МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
КРАСНОЯРСКИЙГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В.П. АСТАФЬЕВА
(КГПУ ИМ. В.П. АСТАФЬЕВА)

Факультет начальных классов
Кафедра педагогики и психологии начального образования

Еремина Виктория Георгиевна

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

Использование приема визуализации в процессе обучения младших школьников решению сюжетных арифметических задач на пропорциональную зависимость

Направление: 44.04.01 Педагогическое образование

Направленность (профиль) образовательной программы:

Инноватика в современном начальном образование

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ:
Заведующий кафедрой педагогики
и психологии начального образования,
к.пс.н., доцент Н.А. Мосина
09.12.2020 /______________________
(дата, подпись)
Руководитель магистерской программы
д.пед.н., профессор Г.И. Чижакова
09.12.2020 /______________________
(дата, подпись)
Научный руководитель
к.пед.н., доцент М.В. Басалаева
09.12.2020 /______________________
(дата, подпись)
Обучающийся В.Г. Еремина
09.12.2020 /______________________
(дата, подпись)

Красноярск 2020

Содержание

Реферат

Выпускная квалификационная работа на соискание степени магистра педагогического образования «Использование приема визуализации при обучении младших школьников решению сюжетных арифметических задач на пропорциональную зависимость».

Объем – 113 страниц, включая рисунки, таблицы, приложения.

Количество источников использованной литературы – 70.

Актуальность исследования определяется необходимостью повышения эффективной деятельности школьной образовательной организации в обучении решению задач на пропорциональные величины. В связи с этим в диссертации предпринята попытка обоснования и проверки результативности комплекса упражнений, направленного на совершенствование умения визуализации текста при решении задач на пропорциональные величины у младшего школьника.

Объект исследования - процесс обучения младших школьников решению сюжетных арифметических задач на пропорциональную зависимость в начальной школе

Цель исследования – теоретически обосновать, разработать и апробировать комплекс упражнений, позволяющий использовать прием визуализации в процессе обучения младших школьников решению сюжетных арифметических задач на пропорциональную зависимость

Методы исследования: применялась комплексная методика исследования, включающая изучение психолого-педагогической литературы; разработка и проведение педагогического эксперимента, включающий констатирующий и формирующий эксперимент; обработка и интерпретация результатов.

Практическая значимость: материалы и результаты данного исследования могут применяться в практике учителями начальных классов.

Апробация и внедрение результатов исследования осуществлялись посредством организации опытно-экспериментальной работы, участия в работе научно-методического совета МАОУ Гимназии №2 г. Красноярска.

Представленные в работе результаты нашли отражение в научных статьях:

1. Результаты диагностики уровня сформированности умения решать задачи с пропорциональными величинами // Молодежь и наука XXI века. Современное начальное образование: проблемы и перспективы развития: материалы XXI научно-практической конференции студентов, аспирантов и школьников. Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева. – 2020.

2. Теоретические основы обучения младших школьников решению задач на пропорциональную зависимость с использованием приема визуализации // наука, образование, инновации: актуальные вопросы и современные аспекты: материалы IV международной научно-практической конференции. – 2020.

ABSTRACT

Final qualification work for the master's degree in pedagogical education "using visualization techniques in teaching younger students to solve plot arithmetic problems for proportional dependence".

The volume is 105 pages, including figures, tables, and appendices .

The number of sources of literature used is 70.

The relevance of the research is determined by the need to improve the effectiveness of school educational organizations in teaching problem solving by proportional values. In this regard, the dissertation attempts to substantiate and verify the effectiveness of a set of exercises aimed at improving the ability to visualize text when solving problems for proportional values in a younger student.

The object of research is the process of teaching primary school children to solve plot arithmetic problems for proportional dependence in primary school

The purpose of the research is to theoretically substantiate, develop and test a set of exercises that allow using visualization techniques in the process of teaching younger students to solve plot arithmetic problems for proportional dependence

Research methods: a comprehensive research methodology was used, including the study of psychological and pedagogical literature; development and conduct of a pedagogical experiment, including a ascertaining and forming experiment; processing and interpretation of the results.

Practical significance: the materials and results of this study can be applied in practice by primary school teachers.

Testing and implementation of the research results were carried out through the organization of experimental work, participation in the work of the scientific and methodological Council of the MAOU Gymnasium No. 2 in Krasnoyarsk.

The results presented in this paper are reflected in scientific articles:

1. Results of diagnostics of the level of formation of the ability to solve problems with proportional values / / Youth and science of the XXI century. Modern primary education: problems and prospects of development: materials of the XXI scientific and practical conference of students, postgraduates and schoolchildren. Krasnoyarsk state pedagogical University named After V. p. Astafiev. – 2020.

2. Theoretical foundations of teaching younger students to solve problems for proportional dependence using the visualization technique / / science, education, innovation: current issues and modern aspects: materials of the IV international scientific and practical conference. - 2020.

Введение

В федеральном государственном образовательном стандарте начального общего образования указана главная цель образовательного процесса – формирование универсальных учебных действий. На основании стандарта второго поколения основанием развития у обучающихся УУД на ступени начального образования является предмет «Математика». Согласно действующему в настоящее время ФГОС НОО одним из предметных результатов освоения обучающимися образовательной программы в области математики считается умение решать сюжетные арифметические задачи [59, с. 45].

Выдающиеся методисты Л.Г. Петерсон и Н.Б. Истомина считают задачу «мощнейшим средством обучения и саморазвития, средством контрольно-оценочного материалом как усвоенных знаний, предусмотренных программой, так и уровня умственных способностей» [56, с. 201]. Текстовые задачи – специальный вид упражнений, неотъемлемый и важный для уроков математики.

Формирование умения решать текстовые задачи принадлежит к одной из основных задач базового курса математики. А как показывает практика – это умение формируется довольно сложно и не у всех обучающихся на высоком уровне. На первых этапах обучения математике в начальной школе ученики знакомятся с понятием математическая задача, а в последующем, расширяя свои знания по данной теме, дети учатся выяснять различные стороны взаимосвязей в окружающей их жизни. Решение задач позволяет ребёнку осознать практическую значимость тех математических понятий, которыми он овладевает в начальном курсе математики, дает возможность применять изучаемые теоретические положения на практике [37 с. 202].

Традиционно в процессе обучения решению текстовых задач у большинства учеников возникают трудности в усвоении материала, поэтому одной из важнейших целей в начальном курсе математики является подбор целесообразного дидактического материала, приемов и методов, направленных на формирование умения решать математические задачи. Это, в свою очередь, способствует формированию у школьников знаний и умений, необходимых в повседневной жизни при решении тех или иных проблемных ситуаций.

Чтобы разобраться в определенной ситуации, необходимо понять ее суть, определить предстоящую задачу словесно, подобрать метод или способ решения поставленной проблемы. Так как процесс решения текстовых задач зачастую может быть организован не единственным образом, то важным условием математической грамотности является умение подобрать наиболее рациональный метод решения поставленной задачи. Поэтому очень важно научить школьников в широком смысле слова работать с задачей.

Особую сложность в процессе обучения решению математических задач для младших школьников представляют задачи с пропорциональными величинами. Затруднения при освоении и решении таких задач возникают, как правило, на этапе выделения связей между данным и искомым. Глубокое понимание данного этапа решения задачи необходимо для поиска составления плана решения задачи. Одна из причин возникновения у детей такого рода трудностей заключается в том, что явление пропорциональная зависимость не является предметом специального изучения и усвоения в начальном курсе математики.

В настоящее время на первое место выступает проблема разработки заданий, устремившихся на глубокое понимание таких терминов как: «величина», «пропорция», «пропорциональная зависимость». На сегодняшний день актуальность данной проблемы продиктована рядом факторов:

1) ФГОС ставит умение решать текстовые задачи, как важнейшую задачу начального курса математики.

2) Задачи с пропорциональными величинами – трудный материал для уяснения в начальной школе.

3) Задачи с пропорциональными величинами входят в перечень заданий всероссийских проверочных работ для выпускников младшего звена.

В результате анализа работ великих математиков: А.В. Белошистой [5], Н.Б.Истоминой [26], М.И. Моро [38], М.А. Бантовой [2], Л.П. Стойловой [56], С.Е. Царевой [61] – выявлено, что методику обучения решению текстовых задач определяет понимание учителя основной терминологии: «задача», «решить задачу».

Вопросам обучения решению текстовых задач посвящено много работ, в том числе и по начальному обучению (С.И. Шохор-Троцкий [64], А.С. Пчелко [50], Л.Н. Скаткин [54], М.И. Моро [38], М.А. Бантова [2], Л.Г. Петерсон [45] и многие другие), аспект применения визуализации в них не практически рассматривался.

К настоящему времени опыт применения визуализации для предъявления учебной информации расширился. Практика использования визуализации, а также теоретическое осмысление этой проблемы нашли отражение в работах следующих авторов. С.А. Носков рассматривает визуализацию средств обучения как инструмент активизации учебной деятельности [40, с. 126]. А.Г. Рапуто считает визуализацию неотъемлемой составляющей процесса обучения преподавателей [51, с. 138]. Е.И. Шангина, Г А. Шангина исследуют методологию когнитивной визуализации формирования учебной информации в современных технологиях обучения [37, с. 204] и т. д.

Использование визуальных средств передачи информации обладает большим потенциалом. Главная цель использования любого средства наглядной демонстрации заключается в возможности реализации двухканальной коммуникации, а соответственно и увеличения объема передаваемой информации.

Изучение теоретических предпосылок, требований нормативных документов позволило сформулировать ряд противоречий:

- на государственном уровне: между потребностью государства и общества в обучающихся, способных к осуществлению решения учебных и практических задач в течение всей жизни и недостаточно развитым использованием знаково-символических средств представления информации для создания моделей изучаемых объектов и процессов, схем;

- на отраслевом уровне: между наличием объективного потенциала решения учебных и практических задач, обеспечивающих формирование УУД и его недостаточным развитием у обучающихся в образовательном процессе школы;
- на личностном уровне: между потребностью будущих выпускников в самостоятельности выполнения деятельности по осуществлению решения задач и недостаточностью организационно-педагогических условий, способствующих становлению в образовательном процессе школы.

Обозначенные противоречия позволили актуализировать следующую проблему исследования: каким образом прием визуализации может быть включен в процесс обучения младших школьников решению сюжетных арифметических задач на пропорциональную зависимость. Актуальность проблемы, ее теоретическая и практическая значимость позволили сформулировать тему исследования: «Использование приема визуализации в процессе обучения младших школьников решению сюжетных арифметических задач на пропорциональную зависимость».

Цель работы: теоретически обосновать, разработать и апробировать комплекс упражнений, позволяющий использовать прием визуализации в процессе обучения младших школьников решению сюжетных арифметических задач на пропорциональную зависимость.

Объектом исследования является процесс обучения младших школьников решению сюжетных арифметических задач на пропорциональную зависимость в начальной школе.

Предмет исследования – особенности использования приема визуализации в процессе обучения младших школьников решению сюжетных арифметических задач на пропорциональную зависимость.

В качестве **гипотезы** было выдвинуто предположение, согласно которому процесс обучения младших школьников решению сюжетных арифметических задач на пропорциональную зависимость будет эффективным, если на этапе семантического анализа текста будет регулярно использоваться комплекс упражнений, включающий прием визуализации.

В соответствии с целью, объектом, предметом и гипотезой определены **задачи** диссертационного исследования:

1. Анализ психолого-педагогической, методической и учебной литературы по проблеме исследования.

2. Рассмотрение психологических, математических и методологических основ обучения решению задач с пропорциональными величинами.

3. Исследование теоретических предпосылок становления понятия «пропорция» и конкретизация понятие «пропорциональная зависимость».

4. Исследование методических аспектов обучения школьников решению задач с пропорциональными величинами в различных УМК.

5. Разработка и апробация комплекса упражнений, направленных на повышение результативности процесса обучения младших школьников решению задач с пропорциональными величинами.

Для решения поставленных задач был использован комплекс **методов**, обусловленных спецификой исследования:

- Теоретические – анализ научной литературы по проблеме исследования; изучение программных документов в области начального общего образования; исследование и обобщение педагогического опыта;

- Эмпирические – педагогический эксперимент (констатирующий, формирующий), анализ продуктов деятельности обучающихся;

- Статистические – качественный и количественный анализ результатов исследования, обработка эмпирических данных.

Опытно-экспериментальной базой исследования выступает муниципальное автономное образовательное учреждение гимназия № 2 г. Красноярска. В исследовании принимало участие 27 обучающихся 3 класса.

ГЛАВА 1. ТЕОРИТИЧЕСКИЕ ПРЕДПОССЫЛКИ ИЗУЧЕНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ НА ПРОПОРЦИОНАЛЬНУЮ ЗАВИСИМОСТЬ

1.1 Явление пропорциональности как предмет теоретического анализа

В школе на уроках физики, химии, биологии, географии, истории, литературы, родного и иностранного языков дети изучают природу и общество. На уроках музыки, рисования, черчения обучающихся вводят в мир искусств. Кроме этих дисциплин, этих предметов, на протяжении всех школьных лет мы изучаем математику. В математике много методов, позволяющих решать те или иные задачи. Ещё в древней Греции математики использовали такой аппарат, как пропорция.

Систематически пропорции начали изучать в Древней Греции. Сначала рассматривали лишь пропорции, составленные из натуральных чисел, поэтому считали, что числа **a, в, c, d** образуют пропорцию, если ***a*** является тем же кратным, той же долей или той же дробью от **b**, что и **c** от **d**.

В IV веке до нашей эры древнегреческий математик Евдокс Книдский дал определение пропорции [70, с. 148]: «отношения ***a:b*** и ***c:d*** равны, если для любых натуральных ***m, n*** выполняется одно из трёх соотношений:

- в случае, когда ***ma* > *nb***, будет также $mc > nd$,
- в случае, когда ***ma* < *nb***, будет также $mc < nd$,
- в случае, когда ***ma* = *nb***, будет также $mc = nd$».

В современной математике пропорция (от латинского «*proportio*» – соразмерность, выравненность частей; определённое соотношение частей между собой) – равенство двух отношений, т. е. равенство вида **a : b = c : d**, или, в других обозначениях, равенство $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (часто читается как: «a относится к b так же, как c относится к d») [56, с 275]. В этом случае **a** и **d** называют крайними, а **b** и **c** –средними членами пропорции.

Выделим основные свойства пропорции [12, с. 145]**:**

1. Обращение пропорции
(если a : b = c : d, то b : a = d : c);

2. Перемножение членов пропорции крест-накрест
(b : a = d : c то ad=bc);

3. Перестановка средних и крайних членов
(если a : b = c : d,
то a : c = b : d (перестановка средних членов пропорции),
d : b = c : a (перестановка крайних членов пропорции));

4. Увеличение и уменьшение пропорции
(если a : b = c : d,
то (a + b) : b = (c + d) : d (увеличение пропорции),
(a – b) : b = (c – d) : d (уменьшение пропорции);

5. Составление пропорции сложением и вычитанием.
если a : b = c : d, то
(a + c) : (b + d) = a : b = c : d (составление пропорции сложением),
(a – c) : (b – d) = a : b = c : d (составление пропорции вычитанием).

Математика применяется практически во всех сферах жизни человека. И в повседневной жизни мы используем математические навыки, в том числе и пропорцию.

Понятие пропорции широко используется не только в математике, но и в кулинарии. Когда нам приходится приготовить какое-либо блюдо, мы стараемся использовать то количество продуктов, которое указано в книге рецептов. Это делается для того, чтобы не испортить блюдо. Если мы возьмём больше соли, то пересолим, а если меньше, то будет не вкусно. Ещё пропорция позволяет рассчитать количество продуктов для приготовления одного и того же блюда для разного числа гостей.

В медицинской практике врачи следят за тем, сколько и когда надо давать лекарства больному. В правильных дозах лекарство даёт лечебный эффект, в меньших – оно бесполезно, а в больших – приносит вред. При изготовлении лекарств тоже соблюдаются пропорции. Здесь необходима точность, так как при нарушении пропорций, составляющих лекарство ингредиентов, может получиться не лекарство, а яд.

На уроках технологии также используется пропорция. Когда хотим сшить какую-либо вещь меньшего или большего размера, мы уменьшаем или увеличиваем выкройку до нужного нам размера. Например, выкройка фартука на себя и на куклу. Размеры элементов кукольного фартука отличаются от соответствующих размеров моего фартука в одно и то же число раз.

В географии также применяют пропорцию – масштаб. Масштабом называют отношение длины отрезка на карте или плане к длине соответствующего отрезка на местности. Масштаб показывает во сколько раз расстояние на плане меньше, чем указанное расстояние на самом деле.

В классике изобразительного искусства на протяжении многих веков прослеживается приём построения пропорции, называемый золотым сечением, или золотым числом. Этот термин ввел Леонардо да Винчи: «Золотое сечение – это такое пропорциональное деление отрезка на неравные части, при котором весь отрезок так относится к большей части, как сама большая часть относится к меньшей; или другими словами, меньший отрезок так относится к большему, как больший ко всему» [9, с. 368].

Золотое число наблюдается в пропорциях гармонично развитого человека: длина головы делит в золотом сечении расстояние от талии до макушки. Кроме этого есть и еще несколько основных золотых пропорций нашего тела: расстояние от кончиков пальцев до запястья и от запястья до локтя; расстояние от уровня плеча до макушки головы и размера головы; расстояние от кончика подбородка до верхней линии бровей и от верхней линии бровей до макушки и т.д.

Сознательно или неосознанно человек всегда стремился к гармонии, к определенным пропорциям в окружающих его вещах, процессах и явлениях. Пропорции отражают объективно существующие связи и зависимости между частями целого.

Достижение необходимых пропорций, соразмерности, соответствия, соотношений в границах организации любой природы равнозначно повышению жизнеспособности системы и эффективности ее функционирования. Несоответствие между частями, элементами целого называется диспропорцией. Диспропорции снижают эффективность организации, способствуют ее разрушению.

Так, например, баланс производства, распределения и потребления совокупного общественного продукта показывает, что выход (производство каждого продукта) в точности равен его входу (распределению). Таким образом, в балансах реализуется закон пропорционального развития экономики. Если же пропорции нарушаются, то жизнеспособность экономической системы снижается.

В основе явления пропорциональности лежит закон перехода количественных изменений в качественные [9, с. 389]. Сама пропорциональность изменяет посредством количества качественные характеристики композиции. Из этого следует, что одна и та же композиция может обладать разными качественными свойствами.

Рассмотрим явление пропорциональности в учебно-методической литературе.

С.И. Ожеговв и Н.Ю. Шведова [42, 758]определяют слово «пропорциональный» как многозначное, ая, ое; лен, льна.

1. В математике: находящийся в отношениях пропорциональности (пропорциональные величины).

2. Находящийся в определённом количественном соотношении, соответствии с чем-нибудь.

3. Обладающий правильными пропорциями, соразмерный.

В словаре В.И. Даля [19, 504] «пропорция» – соразмерность; величина или количество, отвечающее чему-либо; математическое равенство содержания, одинаковые отношения двойной четы цифры; арифметическая, если второе число на столько же более или менее, первого, на сколько четвертое против третьего.

На основании анализа определения, можно сказать, что значения, двух каких бы то ни было величин, могут взаимно зависеть друг от друга. К примеру, площадь квадрата находится в зависимости от длины его стороны, и так же обратно, длина стороны квадрата зависима от его площади. Получается, что две величины, что две величины, которые зависят друг от друга так, что при увеличении значения одной из них другая увеличивается в том, же соотношении, называются пропорциональными.

В нашем исследовании мы придерживаемся следующему определению пропорциональности: «Пропорциональность – это взаимосвязь между двумя величинами, при которой изменение одной из них влечет за собой изменение другой во столько же раз» [55, с. 4].

Пропорциональность означает соразмерность. Наряду с соразмерностью А. Устинов и В. Селезнев выделяют еще два значения пропорциональности: соотношение и соответствие (зависимость).

Соотношение обозначает количественные весовые параметры входящих в систему структурных элементов по отношению к целому.

Под *соразмерностью* понимаются те же соотношения, но между элементами целого, которые уже конкретно соблюдены в организации.

Под *соответствием* (или зависимостью) понимается такая взаимосвязь между элементами системы, когда изменение параметра одного из них оказывает влияние на величину параметра другого.

Базой начального курса математике является арифметика натуральных чисел и основных величин. К числу же основных величин относятся величины, связанные пропорциональной зависимостью, такие как: скорость, время и пройденный путь; цена, количество и их общая стоимость; масса одного предмета, количество и их общая масса; объём работы, время и производительность. Простые задачи с пропорциональными величинами решаются умножением и делением и принадлежат к хорошо известным учащимся типам. Однако, встречаясь с новыми величинами, дети могут испытывать определенные трудности.

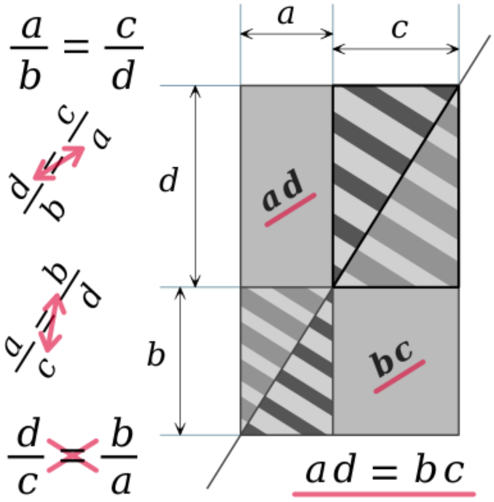


Рис.1. Схема математического смысла пропорции

Пропорциональность бывает двух видов:

- ✓ Прямая;
- ✓ Обратная.

Рассмотрим на примере прямую пропорциональность.

Предположим, что автомобиль Volvo двигается со скоростью 50 км/ч. Мы помним, что скорость это расстояние, пройденное за единицу времени (1 час, 1 минуту или 1 секунду). В нашем примере автомобиль двигается со скоростью 50 км/ч, то есть за один час он будет проезжать расстояние, равное пятидесяти километрам.

Изобразим на рисунке расстояние, пройденное автомобилем за 1 час

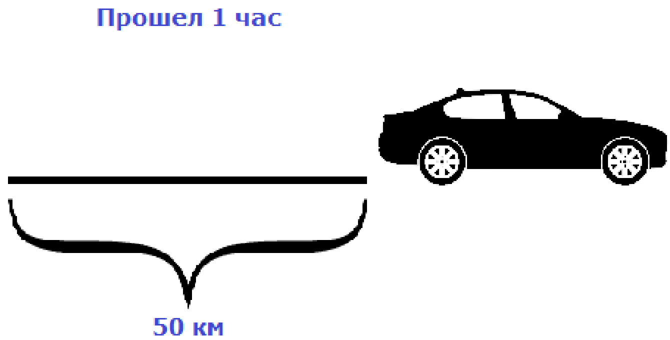


Рис 2. Расстояние, пройденное автомобилем за 1 час

Пусть автомобиль проехал еще один час с той же скоростью, равной пятидесяти километрам в час. Тогда получится, что автомобиль проедет 100 км.

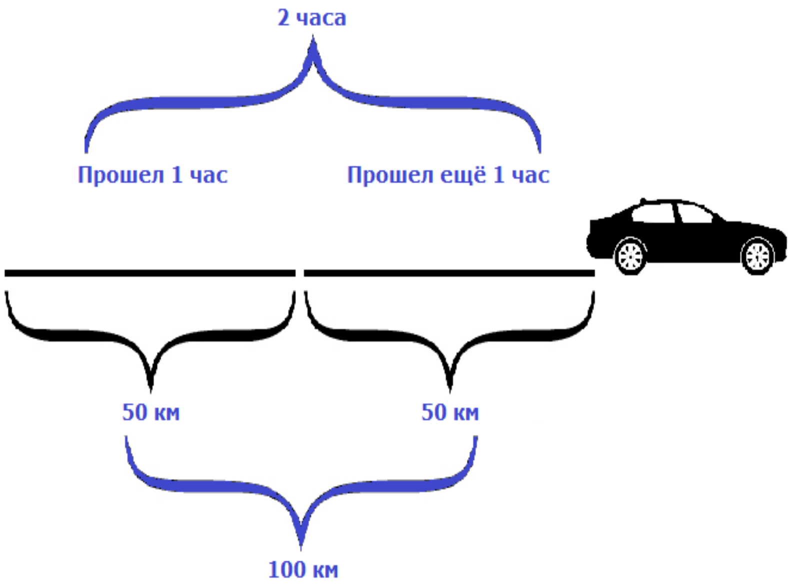


Рис 3. Расстояние, пройденное автомобилем за 2 часа

Как видно из примера, увеличение времени в два раза привело к увеличению пройденного расстояния во столько же раз, то есть в два раза.

Такие величины, как время и расстояние называют прямо пропорциональными. А взаимосвязь между такими величинами называют прямой пропорциональностью**.**

Прямой пропорциональностью является взаимосвязь между двумя величинами, при которой увеличение одной из них влечет за собой увеличение другой во столько же раз**.** И наоборот, если одна величина уменьшается в определенное число раз, то другая уменьшается во столько же раз [55, с. 10].

Предположим, что изначально планировалось проехать на автомобиле 100 км за 2 часа, но проехав 50 км, водитель решил отдохнуть. Тогда получится, что уменьшив расстояние в два раза, время уменьшится во столько же раз. Другими словами, уменьшение пройденного расстояния приведет к уменьшению времени во столько же раз.

Особенность прямо пропорциональных величин заключается в том, что их отношение всегда постоянно. То есть при изменении значений прямо пропорциональных величин, их отношение остается неизменным.

В рассмотренном примере расстояние сначала было равно 50 км, а время одному часу. Отношение расстояния ко времени есть число 50.

$$\frac{50}{1} = 50$$

Но мы увеличили время движения в 2 раза, сделав его равным двум часам. В результате пройденное расстояние увеличилось во столько же раза, то есть стало равно 100 км. Отношение ста километров к двум часам опять же есть число 50

$$\frac{100}{2} = 50$$

Число 50 называют коэффициентом прямой пропорциональности. Он показывает какое расстояния приходится на час движения. В данном случае коэффициент играет роль скорости движения, поскольку скорость это отношение пройденного расстояния ко времени.

Из прямо пропорциональных величин можно составлять пропорции. К примеру, отношения $\frac{50}{1}$ и $\frac{100}{2}$ составляют пропорцию:

$$\frac{50}{1} = \frac{100}{2}$$

Это отношение можно прочитать следующим образом: пятьдесят километров так относятся к одному часу, как сто километров относятся к двум часам.

Рассмотрим пример обратной пропорциональности.

Расстояние между двумя городами 80 км. Мотоциклист выехал из первого города, и со скоростью 20 км/ч доехал до второго города за 4 часа.

Если скорость мотоциклиста составила 20 км/ч, то это значит, что каждый час он проезжал расстояние равное двадцати километрам. Изобразим на рисунке расстояние, пройденное мотоциклистом, и время его движения:

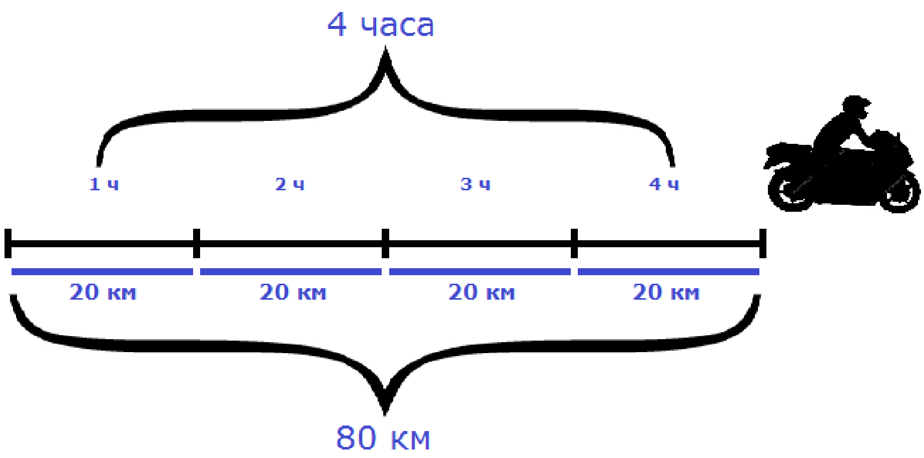


Рис 4. Скорость при четырехчасовой езде

На обратном пути скорость мотоциклиста была 40 км/ч, и на тот же путь он затратил 2 часа.

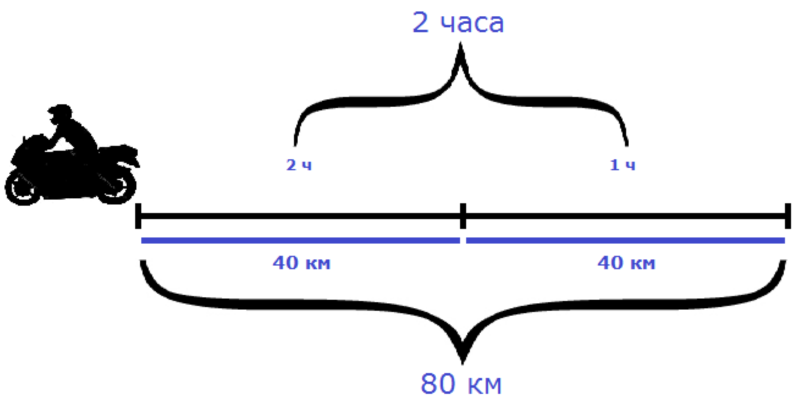


Рис 5. Скорость при двухчасовой езде

Легко заметить, что при изменении скорости, время движения изменилось во столько же раз. Причем изменилось в обратную сторону — то есть скорость увеличилась, а время наоборот уменьшилось.

Такие величины, как скорость и время называют обратно пропорциональными. А взаимосвязь между такими величинами называют обратной пропорциональностью.

Обратной пропорциональностью называют взаимосвязь между двумя величинами, при которой увеличение одной из них влечет за собой уменьшение другой во столько же раз. И наоборот, если одна величина уменьшается в определенное число раз, то другая увеличивается во столько же раз [].

К примеру, если на обратном пути скорость мотоциклиста составила бы 10 км/ч, то те же 80 км он преодолел бы за 8 часов:

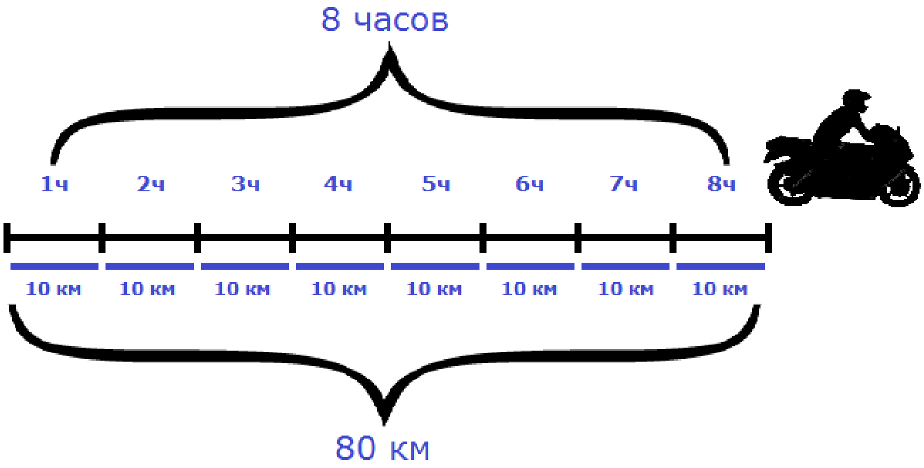


Рис 6. Скорость при восьмичасовой езде

Как видно из примера, уменьшение скорости привело к увеличению времени движения во столько же раз.

Особенность обратно пропорциональных величин заключается в том, что их произведение всегда постоянно. То есть при изменении значений обратно пропорциональных величин, их произведение остается неизменным.

В рассмотренном примере расстояние между городами было равно 80 км. При изменении скорости и времени движения мотоциклиста, это расстояние всегда оставалось неизменным

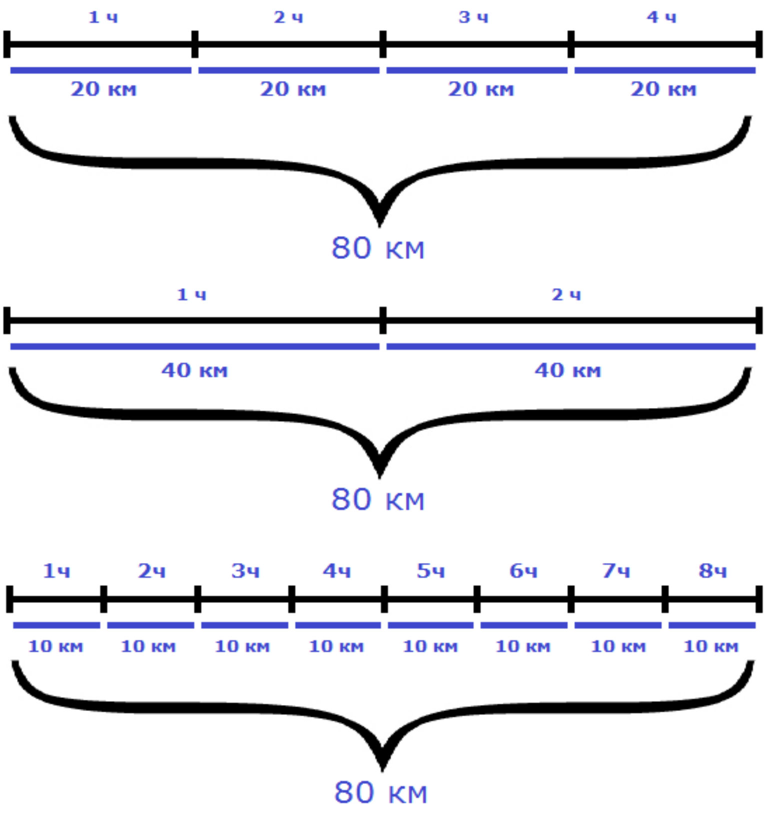


Рис 7. Изменение скорости и времени при неизменном расстоянии

Мотоциклист мог проехать это расстояние со скоростью 20 км/ч за 4 часа, и со скоростью 40 км/ч за 2 часа, и со скоростью 10 км/ч за 8 часов. Во всех случаях произведение скорости и времени было равно 80 км.

$$80\,км = 20\,км/ч \times 4\,ч$$

$$80\,км = 40\,км/ч \times 2ч$$

$$80\,км = 10\,км/ч \times 8\,ч$$

Из выше сказанного следует, что пропорциональностью называют две величины, которые взаимно зависимы друг от друга. Явление «пропорциональность» встречается как в повседневной жизни, так и на уроках математики. Она бывает двух видов: прямой и обратной. Под прямой пропорциональностью понимается взаимосвязь между двумя величинами, при которой увеличение одной из них влечет за собой увеличение другой во столько же раз. Под обратной подразумевается взаимосвязь между двумя величинами, при которой увеличение одной из них влечет за собой уменьшение другой во столько же раз

1.2 Психолого-педагогические особенности младшего школьника

Младший школьный возраст – особый возраст в жизни ребенка, который выделился в отдельный период сравнительно недавно. В современной системе воспитания и обучения младший школьный возраст охватывает период жизни ребенка с 6-7 до 10-11 лет, который совпадает с периодом обучения в начальной школе. В этот период происходит интенсивное развитие и преобразование познавательных процессов: они начинают приобретать опосредованный характер, становятся осознанными и произвольными. Ребенок постепенно овладевает психическими процессами, учится управлять вниманием, памятью, речью, мышлением, воображением, совершенствуется работа головного мозга и нервной системы. [57, с. 26].

У разных школьников в начальной школе отмечается неравномерность психофизиологического развития. Сохраняются и различия в темпах развития мальчиков и девочек: девочки, по мнению Р.С. Немова, по-прежнему опережают мальчиков [41, с. 147].

Физиологи утверждают, что к семи годам кора головного мозга в значительной мере считается зрелой. Однако лобные доли, отвечающие за регуляцию, программирование и контроль психической деятельности, заканчивают развиваться только к 5-7 классу. У учащихся младшего школьного возраста они хоть и начали развитие, но все же не сформированы в полной мере, от этого оказывается недостаточным регуляция и тормозящее влияние коры на подкорковые структуры. Проявляется это в поведении детей, в особенностях организации деятельности и в эмоциональных проявлениях. Учащиеся начальных классов ещё очень эмоциональны и возбудимы, им тяжело скрыть свои эмоции, даже если они неуместны. Учащиеся не способны к длительному сосредоточению и легко.

Когда ребенок поступает в школу, начинается перестройка сознательных процессов. Маленький школьник включается в новый вид деятельности, который становится для него ведущим. На смену игровой деятельности приходит деятельность учебная. Она определяет важнейшие изменения, происходящие в развитии психики детей на данном возрастном этапе. В рамках учебной деятельности складываются психологические новообразования, характеризующие наиболее значимые достижения в развитии младших школьников. Если в дошкольном возрасте практически все познавательные процессы непроизвольны и неустойчивы, то в школе общими характеристиками всех познавательных процессов ребенка становятся их произвольность, продуктивность и устойчивость [66, с. 13].

На сегодняшний день проблема развития памяти у детей в возрасте от 7 до 11 лет является особо значимой. В условиях изменяющихся образовательных стандартов, постоянного роста потока информации увеличивается нагрузка на интеллектуальные функции младшего школьника, его мнемические процессы. Ребенку нужно много знать и многое помнить, с каждым днем все больше и больше. Память лежит в основе способностей человека, является условием научения, приобретения знаний, формирования умений и навыков. В практике школьного обучения, к сожалению, не обращается достаточного внимания на формирование у школьника адекватных и рациональных приемов запоминания.

Над развитием индивидуальных особенностей памяти работала З.М. Истомина [24]. Она выявила заметные возрастные и индивидуальные различия в процессе обучения младших школьников. Также изучением памяти занимались многие другие ученые, такие как Б.Д. Эльконин [66], Л.С. Выготский [13], Р.С Немов [41], М.В. Гамезо [16], Н.Ф. Талызина [57] и другие. Память считается одним из наиболее разработанных разделов психологии. Но дальнейшее изучение закономерностей памяти в наши дни опять сделало её одной из узловых проблем современного общества.

С точки зрения А.Н. Леонтьева, у младших школьников более развита *наглядно-образная память* (конкретные сведения, события, лица, предметы, факты) [53, с. 186]. Вместе с тем в процессе обучения создаются благоприятные условия для развития более сложных форм словесно-логической памяти (определения, описания, объяснения). Л.С. Выготский указывает нам на то, что у младших школьников *увеличивается объем памяти*. Но сам процесс развития памяти происходит неравномерно [13, с. 37].

Память развивается в двух направлениях – произвольности и осмысленности [66, с. 49]. Дети непроизвольно запоминают учебный материал, вызывающий у них интерес, преподнесенный в игровой форме, связанный с яркими наглядными пособиями или образами-воспоминаниями. Но, в отличие от дошкольников, они способны целенаправленно, произвольно запоминать материал, им не интересный. С каждым годом все в большей мере обучение строится с опорой на *произвольную* память.

Совершенствование *смысловой* памяти в этом возрасте дает возможность освоить достаточно широкий круг рациональных способов запоминания. Когда ребенок осмысливает учебный материал, понимает его, он его одновременно и запоминает. Таким образом, интеллектуальная работа является в то же время мнемонической деятельностью, мышление и смысловая память оказываются неразрывно связанными. Следует отметить, что младший школьник может успешно запомнить и воспроизвести и непонятный ему текст. Способность детей младшего школьного возраста к произвольному запоминанию неодинакова на протяжении обучения в начальной школе и существенно различается у учащихся 1-2-х и 3-4-х классов.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что память младшего школьника носит *непроизвольный характер*, механическая, наглядно-образная. Объём кратковременной памяти у детей младшего школьного возраста составляет ±7 единиц.

Доминирующей функцией в младшем школьном возрасте становится мышление. Если в дошкольном возрасте у детей преобладало наглядно – образное мышление, то с приходом в школу оно переходит в словесно – логическое [31, с. 273]. А математика, как известно, является основным механизмом развития мышления.

Большинство школьных программ направлены на развитие словесно-логического мышления, именно по этой причине данный вид восприятия получает наибольшее развитие. В первые два года обучения дети много времени работают с наглядными примерами, но затем с переходом из класса в класс объем таких занятий сокращается. Образное мышление теряет актуальность в учебной деятельности.

Мышление, по мнению Л.С. Выготского, в младшем школьном возрасте приобретает абстрактный и обобщенный характер [13, с. 45]. Основной вид мышления в этом возрасте – наглядно-образное. Специфика данного вида мышления заключается в том, что решение любой задачи происходит в результате внутренних действий с образами.

В младшем школьном возрасте формируются элементы понятийного мышления и мыслительные операции: анализ, синтез, сравнение, группировка, классификация, абстрагирование, которые необходимы для соответствующей переработки теоретического содержания. Преобладающим является практически действенный и чувственный анализ. Это означает, что учащиеся легко решают те учебные задачи, где можно использовать практические действия с самими предметами или находить части предметов, наблюдая их наглядно. Развитие абстракции у школьников проявляется в формировании способности выделять общие и существенные признаки. Одной из особенностей абстракции учащихся младших классов является то, что за существенные признаки они порой принимают внешне яркие признаки [15, с. 186].

Несмотря на то, что у обучающихся в начальной школе преобладает наглядно-образное мышление, в настоящее время, в первую очередь благодаря работам Д. Б. Эльконина [63] и В.В. Давыдова [18] доказано, что дети младшего школьного возраста имеют большие познавательные возможности, что позволяет совершенствовать у них основы теоретических форм мышления.

Говоря о развитии теоретического мышления младших школьников, следует сказать, что они обладают достаточно развитым конкретным мышлением. Чтобы сформировать научное понятие, необходимо учить детей дифференцировано подходить к признакам предмета. Надо показать ребенку, что есть существенные признаки, без которых предмет не может быть подведен под конкретное понятие. Критерием овладения тем или иным понятием является умение им оперировать. Если учащиеся 1-2-х классов отмечают наиболее наглядные внешние признаки, характеризующие действие объекта или его назначение, то к 3-4-м классам школьники уже опираются на знания, представления, сложившиеся в процессе обучения. Выпускник начальной школы должны уметь устанавливать иерархию понятий, вычленять более широкие и более узкие понятия, находить связи между родовыми и видовыми понятиями.

Развитие теоретического мышления, т.е. мышления в понятиях, способствует возникновению к концу младшего школьного возраста рефлексии, которая, являясь новообразованием подросткового возраста, преображает познавательную деятельность и характер их отношений к самим себе и другим людям [15, 204].

В развитии мышления младших школьников наблюдается две основные стадии. На первой стадии (1-2 класс) мыслительная деятельность напоминает мышление дошкольника. Анализ производиться в наглядно-действенном плане: дети опираются на реальные предметы или их прямые заместители, изображения. На основе систематической учебной деятельности к 3 классу изменяется характер мышления и начинается вторая стадия в его развитии. В основе суждений школьников о признаках и свойствах предметов и явлений лежат чаще всего наглядные изображения и описания. Но вместе с тем эти суждения являются результатом анализа текста, мысленного сопоставления его отдельных частей, мысленного выделения в этих частях главных компонентов, их объединения в целостную картину, обобщения частностей в некотором новом суждении, теперь уже отделенном от прямых его источников и ставшем абстрактным знанием. Следствием такой умственной аналитико-синтетической деятельности служит абстрактное суждение или обобщенное знание.

Таким образом, основной вид мышления в младшем школьном возрасте – наглядно-образное, формируется теоретическое. Оно носит абстрактный и обобщенный характер. К концу четвертого класса у детей начинается переход от наглядно-образного к словесно-логическому мышлению.

В отечественной психологии проблемами восприятия занимались такие известные ученые как А. Н. Леонтьев [33], Л.С. Выготский [13], Н.Ф. Талызина [57], В.А. Крутецкий [31], В. П. Зинченко [24]. У учащихся младших классов процесс восприятия часто ограничивается только узнаванием предмета. В начале обучения учащиеся не способны к тщательному и детальному рассмотрению предмета. Восприятие учащихся 1-2-х классов отличается слабой дифференцированностью. Довольно часто первоклассники путают схожие между собой в том или ином отношении предметы. Ошибкой является зеркальное перевертывание букв, фигур, цифр при изображении. Чтобы младшие школьники не допускали таких ошибок, необходимо их научить сравнивать сходные предметы, находить различия между ними.

С возрастом дети должны овладеть техникой восприятия, научиться смотреть, слушать, выделять главные, существенные признаки предметов, видеть в них много разных деталей, чтобы их восприятие превратилось в управляемый, сознательный процесс.

В развитии произвольного восприятия огромное значение имеет слово. У учащихся первого класса слово завершает процесс восприятия. Назвав предмет, дети перестают его детально анализировать. Учащиеся 2-3-х классов, назвав предмет, продолжают его описывать в словесной форме. Если в 1-2-х классах восприятие словесного материала еще нуждается в наглядности, то уже в 3-4-х классах это требуется уже в меньшей степени.

В младшем школьном возрасте идет совершенствование восприятия сюжетной картинки. Дети умеют устанавливать пространственные связи между частями картины. Немецкий психолог В. Штерн выделил 3 стадии восприятия детьми картинки [65, с. 73]:

1. Перечисление (от 2 до 5 лет),
2. Описание (от 6 до 9-10 лет),
3. Интерпретация (после 9-10 лет) [62].

Эти стадии зависят от опыта ребенка, от степени развития восприятия.

Д.Б. Эльконин полагал, что в процессе обучения детей в начальной школе восприятие становится думающим, т.е. восприятие становится [66, 85]:

а) анализирующим;

б) дифференцирующим;

в) принимает характер организованного наблюдения;

г) изменяется роль слова в восприятии предметов и явлений.

Развитие восприятия не может происходить само собой. В этом велика роль учителей и родителей, которые могут организовать деятельность детей по восприятию тех или иных предметов или явлений, учат выявлять существенные признаки, свойства предметов и явлений. Одним из эффективных методов организации восприятия и воспитания наблюдательности является сравнение. Восприятие при этом становится более глубоким, количество ошибок уменьшается. В результате игровой и учебной деятельности восприятие само переходит в самостоятельную деятельность, в наблюдение. Наблюдения является осмысленным и целенаправленным восприятием.

Информацию о мире мы получаем через различные каналы восприятия, в основном, через глаза, уши и ощущения. Эти сенсорные каналы и есть наши модальности (возможности): визуальная, аудиальная и кинестетическая. У каждого человека какой-то из сенсорных каналов развит лучше, и человек, воспринимая действительность, больше ему доверяет, через него сверяет достоверность любой информации. Сенсорный канал, с помощью которого человек отражает действительность и дает обратную связь называется репрезентативной сенсорной системой, на ее основе нами принимаются все решения. В зависимости от того, какая сенсорная система преобладает, всех людей можно условно поделить на визуалов, аудиалов, кинестетиков [34, с. 183].

Языковое восприятие людей друг другом с разной репрезентативной системой затруднено. Если репрезентативная сенсорная система учителя не соответствует сенсорным системам учеников – это обязательно скажется на их успеваемости. Учителя, работающие в трех системах, осуществляют синтонное обучение, которое необходимо по той причине, что есть сенсорно неполноценные дети. Такая работа начинается с выявления сенсорного дефицита. Потом одна и та же информация дается в трех системах, т.е. учитель сам переводит язык своей модальности на язык других субмодальностей. Например, учитель визуал, обычно использует выражение "посмотрите", и отзовутся на этот призыв, в основном, визуалы. Если он работает синтонно, он скажет: "Посмотрите, почувствуйте, ощутите».

Для визуалов информация преподносится в картинках, таблицах, схемах и диаграммах. Такие учащиеся предпочитают разбирать текст произведения или читать «с листа», чем слушать устное объяснение учителя. Кинестетики же лучше воспринимают информацию во время практического выполнения задания. Обучение аудиалов происходит при использовании устных объяснений учителя [18].

Преподавателю следует помнить следующие правила:

1) при работе с учеником-визуалом прибегайте к словам, описывающим цвет, размер, форму, местоположение. Выделять цветом различные пункты или аспекты содержания; записывать действия; использовать схемы, таблицы, наглядные пособия. Ключевые слова визуальной модальности: видеть, наблюдать, смотреть, сфокусировать, мелькать, перспектива, картина, ракурс, отчетливо, ярко, туманно и т. д. [18];

2) организуя процесс обучения ученика-кинестетика, необходимо применять жесты и прикосновения. Ключевые слова кинестетической модальности: чувствовать, ощущать, притрагиваться, хватать, гладкий, шероховатый, холодный и т. д. [18];

3) с учеником-аудиалом используйте вариации голоса (громкость, высота, паузы). Ключевые слова аудиальной модальности: слышать, звучать, настраивать, кричать, оглушить, скрипеть, звенеть, скрежетать, согласовывать, громкий и т. д. [18].

Из выше сказанного следует, что восприятие у детей младшего школьного возраста непроизвольное. В зависимости от индивидуальных особенностей у каждого ребенка хорошо развит тот или иной сенсорный канал. Для визуалов информация должна быть представлена в виде наглядных образов, для аудиалом – в виде устных объяснений, а для кинестетов – в виде каких-либо предметов, которые можно потрогать. Школьный учитель должен обладать гибким стилем преподавания, владеть приемами воздействия на зрительную, аудиальную и кинестетическую сенсорные системы. Только воздействуя на разные сенсорные системы, меняя тон голоса и модальность употребляемых слов, выражение лица, жесты, вызывая определенные эмоции и переживания, можно добиться взаимопонимания и личностного контакта с каждым учеником.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что в каждом ребенке своеобразно сочетаются индивидуальные и возрастные особенности, при этом индивидуальные особенности могут опережать возрастные. В младшем школьном возрасте процессы памяти и восприятия являются непроизвольными, а мышление носит обобщенный характер. Преобладает в этом возрасте наглядно-образное мышление и память, формируется теоретическое мышление и смысловая память. Объем кратковременной памяти составляет ±7 единиц. В зависимости от того, какая сенсорная система преобладает у детей, их можно условно поделить на визуалов, аудиалов, кинестетиков, поэтому для каждого типа информация должна быть представлена в доступном для их понимания виде.

1.3 Методические особенности организации деятельности обучающихся в процессе обучения решению сюжетных арифметических задач на пропорциональную зависимость

Обучение математике создает благоприятные условия для развития у младших школьников логических УУД: анализа, синтеза, сравнения, классификации, аналогии, обобщения.

Текстовые задачи – это важный раздел математики. Умение решать текстовые задачи является одним из показателей уровня математического развития обучающихся, глубины усвоения ими учебного материала. При решении текстовых математических задач у обучающихся формируются три группы УУД, прописанных в образовательном стандарте [17, с. 45]:

- личностные УУД – терпение, настойчивость, воля, навыки самооценки и контроля, умения общения.

- метапредметные УУД – совершенствуются логические умения проводить анализ и синтез, обобщать и конкретизировать, выявлять основную и второстепенную информацию в тексте; пробуждается интерес к самому процессу поиска решения, достигая цель, обучающиеся получают моральное удовлетворение;

- предметные УУД – формируются математические понятия, понимание значения математики в повседневной жизни, повышается вычислительная культура.

Термин «задача» встречается почти каждый день в повседневной жизни и в науке, но общепринятого определения нет по сегодняшний день.

Текстовые задачи являются средством ознакомления обучающихся с такими математическими отношениями, как «больше», «меньше», «столько же», «сколько», а также являются идеальным средством ознакомления обучающихся с окружающей действительностью, развития их познавательных интересов, способствуют усвоению вычислительных навыков, а их содержание служит средством воспитания нравственных качеств младших школьников [5, с. 177].

В широком смысле слова под задачей мы понимаем некоторую ситуацию, которая требует исследования или разрешения человеком.

В толковом словаре русского языка Ожегова С.И. дается такая трактовка этого понятия: «Задача – это то, что требует разрешения, исполнения» [42, с. 203].

В психологии «задача – цель деятельности, которая дана в определенных условиях и требует для своего использования адекватных этим условиям средств. Поиск и применение этих средств составляет процесс решения задачи» [41, с. 119].

Рубинштейн С.Л. связывает понятие задачи с деятельностью. Он пишет, что, деятельность направляется непосредственно с осознаваемой целью действующего субъекта «для осуществления цели необходим учёт условий, в которых её предстоит реализовать, соотношение цели с условиями определенную задачу, которая должна быть разрешена действием. Целенаправленное человеческое действие является по существу своим решением задачи» [55, с. 215].

В учебно-педагогической литературе также встречаются разнообразные подходы к пониманию задачи.

По мнению Н.Б. Истоминой, «любое математическое задание можно рассматривать как задачу, выделив в ней условие т.е. ту часть, где содержаться сведения об известных и неизвестных значениях величин, об отношениях между ними, и требование, т. е указание на то, что нужно найти» [26, с. 134].

Моро М.И. дает такое определение: «Задача – это сформулированный словами вопрос, ответ на который может быть получен с помощью арифметических действий» [38, с. 111].

Царева С.Е. не дает строгое определение «задачи», а относит его к числу широких общенаучных понятий и выделяет следующие основные характеристики: «Задача содержит в себе некоторую информацию о какой-либо области деятельности (условие) и требование - то, что необходимо найти, узнать, построить, доказать» [61, с. 92].

«Текстовая задача – это математическая задача, в которой есть хотя бы один объект, являющийся реальным предметом. Она представляет собой словесную модель ситуации, явления, события, процесса и т. п. Как в любой модели, в текстовой задаче описывается не все событие или явление, а лишь его количественные и функциональные характеристики» – это мнение Т.Е.Демидовой, А. П. Тонких [23, ч. 10].

«Сюжетная арифметическая задача – это некое математическое содержание в языковой оболочке. Именно эта двойственная природа задачи и определяет две ключевые проблемы учащихся при их решении, одна из которых лежит в области математики, другая – лингвистики». Такое определение выделяет Басалаева М.В. [3, с. 42]

Не смотря на большое разнообразие определений, рабочим в нашей работе является трактовка М.А. Бантовой и Г.В. Бельтюковой. Под задачей в начальном курсе математике они подразумевают «специальный текст, в котором обрисована некая житейская ситуация, охарактеризованная численными компонентами» [2, с. 288].

Все математики сводят к одному, что в любой сюжетной арифметической задаче можно выделить условие (данные числовые компоненты и отношение между ними) и требование.

«Решить задачу – значит раскрыть связи между данными и искомым, заданные условием задачи, на основе чего выбрать, а затем выполнить арифметические действия и дать ответ на вопрос задачи» [5, с. 280].

В методических пособиях выделяют разное число этапов в процессе решения сюжетных задач. Наиболее полно представлена стратегия решения сюжетной задачи Л. М. Фридманом [60, с. 3], который весь процесс решения задачи разбивает на семь этапов.

- 1. Анализ текста задачи.
- 2. Построение вспомогательной модели задачи (краткая запись задачи).
- 3. Построение решающей математической модели задачи.
- 4. Осуществление решения задачи.
- 5. Проверка решения задачи.
- 6. Формулировка ответа задачи.
- 7. Учебно-познавательный анализ задачи и ее решения.

В своей работе мы пользуемся этапами, которые вычленил Д. Пойа при решении любых задач:

I. Восприятие (ознакомление с содержанием и осмысление текста);

II. Поиск, составление плана решения;

III. Запись решения и ответа;

IV. Проверка [47, с 176].

Рассмотрим методические особенности работы с учениками на этих этапах.

Анализ задачи осуществляется с помощью следующих приемов: правильное чтение и слушание сюжетной задачи: правильное прочтение всех слов и словосочетаний, выделение числовых данных, название отношений;

представление жизненной ситуации; разбиение текста задачи на смысловые части; переформулирование текста задачи.

Для изучения и решения сюжетной задачи возможно использовать разные способы визуализации [10, с. 59]:

- материальные модели;
- вербальные модели,
- знаково-символьные модели;
- образно-графические и др..

Под поиском решения задачи Л. Л. Гуров [37, с. 204] понимает отыскание принципа построения логики решения, в соответствии с чем выполняются те или иные действия, о которых нельзя заранее сказать, приведут ли они к требуемому результату или нет. Можно выделить два основных приема поиска решения сюжетных задач: по визуализации и с помощью рассуждений «от вопроса к данным» и «от данных к вопросу».

Используя при решении каждой задачи аналитический (от вопроса к данным) или синтетический (от данных к вопросу) способ разбора, учитель в конечном итоге добивается того, что дети сами задают себе эти вопросы в определённой последовательности и выполняют рассуждения, связанные с решением задачи.

Умение решать текстовые задачи, была, есть и будет одна из серьёзных проблем обучающихся начальной школы. Анализируя методическую литературу, знакомясь с опытом работы других учителей, используя свой опыт работы, мы определили, что решение большого количества однотипных задач способствует умению решать, но не приводит к формированию умения анализировать и решать задачи всех видов.

Вопрос о том, как научить детей устанавливать связи между данным и искомым в текстовой задаче и в соответствии с этим выбрать, а затем выполнить арифметические действия, решается в методической науке по-разному.

Тем не менее, всё многообразие методических рекомендаций, связанных с обучением младших школьников решению задач, рассматривается с точки зрения двух принципиально отличающихся друг от друга подходов.

Один подход нацелен на формирование у учащихся умения решать задачи определённых типов – активно используется в традиционной школе [62, с. 49].

Цель другого подхода – научить детей выполнять семантический и математический анализ текстовых задач, выявлять взаимосвязи между условием и вопросом, данными и искомыми и представлять эти связи в виде схематических и символических моделей [62, с. 49]. Это метод развивающего обучения.

При первом подходе дети сначала учатся решать простые задачи, а затем составные, включающие в себя различные сочетания простых задач.

Методика обучения решению простых задач каждого вида сориентирована на три ступени: подготовительную, ознакомительную, закрепление. Работа с каждым новым видом составных задач ведётся так же.

Решение составных задач (при данном подходе) сводится к разбиению их на ряд простых задач и последовательному решению. Поэтому необходимым условием для решения составной задачи является твёрдое умение детей решать простые задачи, входящие в составные.

Но такая деятельность при решении задач каждого вида вряд ли может способствовать активизации мышления учащихся. Тем более, если речь идёт о решении задач определённых видов, текстовые конструкции которых также отличаются однообразием: сначала всегда даётся условие, а затем ставится вопрос. Если же вопрос формулируется нестандартно или с него начинается текст задачи, то это квалифицируется как упражнение творческого характера.

Основным методом обучения решению составных задач при данном подходе является показ способов решения определённых видов и значительная практика по овладению ими. Поэтому многие учащиеся решают задачи лишь по образцу и, встретившись с задачей незнакомого вида, заявляют: «Мы такие задачи не решали».

При втором подходе процесс решения задач (простых и составных) рассматривается как переход от словесной модели к модели математической или схематической.

В основе осуществления этого перехода лежит семантический анализ текста и выделение в нём математических понятий и отношений. Обучающихся должны быть подготовлены к этой деятельности и их нужно этому научить. Поэтому знакомству младших школьников с текстовой задачей должна предшествовать специальная работа по формированию математических понятий и отношений, которые они будут использовать при решении текстовых задач. До знакомства с задачей учащимся необходимо приобрести определённый опыт в соотнесении предметных, текстовых, схематических и символических моделей, которые они смогут использовать для интерпретации текстовой модели.

Таким образом, готовность школьников к знакомству с текстовой задачей предполагает сформированность следующих навыков [21, с. 305]:

- навыка чтения;
- представления о назначении действий сложения и вычитания, их взаимосвязи, понятий «увеличить (уменьшить) на», «разностного сравнения»:
- основных мыслительных операций: анализа и синтеза, сравнения;
- умения описывать предметные ситуации и переводить их на язык схем и математических символов;
- умения чертить, складывать и вычитать отрезки;
- умения переводить текстовые ситуации в предметные и схематические модели.

Особую сложность для младших школьников представляют задачи с пропорциональными величинами. Именно при решении задач такого вида обучающиеся допускают наибольшее количество ошибок, так как не могут чётко представить жизненную ситуацию, отражённую в задаче, не уясняют отношения между величинами в ней, зависимость между данными и искомыми, а поэтому механически манипулируют числами. Одна из основных причин является неправильная организация первичного восприятия учащимися условия задачи и её анализа, которое часто проводится без её графического моделирования. Но именно задачи с пропорциональной зависимостью готовят учащихся к обучению математике в среднем и старшем звене школы.

В целях экономии времени в процессе анализа задачи педагоги используют разные виды краткой записи или готовые схемы, а создание визуализации задачи на глазах у детей или самими детьми в процессе решения задачи применяют крайне редко. Это совершенно неправильно.

Чтобы научить ребенка самостоятельно решать текстовые задачи с пропорциональной зависимостью, нужно в первую очередь научить ученика анализировать задачу, устанавливать зависимость между величинами, взаимосвязь между условием и вопросом задачи, определять количество и порядок действий для решения задачи, выбирать и объяснять выбор действий. Поэтому, на наш взгляд, одним из основных приёмов в анализе задачи является прием визуализации, который поможет ученику не только понять задачу, но и самому найти рациональный способ её решения.

Традиционно методисты Н.Б. Истомина в математике выделяет шесть видов задач на пропорциональную зависимость [26, с. 227]:

1. Задачи с пропорциональными величинами (задачи на движение, работу, стоимость, расход материала, сбор урожая и т.д.);
2. Задачи на нахождение четвертого пропорционального;
3. Задачи на пропорциональное деление;
4. Задачи на нахождение неизвестных по двум разностям;
5. Задачи логического и комбинаторного характера;
6. Задачи на нахождение доли целого и целого по его доли [26, с. 227].

Проанализировав учебники разных УМК по математики в начальных классах, мы увидели, что только в третьих и четвертых классах рассматриваются задачи на пропорциональную зависимость. В курсе

«Математика» начальной школы рассматриваются в основном текстовые задачи с прямой пропорциональной зависимостью, включаются задачи с такими величин:

- цена, количество, стоимость;
- скорость, время, расстояние;
- расход материи на одну вещь, количество вещей, общий расход материи;
- выработка в единицу времени, время работы, общая выработка [30, с. 98];

Мы выделили основные процессы, изучаемые с помощью задач с пропорциональной зависимостью: купля-продажа, движение, работа.

Рассмотрим некоторые перечисленные нами виды задач и приведем образцы.

1. *Задачи на нахождение четвертого пропорционального.*

К задачам такого вида относятся задачи, в которых рассматриваются две прямо и обратно пропорциональные величины при постоянной третьей. В них известно одно значение одной величины и два значения другой и требуется найти второе значение другой. Для демонстрации таких видов задач методистом Н.Б.Истоминой предложены таблицы[26, с. 231]

Таблица 1. Задачи на нахождение четвертого пропорционального по Истоминой Н.Б

	Величины		
	Цена	Количество	Стоимость
1	Постоянная	Даны два значения	Дано одно значение, а другое является искомым
2	Постоянная	Дано одно значение, а другое является искомым	Даны два значения

Продолжение таблицы 1. Задачи на нахождение четвертого пропорционального по Истоминой Н.Б

3	Даны два значения	Постоянное	Дано одно значение, а другое является искомым
4	Дано одно значение, а другое является искомым	Постоянное	Даны два значения
5	Даны два значения	Дано одно значение, а другое является искомым	Постоянная
6	Дано одно значение, а другое является искомым	Даны два значения	Постоянная

Рассмотрим этот вид на примере процесса купля-продажа с величинами - количество, цена, стоимость.

Задача: За 6 карандашей заплатили 40 руб. Сколько стоят 3 таких карандаша?

Итак, здесь три величины, одна из них постоянна, а две другие – переменные. Известно два значения одной из них (количества) и одно значение другой (стоимости). Ясно, что стоимость карандашей уменьшится во столько же раз, во сколько уменьшится их количество. Это можно увидеть в таблице 2

Таблица 2. Визуализация к задаче

Цена	Количество	Стоимость
Одинаковая	6 карандашей	40 рублей
	3 карандаша	? рублей

Следовательно можно записать и решение по действиям с пояснениями:

1) 6 : 3 = 2 (раза) – во столько раз карандашей стало меньше;

2) 40 : 2 = 20 (р.) – стоимость трех карандашей.

Ответ: 20 рублей.

2. *Задачи на пропорциональное деление.*

К задачам этой группы относятся задачи, в которых данное значение некоторой величины требует разделить на части пропорционально заданным числам. В некоторых из них части представлены ясно, а в других эти части надо суметь выделить, приняв одно из значений этой величины за одну часть и определив, сколько таких частей приходится на другие ее значения.

В основе задач на пропорциональное деление лежат задачи на нахождение четвертого пропорционального. К этой группе относятся следующие виды задач:

- задачи на части, или задачи, решаемые делением пропорционально ряду данных чисел;
- задачи на нахождение чисел по сумме и кратному отношению;
- задачи, решаемые делением числа пропорционально нескольким рядам чисел [27, с. 30].

«Основным признаком задач на пропорциональное деление является содержащееся в них требование распределить одно числовое значение величины (например, стоимости) пропорционально данным числам (например, числу предметов в одной совокупности и числу предметов в другой совокупности)» - указывает А.В. Белошистая [5, 246].

Приведем пример:

Задача: Две девочки купили тетради по одинаковой цене. Первая купила 6 тетрадей, а вторая – 4 тетради. Всего они уплатили 60 рублей. Сколько денег уплатила каждая?

Таблица 3. Визуализация к задаче

	Цена	Количество	Стоимость	
1.	Одинаковая	6 т.	? руб.	60 руб.
2.		4 т.	? руб.	

Найдем количество тетрадей:

1) 6+4=10 (т) – купили девочки.

После этого мы можем узнать, сколько стоит 1 тетрадь, так как цена была одинаковая:

2) 60:10=6 (руб.)- цена одной тетради.

Теперь мы можем найти, сколько денег уплатила каждая девочка:

3) 6·6=36 (руб.) – уплатила первая девочка.

4) 4·6=24 (руб.) – уплатила вторая девочка.

Ответ: 36 рублей уплатила первая девочка, 24 рубля – вторая.

Задачи на части, или задачи, решаемые делением пропорционально ряду данных чисел.

К задачам данного типа относятся задачи, в которых значение некоторой величины нужно разделить на части прямо пропорционально ряду чисел [50, с. 275]. Приведем образец такой задачи.

Задача: Туристическая фирма располагает четырьмя базами отдыха, которые имею корпуса одинаковой вместимости. На территории 1-й базы отдыха расположены 6 корпусов, 2-й – 4 корпуса, 3-й – 5 корпусов, 4-й – 7 корпусов. Сколько отдыхающих может разместиться на каждой базе, если на всех 4 базах может разместиться 2112 человек»?

Таблица 4. Визуализация к задаче

	Вместимость	Количество корпусов	Всего человек	
1	Одинаковая	6 к.	? ч.	2112 ч
2		4 к.	? ч.	
3		5 к.	? ч.	
4		7 к.	?ч.	

Чтобы ответить на вопрос задачи, сколько отдыхающих может разместиться на каждой базе, нужно знать, сколько отдыхающих разместиться в одном корпусе, а также, сколько корпусов расположено на территории каждой базы. Число корпусов на каждой базе дано в условии. Чтобы узнать, сколько отдыхающих может разместиться в одном корпусе, надо знать, сколько отдыхающих может разместиться на всех 4 базах (это дано в условии) и сколько корпусов расположено на территории всех 4 баз. Последнее можно определить, зная из условия, сколько корпусов расположено на территории каждой базы.

Запишем, в соответствии с этим решение с пояснениями:

1) 6 + 4 + 5 + 7 = 22 (к.) – расположено на территории 4 баз;

2) 2112 : 22 = 96 (ч.) – может разместиться в одном корпусе;

3) 96 · 6 = 576 (ч.) – может разместиться на первой базе;

4) 96 · 4 = 384 (ч.) – может разместиться на второй базе;

5) 96 · 5 = 480 (ч.) – может разместиться на третьей базе;

6) 96 · 7 = 672 (ч.) – может разместиться на четвертой базе.

Ответ: на первой базе может разместиться 576 отдыхающих, на второй – 384 отдыхающих, на третьей – 480 отдыхающих, на четвертой – 672 отдыхающих.

Задачи на нахождение чисел по сумме и кратному отношению.

Чаще задачи этого вида можно увидеть в учебниках по программам развивающего обучения: "Гармония" (учебник Н.Б.Истоминой), "Школа 2000..." (учебник Л.Г.Петерсон).

Дадим образец задачи с пропорциональной зависимостью и этого вида.

Задача: Кот Матроскин пошёл на рыбалку и поймал 20 ершей и окуней, причём ершей в 3 раза больше. Сколько ершей и сколько окуней поймал Кот Матроскин?

Рисуем схему.

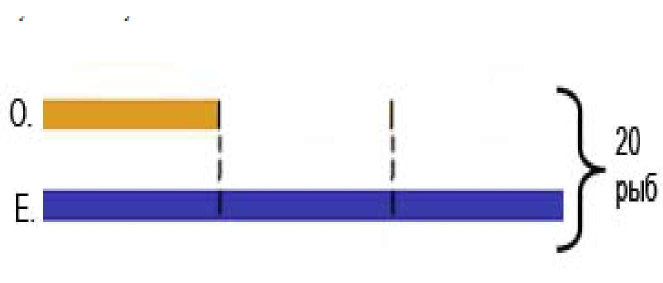


Рис 8. Визуализация к задаче

Желтым отрезком обозначим окуней, которые поймал Матроскин. Ершей в три раза больше, значит и отрезок будет в 3 раза длиннее – обозначим его фиолетовым цветом. А что значит в 3 раза длиннее? Это значит, что желтый отрезок поместится в фиолетовый 3 раза. А всего рыб 20.

Получилось, что количество окуней обозначено одним отрезком, т.е. одной частью, а количество ершей – тремя такими же частями. А все эти части вместе и составляют 20 рыб. Мы можем узнать, сколько всего частей.

1) 3 + 1 = 4 (части) составляют число 20

Итак, если 20 рыб – это 4 равных части, то мы можем узнать, сколько рыб в одной части. И это мы находим действием деления.

2) 20 : 4 = 5 (рыб) – в одной части. А мы знаем, что одна часть – это количество окуней.

А если мы знаем, сколько было окуней, как узнать сколько ершей? Ершей в 3 раза больше, чем окуней, значит надо умножить.

3) 5 · 3 = 15 (рыб) – ершей

Ответ: Кот Матроскин поймал 5 окуней и 15 ершей.

Существуют и *задачи, решаемые делением числа пропорционально нескольким рядам чисел.*

К задачам данного типа относятся задачи, в которых значение некоторой величины нужно разделить на части пропорционально нескольким рядам чисел.?

Задача: Двое рабочих получили 1800 р. Один работал 3 дня по 8 ч, другой 6 дней по 6 ч. Сколько заработал каждый, если за 1 ч работы они получали поровну?

Таблица 5. Визуализация к задаче

	Ч/день	Количество дней	Заработок	
1	8 ч.	3 д.	? руб.	1800 руб.
2	6 ч.	6 д.	? руб.	

Чтобы узнать, сколько получал каждый рабочий, надо знать сколько рублей платили за 1 ч работы и сколько часов работал каждый рабочий. Чтобы узнать, сколько рублей платили за 1 ч работы, надо знать, сколько заплатили за всю работу (дано в условии) и сколько часов работали оба рабочих вместе. Чтобы узнать общее число часов работы, надо знать о том, сколько часов работал каждый, а для этого необходимо знать - сколько дней работал каждый и по сколько часов в день. Эти данные в условии имеются. Запишем решение по действиям с пояснением:

1) 8 · 3 = 24 (ч) – работал первый рабочий;

2) 6 · 6 = 36 (ч) – работал второй рабочий;

3) 24 + 36 = 60 (ч) – работали оба рабочих вместе;

4) 1800 : 60 = 30 (р.) – получали оба рабочих за 1 ч работы;

5) 30 · 24 = 720 (р.) – заработал первый рабочий;

6) 30 · 36 = 1080 (р.) – заработал второй рабочий.

Ответ: первый рабочий заработал 720 рублей; а второй - 1080 рублей.

3. Задачи на нахождение неизвестного по двум разностям.

К задачам данного вида относятся задачи, в которых рассматривается две прямо и обратно пропорциональные величины, такие, что известны два значения одной величины и разность соответствующих значений другой величины, а требуется найти сами величины [54, с. 96].

Задача: Два поезда прошли с одинаковой скоростью – один 837 км, другой 248 км, причем первый был в пути на 19 ч больше второго. Сколько часов был в пути каждый поезд?

Таблица 6. Визуализация к задаче

V	T	S
Одинаковая	?ч на 19 ч >	837 км
	?ч	248км

Для ответа на вопрос задачи, сколько часов был в пути тот или другой поезд, надо знать пройденное им расстояние и скорость. Расстояние дано в условии. Чтобы узнать скорость, надо знать расстояние и время, за которое это расстояние пройдено. В условии сказано, что первый поезд шел на 19 ч дольше - это первая разность между величинами в данной задаче, а пройденное им за это время расстояние можно найти - это и будет вторая разность. Используя две разности, вычислим скорость первого поезда, а уже следующими действиями - время движения поездов.

Запишем решение по действиям с пояснениями:

1) 837 – 248 = 589 (км) – на столько километров больше прошел первый поезд;

2) 589 : 19 = 31 (км/ч) – скорость первого поезда;

3) 837 : 31 = 27 (ч) – был в пути первый поезд;

4) 248 : 31 = 8 (ч) – был в пути второй поезд.

Ответ: первый поезд был в пути 27 часов, второй поезд - 8 часов.

При первичном знакомстве с задачами на пропорциональные зависимости, мы считаем, что целесообразно использовать прием визуализации, при котором решение задачи становится более понятным для всех учащихся. Визуализация помогает трансформировать абстрактные данные и явления таким образом, чтобы объект стал доступным зрительному восприятию.

В науке существует множество трактовок визуализации, так как единого определения нет. Визуализация присутствует во всех сферах деятельности человека. Образование она тоже не обошла стороной.

Сам термин «визуализация» происходит от латинского «visualis» – воспринимаемый зрительно, наглядный. И.А. Трухан и Д.А. Трухан под визуализацией подразумевают «процесс представления данных в виде изображения с целью максимального удобства их понимания; придание зримой формы любому мыслимому объекту, субъекту, процессу и т. д.» [58, с. 113].

С точки зрения психологии, «визуализация» – представление физического явления или процесса в форме, удобной для зрительного восприятия (например, с помощью схем, таблиц и т.п.) [41, с. 368].

А.Н. Иоффе определяет визуализацию в образовании как «способ получения и обобщения знаний на основе зрительного образа понятия, события, процесса, явления, факта, основанный на ассоциативном мышлении и системном структурировании информации в наглядной форме» [51, с. 139]. Она дает возможность перевода информации из текстового формата в графический вид.

А.А. Вербицкий предлагает такое определение: «Процесс визуализации – это свертывание мыслительных содержаний в наглядный образ; будучи воспринятым, образ может быть развернут и служить опорой адекватных мыслительных и практических действий» [52, с. 5].

Н.В. Камардина определяет визуализацию, как «метод предоставления абстрактной информации в форме, удобной для зрительного восприятия и анализа явления или числового значения» [28, с. 103]. Этот термин отличается многогранностью, а суть его опирается на сферу деятельности. Целью этого метода является успешное усвоение информации. Информация должна исходить из абстрактного явления, которое требует длительных размышлений, а вследствие этого процесса невидимое превращается в зримое.

Для своей работы мы выбрали определение ученых Р. Ленглера и М. Эпплера. Они считают, что «визуализация» – это систематическая, обоснованная, внешняя, постоянная и графическая репрезентация, которая отображает информацию таким образом, чтобы она способствовала пониманию общей идеи, выработке комплексного понимания или передачи впечатлений [28, с. 103]. На наш взгляд, оно полно отражает и раскрывает данный прием. Поэтому, мы предполагаем, что прием визуализации при решении текстовой задачи повышает мыслительную деятельность учащихся, способствует развитию вариативности мышления, а значит, делает процесс решения задач более интересным.

Одной из основных задач начального курса обучению математики является обучение младших школьников визуализировать любую информацию, в том числе и задачи. В настоящее время прием визуализации рассматривается более широко, с точки зрения формирования его как одного из учебных действий, которое входит в группу познавательных универсальных учебных действий.

В новом образовательном стандарте оно представлено как важное УУД: выпускники начальной школы должны научиться использовать знаково-символические средства, что связано с действием визуализирования. В то же время в современной системе образования визуализация рассматривается [22, с. 36]:

а) как содержание, которое должно быть усвоено в процессе обучения;

б) как способ познания, которым должны овладеть учащиеся;

в) как одно из основных учебных действий, являющееся составным элементом учебной деятельности.

Предмет «Математика» в начальной школе выступает как основа развития познавательных действий, включая и знаково-символические, а также действий планирования, систематизации и структурирования знаний, перевода с одного языка на другой, визуализации, дифференциации существенных и несущественных условий. В результате у обучающихся формируются элементы системного мышления, вырабатываются вычислительные навыки, усваивается содержание начального курса математики.

Особое значение в связи с этим приобретает работа над текстовой задачей. Психологи, математики рассматривают процесс решения задачи как процесс поиска системы моделей. Каждая модель выступает как одна из форм отображения структуры задачи, а преобразование ее идет по пути постепенного обобщения, абстрагирования и, в конечном результате, построения ее математической модели [16].

В современных школьных программах формированию умений чертить отрезки, заменять предметные картинки на символические, выполнять чертежи, составлять таблицы уделено недостаточно времени. Главной проблемой остается то, что дети не могут перейти от текста задачи к математической модели [32].

Проанализировав УМК: «Школа России», «Гармония» и «Перспектива», мы пришли к выводу, что работа с задачами на пропорциональные зависимости ведётся в каждом УМК на протяжении всех лет обучения. Но программа предлагает свой единичный способ решения и вид записи. Тогда перед ребенком встает проблема – задача не решается, так как те способы, которыми он владеет, не дают результат. Поэтому мы предполагаем, что приём визуализации в процессе обучении решению сюжетных арифметических задач будет результативным. Он поможет найти способ решения, будет способствовать глубокому усвоению алгоритмов решения, осознанию всех связей присутствующих в задаче, поможет увидеть взаимосвязь понятий.

Решению этой проблемы следует уделить внимание с самых первых уроков математики: работа над задачей начинается с первого класса в дочисловом периоде, когда дети работают с предметами, сравнивая их по разным признакам. На данном этапе работы текста задачи нет, он заменен реальной ситуацией, в которой дети действуют с реальными предметами. От действий с предметами постепенно переходят к действиям с полосками (это переход от предметно-практической деятельности к символическому моделированию), затем переходят к графическим моделям (схемам), от графических моделей – к знаковым моделям (формуле), от знаковой модели – к словесной модели (определению, правилу, алгоритму). Эти переходы и составляют основу формирования приема визуализации.

Освоение моделей – это трудная работа для учащихся, поэтому обучение визуализации необходимо вести целенаправленно. По мнению Н.Г. Салминой, визуализация, в свою очередь, включает в свой состав знаково-символические действия: замещение, кодирование, декодирование [58, с. 113]. С их освоения должно начинаться овладение приемом визуализации.

Рассмотрим особенности учебных заданий (учебники М.И. Моро [39] и Н.Б. Истоминой [25]), которые направлены на освоение учащимися приема визуализации.

Анализ заданий, представленных в учебниках М.И. Моро [39], позволил выявить ряд особенностей. Первая особенность заключается в том, что предлагаются готовые модели к стандартным задачам, соответствующие задания однотипны. Например: к ниже представленной задаче предлагается задание: «Рассмотри таблицу и реши задачу».

1. За 5 дней в семье израсходовали 10 кг овощей. Сколько овощей израсходовали за 3 дня, если каждый день расходовали овощей поровну?

Расход овощей за 1 день	Количество дней	Общий расход овощей
Одинаковый	5 д.	10 кг
	3 д.	?

Рис. 9 Пример задания из учебника Моро 3 класс

Рассмотрим другой пример:

2. В детский сад привезли 4 коробки конфет, по 9 кг в каждой, и 3 коробки печенья, по 8 кг в каждой. Сколько всего килограммов конфет и печенья привезли в детский сад?
Рассмотри краткую запись задачи, составь по ней выражение для решения этой задачи. Дай ответ на вопрос задачи.

4 кор. по 9 кг
3 кор. по 8 кг
Всего — ?

Рис. 10 Пример задания из учебника Моро 3 класс

В этом случае система операций обучающимися не осознается, что затрудняет и анализ, направленный на выявление способа решения текстовой задачи. В связи с этим при решении сложной задачи у детей возникают ошибки, связанные с выбором арифметических действий, выделением плана решения задачи. В этом случае краткая запись, готовая таблица и схематический чертеж не выполняет основной функции, не являются ориентиром для решения задачи на всех этапах осуществления соответствующего процесса. Кроме того, остается не реализованной и развивающая функция математики: однообразные задания не способствуют развитию образного мышления. В результате дети не могут перейти от текста задачи к математической модели.

В качестве следующей особенности мы выделили преобладание однотипных моделей (рисунок, краткая запись). Приведем пример. В 3 классе при решении задачи «За 3 дня рабочие отремонтировали 24 троллейбуса: в первый день 8 троллейбусов, во второй 10. Сколько троллейбусов они отремонтировали в 3 день?» учащиеся выполняют задание: «Рассмотри схематический чертеж и реши задачу».

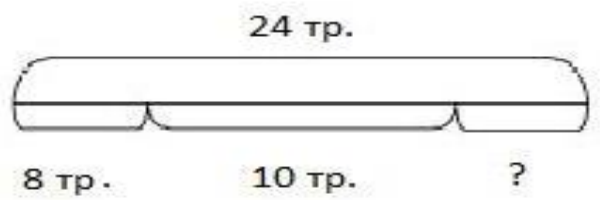


Рис. 11 Схематический чертеж

Подобные задания сопровождают ряд задач в каждом классе. Хотя, по мнению методистов (Н.Б. Истоминой [25], М.И. Моро [39], Л.Г. Петерсон [45] и других), схематический чертеж (или схема – как называют в начальной школе) является наиболее универсальной моделью при решении текстовых задач. Однако в содержании курса математики не представлен способ работы с моделью, поэтому достаточно часто она выполняет формальную функцию, не помогает выделению способа решения трудной для учащегося задачи.

Несколько иной подход к обучению приему представлен в программе Н.Б. Истоминой [26]. Основным методом изучения математических понятий является метод установления соответствия между символическими, схематическими, вербальными и предметными моделями. Этот метод реализован при разъяснении смысла арифметических действий, изучении их свойств, рассмотрении вычислительных приемов и др. Поэтому можно утверждать, что центральное место занимает работа по формированию приема визуализации.

Большое внимание в ее учебниках уделено построению схематических моделей, что сводится к работе с отрезками, визуализированию с их помощь текстовой задачи: анализировать данные и связи между ними, ставить вопрос, определять алгоритм решения и осуществлять поиск разных способов решения. Поэтому правомерным будет утверждение о том, что в программе Н. Б. Истоминой созданы условия для формирования приема визуализации как одного из универсальных учебных действий.

В заключении хочется сказать, что прием визуализации – это универсальный прием обучения решению задач разных типов, в том числе и задач с пропорциональной зависимостью. Чтобы ребенок мог самостоятельно анализировать, осуществлять поиск и выбирать верную стратегию решения, нужно проводить ежедневное, целенаправленное обучение учеников выше заявленному приему.

Выводы по I главе

Над пропорцией ученые стали работать еще в Древней Греции. С пропорциональностью мы встречаемся в разных науках: физике, медицине, живописи, математике – и в повседневной жизни. В IV веке до нашей эры древнегреческий математик Евдокс Книдский дал определение пропорции. Сейчас под пропорциональностью понимается «взаимосвязь между двумя величинами, при которой изменение одной из них влечет за собой изменение другой во столько же раз».

Изучив психолого-педагогическую литературу, мы вслед за А.Н. Леонтьевым [33], Л.С. Выготским [13] и Д. Б. Элькониным [66] отметили, что особенности младшего школьника таковы:

1. Процесс развития памяти проходит неравномерно и носит непроизвольный характер. Как новообразование выступает наглядно–образная и механическая память. Объём кратковременной памяти у детей младшего школьного возраста составляет ±7 единиц.

2. Мышление младшего школьника носит обобщенный характер. Преобладает наглядно–образное мышление. Теоретическое и логическое мышление выступает как новообразование.

3. Восприятия у детей младшего школьного возраста непроизвольное, отличается слабой дифференцированностью. В зависимости от индивидуальных особенностей у каждого ребенка хорошо развит тот или иной сенсорный канал. Для визуалов информация должна быть представлена в картинках, таблицах, схемах, для аудиалом – в виде устных объяснений, а для кинестетов – в виде каких-либо предметов, которые можно потрогать. Следует сказать, что большинство детей – визуалов.

Над проблемой обучения младших школьников решению сюжетных арифметических задач в течение долгих лет работают многие методисты: Истомина Н.Б. [26], Царева С.Е. [62], Белошистая А.М. [5], Басалаева М.В. [3] и другие. Они считают, что задачи являются универсальным, мощным средством развития логического мышления, показывают значение математики в повседневной жизни, помогают детям использовать полученные знания в практической деятельности. Анализируя методическую литературу, мы сделали вывод, что сюжетная арифметическая задача – «специальный текст, в котором обрисована некая житейская ситуация, охарактеризованная численными компонентами» [2, с. 288]. Чтобы решить задачу, нужно провести семантический анализ текста задачи, т.е. провести процесс прочтения задачи и выделить условие, вопрос, известные данные, неизвестные искомые элементы задачи».

Проанализировав психолого-педагогическую и методическую литературу, мы пришли к выводу, что именно визуализация как прием был бы хорош при обучении младших школьников решению сюжетных арифметических задач с пропорциональной зависимостью. Данный прием практикуется учителями начальной школы, но недостаточно, так как до конца не разработан.

Существует множество трактовок определения «визуализации», но в своей работе мы будем использовать определение, которое дают Р. Ленглер и М. Эпплер: «визуализация» – это систематическая, обоснованная, внешняя, постоянная и графическая репрезентация, которая отображает информацию таким образом, чтобы она способствовала пониманию общей идеи, выработке комплексного понимания или передачи впечатлений [28, с. 103]. Можно с уверенностью сказать, что приему визуализации нужно обучать. Данный прием очень результативный, так как обеспечивает интенсификацию обучения; активизирует учебную и познавательную деятельность; формирует и развивает логическое, критическое и наглядно-образное мышление.

Также отметили, что в УМК начальной школы различных авторов имеются задания с использованием приема визуализации (применяют чертежи и краткие запись), но использование этого приема носит не систематический характер. Анализ учебников Моро М.И. показал, что чаще используется только один вид изображения, формулировка и виды заданий однотипны. Мало используются задания на развитие логического мышления, дети учатся работать шаблонно, по единому алгоритму. В учебниках Н.Б. Истоминой, Л.Г. Петерсон, используются вспомогательные приемы: задания на сравнение текстов и интерпретаций задач; на выбор из предложенных интерпретаций той, которая соответствует задаче; задания на работу с незаконченными интерпретациями.

Систематическое использование визуализации поможет более качественно провести анализ задачи с пропорциональной зависимостью, осознанно и обоснованно сделать выбор необходимого арифметического действия и предупредить механическое манипулирование над числами.

Глава II. Опытно-экспериментальная работа по использованию приёма визуализации обучающимися начальных классов в процессе решения текстовых задач на пропорциональную зависимость

2.1 Исследование актуального уровня обучающихся начальных классов умения решать сюжетные арифметические задачи на пропорциональную зависимость, используя приёма визуализации

Умение решать сюжетные арифметические задачи на пропорциональную зависимость является одним из основных признаков уровня математического развития ребёнка, глубины понимания им учебного материала. Однако, исследования и опыт показывают, что процесс обучения решению задач такого вида является одной из проблем в методике математики, несмотря на высокий уровень исследованности. Во-первых, это объясняется тем, что сама «задача» по своей сущности является одним из самых трудных видов упражнений. Во-вторых, явление «пропорциональная зависимость» не является предметом специального изучения и усвоения в начальном курсе математики.

Свое исследование мы решили посвятить текстовым задачам с пропорциональной зависимостью и найти универсальный прием обучения решению задач. В настоящее время актуальность данной проблемы подтверждается и тем, что ФГОС требует от выпускников начальной школы умение решать сюжетные задачи, и тем, что задачи на пропорциональную зависимость являются сложным явлением, за которым дети на уроках не наблюдают, и тем, что задачи данного вида входят в ВПР.

Как упоминалось выше, задача является одним из самых трудных видов упражнений. Процесс поиска решения любой задачи начинается с осознанного чтения и семантического анализа, составления адекватной визуализации, по которой виден план решения. И только после следует определение стратегии решения и проверка. На любом из этих этапов у младшего школьника возможно появление трудностей, связанное со многими факторами и математическим понятийным аппаратом.

При отсутствии глубокого понимания описанных в задаче связей у ребёнка возникает постоянная привычка сводить решение к механическому манипулированию числами. Организация работы, заключающаяся в многократном прочитывании, устном анализе, составлении только краткой записи оказалась малоэффективной, и это подтверждают не только многочисленные исследования, но и ежегодные результаты всероссийских проверочных работ выпускников начального звена. Общий обзор и решение задач на пропорциональные зависимости ограничивается правильными ответами, как правило, трёх-четырёх человек, в то время как остальные записывают готовые решения без глубокого осмысления, которое должно быть организовано специально.

Целью нашего исследования является определение актуального уровня сформированности умения решать сюжетные арифметические задачи на пропорциональные зависимости у обучающихся младших классов, при этом внимание будет направлено как на степень, так и качество использования приема визуализации в процессе решения арифметических задач с пропорциональной зависимостью младшими школьниками.

Исследование актуального уровня сформированности умения решать сюжетные арифметические задачи на пропорциональные зависимости младшими школьниками проводилось на базе Муниципального автономного общеобразовательного учреждения гимназии №2 г. Красноярска. В эксперименте принимало участие 27 обучающихся 3А класса.

Педагогический (констатирующий) эксперимент был организован в три этапа:

1. Подбор задач для проведения среза;
2. Организация среза;
3. Количественный и качественный анализ полученных результатов.

В первую очередь, нами были определены и отобраны задачи, которые будут использоваться для определения актуального уровня сформированности умения решать сюжетные арифметические задачи на пропорциональные зависимости. Так же будет учитываться, использовался прием визуализации обучающимися в решении сюжетных арифметических задач на пропорциональные величины. При выборе мы руководствовались тем, что тексты должны быть средними по уровню сложности решения и текстовому объему, соответствовать программе и иметь базовый уровень математических понятий. Все использованные тексты, были выбраны из действующих и одобренных ФГОС учебников. Всего было выбрано три текста сюжетных арифметических задач с пропорциональными величинами, которые предлагались обучающимся. Тексты задач представлены в приложении А.

На втором этапе организовано проведение среза. Всем ученикам было предложено решить три задачи и записать их решение на листе. Обучающимся было сказано, что они могут использовать свой лист не только для записи решения и ответа, но и для выполнения любых других необходимых им записей: дополнительных расчетов, чертежей, рисунков и т. д.. Отдельно внимание учеников не акцентировалось на том, что необходимо выполнить визуализацию к тексту. Эксперимент проводился на уроке математики при добровольном согласии детей и родителей.

На третьем этапе мы осуществили проверку работ и провели качественный и количественный анализ полученных результатов. Результаты работ оценивались согласно ФГОС НОО, по традиционным критериям, по которым оцениваются проверочные, контрольные, в том числе Всероссийские проверочные работы.

Работы оценивались по трем критериям, разработанные и утвержденные «Письмом Министерства общего и профессионального образования РФ от 19.11.98 г. № 1561/14-15»:

1) правильность решения сюжетной арифметической задачи;

2) обоснованность выбора стратегии;

3) наличие адекватной визуализации с видимой стратегией решения.

Первым критерием являлась правильность решения сюжетной арифметической задачи. Под правильностью понимается адекватный выбор стратегии решения сюжетной арифметической задачи и выполнение очередности действий между данными и искомыми, а также правильное нахождение результата арифметического действия над данными числами. Таким образом, правильно решенной считается задача, в которой не допущено смысловых и арифметических ошибок, в свою очередь неправильно решенной считается задача, в которой допущена смысловая ошибка, арифметических ошибок может и не быть.

Принято выделять три уровня у критерия правильность решения сюжетной арифметической задачи:

1. Высокий уровень – отсутствие смысловых и арифметических ошибок при выполнении решения;

2. Средний уровень – наличие арифметических ошибок и отсутствие смысловых (ошибок в выборе действия);

3. Низкий уровень — наличие смысловых ошибок, при этом арифметических может и не быть.

Второй критерий – обоснованность выбора стратегии решения (пояснения к действиям). Под пояснением к действию подразумевается правильное краткое комментирование каждого действия над числами. Другими словами ученик может доказать правильность всех действий выбранного решения с опорой на текст. Если у ребенка отсутствует пояснение к действиям задача, то мы можем выдвинуть предположение, что ребенок не разобрался взаимосвязи между известным и неизвестным, не понял процесс, о котором говорилось в задаче, не выстроил план решения, что и для чего он находит, решал задачу механически, по заданному в голове шаблону.

В умении обосновывать выбор стратегии решения выделяется также три уровня:

1. Высокий уровень – ученик может доказать правильность всех действий выбранного решения с опорой на текст;

2. Средний уровень – ученик может доказать правильность не всех действий выбранного решения, ошибка в одном из пояснений;

3. Низкий уровень – большинство арифметических действий обосновано с ошибкой или пояснение отсутствует.

Третьим критерием является наличие адекватной визуализации, по которой видна стратегия решения сюжетных арифметических задач. Под адекватной визуализацией понимается восстановление текста после «ухода» от исходного текста задачи, выбор стратегии решение и выполнение безошибочно хода действий между данными и искомыми. Таким образом, адекватной визуализацией считается та, по которой можно полно восстановить текст, рассказать о стратегии решения и о порядке действий, производимых над данными. В свою очередь неправильная визуализация – это та, по которой нельзя рассказать текст сюжетной арифметической задачи, соответственно и не понятна сама стратегия решения.

Для данного критерия традиционно выделяются следующие уровни:

1) Высокий уровень – наличие адекватной визуализации с видимой стратегией решения;

2) Средний уровень – наличие визуализации, в которой присутствуют ошибки, связанные с техническими неточностями в изображении;

3) Низкий уровень – неверная визуализация или ее отсутствие.

Данные критерии и уровне представлены в приложении Б.

Полученные результаты оценивались с учетом первого критерия следующим образом:

- ✓ если при решении задачи нет смысловых и арифметических ошибок, то ученику присваивалось 3 балла;
- ✓ если есть одна арифметическая ошибка, но нет смысловой, то 2 балла, если есть одна смысловая ошибка, то 1 балл;
- ✓ если более 1 смысловой ошибки, то 0 баллов.

Таким образом, максимальное количество баллов, которое можно было набрать за выполнение всей работы – 9. Полученные значения от 0 до 9 баллов распределялись по уровням следующим образом:

От 0 до 3 баллов – низкий уровень

От 4 до 6 баллов – средний уровень

От 7 до 9 баллов – высокий уровень.

Проведя анализ работ обучающихся по первому критерию, получили следующие количественные результаты по каждой задаче:

1 задача.

Высокий уровень – 9 работ обучающихся (33%)

Средний уровень – 8 работ обучающихся (30%)

Низкий уровень – 10 работ обучающихся (37%)

2 задача.

Высокий уровень – 12 работ обучающихся (45%)

Средний уровень – 9 работ обучающихся (33%)

Низкий уровень – 6 работ обучающихся (22%)

3 задача.

Высокий уровень – 11 работ обучающихся (41%)

Средний уровень – 7 работ обучающихся (26%)

Низкий уровень – 9 работ обучающихся (33%)

В приложении В представлены обработанные результаты работ учеников после проведения констатирующего эксперимента по первому критерию.

Полученные количественные результаты отображены в диаграмме 1.

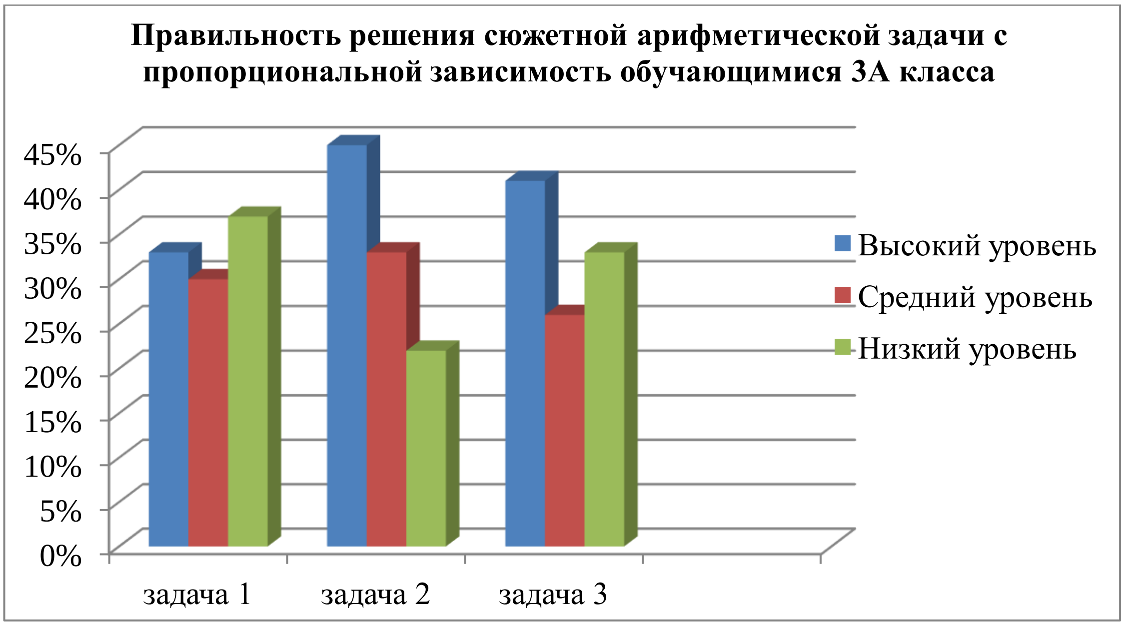


Рис.12 Критерий 1: правильность решения

Общий результат по критерию правильность решения сюжетной арифметической задачи с пропорциональной зависимостью отобразим в диаграмме 2.

Рис.13 Уровень сформированности умения решать сюжетной арифметической задачи с пропорциональной зависимостью обучающимися 3А класса.

Таким образом, по первому критерию мы получили следующие результаты: на среднем и низком уровне около 50% обучающихся. Данные значения доказывают то, что задачи с пропорциональной зависимостью вызывают у учеников трудности.

С учетом второго критерия полученные результаты оценивались следующим образом:

- ✓ если при решении задачи даны верные пояснения ко всем действиям, то выставлялось 2 балла;
- ✓ если были ошибки в пояснении к одному из действий, то выставлялся 1 балл;
- ✓ если две и более ошибки в пояснении, или оно совсем отсутствовало, то присваивалось 0 баллов.

Максимальное количество баллов, которое можно было набрать за выполнение всей работы – 6 баллов. Полученные значения от 0 до 6 баллов распределялись по уровням следующим образом:

6-5 баллов – высокий уровень

4-3 балл – средний уровень

2-0 баллов – низкий уровень.

Проанализировав работы ребят, мы увидели следующие результаты, которые представили в приложении Г:

1 задача.

Высокий уровень – 10 работ обучающихся (37%)

Средний уровень – 11 работ обучающихся (41%)

Низкий уровень – 6 работ обучающихся (22%)

2 задача.

Высокий уровень – 8 работ обучающихся (30%)

Средний уровень – 9 работ обучающихся (33%)

Низкий уровень – 10 работ обучающихся (37%)

3 задача.

Высокий уровень – 10 работ обучающихся (37%)

Средний уровень – 11 работ обучающихся (41%)

Низкий уровень – 6 работ обучающихся (22%)

Изобразим в диаграмме 3 полученные данные.

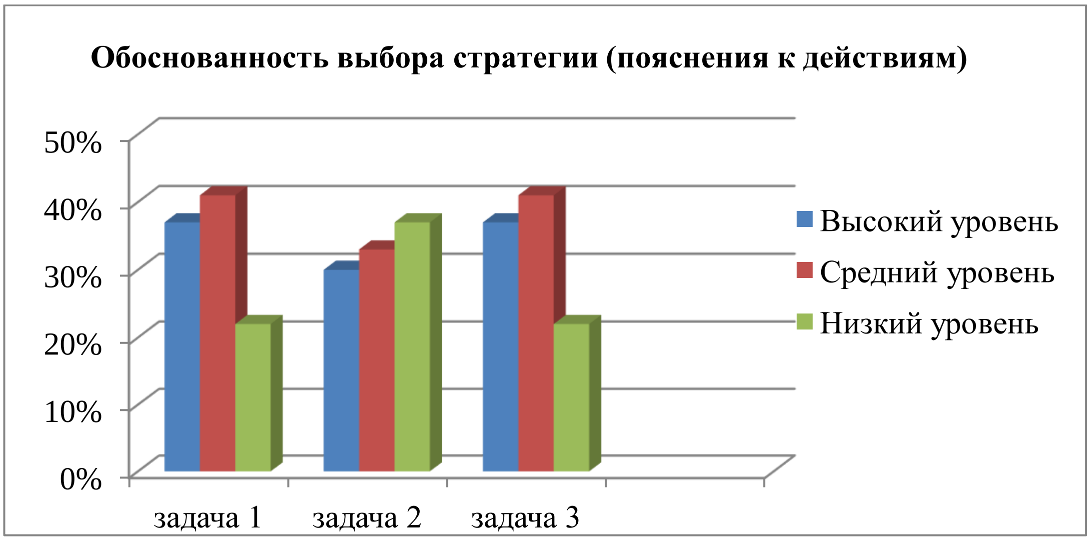


Рис. 14 Критерий 2: Обоснованность выбора стратегии

Ниже представлена диаграмма 4, в которой отображен общий результат по критерию обоснованность выбора стратегии.

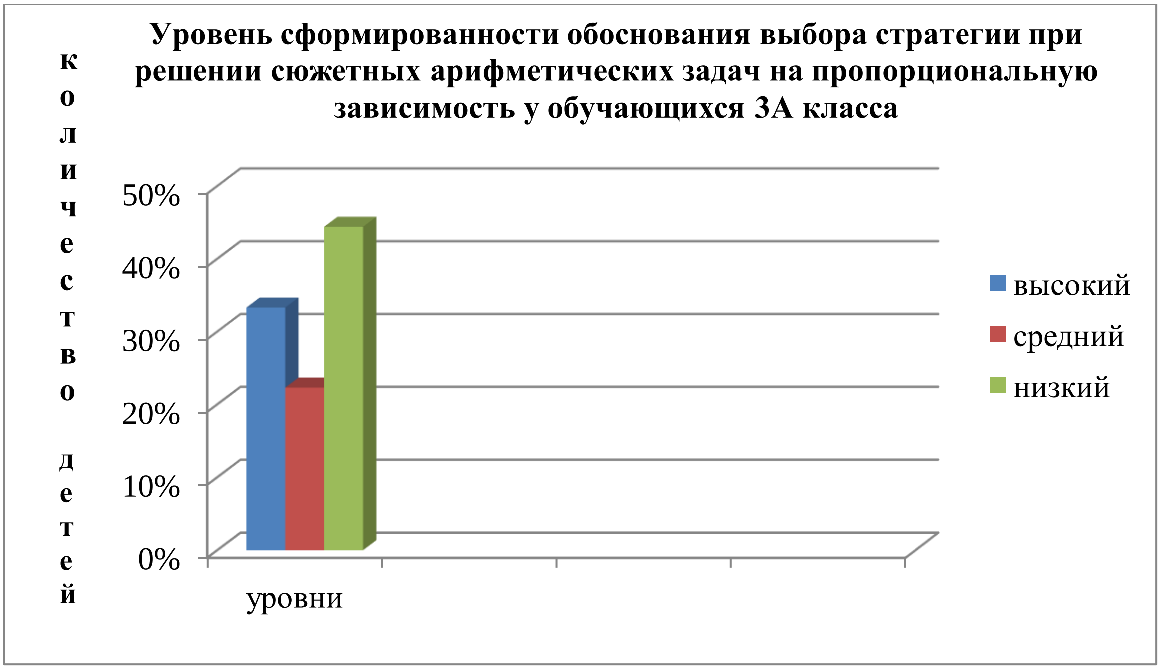


Рис.15 Уровень сформированности обоснования выбора стратегии при решении сюжетных арифметических задач на пропорциональную зависимость обучающимися 3А класса

Мы выявили, что по данному критерию на низком и среднем уровне находится около 66% работ обучающихся, что позволяет нам сделать вывод, что дети не понимают механизм решения, оперируют числами неосознанно.

По третьему критерия работы оценивались следующим образом:

- ✓ наличие адекватной визуализации с видимой стратегией решения – 2 балла;
- ✓ наличие адекватной визуализации, в которой присутствуют неточности в построении – 1 балл;
- ✓ наличие визуализации, которая несоответствует тексту, не предоставляет стратегию решения или визуализация вовсе отсутствует – 0 баллов.

Максимальное количество баллов, которое можно было набрать за выполнение всей работы – 6 баллов. Полученные значения от 0 до 6 баллов распределялись по уровням следующим образом:

6-5 баллов – высокий уровень

4-3 балл – средний уровень

2-0 баллов – низкий уровень.

В итоге были получены такие результаты работ, описание которых отображено в приложении Д:

1 задача.

Высокий уровень – 8 работ (30%)

Средний уровень – 6 работы (22%)

Низкий уровень – 13 работы (48%)

2 задача.

Высокий уровень – 7 работ (26%)

Средний уровень – 9 работ (33%)

Низкий уровень – 11 работ (41%)

3 задача.

Высокий уровень – 5 работ (18%)

Средний уровень – 7 работ (26%)

Низкий уровень – 15 работ (56%)

Количественные результаты по третьему критерию изобразили в диаграмме 5.

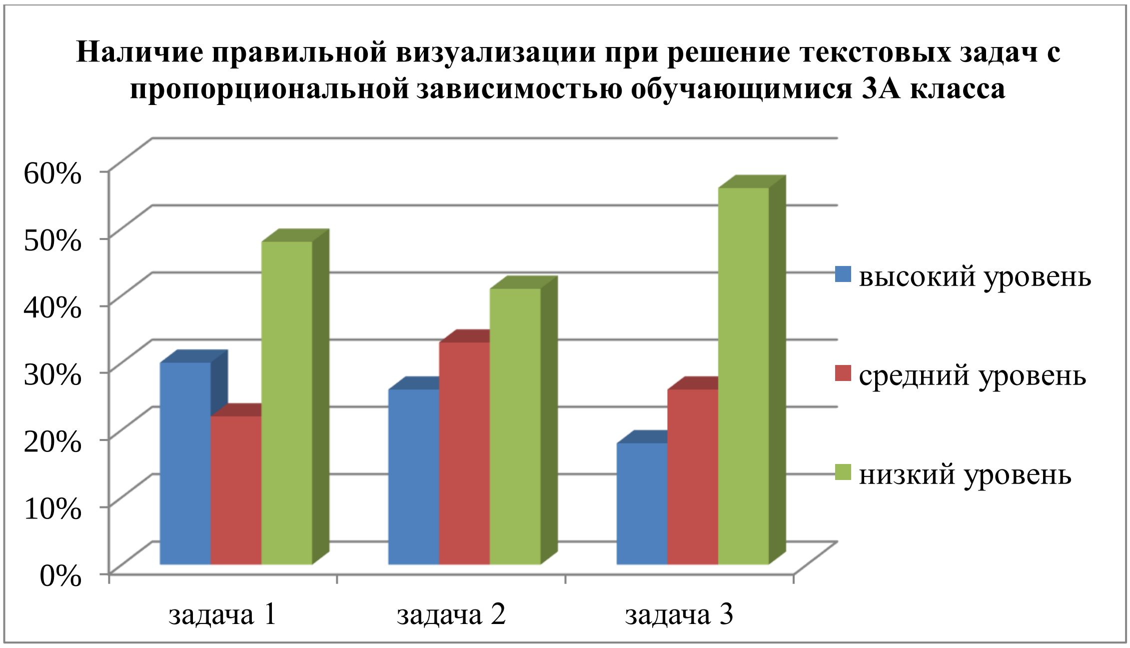


Рис. 16 Критерий 3: Наличие адекватной визуализации при решении текстовой задачи с пропорциональной зависимостью

В диаграмме 6 даем общий анализ работ по критерию наличие адекватной визуализации.

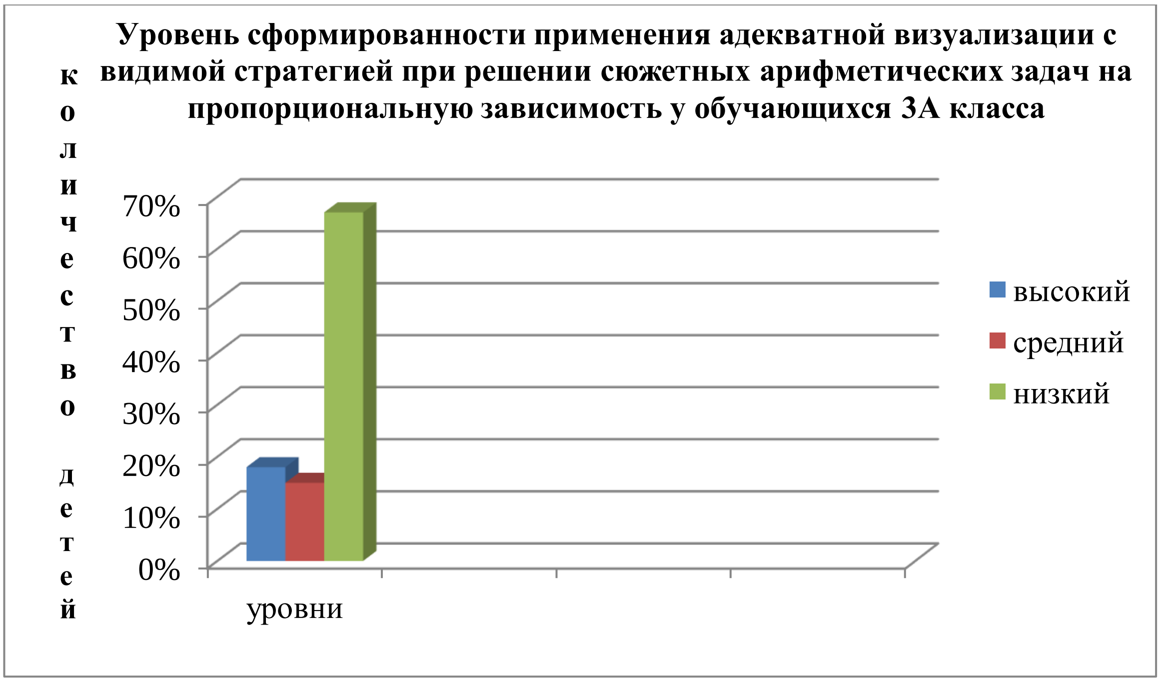


Рис. 17 Уровень сформированности применения адекватной визуализации с видимой стратегией при решении сюжетных арифметических задач на пропорциональную зависимость обучающимися 3А класса

Таким образом, по третьему критерию на низком уровне находится около 66% работ обучающихся, что позволяет нам сделать вывод, что дети не владеют приемом визуализации при решении задач.

Проанализировав работы, мы получили следующее качественные результаты:

1. А. Даша решила все задачи на высоком уровне, но у нее отсутствовала обоснованность пояснений к действиям и визуализация. В ходе беседы она не смогла объяснить, что находила каждым действием. Исходя из этого, мы сделали вывод, что свернутое решение говорит о случайном решении задачи.

2. З. Слава и Т. Миша решили все три задачи на высоком уровне, обосновали пояснения к каждому действию задачи, но не выполнили визуализацию к тексту. Утверждать, что визуализация вовсе отсутствовала, мы не можем, так как она могла быть внутренняя, в «уме», но точно видно, что эти ребята понимают механизм решения задачи, понимают, как взаимосвязаны

между собой данные и искомые. К тому же эти мальчишки являются отличниками.

3. В.Софья, В. Таисия, К. Роман, М. Екатерина, У. Демид набрали наивысший балл по каждому критерию. Это говорит о том, что у них достаточно сформировано умение решать задачи с пропорциональной зависимостью, они понимают механизм манипулирования над числами, видят связи между данными и искомыми, умеют создать визуализацию, по которой видна стратегия решения.

4. А. Степан, В. Кирилл, В. Ева, Р. Рагозин, С. Арина, Ч. Вера по каждому из критериев получили от 0 до 2 баллов, при этом сдали работы раньше других одноклассников. Это говорит о том, что ученики совсем не умеют работать с задачей

5. О. Элказы на низком уровне решил задачи и не выполнил обоснования действий, но у него изображена адекватная визуализация с видимой стратегией. Это значит, что ребенок может работать с задачей, но еще не научился ее решать.

6. Остальные ребята, их 12 человек, не вникая в смысл текстов задач, решали их механически, при этом пять человек допустили при решении задач только арифметические ошибки. В ходе беседы мы выяснили, что дети не проводили семантический анализ задачи, торопились и получили такой балл. Кто-то не понял явления, описанные в задаче, так как не было практики наблюдать за ними, из-за этого не смогли построить верную визуализацию, по которой бы была видна стратегия задачи, с опорой на нее решить задачу и обосновать выбор действий.

Анализируя работу, мы выявили несколько важных наблюдений. Ошибки, в основном, были из-за того, что дети не видели конкретного действия, а просто оперировали с числовыми данными. Ученики выполняли арифметические действия, не вчитываясь, не стараясь вникнуть в суть задачи, почти сразу отказывались делать, аргументируя тем, что не знают, как это сделать. От этого был быстрый темп и ошибки. Те ученики, кто выполнили задание на среднем и высоком уровне, испытывали трудности только в начале, пока не проанализировали текст.

Количественный и содержательный анализ работ позволяет нам сделать следующие выводы. Во-первых, качественный анализ решения задач учащимися показал, что уровень сформированности навыка решения сюжетных арифметических задач с пропорциональной зависимостью и использования приема визуализации в процессе их решения является преимущественно низким. Это подтверждается, прежде всего, наличием большого количества смысловых ошибок и обоснования в процессе решения задач. Во-вторых, при решении задач у разных учащихся мы отмечаем механическое манипулирование числами, которое возникает тогда, когда ребенок не уяснил отношений между величинами, зависимости между данными и искомыми. Эксперимент показал, что в качестве визуализации большинством использовалась краткая запись, и лишь несколько составили таблицу. Таким образом, если ребенок не видел предметного действия, которое заложено в основу задачи, то ему было сложно составить визуализацию.

Для нас выше изложенные качественные результаты являются не менее показательными, чем результаты количественные. Они, на наш взгляд, подтверждают актуальность нашего исследования и определяют круг задач для этапа формирующего эксперимента.

2.2. Методика использования приема визуализации при обучении младших школьников решению сюжетных арифметических задач на пропорциональную зависимость (опытно-экспериментальное обучение)

Проанализировав результаты работ обучающихся после констатирующего эксперимента, мы обнаружили, что у большинства школьников уровень сформированности умения решать сюжетные арифметические задачи с пропорциональными величинами ниже среднего. Это положение легло в основу разработанного нами формирующего эксперимента, направленного на использования приема визуализации при обучении младших школьников решению сюжетных арифметических задач на пропорциональную зависимость.

Обучающий эксперимент охватывал период 2019-2020 учебного года на базе МБОУ «Гимназии № 2» г. Красноярска. В нем принимало участие 27 обучающихся 3А класса, которые составляли экспериментальную группу. В связи с особенностями организации учебного процесса наличие контрольной группы обучающихся не предполагалось, так как нашей целью являлось установить, является ли результативным предложенный нами комплекс упражнений.

Цель эксперимента – теоретически обосновать, разработать и апробировать комплекс упражнений, использующий прием визуализации, позволяющий повысить уровень сформированности умения решать сюжетные арифметические задачи на пропорциональную зависимость.

На основе проведенного анализа, нами выделен ряд условий формирования у младших школьников умения визуализировать на уроках математики при решении задач:

1) применять системно-деятельностный подход, использующий предметное содержание для формирования метапредметных умений;

2) поэтапно формировать умение визуализировать. Для этого сформировать у младших школьников: механизм замещения оригинала на визуализацию с помощью знаков и символов; навыки кодировки – перевод текстовой информации на знаковый язык; навыки декодировки – приближение визуализации к оригиналу.

При организации работы с приемами визуализации у младших школьников будут формироваться предметные умения (читать и понимать смысл прочитанного, переводить из вербальной модели в предметную, аргументировать свое мнение) и метапредметные (познавательные – поиск информации, визуализация, т.е. умение использовать наглядные модели для решения поставленных задач; регулятивные – умение удерживать в памяти цель задания, планировать решение задачи и осуществлять этот план).

Опишем условия реализации процесса обучения школьников приему визуализации. При организации работы над приемом мы будем приучать детей действовать следующему алгоритму:

1) О чем задача? (Ориентирование в тексте)

Результат: краткий пересказ без числовых данных.

2) Что нужно найти? (Выяснить, что известно, а что неизвестно)

Результат: выделение всех объектов и информационных единиц текста.

3) Обозначить все связи между объектами

Результат: ориентирование, как будет выглядеть визуализация, выбор арифметического действия.

4) Изготовление визуализации с опорой на текст.

5) Проверка.

Для обучения использованию приема визуализации на уроках математики нами разработан комплекс упражнений, состоящий из четырех больших групп заданий:

1) Соотнесение визуализации с текстом задачи;

2) Соответствие текста задачи к готовой визуализации;

3) Восстановление текста по готовой визуализации;

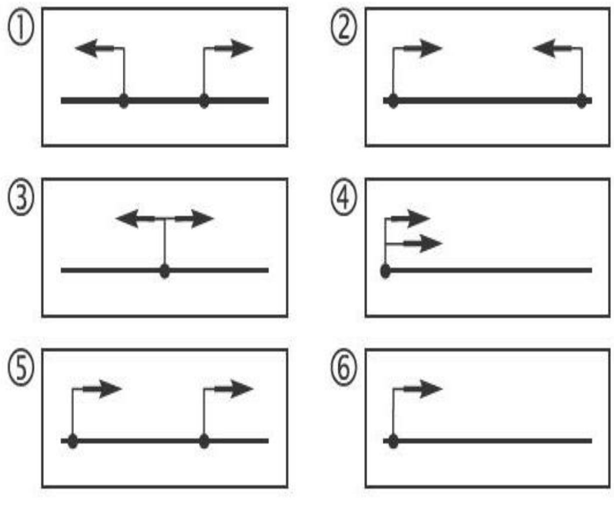
4) Восстановление визуализации с опорой на текст.

Опишем условия реализации предложенного нами комплекса упражнений. Выполнение всех видов упражнений будет проводиться с увеличением доли самостоятельности обучающихся в процессе выполнения разных типов заданий. Сначала ученики выполнят все четыре вида упражнений совместно с учителем. Затем выполнение заданий должно носить частично самостоятельный характер, а на завершающей стадии эксперимента предполагается, что обучающиеся выполнят задания самостоятельно, но в конце работы всегда будет проводиться проверка. Все задания должны выполняться во время уроков математики при решении сюжетных арифметических задач на пропорциональную зависимость.

Раскроем сущность четырех групп упражнений на конкретных примерах. Детальнее обозначим методические особенности работы и особенности организации деятельности обучающихся при выполнении каждого вида упражнений.

Первый тип упражнений направлен на соотнесение визуализации к тексту задачи. Визуализация является основным инструментом для понимания сути задачи. Поэтому в упражнениях этого типа детям предлагается в различных вариациях сопоставить текст и визуализацию. На данном этапе учащимся необходимо понять, как те или иные предметные действия могут быть представлены в виде визуализации.

В рамках этой группы мы предлагаем обучающимся установить соответствие между визуализацией и условием сюжетной арифметической задачи (рис. 18), то есть доказать, что из всех предложенных визуализаций данная является правильной для конкретного условия. Учащимся необходимо это доказать. Для этого они должны объяснить смысл всех использованных знаков и символов, а также слов, которые используются в визуализации. Задания на соотнесение условия задачи и визуализации способствуют развитию внимания и умения читать схему (познавательные универсальные умения).



А. Из гаража одновременно в одном направлении выехали две машины

Б. Из двух гаражей одновременно навстречу друг другу выехали две машины

В. Из гаража одновременно в противоположных направлениях выехали две машины

Г. Из двух гаражей одновременно в противоположных направлениях выехали две машины

Д. Из двух гаражей одновременно в одном направлении выехали две машины

Рис. 18 Установление соответствия между условием задачи и визуализацией

Для выполнения предложенного задания в тетрадях дети используют карандаши разных цветов или записывают номер модели рядом с условием. Для фронтального обсуждения это задание нужно вынести на доску. Коллективное обсуждение правильности выполнения данного задания способствует формированию у младших школьников коммуникативных умений. Со схемой, которая не подошла к данным условиям, работа может быть продолжена. Учитель предлагает, используя данный сюжет, составить условие к этой модели.

Задание усложняется. Обучающимся предлагают две задачи и одна визуализация (рис.19). После анализа задачи, учеников просят рассмотреть визуализации и определить, к первой или ко второй задачи она подходит, и доказать, почему не подходит для другой задачи.

1. Первый отряд собрал 2 мешка желудей, а второй – 3 таких же мешка. 2 мешка желудей весят 100 кг. Сколько килограмм весят все желуди, собранные в первым и вторым отрядом?

2. Первый отряд собрал 2 мешка желудей, а второй – 3 таких же мешка. 2 мешка желудей весят 100 кг. Сколько килограмм весят три мешка желудей?

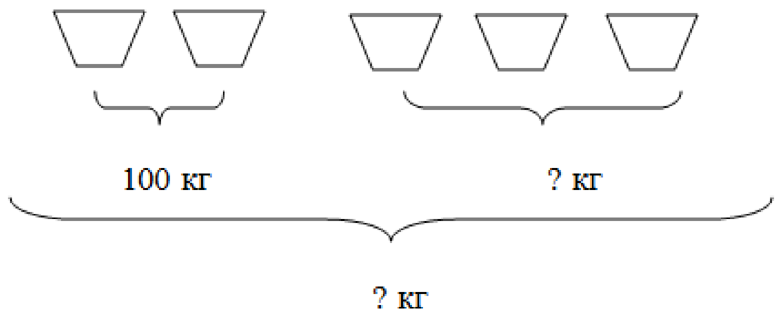


Рис. 19 Рисунок к задаче

Обучающиеся анализируют задачи, пересказывают тексты, переходят к анализу визуализации. Отвечают на вопросы.

-На какие множества разделены мешки?

-Что обозначает первая фигурная скобка?

-Что говорит нам вторая скобка? Третья?

-Какой вопрос главный в визуализации?

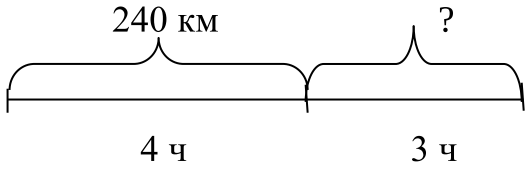
Делается вывод: визуализация соответствует задачи номер 1.

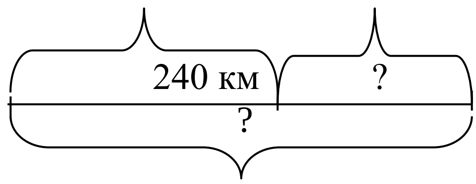
Это задание можно продолжить. Предложить детям исследовать детям визуализации на предмет того, почему она не соответствует второй задаче и совместно составить с детьми подходящую визуализацию

После предлагаем детям выбрать визуализацию, которая будет подходить к нашей задаче.

Задача: Мотоциклист за 4 часа проехал 240 км. Каково его расстояние за 3 часа?

Таблица 7. Визуализации к задаче

<table>
<tr>
<td>1. 4 ч – 240 км
3 ч – ? км/ч</td>
<td>2.
<table>
<tr><td>скорость</td><td>Время</td><td>расстояние</td></tr>
<tr><td rowspan="2">? км/ч</td><td>4 ч</td><td>240 км</td></tr>
<tr><td>3 ч</td><td>? км</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
<tr>
<td>4.


</td>
<td>


</td>
</tr>
</table>

Выбери модель, которая соответствует условию задачи. При организации работы на доске учитель просит каждого ребенка поставить знак «галочка» у выбранной модели. После того, как все желающие вышли к доске и отметили модель, начинается ее обсуждение, в ходе которого выясняется, что первая, вторая, пятая модель не соответствует условию задачи. После этого начинаем исследование по нашему алгоритму. Проводим анализ задачи, пересказываем текст, выделяем данные и искомые, устанавливаем связь между ними. Разбираем вопросы. Приведем некоторые для примера:

-Что означает 4 часа? 3 часа?

-Что означают 240 км?

-Что необходимо узнать?

Происходит анализ каждой визуализации по очереди. Разбирается, что непосредственно вынесено в каждой из них, какие взаимосвязи между числовыми данными установлены. Это задание направлено на внимательность, логики и глубокое осмысление происходящего. «Ловушка» поджидает детей в том, что для данной задачи подходят две визуализации, по которым видна стратегия решения.

Усложним задание и предложим ученикам соотнести частично заполненную таблицу с задачами на различные процессы. Задание будет звучать так: «Подходит ли данная таблица к задачам 1-3? Завершите заполнение таблицы для представленных задач».

Таблица 8. Установление соответствия между визуализацией и текстом

<table>
<tr><td colspan="4"></td><td rowspan="5">Задача 1. В магазин привезли 12 коробок с печеньем и 18 таких же коробок с вафлями. Вафель на 84 кг больше, чем печенья. Какова масса печенья и масса вафель?

Задача 2. Один велосипедист потратил на дорогу 12 мин, а второй ехал с той же скоростью 18 мин и проехал на 84 м больше, чем первый. Сколько метров проехал каждый велосипедист?

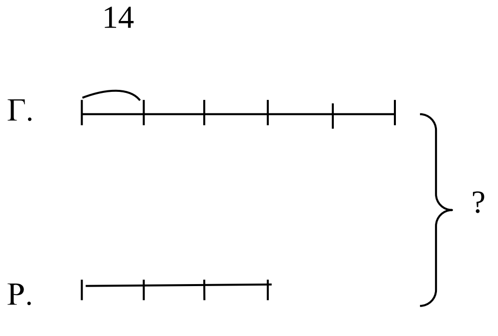
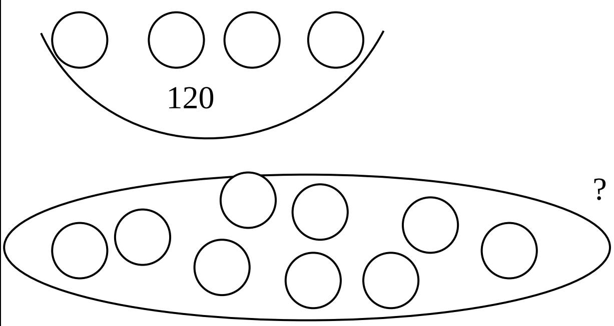
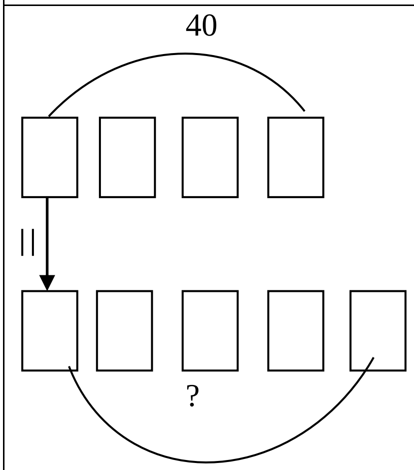
Задача 3. В большом зрительном зале 18 одинаковых радов кресел, а в малом – 12 таких же рядов. В большом зале на 84 кресла больше, чем в малом. Сколько кресел в каждом зале?</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td rowspan="2">Одинаково</td><td>12</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>18</td><td>На 84 больше</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
</table>

После доказательства, что такая таблица может быть составлена к каждой из задач, учащиеся решают любую из них.

При выполнении второго вида упражнений учащимся нужно установить соответствие между текстами сюжетных задач и несколькими готовыми визуализациями (табл. 8), то есть доказать, что данная знаково-символическая интерпретация является правильной для данного текста. На этом этапе визуализация всегда точно соответствует только одному тексту сюжетной задачи. Обучающимся необходимо это доказать. Для этого они должны объяснить смысл всех использованных знаков и символов, а также слов, которые используются в визуализации.

В рамках этой группы упражнений приведём примеры задания, в котором ученикам нужно к предложенной визуализации подобрать один текст задачи.

Таблица 8. Установление соответствия между текстами сюжетных задач и готовыми визуализациями

	Из 40 метров синей ткани сшили 4 костюма для карнавала, а из красной ткани сшили 5 костюмов. Сколько метров ткани пошло на пошив красных костюмов?
	Учительница назначила Андрея летописцем. Он заполнил заметками 5 голубых тетрадей по 14 страниц каждая и рисунками три таких же розовых тетради. Сколько всего страниц заполнил Денис заметками?
	Том, Гек и Джо заплатили за 4 одинаковых шоколадки 120 рублей. Сколько денег она отдадут, если кутят 9 таких шоколадок?

В первую очередь ученикам предлагается прочитать задачу справа самостоятельно, затем произвести анализ каждого предложения, попросить одного ученика пересказать текст задачи. Потом спросить у детей следующее:

1. Какие действия были произведены с тетрадями и в каком количестве?

2. Что значит слово «такие же» в данной задаче?

3. Что требуется найти?

Обучающиеся выделяют данные и должны сопоставить их с данными в схеме, а именно найти ту визуализацию, которая точно подойдет к задаче, мотивируя свой ответ. Таким образом, устанавливается соответствие визуализации тексту сюжетной задачи, и производятся аналогичные действия с последующими текстами и визуализациями.

Предлагаем обучающимся несколько визуализаций, представленных в таблицах и несколько текстов задач, просим установить соответствие между текстом и визуализаций и доказать свой выбор.

Таблица 9. Установление соответствия между текстами сюжетных задач и готовыми визуализациями

<table>
<tr><td>а) Всадник едет на лошади со скоростью 8 км/ч. Какое расстояние он пройдёт за 4 часа?</td><td><table><tr><td>S</td><td>v</td><td>t</td></tr><tr><td>120 км</td><td>? км/ч</td><td>2 ч</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>б) Чему равна скорость почтового голубя, если за 2 ч он пролетает 120 км?</td><td><table><tr><td>S</td><td>v</td><td>t</td></tr><tr><td>32 км</td><td>8 км/ч</td><td>? ч</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>в) Пчела летит со скоростью 6 м/с. За сколько времени она долетит до улья, если находится на расстоянии 360 м от него?»</td><td><table><tr><td>S</td><td>v</td><td>t</td></tr><tr><td>360 м</td><td>6 м/с</td><td>?
с</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>г) Всадник преодолевает расстояние равное 32 км. Едет он на лошади со скоростью 8 км/ч. За какое время всадник преодолел путь?</td><td><table><tr><td>S</td><td>v</td><td>t</td></tr><tr><td>? км</td><td>8 км/ч</td><td>4 ч</td></tr></table></td></tr>
</table>

Третья и четвертая группа упражнений способствует формированию метапредметных умений. Они направлены на восстановление текста с опорой на интерпретацию и наоборот, то есть восстановление интерпретации с опорой на текст. При выполнении этих упражнений обучающиеся должны восстановить знаково-символическую интерпретацию с опорой на готовый текст или вставить недостающие числовые данные или слова в текст сюжетных задач, то есть установить полное смысловое соответствие между визуализацией и текстом.

В рамках третий группы рассмотрим примеры заданий:

1. Восстановление текста задачи по числовой визуализации.

Впиши пропущенные в числа задачу, используя её решения:

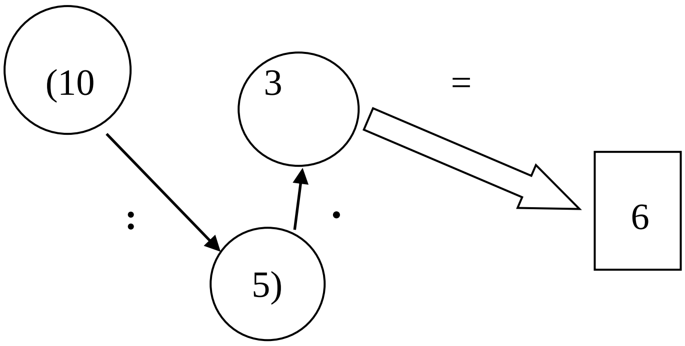


Рис. 20 Числовая визуализация

Получается такое решение при наглядной визуализации ниже приведенной задачи:(10:5)·3=6. На основе этого решения нужно в задачу вставить необходимые числовые данные.

За ______дней израсходовали ______кг картофеля. Сколько кг картофеля израсходовали за ______ дня, если каждый день расходовали поровну?

***2.* Восстановления текста задачи по схеме к ней и формулирование вопроса по данной схеме.**

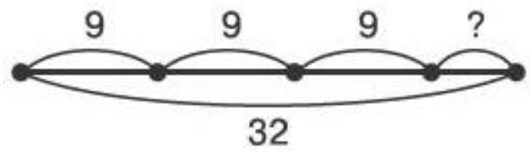


Рис. 21 Схема к задаче

Используя схему, впиши в условие задачи пропущенные числа и сформулируй вопрос:

В куске ______ м ткани. Из этой ткани сшили _______ одинаковых чехла для кресел, расходуя на каждый по _______ м. __________ _______?

3. Составление текста задачи по выражению и частично заполненной таблице

Составьте задачу по выражению <u>320 · 2 – 27 0 · 2</u> и ценам на товары (в рублях).

Таблица 10. Цены на товары

Спортивные брюки детские	270
Спортивная куртка детская	320
Футболка	180
Майка	140

В результате анализа первого выражения и данной таблицы получится следующее:

Таблица 11. Полученная визуализация

	Цена	Количество	Стоимость
Куртка	320	2	? руб. на ск. >
Брюки	270	2	? руб.

Задача: Купили 2 спортивные куртки по цене 320 рублей и столько же спортивных брюк- по 270 рублей за каждую пару. На сколько дороже куртки, чем брюки?

В рамках четвертой группы предлагаем следующее:

1. Дополнение визуализации по условию задачи.

Для посадки купили 6 яблонь и 12 груш по одинаковой цене. За все саженцы заплатили 540 руб. Какова цена одной яблони?

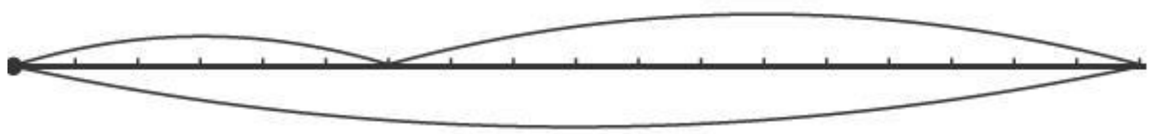


Рис. 22 Незаконченная визуализация

Обозначь на схеме известные величины.

- Что обозначает отрезок?

- Что обозначает одна мерка?

- Что обозначено первой дугой, что второй?

Далее учитель предлагает учащимся нарисовать эту модель в тетради и дополнить ее в соответствии с условием задачи. Это помогает развитию умения читать текст задачи и выделять в ней существенные компоненты.

Предлагаем другой вид визуализации, которую нужно дополнить.

Задача: За 7 мячей заплатили 280 рублей. Сколько рублей стоит 5 скакалок, если цена у них одинаковая?

Таблица 12. Незаконченная визуализация

Цена	Количество	Стоимость
	7 шт.	280 руб
	? шт.	

Проведем коллективную беседа по заполнению таблицы, проведя семантический анализ задачи.

- О чем говорится в задаче?

- О каких величинах идет речь?

- Сколько купили мячей?

- Какая это величина?

- Сколько скакалок?

- Какая это величина?

- Сколько заплатили за 7 мячей?

- Какая это величина?

- Сколько стоят 5 скакалок?

- Что сказано по условию задачи о цене?

- Известно, сколько стоит 1 мяч?

- Какая это величина?

- Известно, сколько стоит 1 скакалка?

- Какая величина?

- Зная, что количество мячей –7 штук и зная стоимость 280 рублей, что мы можем найти по этим числовым данным?

- Каким действием? Назовите выражение

- Зная количество скакалок и зная цену и то что она одинаковая, что найдем?

- Как узнаем? Назовите формулу.

2. Исправление визуализации с опорой на текст

Задание звучит так: верно ли изображена визуализация (заполнена таблица к задаче). Если требуется, исправьте ошибки.

Задача: Для гирлянды сделали одинаковые кольца. 126 колец из синей бумаги и 57 колец из красной. На синие кольца израсходовали на 10м 25см бумаги больше, чем из красной. Сколько бумаги каждого цвета пошло на гирлянды?

Таблица 13. Визуализация к задаче

	Расход бумаги на одно кольцо	Количество колец	Общее количество бумаги
Синяя бумага	?	126м	
Красная бумага	?	57м	На 10м 25см больше

После исправления и объяснения ошибок должна получиться таблица:

Таблица 14. Правильный вариант визуализации

	Расход бумаги на одно кольцо	Количество колец	Общий расход бумаги
Синяя бумага	Одинаковый	126	На 10м 25см больше
Красная бумага		57	

3. Составление визуализации по опорным словам

Задача: Грузовая машина прошла за 4 часа 248 км. Сколько километров пройдёт машина за 7 часов, если она увеличит скорость на 8 км/ч?

Заполни таблицу так, чтобы она соответствовала задаче.

Таблица 15. Незаконченная визуализация

Скорость, км/ч	Время, ч	Расстояние, км

Проводится коллективное обсуждение задачи, выделение в ней искомые, внесение их в таблицу, выделение неизвестного, обозначение это в таблице. Вспоминают формулу, смотрят, как относятся друг к другу величины.

Процесс обучения решению задач на пропорциональную зависимость младших школьников должен осуществлялся на уроках математики в присутствии учителя. Предложенные типы упражнений должны использоваться для сюжетных арифметических задач не реже трех раз в неделю.

Итогом проделанной работы выступает следующее заключение: использование приема визуализации ведет к формированию и развитию метапредметных умений:

- познавательных умений (анализ условия задачи, создание схематической модели для наглядного представления данных, описанных в условии);
- коммуникативных;
- регулятивных умений (разработка плана действий, его осуществление в соответствии с условием задачи с опорой на схематическую модель).

Особенностями использования визуализации в процессе обучения решению сюжетных арифметических задач на пропорциональную зависимость можно считать следующее:

1. Визуализацию нужно использовать с самых первых уроков обучения решению задач.
2. Каждое предметное действие учащиеся должны увидеть, прочувствовать на собственном опыте.

3. Визуализацию предметного действия нужно связывать с арифметическим действием, которым оно может быть выражено.
4. Визуализация должна быть такой, чтобы по ней можно было восстановить условие задачи и увидеть стратегию решения.
5. Визуализацию следует использовать в различных её формах: схемы, модели, таблицы, рисунки, краткие записи, арифметический вид и т.д.

2.3 Динамика уровня сформированности умения решать сюжетные арифметические задачи на пропорциональную зависимость, используя приёма визуализации в начальной школе

В финале формирующего эксперимента, после проведения занятий по разработанному нами комплексу упражнений, был проведен контрольный (итоговый) срез, основанный на тех же принципах, условиях, сходных с условиями констатирующего среза.

Целью итогового среза является выявление актуального уровня сформированности умения решать сюжетные арифметические задачи на пропорциональную зависимость у младших школьников после обучающего эксперимента и определение, является ли разработанный нами комплекс упражнений результативным.

Исследования на этом этапе осуществлялось в экспериментальной группе, состоящей из 27 обучающих МАОУ Гимназии №2, с использованием набора задач того же уровня сложности и тех же критериев, что и на этапе констатирующего эксперимента:

1) правильность решения сюжетной арифметической задачи;

2) обоснованность выбора стратегии (пояснения к действиям);

3) наличие адекватной визуализации с видимой стратегией решения.

Тексты задач, использованные для проведения среза, были сходны с текстами констатирующего среза; учитывался объем текста, длина предложений (в словах), количество информационных единиц, сюжетное сходство, одинаковая структура текста, наличие сложных для понимания синтаксических конструкций. Тексты задач содержатся в приложении Ж «Задачи для контрольного среза».

По первому критерию были получены следующие результаты:

1 задача.

Высокий уровень – 20 работ обучающихся (74%)

Средний уровень – 5 работ обучающихся (19%)

Низкий уровень – 2 работы обучающихся (7%)

2 задача.

Высокий уровень – 22 работы обучающихся (82%)

Средний уровень – 3 работы обучающихся (11%)

Низкий уровень – 2 работы обучающихся (7%)

3 задача.

Высокий уровень – 21 работа обучающихся (78%)

Средний уровень – 4 работы обучающихся (15%)

Низкий уровень – 2 работы обучающихся (7%)

Обработанные результаты работ учеников формирующего эксперимента по первому критерию находятся в приложении Ж.

Были получены следующие количественные результаты, которые мы отобразили на диаграмме 7.

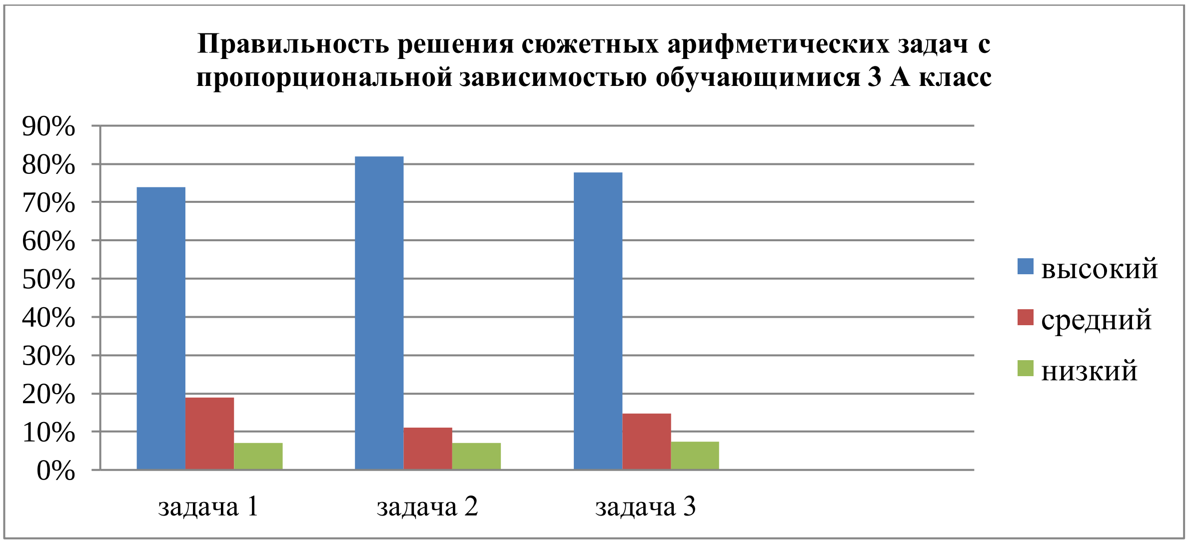


Рис. 23 Правильность решения сюжетной арифметической задачи

Ниже дана диаграмма 8, на которой изображен общий уровень умения решать сюжетную арифметическую задачу с пропорциональной зависимостью обучающимися 3А класса

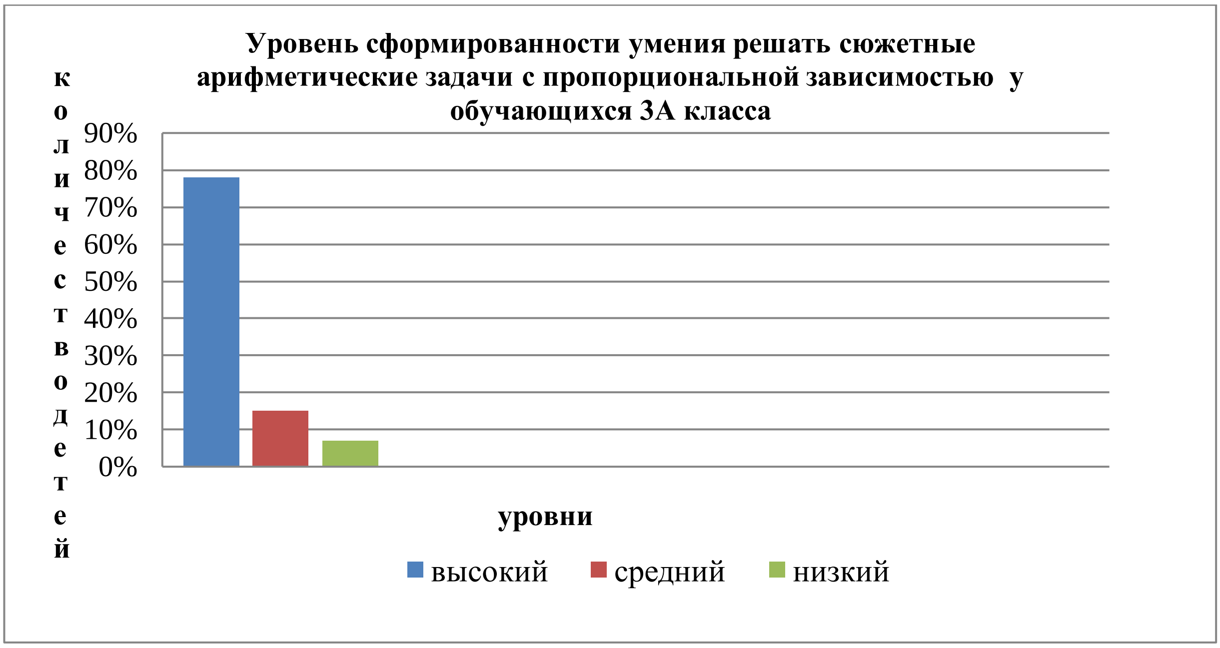


Рис. 24 Уровень сформированности умения решать сюжетные арифметические задачи с пропорциональной зависимостью обучающимися 3А класса

Таким образом, по первому критерию получен следующий результат: на среднем и низком уровне оказалось 22% работ обучающихся. Правильное решение всех задач представили А. Дарья, Б. Марина, В. Софья, В. Алексей, В. Таисия, З. Алина, З. Вячеслав, К. Анастасия, К. Роман, М. Екатерина, О. Элказы, Р. Валерия, Р. Александр, Р. Алина, Т. Михаил, Т. Борис, Т. Вероника, У. Демид, Ф. Малик, С. Лев. Одна арифметическая и одна смысловая ошибки встречалась у В. Кирилла, В. Евы, Л. Александры, С. Арины, Ч. Веры. Не справились с заданием А. Степан и Р. Родион

По второму критерию были получены следующие результаты, которые представлены в приложении З:

1 задача.

Высокий уровень – 22 работы обучающихся (82%)

Средний уровень – 3 работы обучающихся (11%)

Низкий уровень – 2 работы обучающихся (7%)

2 задача.

Высокий уровень – 18 работ обучающихся (66%)

Средний уровень – 5 работ обучающихся (19%)

Низкий уровень – 4 работы обучающихся (15%)

3 задача.

Высокий уровень – 19 работ обучающихся (70%)

Средний уровень – 4 работы обучающихся (15%)

Низкий уровень – 4 работы обучающихся (15%)

Количественные результаты, которые мы получили, представили в диаграмме 9.

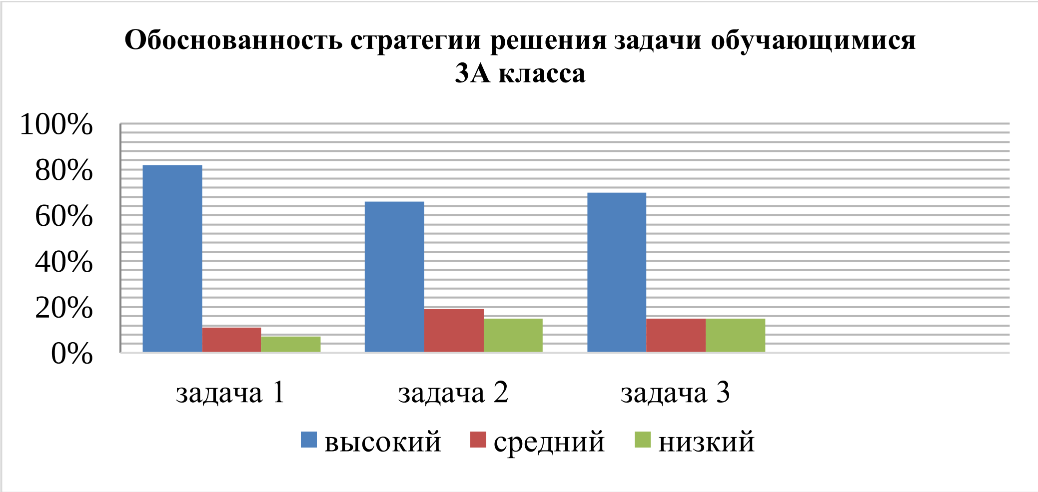


Рис. 25 Критерий 2: Обоснованность стратегии решения

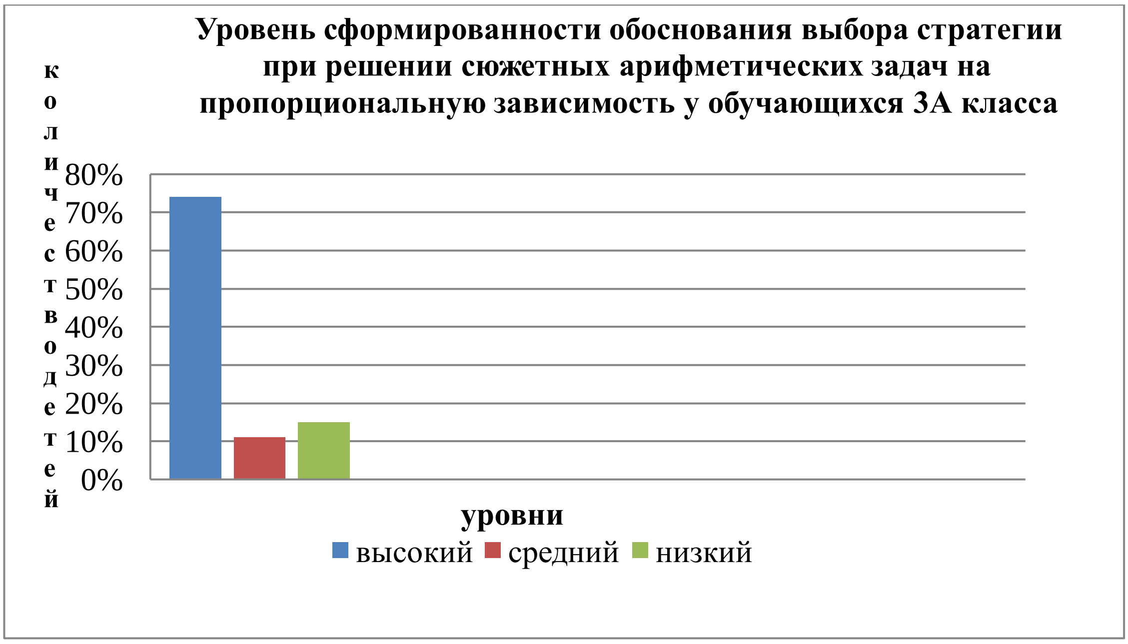


Рис. 26 Уровень сформированности обоснования выбора стратегии при решении сюжетных арифметических задач на пропорциональную зависимость обучающимися 3А класса

На низком уровне находится 4 работы обучающихся, что составляет 15% от общего числа. Обоснование всех задач представили А. Дарья, Б. Марина, В. Софья, В. Алексей, В. Таисия, З. Вячеслав, К. Анастасия, К. Роман, М. Екатерина, О. Элказы, Р. Валерия, Р. Александр, Р. Алина, Т. Михаил, Т. Борис, Т. Вероника, У. Демид, Ф. Малик, С. Лев. У З. Алины, С. Арины, Ч. Веры были ошибки в обосновании одного из действий задачи. Не справились с заданием А. Степан, В. Ева, Л. Александра и Р. Родион.

По третьему критерию были получены следующие результаты:

1 задача.

Высокий уровень – 25 работ обучающихся (93%)

Средний уровень – 2 работы обучающихся (7%)

Низкий уровень – нет работ

2 задача.

Высокий уровень – 23 работы обучающихся (85%)

Средний уровень – 4 работы обучающихся (15%)

Низкий уровень – нет работ

3 задача.

Высокий уровень – 22 работы обучающихся (81%)

Средний уровень – 4 работы обучающихся (15%)

Низкий уровень – 1 работа обучающихся (4%)

В приложении И находятся результаты работ обучающихся проведенного формирующего эксперимента по второму критерию.

Были получены следующие количественные результаты, которые мы отобразили в диаграмме 6.

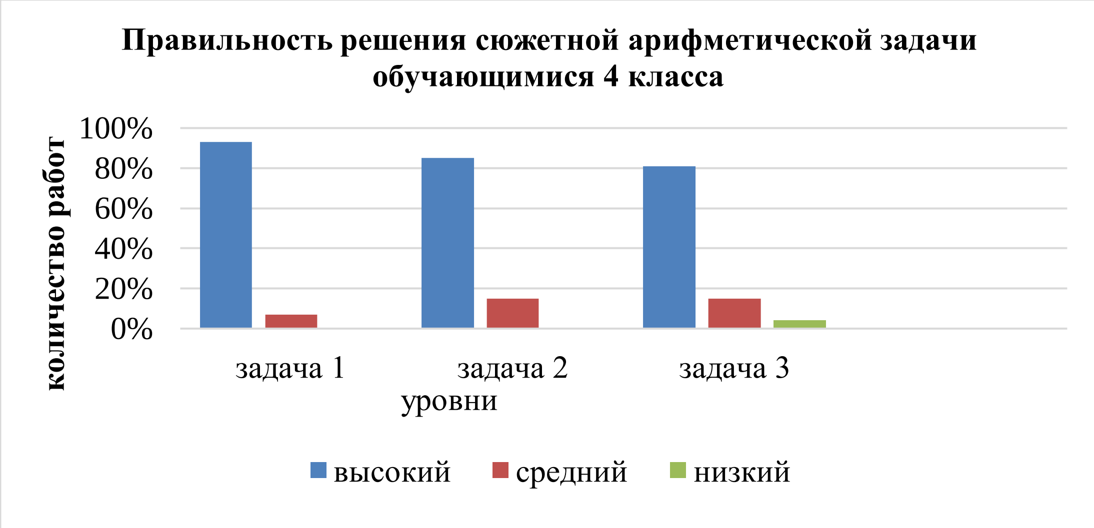


Рис. 27 Критерий 3: Наличие визуализации с видимой стратегией решения

Рис. 28 Уровень сформированности применения адекватной визуализации с видимой стратегией при решении сюжетных арифметических задач на пропорциональную зависимость обучающимися 3А класса

Таким образом, по второму критерию мы получили, что на низком уровне нет работ, на среднем 15% работ. Это работы В. Кирилла, В. Ева, Л. Александра, Р. Родиона.

Проведенный нами анализ показал, что было два человека, которые не смогли решить задачу, обосновать выбор действий, но выполнили адекватную визуализацию к задаче, это говорит нам о том, что эти дети могут работать с задачей, ее условием, но они еще не научились ее решать. Один ученик верно решил задачи, сделал визуализацию, но не смог обосновать выбор действий, это говорит, что ребенок не до конца понимаем как работать с задачей, не соотносит связь между данным и искомым.

При количественном анализе работ мы видим, что первую, вторую и третью задачу без ошибок выполнило 20 учащихся (74%), 18 учащихся обосновали стратегию решения ко всем задачам, визуализацию использовали все, из них 20 человек сделали без каких либо недочетов и погрешностей. Всё это говорит нам о повышении уровня сформированности умения решать сюжетные арифметические задачи на пропорциональную зависимость. А такого результата помог добиться приём визуализации при решении задач такого рода.

Наблюдения за учениками в момент эксперимента показали, что они справились с работой быстро. В процессе выполнения работы большинство учащихся чувствовали себя уверенно, практически не задавали вопросы учителю, сверстникам, не отвлекались. В качестве визуализации учащиеся применяли таблицы, схематический чертеж, рисунки, краткую запись, модели и числовая визуализация. К тому же один ученик для каждой задачи разную интерпретацию, по которой ему был более понятна стратегия.

Исходя из полученных результатов, мы можем сделать следующие выводы. Во-первых, качественный анализ решения задач учащимися показал, что использование приёма визуализации в решении сюжетных арифметических задач даёт положительные результаты. Это подтверждается, прежде всего, уменьшением количества смысловых ошибок в процессе решения задач. Во-вторых, при решении задач у разных учащихся снизилось механическое манипулирование числами. В-третьих, в процессе решения каждой из трех задач, учащиеся применяли визуализацию, что дало положительные результаты в выборе стратегии решения.

Таким образом, опытно-экспериментальным путем выявлена результативность разработанного нами комплекса упражнений, также подтверждена результативность использования приёма визуализации на этапе семантического анализа текста в процессе обучения младших школьников решению задач на пропорциональную зависимость. Но работу с предложенным нами комплексом нужно проводить ежедневно на уроках математике.

Выводы по II главе

Вторая глава посвящена описанию констатирующего эксперимента, в процессе проведения которого был определен актуальный уровень сформированности умения решать сюжетные арифметические задачи на пропорциональную зависимость младшими школьниками.

Исследование проводилось на базе МАОУ гимназии №2, г. Красноярск, в нём приняли участие 27 обучающихся 3А класса – 14 девочек и 13 мальчиков.

Для оценивания полученных результатов были определены три критерия, разработанные и утвержденные критерии «Письма Министерства общего и профессионального образования РФ от 19.11.98 г. № 1561/14-15:

1) правильность решения сюжетной арифметической задачи;

2) обоснованность стратегии решения;

3) наличие адекватной визуализации с видимой стратегией решения.

По результатам исследования проведенных работ по первому критерию на среднем и низком уровне находится около 50% работ обучающихся, по второму – около 66 % работ обучающихся, по третьему –82%. Большинство ошибок допущено из-за неумения детей видеть предметные действия и соотносить их с арифметическими.

Констатирующий эксперимент показал, что уровень сформированности решать сюжетные арифметические задачи на пропорциональность, обоснование стратегии решение и применения визуализации в процессе решения задач находятся на низком уровне. Это положение легло в основу разработанного нами формирующего эксперимента. Проанализировав психолого-педагогическую и методическую литературу, мы избрали один из приемов обучения решению сюжетных задач на пропорциональную зависимость младшего школьника – прием визуализации, который будет способствовать умственному развитию и логическому мышлению, так как требует выполнения умственных операций: анализа и синтеза, конкретизации и абстрагирования, сравнения, обобщения

Для обучения использованию приема визуализации при решении задач пропорциональную зависимость, нами предложен алгоритм работы над визуализацией и разработан комплекс упражнений, состоящий из четырех групп заданий:

1) Соотнесение визуализации и тексту задачи;

2) Соответствие текста задачи к готовой визуализации;

3) Восстановление текста по готовой визуализации;

4) Восстановление визуализации с опорой на текст.

Выполнение всех групп заданий проводилось на уроках математики, с увеличением доли самостоятельности обучающихся в процессе выполнения. Сначала ученики выполняли все четыре вида упражнений совместно с учителем. Затем выполнение заданий носило частично самостоятельный характер, а на завершающей стадии эксперимента обучающиеся выполняли задания самостоятельно, но в конце работы проводилась проверка.

Формирующий эксперимент был апробирован на практике, после чего мы провели контрольный срез и представили полученные результаты. Критерии оценивания были теми же, что при констатирующем эксперименте. По первому критерию на среднем и низком уровне получено 22% работ обучающихся, по второму – 26% работ, по третьему – 15%. Эти результаты значительно изменились в сравнении с первым срезом.

В процессе экспериментальной работы, мы пришли к заключению, что учить детей приему визуализации нужно в системе всей работы над задачами на протяжении четырёх лет обучения, регулярно предлагать задания учащимся на уроках математики. Для нас важно, чтобы ребенок стал использовать визуализацию как инструмент при решении сюжетной арифметической задачи на пропорциональную зависимость.

Исходя из полученных данных нашего исследования, мы можем сделать вывод, что дети, у которых правильность и обоснованность были на высоком уровне, и визуализацию выполняли на высоком уровне, но были и те, кто не мог правильно решить задачи и обосновать стратегию решения, а выполняли визуализацию. Это может лишь свидетельствовать о том, что дети могут работать с задачей, но у них не хватает опыта для ее решения.

Опираясь на полученные результаты, можно заключить, что разработанный комплекс упражнений является результативным, также прослеживается положительный результат использования приёма визуализации на этапе семантического анализа текста и выбора стратегии в процессе обучения младших школьников решению задач на пропорциональную зависимость. Все это подтверждает нашу гипотезу.

Итогом экспериментальной работы являются результаты констатирующего эксперимента, разработка комплекса упражнений, состоящего из четырех типов заданий, и результаты формирующего эксперимента.

Заключение

На основании анализа психолого-педагогической и методической литературы мы пришли к выводу, что проблема обучения младших школьников решению сюжетных арифметических задач на пропорциональную зависимость актуальна на данном этапе развития педагогической науки и требует дальнейшего исследования.

Многие школьники сталкиваются с затруднениями при решении задач, в большей степени с задачами на пропорциональную зависимость. Происходит это из-за того, что детей не учат решать такие задачи, само явление «пропорциональность» не наблюдается на уроках учениками. Во многих традиционных программах именно обучению решения задач не уделяется достаточно времени или не уделяется вовсе. Обучение детей младшего школьного возраста решению сюжетных арифметических задач очень важно, так как задача является ценным упражнением, которое развивает логическое мышление, формирует интерес к уроку математики. В программе по математике нет ограничений в отношении подбора задач, поэтому учитель может включать и другие задания в структуру урока. Важно при этом помнить, что они должны отвечать требованиям ФГОС НОО.

Также одной из основных задач начального курса обучению математики является обучение младших школьников представлению задач в графическом, наглядном виде. В новом образовательном стандарте оно представлено как важное УУД: выпускники начальной школы должны научиться использовать знаково-символические средства, то есть уметь выполнять визуализацию в любом виде с видимой стратегией решения. В современной системе образования визуализация рассматривается и как содержание, которое должно быть усвоено в процессе обучения, и как способ познания, которым должны овладеть учащиеся, и как одно из основных учебных действий.

Явление «пропорциональности» встречается как в повседневной жизни, так и на уроках математики, но в начальной школе для наблюдения этого явление уделяется недостаточно времени, так как это явление само по себе трудное.

«Пропорциональностью» в математике называют две величины, которые взаимно зависимы друг от друга. Она бывает двух видов: прямой и обратной. Под прямой пропорциональностью понимается взаимосвязь между двумя величинами, при которой увеличение одной из них влечет за собой увеличение другой во столько же раз. Под обратной подразумевается взаимосвязь между двумя величинами, при которой увеличение одной из них влечет за собой уменьшение другой во столько же раз.

В традиционных учебниках аспект визуализации фактически не рассматривается, а учебниках развивающего обучения использовался всегда, но в качестве визуализации применялись модель, схема, чертеж и рисунок. Для определенного вида выдвигались свои строгие требования, а мы предлагаем использовать в качестве интерпретации текста сюжетной арифметической задачи на пропорциональную зависимость прием визуализации, которые позволяет использовать любые средства.

Для определения актуального уровня развития умения решать сюжетную арифметическую задачу, мы взяли критерии, разработанные и утвержденные письмом министерства, и предложили детям решить три задачи, позволяющие выявить уровень сформированности умения решать сюжетные арифметические задачи на пропорциональную зависимость каждого ученика и класса в целом. По результатам констатирующего исследования мы выяснили, что у 50% учащихся умение решать сюжетную арифметическую задачу на пропорциональную зависимость сформировано на среднем и низком уровнях. Также было выявлено, что большинство ошибок совершается из-за того, что дети не видят предметные действия, заложенные в основу задачи. Увидеть конкретное действие учащиеся смогут, если представят текст в виде визуализации.

Для повышения уровня сформированности умения решать сюжетные арифметические действия мы разработали комплекс упражнений, позволяющий обучить детей решать задачи на пропорциональную зависимость с помощью приема визуализации. Возможные упражнения мы разделили на четыре большие группы заданий. Все задания выполнялись на уроках математике по мере увеличения доли самостоятельности. В рамках первой группы упражнений детям предлагается соотнести визуализацию к тексту задачи. Вторая группа заданий предполагает сопоставление текста и визуализацию. Упражнения третьего типа направлены на восстановление текста задачи по готовой визуализации, а в упражнениях четвертого типа дети восстанавливают визуализацию с опорой на текст.

На основе данных констатирующего и формирующего экспериментов было выявлено, что у обучающихся после организации обучения решению задач с пропорциональными величинами по разработанному нами комплексу упражнений произошло существенное улучшение применения приема визуализации, соответственно уровень сформированности решать задачи улучшился. Так, если на этапе констатирующего эксперимента по наличию адекватной визуализации было выявлено, что низкий уровень присущ 18 обучающимся (67%), средний – 3 (11%), высокий – 6 (22%), то на этапе контрольного эксперимента соотношение значительно изменилось: на низком уровне работы отсутствовали, на среднем – 4 обучающихся (15%), на высоком – 23 (85%). Это свидетельствует о том, что разработанный и внедренный нами комплекс упражнений при обучении младших школьников приему визуализации при решении задач на пропорциональную зависимость является эффективным.

Мы выделили ряд особенностей по использованию приема визуализации на уроках математике в начальной школе. Во-первых, визуализацию нужно использовать с самых первых уроков обучения решению задач; во-вторых, каждое предметное действие учащиеся должны увидеть, прочувствовать изменение на собственном опыте; в-третьих, визуализацию предметного действия нужно связывать с арифметическим действием, которым оно может быть выражено; в-четвертых, визуализация должна быть такой, чтобы по ней можно было восстановить условие задачи и увидеть стратегию решения, впятых, визуализацию следует использовать в различных её формах: схемы, модели, таблицы, краткие записи, числовые визуализации.

Список литературы

1. Александрова, Э.И. Учебники математики для 1–4 классов в системе Д.Б. Эльконина-В.В. Давыдова в 2-х ч./ Э.И. Александрова. – М.: Вита-Пресс, 2015.
2. Бантова М.А., Бельтюкова Г. В. Методика преподавания математики в начальных классах. – М.: Просвещение, 2009. - 335 с.
3. Басалаева, М.В. Учимся решать сюжетные арифметические задачи на уроках русского языка / М.В. Басалаева // Начальная школа, 2012. – №7. 42-45.
4. Баракина Т.В. Обучение младших школьников решению составных задач с пропорциональными величинами / Т.В. Баракина // Начальная школа плюс до и после. 2012. №10. С. 43-46.
5. Белошистая А.В. Обучение решению текстовых задач в начальной школе. Книга для учителя. Русское слово. – М. «ТИД «Русское слово - РС», 2003. – 286 с.
6. Бердникова И.А. Повышение качества высшего образования / И.А. Бердникова // Проблемы управления качеством образования в вузе: Сборник статей Международной научно-практической конференции. – Пенза, 2007
7. Блауберг И.В., Юдин Э.Г. Становление и сущность системного подхода. – М.: Наука, 1973.
8. Боровских А.В., Розов Н.Х. Деятельностные принципы в педагогике и педагогическая логика: пособие для системы профессионального педагогического образования, подготовки и переподготовки преподавательского состава. – М.: Макс пресс, 2010.
9. Ван дер Варден Б. Л. Пробуждающаяся наука математика Древнего Египта, Вавилона и Греции / Б. Л. ван дер Варден ; пер. с голланд., предисл. и заключительная ст. И. Н. Вевеловского. - Изд. 2-е, стер. - Москва : URSS, 2006. – 459.

10. Вендина А.А. Моделирование при решении текстовых задач в начальной школе / А.А. Вендина // Проблемы и перспективы развития образования в России. – 2017. - №47. – С. 59 – 63.

11. Волков Б.С. Психология младшего школьника. – М.: Педагогическое общество России, 2002. – 128 с.

12. М. Я. Выгодский. «Справочник по элементарной математике», М., 1974. – 406 с.

13. Выготский Л.С. Педагогическая психология/ Лев Выготский; под ред. В.В. Давыдова. - М.: АСТ: Астрель: Хранитель, 2008. – 671с.

14. Гавриш А.И. Виды моделей при работе над текстовыми задачами в начальной школе / А.И. Гавриш // Современное образование: Актуальные вопросы, достижения и инновации: Сборник статей. – 2017. – С. 55 – 59.

15. Гальперин П.Я. Психология мышления и учение о поэтапном формировании умственных действий. — Исследования мышления в советской психологии // Введение в психологию. – М.: из-во Моск. ун-та., 1976.

16. Гамезо М. В. Психологические аспекты методологии и общей теории знаков и знаковых систем / М. В. Гамезо, Б. Ф. Ломов, В. Ф. Рубахин // Психологические проблемы переработки знаковой информации. М.: Наука, 1977. – 519 с.

17. Голубева О.Л. Формирование УУД на уроках математики в начальной школе в условиях реализации ФГОС НОО / О.Л. Голубева, Л.И. Суслова // В мире научных открытий: Материалы Международной научно-практической конференции. – 2017. – С. 44 – 47.

18. Давыдов В. В. Теория развивающего обучения / В.В. Давыдов. – М.: ИНТОР, 1996. – 544 с. (67 - 73 с.)

19. Даль В.И. Толковый словарь живого великого русского языка избр. ст. / В. И. Даль; совмещ. Ред. Изд. В.И. Даля и И. А. Бодуэна де Куртенэ; [науч. ред. Л. В. Беловинский]. – М.: ОЛМА Медиа Групп, 2009. – 573 с.

20. Дьяченко В.К. Организационная структура учебного процесса и ее развитие. – М.: Просвещение, 1989. – 156 с.

21. Егорова Т.В. Формирование у младших школьников умения моделировать на уроках математики / Т.В. Егорова, С.В. Митрохина // Современные проблемы науки и образования. – 2016. - №3. – С. 348.

22. Зайкин М.И., Пчелин А.В. Визуализация вербальных, графических и символических характеристик сюжетных математических задач в образовательном процессе // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2008. №2. – с. 35-39.

23. С.А.Зайцева, И.И.Целищева «Моделирование простых текстовых задач» - М., Чистые пруды, 2006. – 31 с.

24. Зимняя И.А. Педагогическая психология: Учебник для вузов. Изд. второе, доп., испр. и перераб. - М.: Логос, 2000. – 384 с.

25. Истомина Н.Б. Математика. 3 класс. В 2-х частях / Н.Б. Истомина. – Ч. 1. – М.: Ассоциация XXI век, 2012. – 120 с.; Ч. 2. - М.: Ассоциация XXI век, 2012. – 120 с.

26. Истомина Н.Б. Методика обучения математике в начальной школе. Педагогическое образование. М.: Академия, 2005. – 287 с.

27. Казько Е.С. Работа над текстом задачи с пропорциональными величинами / Е.С. Казько // Начальная школа. - 1998. -№5. - С.28-33.

28. Камардина Н.В. Визуализация как метод обучения в работах зарубежных и отечественных авторов // Проблемы современной науки. – 2015. – № 20. – с. 100-107.

29. Каменецкий С.Е. Методика решения задач: книга для учителя / С. Е. Каменецкий, В.П. Орехов. – М.: Просвещение, 1987. – 448 с.

30. Киричек К.А. Классификация текстовых задач начального курса математики / К.А. Киричек // Гуманитарные научные исследования. – 2016. – №1. – с. 98-101.

31. Крутецкий В.А. Психология математических способностей школьников / В.А. Крутецкий. – М.: Просвещение, 1968. – 432 с.

32. Леонова Е.В.: Личностная компетентность школьника и методы ее оценки. // Начальная школа плюс До и После, 2012. – №4. – с. 8 – 13.

33. Леонтьев А.Н. Лекции по общей психологии: уч. пособие / А.Н. Леонтьев. – М.: Смысл, 2000. – 509 с.

34. Люблинская А.А. Учителю о психологии младшего школьника. Пособие для учителя. М.: «Просвещение», 1977. – 224 с.

35. Матвеева, А.Н. Использование различного построения моделей в процессе обучения решению текстовых задач / А.Н. Матвеева // Начальная школа: плюс до и после. - 2005. - №9. - С.77-79.

36. Математика. Рабочие программы. Предметная линия учебников системы «Школа России». 1 – 4 классы: учебное пособие для общеобразовательных организаций / М.И. Моро, С.И. Волкова, С.В. Степанова и др. – 2-е изд. перераб. – М.: Просвещение, 2016. – 124 с.

37. Мельникова С.В. Формирование умений учащихся начальных классов решать текстовые задачи средствами математического моделирования / С.В. Мельникова, А.П. Кудинова // Педагогика и психология: актуальные вопросы теории и практики. – 2016. - №4. – С. 204 – 206.

38. Моро М.И. Обучение решению арифметических задач во 2 – 3 классах. - М.: Просвещение, 2000. – 304 с.

39. Моро, М. И. Учебники по математики для 1- 4 кл.: учеб. для общеобразов. орг. : в 2-х ч./ М. И. Моро, С. И. Волкова, С. В. Степанова. – 7 изд. – М.: Просвещение, 2016.

40. Муртазина Н.А. Реализация математического моделирования на уроках математики в начальной школе / Н.А. Муртазина // Психология и педагогика: методика и проблемы практического применения. – 2010. - №16-2. – С. 125 – 129.

41. Немов Р. С. Психология: учеб. для студ. высш. пед. учеб. заведений: в 3 кн. / Р.С. Немов. – 4-е изд. – М.:ВЛАДОС, 2003. – Т. 2. – 491 с.

42. Ожегов С.И., Шведова Н.Ю. Толковый словарь русского языка/ Российская академия наук. Институт русского языка им. В.В. Виноградова. – 4-е изд., дополненное. –М.: Азбуковник, 1999. –944 с.

43. Обухова Л.Ф. Возрастная психология: учебник для вузов. – М.: Высшее образование; МГППУ, 2009. – 460с.

44. Петерсон Л.Г. Методические рекомендации к учебнику математика 3 класс / Л.Г. Петерсон. – М.: Ювента, 2013.

45. Петерсон Л.Г. Учусь учиться: учеб. по математике для 1-4 кл.: в 3-х ч. / Л.Г. Петерсон. – М.: Ювента, 2013.

46. Пиаже Ж. Речь и мышление ребёнка/Пер. с франц. И англ.; Сост. комм. ред. Перевода Вал. А. Лукова. Вл. А. Лукова. – М.: Педагогика-Пресс, 1994. – 528 с.

47. Пойда Д. Как решить задачу / Д. Пойа. – Львов: Квантор, 1991. – 216 с.

48. «Письмо Министерства общего и профессионального образования РФ от 19.11.98 г. № 1561/14-15».

49. Программы общеобразовательных учреждений Математика: программа 1–4 классы. Поурочно-тематическое планирование: 1–4 классы / Н. Б. Истомина. – Смоленск: Ассоциация XXI век, 2013. – 160 с.

50. Пчёлко А. С. Методика преподавания арифметики в начальной школе. Пособие для учителей. – М.: ГУПИН РСФСР, 1953 – 390 с.

51. Рапуто А.Г. Визуализация как неотъемлемая составляющая процесса обучения преподавателей // Международный журнал экспериментального образования. – 2010. – № 5. – с. 138-142

52. Резник Н.И. Использование и развитие визуального мышления на уроке математики: автореферат дис. канд. пед. наук. Л., 1990. – 13 с.

53. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии: учеб. пособие для студ. высш. учеб. завед. / С.Л. Рубинштейн. – СПб.: Питер, 2006. – 705 с.

54. Скаткин Л.Н. Обучение решению простых и составных арифметических задач. М.: Просвещение, 2004. – 183 с.

55. Скаткин Л.Н., Жигалкина Т.К. Обучение решению задач с пропорциональными величинами.– М.: Просвещение, 1979. – 32 с.

56. Стойлова Л.П. Математика– М.: «Академия», 2002. – 288 с.

57. Талызина Н.Ф. Педагогическая психология: учебное пособие средних педагогических заведений / Н.Ф. Талызина. – М.: Академия, 1998. – 288 с.

58. Трухан И.А. Визуализация учебной информации в обучении математике, её значение и роль / И.А. Трухан, Д.А. Трухан // Успехи современного естествознания, № 10. 2013. – с. 113-115.

59. Федеральный государственный образовательный стандарт: основное общее образование. / Министерство образования и науки РФ. – М.: Просвещение, 2010.

60. Фридман Л.М. Как научиться решать задачи. / Л.М. Фридман, Е.Н. Турецкий. – 3-е изд., дораб. – М.: Просвещение, 1989. – 192 с.

61. Царева С. Е. Обучение решению задач / С.Е. Царева // Начальная школа, 1997. – №11. – 92 – 98 с.

62. Царева, С.Е. Нестандартные виды работы с задачами на уроке как средство реализации современных педагогических концепций и технологий / С.Е. Царева // Начальная школа, 2004. – №4. 49- 56 с.

63. Широкина Т.В. Формирование метапредметных умений в процессе реализации системно-деятельностного подхода на уроках математики / Т.В. Широкина, С.В. Митрохина // Интеграционные процессы в естественнонаучном и математическом образовании: Сборник научных трудов участников международной конференции. – М.: РУДН, 2013. – С. 349 – 352.

64. Шохор-Троцкий, С.И. Цель и средства преподавания математики с точки зрения требований общего образования / С.И. Шохор-Троцкий Спб., Журнал «Русская школа», 1892. — 116 с.

65. Штерн, А.С. Текст и его восприятие / А.С. Штерн, Л.Н Мурзин. – Свердловск: Изд-во УГУ, 1991. – 172 с.

66. Эльконин, Д.Б. Психология развития: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / Д. Б. Эльконин. – 3-е изд. – М.: Академия, 2007. – 141 с.

67. Эсаулов А.Ф. Психология решения задач / А.Ф. Эсаулов. – М.: Высшая школа, 1972. – 217 с.

68. Эрдниев П.М. Теория и методика обучения математике в начальной школе / П.М. Эрдниев. – М.: Педагогика, 1998. – 220 с.

69. Юсупова М.А. Развитие логического мышления младших школьников на уроках математики в условиях ФГОС НОО / М.А. Юсупова // Практическая и психология: Методы и технологии: Сборник статей. – 2016. – С. 174.

70. Яновская С.А. Методологические проблемы науки: М.: КомКнига, 2006, Изд.2. – 288 с.

Приложение А

Задачи для констатирующего эксперимента

1. В первый день магазин продал 8 одинаковых книг и получил за них 48 рублей, во второй день было продано 6 таких же книг. Сколько денег получили за книги во второй день?

2. В одном бананы 3 м ткани, а в другом – 7 м такой этой же ткани. Второй кусок стоит на 240 рублей больше первого. Сколько стоит каждый кусок ткани?

3. Автомобилист за 3 часа проехал 270 км. Сколько километров проедет он за 6 часов при той же скорости?

Приложение Б

Таблица 16 — Диагностическая программа исследования актуального уровня сформированности умения решать сюжетную арифметическую задачу с пропорциональной зависимостью

Критерий	Уровень		
	Низкий	Средний	Высокий
Правильность.	Ученик ошибается в выборе стратегии решения и допускает арифметические ошибки.	Ученик допускает арифметическую или смысловую ошибки.	Ученик выбирает стратегию решения и реализует ее без арифметических ошибок.
Баллы	0-3	4-6	7-9
Обоснованность выбора стратегии	Ученик не может доказать правильность выбранного решения	Ученик может доказать правильность не всех действий выбранного решения	Ученик может доказать правильность всех действий выбранного решения с опорой на текст
Баллы	0-2	3-4	5-6
Наличие адекватной визуализации	Визуализация выполнена с искажением объектов и связей между ними	Визуализация выполнена, есть неточности в ее изображении, отображены не все объекты и связи между ними	Ученик выполнил адекватную визуализации тексту, отображены все объекты и связи между ними. Видна стратегия решения
Баллы	0-2	3-4	5-6
Общий уровень сформированности умения решать текстовые задачи на пропорциональную зависимость	0-7	8-14	15-21

Приложение В

Таблица 17 – Результаты работ констатирующего эксперимента по первому критерию: правильность решения сюжетной арифметической задачи

№	Ф.И.ученика	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Общий уровень
1	А. Даша	3	3	3	Высокий
2	А. Степан	0	1	0	Низкий
3	Б. Марина	1	2	2	Средний
4	В. София	3	3	3	Высокий
5	В.Алексей	2	3	2	Высокий
6	В. Кирилл	0	0	1	Низкий
7	В. Таисия	3	3	3	Высокий
8	В. Ева	1	2	0	Низкий
9	З. Алина	2	2	0	Средний
10	З.Вячеслав	3	3	3	Высокий
11	К. Анастасия	2	2	3	Высокий
12	К. Роман	3	3	3	Высокий
13	Л. Александра	0	2	1	Низкий
14	М. Екатерина	3	3	3	Высокий
15	О. Элказы	1	0	0	Низкий
16	Р. Валерия	3	3	3	Высокий
17	Р. Родион	0	0	0	Низкий
18	Р. Александр	2	3	2	Высокий
19	Р. Алина	0	2	2	Средний
20	С. Арина	0	1	1	Низкий
21	Т. Михаил	3	3	3	Высокий
22	Т. Борис	2	3	2	Высокий
23	Т. Вероника	2	2	2	Средний
24	У. Демид	3	3	3	Высокий
25	Ф. Малик	2	2	0	Средний
26	Ф. Лев	2	2	3	Высокий
27	Ч. Вера	1	0	1	Низкий

Приложение Г

Таблица 18 – Результаты работ констатирующего эксперимента по второму критерию: обоснованность стратегии решения

№	Ф.И.ученика	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Общий уровень
1	А. Даша	0	0	0	Низкий
2	А. Степан	0	1	0	Низкий
3	Б. Марина	1	1	1	Средний
4	В. София	2	2	2	Высокий
5	В.Алексей	0	0	0	Низкий
6	В. Кирилл	0	0	1	Низкий
7	В. Таисия	2	2	2	Высокий
8	В. Ева	1	1	0	Низкий
9	З. Алина	1	0	0	Низкий
10	З.Вячеслав	2	2	2	Высокий
11	К. Анастасия	1	0	1	Низкий
12	К. Роман	2	2	2	Высокий
13	Л. Александра	1	1	1	Средний
14	М. Екатерина	2	2	2	Высокий
15	О. Элказы	0	0	0	Низкий
16	Р. Валерия	2	1	2	Высокий
17	Р. Родион	0	0	0	Низкий
18	Р. Александр	1	2	1	Средний
19	Р. Алина	1	1	1	Средний
20	С. Арина	0	0	1	Низкий
21	Т. Михаил	2	2	2	Высокий
22	Т. Борис	2	1	2	Средний
23	Т. Вероника	1	1	1	Средний
24	У. Демид	2	2	2	Высокий
25	Ф. Малик	1	0	1	Низкий
26	Ф. Лев	2	1	2	Высокий
27	Ч. Вера	0	0	1	Низкий

Приложение Д

Таблица 19 – Результаты работ констатирующего эксперимента по третьему критерию: наличие адекватной визуализации

№	Ф.И.ученика	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Общий уровень
1	А. Даша	0	0	0	Низкий
2	А. Степан	0	1	0	Низкий
3	Б. Марина	1	1	0	Низкий
4	В. София	2	2	2	Высокий
5	В.Алексей	0	0	0	Низкий
6	В. Кирилл	0	0	0	Низкий
7	В. Таисия	2	2	2	Высокий
8	В. Ева	1	1	0	Низкий
9	З. Алина	1	0	0	Низкий
10	З.Вячеслав	0	0	0	Низкий
11	К. Анастасия	1	0	1	Низкий
12	К. Роман	2	2	2	Высокий
13	Л. Александра	0	1	0	Низкий
14	М. Екатерина	2	2	2	Высокий
15	О. Элказы	2	2	2	Высокий
16	Р. Валерия	2	1	1	Средний
17	Р. Родион	0	0	0	Низкий
18	Р. Александр	1	2	0	Средний
19	Р. Алина	1	1	0	Низкий
20	С. Арина	0	0	0	Низкий
21	Т. Михаил	0	0	0	Низкий
22	Т. Борис	2	1	1	Средний
23	Т. Вероника	0	1	1	Низкий
24	У. Демид	2	2	1	Высокий
25	Ф. Малик	0	0	1	Низкий
26	Ф. Лев	0	1	1	Низкий
27	Ч. Вера	0	0	0	Низкий

Приложение Е

Таблица 20 – Протокол констатирующего эксперимента

№	Ф.И.ученика	Критерии						Общий уровень	
		Правильность		Обоснованность выбора стратегии		Наличие адекватной визуализации		Количество баллов	Уровень
		Баллы	Уровень	Баллы	Уровень	Баллы	Уровень		
1	А. Даша	9	В	0	Н	0	Н	9	С
2	А. Степан	1	Н	1	Н	1	Н	3	Н
3	Б. Марина	5	С	3	С	2	Н	10	С
4	В. София	9	В	6	В	6	В	21	В
5	В.Алексей	4	С	0	Н	0	Н	4	Н
6	В. Кирилл	1	Н	1	Н	0	Н	2	Н
7	В. Таисия	9	В	6	В	6	В	21	В
8	В. Ева	3	Н	2	Н	2	Н	7	Н
9	З. Алина	4	С	1	Н	1	Н	6	Н
10	З.Вячеслав	9	В	6	В	0	Н	15	В
11	К. Анастасия	7	В	2	Н	2	Н	11	С
12	К. Роман	9	В	6	В	6	В	21	В
13	Л. Александра	3	Н	3	С	1	Н	7	Н
14	М. Екатерина	9	В	6	В	6	В	21	В
15	О. Элказы	1	Н	0	Н	6	В	7	Н
16	Р. Валерия	9	В	5	В	4	С	18	В
17	Р. Родион	0	Н	0	Н	0	Н	0	Н
18	Р. Александр	7	В	4	С	3	С	14	С
19	Р. Алина	4	С	3	С	2	Н	9	С
20	С. Арина	2	Н	1	Н	0	Н	3	Н
21	Т. Михаил	9	В	6	В	0	Н	15	В
22	Т. Борис	7	В	4	С	4	С	15	В
23	Т. Вероника	6	С	3	С	2	Н	11	С
24	У. Демид	9	В	6	В	5	В	20	В
25	Ф. Малик	4	С	2	Н	1	Н	7	Н
26	Ф. Лев	7	В	5	В	2	Н	14	С
27	Ч. Вера	2	Н	1	Н	0	Н	3	Н

Приложение Ж

Задачи для контрольного среза

1. Дима купил 12 карандашей и заплатил за них 60 рублей. Его товарищ купил 7 таких карандашей. Сколько денег за покупку заплатил товарищ Димы?

2. Один покупатель купил 5 м ткани, другой – 3 м. Первый покупатель заплатил за свою покупку на 360 рублей больше, чем второй. Сколько денег заплатили за ткань каждый покупатель?

3. Велосипедист за 4 часа проехал 72 км. Сколько километров проедет он за 8 часов при той же скорости?

Приложение 3

Таблица 21 – Результаты работ формирующего эксперимента по первому критерию: правильность решения сюжетной арифметической задачи

№	Ф.И.ученика	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Общий уровень
1	А. Даша	3	3	3	Высокий
2	А. Степан	0	0	0	Низкий
3	Б. Марина	3	3	3	Высокий
4	В. София	3	3	3	Высокий
5	В.Алексей	3	3	3	Высокий
6	В. Кирилл	2	2	1	Средний
7	В. Таисия	3	3	3	Высокий
8	В. Ева	2	2	1	Средний
9	З. Алина	3	3	3	Высокий
10	З.Вячеслав	3	3	3	Высокий
11	К. Анастасия	3	3	3	Высокий
12	К. Роман	3	3	3	Высокий
13	Л. Александра	2	3	1	Средний
14	М. Екатерина	3	3	3	Высокий
15	О. Элказы	3	3	3	Высокий
16	Р. Валерия	3	3	3	Высокий
17	Р. Родион	0	0	0	Низкий
18	Р. Александр	3	3	3	Высокий
19	Р. Алина	3	3	3	Высокий
20	С. Арина	1	2	1	Средний
21	Т. Михаил	3	3	3	Высокий
22	Т. Борис	3	3	3	Высокий
23	Т. Вероника	3	3	3	Высокий
24	У. Демид	3	3	3	Высокий
25	Ф. Малик	3	3	3	Высокий
26	Ф. Лев	3	3	3	Высокий
27	Ч. Вера	2	3	3	Высокий

Приложение И

Таблица 22 – Результаты работ констатирующего эксперимента по второму критерию: обоснованность стратегии решения

№	Ф.И.ученика	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Общий уровень
1	А. Даша	2	2	2	Высокий
2	А. Степан	0	0	0	Низкий
3	Б. Марина	2	1	2	Высокий
4	В. София	2	2	2	Высокий
5	В.Алексей	2	2	2	Высокий
6	В. Кирилл	1	1	0	Низкий
7	В. Таисия	2	2	2	Высокий
8	В. Ева	1	0	1	Низкий
9	З. Алина	2	1	1	Средний
10	З.Вячеслав	2	2	2	Высокий
11	К. Анастасия	2	2	2	Высокий
12	К. Роман	2	2	2	Высокий
13	Л. Александра	1	0	0	Низкий
14	М. Екатерина	2	2	2	Высокий
15	О. Элказы	2	2	2	Высокий
16	Р. Валерия	2	2	2	Высокий
17	Р. Родион	0	0	0	Низкий
18	Р. Александр	2	2	2	Средний
19	Р. Алина	2	2	2	Высокий
20	С. Арина	2	1	1	Средний
21	Т. Михаил	2	2	2	Высокий
22	Т. Борис	2	2	2	Высокий
23	Т. Вероника	2	2	2	Высокий
24	У. Демид	2	2	2	Высокий
25	Ф. Малик	2	2	2	Высокий
26	Ф. Лев	2	2	2	Высокий
27	Ч. Вера	2	1	1	Средний

Приложение К

Таблица 23 – Результаты работ констатирующего эксперимента по третьему критерию: наличие адекватной визуализации

№	Ф.И.ученика	Задача 1	Задача 2	Задача 3	Общий уровень
1	А. Даша	2	2	2	Высокий
2	А. Степан	2	2	1	Высокий
3	Б. Марина	2	2	2	Высокий
4	В. София	2	2	2	Высокий
5	В.Алексей	2	2	2	Высокий
6	В. Кирилл	1	1	1	Средний
7	В. Таисия	2	2	2	Высокий
8	В. Ева	1	1	2	Средний
9	З. Алина	2	2	2	Высокий
10	З.Вячеслав	2	2	2	Высокий
11	К. Анастасия	2	2	2	Высокий
12	К. Роман	2	2	2	Высокий
13	Л. Александра	2	1	1	Средний
14	М. Екатерина	2	2	2	Высокий
15	О. Элказы	2	2	2	Высокий
16	Р. Валерия	2	2	2	Высокий
17	Р. Родион	2	2	0	Средний
18	Р. Александр	2	2	2	Высокий
19	Р. Алина	2	2	2	Высокий
20	С. Арина	2	1	2	Высокий
21	Т. Михаил	2	2	2	Высокий
22	Т. Борис	2	2	2	Высокий
23	Т. Вероника	2	2	2	Высокий
24	У. Демид	2	2	2	Высокий
25	Ф. Малик	2	2	2	Высокий
26	Ф. Лев	2	2	2	Высокий
27	Ч. Вера	2	2	1	Высокий

Приложение Л

Таблица 24 – Протокол формирующего эксперимента

№	Ф.И.ученика	Критерии						Общий уровень	
		Правильность		Обоснованность выбора стратегии		Наличие адекватной визуализации		Количество баллов	Уровень
		Баллы	Уровень	Баллы	Уровень	Баллы	Уровень		
1	А. Даша	9	В	6	В	6	В	21	В
2	А. Степан	0	Н	0	Н	6	Н	6	Н
3	Б. Марина	9	В	5	В	6	В	20	В
4	В. София	9	В	6	В	6	В	21	В
5	В.Алексей	9	В	6	В	6	В	21	В
6	В. Кирилл	5	С	2	Н	3	С	10	С
7	В. Таисия	9	В	6	В	6	В	21	В
8	В. Ева	5	С	2	Н	4	С	11	С
9	З. Алина	9	В	4	С	6	В	19	В
10	З.Вячеслав	9	В	6	В	6	В	21	В
11	К. Анастасия	9	В	6	В	6	В	21	В
12	К. Роман	9	В	6	В	6	В	21	В
13	Л. Александра	6	С	1	Н	6	В	13	С
14	М. Екатерина	9	В	6	В	6	В	21	В
15	О. Элказы	9	В	6	В	6	В	21	В
16	Р. Валерия	9	В	6	В	6	В	21	В
17	Р. Родион	0	Н	0	Н	4	С	4	Н
18	Р. Александр	9	В	6	В	6	В	21	В
19	Р. Алина	9	В	6	В	6	В	21	В
20	С. Арина	4	С	4	С	5	В	13	С
21	Т. Михаил	9	В	6	В	6	В	21	В
22	Т. Борис	9	В	6	В	6	В	21	В
23	Т. Вероника	9	В	6	В	6	В	21	В
24	У. Демид	9	В	6	В	6	В	21	В
25	Ф. Малик	9	В	6	В	6	В	21	Н
26	Ф. Лев	9	В	6	В	6	В	21	В
27	Ч. Вера	8	В	4	С	5	В	17	В