изучать мышление в логическом направлении, как у школьников, так и у студентов высших учебных заведений.

Задания и упражнения, которые могли бы развить логическое мышление в нужном направлении у школьников, представлены в недостаточном количестве. Это относится и к задачам, связанным с различными предметами.

Задания с параметром имеют большое значение в формировании логического мышления, исследовательских умений и математической культуры обучающихся. Но для обучающихся их решение является

затруднительным, так как их изучение не является отдельной составляющей в школьном курсе математики. В основном детальное, более углубленное изучение задач с параметром проводится на факультативных занятиях.

Учитывая сложившуюся тенденцию сокращения часов, отводимых на изучение математики, и рост объема предметного содержания, которое необходимо усвоить школьнику, возникает необходимость введения факультативных курсов по математике. Это позволяет в полной мере освоить курс математики, а также способствует успешному участию обучающихся в олимпиадах различного уровня. Кроме того, благодаря факультативным курсам, школьники учатся решать задачи, которых нет в учебниках, но которые встречаются на ОГЭ и ЕГЭ полностью.

Формирование логического мышления является требованием образовательного стандарта. Одной из важных составляющих логического мышления является умение математического моделирования. Умение решать задачи с параметром, их интерпретировать – является основой математического моделирования, что определяет **актуальность** темы исследования. В тоже время для обучающихся школы – это одна из сложнейших тем курса математики и составляет проблему математического образования.

Целью исследования является: является разработка средства для развития логического мышления обучающихся 9-х классов при обучении математике.

Объект данного исследования: процесс формирования логического мышления школьников.

Предмет данного исследования: формирование логического мышления школьников через решение задач с параметром.

Гипотеза исследования заключается в том, что реализация данного факультативного курса повысит уровень сформированности составляющих логического мышления.

Для реализации поставленной цели и проверки выдвинутой гипотезы решались **задачи**:

1. изучить суть логического мышления и его значение в обучении школьников;
2. рассмотреть особенности развития логического мышления у детей 11-17 лет;
3. определить возможности развития логического мышления обучающихся 9-х классов на уроках математики и посредством решения задач с параметром в частности;
4. провести диагностическое исследование по определению актуального уровня сформированности логического мышления у обучающихся 9-х классов;
5. разработать и апробировать факультативный курс «Задачи с параметром» для повышения уровня логического мышления.

Диссертационное исследование состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованной литературы, приложений.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВИТИЯ ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

1.1 Логическое мышление и его значение в обучении школьников

Федеральный образовательный стандарт нового поколения ставит новые задачи для всех уровней образования. Одной из основных задач учителя согласно стандарту является задача формирования универсальных действий в области образования. Метапредметные результаты освоения основной образовательной программы основного общего образования должны отражать: умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы [2, с. 36].

Современный стандарт по предметным умениям говорит только после всех остальных - метапредметных и личностных, следовательно, в современном обществе на первое место ставится формирование у обучающихся таких умений, которые помогут ему в дальнейшем успешно самосовершенствоваться на протяжении всей жизни. Логическое мышление занимает очень важное место в этом отношении. Требование к развитию логического мышления негласно присутствует практически во всех навыках, прописанных в стандарте. Например, для успешного формирования регулятивных умений таких, как самоконтроль, целеполагание и т.д. нужно умение анализировать свою деятельность, обобщать опыт, синтезировать план своего совершенствования и т.д. Для коммуникативных умений также необходимо логическое мышление: чтобы успешно общаться, чтобы ясно и полно излагать свои мысли, понимать правильно других, уметь читать тексты, воспринимать полученную информацию необходимы все умения, отвечающие за логическое мышление: анализ, синтез, сравнение, абстрагирование, обобщение [64].

ФГОС несомненно важны для учителей и школьников. На учебных стандартах строится весь учебный процесс, они помогают обеспечивать единство образования на всей территории России, определяют требования к содержанию программ, а также условиям их реализации и ожидаемым результатам учеников.

Несомненно, математическое образование является неотъемлемой частью любого полноценного образования. Математика – один из важнейших предметов в школе. Она также гарантирует изучение других дисциплин, к которым относятся не только физико-математические предметы, но и предметы технического и естественнонаучного циклов, а также и гуманитарные дисциплины. На сегодняшний день владение определенным количеством математических знаний, а также некоторыми математическими методами стали обязательными для общей культуры. Сейчас, без знаний математики и без сформированных в ходе её изучения технических умений и навыков (без умения владеть вычислительными и иными алгоритмами) невозможно обучаться дальше. Да и практическая деятельность часто оказывается затрудненной.

Однако, важность и роль математики как учебного предмета этим не ограничивается. Весь процесс обучения математике имеет очень важные и значимые функции для развития. В процессе её изучения также формируются интеллектуальные навыки, необходимые любому человеку, а также для применения в любой сфере деятельности.

Специфика преподавания математики в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования:

Обучение в 5-9 классах общеобразовательных учреждений в учебном году осуществляется на базе федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования. Согласно федеральному государственному образовательному стандарту основного

общего образования предмет «Математика» входит в предметную область «Математика и информатика» [64].

Базисный учебный план на изучение математики в 5-9 классах предполагает 5 учебных часов в неделю на протяжении каждого года обучения.

Познание природных и социальных законов, помимо использования ощущений, восприятия и памяти, возможно через мышление. Мышление - это стадия познания, заключающаяся в рациональном, опосредованном познании действительности. Одним из видов мышления, его завершающим этапом в процессе развития человека является абстрактно-логическое мышление.

Умственное решение проблем, способность рассуждать заставляет человека мыслить логически. Это бесценное интеллектуальное качество способствует принимать решения, оценивать ситуацию, отделять основные моменты от второстепенных и связываться с фактами.

Проблема развития логического мышления в наше время особенно актуальна. Этой проблемой занимались ряд отечественных и зарубежных учёных, таких как Л.С. Выготский, П.Я. Гальперин, Ж. Пиаже, Б.М. Теплов и др. В тесной связи с логическим мышлением развиваются все познавательные процессы. Именно с развитием логического мышления складываются такие важные новообразования школьного возраста, как внутренний план действий (действий «в уме») и рефлексия (умение рассматривать и оценивать свои собственные действия) [50, с. 57].

Как показывает практика работы в школе, учителя используют приемы и методы развития умственных действий, но эта работа ведется непоследовательно, в ней нет последовательности. Учителя испытывают затруднения в организации процесса развития мыслительных операций, у обучающихся наблюдается низкий уровень сформированности умения сравнивать, анализировать, обобщать. Обучение чаще всего сводится к формированию знаний, умений и навыков путем представления материала в

«готовом» виде, что не способствует развитию логического мышления школьников. На современном этапе развития педагогической науки и практики, проблема построения таких моделей процесса обучения, которые способствовали бы не только эффективному усвоению знаний, формированию навыков и умений, но и психическому развитию обучающихся, одна из самых актуальных.

Что такое мышление и какова его роль в познании, труде, жизни, с давних пор интересовало человечество. В период античности в философии возникло разграничение органов чувства (ощущения) и деятельности мышления. Аристотель охарактеризовал мышление как «верх блаженства и радость жизни, доблестнейшее занятие человека». Проблема мышления, с тех пор, находится в поле зрения ученых (Рис. 1), [50].

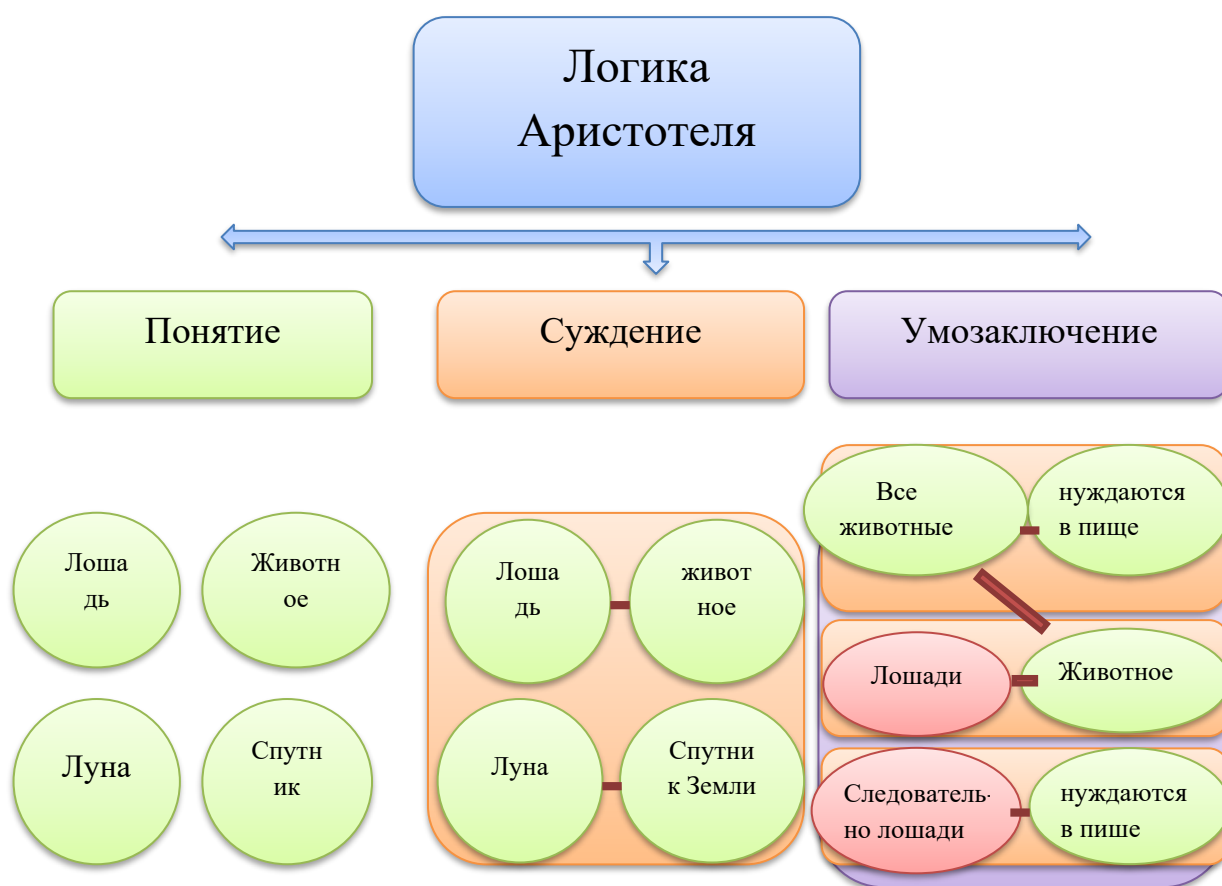


Рисунок 1. Логика Аристотеля

«Мышление можно определить, – по мнению А.В. Брушлинского, – как неразрывно связанный психический процесс самостоятельного искания и

открывания существенно нового, т.е. опосредованного обобщенного отражения деятельности в ходе ее анализа и синтеза, возникающий на основе практической деятельности из чувственного познания и далеко выходящий за ее пределы» [7, с. 14].

На практике мышления как отдельного психического процесса не существует, оно незримо присутствует во всех других познавательных процессах: в восприятии, внимании, воображении, памяти, речи. Высшие формы этих процессов обязательно связаны с мышлением, и степень его участия в этих познавательных процессах определяет уровень их развития [29, с. 57].

Отличие мышления от других психологических процессов состоит еще и в том, что оно почти всегда связано с наличием проблемной ситуации, задачи, которую необходимо решить, и активным изменением условий, в которых она ставится.

Давайте посмотрим, что такое «логическое мышление»? Для этого мы разделяем понятие на две части: мышление и логику. Давайте определим каждую из частей.

Мышление - способность человека мыслить, рассуждать, делать выводы; особый этап в процессе отражения сознанием объективной действительности [27, С. 53]. Мышление помогает человеку найти связь между явлениями действительности, но для того, чтобы эта связь отражала истинное положение вещей, мышление должно быть правильным, последовательным, объективным, то есть логичным, подчиненным законам логики.

Логика - наука о законах и формах мышления [27, с. 54]. Логика исследует пути достижения истины в ходе познания косвенным путем, не из чувственного опыта, а из знания, полученного ранее. Поэтому ее также можно определить как науку, изучающую приобретение умозаключенных знаний. Одна из главных задач логики состоит в том, как прийти к выводу из

существующих посылок и получить истинное знание о предмете рефлексии, чтобы лучше понять детали изучаемого предмета мышления.

Определяя компоненты, мы можем определить само логическое мышление.

Итак, логическое мышление - это мыслительный процесс, в котором человек использует логические понятия и конструкции. Логическое мышление характеризуется: доказательностью, обоснованностью и целью которого является получение обоснованного вывода из имеющихся предпосылок [61, с. 25].

Логическое мышление действует на основе языковых средств. И предполагает более поздний период исторического и онтогенетического становления мышления. В структуре логического мышления существуют различные виды обобщения [57, с. 170].

Рассматривают несколько видов логического мышления:

1. Образно-логическое мышление – предполагает собой визуальное представление ситуации и оперирование образами составляющих ее объектов.

2. Абстрактно-логическое мышление – предполагает мышление с помощью категорий, не существующих в природе (абстракций) [55, с.171].

Абстрактно-логическое мышление имеет несколько форм: понятие, суждение и умозаключение (Рис. 2).

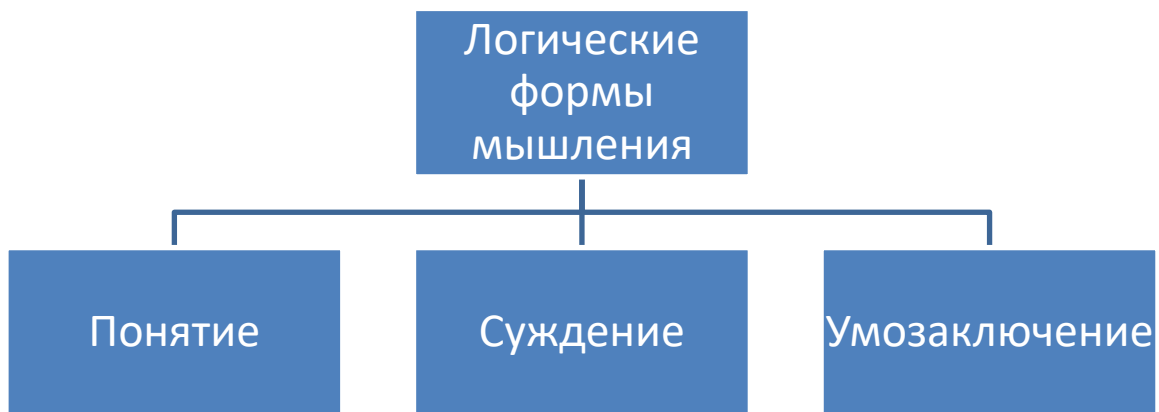


Рисунок 2. Логические формы мышления

Понятие - это форма мышления, которая фиксирует существенные признаки объекта. Человек усваивает понятия в течение жизни, по мере накопления знаний. Способность мыслить всегда связана со способностью оперировать понятиями.

Суждение - это форма мышления, в которой что-то утверждается или отрицается относительно свойств реальных объектов и отношений между ними. Суждения могут быть:

- общими. Например, «Во всех комнатах дома как будто наступила зима, и только в гостиной было тепло»,
- частными. Например, «Некоторые студенты - спортсмены»;
- одиночными. Например, «Луна - естественный спутник Земли».

Умозаключение - это форма мышления, посредством которой из одного или нескольких предложений (посылок) может быть получено новое суждение (заключение). Существует два типа вывода: дедуктивный (от общего к частному) и индуктивный (от частного к общему).

Мыслительная деятельность человека осуществляется посредством мыслительных операций: сравнения, анализа и синтеза, абстрагирования, обобщения, конкретизации. Эти операции являются аспектами основной

деятельности мышления - опосредования, то есть раскрытия более значимых объективных связей и отношений между предметами, явлениями и фактами.

Логическое мышление включает в себя ряд составляющих: умение опираться на более существенные признаки предметов и явлений, умение подчиняться законам логики, действовать в соответствии с этими законами, умение выполнять логические операции и аргументировать их, умение строить гипотезы и выводить из них следствия и т. д. [15, с. 100].

Таким образом, в этом разделе мы определили понятие и сущность логического мышления. Логическое мышление - это вид мышления, сущность которого заключается в оперировании понятиями, суждениями, выводами, основанными на законах логики. Их сопоставлении и соотнесении с действиями, или совокупностью мыслительных логически достоверных действий или операций мышления, связанных с причинно-следственными законами, позволяющими координировать имеющиеся знания с целью описания и преобразования объективной действительности.

1.2. Возможности развития логического мышления школьников

Одним из ведущих познавательных процессов является логическое мышление [29, с.15].

Логическое мышление наиболее сильно развито у детей в подростковом возрасте. В этот период происходят наибольшие познавательные изменения. Это связано с тем, что дети начинают считать себя самостоятельной личностью, способной самостоятельно решать основные задачи. В процессе решения этих задач у ученика возникают правильные рассуждения. Он использует эти операции, но иногда нуждается в последовательном руководстве со стороны взрослых [28, с.133].

В среднем школьном возрасте появляются такие новообразования как интеллектуальная рефлексия, произвольность, внутренний план действий, формируются научные понятия и конкретные операции. В этом возрасте

развиваются все три формы мышления: понятие, суждение, умозаключение. Овладение научными понятиями совершается у детей в процессе обучения [49, с. 89].

Изучая основы науки, обучающиеся изучают системы научных понятий, каждое из которых отражает одну из сторон действительности. Формирование понятий - длительный процесс, который зависит от уровня обобщения и их абстрагирования, возраста обучающихся, их психической направленности и методов обучения.

Для того чтобы успешно решать логические задачи, необходимо овладеть методами анализа и синтеза. Начальный этап знакомства с условиями задач обычно начинается с аналитики, где нужно выяснить, в чем именно заключается конкретная задача и какова взаимосвязь между представленными данными и в чем заключается основная проблема.

Проанализировав психолого-педагогическую литературу, можно сказать, что активная работа мышления находит свое отражение в таких мыслительных операциях, как анализ, сравнения, синтез, классификация, обобщение. Поскольку эти способы мыслительных действий характерны для процесса мышления, то можно считать их критериями оценки процесса развития логического мышления (Рис. 3).

а) анализ	<ul style="list-style-type: none"> • рассмотрение, изучение, мысленное разложение предмета (явления, процесса) на части, элементы или признаки, и их сопоставление и изучение с целью выделения существенных качеств и свойств
б) синтез	<ul style="list-style-type: none"> • объединение отдельных частей, признаков и элементов в единое целое
в) сравнение	<ul style="list-style-type: none"> • установление как признаков сходства, так и признаков различия отдельных объектов
г) обобщение	<ul style="list-style-type: none"> • мысленное действие, смысл которого состоит в объединении различных явлений и предметов по определенным существенным признакам и свойствам
д) классификация	<ul style="list-style-type: none"> • процесс разделение с последующим объединением определенных объектов по каким-либо признакам

Рисунок 3. Мыслительные операции

Существует несколько уровней усвоения понятий: по мере их развития обучающиеся приближаются к сути предмета, явления, обозначаемого понятием, им легче обобщать и соотносить отдельные понятия друг с другом (Рис. 4), [20, с. 67].

Первый уровень характеризуется элементарным обобщением конкретных случаев, взятых из личного опыта школьников или из литературы. На втором уровне усвоения выделяются отдельные признаки понятия. Границы понятия обучающимися сужаются, а затем излишне расширяются. На третьем уровне обучающиеся стараются дать развернутое определение понятия с предписанием основных свойств и привести правильные примеры из жизни. На четвертом уровне происходит абсолютное овладение понятием, обозначение его места среди других нравственных понятий, успешное использование понятия в жизни. Одновременно с формированием понятий формируются суждения и выводы.



Рисунок 4. Уровни усвоения знаний (по Беспалько В.П.)

Для обучающихся характерны категоричные, утвердительные суждения. Школьники судят о предмете субъективно и никак не подтверждают свои собственные взгляды. В связи с увеличением объема знаний и увеличением словарного запаса, у обучающихся восьмого и девятого классов возникают проблемные и относительные суждения. Обучающиеся девятого класса умеют анализировать. Опираясь не только на прямые, но и на косвенные доказательства. Опираясь на определенный используемый материал, взятый из индивидуальных наблюдений.

Непосредственно в школьном возрасте зрительно-образное мышление, ранее имевшее основное значение, видоизменяется в словесно-логическое, понятийное. Именно поэтому важно уделять внимание формированию логического мышления в старших классах.

Формирование логического мышления тесно связано с речью. И имеет следующие характеристики:

- отбор и открытие новых знаний;
- общее отображение полученной информации и окружающей действительности;
- исследование событий или объектов;

- восприятие предметов.

По мере того как обучающиеся растут и общаются, они улучшают свою нервную систему и мышление. Чтобы сформировать их, им понадобится помощь взрослых, которые окружают ребенка. В период обучения мышление выдвигается в центр психического развития школьника и становится определяющим фактором в системе других психических функций, которые под его влиянием интеллектуализируются, приобретают сознательный и произвольный характер.

Особенности мышления в этой возрастной категории определяются следующим:

- обобщение – ребенок способен сравнивать и делать выводы о сходных предметах;
- наглядность – ребенок должен наблюдать факты, видеть различные ситуации, чтобы создать собственное понимание;
- абстракция – способность отделять свойства и качества от объектов, к которым они принадлежат;
- понятие – представление или знание об объекте, принадлежащем определенному термину или слову.

Характерные особенности логического мышления школьников выражаются как в ходе самого мыслительного процесса, так и в любых его отдельных операциях (сравнение, систематизация, обобщение, протекающие в различных формах суждения и вывода).

Для мышления школьников одиннадцати - шестнадцати лет характерно однолинейное сравнение (они определяют либо исключительно различие, либо исключительно сходное и общее). Они легко доступны логическим суждениям, оперированию понятиями, переходам к обобщениям и выводам. В процессе развития логического мышления ребенка одиннадцати - шестнадцати лет, пожалуй, самое главное - научить детей совершать пусть и небольшие, но собственные открытия, что в дальнейшем способствует их развитию, укреплению формально-логических связей [12, с. 15].

Все без исключения эти данные свидетельствуют об огромном качественном сдвиге в мышлении старшего школьника по сравнению с мышлением младшего школьника. Вместе с тем, школьники раскрывают границы нового этапа мышления. Мышление еще с трудом выходит за границы сопоставления ближайших фактов. Сложные системы опосредованной информации еще недостаточно доступны. Овладение ими определяет соответствующий этап формирования мышления.

Оперируя ранее на этой стадии различными понятиями предметов, явлений, процессов, мышление детей тем самым подготавливается к реализации самих понятий в их свойствах и отношениях. Таким образом, на данном этапе мышления формируются предпосылки и возможности для перехода к следующему этапу. Эти способности реализуются у обучающихся, так как в процессе обучения они овладевают системой теоретических знаний.

Таким образом, можно сделать вывод, что логика мышления не дана человеку от рождения. Он овладевает ею в процессе жизни, в процессе обучения. Поэтому необходимо создать условия, которые способствовали бы наиболее эффективному развитию логического мышления у детей среднего школьного возраста.

1.3. Возможности дисциплины «Математика» в развитии логического мышления

Формирование логического мышления школьников является важной частью педагогического процесса. Помочь обучающимся в полной мере проявить свои способности, развить инициативу, самостоятельность и творческие способности - одна из главных задач современной школы [51, с. 77].

В школе дети должны овладеть элементами логических действий (сравнения, классификации, обобщения, анализ и т. д.). Поэтому одной из

важнейших задач учителя является развитие самостоятельной логики мышления, которая позволила бы обучающимся делать выводы, приводить доказательства, логически взаимосвязанные утверждения, делать выводы, обосновывать свои суждения и, в конечном счете, приобретать знания. Математика - это предмет, где она может быть реализована в значительной степени [5, с. 32].

Многие исследователи отмечают, что целенаправленная работа по развитию логического мышления у школьников должна носить систематический характер (Е.В. Веселовская, Е.Е. Останина, А.А. Столяр, Л.М. Фридман и др.). Исследования психологов (П.Я. Гальперина, В.В. Давыдова, Л.В. Занкова, А.А. Люблинской, Д.Б. Эльконина и др.) позволяют сделать вывод, что эффективность процесса развития логического мышления у школьников зависит от способа организации специальной подготовки [53, с. 234].

Мышление ребенка среднего школьного возраста находится на решающей стадии развития. В этот период осуществляется переход от визуально-образного мышления, являющегося основным для данного возраста, к вербально-логическому, концептуальному мышлению [34, с. 40].

Овладение техникой мыслительной деятельности и обобщенных действий в школе дает возможность познакомить обучающихся с миром математических понятий, терминов, символов, то есть с миром теоретических знаний, и тем самым способствует развитию как эмпирического, так и теоретического мышления [21, с. 78].

Принцип формирования мыслительных операций на уроках математики реализуется следующим образом:

- совместное и одновременное изучение взаимосвязанных понятий и операций;
- широкое использование метода обратных задач;
- использование деформированных упражнений;

- расширение начального упражнения за счет самостоятельной подготовки обучающимся новых заданий;
- одновременное представление одной и той же математической информации для нескольких кодов [12, с. 69].

Наглядная иллюстрация взаимных операций побуждает обучающегося применять рассуждения, то есть средства логического исследования, способствующие развитию мыслительных операций.

Основная работа по развитию логического мышления должна проводиться с заданием. Ведь в любой задаче есть большие возможности для развития логического мышления. Нестандартные логические задачи - отличный инструмент для такого развития.

Систематическое использование специальных заданий и задач, направленных на развитие логического мышления на уроках математики и внеурочной деятельности, расширяет математический кругозор обучающихся и позволяет им более уверенно ориентироваться в простейших законах своей действительности и активнее использовать математические знания в повседневной жизни [5, с. 42].

Использование нестандартных задач в процессе обучения отвечает всем вышеперечисленным принципам формирования мыслительных операций, они требуют повышенного внимания к анализу условий и построению цепочки взаимосвязанных логических рассуждений [5, с. 43].

В математике решение задач - это одновременно и цель обучения, и инструмент. Одним из важнейших показателей уровня развития обучающихся является их умение ставить и решать задачи. Поэтому одним из способов развития логического мышления школьников на уроках математики является задание, в частности нестандартное задание.

Нестандартная задача — это задача, решение которой для обучающегося не является цепочкой известных действий. Поэтому понятие нестандартной задачи относительно. Успех решения зависит не только от того, решались ли такие задачи ранее, но и от опыта их решения в целом, от

количества полностью разобранных решений с помощью преподавателя с детальным анализом всех аспектов проблемы.

Анализ теории и практики использования нестандартных заданий в обучении школьников математике позволил определить их значимость. А именно: нестандартные задачи учат школьников не только пользоваться известными алгоритмами, но и самостоятельно искать решения. И как следствие, они развивают способность к интересным, рациональным решениям и влияют на формирование математического мышления обучающихся, что препятствует развитию стереотипных установок, способствующих умению находить взаимосвязи имеющихся знаний и использовать их в новых ситуациях, а не овладевать конкретными алгоритмами. Развитие умственных приемов (анализ, синтез, сравнение, классификация и т. д.) положительно влияет на сознание, силу и глубину усвоения математического материала.

Психологическая наука давно пришла к выводу, что лучше всего формировать и развивать мышление в процессе решения задач. В преподавании математики они являются одновременно и целью, и средством обучения и математического развития школьников. В частности, это относится к задачам с параметрами [30,с. 133].

Задача с параметром - это ряд аналогичных задач, соответствующих всем возможным числовым значениям параметра. Добавление параметра существенно усложняет задачу, т. е. увеличивается его размерность и появляется «глубина». Решение такой проблемы требует системного подхода, целостного взгляда на ситуацию. Для решения уравнений (неравенств) с параметрами необходимо уметь проводить разветвленные логические построения. При этом необходимо четко и последовательно следить за сохранением эквивалентности решаемых уравнений (неравенств) с учетом областей определения входящих в них выражений. Использование стандартных методов решения задач с параметрами иногда приводит к необходимости выполнения очень больших вычислений, что существенно

усложняет решение. Такая ситуация, как правило, способствует началу творческих поисков других путей решений, их исследования, направленное на нахождение наиболее рационального, наиболее «красивого» способа решения. Исследование в науке понимается как изучение объекта с целью выявления закономерностей его возникновения, развития и трансформации. В процессе исследования синтезируются имеющиеся знания, накопленный опыт, а также методы и приемы изучения объектов [1, с. 45].

Из вышесказанного можно сделать вывод, что решение задач с параметрами развивает системное, логическое мышление. Являясь отличным материалом для исследовательской работы, решение уравнений (неравенств) с параметрами также развивает навыки: наблюдения, сравнения, обобщения и т. д. Учит творческому мышлению, способствует развитию гибкости мыслительного процесса и, что очень важно, развивает теоретическое мышление.

Положение всего комплекса учебно-методических и педагогических вопросов, связанных с задачами с параметром в современном школьном курсе математики (ШКМ) в нашей стране достаточно обширно. С одной стороны, эти задачи представлены в очень заметном количестве в содержании ШКМ, а с другой стороны, они практически отсутствуют. С одной стороны, все учителя в какой-то мере знакомы с простейшими методами их решений, с другой стороны, они тщательно избегают последовательного использования этих задач.

На каждом итоговом экзамене мы проверяем математическую подготовку на достаточно высоком уровне, где есть задания с параметром. Более того, тот факт, что Единый государственный экзамен (ЕГЭ) и основной государственный экзамен (ОГЭ) содержат задания с параметром, является своеобразным признаком того, что нужно посвятить время изучению этой темы.

Необходимо отметить наличие задач с параметром в вариантах ОГЭ по математике. Среди задач высокого уровня сложности, одна задача – это

задача с параметрами. Следует также отметить, что ни в одном из учебников по математике, рекомендованных к использованию при реализации обязательной части основной образовательной программы, в том числе и для углубленного изучения, систематически не рассматриваются эти задания.

Большинство авторов учебников ФГОС сознательно ограничивают круг задач с параметрами рассмотрением некоторых свойств линейной функции, квадратного трехчлена и не более. Из-за этого отношение к задачам с параметром, как и какой-то сложной, почти неразрешимой задаче преобладает не только среди обучающихся, не только среди учителей, но и среди ведущих методистов-математиков.

Эти задания являются самыми сложными из заданий, предлагаемых на экзаменах, они требуют логической культуры, которой не хватает большинству обучающихся. Чтобы решить такую задачу, нужно каждый момент представлять себе, что уже сделано.

Подводя итог, можно сказать, задачи с параметром станут одним из наиболее эффективных средств углубления понимания изучаемого материала, расширения кругозора, что оказывает существенное влияние на развитие логического мышления школьников.

Выводы по главе 1

Главной задачей ФГОС установлена конкретизация требований к обучающимся. В любом полноценном образовании математическое образование является важной частью. В школьном образовании математика выступает в качестве основного предмета.

Логическое мышление - это вид мышления, который осуществляется на основе логических операций в составе с понятиями. Оно является обратной стороной всех общих взаимосвязей и отношений, которые имеют место между предметами и явлениями в окружающем нас мире.

Рассматриваемые формы абстрактно-логического мышления: понятие, суждение и умозаключение.

Были выделены следующие компоненты логического мышления: анализ, синтез, сравнение, обобщение, классификация, суждение, умозаключение.

Психологическая наука давно пришла к выводу, что лучше всего формировать и развивать мышление в процессе решения задач. В преподавании математики они являются одновременно и целью, и средством обучения и математического развития школьников. В частности, это относится к задачам с параметром.

ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА ФАКУЛЬТАТИВА «ЗАДАЧИ С ПАРАМЕТРОМ» КАК СРЕДСТВА РАЗВИТИЯ ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 9 КЛАССА

2.1 Диагностика уровня сформированности логического мышления у участников исследуемой группы обучающихся 9 класса

На основе анализа психолого-педагогической литературы по теме исследования были рассмотрены теоретико-методические аспекты проблемы формирования логического мышления на уроках математики и составлена программа опытно-экспериментальной части исследования.

Опытно-экспериментальная работа проводилась на базе Муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения «Каратузская средняя общеобразовательная школа».

В исследовании принимала участие экспериментальная группа, состоящая из 12 обучающихся 9 класса. В школе предоставлены благоприятные условия для проведения обучения и воспитания детей, классы оснащены современными средствами информационно-коммуникативных технологий, школа активно взаимодействует с родителями, в целом психологический климат в образовательной среде МБОУ «Каратузская средняя общеобразовательная школа» можно назвать благоприятным. Согласно устной справке классного руководителя и учителя математики, дети, задействованные в опытно-экспериментальной работе активны, психологическое развитие соответствует возрасту.

Для диагностирования уровня сформированности логического мышления составили три методики, которые включают в себя задания, работающие на проверку определенных критериев логического умения. Для них в свою очередь определены уровни сформированности критерия.

Обучающимся были выданы задания согласно каждой методике, которые обучающиеся выполняли на уроках математики.

Таблица 1

Уровни развития логического мышления в соответствии с выведенными критериями на основе проведенных методик

Критерии сформированности	Методика и задания	Низкий уровень	Средний уровень	Высокий уровень
Анализ	Методика 1, задание 2, методика 2, задание 2	Обучающийся совершает 1-4 ошибок, часть из них видит только при указании их учителем, но не может исправить. 1-5 баллов	Обучающийся совершает 1-3 ошибки, самостоятельно не может найти их все, но может исправить большую часть при указании на них учителем. 6-7 баллов	Безошибочное выполнение заданий и при допущении 1-2 ошибок, но найденных и исправленных самостоятельно до проверки работы. 8-10 баллов
Синтез	Методика 2, задание 3, методика 3, задание 2	Обучающийся совершает 1-4 ошибок, часть из них видит только при указании их учителем, но не может исправить. 1-5 баллов	Обучающийся совершается 1-2 ошибки, но при указании учителем на их наличие исправляет ошибки самостоятельно. 6-7 баллов	Обучающимся совершается 1-2 ошибки, но при указании учителем на их наличие исправляет ошибки самостоятельно. 8-10 баллов
Сравнение	Методика 1, задание 1, методика 2, задание 1	Совершено 4 и более ошибок, часть их может найти самостоятельно,	Обучающийся совершает 1-3 ошибки, самостоятельно не может найти их	Безошибочное выполнение заданий и при допущении 1-2 ошибок, но

		но не может их исправить. 1-5 баллов	все, но может исправить большую часть при указании на них учителем. 6-7 баллов	найденных и исправленных самостоятельно до проверки работы. 8-10 баллов
Обобщение	Методика 1, задание 3, методика 3, задание 1	Обучающийся совершает 1-4 ошибок, часть из них видит только при указании их учителем, но не может исправить.	Обучающимся совершается 1-2 ошибки, но при указании учителем на их наличие исправляет ошибки самостоятельно.	Обучающимся совершается 1-2 ошибки, но при указании учителем на их наличие исправляет ошибки самостоятельно.
Классификация	Методика 3 задание 3	Совершено 4 и более ошибок, часть их может найти самостоятельно, но не может их исправить. 1-2 баллов	Обучающимся совершается 1-2 ошибки, но при указании учителем на их наличие исправляет ошибки самостоятельно. 3-4 баллов	Безошибочное выполнение заданий и при допущении 1-2 ошибок, но найденных и исправленных самостоятельно до проверки работы. 5 баллов

Баллы оценивания заданий.

«5» - ставится при высоком уровне усвоения, безошибочное выполнение заданий и при допущении 1-2 ошибок, но найденных и исправленных самостоятельно до проверки работы.

«4» - ставится при среднем уровне усвоения, когда обучающимся совершается 1-2 ошибки, но при указании учителем на их наличие исправляет ошибки самостоятельно.

«3» - средний уровень усвоения, когда обучающийся совершает 1-3 ошибки, самостоятельно не может найти их все, но может исправить большую часть при указании на них учителем.

«2» - низкий уровень усвоения, когда обучающийся совершает 1-4 ошибок, часть из них видит только при указании на них учителем, но не может исправить.

«1» - если совершено 4 и более ошибок, часть их может найти самостоятельно, но не может их исправить.

Методика 1. «Адаптированная методика Г. Айзенка».

Цель: определение уровня сформированности таких критериев, как анализ, сравнение и аналогия, а также эмоциональной устойчивости.

Средства: раздаточные листы с заданиями.

Инструкция: необходимо ответить на вопросы, которые ориентированы для выявления вашего обычного способа поведения. Представьте себя в заданной ситуации и отвечайте на вопрос сразу, без раздумий. Отвечать нужно либо «да», либо «нет», вам необходимо просто поставить знак «+», если вы согласны с утверждением или же знак «-», если вы с утверждением не согласны.

Задание 1.

Комфортно ли вы себя чувствуете, когда около вас суета и оживление? Бывают ли у вас моменты, когда вам что-то хочется, но вы не можете понять, что именно? Вы из тех людей, которые «не суют свой нос в чужой вопрос»? Бывает ли у вас переменчивое настроение? В компании вы «озорник – затайник» и постоянно собираете вокруг себя большое количество людей?

Задание 2

В детстве вы всегда моментально и безукоризненно выполняли все то, что вам поручали? Бывали дни, когда у вас не было настроения? При ссоре или конфликте вы предпочитаете уступить, или отстаивать свою точку зрения? Может ли у вас моментально поменяться настроение? Комфортно ли вы себя чувствуете среди людей, в обществе?

Задание 3

Бывало ли у вас такое, что вы не могли уснуть из-за каких-либо переживаний? Артачитесь ли вы иногда? Вы честный человек? Хорошие мысли вам приходят в голову сразу? Любите ли вы работать в одиночестве?

Методика 2 «Определение понятий».

Цель: определение сформированности понятий, умозаключений и суждений, умения проводить сравнения и классификацию объектов.

Средства: раздаточные листы с заданиями.

Инструкция: перед тем, как начать диагностику, обучающемуся дается инструкция:

«Ты видишь перед собой сколько-то различных наборов слов. Постарайся представить, что в твоей жизни встретился человеком, который совсем не знает значений всех этих слов и твоя задача разъяснить этому человеку, что же именно означает каждое из этого набора слов. Допустим, задано слово «колесо», как бы ты объяснил это слово?»

После инструкции обучающему нужно дать определения каждому слову, которые будут выбираться наугад. Допустим, задана такая последовательность слов: трактор, ковер, обуваться, плакать, обрубленный, кожура. Ответы будут оцениваться бальной системой, по 1 баллу будет насчитываться за каждое верное определение. Но при этом, время для ответа будет ограничено, для каждого слова дается 20 секунд, если же по окончании заданного времени ребенок ответ не дал, то это слово считается нерешенным и идет переход к следующему определению.

Задание №1. От правильности ответа зависит, на каком уровне развито у обучающегося мышление и какие присутствуют особенности.

1. Какая ягода меньше: арбуз или клубника?
2. Если утром люди завтракают, то что они делают, когда кушают днем и вечером?
3. Ночью на небе звезды, а днем?
4. Помидор красный, а огурец?

5. Тапки, кроссовки, сапоги и калоши — это...?

Задание №2. Кактус, магазин, приседать, жужжать, одеяло, соленый, любимый.

Задание №3. Подушка, пожар, убежать, слышать, друг, упасть, вкусный, мост, коряга.

Методика 3 «Исключение понятий».

Цель: определение уровня сформированности способности к синтезу и обобщению, выделение уместных понятий, выяснение значимых причин, а также выявление соответствующих сходств и различий в представленных объектах.

Средства: раздаточные листы с заданиями.

Инструкция: Обучающимся раздают карточки с группами слов. В каждой группе всего пять слов, но при этом четыре слова общим родовым понятием, а пятое к ним не относится. Обучающимся необходимо найти и вычеркнуть эти слова.

Задание №1.

1. Дряхлый, маленький, старый, изношенный, ветхий.
2. Скоро, быстро, поспешно, постепенно, торопливо.
3. Курочкина, Петров, Казаков, Евгений, Мухина.

Задание №2.

1. Лист, почва, кора, чешуя, сук.
2. Красный, светлый, розовый, синий, зеленый.
3. Ненавидеть, призирать, негодовать, возмущаться, понимать.

Задание №3.

1. Гнездо, нора, курятник, сторожка, берлога.
2. Карась, семга, тина, кета, селедка.
3. Успех, удача, выигрыш, спокойствие, неудача.

Для проведения данных методик можно предложить учителю заносить данные в таблицу: строки – обучающиеся, столбцы – критерии. При проверке каждого задания сразу заносятся баллы в те колонки, которые соответствуют

проверяемым критериям. Например, если обучающийся за первое задание первой методики набрал 4 балла, а первое задание по таблице 2 отвечает только за проверку критерия «сравнение», то в соответствующую колонку ставим 4.

После проведения всех методик были получены результаты, представленные по каждой из методик. Максимально возможное количество итоговых баллов, которое можно было набрать за выполнение одного задания – 5. Так как на каждый критерий приходится по 2 задания, то максимальный балл по критерию, который может получить обучающийся – 10 баллов. При проверке работ обучающихся была проверена не только правильность выполнения задания, но и количество исправленных ошибок, а также аргументированность ответов. В результате мы получили следующие данные, что представлены в таблицах 2 и 5.

Таблица 2

Подсчет результатов диагностирования уровня развития логического мышления школьников (экспериментальная группа)

	№ задания	Результаты обучающихся											
		Б. А.	Б. Л.	Б. А.	В. В.	Г. А.	Г. С.	З. К.	К. Е.	Л. Е.	Л. Л.	Н. П.	О. Е.
Методика 1 Адаптированная методика Г. Айзенка	1	3	3	3	3	3	2	4	3	3	3	3	3
	2	4	3	3	3	3	3	4	3	3	3	4	3
	3	4	3	3	3	4	2	4	2	2	3	2	3
Методика 2 «Определение понятий»	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	3	2
	2	4	2	3	3	4	3	5	3	2	3	3	4
	3	4	3	3	3	3	2	3	4	2	4	3	3

Методика 3 «Исключен ие понятий»	1	4	2	3	3	3	3	3	3	3	2	3	2
	2	4	3	3	3	5	4	3	2	3	3	2	3
	3	3	2	4	3	3	2	4	3	2	3	3	2

Беря во внимание эти результаты, мы можем судить об уровне сформированности критериев во всем классе. Если учесть, что в классе МБОУ «Каратузская средняя общеобразовательная школа» проходит обучение 12 человек, и по каждому критерию, кроме классификации, было по 2 задания, то максимальный балл (МАХ), за каждый полученный классом критерий кроме классификации, будет равен 120 баллам, а за критерий «Классификация» максимальный балл класса равен 60.

Отсюда следует, что для каждого из критериев анализ, синтез, сравнение и обобщение утверждены следующие баллы:

Таблица 3

Оценочная шкала

Уровень	Баллы	%
Высокий	от 97 до 120	81% - 100%
Средний	от 61 до 96	51% - 80%
Низкий	ниже 60	0% - 50%

А для критерия «Классификация», где максимально возможен балл 60, следует промежуток:

Оценочная шкала

Уровень	Баллы	%
Высокий	от 49 до 60	81% - 100%
Средний	от 31 до 48	51% - 80%
Низкий	ниже 30	0% - 50%

Теперь мы соотнесем полученные обучающимися баллы с проверяемыми критериями и получим уровни развития класса по каждому из критериев.

Таблица 5

Результаты проверки диагностирования уровня развития логического мышления школьников в соответствии с выведенными критериями на основе проведенных методик

Критерии сформированности задания	Методика	Баллы класса за выполненные задания по критериям													сумма	% от максимально возможного МАХ	Уровень
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13			
Анализ	Методика 1, з 2	4	3	3	3	3	3	4	3	3	3	4	3	78	65%	с	
	Методика 2, з 2	4	2	3	3	4	3	5	3	2	3	3	4				
Синтез	Методика 2, з 3	4	3	3	3	3	2	3	4	2	4	3	3	75	63%	с	
	Методика 3, з 2	4	3	3	3	5	4	3	2	3	3	2	3				
Сравнение	Методика 1, з 1	3	3	3	3	3	2	4	3	3	3	3	3	72	60%	с	
	Методика 2, з 1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	3	2				
Обобщение	Методика 1, з 3	3	4	3	3	3	4	2	4	2	2	3	2	69	58%	с	

ние	Методика 3, з 1	4	2	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	2			с
Классификация	Методика 3, з 3	3	3	2	4	3	3	2	4	3	2	3	3	35	58%		с

Исходя из данных таблицы мы видим, что уровень сформированности логического мышления школьников, по каждому из критериев, развит на среднем уровне. Причем на нижней границе среднего уровня.

Для большей наглядности результаты диагностики представлены в диаграмме (рис. 5).

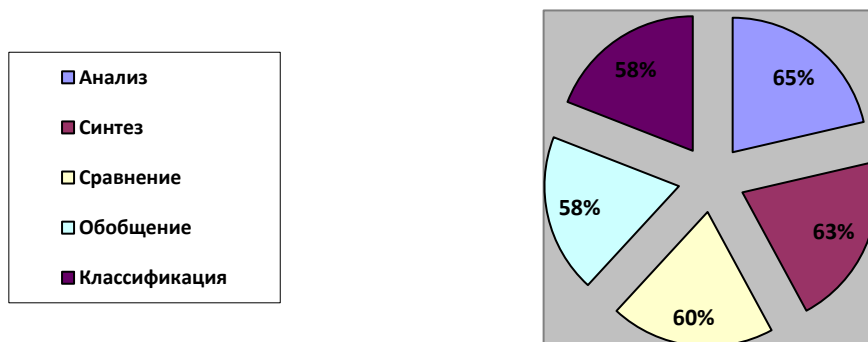


Рисунок 5. График сформированности логического мышления у проверяемой группы обучающихся относительно выделенных критериев

2.2. Разработка факультатива «Решение задач с параметром» для обучающихся 9 класса

Развитие логического мышления обучающихся на занятиях является одним из основных требований, обеспечивающих качество современного образования. Мыслительные способности, как и другие, нужно постоянно развивать, вырабатывая в процессе определенные и необходимые навыки и умения, а главное - привычку мыслить разумно и самостоятельно, определять нестандартные пути к правильному окончательному решению. Все эти перечисленные качества обязательно пригодятся обучающемуся в будущем для достижения успеха в жизни и создании вокруг него конкурентной среды, в которой он будет постоянно развиваться.

Задача по формированию и последующему развитию логического мышления обучающегося общепризнана и давно принята педагогическим сообществом всего мира. Об этом говорится в методической литературе и методическим пособиям по образовательным программам. Но учитель не всегда знает, как это сделать. Это часто приводит к тому, что развитие логического мышления происходит более хаотично, поэтому большинство обучающихся, даже в старших классах, не усваивают даже начальных приемов логического мышления.

Под руководством учителя обучающиеся знакомятся с применением основных законов и правил логики. Их главная задача - научиться рассуждать, выделять главное в выходном материале, анализировать различные факты и учитывать разные мнения, сравнивать и обязательно сопоставлять их, при необходимости задавать вопросы и не бояться самостоятельно находить на них ответы. Сегодня в современном обществе, без способности самостоятельно мыслить, трудно говорить об интеллектуальном развитии ребенка.

Уроки математики для школьников, безусловно, будут способствовать развитию правильной направленности мышления и памяти, а также внимания

и наблюдательности, в том же соответствии и строгой последовательности рассуждений, включая их доказательность. В результате в дальнейшем они дают необходимую идею для развития у обучающихся логического мышления, умения кратко и точно, а также адекватно в правильном и абстрактном порядке выражать свои мысли. Упражнения, направленные на развитие у обучающихся способности самостоятельно делать выводы. Эта работа должна проводиться на различных этапах обучения: ознакомление с новым материалом, а также на этапах выполнения логических заданий и упражнений.

Согласно современным реалиям и стандартам, школьники обязательно должны овладеть основными приемами логических универсальных учебных действий, такими как: сравнение, классификация, анализ и синтез, определение понятия из общего материала через родовое и видовое различие.

Ниже приведено календарно – тематическое планирование по факультативному курсу «Задачи с параметром» и 3 занятия, проводимые на базе Муниципального бюджетного образовательного учреждения «Каратузская средняя общеобразовательная школа». Содержание курса и методические рекомендации представлены в приложениях [Приложение А

Такие задачи, на наш взгляд, должны стать основой для формирования математических умений, лежащих в основе развития логического мышления.

Задания с параметром традиционно сложны для обучающихся в логическом, техническом и психологическом плане. Однако именно решение таких задач открывает перед обучающимися большое количество общих эвристических приемов, используемых при исследовании любого математического материала. Эти задачи играют важную роль в формировании логического мышления и математической культуры обучающихся. Кроме того, задачи с этим параметром имеют высокую диагностическую и прогностическую ценность.

Важность понятия параметра обусловлена тем, что, как правило, именно в терминах параметров описываются свойства математических

объектов: функций, уравнений, неравенств. Под параметрами мы понимаем величины, входящие в алгебраические выражения, числовые значения которых явно не заданы, но считаются принадлежащими определенным числовым множествам.

Решение задач с параметрами требует исследования, даже если это слово не упоминается в постановке задачи. Недостаточно механически применять формулы, необходимо понимать закономерности, уметь анализировать конкретный случай на основе известных общих свойств объекта, быть системным и последовательным в решении, уметь объединять рассмотренные частные случаи в единый результат. Этим объясняются трудности, с которыми сталкиваются обучающиеся при решении подобных задач, а также включение заданий с параметрами в экзаменационные работы в школе и на вступительных экзаменах в вузы.

Таким образом, очевидно, что существует необходимость в отработке приемов решения различных задач с параметрами.

Таблица 6

Календарно – тематическое планирование по факультативному курсу
«Задачи с параметром»

№	Наименование раздела, темы	количество часов		
		всего	Теория	практика
Основные понятия. Уравнения с параметром (8 часов)				
1	Определение параметра. Примеры решения уравнений с параметром.	3	1	2
2	Приемы решения рациональных уравнений с параметром.	3	1	2
3	Систематизация задач по типу ограничений,	2	1	1

	накладываемых на параметр.			
Неравенства с параметром (6 часов)				
4	Примеры решения неравенств с параметром.	2	1	1
5	Приемы решения рациональных неравенств с параметром.	2	1	1
6	<u>Проверочная работа № 1</u> <i>по теме «Основные понятия. Уравнения и неравенства с параметром»</i>	2		2
Графическая интерпретация задач с параметром (14 часов)				
7 – 8	Построение графического образа на координатной плоскости (xOy).	4	1	3
9 – 10	Построение графического образа на плоскости (xOa).	4	1	3
11 – 12	Сочетание графического и алгебраического методов решения уравнений. Сравнительный анализ аналитического, функционально–графического способов при решении уравнений и неравенств с параметром.	4	1	3
13	<u>Проверочная работа № 2</u> <i>по теме «Графическая интерпретация задач с параметром»</i>	2		2

Задачи с параметром (7 часов)				
14 – 15	Приемы решения систем рациональных уравнений, неравенств с параметром.	2	0,5	1,5
16 – 17	Приемы решения систем иррациональных уравнений, неравенств с параметром.	2	0,5	1,5
18 – 19	Приемы решения тригонометрических уравнений, неравенств и систем с параметром.	2	0,5	1,5
26	<u>Проверочная работа № 3</u> по теме «Задачи с параметром»	2		2

2.2.1. Занятие 1 «Решение квадратных уравнений с параметром»

Предмет: математика.

Класс: 9 класс.

Тема урока: решение квадратных уравнений с параметром.

Тип урока: комбинированный.

Цель: формирование умения решать квадратные уравнения с параметрами.

Планируемые результаты обучения:

Личностные:

- логичность мышления;
- умение работать в проблемной ситуации;
- умение контролировать, планировать процесс и результат учебной деятельности;

- активность, инициатива, находчивость при решении математических задач.

Предметные:

- формировать умение решать квадратные уравнения с параметром;
- понимание сути решения задачи с параметрами.

Метапредметные:

- формирование информационной, коммуникативной и учебной компетентности обучающихся, умения работать с имеющейся информацией в новой ситуации;
- умение самостоятельно выделять и формулировать познавательную цель;
- умение формулировать и решать учебную задачу.

Техники и технологии: системно-деятельностный подход в обучении, проблемное обучение, ИКТ.

Конспект урока «Решение квадратных уравнений с параметром»

Этапы урока (время)	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формируемые УУД				Формы оценивания
			Личностные	Регулятивные	Коммуникативные	Познавательные	
Организационный момент.	Приветствует обучающихся, организует рабочее место, отмечает отсутствующих.	Обучающиеся подготавливаются к работе.		Саморегуляция			
Актуализация теоретических знаний.	Проводится опрос по теории Предыдущего урока. - Какое уравнение называется квадратным? - Квадратным или линейным является уравнение $b(b - 5)x^2 + (6b - 3)x - 18 = 0$; а) при $b = 6$; б) 0 ; в) $b = 0,5$; г) $b = 5$? -Какое квадратное уравнение называется приведенным? -Какое выражение называют дискриминантом? -Сколько корней может иметь квадратное уравнение? (формулы). -Теорема Виета и обратное утверждение. (записать)	Обучающиеся предлагают различные варианты решения, говорят о трудностях, которые у них возникли.	Формировать личную мотивацию к учению.	Целеполагание	Структурировать знания по данной теме	Учебное сотрудничество с учителем	Самооценка формулировок и формул.
Объяснение нового материала.	При решении квадратного уравнения с параметрами контрольными будут те значения параметра, при которых коэффициент при x^2 обращается в 0. Дело в том, что если этот	Обучающиеся формулируют цель урока:		Взаимоконтроль и самоконтроль	Умение структурировать знания	Учебное сотрудничество с учителем	

	коэффициент равен 0, то уравнение превращается в линейное. Решается по соответствующему алгоритму; если же этот коэффициент отличен от нуля, то имеем квадратное уравнение, которое решается по иному алгоритму. Дальнейшее решение зависит от D .	«Научиться решать уравнения с параметром» .					и сверстниками, управление поведением партнера	
<i>Применение знаний и умений в новой ситуации</i>	<p>Объяснение учителя.</p> <p>Пример 1. Решить уравнение $x^2 - (2p + 1)x + (p^2 + p - 2) = 0$ Решение: Здесь коэффициент перед x_2 отличен от 0, значит, данное уравнение при любых значениях параметра является квадратным. Найдем дискриминант: $D = (2p + 1)^2 - 4(p^2 + p - 2)$ $= (4p^2 + 4p + 1)$ $- (4p^2 + 4p - 8) = 9$ $D > 0$, значит, квадратное уравнение имеет два различных корня. $x_1 = p + 2$ и $x_2 = p - 1$ Ответ: при любых значениях p: $x_1 = p + 2$; $x_2 = p - 1$</p> <p>Пример 2. Решить уравнение p $x^2 + (1 - p)x - 1 = 0$ Решение: Мы не можем утверждать, что данное уравнение является квадратным. Рассмотрим контрольное значение $p = 0$, имеем два случая. Если $p = 0$, то получается уравнение вида $0x^2 + x - 1 = 0$, которое является линейным и имеет $x = 1$. Если $p \neq 0$. То уравнение является квадратным,</p>							

можно применять формулу $D = (1 - p)^2 - 4p(-1) = (1 + p)^2$; $x_1 = 1$; $x_2 = -\frac{1}{p}$.

Ответ: при $p = 0$ $x = 1$, при $p \neq 0$ $x_1 = 1$; $x_2 = -\frac{1}{p}$.

Пример 3. Решить уравнение

$$(a-1)x^2 + 2(2a+1)x + (4a+3) = 0.$$

Найдем значения параметра, обращающие в нуль коэффициент при x

$$a - 1 = 0 \Leftrightarrow a = 1$$

Решим уравнение при $a = 1$ $0x^2 + 2(2 \times 1 + 1)x + 4 \times 1 + 3 = 0 \Leftrightarrow 6x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{6}$.

Найдем значения параметра, обращающие в нуль дискриминант уравнения

$$\begin{aligned} D &= (2(2a + 1))^2 - 4(a - 1)(4a + 3) \\ &= (4a + 1)^2 - (4a - 4)(4a + 3) \\ &= 4(5a + 4) \end{aligned}$$

$$4(5a + 4) = 0 \Leftrightarrow$$

Решим уравнение при $a = -\frac{4}{5}$, в этом случае уравнение будет иметь один действительный корень

$$\begin{aligned} \left(-\frac{4}{5} - 1\right)x^2 + 2\left(2\left(-\frac{4}{5}\right) + 1\right)x + 4\left(-\frac{4}{5}\right) &= 0 \Leftrightarrow \\ -\frac{9}{5}x^2 - \frac{6}{5}x - \frac{16}{5} &= 0 \Leftrightarrow 9x^2 + 6x + 1 = 0 \Leftrightarrow \\ (3x + 1)^2 = 0 &\Leftrightarrow x = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Решим уравнение при $a \neq 1$, $a < -\frac{4}{5}$. В этом случае $D < 0$, поэтому уравнение действительных корней не имеет.

Решим уравнение при $a \neq 1$, $a > -\frac{4}{5}$. В этом

случае уравнение имеет два действительных корня

$$x_{1,2} = \frac{-2(2\alpha + 1) \pm 2\sqrt{5\alpha + 4}}{2(\alpha - 1)}$$

$$= \frac{-(2\alpha + 1) \pm \sqrt{5\alpha + 4}}{\alpha - 1}$$

Ответ: 1) при $\alpha = -\frac{4}{5}$, $x = -\frac{1}{3}$;

2) при $\alpha = 1$, $x = -\frac{7}{6}$;

3) при $\alpha < -\frac{4}{5}$, действительных корней нет;

4) при $\alpha > -\frac{4}{5}$ и $\alpha \neq 1$,

$$x_{1,2} = \frac{-(2\alpha + 1) \pm \sqrt{5\alpha + 4}}{\alpha - 1}$$

Пример 4. При каких значениях ровно один из корней уравнения $x^2 + (m = 3)x + |m| - 3 + 0$ равен 0.

Решение: Если нуль является корнем уравнения, значит квадратный трехчлен

$$x^2 + (m = 3)x + |m| - 3 \text{ при } x = 0$$

обращается в нуль. $|m| - 3 = 0$; $m_1 = -3$; $m_2 = 3$

Найдем второй корень при найденных значениях m .

Если $m=3$, то получаем $x^2 + 6x = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = -6$

Если $m = -3$ получаем $x^2 = 0$, которое имеет два кратных корня равных 0.

Ответ при $m = 3$.

<i>Закреплен ие матери- ала (15мин)</i>	Работа в группах. Решите уравнение: $(\alpha + 1)x^2 - 2(\alpha + 9)x + 9 = 0$; $x^2 - (\alpha^2 - 5\alpha)x + 5\alpha - 1 = 0$; $(c - 1)x^2 + (c + 4)x + c + 7 = 0$; С последующей проверкой.	Работа в группах. Проблемный диалог. Задают и отвечают на вопросы.		Контроль, коррекция, оценка		Учебное сотрудничество с учителем и сверстниками, управление поведением партнера	Самостоятельная работа.
<i>Домашнее задание. (2мин)</i>	1. При каких значениях a уравнение $(\alpha + 2)x^2 + 2(\alpha + 2)x + 2 = 0$ имеет один корень? 2. Решить уравнение $(\alpha + 4)x^2 - (2\alpha + 4)x + 1 = 0$. 3. Решить уравнение $\alpha^2(x - 2) - 3\alpha + x + 1$ 4. Решить уравнение $(2b^2 - b + 6)x^2 = 4(b + 1)x - 2$. Объясняет какие номера обязательные и какие можно взять по выбору.	Обучающиеся записывают домашнее задание и определяют для себя уровни заданий.		Планирование		Постановка вопросов	
<i>Итог урока.</i>	Какие цели стояли на уроке? Достиг ли каждый из вас цели урока? Фиксирует проблемы для следующего урока.	Самостоятельно определяют насколько достигнуты цели урока.	Формировать адекватную самооценку.	Формировать умения планировать свою работу.	Формулировать собственное мнение и аргументировать его.	Формулировать познавательную цель.	
<i>Рефлексия</i>	Обучающимся предлагается по желанию продолжить предложение: На уроке я научился (научилась) ...	Обучающиеся продолжают	Смыслообразование, формирование	Оценка-выделение и		Рефлексия способов	

	<p>На уроке мне понравилось ... На уроке мне пригодились знания.... Для меня было сложно... С урока я ухожу с ... настроением!</p>	<p>предложения. Прощаются</p>	<p>ие положительного отношения к процессу познания</p>	<p>осознание обучаюми того, что уже усвоено и что еще подлежит усвоению.</p>	<p>и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности.</p>	
--	---	------------------------------------	--	--	--	--

2.3.2. Занятие 2 «Задачи с параметром. Квадратичная функция»

Предмет: математика.

Класс: 9 класс.

Тема урока: Задачи с параметром. Квадратичная функция.

Тип урока: урок комплексного применения знаний и умений (урок повторения и обобщения).

Цель: создание условий для овладения обучающимися методами исследования поведения квадратичной функции и её расположения, которые необходимы при решении многих задач, как непосредственно связанных с квадратным трехчленом, так и сводящихся к нему на каком-либо этапе при решении задач с параметрами, формирование исследовательских компетентностей.

Планируемые результаты обучения:

Личностные:

- умение планировать, контролировать процесс и результат учебной деятельности;
- инициатива, находчивость, активность при решении математических задач;
- коммуникативная компетентность в общении и сотрудничестве со сверстниками в образовательной, учебно-исследовательской деятельности.

Предметные:

- знание графика квадратичной функции;
- исследование поведения квадратичной функции (в частности, нахождение ее нулей и интервалов знакопостоянства);
- знание теоретических основных положений о расположении нулей (корней) квадратного трехчлена;
- использование теоремы Виета;
- понимание сути решения задачи с параметрами;

- знание основных приемов при решении задач с параметром графическим методом.

Метапредметные:

- умение самостоятельно выделять и формулировать познавательную цель;
- умение формулировать и решать учебную задачу;
- умение выбирать действия в соответствии с поставленной задачей и условиями её реализации;
- умение приводить примеры, подбирать аргументы, формулировать выводы;
- умение применять компьютерные технологии для решения математических задач;
- умение организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками.

Техники и технологии: системно-деятельностный подход; обучение на основе проблемных ситуаций, использование интерактивных методик, ИКТ.

Конспект урока «Задачи с параметром. Квадратичная функция»

Этапы урока (время)	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формируемые УУД				Формы оценивания
			Личностные:	Регулятивные:	Коммуникативные:	Познавательные:	
Организационный момент	<p>Настраивает обучающихся на работу через ситуацию проблемного характера.</p> <p>Мотивирует к формулированию темы</p>	<p>Включаются в деловой ритм урока.</p> <p>Формулируют тему урока.</p>	<p>Планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками – определение целей, функций участников, способов взаимодействия</p>	<p>Умение прогнозировать свою деятельность.</p>	<p>Умение с достаточной полнотой и точностью выразить свои мысли в соответствии с задачами и условиями коммуникации.</p>	<p>Уметь формулировать информационный запрос.</p>	
<p>Постановка цели и задачи урока.</p> <p>Мотивация учебной деятельности обучающихся</p>	<p>Координация деятельности обучающихся.</p>	<p>Формулируют цель и задачи, определив границы знания и незнания. (Цель: рассмотреть методы исследования поведения квадратичной функции при решении задач с параметрами. Задачи: Рассмотреть теоретические</p>	<p>Установление связи между учебной деятельностью и ее мотивом.</p>	<p>Целеполагание. Установление обучающимися связи между целью учебной деятельности и ее мотивом.</p>	<p>Умение слушать и понимать речь других, оформлять свои мысли в устной и письменной речи, аргументировать своё мнение и позицию.</p>		

		положения о расположении нулей квадратного трехчлена и теорему Виета. Обобщить приемы, которые применяются при решении задач с параметрами связанных с расположением параболы).					
<i>Актуализация знаний. (10 мин.)</i>	Подводит обучающихся к обоснованию сути основных теоретических положений по данной теме. Объясняет суть «Ветвления ответов». Предлагает задания типа: При каких значениях параметра a уравнение $(2a - 1)x^2 + 2x - 1 + 2a = 0$ имеет единственное решение? Найти это решение.	Формулируют основные положения исследования поведения квадратичной функции и расположение нулей функции на заданном интервале, лежащие в основе решения многих уравнений с параметрами. Выполняют предложенные задания.	Умение адекватно реагировать на трудности.	Уметь проговаривать последовательность действий, высказывать свое предположение.	Умение аргументировать свое мнение и позицию.	Уметь ориентироваться в своей системе знаний (отличать новое от уже известного, структурировать знания, преобразовывать информацию из одной формы в другую).	Поощрение
<i>Творческое применение и добывание знаний</i>	Предлагает проанализировать условия задач, определить	Анализируют условия задач, обсуждают в парах и фиксируют затруднения, вбирают	Инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации;	Уметь проговаривать последовательность действий,	Уметь планировать учебное сотрудничество с учителем	Уметь добывать новые знания, используя	Взаимопенка

<p>новой ситуации (цикл повторяется при решении каждой задачи).</p> <p>(</p> <p>Фиксация затруднений.</p> <p>Проект выхода из затруднений</p>	<p>зафиксировать затруднения.</p> <p>Предлагает обосновать целесообразность применения графического метода или аргументировать выбор в пользу другого метода.</p> <p>Организует работу в парах.</p> <p>Задача 1. При каком значении параметра k неравенство $x^2 - (4k + 1)x + 4k^2 + 2k - 6 \geq 0$ выполняется для любого x из интервала $(\infty, 5]$?</p> <p>Задача 2. Найти все значения a, при которых множество решений неравенства $x^2 - (2x - 3)a \geq 0$ содержит отрезок $[3;6]$.</p> <p>Задача 3. При каких значениях параметра a множество значений функции $f(x) = ax^2 + x + 1$ содержит отрезок $[-1;1]$.</p> <p>Задача 4. При каких значениях параметра a</p>	<p>способ и средства действий.</p> <p>Формулируют обоснования.</p> <p>Выполняют работу в парах. Фиксируют закономерности. Фиксируют ситуации, удовлетворяющие требованиям условия задачи. Обсуждают в парах и записывают аналитическое задание найденных ситуаций. Записывают решение, вносят коррективы.</p>		<p>высказывать свое предположение.</p> <p>Уметь формулировать промежуточную задачу, определять последовательность промежуточных целей с учетом конечного результата. Планирование, прогнозирование, поиск и выделение необходимой информации.</p> <p>Уметь работать по коллективно составленному плану. Уметь вносить необходимые коррективы в действия после</p>	<p>сверстниками.</p>	<p>современные программные средства. Устанавливать причинно-следственные связи, строить рассуждения выводы. Умение использовать знаково-символические средства. Моделирование.</p>	
---	--	---	--	---	----------------------	--	--

<p><i>Самостоятельная работа</i></p> <p><i>Фронтальное обсуждение результатов, оформление решения.</i></p>	<p>сумма квадратов корней уравнения $x^2 - 2ax + a^2 - a = 0$ больше, чем 12?</p> <p><i>Задача 5.</i> При каком значении параметра a сумма квадратов корней уравнения $x^2 + x\sqrt{a^2 - 4a} - a - 2 = 0$ принимает наименьшее значение? Найти это значение.</p> <p>Корректирует результаты самостоятельной работы и решений, организует запись решения на доске или самопроверку по эталону (в зависимости от степени подготовленности класса).</p>	<p>Выполняют задания самостоятельной работы (задачи открытого банка задач ГИА данного типа).</p>		<p>его завершения на основе его оценки и учета характера ошибок.</p>			
<p><i>Подведение итогов,</i></p>	<p>Предлагает обсудить достигнутые</p>		<p>Умение осуществлять</p>	<p>Умение оценивать</p>			<p>Самооценка</p>

рефлексия	<p>результаты и ответить на вопросы:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Как исследование графика квадратичной функции помогает решать задачи с параметрами? -Когда выбор метода решения определяется в пользу графического? -В чём целесообразность применения «Ветвления корней»? <p>Мотивирует обучающихся к самоанализу деятельности проектированию дальнейшего продвижения изучении материала. Фиксирует выводы.</p>	<p>Обсуждают результаты, отвечают на вопросы.</p> <p>Проводят самоанализ деятельности. Формулируют выводы.</p>	<p>самооценку на основе критерия успешности учебной деятельности.</p>	<p>правильность выполнения действия на уровне адекватной ретроспективной оценки.</p>			
-----------	---	--	---	--	--	--	--

2.3.3. Занятие 3 «Квадратные неравенства. Задачи с параметром»

Предмет: математика.

Класс: 9 класс.

Тема урока: Квадратные неравенства. Задачи с параметром.

Тип урока: комбинированный.

Цели обучения: Формирование знаний и умений решать квадратные неравенства с параметром.

Планируемые результаты обучения:

Личностные:

- логичность мышления;
- умение работать в проблемной ситуации;
- умение планировать, контролировать процесс и результат учебной деятельности;
- инициатива, находчивость, активность при решении математических задач.

Предметные:

- формировать умение решать квадратные неравенства с параметром;
- понимание сути решения задачи с параметрами.

Метапредметные:

- формирование информационной, коммуникативной и учебной компетентности обучающихся;
- умения работать с имеющейся информацией в новой ситуации;
- умение самостоятельно выделять и формулировать познавательную цель;

Техники и технологии: деятельностный подход, проблемное обучение, ИКТ

Конспект урока «Квадратные неравенства. Задачи с параметром»

Этапы урока (время)	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формируемые УУД				Формы оценивания
			Личностные:	Регулятивные:	Коммуникативные:	Познавательные:	
Организационный момент	<p>Работа с журналом. Проверка оборудования.</p> <p>Обращает внимание обучающихся на план урока:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Устная работа. 2. Проверочная работа. 3. Исследовательская работа в группах 4. Решение задач. <p>Учитель: Итак, как говорят в известной телевизионной игре о чемоданах и миллионах: у нас все серьезно, все по-честному. Ответы к задачам урока пока знаю только я, но в отличие от этой игры, результат мы узнаем не угадыванием, а с помощью решения задач, исследования.</p>	Проверка рабочих мест	<p>Планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками – определение целей, функций участников, способов взаимодействия</p> <p>Установление связи между учебной деятельностью и ее мотивом.</p>	<p>Умение прогнозировать свою деятельность.</p> <p>Целеполагание – установление обучающимися связи между целью учебной деятельности и ее мотивом.</p>	<p>Умение с достаточной полнотой и точностью выразить свои мысли в соответствии с задачами и условиями коммуникации.</p> <p>Умение слушать и понимать речь других, оформлять свои мысли в устной и письменной речи, аргументировать своё мнение и</p>	<p>Уметь формулировать информационный запрос.</p>	

					ПОЗИЦИЮ.		
<i>Устная работа</i>	<p>Решите неравенства: (текст задания заготовлен на доске)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $x^2 - 6x + 8 < 0$ 2. $x^2 + 5x + 4 \geq 0$ 3. $(x - 2)^2 > 0$ 4. $(x + 7)^2 \leq 0$ 5. $x^2 + x + 19 < 0$ 6. $x^2 + x + 19 > 0$ 7. $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ <p>Регулирует диалог. Просит дать ответ на задание, предлагая это ученикам из разных групп.</p>	<p>Работа в группах. Проблемный диалог. Задают и отвечают на вопросы.</p>	<p>Умение адекватно реагировать на трудности.</p>	<p>Уметь проговаривать последовательность действий, высказывать свое предположение.</p>	<p>Умение аргументировать свое мнение и позицию.</p>	<p>Уметь ориентироваться в своей системе знаний (отличать новое от уже известного, структурировать знания, преобразовывать информацию из одной формы в другую).</p>	<p>Поощрение</p>

<p><i>Анализ домашней работы (проверочная) работа по домашнему заданию)</i></p>	<p>Каждый ученик на столе имеет лист с заданием (для работы с классом это задание записано на отогнутой доске)</p> <p>№1. Уравнение $x^2 - \alpha x + 1 = 0$ не имеет действительных корней при всех значениях α, удовлетворяющих условию (подчеркни верный ответ)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) $\alpha < 2$; 2) $\alpha > 2$; 3) $\alpha \in (-1; 2)$; 4) $\alpha \in (-2; 0)$; 5) $\alpha < -2$ <p>№2. Найти все значения параметра α, для которых неравенство $x^2 - 2x + \alpha > 0$ выполняется для любых x (подчеркни верный ответ)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) $\alpha < 1$; 2) $\alpha \geq 1$; 3) $\alpha > 1$; 4) $\alpha > -1$; 5) $\alpha < -1$; <p>Контролирует работу в группах. Спрашивает одного из обучающихся на каждое задание. Выделяет верные ответы к заданиям №1 и №2. Корректирует. Оценивает ответ. Помогает скорректировать цели урока. Записывают в тетрадях число и тему урока.</p>	<p>Ученики самостоятельно выполняют задание (индивидуальная работа), затем в группах. Обсуждают</p> <p>Ответ учеников с места (задание № 1 и №2)</p> <p>Можно у доски с выполнением рисунка и подробным ответом с доказательством невозможности других вариантов.</p> <p>Оценивают ответ</p>	<p>Инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации;</p>	<p>Уметь проговаривать последовательность действий, высказывать свое предположение.</p> <p>Уметь формулировать промежуточную задачу, определять последовательность промежуточных целей с учетом конечного результата. Планирование, прогнозирование, поиск и выделение необходимой информации.</p>	<p>Уметь планировать учебное сотрудничество с учителем и сверстниками.</p>	<p>Уметь добывать новые знания, используя современные программные средства. Устанавливать причинно-следственные связи, строить рассуждения выводы. Умение использовать знаково-символические средства. Моделирование.</p>	<p>Взаимопроверка</p>
---	---	--	---	--	--	---	-----------------------

				Уметь работать по коллективно составленному плану. Уметь вносить необходимые коррективы в действия после его завершения на основе его оценки и учета характера ошибок.			
<i>Подготовка к исследовательской работе</i>	Итак, мы решали квадратные неравенства с параметрами, где вопрос был: при каких значениях α ? Решением которых было: любое число или нет решений. Вопрос: Какие решения квадратного неравенства могут быть еще? Обсудите в группах Предлагает одному из обучающихся зарисовать все возможные решения квадратных неравенств на доске. Если он изобразил не все возможные варианты, предлагается это сделать	Работа в группах. Проблемный диалог. Ученик выполняет все рисунки.	Умение осуществлять самооценку на основе критерия успешности учебной деятельности	Умение оценивать правильность выполнения действия на уровне адекватной ретроспективной оценки.			Самооценка

	<p>другому ученику.</p> <p>Учитель корректирует. Оценивает ответ.</p>						
<p><i>Новый материал. (исследовательская работа)</i></p>	<p>На доске: $ax^2 + bx + c \geq 0 \quad a \neq 0$ $ax^2 + bx + c \leq 0 \quad x_1$ и x_2 – корни квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c > 0$ $ax^2 + bx + c < 0$ $ax^2 + bx + c = 0$</p> <p>На доске записаны все виды квадратных неравенств. Мы выяснили, какие могут быть решения в квадратных неравенствах.</p> <p>Вопрос: От каких величин зависит решение квадратного неравенства? Предлагаю таблицу: (заготовлена основа ранее - либо на доске, либо на большом ватмане и заполнять фломастерами).</p> <p>Показывает способ заполнения на примере двух последних строк. (диалог с обучающимися)</p> <p>Каждой из четырех групп дается задание по заполнению таблицы: I группа – первый столбик II группа – второй III группа – третий IV группа – четвертый</p>	<p>Обсуждают. Отвечают. (от a и от $D = b^2 - 4ac$)</p> <p>Заполняют вместе с учителем таблицу.</p> <p>Работа в группах. Обсуждение. Проблемный диалог. Заполнение таблицы</p>	<p>Умение адекватно реагировать на трудности.</p>	<p>Уметь проговаривать последовательность действий, высказывать свое предположение.</p>	<p>Умение аргументировать свое мнение и позицию.</p>	<p>Уметь ориентироваться в своей системе знаний (отличать новое от уже известного, структурировать знания, преобразовывать информацию из одной формы в другую).</p>	<p>Поощрение</p>

	Корректирует работу в группах. Вызывает по одному ученику из каждой группы для заполнения таблицы. Оценивание ответа.	Заполняют таблицу. Слушают. Комментируют и оценивают ответ.					
<i>Закрепление нового материала</i>	Дополнительное задание: Решить неравенство для каждого значения параметра a . $(a + 2)x^2 + 2(a - 4)x + 2a + 8 < 0$ либо (в зависимости от уровня класса) сформулировать конкретные вопросы. (решение – любое число; решение – интервал, не имеет решений) Сообщает верный ответ	Решение индивидуальное, обсуждение в группах Обсуждение в группах.	Умение адекватно реагировать на трудности.	Уметь проговаривать последовательность действий, высказывать свое предположение.	Умение аргументировать свое мнение и позицию.	Уметь ориентироваться в своей системе знаний (отличать новое от уже известного, структурировать знания, преобразовывать информацию из одной формы в другую).	Поощрение
Задание на дом	Полностью заполнить таблицу, осознать ее, выявить связи, закономерности	Записывают домашнее задание, задают вопросы		Формировать умения планировать свою работу		Постановка вопросов	
Итог урока	Какие цели стояли на уроке? Достиг ли каждый из вас цели урока? Фиксирует проблемы для следующего урока. Корректирует и дополняет их.	Участвуют в обсуждении. Обсуждение в группах. Оценивают результат работы каждого	Формировать адекватную самооценку. Смыслообразование,	Оценка-выделение и осознание учащимися того, что уже	Формулировать собственное мнение и аргументиро	Формулировать познавательную цель. Рефлексия	

		обучающегося в группе, ставят задачи на следующий урок.	формирование положительного отношения к процессу познания	усвоено и что еще подлежит усвоению.	вать его.	способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности.	
--	--	---	---	--------------------------------------	-----------	---	--

2.3. Описание экспериментальной работы по внедрению разработанного факультатива

После составления программы факультативного курса «Задачи с параметром» и методических рекомендаций по ее реализации была проведена апробация занятий курса, а также проведен констатирующий этап эксперимента, целью которого было диагностирование уровня сформированности логического мышления обучающихся.

Апробация и эксперимент данного курса проводились на базе МБОУ «Каратузская СОШ». Для осуществления эксперимента была определена экспериментальная группа 9 «А» класса (12 человек). Мы не брали разные классы, так как размеры школы не позволяли провести сравнительный эксперимент на контрольной и экспериментальной группах.

В экспериментальный класс был внедрен факультативный курс «Задачи с параметром». В результате апробации факультативный курс был проведен практически полностью. Провели 28 занятий. Занятия по каждой из тем содержали определенное количество информации, необходимой для изучения темы, и различные задания, представленные в разной форме и различных уровнях сложности. Занятия проводились после уроков.

На контрольном этапе определим эффективность разработанного факультативного курса. На основе констатирующей и формирующей части эксперимента нами была выдвинута цель контрольного эксперимента: сравнить уровни сформированности логического мышления с помощью знаний по теме: «Задачи с параметром», сделать выводы.

С обучающимися экспериментальной группы был проведен диагностический срез по тем же методикам, что и на констатирующем этапе эксперимента, с изменением условия заданий. Учеников мы не предупреждали о наших экспериментах, морально они никак не готовились.

Итак, в результате мы получили следующие данные, что представлены в таблицах 10 и 13.

Подсчет результатов диагностирования уровня развития логического мышления школьников после проведения факультативного курса
(экспериментальная группа)

	№ задания	Результаты обучающихся											
		Б. А.	Б. Л.	Б. А.	В. В.	Г. А.	Г. С.	З. К.	К. Е.	Л. Е.	Л. Л.	Н. П.	О. Е.
Методика 1 Адаптированная методика Г. Айзенка	1	4	4	3	4	5	3	4	3	4	5	3	5
	2	5	4	5	3	4	4	5	4	3	4	5	5
	3	5	3	4	4	5	4	5	3	4	3	5	4
Методика 2 «Определение понятий»	1	4	5	4	4	5	4	5	3	4	5	5	3
	2	5	3	3	4	5	3	5	3	4	3	4	5
	3	5	4	3	4	3	4	5	5	3	5	4	3
Методика 3 «Исключение понятий»	1	5	4	4	3	4	3	4	3	5	3	4	3
	2	4	3	3	3	5	4	3	3	3	5	4	3
	3	4	4	5	3	4	3	5	3	3	5	4	3

Беря во внимание эти результаты, мы можем судить об уровне сформированности критериев во всем классе. Если учесть, что в классе МБОУ «Каратузская средняя общеобразовательная школа» проходит обучение 12 человек, и по каждому критерию, кроме классификации, было по 2 задания, то максимальный балл (МАХ), за каждый полученный классом

критерий кроме классификации, будет равен 120 баллам, а за критерий «Классификация» максимальный балл класса равен 60.

Отсюда следует, что для каждого из критериев анализ, синтез, сравнение и обобщение:

Таблица 11

Оценочная шкала

Уровень	Баллы	%
Высокий	от 97 до 120	81% - 100%
Средний	от 61 до 96	51% - 80%
Низкий	ниже 60	0% - 50%

А для критерия «Классификация», где максимально возможен балл 60, следует промежуток:

Таблица 12

Оценочная шкала

Уровень	Баллы	%
Высокий	от 49 до 60	81% - 100%
Средний	от 31 до 48	51% - 80%
Низкий	ниже 30	0% - 50%

Теперь мы соотнесем полученные обучающимися баллы с проверяемыми критериями и получим уровни развития класса по каждому из критериев.

Результаты проверки диагностирования уровня развития логического мышления школьников после проведения факультативного курса в соответствии с выведенными критериями на основе проведенных методик

Критерии сформированности	задание	Баллы класса за выполненные задания по критериям												сумма	от % максимально возможного	Уровень
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12			
Анализ	Методика 1, з 2	5	4	5	3	4	4	5	4	3	4	5	5	98	82%	в
	Методика 2, з 2	5	3	3	4	5	3	5	3	4	3	4	5			
Синтез	Методика 2, з 3	5	4	3	4	3	4	5	5	3	5	4	3	91	76%	с
	Методика 3, з 2	4	3	3	3	5	4	3	3	3	5	4	3			
Сравнение	Методика 1, з 1	4	4	3	4	5	3	4	3	4	5	3	5	98	82%	в
	Методика 2, з 1	4	5	4	4	5	4	5	3	4	5	5	3			
Обобщение	Методика 1, з 3	5	3	4	4	5	4	5	3	4	3	5	4	94	78%	с
	Методика 3, з 1	5	4	4	3	4	3	4	3	5	3	4	3			
Классификация	Методика 3, з 3	4	4	5	3	4	3	5	3	3	5	4	3	46	77%	с

Исходя из данных таблицы мы видим, что уровень сформированности логического мышления школьников стал выше, по каждому из критериев, и развит теперь на высоком и среднем уровнях. Причем на высшей границе среднего уровня.

Для большей наглядности результаты диагностики представлены в диаграмме (рис. 6).

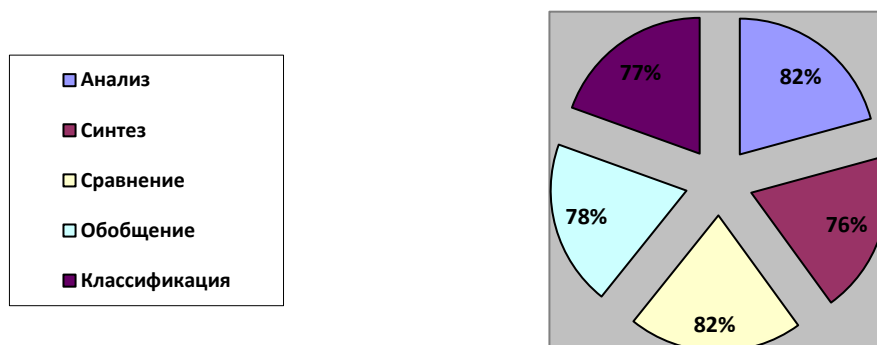


Рисунок 6. График сформированности логического мышления у проверяемой группы обучающихся после проведения факультативного курса относительно выделенных критериев

Таким образом, на основе опытно-экспериментального исследования можно сделать вывод, что факультативного курс «Задачи с параметром» значительно повысил уровень логического мышления школьников экспериментального класса.

На основе анализа результатов данных методик: Адаптированной методике Г. Айзенка, методике «Определение понятий», «Исключение понятий» выявлено, что в экспериментальной группе после реализованного факультативного курса в 9 «А» классе показатели увеличились, в среднем на 20%.

Сравнительные результаты экспериментальной группы представлены на рисунке (Рис. 7).

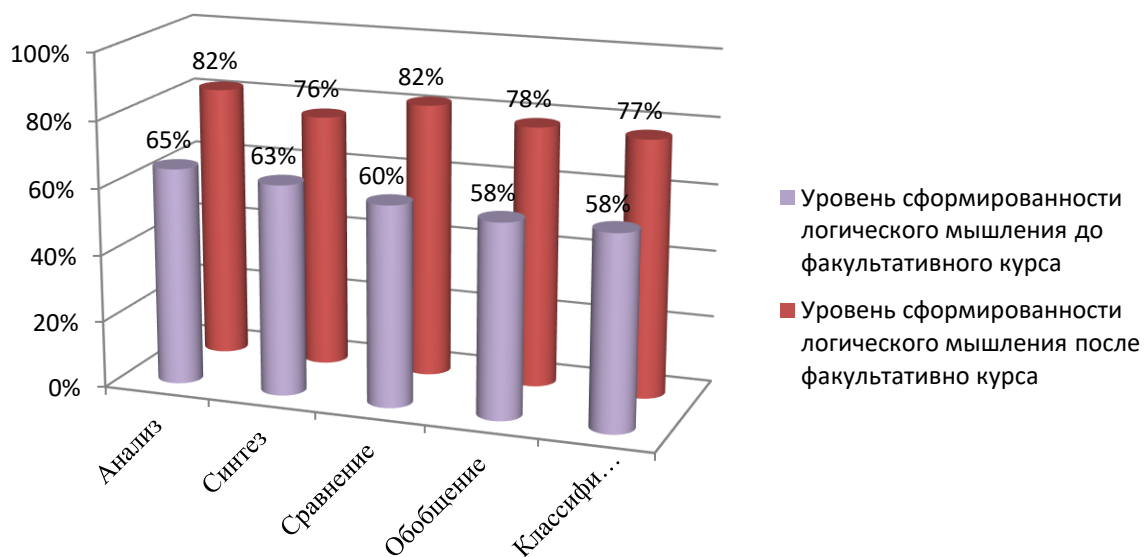


Рисунок 7. Динамика изменения уровня сформированности развития логического мышления после проведения факультативного курса

Таким образом, можно сделать вывод, что факультативный курс «Задачи с параметром» положительно повлиял на повышение уровня развития логического мышления обучающихся, как на важную составляющую необходимых для обучения качеств.

Выводы по главе 2

На основе анализа психолого-педагогической литературы по теме исследования были рассмотрены теоретико-методические аспекты проблемы формирования логического мышления в ходе проведения уроков математики и составлена программа опытно-экспериментальной части исследования.

Опытно-экспериментальная работа велась на базе Муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения «Каратузская средняя общеобразовательная школа».

После проведения всех методик были получены результаты, представленные по каждой из методик.

Исходя из данных, мы видим, что уровень сформированности логического мышления школьников, по каждому из критериев, был развит на среднем уровне. Причем, на нижней границы среднего уровня.

В рамках осуществления учебной работы были разработаны занятия факультативного курса, содержание которых представлено в пункте 2.2. Задачей исследования являлось провести анализ сформированности уровня логического мышления обучающихся после разработки занятий. По результатам проведенных занятий, мы видим, что уровень развития логического мышления вырос, в среднем, на 20%, и стал на высоком и выше среднего уровнях.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Логическое мышление – это вид мышления, который осуществляется посредством логических операций с понятиями. Это отражение общих связей и отношений, существующих между предметами и явлениями в окружающем мире. В качестве форм абстрактно-логического мышления выступают: понятие, суждение, умозаключение.

Систематическое и непрерывное развитие логического мышления должно быть неотъемлемой частью урока, в котором каждый ученик должен принимать участие в процессе решения не только стандартных задач, но и задач развивающего характера (активно или пассивно).

Очень важно, чтобы учитель математики и школьный учебник демонстрировали неподдельные образцы логического мышления. Ведь обучающиеся в своей умственной деятельности, естественно и активно, подражают учителю и учебнику. И если учитель позволяет себе ошибаться в логике изложения своих мыслей, в обосновании поставленных перед обучающимися задач, то конечно, трудно ожидать от них высокой культуры мышления и интеллектуального развития.

Рассмотрение теоретических основ развития логического мышления школьников в процессе учебной деятельности по математике позволило нам сделать следующие выводы. Школьные годы являются чувствительным этапом для формирования познавательно-логического отношения к жизни, а также формирования навыков учебной деятельности, организации в повседневном жизненном цикле и развития логического мышления. Логическое мышление является центром развития в школьном возрасте.

Основная задача образовательных стандартов третьего поколения – конкретизировать требования к обучающимся. Математическое образование является неотъемлемой частью любого полноценного образования. Предмет Математика – один из основных предметов в школе. Логическое мышление – это основной процесс, который является результатом скрупулезного анализа и тщательной рефлексии.

Были выделены следующие компоненты логического мышления: анализ, синтез, сравнение, обобщение, классификация, суждение, умозаключение.

В качестве основных методов развития логического мышления в школе обучающихся 9-х классов на уроках математики были выделены: логические игры, логические задания, творческие задания.

В ходе эксперимента по определению текущего уровня была подтверждена гипотеза о том, что развитие логического мышления обучающихся 9-х классов зависит от вышеописанных умений и находится на среднем уровне развития.

На следующем этапе опытно-экспериментальной работы был разработан Факультативный курс «Задачи с параметром» - программа учебной деятельности школьников, целью которой было развитие логического мышления школьников.

Разработанный факультативный курс «Задачи с параметром» значительно повысил уровень логического мышления школьников на уроках математики старших школьников экспериментального класса.

В результате можно сделать вывод, что предложенная гипотеза подтвердилась. К сожалению, из-за нехватки времени не удалось завершить все занятия разработанного факультативного курса полностью. Но, как показали результаты курса, этот курс будет способствовать развитию логического мышления, повышению качества математической подготовки обучающихся. Поэтому данный курс является полным и эффективным для его реализации в 9-х классах образовательных учреждений. Таким образом, все поставленные задачи были решены, цель исследования достигнута.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Амелькин В.В. Задачник с параметрами [Текст] / В.В. Амелькин, В.А. Рябцевич.- Минск.: Асар, 2002.
2. Байбородова Л.В. Педагогическое сопровождение учебной деятельности / Л.В. Байбородова, Е.В. Широкова // Ярославский педагогический вестник. – 2016. - №3. – С. 36 – 42.
3. Байрамукова П.У. Методика обучения математике в начальных классах: курс лекций [Текст] / П.У. Байрамукова, А.У. Уртенowa. - Ростов-н/Д: Феникс, 2009. - 299 с.
4. Белошистая А.В. Методика обучения математике в начальной школе [Текст]. Учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности «Педагогика и методика начального образования» / А.В. Белошистая. - М.: Гуманитарный издательский центр ВЛАДОС, 2007. - 455 с.: .
5. Беседы с учителем. Методика обучения в школе./ Под ред. Л.Е. Журовой. – 2-е изд., перераб, и доп.- М. Вентана – Графф, 2002.
6. Болотова А.А. Формирование универсальных учебных действий учащихся младших классов посредством интеграции урочной и учебной деятельности [Текст] / А.А. Болотова // От общеучебных умений к универсальным учебным действиям: материалы вторых областных педагогических чтений, Вологда, 30 марта 2011 г. – Вологда: ВПК, 2011. – С. 99 - 101.
7. Брушлинский А.В., Тихомиров О.К. О тенденциях развития современной психологии мышления // Национальный психологический журнал – 2013. - №2(10 – с.10-16.
8. Вечтомов Е.М. Решение логических задач как основа развития мышления [Текст] / Е.М. Вечтомов, Я.В. Петухова // Концепт. - №8. – С. 11 – 25.

9. Выготский Л.С. Вопросы детской психологии [Текст]/ Л.С. Выготский. – СПб.: Издательство «Союз», 1997. – 224 с.
10. Гамезо М.В. Атлас по психологии [Текст]: Информационно-методическое пособие по курсу «Психология человека» / М.В. Гамезо, И.А. Домашенко. – М.: Педагогическое общество России, 2004. – 276 с.
11. Гамезо М.В. Возрастная и педагогическая психология [Текст]: Учебное пособие для студентов всех специальностей педагогических вузов/ М.В. Гамезо, Е.А. Петрова, Л.М. Орлова. – М.: Педагогическое общество России, 2003. – 512 с.
12. Гончарова О. С. Развитие логического мышления на уроках математики в старших классах // Молодой ученый. — 2012. — №10. — С. 329-331. — Электронный ресурс. URL <https://moluch.ru/archive/45/5505/> (дата обращения: 24.05.2020)
13. Дерябина Е.А. Возрастная психология [Текст] / Е.А. Дерябина, В.И. Фадеев, М.В. Фадеева. - Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018. - 158 с.
14. Дик Н.Ф. 1000 олимпиадных заданий по математике в начальной школе [Текст] / Н.Ф. Дик. – Ростов-н/Д: Феникс, 2009. - 287 с.
15. Доленко И.А. Логическое мышление [Электронный ресурс] / И.А. Доленко. — Электрон. текстовые дан. — URL: <https://nsportal.ru/nachalnaya-shkola/obshchepedagogicheskie-tekhnologii/2016/05/30/logicheskoe-myshlenie> (дата обращения: 30.05.2020)
16. Дубровина И.В. Возрастная и педагогическая психология [Текст] / И.В. Дубровина, А.М. Прихожан. - М.: Академия, 2003. - 368 с.
17. Загородных К.А. Формирование компонентов учебной деятельности при обучении школьников математике [Текст]. Методические рекомендации для учителей начальной школы / К.А. Загородных. - Омск: Издательство ОмГУ, 2004. - 20 с.

18. Зайцева С.А. Методика обучения математике в начальной школе [Текст] / С.А. Зайцева, И.Б. Румянцева, И.И. Целищева. - М.: Гуманитарный издательский центр ВЛАДОС, 2008. - 192 с.
19. Зимняя И.А. Педагогическая психология [Текст]. Учебное пособие / И.А. Зимняя. – М.: Академия, 2000. - 384 с.
20. Ивин А.А. Логика: Учеб. пособие для студентов вузов /А.А. Ивин. — М: Мир и Образование, 2008. — 336с.
21. Истомина Н.Б. Методика обучения математике в школе /Н.Б. Истомина. — Москва: Академия, 2001. — 288с.
22. Каирова Л.А. Методика преподавания математики в начальных классах [Текст] / Л.А. Каирова, Ю.С. Заяц. - Барнаул: АлтГПА, 2011. - 82 с.
23. Канин Е.С. Логические задачи [Текст] / Е.С. Канин // Математика для школьников. – 2011. – № 3. – С. 17 – 30.
24. Катуржевская О.В. Методика преподавания математики [Текст] / О.В. Катуржевская. - Армавир: РИО АГПУ, 2016. - 140 с.
25. Колесникова Т.А. Внеурочная деятельность как средство социального воспитания младшего школьника [Текст] / Т.А. Колесникова // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. – 2012. - №1. – С. 29 – 30.
26. Комиссарова А.Ю. Формирование познавательной деятельности школьников через систему внеклассной работы по математике [Текст] / А.Ю. Комиссарова // Концепт. – 2014. - №11. – С. 1 – 5.
27. Кузнецов С.А. Большой толковый словарь русского языка / С. А. Кузнецов. - М.: СПб: Норинт, 2013. - 242 с.
28. Кулагина И. Ю., Колюцкий В. Н. Возрастная психология: Полный жизненный цикл развития человека. Учебное пособие для студентов высших учебных заведений. — М.: Сфера, 2001. -464с.
29. Левитов Н.Д. Психологические особенности школьников /Н.Д. Левитов. — Москва: Просвящение, 2012. — с. 175

30. Марциковская Д.И. Психология развития [Текст] / Д.И. Марциковская.- М.: Академия, 2001
31. Мерлина Н.И. Игровое моделирование во учебной деятельности по математике [Текст] / Н.И. Мерлина, Н.В. Сушенцова // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2012. - №4 (1). – С. 57 – 61.
32. Мещеряков Б.Г. Большой психологический словарь [Текст] / Б.Г. Мещеряков, В.П. Зинченко. – М.: Академия, 2002. – 632 с.
33. Морозов Е.А. Организация учебной самостоятельной деятельности по математике [Текст] / Е.А. Морозов, А.В. Морозова, А.В. Новоселов // Проблемы современного образования. – 2015. - №3. - С. 97 – 107.
34. Морозова Е. В. Проблемы формирования готовности школьников к развитию рефлексии логического мышления // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2013. – № 11 (ноябрь). – С. 126–130. – [Электронный ресурс]. - URL: <http://e-koncept.ru/2013/13238.htm> (дата обращения 14.09.2020).
35. Немов Р.С. Психология [Текст]: Словарь-справочник: В 2 ч. Ч. 1 / Р.С. Немов. – М.: Издательство ВЛАДОС-ПРЕСС, 2003. – 304 с.
36. Немов Р.С. Психология [Текст]: Учебник для студ. пед. учеб. заведений: В 3 кн. Кн. 1: Общие основы психологии/ Р.С. Немов. – М.: Гуманитарный издательский центр ВЛАДОС, 2001. – 688 с.
37. Несмачная И.А. Тест, направленный на выявление уровней развития логического мышления школьников [Электронный ресурс]. – URL: <https://infourok.ru/test-po-matematike-na-temu-testnapravlenniy-na-viyavlenie-urovney-razvitiya-logicheskogo-mishleniya-mladshihshkolnikov-248138.html> (дата обращения 13.07.2020)
38. Нефедьева М.А. Решение логических задач как способ развития креативного мышления [Текст] / М.А. Нефедьева // Педагогический ИМИДЖ. – 2017. - №1 (34). – С. 78 – 82.

39. Общая психология [Текст]: Учебник/ Под ред. Р.Х. Тугушева, Е.И. Гарбера. – М.: Эксмо, 2006. – 560 с.
40. Ончукова Л.В. Логические задачи в школьном курсе математики [Текст] / Л.В. Ончукова // Концепт. – 2012. – №12. – С. 1 – 13.
41. Першина Е.Ю. Использование исторического материала на уроках математики в аспекте требований ФГОС [Текст] / Е.Ю. Першина // Инновационная наука. – 2016. - №4. – С. 243 – 244.
42. Психология. Словарь [Текст]/ Под общ. ред. А.В. Петровского, М.Г. Ярошевского. – М.: Политиздат, 1990. – 494 с.
43. Пчелинцева Т.С. О учебной деятельности в образовательных учреждениях [Текст] / Т.С. Пчелинцева // Вестник науки Тольяттинского государственного университета. Серия: Педагогика, психология. – 2016 - №3 (26). – С. 53 – 57.
44. Рубинштейн, С.Л. Основы общей психологии [Текст] / С.Л. Рубинштейн. – СПб.: Питер, 2000. – 592 с.
45. Ручкина, В.П. Курс лекций по теории и технологии обучения математике в начальных классах [Текст] / В.П. Ручкина. - Екатеринбург: Уральский государственный педагогический университет, 2016. - 313 с.
46. Сандалова Н.Н. Педагогические условия формирования исследовательских умений у школьников в урочной и учебной деятельности [Текст]. Дис. ... канд. педагог. наук / Н.Н. Сандалова. – Уфа, 2016. – 229 с.
47. Седакова В.И. Организация учебной деятельности по математике в условиях перехода на новые ФГОС общего образования [Текст] / В.И. Седакова // Символ науки. – 2016. - №3. – С. 128 – 130.
48. Сейдняязова Н.В. Внеурочная деятельность как средство достижения личностных результатов в начальном звене обучения [Текст] / Н.В. Сейдняязова, Л.А. Серикова // Историческая и социально-образовательная мысль. – 2012. - №6 (16). – С. 123 – 126.

49. Смирнова А. С., Левицкая Л. В. Особенности развития мышления в школьном возрасте // Молодой ученый. — 2016. — №11. — С. 1783-1785. — [Электронный ресурс]. — URL: <https://moluch.ru/archive/115/31154/> (дата обращения: 10.05.2020).
50. Советская энциклопедия [Текст]: Популярная художественная энциклопедия. — М.: Просвещение, 1986. — 476с.
51. Солодухин С.И. Развитие логического мышления на уроках математики [Электронный ресурс] / С.И. Солодухин. — Электрон. текстовые дан. — URL: <https://infourok.ru/stati-razvitie-logicheskogo-mishleniya-na-urokah-matematiki-1491858.html> (дата обращения: 24.05.2020).
52. Степанова О. А. Игровая школа мышления [Текст]: методическое пособие / О.А. Степанова. - М.: Сфера, 2003. — 128 с.
53. Стойлова Л.П. Математика: Учебник для студентов высших педагогических учебных заведений /Л.П. Стойлова. — М: Академия, 2002. — 424с.
54. Столяренко Л.Д. Педагогическая психология [Текст] / Л.Д. Столяренко. — Ростов-н/Д: Феникс, 2003. — 544 с.
55. Ступницкий В.П. Психология: Учебник для бакалавров /В.П. Ступницкий, О.И. Щербакова. — Москва: Дашков и К, 2013. — 520с.
56. Тайлакова Е.В. Формы организации учебной деятельности по математике в начальных классах [Текст] / Е.В. Тайлакова, С.Б. Носова // Педагогика: традиции и инновации: материалы IX Междунар. науч. конф. (г. Казань, январь 2018 г.). - Казань: Бук, 2018. - С. 51 - 53.
57. Тихомиров О.К. Психология мышления: Учебное пособие /О.К. Тихомиров. — М: Изд-во Моск. ун-та, 1984. — 272с.
58. Узнадзе Д.Н. Общая психология [Текст] / Д.Н. Узнадзе; Пер. с грузинского Е.Ш. Чомахидзе; Под ред. И.В. Имедадзе. — М.: Смысл; СПб.: Питер, 2004. — 413 с.: ил.

59. Федеральный государственный образовательный стандарт начального общего образования (ФГОС НОО) [Электронный ресурс]. – URL: <http://минобрнауки.рф/> (дата обращения 9.09.2020)
60. Хайруллина Р.Х. Внеклассная работа по математике [Текст] / Р.Х. Хайруллина // Инновационная наука. – 2017. - №03-2. – С. 27 – 28.
61. Что такое логика [Электронный ресурс] /. — Электрон. текстовые дан. — URL: <https://4brain.ru/logika/> (дата обращения 23.04.2020).
62. [Электронный ресурс]. - URL: <http://kladraz.ru/blogs/natalja-aleksandrovna-shapochnikova/formirovanie-logicheskogo-myshlenija-mladshih-shkolnikov.html> (дата обращения: 10.07.2020).
63. [Электронный ресурс]. - URL: <http://edu7.edusite.ru/DswMedia/gosudarstvennyiystandartobshaegoobrazovaniya.pdf> (дата обращения 20.06.2020).
64. [Электронный ресурс]. - URL: <https://fgos.ru/> (дата обращения 20.06.2020).

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение А

Факультативный курс «Задачи с параметром»

Пояснительная записка.

Задачи с параметром традиционно представляют для обучающихся сложность в логическом, техническом и психологическом плане. Однако именно решение таких задач открывает перед обучающимися большое число эвристических приемов общего характера, применяемых в исследованиях на любом математическом материале. Эти задачи играют важную роль в формировании логического мышления и математической культуры обучающихся. Кроме того, задачи с параметром обладают высокой диагностической и прогностической ценностью.

Важность понятия параметра связано с тем, что, как правило, именно в терминах параметров происходит описание свойств математических объектов: функций, уравнений, неравенств. Под параметрами мы понимаем входящие в алгебраические выражения величины, численные значения которых явно не заданы, однако считаются принадлежащими определенным числовым множествам.

Решение задач с параметрами требует исследования, даже если это слово не упомянуто в формулировке задачи. Недостаточно механического применения формул, необходимо понимание закономерностей, наличие навыка анализа конкретного случая на основе известных общих свойств объекта, системность и последовательность в решении, умение объединить рассматриваемые частные случаи в единый результат. Этим обусловлены трудности, возникающие у обучающихся при решении таких задач, и этим же объясняется включение задач с параметрами в экзаменационные работы в школе и на вступительных экзаменах в вузы.

Таким образом, очевидна необходимость отработки приемов решения различных задач с параметрами.

Целью курса является создание условий для расширения знаний по решению текстовых задач с параметрами, а также развитие уровня сформированности логического мышления.

Данный курс может иметь существенное образовательное значение для изучения математики. Он призван способствовать решению следующих задач:

- повышению уровня понимания и практической подготовки в таких вопросах, как:
 - а) решение и исследование линейных, квадратных уравнений содержащих параметр;
 - б) расширение знаний обучающихся по решению и исследованию текстовых задач с параметрами;
- через решение и исследование задач с параметрами формированию устойчивого интереса к предмету, развитию математических способностей.

Основные формы организации учебных занятий: лекция, объяснение, практическая работа, семинар.

Для стимулирования положительного отношения к занятиям применяются методы и приемы:

- создание на занятиях ситуации занимательности (формулировки задач)
- использование сравнений и аналогий;
- организация дискуссий, создание проблемных ситуаций
- создание ситуации успеха путем оказания дифференцированной помощи.

Приложение к факультативному курсу содержит некоторый набор уравнений и текстовых задач с параметрами, которые можно использовать для практических и семинарских занятий, для организации контроля в виде самостоятельных и контрольных работ.

Календарно–тематическое планирование по факультативному курсу
«Задачи с параметром»

№	Наименование раздела, темы	количество часов		
		всего	Теория	практика
Основные понятия. Уравнения с параметром (8 часов)				
1	Определение параметра. Примеры решения уравнений с параметром.	3	1	2
2	Приемы решения рациональных уравнений с параметром.	3	1	2
3	Систематизация задач по типу ограничений, накладываемых на параметр.	2	1	1
Неравенства с параметром (6 часов)				
4	Примеры решения неравенств с параметром.	2	1	1
5	Приемы решения рациональных неравенств с параметром.	2	1	1
6	<i>Проверочная работа № 1</i> <i>по теме «Основные понятия. Уравнения и неравенства с параметром»</i>	2		2
Графическая интерпретация задач с параметром (14 часов)				
7 – 8	Построение графического образа на координатной плоскости (xOy).	4	1	3

9 – 10	Построение графического образа на плоскости (xOa).	4	1	3
11 – 12	Сочетание графического и алгебраического методов решения уравнений. Сравнительный анализ аналитического, функционально–графического способов при решении уравнений и неравенств с параметром.	4	1	3
13	<u>Проверочная работа № 2</u> <i>по теме «Графическая интерпретация задач с параметром»</i>	2		2
Задачи с параметром (7 часов)				
14 – 15	Приемы решения систем рациональных уравнений, неравенств с параметром.	2	0,5	1,5
16 – 17	Приемы решения систем иррациональных уравнений, неравенств с параметром.	2	0,5	1,5
18 – 19	Приемы решения тригонометрических уравнений, неравенств и систем с параметром.	2	0,5	1,5
26	<u>Проверочная работа № 3</u> <i>по теме «Задачи с параметром»</i>	2		2

Содержание курса.

1. Основные понятия. Уравнения с параметром. (8 часов)

Определение параметра. Примеры решения уравнений с параметром. Знакомство со способами решения уравнений с параметром (аналитическим, функциональным и функционально–графическим), рассмотрение общих схем и закономерностей в поиске решений. Систематизация задач по типу ограничений, накладываемых на параметр.

2. Неравенства с параметром. (6 часов)

Примеры решения неравенств с параметром. Знакомство со способами решения неравенств с параметром (аналитическим, функциональным и функционально–графическим), рассмотрение общих схем и закономерностей в поиске решений.

3. Графическая интерпретация задач с параметром. (14 часов)

Построение графического образа на координатной плоскости (xOy) и на плоскости ($xO\alpha$). Сочетание графического и алгебраического методов решения уравнений. Сравнительный анализ аналитического, функционально–графического способов при решении уравнений и неравенств с параметром.

4. Задачи с параметром. (7 часа)

Приемы решения рациональных, иррациональных, тригонометрических, показательных и логарифмических уравнений, неравенств и систем с параметром. Рассмотрение уравнений и неравенств, содержащих различные функции. Выбор оптимального метода решения.

В результате изучения курса обучающиеся должны:

Обучающиеся должны знать:

- понятие параметра;
- алгоритмы решений задач с параметрами;
- зависимость количества решений неравенств, уравнений и их систем от значений параметра;
- свойства решений уравнений, неравенств и их систем;
- свойства функций в задачах с параметрами.

Обучающиеся должны уметь:

- решать уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств с параметрами;
- применять стандартные задачи с квадратным трехчленом (расположение точек относительно корней) к решению более сложных параметрических задач;
- использовать свойства функций и их графиков при решении задач с параметром.

Формы контроля.

В ходе обучения проводятся самостоятельные работы, на которых обучающиеся выступают субъектами оценивания. Контроль проводится через самоанализ, самооценку, взаимооценку выполненных заданий.

2. Методические рекомендации

Занятие 16, 17. Тема: Приемы решения систем иррациональных уравнений и неравенств с параметром.

Цель:

- создание условий для овладения опытом решения задач с параметром из КИМов ОГЭ и ЕГЭ;
- создание условий для приобретения практических навыков в решении иррациональных неравенств с параметром;
- развитие логического мышления, математической речи, навыков самостоятельной работы, самоконтроля;
- воспитание познавательного интереса, творческих способностей, ответственного отношения.

Структура занятия: актуализация знаний (3 мин.), объявление темы и целей занятия (2 мин.), объяснение нового материала (13 мин.), выполнение заданий на закрепление новой темы (22 мин.), пояснение домашнего задания (2 мин.), подведение итогов занятия (3 мин.).

Комментарий к занятию.

В начале занятия полезно повторить: 1) определение параметр; 2) задачи с параметром; 3) иррациональные уравнения.

Учитель активизирует внимание обучающихся в беседе про методы решения иррациональных уравнений и предлагает обучающимся ответить на теоритические вопросы группам по предложенным карточкам, в порядке очереди.

Учитель фиксирует правильность ответов, активность в группах и между группами. Вопросы на карточках направлены на повторение тех теоритических знаний, которые потребуются для решения основного задания урока.

Далее объявляется тема и цели занятия.

При решении иррациональных уравнений с параметром пользуются общими формулами. Пусть f и q – некоторые функции, $R \in N$, тогда:

$$1) \sqrt[2\kappa]{f} \sqrt[2\kappa]{q} = \sqrt[2\kappa]{fq}, f \geq 0; q \geq 0.$$

$$2) \frac{\sqrt[2\kappa]{f}}{\sqrt[2\kappa]{q}} = \sqrt[2\kappa]{\frac{f}{q}}, q \geq 0; q > 0.$$

$$3) |f| \sqrt[2\kappa]{q} = \sqrt[2\kappa]{f^{2\kappa}q}, q \geq 0.$$

$$4) \sqrt[2\kappa]{\frac{f}{q}} = \frac{\sqrt[2\kappa]{|f|}}{\sqrt[2\kappa]{|q|}}, \frac{f}{q} \geq 0, q \neq 0.$$

$$5) \sqrt[2\kappa]{fq} = \sqrt[2\kappa]{|f|} \sqrt[2\kappa]{|q|}, f q \geq 0.$$

Применяя эти формулы нужно иметь в виду, что ОДЗ левой и правой частей каждой из них могут быть различными. Для каждой формулы ОДЗ правой части может быть шире ОДЗ левой.

Отсюда следует, что преобразования уравнения с формальным использованием формул «слева-направо» приводят к уравнению, являющемуся следствием исходного. В этом случае могут появиться посторонние корни уравнения.

Преобразование уравнений с формальным использованием данных формул «справа-налево» недопустимы, т.к. возможно сужение ОДЗ исходного уравнения, а следовательно, и потеря корней.

Уравнение вида $\sqrt[2\kappa]{f(x)} = q(x), \kappa \in N$ равносильно системе:

$$\begin{cases} q(x) \geq 0, \\ f(x) = q^{2\kappa}(x) \end{cases}$$

Задание 1.

Решите уравнение $\sqrt{x^2 + ax - 2a} = x + 1$.

Решение.

Заданное уравнение равносильно системе:

$$\begin{cases} x \geq -1, \\ x^2 + \alpha x - 2\alpha = x^2 + 2x + 1, \end{cases}$$

Проведя тождественные преобразования во втором уравнении, получим:

$$\begin{cases} x \geq -1, \\ (\alpha - 2)x = 1 + 2\alpha, \end{cases}$$

Тогда, очевидно:

$$\begin{cases} x \geq -1, \\ x = \frac{1 + 2\alpha}{\alpha - 2}, \\ \alpha \neq 2. \end{cases}$$

Находим значения α , при которых $\frac{1+2\alpha}{\alpha-2} > -1 \iff \alpha \in (-\infty; \frac{1}{3}] \cup (2; \infty)$

Ответ: $\alpha \in (-\infty; \frac{1}{3}] \cup (2; \infty)$

Задание 2.

Решите уравнение $\sqrt{x - \alpha} = 2x - 1$.

Решение.

Заданное уравнение равносильно системе:

$$\begin{cases} x - \alpha \geq 0, \\ 2x - 1 \geq 0, \\ x - \alpha = (2x - 1)^2 \end{cases}$$

Проведя преобразования, получим:

$$\begin{cases} x \geq \alpha, \\ x \geq \frac{1}{2}, \\ 4x^2 - 5x + \alpha + 1 = 0 \end{cases}$$

Отсюда находим x_1 и x_2 :

$$x_1 = \frac{5 + \sqrt{9 - 16\alpha}}{8}, x_2 = \frac{5 - \sqrt{9 - 16\alpha}}{8}$$

x_1, x_2 являются действительными числами при $\alpha \leq \frac{9}{16}$. При значениях $\alpha \geq \frac{9}{16}$ решений нет.

Удовлетворим неравенства $x \geq \alpha$ и $x \geq \frac{1}{2}$.

$$a) x_1 = \frac{5 + \sqrt{9 - 16\alpha}}{8} \geq \frac{1}{2}$$

Подставляем и получаем:

$$5 + \sqrt{9 - 16\alpha} \geq -1$$

$$\frac{5 + \sqrt{9 - 16\alpha}}{8} \geq \alpha$$

$$\sqrt{9 - 16\alpha} \geq 8\alpha - 5$$

Если $\alpha \leq \frac{9}{16}$, то $8\alpha - 5 < 0$ и неравенство $\sqrt{9 - 16\alpha} \geq 8\alpha - 5$ справедливо при всех допустимых α .

$$b) x_2 = \frac{5 - \sqrt{9 - 16\alpha}}{8} \geq \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{9 - 16\alpha} \leq 1, \alpha \geq \frac{1}{2}, (\alpha \leq \frac{9}{16})$$

Следовательно, x_2 является решением исходного уравнения при $\frac{1}{2} \leq \alpha \leq \frac{9}{16}$

Ответ: $\frac{5 - \sqrt{9 - 16\alpha}}{8}$, если $\alpha \leq \frac{1}{2}$; $\frac{5 \pm \sqrt{9 - 16\alpha}}{8}$, если $\frac{1}{2} \leq \alpha \leq \frac{9}{16}$; нет решений, если $\alpha > \frac{9}{16}$.

Задание 3.

Решите уравнение $(x - 1)\sqrt{x - \alpha} = 0$

Решение.

ОДЗ: $x - \alpha \geq 0, x \geq \alpha$

$$x_1 = 1, x_2 = \alpha$$

Если $\alpha = 1, x_1 = x_2 = 1$.

Если $\alpha < 1$, то $x_1 = 1$ удовлетворяет условию ОДЗ $x \geq \alpha$, т.е. является корнем уравнения.

Если $\alpha > 1$, то $x_1 = 1$ не удовлетворяет условию $x \geq \alpha$, т.е. является посторонним корнем.

Ответ: 1) если $\alpha < 1$, то $x_1 = 1, x_2 = \alpha$; 2) если $\alpha \geq 1$, то $x = \alpha$.

Задание 4.

При каких a уравнение $(\sqrt{x} - 2)(x - a) = 0$ имеет один корень?

Решение.

$$x_1 = 4, x_2 = a$$

Корень будет единственным, если $a = 4$; если одно из двух значений (4 и a) является посторонним корнем, а именно $x = a$. Это произойдет при условии, что $x = a$ не входит в область определения уравнения $x \geq 0$, т.е. при $x < 0$

Ответ: $a = 4$ или $a < 0$.

Задание 5.

Найдите минимальное целое положительное значение параметра a , при котором уравнение $\sqrt{ax - 8} = \sqrt{8}x$ имеет различные положительные корни.

Решение.

Находим ОДЗ:

$$ax - 8 \geq 0, x \geq \frac{8}{a}, x > 0, a > 0$$

Получаем уравнение:

$$ax - 8 = 8x^2$$

Находим дискриминант:

$$8x^2 - ax + 8 = 0,$$

$$D = a^2 - 256$$

Получаем:

$$a^2 - 256 > 0,$$

Отсюда делаем вывод, что $a > 16$ ($a < -16$ не входит в ОДЗ)

$$x_1 = \frac{a + \sqrt{a^2 - 256}}{16}, x_2 = \frac{a - \sqrt{a^2 - 256}}{16}. A = 17 - \text{минимальное целое число.}$$

Ответ: 17.

Задание 6.

Найдите все значения параметра a , при которых корни уравнения $\sqrt{x + 3\sqrt{x - 1}}\sqrt{x + 8 - 6\sqrt{x - 1}} = a$ принадлежат отрезку $[2; 17]$.

Решение.

$$\text{Пусть } f(x) = \sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}}$$

Делаем замену:

$$\sqrt{x-1} = t, t \geq 0, x-1 = t^2$$

И получаем:

$$\sqrt{t^2+4-4t} + \sqrt{t^2+9-6t} = \alpha,$$

Делая преобразования, получаем:

$$\begin{aligned} \sqrt{(t-2)^2} + \sqrt{(t-3)^2} &= \alpha, \\ |t-2| + |t-3| &= \alpha \end{aligned}$$

Решаем систему:

$$1) \begin{cases} 0 \leq t \leq 2, \\ 2-t-t+3 = \alpha; \end{cases}$$

Преобразуя второе выражение, получаем:

$$\begin{cases} 0 \leq t \leq 2, \\ 2-2t = \alpha; \end{cases}$$

Отсюда следует, что:

$$\begin{cases} 1 \leq x \leq 5, \\ 5-2\sqrt{x-1} = \alpha; \end{cases}$$

В итоге получаем:

$$\begin{cases} x = 2, \\ \alpha = 3. \end{cases}$$

Продельываем те же действия со следующими системами и получаем:

$$2) \begin{cases} 2 < t < 3, \\ t-2-t+3 = \alpha; \end{cases}$$

Делаем преобразования второго выражения и получаем:

$$\begin{cases} 2 < t < 3, \\ \alpha = 1; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 < x < 10, \\ \alpha = 1. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} t \geq 3, \\ t-2+t-3 = \alpha; \end{cases}$$

Продельываем преобразования со вторым выражением:

$$\begin{cases} t \geq 3, \\ 2t-5 = \alpha; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 10, \\ 2\sqrt{x-1}-5 = \alpha; \end{cases}$$

Получаем:

$$\begin{cases} x = 17, \\ \alpha = 3. \end{cases}$$

Ответ: $\alpha \in [1; 3]$.

Задание 7.

Решите уравнение $\sqrt{x+1}\sqrt{x-2} = \alpha$

Решение.

$$\begin{cases} x \geq -1, \\ x \geq 2, \end{cases} x \geq 2$$

Продельываем преобразования с исходным уравнением:

$$(x+1)(x-2) = \alpha; x^2 - x - 2 = \alpha;$$

Приравниваем к 0:

$$x^2 - x - 2 - \alpha = 0.$$

Находим x_1 и x_2 :

$$x_1 = \frac{1 - \sqrt{4\alpha^2 + 9}}{2}, x_2 = \frac{1 + \sqrt{4\alpha^2 + 9}}{2}.$$

Множеству $x \geq 2$ принадлежит только корень x_2 .

Ответ: при $\alpha \geq 0$ $x_1 = \frac{1 - \sqrt{4\alpha^2 + 9}}{2}$

Задание 8.

Решите уравнение $\sqrt{x+6} - m = \sqrt{x-3}$.

Решение.

$\sqrt{x+6} - \sqrt{x-3} = m$. Так как $\sqrt{x+6} > \sqrt{x-3}$, то $m > 0$. Пусть $y = \sqrt{x-3}$, тогда $x = y^2 + 3$, и исходное уравнение равносильно системе уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{y^2 + 9} - y = m, \\ y \geq 0, \end{cases} \text{ т. е. } \begin{cases} \sqrt{y^2 + 9} = y + m, \\ y \geq 0, \end{cases}$$

Делаем преобразования:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 + 9 = (y + m)^2, \\ y + m \geq 0, y \geq 0. \end{cases}$$

Находим y :

$$y = \frac{9 - m^2}{2m}, \quad \frac{9 - m^2}{2m} \geq 0,$$

Находим x :

$$\sqrt{x - 3} = \frac{9 - m^2}{2m}, \quad x = \left(\frac{9 - m^2}{2m}\right)^2 + 3.$$

Ответ: при $m < 0$, $m > 3$ решений нет, при $m \in (0; 3]$ $x = \left(\frac{9 - m^2}{2m}\right)^2 + 3$.

Задание 9.

Решите уравнение $x + \sqrt{x + \frac{1}{2}} + \sqrt{x + \frac{1}{4}} = \alpha$.

Решение.

Пусть $\sqrt{x + \frac{1}{4}} = t$, тогда $t^2 - \frac{1}{4} + \sqrt{t^2 + \frac{1}{4}} + t = \alpha$,

Поделиваем преобразования с уравнением и получаем:

$$t^2 - \frac{1}{4} + \sqrt{\left(t + \frac{1}{2}\right)^2} = \alpha, \quad t^2 - \frac{1}{4} + \left|t + \frac{1}{2}\right| = \alpha,$$

а т.к. $t > 0$ то $t^2 - \frac{1}{4} + t + \frac{1}{2} = \alpha$, $(t + \frac{1}{2})^2 = \alpha$,

После преобразований получим:

$$t + \frac{1}{2} = \sqrt{\alpha}, \quad \sqrt{x + \frac{1}{4}} = \sqrt{\alpha} - \frac{1}{2} \quad (\alpha > \frac{1}{4})$$

$$x = \left(\sqrt{\alpha} - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} = \alpha - \sqrt{\alpha}.$$

Ответ: $x = \alpha - \sqrt{\alpha}$ при $\alpha > \frac{1}{4}$.

Задание 10.

Найдите все значения параметра α , при которых уравнение $\sqrt{x + \alpha} + \sqrt{x - 1} = 3$ имеет решение.

Решение.

Если изобразить графики функций $y = 3 - \sqrt{x - 1}$ и $y = \sqrt{x + \alpha}$, то очевидно, что они пересекаются (и исходное уравнение имеет решение) при $-\alpha \in [-\alpha_0; 10]$, (рис. 8).

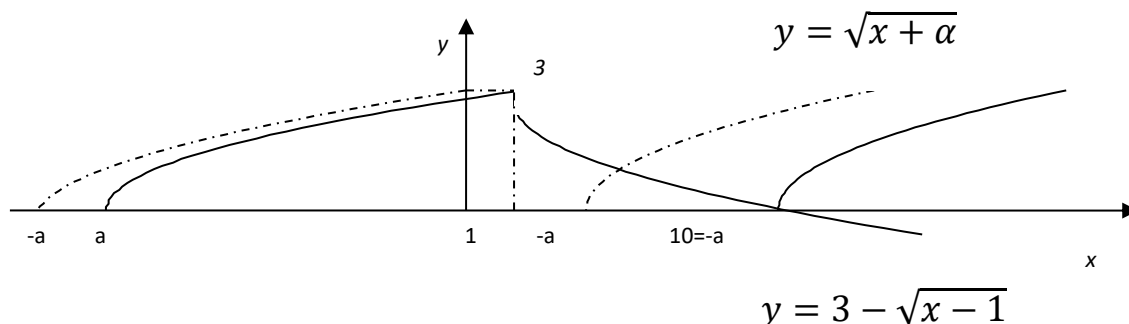


Рисунок 8. График функции

Задание 11.

При каких значениях α решением неравенства $\sqrt{x - 2} < 3 - \alpha$ является промежуток $[2; 18)$?

Решение.

ОДЗ: $3 - \alpha > 0, \alpha < 3$.

$$x - 2 < (3 - \alpha)^2,$$

$$x < (3 - \alpha)^2 + 2,$$

$x < 11 - 6\alpha + \alpha^2$, т.к. $x \in [2; 18)$, то

$$\begin{cases} 11 - 6\alpha + \alpha^2 \geq 2, \\ 11 - 6\alpha + \alpha^2 < 18; \end{cases}$$

Продельываем преобразования с неравенствами:

$$\begin{cases} (\alpha - 3)^2 \geq 2, \\ \alpha^2 - 6\alpha - 7 < 0. \end{cases}$$

$$\alpha = -1.$$

$\alpha = 7$ – не подходит в ОДЗ.

Ответ: $\alpha = -1$.

Задание 12.

Решите неравенство $\sqrt{\alpha^2 + x^2} > x + \alpha - 1$, где α – параметр.

Решение.

При любом значении α , если правая часть $x + \alpha - 1 < 0$, т.е. $x < 1 - \alpha$, заданное неравенство справедливо.

При $x \geq 1 - \alpha$ равносильная система имеет вид:

$$\begin{cases} x \geq 1 - \alpha, \\ \alpha^2 + x^2 > (x + \alpha - 1)^2, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 1 - \alpha, \\ x(2\alpha - 2) < 2\alpha - 1. \end{cases} \quad (*)$$

Рассмотрим возможные случаи:

1. Если $\alpha > 1$, то $1 - \alpha \leq x < \frac{2\alpha-1}{2\alpha-2}$. Объединяя с множеством $x < 1 - \alpha$, получим $x < \frac{2\alpha-1}{2\alpha-2}$.

2. Если $\alpha = 1$, то $x \geq 1$ – решение системы (*). Объединяя с множеством $x < \alpha - 1$ ($\alpha = 1$), находим: x – любое число.

3. Если $\alpha < 1$, то решение системы (*) $x \geq 1 - \alpha$. Присовокупив $x < 1 - \alpha$, имеем: x – любое число.

Ответ: $(-\infty; \frac{2\alpha-1}{2\alpha-2})$, если $\alpha > 1$; $(-\infty; \infty)$, если $\alpha \leq 1$.

Задание 13.

Решите уравнение $\sqrt{1 - x^2} = \alpha + x$

Решение.

ОДЗ:

$$\begin{cases} x + \alpha \geq 0, \\ 1 - x^2 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} x \geq \alpha, \\ x \in [-1; 1]. \end{cases}$$

Из данного уравнения следует:

$$1 - x^2 = x^2 + 2\alpha x + \alpha^2,$$

$$2x^2 + 2\alpha x + \alpha^2 - 1 = 0.$$

$$\frac{D}{4} = 2 - \alpha^2. D > 0 \text{ при } |\alpha| < \sqrt{2}.$$

Затем если изобразить графики функций $y = \sqrt{1 - x^2}$ и $y = x + \alpha$, то видно как меняется количество решений в зависимости от значений α (рис. 9)

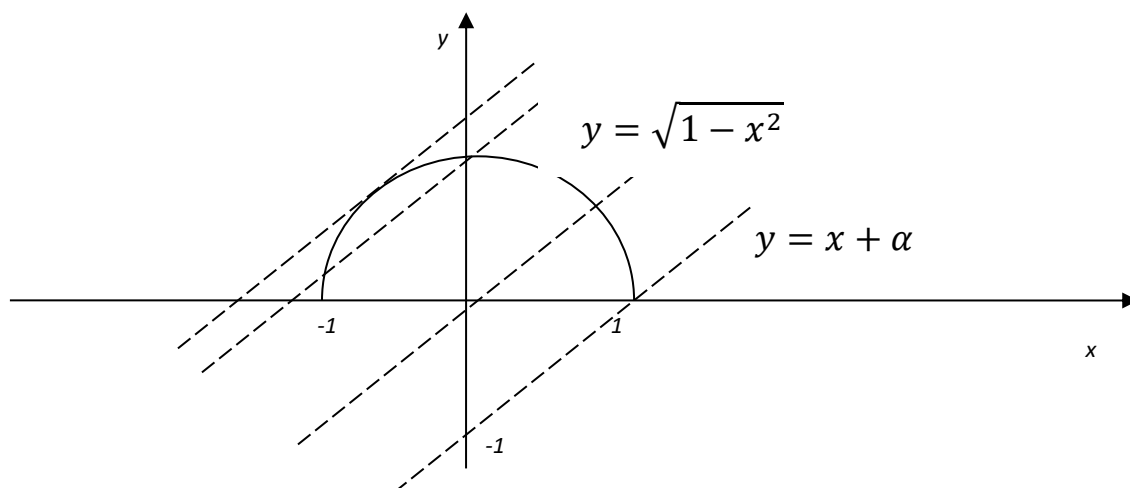


Рисунок 9. График функции $y = \sqrt{1 - x^2}$ и $y = x + \alpha$

Ответ: при $\alpha \in (-\infty; -1) \cup (\sqrt{2}; \infty)$ нет решений; при $\alpha \in [-1; 1)$ и $\alpha = \sqrt{2}$ одно решение; при $\alpha \in [1; \sqrt{2})$ два решения.

Задание на дом:

1). Решите уравнение $\sqrt{2x^2 + \frac{5}{2}\alpha x - \alpha} = \sqrt{2}(x - 1)$.

Ответ: $\alpha \in \left(-\frac{8}{5}; -\frac{4}{3}\right]$.

2). Найдите левый и правый края области значений параметра α , в которой уравнение $\sqrt{7x - \alpha} = \sqrt{\alpha}x$ имеет различные положительные корни.

Решение.

ОДЗ:

$$\begin{cases} 7x - \alpha \geq 0, \\ \alpha \geq 0; \end{cases} x \geq \frac{\alpha}{7}, \quad \alpha \geq 0.$$

Получаем:

$$7x - \alpha = \alpha x^2,$$

Находим дискриминант:

$$\alpha x^2 - 7x + \alpha = 0,$$

$$D = 49 - 4\alpha^2 > 0$$

$\alpha = -3,5$ не входит в ОДЗ.

Ответ: 0 и 3,5.

3). Решите уравнение $\sqrt{x^2 + \alpha x - 2\alpha} = x + 1$.

Решение.

Данное уравнение равносильно системе:

$$\begin{cases} x + 1 \geq 0, \\ x^2 + \alpha x - 2\alpha = (x + 1)^2; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ (\alpha - 2)x = 2\alpha + 1; \end{cases}$$

При $\alpha = 2$ второе уравнение имеет вид $0x = 5$, т. е. \emptyset

$$\text{При } \alpha \neq 2 \quad x = \frac{2\alpha + 1}{\alpha - 2}.$$

Выясним, при каких значениях α найденное значение x удовлетворяет неравенству $x \geq -1$.

$$\frac{2\alpha + 1}{\alpha - 2} \geq -1; \quad \frac{3\alpha - 1}{\alpha - 2} \geq 0.$$

Ответ: при $\alpha \leq \frac{1}{3}$ и $\alpha > 2$ $x = \frac{2\alpha + 1}{\alpha - 2}$; при $\frac{1}{3} < \alpha \leq 2$ уравнение не имеет решений.

4). Найдите все значения параметра α , при которых корни уравнения $\sqrt{x + 9 - 4\sqrt{x + 5}} + \sqrt{x + 41 - 12\sqrt{x + 5}} = \alpha$ принадлежит отрезку $[-4; 44]$.

Ответ: $\alpha \in [4; 6]$.

5). При всех a решить неравенство $\alpha\sqrt{x + 1} < 1$.

Решение.

$$\text{ОДЗ: } x \in [-1; \infty)$$

а). Если $\alpha \leq 0$, то данное неравенство справедливо при всех $x \in [-1; \infty)$.

б). Если $\alpha > 0$, то данное неравенство равносильно системе неравенств.

$$\begin{cases} \alpha^2(x + 1) < 1, \\ x + 1 \geq 0; \end{cases}$$

Отсюда следует, что:

$$\begin{cases} x < \frac{1}{\alpha^2} - 1, \\ x \geq -1; \end{cases} \Rightarrow x \in \left[-1; \frac{1}{\alpha^2} - 1\right).$$

Ответ: при $\alpha \in (-\infty; 0]$ $x \in [-1; \infty)$; при $\alpha \in (0; +\infty)$ $x \in \left[-1; \frac{1}{\alpha^2} - 1\right)$.

Подводя итог занятия, можно спросить, что понимают под параметром? Как находить параметры в иррациональных уравнениях?

Обучающиеся заполняют листы самооценки и сдают руководителям групп. Учитель оглашает результаты самооценки с соответствующими комментариями и выставляет оценки за урок обучающимся.

Можно предложить ребятам самим придумать пример иррационального уравнения с параметром.

Рефлексия.

Чем был полезен наш урок математики для Вас? (*Научились решать иррациональные уравнения с параметрами*)

Предлагается учащимся продолжить фразы:

«Сегодня на уроке мне понравилось...»

«Сегодня на уроке мне не понравилось...»

«Сегодня на уроке мне удалось...»

«Сегодня на уроке мне не удалось...»

Школьники высказываются, с сказанного планируют следующий урок.

Контрольная работа «Задачи с параметром»

<p>Зачетная контрольная работа: «Решение задач с параметрами»</p> <p><u>1 вариант</u></p> <p>Уровень А:</p> <p>1. При каких значениях параметра a все решения уравнения</p> $3 x + 2a - 3a + x - 15 = 0$ <p>удовлетворяют неравенству $4 \leq x \leq 6$?</p> <p>2. Найти все значения параметра a, при каждом из которых уравнение</p> $(\alpha - 4)x^2 - 3ax + \alpha - 2 = 0$ <p>имеет два корня разных знаков.</p> <p>Уровень В:</p> <p>1. Найти все значения параметра α, при каждом из которых ровно одно решение неравенства</p> $x^2 + (1 - 3\alpha)x + 2\alpha^2 \leq 2$ <p>удовлетворяет неравенству</p> $ax(x - 5 + \alpha) \geq 0.$ <p>Уровень С:</p>	<p>Зачетная контрольная работа: «Решение задач с параметрами»</p> <p><u>2 вариант</u></p> <p>Уровень А:</p> <p>1. Найти все значения параметра a, при каждом из которых уравнение</p> $4x - 3x - x + \alpha = 9 x - 1 $ <p>имеет хотя бы один корень.</p> <p>2. Найти все значения параметра a, при которых уравнение</p> $x^2 - (4a + 3)x + 3a + 4 = 0$ <p>имеет два корня разных знаков, модуль каждого из которых меньше 5.</p> <p>Уровень В:</p> <p>1. Найти все α, при каждом из которых любое решение неравенства</p> $x^2 - (4\alpha + 4)x + 3\alpha^2 + 12\alpha \leq 0$ <p>удовлетворяет неравенству</p> $x(x + \alpha + 1) \geq 0.$ <p>Уровень С:</p>
---	--

<p>1. Найдите графически в зависимости от значений параметра c число корней уравнения $2x - 1 - x - 1 = c$. При каких значениях c уравнение имеет четыре корня? Найдите эти корни.</p>	<p>1. В зависимости от значений параметра k найдите число корней уравнения $x - 1 - 2x + 1 + x = kx - 1$. При каких значениях k уравнение имеет три корня? Найдите эти корни.</p>
---	--