МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им.В.П. АСТАФЬЕВА

(КГПУ им.В.П. Астафьева)

Институт/факультет Институт математики, физики и информатики
(полное наименование института/факультета)

Кафедра Кафедра математического анализа и методики обучения математике в вузе
(полное наименование кафедры)

Специальность 050201.65 математика с доп. специальностью 050202.65 информатика
(код ОКСО и наименование специальности)

ДОПУСКАЮ К ЗАЩИТЕ
Зав. кафедрой Кафедра математического анализа и методики обучения математике в вузе
(полное наименование кафедры)

_______________ Л.В. Шкерина
(подпись) (И.О.Фамилия)
«_______» _______________ 2015 г.

Выпускная квалификационная работа

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ В КУРСЕ ПЛАНИМЕТРИИ

Выполнил студент группы 51
(номер группы)

Е.М. Гамивка _______________
(И.О.Фамилия) (подпись, дата)

Форма обучения очная

Научный руководитель:
к.п.н., доцент каф. алгебры и МОМ О.В. Тумашева _______________
(ученая степень, должность, И.О.Фамилия) (подпись, дата)

Рецензент
учитель математики МБОУ гимназия №7 О.С. Пономарева _______________
(ученая степень, должность, И.О.Фамилия) (подпись, дата)

Дата защиты 25 июня 2015г.

Оценка _______________

Красноярск 2015

Оглавление

Введение

Модернизация образования последнего десятилетия в Российской Федерации определяет новые подходы к обновлению и развитию всей образовательной системы.

В настоящее время в школьном математическом образовании одним из преимущественных направлений является подготовка учащихся к использованию математики в решении широкого круга проблем, возникающих в реальном мире за пределами образовательного процесса. Это обусловлено, с одной стороны, возросшим в последние десятилетия значением математики в общей системе знаний. С другой стороны, причина происходящих в сфере российского образования изменений заключается в том, что математические методы проникают в разнообразные сферы жизнедеятельности людей, знания основ (и не только) математики все больше востребованы в повседневной жизни.

В связи с чем, актуализировалась необходимость обеспечения перехода от предметно-ориентированного обучения к практико-ориентированному, реализующему системно-деятельностный подход, предполагающий подготовку школьника к профессиональной и общественной жизни. Одним из средств реализации выделенных подходов в образовательной практики выступают практико-ориентированные задачи, которые обеспечивают связь изучаемой предметной области (в нашем исследовании речь идет о разделе школьного курса геометрии - планиметрии) с окружающей действительностью, практическими навыками, умениями, реальной жизнью. Поэтому современные требования к результатам обучения математике включают не только овладение предметными знаниями, но и умениями применять данные знания в ситуациях повседневной жизни, при решении практических задач. В Концепции развития математического образования в РФ от 24 декабря 2013 года также подчеркивается необходимость приобретения школьниками «знаний и навыков, применяемых в повседневной жизни и профессиональной деятельности». Повышенное внимание практико-ориентированных заданий прослеживается и в содержании контрольно-измерительных материалов для ОГЭ и ЕГЭ.

Однако результаты государственной итоговой аттестации учащихся 9-х и 11-х классов свидетельствуют о низком уровне сформированности умений использовать математические знания и методы для решения практико-ориентированных задач. Очевидно, что такие результаты являются следствием недостаточного внимания к обучению школьников практико-ориентированным задачам в силу некоторых причин, среди которых следующие:

- недостаточно разработаны методические аспекты обучения школьников решению практико-ориентированных задач;
- в частности, нет смысловой и методической ясности в вопросе о том, в какой форме и объеме практико-ориентированные задачи целесообразно включить в обязательную программу школьного курса математики, в частности геометрии;
- крайне мало необходимых современных учебно-методических пособий для школьников, содержание которых ориентировано на реализацию практико-ориентированного обучения математике на основной и старшей ступенях общего образования.

Анализ исследований последних лет, отражающих тенденции развития школьного математического образования позволил выделить три основных направления: развитие математического мышления, организация учебной исследовательской деятельности школьников (Т.А. Полякова, Е.В. Сухорукова, Л.В. Форкунова и др.); изучение путей осуществления межпредметных связей математики с другими дисциплинами: физикой (И.В. Зубова и др.) биологией (С.Н. Дворяткина и др.), экономикой (А.Г. Еленкин, М.Ю. Тумайкина и др.), химией (Е.В. Иващенко и др.); включение практико-ориентированных задач в отдельные разделы школьного курса математики (В.С. Абатурова, Е.М. Ложкина, С.Ю. Полякова Л.Э. Хаймина, и др.).

Особое место с точки зрения включения в образовательный процесс практико-ориентированных задач занимает школьный курс геометрии, а именно один из его разделов - планиметрия. Это связано с тем, что планиметрия сама по себе является практико-ориентированной наукой. Многие геометрические понятия возникли в ходе наблюдений реальных предметов разной формы. Люди знакомились с простейшими геометрическими формами, познавая окружающий мир. Владение такими знаниями помогало в изготовлении орудий, строительству жилья, шитью одежды, изготовлению посуды и украшений. Накопленный опыт, развитие землемерия привело к созданию практических правил нахождения площадей, измерение земельных участков и др. Правила постепенно приводились в систему. Совершенствование геометрических знаний шло по пути их отделения от опыта и в результате предметом геометрии стали не реальные, а идеальные фигуры являющиеся образами предметов.

Необходимость применения практико-ориентированных задач в обучении геометрии, обеспечивающих связь между явлениями реального мира и его реальными моделями, формирование определенных форм мышления, обусловило актуальность темы работы «Практико-ориентированные задачи в курсе планиметрии».

Цель работы: разработать методические рекомендации по применению практико-ориентированных задач в процессе изучения курса планиметрии в 7-9 классе.

Объект работы: Процесс изучения планиметрии в образовательной школе.

Предмет работы: Практико-ориентированные задачи в курсе планиметрии.

Задачи работы:

1. на основе анализа педагогической и методической литературы уточнить понятие практико-ориентированной задачи, охарактеризовать требования к ним и рассмотреть методические условия применения

практико-ориентированных задач в курсе планиметрии и уровни сложности практико-ориентированных задач;

2. разработать методические рекомендации по применению практико-ориентированных задач на уроке ознакомления с новым материалом;

3. разработать методические рекомендации по применению практико-ориентированных задач во внеурочное время.

Структура работы: работа состоит из введения, двух глав, заключения, библиографического списка и приложения.

Глава 1. Практико-ориентированные задачи в курсе математике

В этой главе рассмотрено определение практико-ориентированной задачи, цель их использования, виды. Какие задачи относят к практико-ориентированным. Рассмотрены требования, предъявленные к практико-ориентированным задачам, примеры, в которых отражена трактовка этих требований. Сформулированы методические условия применения практико-ориентированных задач в курсе планиметрии. Распределение задач по уровням сложности. Определение уровней сложности по критериям.

1.1. Понятие практико-ориентированной задачи

Рассмотрим понятие «задача» в педагогической литературе. В широком смысле задача рассматривается как проблемная ситуация с явно заданной целью, которую необходимо достичь. В более узком смысле задачей также называют саму эту цель, данную в рамках проблемной ситуации, то есть то, что требуется сделать. Т.Ф. Ефремова [54] под задачей предлагает считать цель, к которой стремятся, которую хотят достичь, обстоятельства, затруднения, которые надо преодолеть. Под математической задачей она понимает вопрос математического характера, требующий нахождения решения по известным данным с соблюдением определенных условий. В словаре Ожегова определение задачи звучит следующим образом: «Задача – упражнение, которое выполняется посредством умозаключения, вычисления»[28].

Д. Пойа, рассматривая роль задач в математике, писал: «Что значит владение математикой? Это есть умение решать задачи, причем не только стандартные, но и требующие известной независимости мышления, здравого смысла, оригинальности, изобретательности»[32]. Математические задачи являются одной из главных составляющих содержания учебного предмета математики, который включает также и теоретический материал. Но и теоретический материал учащиеся усваивают в процессе решения задач. Поэтому решение задач является основной деятельностью при обучении математике.

Наиболее распространенным является определение задачи как системы (Г.А. Балл, Ю.М. Колягин, Л.М. Фридман, А.Ф. Эсаулов) [3], [17],[44].

Авторы по-разному очерчивают круг явлений, относящихся к объему понятия «задача». Термин «задача» употребляют для обозначения объектов, относящихся к трем различным категориям:

1. к категории словесной формулировки этой ситуации (Л.М. Фридман, А.А. Столяр и др.)[39];
2. к категории цели действий субъекта, требования, поставленного перед субъектом (А.Н. Леонтьев, В.Н. Пушкин и др.)[18];
3. к категории ситуации, включающей наряду с целью условия, в которых она должна быть достигнута (Г.А. Балл, Л.Л. Гурова, Ю.М. Колягин, Ю.Н. Кулюткин, П.М. Эрдниев, А.Ф. Эсаулов и др.)[50].

В каждой из трактовок по-разному подходят к отношению между субъектом и задачей. Сторонники трактовки задачи как ситуации, в которой должен действовать субъект, явно включают субъекта в само понятие задачи.

Так, Г.А. Балл рассматривает задачу как некоторую ситуацию, в которой оказывается и должен действовать субъект. Он выделяет три подхода к характеристике понятия[3]:

- задача представляет собой определенную ситуацию, требующую от субъекта некоторого действия;
- в задаче представляется ситуация, в которой требуется от субъекта отыскать действие, направленное на установление связи неизвестного с известным, в условиях, когда субъект не владеет способом этого действия;
- представленное в задаче действие направленно на нахождение неизвестного посредством его существующей связи с неизвестным.

Ю.М. Колягин отмечает в своих работах, что без субъекта нет задачи.

Исходным понятием считает систему «человек – задачная ситуация, где под вторым компонентом понимается множество Р взаимосвязанных через некоторые свойства и отношения элементов. Если человеку, который вступил в контакт с этим множеством, и ему известны все его элементы, все их свойства и отношения, то такую ситуацию Р называют фиксированной по отношению к данному человеку. Если же человеку хотя бы один элемент неизвестен, либо одно свойство или отношение, то систему Р называют проблемной по отношению к данному субъекту. Если у человека возникает потребность в определении неизвестных ему элементов, свойств и отношений из множества Р, проблемный характер у которого зафиксирован, становится задачей для данного объекта. Решить задачу – значит преобразовать данную проблемную ситуацию в соответствующую ей стационарную или установить, что такое преобразование в данных условиях не возможно.»[17].

Сторонники третьей трактовки задачи субъект не включают в понятие задачи. Наиболее четко эту точку зрения выражает Л.М. Фридман. Он определяет задачу как модель проблемной ситуации, которая выражается с помощью знаков естественного или научного языка. Он отмечает «Проблемная ситуация возникает тогда, когда субъект в своей деятельности, направленной на некий объект, встречает какое-то затруднение, преграду. Однако проблемная ситуация – это не просто затруднение, преграда в деятельности субъекта, а осознанное субъектом затруднение, способ устранения которого он желает найти.»[44]. Таким образом, Л.М. Фридман включает субъект в понятие проблемной ситуации. Значит, задача есть модель ситуации, элементом которой является субъект, осознавший затруднение в своей деятельности.

В современной методической и психологической литературе принята следующая классификация задач.

По характеру требования:

- задачи на доказательство;
- задачи на построение;
- задачи на вычисление.

По функциональному назначению:

- задачи с дидактическими функциями;
- задачи с познавательными функциями;
- задачи с развивающими функциями.

По методам решения:

- задачи на геометрические преобразования;
- задачи на векторы и др.

По числу объектов в условии задачи и связей между ними:

- простые;
- сложные.

По компонентам учебной деятельности:

- организационно-действенные;
- стимулирующие;
- контрольно-оценочные.

Кроме того, по величине проблемности различают задачи: стандартные и нестандартные; теоретические и практические; устные и письменные; одношаговые, двушаговые и др.; устные, полуустные, письменные и т.д.[31].

Л.М. Фридман четко различает понятие задачи и проблемной ситуации по следующим признакам:

1. проблемная ситуация всегда богаче содержанием, чем задача, ибо задача – это модель ситуации, отражающая лишь некоторые ее стороны;
2. для каждой проблемной ситуации существует одна или несколько задач, которые могут отличаться друг от друга как совокупностью представленных в них свойств ситуации, так и языком, на котором задача выражена;

3. проблемная ситуация существует реально, вне зависимости от какого-то языка, а задача всегда связана с языком, на котором она изложена[44].

Таким образом, в настоящей работе под понятием «задача» будем рассматривать ситуацию, включающую цель и условия для ее достижения.

В задаче выделяют следующие основные компоненты:

1. условие – начальное состояние;
2. базис решения – теоретические основы решения;
3. решение – преобразование условия задачи для нахождения требуемого;
4. заключение – конечное состояние.

Дидактическая типология задач УОРЗ – стационарная (для данного субъекта) задачная система, где У – условие задачи, З – заключение (цель) задачи, Р – решение задачи, О – обоснование (базис) решения задачи, x, y, z – неизвестные компоненты задачи [22].

Математическими задачами считаются задачи, в которых переход от состояния У к состоянию З осуществляется математическими средствами, т.е. математическим характером О и Р. Если все четыре компонента (У, О, Р, З) – математические объекты, то называют задачу чисто математической; если математическими являются только компоненты О и Р, то ее называют прикладной математической задачей.

Для формирования и проверки сформированности умений и способностей применять математические знания и способы деятельности в ситуациях, встречающихся в повседневной жизни, необходимо разрабатывать специальные, отличающиеся по содержанию и применяемым подходам к решению задачи.

Такие задачи называют по-разному: компетентностные, контекстные, ситуационные, сюжетные, практико-направленные, компетентностно-ориентированные, учебно-практические позволяющие проверять уровень сформированности различных компетенций. В нашем исследовании мы будем их называть «практико-ориентированные задач», учитывая их целевое назначение в процессе обучения.

Математические знания должны использоваться в различных ситуациях, чтобы у учащихся не сложилось впечатление, что математика далека от их повседневных потребностей. В плане наиболее близкими для них являются ситуации, связанные с личной повседневной жизнью, затем со школьной жизнью, работой и спортом, жизнью окружающего их общества. В связи с этим, актуальным является разработка заданий, в которых рассматриваются ситуации, возможные в нашей действительности [16].

Под практико-ориентированной задачей понимается, прежде всего, математическая задача. К ним относятся такие задачи, у которых контекст обеспечивает подлинные условия для использования математики при решении, оказывает влияние на решение и его истолкование. Не исключается использование задач, у которых условие исходит из каких-либо гипотез, если оно не слишком отдалено от реальной ситуации.

Целью использования данного типа заданий является формирование умений действовать в социально-значимой ситуации. Научить учащихся работать с информацией, то есть добывать, объяснять, отобрать, критически оценить, найти собственное решение, научить взаимодействовать в паре, в группе в процессе решения образовательных задач на основе диалога, развить свои точки зрения, чувства, убеждения и желания в поисковой творческой деятельности учащихся [33].

Таким образом, *под практико-ориентированными задачами будем понимать математические задачи, в содержание которых описаны ситуации из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков использования математических знаний и умений, необходимых в повседневной жизни, в том числе с использованием материалов краеведения, элементов производственных процессов*.

Решение задач такого типа в большей степени строиться на построении модели реальной ситуации, описанной в конкретной задаче. Именно составление модели требует высокого уровня математической подготовки и является результатом обучения, который целесообразно назвать общекультурным (общеобразовательным) [16].

Важными отличительными особенностями практико-ориентированных задач являются:

- значимость (общекультурная, познавательная, профессиональная, социальная) получаемого результата, что обеспечивает познавательную мотивацию учащегося;
- условие задачи сформулировано как сюжет, ситуация или проблема, для разрешения которой необходимо использовать знания из разных разделов основного предмета – математики, из другого предмета или из жизни, на которые нет явного указания в тексте задачи;
- информация и данные в задаче могут быть представлены в различной форме (рисунок, таблица, схема, диаграмма, график и т.д.), что потребует распознавания объектов;
- указание (явное или неявное) области применения результата, полученного при решении задачи.

Кроме выделенных четырех обязательных характеристических особенностей, практико-ориентированные задачи имеют следующие:

1. По структуре эти задачи – нестандартные, т.е. в структуре задачи некоторые из ее компонентов неопределенны;
2. Наличие избыточных, недостающих или противоречивых данных в условии задачи, что приводит к объемной формулировке условия;
3. Наличие нескольких способов решения, причем данные способы могут быть неизвестны учащимся, и их потребуется сконструировать [33].

Практико-ориентированные задания должны быть очень тщательно продуманы, так как они позволяют оценить умение логически понимать содержание, уметь представить себе реальную ситуацию, связать разные части текста, отвлечься от излишних подробностей и нацелено выбрать нужную информацию.

Большую роль играют занимательные задачи практического содержания. Это разнообразные задачи, созданные человечеством в течении многих лет, и показывающие практическое применение математических знаний в повседневной жизни, среди них: математические задачи на различные жизненные ситуации, математические фокусы с игральными картами, задачи на взвешивание монет, задачи, связанные с переливаниями, занимательные задания со спичками и монетами, занимательные задания на товарно-денежные отношения, математические задачи с использованием циферблата часов, задачи с использованием теории множеств. Они позволяют учащимся усвоить материал на более высоком уровне. Способствуют развитию логического мышления. Так же имеются задачи на считывание информации, представленной в виде графиков роста акций, температуры и т.д., задач на анализ практической ситуации - оптимальное решение проблемы, моделирующую реальную или близкую к реальной ситуацию (выгодную покупку, экономичную поездку и т.д.). В задачах геометрического содержания большое внимание уделяется проверке навыков конструктивного мышления, умению находить площади и объемы нестандартных фигур с помощью хорошо известных формул. Решение задач такого типа развивают общеучебные умения школьников, т.к. учебная деятельность при этом приобретает исследовательский и практико-ориентированный характер. При этой работе происходит:

- - извлечение основного содержания прочитанного или услышанного;
- - точная формулировка мыслей, построение оригинальных высказываний по заданному вопросу или теме;
- - исследование различных вариантов решения задач, выбор наилучшего, принимая во внимание различные критерии;
- - сотрудничество с другими (учениками и учителем) при выполнении общего задания;
- - планирование действий и времени;
- - оценка результатов своей деятельности и т.д. [33].

Можно также использовать задания, способствующие формированию творческой информационной компетентности: написание рефератов, эссе, сообщений, составление тестов, кроссвордов и мини – пособий. Обучение с использованием практико-ориентированных заданий приводит к более прочному усвоению информации, так как возникают ассоциации с конкретными действиями и событиями. Особенность этих заданий (необычная формулировка, связь с жизнью, межпредметные связи) вызывают повышенный интерес учащихся, способствуют развитию любознательности, творческой активности. Учащихся захватывает сам процесс поиска путей решения задач. Они получают возможность развивать логическое и ассоциативное мышление.

Практико-ориентированная технология обучения позволяет ученика из пассивного объекта педагогического воздействия превратить в активного субъекта учебно-познавательной деятельности.

Дидактическими целями практико-ориентированных заданий являются:

- ✓ закрепление и углубление теоретических знаний;
- ✓ овладение умениями и навыками по учебной дисциплине;
- ✓ формирование новых умений и навыков;
- ✓ приближение учебного процесса к реальным жизненным условиям;
- ✓ изучение новых методов научных исследований;
- ✓ овладение общеучебными умениями и навыками;
- ✓ развитие инициативы и самостоятельности.

Виды практико-ориентированных заданий:

- Аналитические (определение и анализ цели, выбор и анализ условий и способов решения, средств достижения цели);
- Организационно-подготовительные (планирование и организация практико-ориентированной работы, индивидуальной, групповой или коллективной по созданию объектов, анализ и исследование свойств объектов труда, формирование понятий и установление взаимодействий между ними);

- Оценочно-коррекционные (формирование действий оценки и коррекции процесса и результатов деятельности, поиск способов совершенствования, анализ деятельности) [13].

Таким образом, практико-ориентированные задания способствуют ознакомлению учащихся с разнообразным математическим материалом, имеющим прикладной характер и развивающим творческие способности и познавательные интересы учащихся.

1.2. Требования к практико-ориентированным задачам

Подбор задач для создания образовательных продуктов обеспечит достижение максимального обучающего, развивающего и воспитательного эффекта при использовании таких продуктов в преподавании математики в школе.

Практико-ориентированные задачи в обучении выполняют все функции, свойственные школьным математическим задачам, на которые указывает Л.В. Фридман: формирование мотивации к учению и познавательного интереса; приобретение новых знаний иллюстрация и конкретизация учебного материала; контроль и оценка учебной деятельности и т. д. [45]. Эти функции реализуются как через математический аппарат, используемый при формулировании и решении задачи, так и через ее сюжетную основу. Соответствующего воспитательного и образовательного эффекта возможно ожидать лишь от задач, удовлетворяющих определенным требованиям. В.Г. Болтянский считает, что «Практико-ориентированные задачи имеют в общеобразовательной школе важное значение, прежде всего, для воспитания интереса к математике. На примере хорошо составленных практико-ориентированных задач учащиеся будут убеждаться в значении математики для различных сфер человеческой деятельности, в ее пользе и необходимости для практической работы, увидят широту возможности математики, поймут ее роль в современной культуре» [5].

По утверждению Н.А. Терешина, одна из функций практико-ориентированных задач состоит в том, чтобы дать учащимся представление о возможностях использования математики для решения проблем, поставленных другими областями знаний [41]. Такая задача носит не только дидактический характер, в ней соединена достоверность описываемой ситуации и доступность ее разрешения, средствами школьного курса математики. Практико-ориентированная задача – это, прежде всего, учебная задача и, она способствует обучению математике, приобретению знаний именно в этой области. Важным этапом решения практико-ориентированной задачи является ее перевод на язык математики. Для этого необходимо понимание нематематической ситуации, описанной в ее сюжетной основе. Учащиеся могут опираться только на уже имеющиеся у них знания и жизненный опыт. Если таковые отсутствуют или недостаточны, то решение и математической части задачи становится трудным для школьников. Немаловажным является и то, что сама постановка задачи должна быть интересна для школьника. Интерес этот может состоять в получении новой, значимой для него информации об окружающем мире, в возможности проверить на практике результат задачи или в объяснении математической природы явлений, которым он может быть свидетелем в реальной жизни.

Имеются требования к практико-ориентированным задачам. И.А. Рейнгард считал обязательным «наличие в задачах реального практического содержания» [34], которое должно сочетаться с доступностью изложения. В.М. Брадис отмечал, что в формулировках практико-ориентированных задач важна реальность и правдоподобность числовых данных, возможность отыскать недостающие данные в справочниках или получить в результате измерений [7]. М. Мирзоахмедов выдвинул требование соответствия содержания задачи школьного курса программе по математике [24]. Также в задаче, по его мнению, не должны быть использованы неизвестные учащимся термины. Похожие требования предлагает принять и А. Ахлимерзаев, добавляя следующие: не узкопрофильная направленность; наличие у учащихся необходимых умений решать стандартные задачи [1].

Достаточно широкий перечень требований к таким задачам приводит М.И. Якутова: сохранение в сюжетной основе условий, имеющих место в реальной действительности; использование в задаче известных, легко определяемых или интуитивно ясных учащимся понятий; краткость и простота анализа сюжетного содержания задачи [49]. И.М. Шапиро выдвигает такие требования к задачам на приложения, которые он называет задачами с практическим содержанием: познавательная ценность задачи и ее воспитывающее влияние на учеников; доступность школьниками используемого в задаче нематематического материала; реальность описываемой в условии задачи ситуации, числовых значений данных, постановки вопроса и полученного решения [47]. Л.Э. Хаймина делает попытку систематизировать все ранее сформулированные требования по трем направлениям:

1. Требования к методике использования данных задач в процессе обучения планиметрии:

- рациональное включение прикладных задач в каждую тему;
- наличие в небольшом количестве задач с недостающими, избыточными, противоречивыми данными.

2. Требования к представленным видам деятельности:

- наличие прикладных задач всех типов;
- использование заданий, требующих самостоятельного составления задач.

3. Требования к формулировке прикладной задачи и организации ее в цепочки:

- формулировка ряда прикладных задач в виде последовательных целевых указаний к определенному виду деятельности и установки на порядок ее осуществления: «измерьте…», «рассмотрите…» и т. п.
- наличие «цепочек» познавательных задач различных видов (логических и творческих…)» [46].

В работе В.А. Петрова [30] сформулированы следующие требования к задачам:

1. Производственная реальность сюжета.
2. Математическая существенность сюжета.
3. Естественность вопроса задачи.
4. Математическая содержательность.
5. Терминологический лаконизм.

Некоторые из рассмотренных требований уже не отвечают современному образованию. Так, например, требованию краткости и простоты анализа сюжетного содержания или требованию терминологического лаконизма не соответствуют контекстные задачи, которые носят практико-ориентированный характер и обладают довольно сложным и обширным сюжетным содержанием, требующим тщательного анализа условия для построения математической модели. Задачи практико-ориентированные могут быть использованы на всех этапах обучения, а не только после решения достаточного числа стандартных математических задач по изучаемой теме [13].

Основываясь на анализе такого типа задач в обучении и обобщая выделенные другими авторами требования, формируется ряд требований, разделяющий их на требования к сюжету содержания и требования к математическому содержанию задачи.

I. ***Требования к сюжетному содержанию задачи.***

1.1. Отражение в тексте задачи реального объекта, его свойств.

1.2. Демонстрация в содержании сюжета задачи связи математики с другими науками, практическими областями деятельности.

1.3. Наличие в тексте задачи проблемы или свойств объекта, для изучения которых необходимо применить математику.

1.4. Соответствие сюжетного содержания возрастным особенностям (познавательным интересам) школьника.

1.5. Доступность содержания сюжета для понимания учащимся: используемые нематематические термины известны школьникам в результате изучения других дисциплин, легко определяемы или интуитивно ясны.

II. ***Требования к математическому содержанию задачи.***

2.1. Математическая содержательность решения задачи.

2.2. Соответствие численных данных задачи реальным значениям.

2.3. Соответствие фактических данных реальному процессу, объекту, ситуации, описанных в задаче.

2.4. Единство задач, применяемых в преподавании математики в школе [13].

Приведем примеры, в которых отражена трактовка этих требований по отношению к школьному курсу геометрии.

I. Требования к сюжетному содержанию задачи.

I.1. Отражение в тексте задачи реального объекта, его свойств.

На примере следующей задачи покажем нарушение этого требования:

**Кузнечик прыгает по прямой большими и малыми прыжками. Большой прыжок составляет 15 см, малый – 5 см. Как ему попасть из точки О в точку А, находящуюся от О на расстоянии 3 см* [8].

Обосновать практическую значимость этой задачи довольно затруднительно. Понятно, что прыжок реального кузнечика может и не соответствовать указанным величинам и направлениям. Кроме того, проанализировав формулировку задачи, естественно задать вопрос, в каком направлении может прыгать кузнечик, только в одну сторону или туда и обратно? Этот вопрос оказывается существенным для поиска решения. Ту же математическую идею продемонстрируем, например, с помощью такой ситуации:

**Необходимо разметить деревянную планку, сделав засечки через каждые 3 см. Можно ли для этого воспользоваться спичечным коробком, длина которого равна 5 см, а ширина 3,5 см?*

Сюжетное содержание этой задачи, согласно высказанному требованию, описывает возможные действия с реальным предметами (деревянной планкой, спичечным коробком). Понятно, что разметка планки начинается с одного из концов и вопрос «о направлении» из первой задачи здесь снимается.

I.2. Демонстрация в содержании сюжета задачи связи математики с другими науками, практическими областями деятельности.

Это требование состоит в предоставлении в сюжетном содержании задачи фактов, свидетельствующих о связи математики с другими науками. Приведем примеры задач, иллюстрирующих связь геометрии с естествознанием:

**Полное солнечное затмение – одно из самых удивительных природных явлений. Оно происходит тогда, когда Луна оказывается между Землей и Солнцем, заслоняя собой солнечный свет. Постройте математическую модель этого явления и укажите условия, при которых оно возможно.*

**Докажите, что угол подъема Полярной звезды над горизонтом в данной точке численно равен широте этой точки.*

**Известно, что по форме некоторые вирусы являются правильными многогранниками. Это было установлено по их теням под электронным микроскопом. Как по тени определить вид правильного многогранника?* [10].

I.3. Наличие в тексте задачи проблемы или свойств объекта, для изучения которых необходимо применить математику.

Примеры таких задач приведены при обсуждении предыдущего требования. Однако в литературе встречаются задачи, в которых это требование нарушено. Такой является задача о садовнике: У садовника имеется 32 м провода, которым он хочет обозначить на земле границу клумбы. Форму клумбы ему надо выбрать из следующих вариантов (рис. 1).

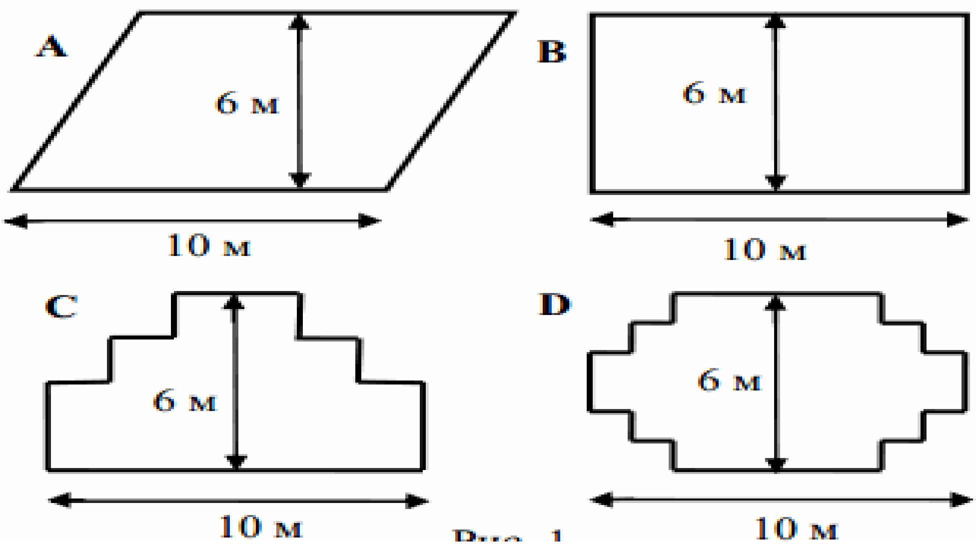


Рис. 1.

Обведите в таблице слово «Да» или «Нет» около каждой формы клумбы в зависимости от того, хватит или не хватит садовнику 32 м провода, чтобы обозначить ее границу.

Форма клумбы	Хватит ли 32 м провода, чтобы обозначить границу клумбы?
Форма A	Да / Нет
Форма B	Да / Нет
Форма C	Да / Нет
Форма D	Да / Нет

I.4. Соответствие сюжетного содержания возрастным особенностям (познавательным интересам) школьника.

Несоответствие сюжетного содержания задачи познавательным интересам школьников может привести к обратному эффекту, снижая интерес школьника к математике, утверждению его во мнении о скучности этой учебной дисциплины. А.В. Шевкин справедливо отмечает по поводу использования различных сюжетных содержаний при составлении задач: «…есть ли у нас уверенность, что через сюжетное содержание задач можно и нужно решать какие- либо проблемы? …Задачи на оборонную тематику, включенные в предвоенные сборники задач, или задачи про «Продовольственную программу» вряд ли помогли выиграть войну или решить проблемы сельского хозяйства. Спору нет, сюжетное содержание задач должно иметь связь с жизнью, но эта связь должна проходить в области естественных жизненных интересов ребенка... Сборник школьных задач... не должен подменять энциклопедии...» [13], [48].

Вот пример такой неудачной задачи:

**Стол строгального станка весит вместе с обрабатываемой деталью P=100кг. Скорость v прохождения стола под резцом равна 1м/с, а время разгона стола до начала резания равно 0,5 с. Определить, каков должен* *быть коэффициент трения стола о направляющие, чтобы усилие, требуемое для разгона стола до начала резания, не превышало 40 кг* [8].

Сюжетное содержание этой задачи носит узкопрофессиональный характер и довольно сложен для восприятия современному школьнику, да и учителю.

Из возрастной психологии известно, что, например, для учащихся в возрасте 10 - 12 лет ведущей является практическая деятельность [27]. Обучение в этом возрастном периоде происходит в большей степени с опорой на наглядность. Эта особенность отражена в сюжетном содержании следующих задач [36]:

**Вы решили использовать рейку для проведения прямых линий. Как убедиться в том, что рейка имеет хотя бы один прямолинейный край?*

**Как проверить правильность чертежного треугольника, т. е. убедиться в том, что с его помощью можно строить прямые углы?*

**Если под рукой не оказалось чертежного треугольника, то прямой угол можно получить двукратным перегибанием листа бумаги любой формы. Объясните, почему в этом случае получаются прямые углы?*

I.5.Доступность содержания сюжета для понимания учащимся: используемые нематематические термины известны школьникам в результате изучения других дисциплин, легко определяемы или интуитивно ясны.

Выполнение этого требования иллюстрирует следующая задача. Сведения, использованные в ее содержании, хорошо известны учащимся из курса географии:

**Спутник пролетает над точкой А земной поверхности. Сколько времени наблюдатель, находящийся в точке А будет видеть спутник (от момента его появления из-за горизонта и до момента захода спутника за горизонт) если Rземли≈6300 км, высота спутника над Землей 220 км, а время облета Земли спутником (один виток) Т≈90 мин* [11].

Сюжет содержания задачи может содержать не только факты из различных школьных дисциплин. Возможно использование сведений об известных объектах, часто встречаемых в хозяйственной деятельности и производственной.

II. Требования к математическому содержанию задачи.

II.1. Математическая содержательность решения задачи.

При решении практико-ориентированной задачи в науке сначала строят ее содержательную модель (физическую, химическую, биологическую), а затем исследуют ее математическими средствами. При подборе задач на приложения для школьников необходимо учитывать, что обучение математике является основной целью решения таких задач. Задачи, в которых математический аппарат является вспомогательным, а главная идея решения заключается в применении физических, химических, экономических или других закономерностей решаются на занятиях по соответствующим дисциплинам. Пример задачи, которая не соответствует рассматриваемому требованию:

**На дне водоема глубиной H лежит монета. Мы смотрим на монету по вертикали сверху. Каково кажущееся расстояние от поверхности воды до монеты. Показатель преломления n воды известен* [40].

Для решения этой задачи, прежде чем перейти к математической модели, необходимо построить и подробно исследовать ее физическую модель. Для построения математической модели нужны сведения из тригонометрии на уровне определений. Верно, что такая задача должна быть решена в курсе физики.

II.2. Соответствие численных данных задачи реальным значениям.

Приведем пример выполнения этого требования.

**Масса мотка медной проволоки равна 2,8 кг, диаметр проволоки равен 0,4 см. Сколько метров проволоки в мотке?* [9].

Для решения задачи необходимо знать удельную плотность меди. Это значение легко найти в соответствующей таблице, имеющейся в любом справочнике по физике: ρ=8,9 г/см^3. Формула зависимости плотности от массы тела и его объема имеется там же и хорошо известна учащимся: $\rho = \frac{m}{V}$. Характерно, что здесь, как и в предыдущем примере, используются знания из школьного курса физики, но физическая модель задачи достаточно проста.

Приведем пример нарушения требования соответствия числовых данных, имеющих место на практике. Здесь речь может идти не только о реалистичности приводимых данных, таких ошибок в задачах практически нет. Чаще всего нарушения касаются представлений числовых данных. Например, они приводятся с излишней точностью или в форме, которую невозможно получить прямым измерением:

**Под каким углом на Землю падает луч Солнца, если вертикально воткнутый в Землю шест возвышается над Землей на 6 м и отбрасывает тень, равную 6$\sqrt{3}$ м?*

Числовые данные в этой задаче подобраны так, чтобы вычисления были удобными. В результате решения имеем: tgα=$\sqrt{3}$; α=60°. Однако на практике длину тени, равную 6$\sqrt{3}$, с помощью измерений, например, рулеткой, получить невозможно.

Приведем пример задачи, соответствующей заявленному требованию.

**В день летнего солнцестояния (21 - 22 июня) Солнце на широте Москвы поднимается над горизонтом на угол приблизительно равный 57°. Найдите, какой длины будет ваша тень в этот момент.*

Характерно, что в процессе решения этой задачи, учащиеся используют сведения, полученные в курсе географии: устанавливаются межпредметные связи. Кроме того, это задача с недостающими данными. Для ее решения необходимо знать свой рост. Важно и то, что формулировка задачи носит личностный характер, т. е. обращена к конкретному ученику. Из-за разницы в росте получатся различные ответы. В этой ситуации у школьников сразу возникает желание узнать, а что получилось у одноклассника? Такая ситуация создает условия для формирования познавательного интереса.

Поэтому, такая задача не станет «проходной», которая после ее решения будет сразу забыта. Небольшое обсуждение полученных результатов не только поднимет интерес учащихся к изучению математики, но и послужит образовательным целям: позволит им лучше запомнить определение тангенса угла [13].

II.3. Соответствие фактических данных реальному процессу, объекту, ситуации, описанных в задаче.

Не все практико-ориентированные задачи отвечают всем указанным выше требованиям. Чаще всего встречается нарушение: сюжет не отражает реальной ситуации в полной мере, ее описание дано схематично и упрощенно. Такой была задача о кузнечике. Приведем еще один пример:

**Предположим, что вы захотели сварить себе кашу. Возьмите кастрюлю, насыпьте крупу и наклоните кастрюлю так, чтобы крупа закрыла половину дна. Заметьте точку на стенке кастрюли, ближайшую к ее краю, до которой поднялась крупа, и зажмите ее пальцем. Пересыпьте крупу в другое место, а в эту кастрюлю налейте жидкость до полученной отметки. Можете начинать варить кашу. Пока она варится, подумайте, почему отношение объемов крупы и жидкости не зависит ни от количества взятой крупы, ни от размеров кастрюли* [10].

В сюжетном содержании задачи не указывается, из какой крупы можно сварить такую кашу. Вычисления показывают, что отношения объема крупы и жидкости приблизительно равно 1:4,5. Однако из опыта известно, что для варки, например, манной каши соотношение жидкости и крупы берется иное – примерно 1:20, что существенно отличается от ответа задачи. Следовательно, по этому «рецепту» вкусной каши у ученика может и не получиться.

Такие задачи выполняют общие функции учебных математических задач, однако не могут дать правильного представления о приложениях математики. Ценность задач такого рода в обучении состоит, скорее всего, в том, что, используя знакомые школьникам реальные объекты, удается в доступной форме объяснить суть задания, пояснить математическое содержание и т. д. Такие задачи имеют чисто дидактический характер и ближе к так называемым текстовым задачам, к которым не предъявляются требования реалистичности сюжета.

Немного изменим сюжетное содержание последней задачи:

**Для приготовления порции домашней лапши по рецепту необходимо взять 100 мл воды. Имеется стакан цилиндрической (рис. 2) формы объемом 200 мл. Можно ли с его помощью отмерить нужное количество жидкости?*

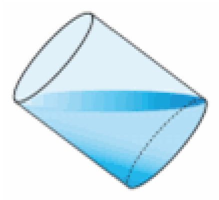


Рис. 2.

В этом случае надо наклонить стакан так, чтобы оставшаяся в нём жидкость закрыла всё дно (рис. 2). Тогда жидкость займет ровно половину объема стакана. Теперь указана вполне реальная ситуация, в которой может быть применен описанный способ [13].

II.4. Единство задач, применяемых в преподавании математики в школе.

При раскрытии этого важного требования нельзя ограничиться несколькими примерами, т. к. оно связано с механизмами включения практико-ориентированных задач в общую систему обучения математике в школе. В методической литературе выделены три направления использования практико-ориентированных задач на уроке математики:

1) задачи или практические задания для введения новых понятий и теорем;

2) несложные задачи для первичного закрепления введенных понятий и теорем;

3) более сложные задачи для включения понятия в систему известных фактов. Такие задачи решаются учащимися в классе и дома, которые

применяются с дальнейшей целью закрепления изученного материала, формирования математических умений.

Задачи последней группы также могут быть включены в различные итоговые и проверочные работы. Во внеурочное время задачи включались в содержание факультативных, кружковых занятий по математике [15].

Итак, перечень требований к математическому содержанию практико-ориентированных задач позволяет отбирать задачи этого типа из различных источников, переформулировать их согласно заданным требованиям.

В настоящее время предлагается включать практико-ориентированные задачи в содержание обучения. Они представлены в форме наиболее близкой к той, в которой такие задачи имеют место в реальности или в соответствующей области знаний. Конечно, для их решения на уроке требуется значительное время, которое не всегда возможно выделить. Однако появившиеся в настоящее время разнообразные формы внеурочной работы (проектная и исследовательская деятельность, курсы по выбору) позволяют решить эту проблему.

1.3. Методические условия применения практико-ориентированных задач в курсе планиметрии

Понятие «условие» многоаспектно. Под условиями понимают:

а) требования, обязательства, предложения одной из договаривающихся сторон по отношению к другой, на основе которых заключается какой-либо договор, сделка, соглашение;

б) взаимные обязательства договаривающихся сторон, обеспечивающие заключение или соблюдение договора, соглашения;

в) нормы, правила поведения, принятые в узком - обычно привилегированном - общественном кругу; условности [38].

Методические условия - обоснование и выбор формы проведения урока, его разнообразие, т. е методы которые использует учитель для того чтобы достигнуть цели.

Сформулированы методические условия применения практико-ориентированных задач в курсе планиметрии.

Соответствие содержания практико-ориентированных задач содержанию обучения математике.

Под содержанием задачи понимают условие задачи, решение которой требуется найти. В свою очередь содержание обучения рассматривают как оптимальную полноту знаний, которых достаточно для того, чтобы освоить ту деятельность, к которой готовится учащийся; как логическую строгость знаний. Любые знания должны быть построены на умозаключениях и доказательствах или опровержениях без логических ошибок; как классификация, которая не должна быть непонятной. Основные классификации должны быть построены по всем правилам логики (понятия, определения, классификация, утверждения, умозаключения и доказательства); как четкое разделение и связь между теоретическими и основанными на опыте знаниями; как разнообразие языков знаний.

Схематические, модельные, систематические представления знаний необходимы для лучшего сохранения знаний в памяти [13].

Отбор практико-ориентированных задач математики для использования в обучении школьников должен производиться с учетом возрастных интересов и жизненного опыта учащихся, профиля их обучения, опираться на имеющиеся у учащихся сведения из других школьных дисциплин, а также поддерживать изучение других линий школьного курса математики.

Активизация познавательного интереса обучаемых.

Как известно, мотивация к обучению является необходимой причиной его успешности. Формирование интереса к познанию возможно через содержание учебного материала и через процесс обучения.

Познавательный интерес – избирательная направленность личности на явления и предметы окружающей действительности. Такая направленность определяется постоянным стремлением к познанию, к новым, более полным и глубоким знаниям. Развиваясь, познавательный интерес способствует положительному отношению к учению. Познавательный интерес носит поисковый характер. Под его влиянием у человека возникают вопросы, ответы на которые он сам постоянно и активно ищет [2].

Поисковая же деятельность школьника совершается с увлечением, он испытывает эмоциональный подъем, радость от успехов. В формировании познавательного интереса школьника выделяется несколько этапов. И первый из них – <u>любопытство</u> – естественная реакция человека на все новое и неожиданное. Любопытство может быть вызвано интересным фактом, неожиданным результатом опыта, но оно привлекает внимание ученика только к материалу данного урока и не переносится на другие уроки. Таким образом, любопытство неустойчивый, ситуативный интерес. Более высокой стадией интереса является <u>любознательность</u> – желание глубже разобраться, понять изучаемое явление. Однако любознательность обычно не распространяется на изучение всего предмета. Материал одной темы или раздела увлекает, другой же материал может оказаться скучным для ученика и интерес к предмету пропадает. Поэтому, на ее основе нужно стремиться сформировать устойчивый интерес к предмету, при котором ученик понимает структуру, логику курса, используемые в нем методы поиска и доказательства новых знаний, в учебе его захватывает сам процесс постижения новых знаний, а самостоятельное решение проблем, нестандартных задач доставляет удовольствие [14].

Проявление познавательного интереса учащихся способствует успешной реализации линии практико-ориентированных задач и успешности обучения математике в целом. Оценка отношения к учению позволит определить наличие у учащихся мотивации к такому виду учебной деятельности. Методики оценки интереса и отношения к учению основаны на проведении анкетирования учащихся. Одна из таких методик, направленная на оценку познавательного интереса, приведена в работе И.М. Смирновой [37].

Из известных приемов формирования познавательного интереса и положительного отношения к учению при реализации линии практико-ориентированных задач, возможно использовать следующее: через содержание практико-ориентированных задач имеется возможность создавать ситуации новизны, актуальности, приближения к важным открытиям в науке и технике, знакомства с культурными ценностями в искусстве, архитектуре и т. п. [29]. Эффективным методом стимулирования учения является анализ жизненных ситуаций, описанных в содержании сюжета практико-ориентированных задач. Такие задачи способствуют поддержанию познавательного интереса у учащихся.

Владение школьниками практико-ориентированными умениями.

Умения трактуют как совокупность последовательно развертывающихся действий, часть из которых может быть автоматизирована (навыки), основанных на теоретических знаниях и направленных на решение задач развития гармоничной личности.

К практико-ориентированным умениям будем относить умения действия, которые основаны на теоретико-практических знаниях направленных на решение жизненных задач.

Достижение школьниками определенного уровня овладения практико-ориентированными умениями является показателем результативности обучения. Для проверки уровня овладения умением необходимо иметь набор контрольно-измерительных материалов. Выбор заданий, отражающих промежуточные (этапные) результаты обучения традиционно определяется двумя критериями: их выполнение обеспечивает возможность дальнейшего изучения материала, а также создает основу для применения полученных умений на следующем этапе. Кроме того, математическое содержание заданий должно соответствовать содержанию обучения математике на выбранном этапе и по уровню не превосходить требования к обязательным результатам такого обучения. Отбор заданий определяется логикой курса математики, задачами этапов реализации линии практико-ориентированных задач и выделенными в связи с этим практико-ориентированными умениями. При этом каждое конкретное умение характеризуется не одним каким-либо заданием, а некоторой их совокупностью с выбранным уровнем сложности, который может быть связан как с уровнями математизации предлагаемой содержательной модели, так и с уровнем сложности применяемых математических методов решения [13].

Процесс математизации является составной частью математического моделирования реального объекта. Так как ранее было сказано, что задача это есть модель ситуации и при решении практико-ориентированных задач важно составить математическую модель, целесообразно рассмотреть более подробно про математическое моделирование. Термин «модель» широко используется не только в математике, но в других науках и практических областях деятельности. «Модель» происходит от латинского «modelus», что означает мера, мерило, образец, норма. Согласно энциклопедическому словарю, модель – это любой образ, аналог (условный или мысленно представляемый) какого-либо объекта, который в процессе исследования его замещает [6]. Здесь термин «объект» понимается в широком смысле: объектом может быть не только физическое тело (предмет), но и любые реальная ситуация, явление, процесс. Там же дано наиболее общее понятие о моделировании. Моделирование – это исследование каких-либо явлений, процессов или систем объектов путем построения и изучения их моделей. Моделирование также подразумевает и применение построенных моделей для создания новых объектов с заданными характеристиками, рационализации способов их построения [6].

Математическая модель, согласно математическому энциклопедическому словарю, это «приближенное описание какого-либо класса явлений внешнего мира, выраженное с помощью математической символики» [21]. Как известно, построение математической модели опирается на систему предположений (гипотез): о форме рассматриваемого реального тела, о пропорциональности заданных величин и т. д. Выбор гипотезы – один из наиболее важных этапов построения модели. Именно это определяет степень ее адекватности реальному объекту.

Общий подход к построению математической модели изучаемого объекта описан А.Д. Мышкисом [26] и состоит в выделении тех его характеристик, которые с одной стороны содержат более или менее полную информацию об объекте, а с другой допускают математическую формализацию. Математическая формализация означает, что выделенным характеристикам объекта возможно поставить в соответствие подходящие математические понятия. Тогда обнаруженные и предполагаемые связи между отдельными частями изучаемого объекта могут быть записаны с помощью математических отношений. В результате получается математическое описание изучаемого объекта, т. е. его математическая модель. С одной из древнейших математических моделей, геометрией Евклида, учащиеся и знакомятся в школе. Прямые, плоскости, фигуры и т. п. являются моделями окружающего нас пространства [13].

Математическое моделирование является ведущим методом изучения окружающей действительности и играет фундаментальную роль в многочисленных приложениях математики, выступая генератором наиболее прогрессивных направлений в развитии науки и техники. Математическое абстрагирование естественнонаучной, инженерной, экономической, социальной проблемы позволяет глубже проникнуть в суть рассматриваемого явления, чем непосредственное наблюдение или экспериментальное исследование. Как указывает Н.Н. Моисеев, «наука только и может иметь дело с моделями, с приближенным описанием действительности, отражающими те или иные стороны реальной действительности. Математическая модель – это лишь специальный способ описания, позволяющий для анализа использовать формально-логический аппарат математики. Изучение математических моделей – это основной метод познания, используемый в естественных науках» [25].

Математика применяется не непосредственно к реальному объекту, а к его математической модели. При изучении реального объекта, выявляются его свойства, которые могут быть описаны на языке той или иной науки. Таким образом, утверждает А.Д. Мышкис [26], строится механическая, или физическая, или биологическая, или социальная модель объекта. Это его содержательная модель – собственно практико-ориентированная задача, в которой подобран упрощенный объект, который с одной стороны отражает основные свойства исходного объекта, с другой стороны допускает достаточно простое математическое описание. При построении содержательной модели не учитывается ряд несущественных для достижения заданной цели свойств реального объекта [13].

Рядом авторов выделены принципы построения моделей, их типы, требования к математической модели [20], [26], [35], [42]. Анализ результатов этих исследований позволил резюмировать ряд особенностей метода математического моделирования.

1. Математика применяется не к реальному объекту, а к его содержательной модели.

2. У одного объекта может быть несколько математических моделей. Создаваемая модель должна отражать те свойства реального объекта, которые входят в проблему его исследования. Для исследования реального объекта могут быть использованы математические модели различных типов. Для исследования различных объектов может быть использована одна модель. (Принцип множественности моделей)

3. Соответствие математической модели реальному объекту относительно и имеет рамки применимости. (Требование адекватности модели реальному объекту)

4. Если выбранные математические средства позволяют провести исследование реального объекта в приемлемые сроки и экономно по затратам труда и средств, то выбранная модель является достаточно простой. (Требование достаточной простоты)

5. Модель должна давать возможность с помощью математических методов получить необходимую информацию о реальном объекте. (Свойство полноты математической модели)

6. В большинстве случаев сложный объект возможно расчленить на ряд агрегатов (подсистем), для адекватного математического описания которых оказываются пригодными стандартные, хорошо изученные математические модели. (Принцип агрегирования)

7. Оценка результатов исследования математической модели происходит по следующим направлениям: верификация (проверка адекватности результата поставленной задаче); оценка точности и единственности полученных результатов [13].

Это, хотя и схематичное, описание особенностей математического моделирования дает представление о способе его применения для «математического понимания природы» [19], о направлениях формирования способности к такой деятельности.

Таким образом, представления о математическом моделировании имеют общекультурную и общеобразовательную ценность и составляют математическую культуру каждого – и ученика, и учителя. Подтверждением этому мнению служат исследования многих ученых: математиков, методистов, педагогов, психологов.

Представления о модели, математической модели, методе математического моделирования, его этапах, особенностях, принципах построения математических моделей составляют методологическую основу обучения школьников практическим приложениям математики [13].

Выполнение описанных выше условий позволит более эффективно применять практико-ориентированные задачи в процессе обучения учащихся общеобразовательных школ математике, в частности одного из его разделов – планиметрии.

1.4. Уровни сложности практико-ориентированных задач

Распределение учебных задач по уровням сложности является необходимой процедурой для обеспечения качественного обучения математике. В методической литературе этому вопросу уделено большое внимание. Существуют различные подходы к понятиям «трудности» и «сложности», которые определяются как субъективная и объективная характеристики задачи. Трудность – субъективная характеристика задачи, определяемая взаимоотношениями между задачей и решающим её учеником [4]. Сложность – это объективная характеристика задачи, которая определяется структурой процесса поиска решения [4]. Различными авторами предложены методики расположения задач по степени возрастания трудности и сложности [17]. Так, например, Ю.М. Колягин предлагает образец задач в зависимости от числа компонентов, являющихся неизвестными и придающими ситуации проблемный характер [17]. Автор указывает на универсальность своей типологии, которая может быть применена к любым задачам, в том числе и нематематического характера.

Частные задачи всех трех этапов реализации практико-ориентированных задач сформулированы с учетом, необходимости обучения школьников математизации реальных объектов. На основе этого вывода выделены уровни сложности выполнения этапа математизации (который будет описан в следующей главе) при решении практико-ориентированных задач на приложения математики, которые и являются уровнями сложности таких задач. Анализ возможных затруднений учащихся при подборе математической равносильности реальным объектам и отношений между ними в сюжетном содержании задач на приложения математики позволил сделать некий вывод [13].

Наименьшие затруднения у учащихся вызывают задачи, в содержании сюжета которых реальные объекты уже сопоставлены с их математическими моделями. Например, в тексте задачи уже названа геометрическая фигура, которая является моделью реального объекта: «Хоккейная коробка в форме прямоугольника имеет площадь...», «Поверхность откидного столика имеет форму треугольника...».

Наибольшие затруднения в решении практико-ориентированных задач связаны с установлением реальных объектов и отношений между ними, которые необходимо математизировать для построения модели. Таким образом, определены два крайних уровня сложности этих задач – низкий и высокий. Между этими двумя уровнями сложности можно выделить два переходных. Таким образом, практико-ориентированные задачи по степени возрастания сложности имеют четыре уровня:

1) В тексте задачи имеется прямое указание на математическую модель.

2) Прямого указания на модель нет, но объекты и отношения задачи однозначно сопоставимы с соответствующими математическими объектами и отношениями.

3) Объекты и отношения задачи соотносимы с математическими объектами и отношениями, но неоднозначно, требуется учет реально сложившихся условий.

4) Объекты и отношения задачи явно не выделены или их математическая равносильность неизвестна школьникам [13].

Задачи первых двух уровней сложности, как правило, не вызывают у школьников затруднений при построении математической модели и готовят к решению задач третьего уровня. Одна из особенностей задач третьего уровня состоит не только в нестандартном построении математической модели, но и в неопределенности выбора математического аппарата для их решения. Это сближает такие задачи с практико-ориентированными задачами, поставленными в реальной ситуации.

Рассмотрим эти уровни подробнее.

<u>I. В тексте задачи имеется прямое указание на математическую модель.</u>

На первом уровне рассматриваются такие содержательные модели реальности, объекты и отношения которых практически не требуют математизации. Математическая модель представлена в явном виде. Например, такова следующая задача:

**Для определения того, что керамическая плитка имеет квадратную форму, измеряют и сравнивают ее диагонали. Достаточна ли такая проверка?*

При переводе на математический язык, получаем такую задачу:

**Верно ли, что если диагонали прямоугольника равны, то этот прямоугольник – квадрат?*

Также примером задач этого уровня служат задачи на использование различных инструментов для проведения измерений. В содержательной модели таких задач имеется прямое указание на математическую модель. Для их решения необходимо только найти подходящий математически аппарат, т. е. выполнить внутримодельное решение.

**Если под рукой не оказалось чертежного угольника, то прямой угол можно получить двукратным перегибанием листа бумаги любой формы. Объясните, почему в данном случае получаются прямые углы?* [13].

<u>II. Прямого указания на модель нет, но объекты и отношения задачи однозначно сопоставимы с соответствующими математическими объектами и отношениями.</u>

На втором уровне объекты и отношения задачи хорошо знакомы учащимся из жизненного опыта или в результате изучения других школьных дисциплин, поэтому школьники могут легко соотнести их с соответствующими математическими объектами и отношениями. Большинство задач этой группы составляют задачи, назначение в обучении которых связано с формированием математических понятий.

Приведем содержательную модель такой задачи, которая может стать основой для нескольких задач:

**Лестница прислонена к стене дома.*

Составим следующий набор задач по этой содержательной модели:

**На какую высоту можно подняться по лестнице длиной L, отстоящей от стены на расстояние b.*

**Какой длины должна быть лестница, чтобы по ней можно было взбираться на высоту h? Ее нижний конец при этом отстоит от стены на расстояние b.*

**Фонарь висит на стене дома на высоте h. Можно ли в нем заменить лампочку, воспользовавшись лестницей длины L. Лестница не съезжает со стены, если прислонена к ней под углом α.*

У этих задач одна математическая модель – прямоугольный треугольник, но для их внутримодельного решения используется разный математический аппарат: для первых двух задач – теорема Пифагора, для последней – определение косинуса угла в прямоугольном треугольнике. Таким образом, подобный набор задач позволяет во взаимосвязи формировать ряд понятий, объединённых понятием прямоугольного треугольника [13].

III. Объекты и отношения задачи соотносимы с математическими объектами и отношениями, но неоднозначно, требуется учет реально сложившихся условий.

На третьем уровне объекты и отношения содержательной модели неоднозначно соотносимы с их математической равносильностью. Соответствующая математическая модель выбирается в зависимости от реальных условий, описанных в задаче.

Например, на карте Красноярского края Красноярск и другие города занимают определенную площадь, а, значит, их математической моделью может служить некоторая геометрическая фигура. Но на политической карте Европы столицы государств, в том числе и Москва, отмечены небольшими кружочками. В этом случае математическая модель города – точка, которая, как известно, не имеет размеров.

В следующих примерах построение математической модели усложнено тем, что в условии задачи есть объекты, математическое истолкование которых также неоднозначно.

**Рассчитать протяженность Африки в километрах вдоль 20-го меридиана.*

Если принять, что Земля имеет форму геоида (Геоид - выпуклая замкнутая поверхность, совпадающая с поверхностью воды в морях и океанах в спокойном состоянии и перпендикулярная к направлению силы тяжести в любой ее точке [51]), то такая модель Земли не позволит решить эту задачу средствами школьной геометрии. Меридиан в географии – воображаемая линия сечения поверхности земного шара плоскостью, проведенной через какую-либо точку земной поверхности и ось вращения Земли. Если моделью формы Земли будет шар, то для решения задачи будет использована известная школьникам формула длины дуги окружности [13].

**На какой широте Земли длина параллели в два раза меньше, чем длина экватора?*

Казалось бы, что понятия широта, параллель, экватор хорошо знакомы учащимся. Эти понятия изучаются в курсе географии 6 класса [52]. Однако понятие широты может быть определено по-разному. Часто встречается такое определение: Географической широтой заданной точки называется величина в градусах дуги меридиана от экватора до параллели, проходящей через эту точку.

Приведенное определение является, по сути, наглядной иллюстрацией широты на глобусе, которая, как известно, имеет форму шара. Если принять, что Земля – геоид, то строгое определение широты таково: Географическая широта точки М это величина угла φм между отвесной линией в данной точке и плоскостью экватора, отсчитываемый от 0° до 90° в обе стороны от экватора, причем к северу от экватора широта считается положительной, а к югу – отрицательной, –90°≤φм≤ 90°.

Значит, при поиске математической равносильности понятия широты, учащиеся могут встретить два приведенных выше определения. Школьникам необходимо выбрать, каким из них целесообразно воспользоваться при решении этой задачи.

Приведем пример задачи, в которой выбор подходящего математического аппарата для внутримодельного решения зависит от конкретных условий, имеющих место в реальности.

**На плоскости обозначены три точки А, В, С, не лежащие на одной прямой. Через точку А проложите прямую, параллельную прямой ВС.*

Задача имеет несколько решений. Выбор подходящего математического аппарата для внутримодельного решения зависит от условий, которые могут появиться в реальной ситуации прокладывания этой параллельной прямой. Например, если нужно построить забор, параллельно данному, то возможно предположить, что построения на местности ограничены шириной улицы. Также ограничения могут возникнуть со стороны возможности использования геодезических (Геодезия - наука об определении положения объектов на земной поверхности, о размерах, форме и гравитационном поле Земли и других планет.) инструментов. Если же построения проводятся не на местности, а, например, в плотницком деле для разметки деревянных деталей, то и математическая модель будет соответствовать этим реальным условиям [13].

<u>IV. Объекты и отношения задачи явно не выделены или их математическая равносильность неизвестна школьникам.</u>

На четвертом уровне объекты и отношения, подлежащие математизации, в содержательной модели не выделены. Приведем это на примере следующей задачи:

**Определите, на какой табурет (рис. 3а),(рис. 3б) можно сесть без риска оказаться на полу?*

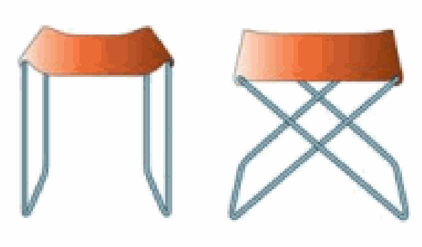


Рис. 3а, Рис. 3б

В тексте задачи речь идет о табурете, а объекты, которые необходимо математизировать, - это его ножки и сидение, точнее их взаимное расположение. Математической равносильностью этих объектов являются отрезки, которые на рисунке 7б образовывают треугольник. Т. к. эта фигура является «жесткой», то именно на такой табурет можно садиться. Ясно, что, пользуясь жизненным опытом, школьники могут указать правильное решение. Однако просьба воспроизвести необходимые математические рассуждения вызывает затруднения даже у студентов старших курсов математического факультета МПГУ [13].

В следующей задаче требуется выделить нужные характеристики объекта и учесть их при ее решении.

*****В магазине имеются чайники четырех моделей. Выберите тот чайник, в котором вода будет остывать дольше всего.*

При такой формулировке задачи учащиеся исследуют вопросы об объеме чайников и материале, из которого они изготовлены. Если эти параметры совпадают, то решение задачи сводится к сравнению их поверхностных площадей.

Определение уровня сложности практико-ориентированных задач целесообразно проводить по двум критериям: новизна для школьников объектов и отношений содержательной модели задачи; сложность подбора математической равносильности к этим объектам и отношениям.

Выбор этих критериев обоснован тем, что у учащихся уже имеются некоторые приобретенные знания и в какой-то мере жизненный опыт, соответствующие их возрасту и содержанию школьной программы. Так, поиск решения задачи о табуретах у учащихся старшего школьного возраста не вызовет затруднений. Ими уже накоплены для этого необходимые предметные знания и жизненный опыт, поэтому для них эта задача будет задачей невысокого уровня сложности. Следовательно, уровень сложности практико-ориентированной задачи – характеристика непостоянная. Так, одной и той же задаче, решенной, например, в 7 классе на уроке и в 9 классе на итоговой аттестации, может быть присвоен разный уровень сложности. Это может быть связано, например, с изменением оценивания первого критерия (степени новизны для школьников объектов и отношений содержательной модели) за время обучения. Определение уровней сложности задач на приложения позволит выделить базовые задачи, решение которых является обязательным для всех учащихся заданной возрастной группы [13].

Таким образом, на начальном этапе реализации линии практико-ориентированного обучения (речь идет об этапе математизации) целесообразно использовать задачи первого и второго уровня сложности, на основном этапе – задачи с первого по третий уровень сложности, и лишь для последнего, заключительного этапа будет характерно присоединение задач четвертого уровня к первым трем.

Глава 2. Применение практико-ориентированных задач в процессе изучения курса планиметрии

В данной главе описаны методические особенности обучению решения практико-ориентированных задач, выделены умения в процессе практико-ориентированного обучения. Рассмотрено значение математического моделирования в практико-ориентированном обучении математике. Представлены конспекты уроков ознакомления с новым материалом с применением практико-ориентированных задач и применение практико-ориентированных задач во внеурочное время.

2.1 Методические особенности обучению решения практико-ориентированных задач

Целесообразность выделения такой линии как практико-ориентированные задачи следует из современных целей школьного математического образования, отраженных в соответствующих нормативных документах, и назревшей потребности систематизировать такие приложения, определить цели и результаты их изучения. Методологическая (Методология — учение о методах, способах и стратегиях исследования предмета.) функция линии практико-ориентированных задач состоит в изучении понятий и методов, объединяющих содержание не только методических, но и предметных линий всего школьного курса математики. К ее базовому понятию естественно отнести понятие математической модели, т. к. оно проявляется во всех средствах обучения приложениям математики в школе. Математическим методом выделяемой линии является метод математического моделирования [13], [28].

Работа с практико-ориентированной задачей осуществляется в 4 этапа.

0 этап. *Математизация (анализ условия). (Математизация – использование математических методов в какой-нибудь науке, сфере деятельности.)*

0.1.Выделять объекты окружающего мира, которые могут быть описаны средствами школьного курса математики;

0.2.Заменять исходные объекты и отношения их математическими эквивалентами. Описывать эти объекты и отношения на языке математики.

1 этап. *Формализация (построение математической модели условия). (Формализация – отображение результатов мышления в точных понятиях и утверждениях.)*

1.1.Устанавливать соответствие между содержательной и математической моделью объекта в зависимости от предъявленных условий;

1.2.Соотносить реальные объекты различной природы с одной математической моделью.

1.3.Описывать реальный объект несколькими математическими моделями.

1.4.Оценивать полноту исходных данных для построения математической модели.

2 этап. *Внутримодельное решение.*

2.1. Выбирать подходящие методы исследования реальных объектов в зависимости от поставленной задачи;

2.2. Составлять математическую модель с учетом требуемой точности описания реальных объектов задачи.

3 этап. *Интерпретация результата (истолкование, разъяснение)*.

3.1. Анализировать использованные математические методы решения с точки зрения их рациональности для исследования реального объекта;

3.2. Интерпретировать результат исследования математической модели с требуемой погрешностью.

Можно выделить следующие принципы конструирования практико-ориентированных задач по математике в общеобразовательной школе:

1. Математизации знаний.

2. Соответствия содержания практико-ориентированных задач математики познавательным возможностям и интересам учащихся.
3. Доступности для изучения на школьном уровне средств математизации знаний.
4. Достоверности содержания практико-ориентированных задач математики.
5. Открытости содержания линии практико-ориентированных задач [13].

На основе этапов решения практико-ориентированных задач можно выделить 10 типов задач:

1) Формулировку математического утверждения, отбор формул, понятий, которые необходимо использовать для ответа на вопрос задачи (здесь и далее имеется в виду практико-ориентированная задача). Например,**Какой математический факт используют строители при расчете количества расходных материалов (обоев) для ремонта квадратной комнаты шириной 4,5 м и высотой 2,5 м.?*

2) Выбор задачи, в которой математической моделью является следующее утверждение, понятие, формула из предложенных задач. Например,**Найти фигуру на рисунке 4, площадь которой находиться по формуле:* $S = a^2 \frac{6-\pi}{4}$.

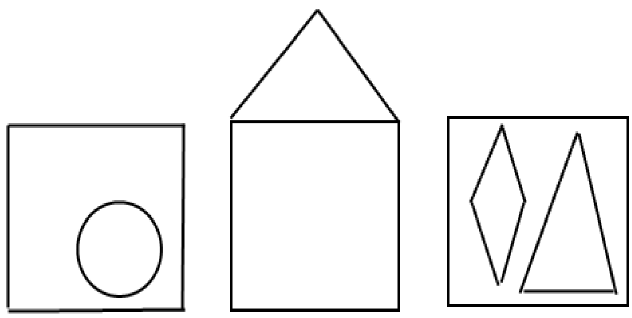


Рис. 4

3) Среди данных задач найти такие, у которых математические модели совпадают.

   Например,

   **1. Квартира состоит из 3 комнат общей площадью 42 м^2. Первая комната по площади в 2 раза меньше второй, а вторая – на 3 м^2 больше третьей. Чему равна площадь каждой комнаты в этой квартире?*

   **2. За книгу, ручку и тетрадь Саша заплатил 270 р. Ручка в 3 раза дороже тетради и на 25 р. дешевле книги. Сколько стоит тетрадь?*

   **3. Мотоциклист проехал расстояние между двумя городами, равное 980 км, за 4 дня. В первый день он проехал на 80 км меньше, чем во второй день, в третий день – половину расстояния, пройденного за первые два дня, а в четвёртый день – оставшиеся 140 км. Какое расстояние проехал мотоциклист в третий день?*

   **4. Периметр четырёхугольника равен 46 дм. Первая его сторона в 2 раза меньше второй и в 3 раза меньше третьей стороны, а четвёртая сторона на 4 см больше первой стороны. Чему равны длины сторон этого 4х-угольника?*

4) Описание математической модели реальных объектов (у одного объекта может быть несколько моделей).

Например,**Опишите модель школьного стадиона.*

5) Отобразить ситуацию, описанную в тексте задачи графически, в таблице (и наоборот, перевести табличную, графическую информацию в текстовую).

   Например, **Составить конспект представленного текста*.

Многоугольники составляют основу геометрии. От того, насколько хорошо освоено это понятие, во многом зависит успешность изучения всей геометрии.

Напомним, что ломаной называется фигура, образованная *конечным набором отрезков, расположенных так, что конец первого является началом второго, конец второго – началом третьего и т.д. Отрезки называются сторонами ломаной, а их концы – вершинами ломаной.*

Ломаная обозначается последовательным указанием ее вершин. Например, ломаная ABCDE, ломаная $A_1A_2...A_n$.

Ломаная называется простой, если она не имеет точек самопересечения. Ломаная называется замкнутой, если начало первого отрезка ломаной совпадает с концом последнего. Замкнутую ломаную, у которой точками самопересечения являются только начальная и конечная точки также называют простой. Одной из важнейших теорем о простых замкнутых ломаных является следующая теорема.

Теорема 1 (теорема Жордана). *Всякая простая замкнутая ломаная на плоскости разбивает точки плоскости на две области – внутреннюю и внешнюю. При этом всякие две точки из одной области могут быть соединены ломаной, целиком содержащейся в этой области. Если же две точки принадлежат разным областям, то любая ломаная, их соединяющая, пересекается с исходной ломаной.*

Многоугольником называется фигура, образованная простой замкнутой ломаной и ограниченной ею внутренней областью. Вершины ломаной называются вершинами многоугольника, стороны – сторонами многоугольника, а углы, образованные соседними сторонами - углами многоугольника. Точки многоугольника, не лежащие на его сторонах, называются внутренними. Многоугольник называется выпуклым, если вместе с любыми двумя своими точками он содержит и соединяющий их отрезок. Любой треугольник выпуклый. Среди многоугольников с числом углов большим трех могут быть выпуклые и невыпуклые. Диагональю многоугольника *называется отрезок, соединяющий его не соседние вершины. Ясно, что выпуклый многоугольник содержит все свои диагонали. Невыпуклый многоугольник может не содержать некоторые свои диагонали, однако имеет место следующая теорема.*

Теорема 2. *В каждом многоугольнике с числом сторон большим трех можно провести диагональ, целиком в нем содержащуюся.*

Следствие. *Любой n-угольник можно разбить на треугольники, причем число таких треугольников будет равно n-2.*

Сумма углов многоугольника

В основном курсе геометрии доказывается, что сумма углов выпуклого n-угольника равна 180° (n-2). Оказывается, что это утверждение справедливо и для невыпуклых многоугольников.

Теорема 3. *Сумма углов произвольногоn-угольника равна $180^\circ(n-2)$.*

Теорема 4. *Для произвольного многоугольника имеет место формула $\Sigma = 180^\circ(n+2m)$, где Σ - сумма углов, n – число углов, m – степень многоугольника.*

Сумма углов многоугольника M_0, оставшегося от многоугольника M после удаления многоугольников $M_1, \ldots, M_k$, равна $180^\circ(n-n_1-\ldots-n_k+k\pm 2)$.

Суммы углов многоугольников $M_0, M_1, \ldots, M_k$ дают сумму углов многоугольника M и в каждой вершине $A_1, \ldots, A_k$ дополнительно получим 360°. Следовательно, имеем равенство $180^\circ(n_1+1\pm 2)+\ldots+180^\circ(n_k+1\pm 2)+180^\circ(n-n_1-\ldots-n_k+k\pm 2)=\Sigma+360^\circ k$.

Приводя подобные члены, получим $\Sigma = 180^\circ(n\pm 2\pm\ldots\pm 2) = 180^\circ(n+2m)$, где m – степень многоугольника M.

В качестве примера рассмотрим вычисление суммы углов пятиконечной звездочки. Степень соответствующей замкнутой ломаной равна –2. Поэтому искомая сумма углов равна 180°.

6) Перевести задачу с естественного языка на математический.

**Пример задачи: пол прямоугольной формы выложили квадратными дощечками с длиной стороны 4 дм. Всего потребовалось 280 плиток. Найдите длину пола, если ширина его равна 200 сантиметров.*

7) Привести несколько математических моделей решения задачи, выбрать рациональное с точки зрения рассматриваемой реальной ситуации. Для решения задач этого типа можно использовать пример задач рассматриваемых в типе 2.
8) Установить требуемую точность (допустимую погрешность) результата.

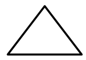
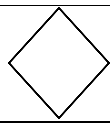
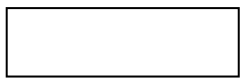
   **Например, дописать единицы измерения для величин:*

   Площадь комнаты 18 ___

   Ширина телевизора 45 ___

   Диаметр кружки 0,8 ___
9) Оценка достаточности данных для построения математической модели объекта, есть ли лишние данные. К задачам данного типа относятся все задачи, суть которых заключается в ответе на вопрос: *«Хватает ли информации для решения поставленной задачи?»*
10) Выбор из предложенных математизаций одного объекта ту, которая соответствует заданному условию.

    **Соотнесите формулу площади и фигуру.*

$S = ah$	
$S = \frac{{d_1}^2}{2}$	
$S = \frac{ah}{2}$	

Как уже было указано выше, основными компонентами любой математической задачи являются: условие задачи, базис задачи, решение задачи, обоснование решения задачи. В свою очередь в практико-ориентированной задаче можно выделить следующие компоненты, составляющие ее структуру:

- *содержательный*. Этот компонент включает содержание учебного материала, базовые математические понятия, на которые опирается решение предлагаемой задачи, этапы математического моделирования;

- *деятельностный*. Данный компонент характеризуется теми практико-ориентированными математическими умениями, которые планируется сформировать у школьников в процессе работы с предложенной задачей;

- *задачный.* Компонент содержит систему классификаций практико-ориентированных задач и характеристику уровней их сложности;

- *процессуальный*. Последний по описанию, но не по значению предлагаемый компонент определяет временные этапы реализации практико-ориентированных задач.

Постановка задачи заключается в предложении для решения, выполнения, обсуждения, получения конечного результата, составление исходных материалов и определение необходимой цели для решения задачи [50].

Под формой постановки любой задачи, в том числе и практико-ориентированной понимают точную формулировку условия задачи, в которой описывается вся входная, необходимая для решения, и выходная информация. Выходной информацией по задаче считают те данные, которые будут представлены учащимися как результат работы по решению предложенной задачи.

Предлагая для решения практико-ориентированную задачу, следует помнить о том, что она должна быть привлекательна для учащихся конкретного класса, имеющих свои отличительные особенности в сфере интересов, жизненного опыта и т.п. Этого можно добиться, если предлагать учащимся задачи, оформленные в виде рисунков, схем и др.

Таким образом, представленные выше типология задач, а также требования к форме постановки практико-ориентированной задачи и ее содержанию позволяют сформулировать следующие методические особенности обучения решению практико-ориентированных задач в курсе планиметрии [13]:

- предлагая для решения учащимся практико-ориентированную задачу необходимо учитывать их интересы в повседневной жизни и опираться на имеющийся у них жизненный опыт;

- особое внимание следует уделять формулировки задачи, которая должна быть привлекательна и по форме и по содержанию для конкретных учащихся, только тогда можно обеспечить условия, полного включения учащихся в работу над задачей, которую в идеальном варианте они должны воспринимать как цель своей учебной деятельности в определенный момент времени;

- при работе над решением задачи необходимо значительное количество времени отводить на этап моделирования, т.е. представление описанной в задачи ситуации в виде математической модели, работа с которой будет завершающим этапом решения;

2.2 Практико-ориентированные задачи на уроке ознакомления с новым материалом

Урок – основная форма организации обучения в современной школе. Различают несколько основных типов урока: урок усвоения новых знаний, урок комплексного применения знаний и умений (закрепления), урок актуализации знаний и умений (повторения), урок систематизации и обобщения знаний и умений, урок контроля знаний и умений, урок коррекции знаний, умений и навыков, комбинированный. Особую роль в организации процесса обучения, в том числе и обучения вопросам планиметрии отводят урокам ознакомления с новым материалом, это обусловлено целевыми установками уроков такого типа. [53]

Урок ознакомления учащихся с новым материалом или сообщения (изучения) новых знаний - это урок, содержанием которого является новый, неизвестный учащимся материал. На таких уроках в зависимости от их содержания, конкретной дидактической цели и подготовленности учащихся к самостоятельной работе в одних случаях учитель сам излагает новый материал, в других — проводится самостоятельная работа учащихся под руководством учителя, в-третьих — практикуется и то, и другое.

Структура урока ознакомления с новым материалом определяется его основной дидактической целью: введением понятия, установлением свойств изучаемых объектов, построением правил, алгоритмов и т.д. Его основными этапами являются [43]:

1) сообщение темы, целей, задач урока и мотивации учебной деятельности;
2) подготовка к изучению нового материала через повторение и актуализацию опорных знаний;
3) ознакомление с новым материалом;
4) первичное осмысление и закрепление связей и отношений в объектах изучения;

5) постановка задания на дом;
6) подведение итогов урока.

В силу своего содержания, практико-ориентированные задачи на уроке рассматриваемого типа могут служить средством для создания условий, обеспечивающих формирование у учащихся мотивации к изучению нового материала. Поскольку учащиеся могут в ходе решения данных задач применить знания и навыки из повседневной жизни, а также проверить свой результат на практике.

На таких уроках целесообразно предлагать учащимся для решения практико-ориентированные задачи, для решения которых им необходимо получить новые знания, овладеть новыми умениями. Решение самой задачи происходит непосредственно после изучения нового материала, который будет служить инструментом для ее решения.

Для примера приведем два конспекта урока с подробным содержанием этапов ознакомления с новым материалом и его закрепления, на которых учащиеся работают с практико-ориентированными задачами.

Конспект по теме: «Теорема Пифагора»

Класс: 8

Учебник: Геометрия. 7-9 классы: учеб.для общеобразоват. организаций. Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. 2014.

Тип урока: урок ознакомления с новым материалом.

Цели:

Образовательные: способствовать самостоятельному выведению отношений между сторонами в прямоугольном треугольнике, формирование умений доказывать теорему Пифагора, применять ее при решении различных задач, в том числе практико-ориентированных;

Развивающие: развитие монологической речи учащихся, поддержание интереса к уроку математика через практико-ориентированные задачи, развитие логического мышления.

Воспитательные: развитие навыков самостоятельной работы при выполнении различных заданий на уроке, воспитание здорового образа жизни.

План урока:

1) Организационный момент (2 мин.)
2) Актуализация опорных знаний (5 мин)
3) Ознакомление с новым материалом (16 мин.)
4) Закрепление знаний (10 мин.)
5) Домашнее задание (2 мин.)
6) Подведение итогов (5 мин)

Ход урока:

1) Организационный момент.

Учитель приветствует учащихся, проверяет готовность к уроку, организовывает внимание на предстоящую работу. Ученики настраиваются на рабочий лад.

2) Актуализация опорных знаний.

Учитель вместе с учениками актуализирует следующие понятия: площадь квадрата, прямоугольный треугольник и его элементы, площадь прямоугольного треугольника; умения: выделять прямоугольный треугольник среди других треугольников.

3) Ознакомление с новым материалом.

В качестве мотивирующей задачи учитель использует следующую практико-ориентированную задачу: *В квадратную комнату со стороной 7м решили постелить ковер квадратной формы, так, чтобы угол ковра делил сторону комнаты на две не равные части 3м и 4м, но так чтобы соответственные части на разных сторонах были равны. Какой длины должна быть сторона такого ковра?*

Работа с задачей.

Математизация (анализ условия):

Какие объекты реальной действительности участвуют в задаче? *Квадратная комната и квадратный ковер.*

С какими математическими объектами мы имеем дело? *С двумя квадратами.*

Какое отношение между этими объектами? *Один квадрат вписан в другой.*

Формализация (построение математической модели условия):

Каким образом один квадрат вписан в другой? *Так что каждый угол квадрата делит сторону в отношении 3:4 соответственно.*

Изобразим данное отношение

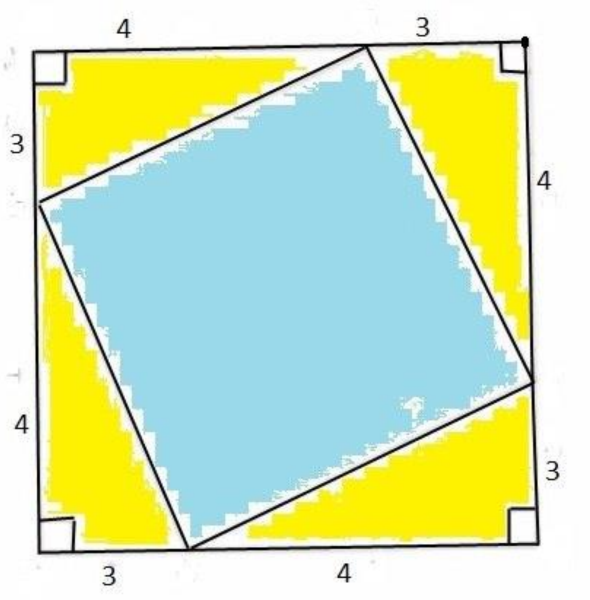


Рис. 5

Внутримодельное решение:

Что требуется найти в задаче? *Площадь малого квадрата.*

Мы можем ее найти? *Нет, так как нам не известна сторона этого квадрата.*

Сторону квадрата мы можем найти? *Нет.*

Что мы можем найти исходя из исходных данных? *Площадь большего квадрата*.

Чему она равна? $49м^2$.

Из каких геометрических фигур составлен больший квадрат? *Из малого квадрата и четырех равных между собой прямоугольных треугольников.*

P.S: можно задать дополнительный вопрос: почему эти треугольники равны?

Как найти площадь фигуры состоящей из прямоугольных треугольников? *Найти площади прямоугольных треугольников и их сумм.*

Чему будет равна площадь фигуры в нашем случае? $4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 24\text{м}^2$.

Тогда чему будет равна площадь малого квадрата? $S_{\text{б.к}} - 4S_{\Delta} = 25$.

Мы ответили на вопрос поставленной задачи? *Да.*

<u>Интерпретация результата (истолкование, разъяснение):</u>

Ковром, площадь которого равна 25м^2, можно застелить комнату площадью 49м^2, так что его углы будут делить стороны комнаты в отношении 3:4 соответственно.

Чему тогда будет равна длина стороны ковра? *5м.*

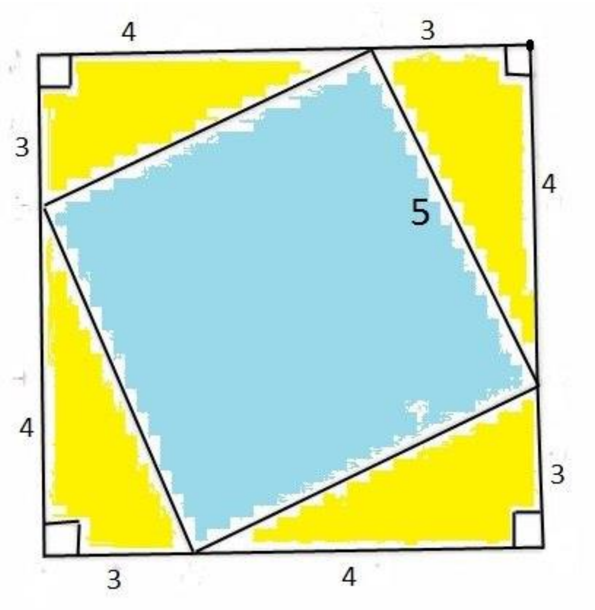


Рис. 6

Далее учитель предлагает выполнить учащимся следующую практическую работу:

1.Постройте в тетрадях прямоугольный треугольник (с катетами, длина которых для удобства выражается целыми числами).

2.Измерьте катеты и гипотенузу. Результаты измерений запишите в таблицу.

а	в	с	$a^2 + b^2$	c^2

3.Возведите все результаты в квадрат, т. е. узнайте величины $\boldsymbol{a^2}$ и $\boldsymbol{b^2}$.

4.Сложите квадраты катетов $\boldsymbol{a^2 + b^2}$ и сравните с квадратом гипотенузы.

5.У всех ли получилось, что $\boldsymbol{a^2 + b^2 = c^2}$?

Проведите аналогичные действия в треугольниках из предыдущей задачи. Что вы заметили? *Что гипотенуза данных равных треугольников равна 5, то есть квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.*

Таким образом решая задачу о ковре мы доказали выполнение теоремы Пифагора для частного случая (катеты 3 и 4).

Как вы думаете, как будет выглядеть доказательство для общего случая (катеты a и b)? Выполним замену известных данных неизвестными.

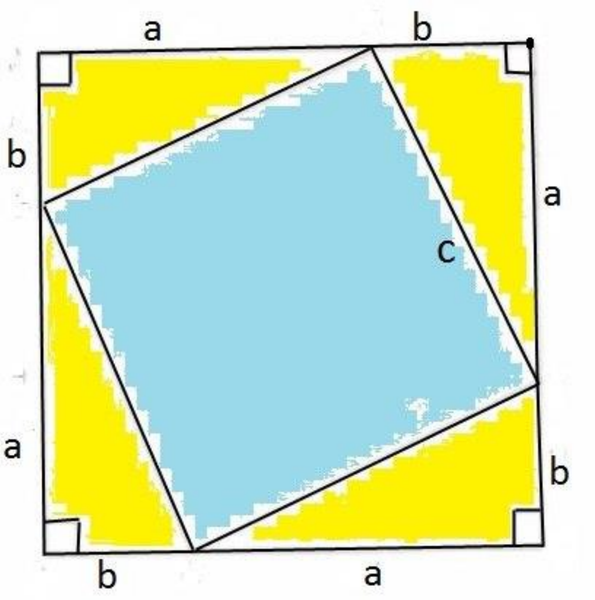


Рис. 7

С одной стороны площадь большего квадрата равна $\boldsymbol{(a + b)^2}$, а с другой она равна сумме площадей фигуры составленной из четырех равных прямоугольных треугольников $\boldsymbol{4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot b}$ и малого квадрата $\boldsymbol{c^2}$.

Запишем равенство: $\boldsymbol{(a + b)^2 = 2ab + c^2}$.

Выполните необходимые преобразования и выразите из полученного равенства $\boldsymbol{c^2}$: $\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2}$.

Таким образом мы доказали, что теорема Пифагора срабатывает для любого прямоугольного треугольника. И знать ее необходимо для выполнения различных вычислительных работ, с одной из которых вы ознакомились, решаю задачу о расположении ковра в комнате. Это, например, может пригодиться в работе дизайнера.

4) Закрепление знаний

Учитель на данном этапе также использует практико-ориентированные задачи. Рассмотрим кратко работу на каждом этапе по задачам следующего содержания:

1. *Петя прошел от дома по направлению на восток 800 м, затем повернул на север и прошел 600 м. На каком расстоянии от дома оказался Петя?*

Математизация (анализ условия):

Объекты окружающего мира: человек и направление пути.

Математические эквиваленты данных объектов: точка, движущаяся по ломанной, представляющей катеты прямоугольного треугольника. P.S: прослеживается межпредметная связь с географией.

Формализация (построение математической модели условия):

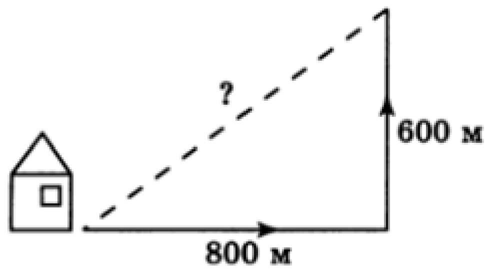


Рис. 8

Внутримодельное решение:

По теореме Пифагора получаем, что гипотенуза равна 1000.

Интерпретация результата (истолкование, разъяснение):

После того как Петя прошел путь он оказался от дома на расстоянии 1000м^2.

2. *Лестница длиной 12,5 м приставлена к стене так, что расстояние от ее нижнего конца до стены равно 3,5 м. На какой высоте от земли находится верхний конец лестницы?*

Математизация (анализ условия):

Объекты окружающего мира: лестница и ее концы, стена, земля.

Математические эквиваленты данных объектов: плоскости и наклонная, две точки.

Формализация (построение математической модели условия):

Для того чтобы определить расстояние от точки до плоскости необходимо опустить перпендикуляр из данной точки на данную плоскость.

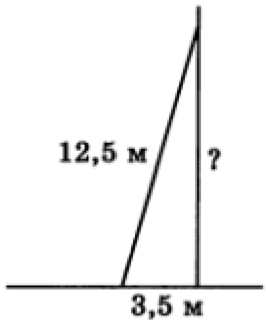


Рис. 9

Внутримодельное решение:

По теореме Пифагора получаем, что неизвестный катет равен 12.

Интерпретация результата (истолкование, разъяснение):

Верхний конец лестницы находится на расстоянии 12м от земли.

3. *На вершинах двух елок сидят две вороны. Высота елок равна 4 м и 6 м. Расстояние между ними равно 10 м. На каком расстоянии BE нужно положить сыр для этих ворон, чтобы они находились на равных расстояниях от сыра?*

Математизация (анализ условия):

Объекты окружающего мира: вороны, сыр, ели.

Математические эквиваленты данных объектов: прямые, точки.

Формализация (построение математической модели условия):

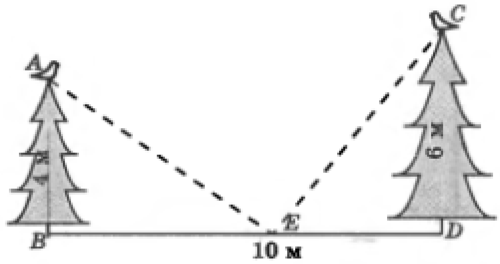


Рис. 10

<u>Внутримодельное решение:</u>

Пусть $BE = x$. Тогда $AE^2 = 16 + x^2$, $CE^2 = 36 + (10 - x)^2$. Приравнивая AE^2 и CE^2, находим, что $BE = 6$.

<u>Интерпретация результата (истолкование, разъяснение):</u>

Сыр должен находиться на расстоянии 6м от первой ели.

5) Постановка домашнего задания:

Учитель объявляет домашнее задание, дети записывают его в дневники. P.S.: Рекомендуется обязательным к выполнению задание оформить доказательство теоремы из учебника.

6) Подведение итогов:

Учитель проводит рефлексию.

Конспект урока
по теме «Синус, косинус, тангенс и котангенс острого угла в прямоугольном треугольнике»

Класс: 8

Учебник: Геометрия. 7-9 классы: учеб.для общеобразоват. организаций. Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. 2014.

Тип урока: урок ознакомления с новым материалом.

Цели:

<u>Образовательные</u>: формирование понятие синуса, косинуса, тангенса и котангенса острого угла прямоугольного треугольника и провести первичное

закрепление по формированию умений решать задачи на вычисление элементов прямоугольного треугольника.

Развивающие: развитие внимательности учащихся.

Воспитательные: развитие у учащихся познавательного интереса к новым знаниям.

План урока:

1. Организационный момент (2 мин.)
2. Актуализация опорных знаний (5 мин)
3. Ознакомление с новым материалом (13 мин.)
4. Закрепление знаний (10 мин.)
5. Домашнее задание (7 мин.)
6. Подведение итогов (3 мин)

Ход урока:

1) Организационный момент.

Учитель приветствует учащихся, проверяет готовность к уроку, организовывает внимание на предстоящую работу. Ученики настраиваются на рабочий лад.

2) Актуализация знаний.

Учитель вместе с учениками актуализирует понятие прямоугольного треугольника; признаки подобия треугольников; теорему Пифагора; умение различать противолежащие и прилежащие стороны по отношению к углу в треугольнике.

3) Ознакомление с новым материалом.

В качестве мотивации учитель использует проблемную ситуацию, заключающуюся в решении задач по готовым чертежам:

1. *Дано: ΔABC; угол $C = 90°$; $AC = 2$; $CB = 5$.*

Найти: AB, углы A и B.

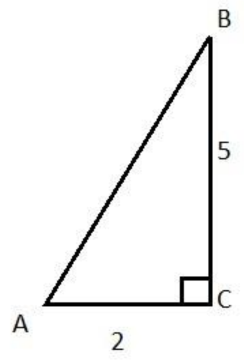


Рис. 11

Как можно найти АВ? *По теореме Пифагора,* АВ = $\sqrt{4+25}$= $\sqrt{29}$

При решении второй части задания учащиеся затрудняются с ответом. Тогда учитель предлагает перейти к следующей задаче.

2. *Дано: ΔABC; угол C = 90°; AC = 2; угол B = 30°.*

Найти: угол A; AB; CB.

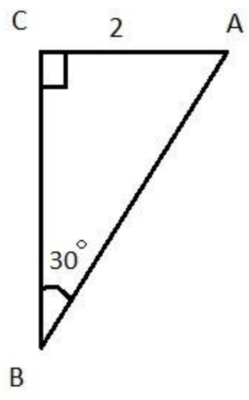


Рис. 12

Решают задачу: Угол A=60°, AB=4, CB=√12.

Учитель предлагает решить еще одну задачу.

3. Дано: ΔABC; угол C = 90°; AC = 2; угол B = 20°

Найти: угол A; AB; CB.

Учащиеся пробуют решить задачу и говорят, *что ни один элемент найти невозможно.*

Почему третья задача не решается, хотя набор элементов тот же, как и во второй задаче? *Во второй задаче есть формула (теорема), которая* *связывает угол и сторону, но она работает только для угла 30°*

Нам не достаточно знаний, которыми мы владеем на сегодняшний момент и поэтому мы, сегодня на уроке познакомимся с новыми понятиями, такими как синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника, а именно:

Определение 1: Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.

Определение 2: Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе.

Определение 3: Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к прилежащему катету.

Определение 4: Котангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к противолежащему.

Синус, косинус, тангенс и котангенс угла, равного α, обозначается символами sin α, cos α, tg α и ctg α (читается: «синус альфа», «косинус альфа», «тангенс альфа» и «котангенс альфа»)

4) Закрепление знаний.

На этом этапе учащимся предлагается решить практико-ориентированные задачи.

а) Длина балки, на которую опирается стропила крыши, равна 20 м. Найдите высоту крыши, зная, что стропила с этой балкой образуют угол 24°.

<u>Математизация (анализ условия):</u>

Объекты окружающего мира: балка, стропила крыши опирающаяся на балку.

Математические эквиваленты данных объектов: равнобедренный треугольник.

<u>Формализация (построение математической модели условия):</u>

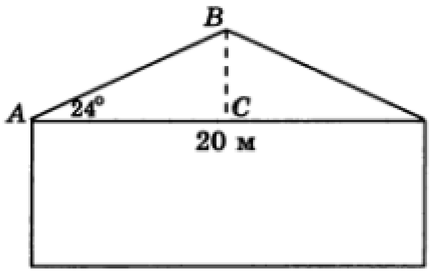


Рис. 13

<u>Внутримодельное решение:</u>

AC=10 (по свойству высоты в равнобедренном треугольнике). По определению тангенса $tg24^{\circ} = \frac{BC}{AC}$, $BC = AC \cdot tg24^{\circ} = 10 \cdot 0{,}45 = 4{,}5$ м.

P.S.: Найти значение данного угла учащимся предлагается по таблице Брадиса, при этом учитель акцентирует внимание, что в данной таблице приведены различные градусные меры, тогда как в школьном курсе изучаются только некоторые из них.

<u>Интерпретация результата (истолкование, разъяснение):</u>

Высота крыши равняется 4,5 метра.

b) *Лестница имеет ступеньки, ширина которых равна 30 см, а высота – 18 см. Найдите угол подъема лестницы.*

<u>Математизация (анализ условия):</u>

Объекты окружающего мира: ширина и длина ступени.

Математические эквиваленты данных объектов: ломаная, между звеньями которой заключены прямые углы.

<u>Формализация (построение математической модели условия):</u>

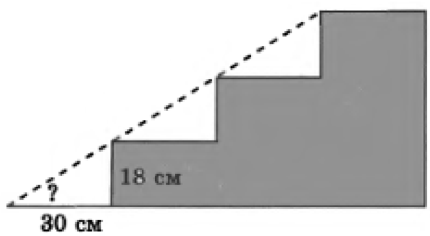


Рис. 14

<u>Внутримодельное решение:</u>

По определению тангенса $tg\alpha = \frac{18}{30}$=0,6 , α=31°.

Интерпретация результата (истолкование, разъяснение):

Угол подъема лестницы равен 31°.

c) Используя данные, указанные на рисунке, найдите расстояние от корабля K до берега AB.

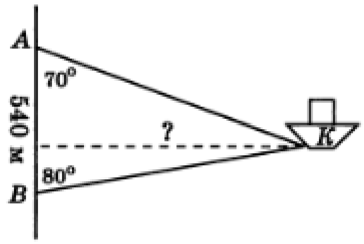


Рис. 15

Математизация (анализ условия):

Объекты окружающего мира: берег и корабль.

Математические эквиваленты данных объектов: прямая и точка.

Формализация (построение математической модели условия):

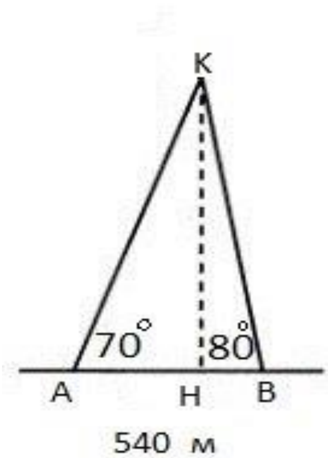


Рис. 16

Внутримодельное решение:

Пусть расстояние от корабля K до берега AB равно x. Углы AKH и HKB равны 20° и 10° соответственно, тогда $tg20^{\circ}=\frac{AH}{x}$, $tg10^{\circ}=\frac{HB}{x}$, откуда $AH=tg20^{\circ}\cdot x, HB=tg10^{\circ}\cdot x$. Т. к. AB=AH+HB, то имеет место равенство $x\cdot tg10^{\circ}+x\cdot tg20^{\circ}=540.$ Учитывая, что $tg10^{\circ}=0{,}18$, $tg20^{\circ}=0{,}36$, находим, что $x=1000$.

Интерпретация результата (истолкование, разъяснение):

Искомое расстояние от корабля до берега равно 1000 м.

5) Домашнее задание: Сформулировать задачу, условие которой связано с какой-либо жизненной ситуацией, для решения которой необходимо применить знания, полученные на сегодняшнем уроке.
6) Подведение итогов.

Учитель проводит рефлексию.

Практико-ориентированные задачи являются универсальным дидактическим средством, которое может использоваться на любом из этапов урока. На мой взгляд, применение разработанных мною конспектов, будет способствовать более осознанному восприятию учебного материала учащимися, а так же повышению интереса, что как следствие повлияет на мотивацию в изучении данной темы.

2.3 Практико-ориентированные задачи во внеурочное время

Внеурочное время – это совокупность всех видов деятельности учащихся (кроме деятельности на уроке), в которых возможно и целесообразно решение задач их воспитания и социализации. Внеурочное время - это содержательный досуг, организованный образовательными учреждениями. Одна из форм организации образовательного процесса во внеурочное время – это факультативное занятие, которое направлено на расширение и углубление знаний по учебным дисциплинам в соответствии с их требованиями, возможностями и влечениями, повышение активности их познавательной деятельности. Слово «факультативный» означает «необязательный». Название подчёркивает отличительную особенность этого вида учебной деятельности. Она связана с добровольным выбором учениками для углубленного изучения тех предметов, которые их более всего интересуют. Это сближает факультативные занятия с внеклассными формами познавательной деятельности, например, с предметными кружками.

В отличие от внеклассных занятий, факультативы проводятся по области программы, по расписанию, в рамках отведенного времени, с постоянным составом учащихся [12].

Целями факультативных занятий могут быть:

- подготовка старшеклассников к централизованному тестированию;
- подготовка одаренных школьников к олимпиадам;
- формирование профориентационной компетентности учащихся;
- общекультурное развитие учащихся;
- приобщение учащихся к исследовательской деятельности;
- коррекция пробелов в знаниях и умениях учащихся и др.

Видами факультативных занятий являются:

Факультативы профориентационной направленности. Их предназначение – помочь выпускникам в образовательном и профессиональном самоопределении.

На факультативных занятиях **предметной направленности** приоритетом для учителя и учащихся является успех на выпускных экзаменах и централизованном тестировании.

Общекультурные и развивающие факультативы направлены на становление и развитие у учащихся социальных и учебных компетенций: языковой, правовой, гражданской, исследовательской, проектной, информационной, финансовой, экологической, рефлексивной, здоровьесберегающей [12].

Геометрический материал входит в раздел математики. Развивает мышление, играет важную роль в формировании у школьников умения учиться и связывать практику с теорией, поэтому полезно иметь геометрический материал в разделах математики. Геометрия как наука возникла из жизненной необходимости из древних времен; при решении «жизненных задач».

Факультативный курс для учащихся 8 класса по теме «Геометрия в жизни»

Разработанный факультативный курс способствует формированию познавательного интереса учащихся к геометрии, развитию их логического и аналитического мышления, математической интуиции. При его изучении внимание школьников акцентируется на практическое применение свойств и теорем в повседневной жизни, показывается связь геометрии с окружающей действительностью, а так же вычисление площадей моделей плоских фигур в реальных условиях.

Систематическое изучение курса планиметрии предоставляет широкие возможности рассмотрения и изучения свойств геометрических фигур.

Программа факультативного курса «Геометрия в жизни» предназначена, прежде всего, для работы с учащимися 8 классов.

Основная цель курса: развитие у учащихся логического мышления, познавательной и творческой активности на основе решения практико-ориентированных задач на определение и использование свойств геометрических фигур.

В результате изучения факультативного курса «Геометрия в жизни» у учащихся:

– расширяются и углубляются знания, связанные с содержанием программы основного курса геометрии;

– развивается математическая интуиция, логическое и абстрактное мышление;

– формируются практические навыки и умения работы с геометрическим инструментарием;

– усиливается практико-ориентированная направленность изучения геометрии;

– повышается познавательная активность, формируется познавательный интерес, развивается интеллектуальный и творческий потенциал;

– формируется культура математической речи;

– развиваются математические и конструкторские способности;

– формируются умения и навыки самостоятельной исследовательской и творческой работы с научной литературой;

– создается комфортная, положительно ориентированная направленность на изучение геометрии.

План занятий

Наименование темы урока.	***Часы.***	***Тип урока***	***Форма контроля***	***Примеры задач, которые целесообразно использовать при изучении данной темы. Задачи представлены в приложении 1.***
Вводная лекция.	1	Комбинированный урок (лекция + доклады учащихся)	-	История появления геометрии, связь с практико-ориентированными задачами.
Решение практико-ориентированных задач на применение знаний о свойствах четырехугольников.	2	Комбинированный урок (применение ранее полученных знаний в нестандартной ситуации)	Практическая работа	Задачи которые приведены в конспекте и №33, №34
Решение	2	Традиционн	Самостояте	№22, №23,

практико-ориентированных задач на применение знаний о площадях многоугольников.		ый урок. Групповая работа.	льная работа.	№24
Решение практико-ориентированных задач на применение теоремы Пифагора.	2	Комбинированный урок.	Самостоятельная работа.	№1, №2, №3, №4, №5
Решение практико-ориентированных задач на применение признаков подобия треугольников и подобия произвольных фигур	2	Урок в форме игры.	Лабораторная работа.	№25, №26, №28, №31. На лабораторной например в программе «Живая геометрия» можно наглядно решать задачи например, №29
Решение практико-ориентированны	2	Комбинированный урок.	Самостоятельная работа.	№10 - №17

х задач на применение синуса, косинуса и тангенса острого угла прямоугольного треугольника.				
Решение практико-ориентированных задач по теме «Окружность».	2	Комбинированный урок (учащиеся представляют свои задачи (домашняя работа предыдущего урока))	Тест	№35, №37, №39
Итоговый контроль.	1	Контроль знаний	Контрольная работа	Два варианта по пройденным темам. №6, №7, №8, №9, №18, №19, №20, №21, №30, №32, №36, №38
Итого:	14			

Рассмотрим один из уроков данного факультатива.

В данном конспекте представлены практико-ориентированные задачи и рекомендация их решения, т.к. в предыдущих конспектах мы подробно уже рассмотрели методы работы с такими задачами.

Конспект факультативного занятия по теме «Четырехугольники».

Класс: 8

Тип урока: комбинированный урок.

Цели:

Образовательные: актуализация знаний о четырёхугольниках (определений, свойств, признаков четырёхугольников); формирование умений и навыков использовать изученный материал в конкретных условиях и новых ситуациях; формирование умения структурировать материал, вычленять части целого, выявлять взаимосвязи между ними; формирование умений решать практические задачи применяя знания о свойствах четырехугольников.

Развивающие: развивать способность учащихся применять ранее изученные знания и умения в новых ситуациях, развитие пространственного мышления.

Воспитательные: развитие навыков самостоятельной работы при выполнении заданий на уроке, воспитывать аккуратность при оформлении заданий, формировать коммуникативные компетенции при работе в группах.

1 урок

План урока:

1. Организационный момент (1-2 мин.)
2. Актуализация опорных знаний (5-10 мин.)
3. Решение задач (15-20 мин.)
4. Домашнее задание (3 мин.)
5. Подведение итогов (5 мин.)

Ход урока:

1) Учитель приветствует учащихся, проверяет готовность к уроку, организовывает внимание на предстоящую работу. Ученики настраиваются на рабочий лад.
2) Актуализация опорных знаний.

   Вспомнить свойства параллелограмма, прямоугольника, квадрата, ромба, трапеции.
3) Решение задач.

1. *Противоположные стороны четырехугольной плитки паркета параллельны и равны. Как, пользуясь линейкой, выяснить, имеет ли плитка форму прямоугольника?*

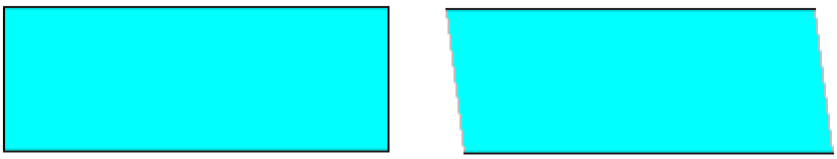


Рис. 17

Рекомендация по решения: Измерить диагонали.

2. *Как швея убеждается в том, что кусок материи имеет форму квадрата? Проверить, будет ли данный кусок материи квадратом?*

Рекомендация решения: Сложить кусок по диагонали и пополам. Если получаются равные четыре треугольника, то этот кусок – квадрат.

3. *Как, используя свойства сторон параллелограмма, измерить ширину озера?*

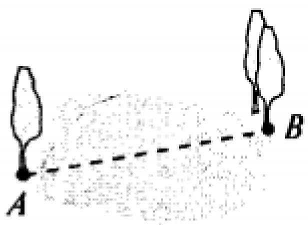


Рис. 18

Рекомендация решения: Построить отрезки BC и AD: BC ‖ AD и BC = AD, тогда AB = CD

4. *Как провести через пункт С дорогу, параллельную дороге, соединяющие пункты А и В, используя свойства параллелограмма?*

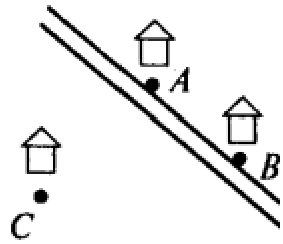


Рис. 19

Рекомендация решения: На стороне АС взять точку О: АО = ОС. На протяжении луча ВО построим точку D: OD = BO, тогда AB ║ CD.

4) Домашнее задание: Придумать задачу на применение свойств параллелограмма.
5) Подведение итогов.

   Учитель проводит рефлексию.

2 урок

План урока:

1. Организационный момент (1 мин.)
2. Актуализация опорных знаний (5 мин.)
3. Решение задач (5-10 мин.)
4. Домашнее задание (5 мин.)
5. Практическая работа (5-14 мин.)
6. Подведение итогов (5 мин.)

Ход урока:

1) Учитель приветствует учащихся, проверяет готовность к уроку, организовывает внимание на предстоящую работу. Ученики настраиваются на рабочий лад.
2) Актуализация опорных знаний.

Вспоминаем, что было на прошлом уроке.

3) Решение задач.

1. *Деревни A, B, C, D, расположены в вершинах прямоугольника. В каком месте следует построить мост через реку, чтобы он был одинаково удален от всех деревень?*

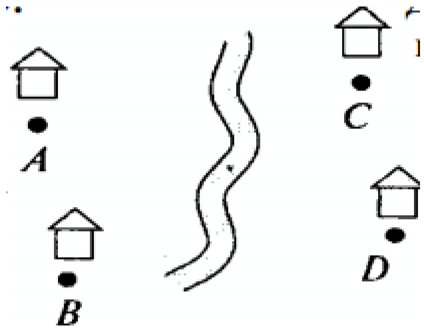


Рис. 20

Рекомендация по решению: Используем свойства диагоналей прямоугольника.

2. *Как провести через пункт N дорогу, чтобы расстояние по ней от этого пункта до железной дороги и до канала были равны?*

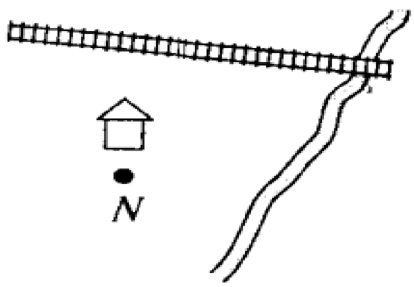


Рис. 21

Рекомендация решения:

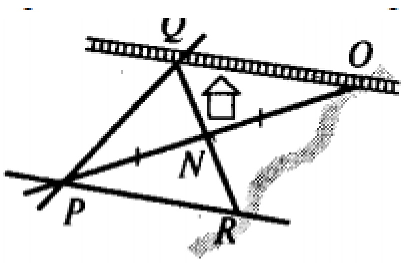


Рис. 22

Решение. На луче ON отложим отрезок NP = ON, проведем прямые PQ║OR, и PR║OQ. ORPQ – параллелограмм, значит NQ = NR. Прямая RQ – искомая.

4) Домашняя работа:

- В центре площади расположен фонтан, около которого надо разбить четыре клумбы с розами. Как рассадить 36 кустов роз – по 10 кустов на каждой клумбе – с таким расчетом, чтобы фонтан был одинаково удален от всех клумб?
- Как провести через пункт С дорогу, параллельную дороге, соединяющие пункты А и В, используя свойства средней линии треугольника?

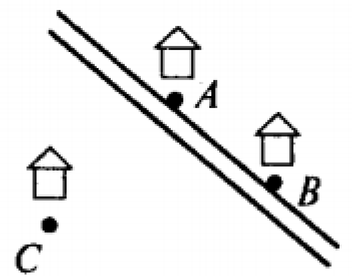


Рис. 23

5) Практическая работа.

   a) *Перегибая лист с неровными краями, постройте ромб (листы у каждого на столе)*
   b) *Каждому ученику раздается несколько листов произвольной формы (круг, квадрат, прямоугольник). Задание. Путем нескольких перегибов получить известные нам четырехугольники, используя их определения, свойства.*
   c) *Из медной проволоки, длиной 30 см, изготовить параллелограмм, стороны которого относятся как 2:3*

6) Подведение итогов.

Учитель проводит рефлексию.

Данные факультативные занятия помогут достичь более высоких результатов в геометрии, если их проводить параллельно обычным урокам. Дадут возможность учащимся для их всестороннего развития. Повысят интерес обучения. Более прочно будут усваиваться знания, отрабатываться на практике, приобретенные на традиционных уроках.

Заключение

Проанализировав методическую и педагогическую литературу, мы дали более точное понятие практико-ориентированной задачи. Охарактеризовали и обобщили имеющиеся требования к практико-ориентированным задачам: 1) требования к сюжетному содержанию задачи; 2) требования к математическому содержанию задачи.

Рассмотрели методические условия применения практико-ориентированных задач в курсе планиметрии, а именно:

- Соответствие содержания практико-ориентированных задач содержанию обучения математике;
- Активизация познавательного интереса обучаемых;
- Владение школьниками практико-ориентированными умениями.

В процессе исследования выявлены четыре уровня сложности задач на приложения: 1) в тексте задачи имеется прямое указание на математическую модель; 2) прямого указания на модель нет, но объекты и отношения задачи однозначно соотносимы с соответствующими математическими объектами и отношениями; 3) объекты и отношения задачи соотносимы с математическими объектами и отношениями, но неоднозначно - требуется учет реально сложившихся условий; 4) объекты и отношения задачи явно не выделены или их математические эквиваленты неизвестны школьникам.

Разработаны методические рекомендации по применению практико-ориентированных задач на уроках ознакомления с новым материалом и работы во внеурочное время.

Практико-ориентированное обучение направленно на развитие познавательных потребностей, функционирования мышления, организацию поиска новых знаний, повышению эффективности образовательного процесса, формирование практического опыта и использования его при решении жизненно важных задач и проблем.

Для лучшего развития практико-ориентированного подхода в обучении математике является самое эффективное средство - практико-ориентированные задачи, задачи связанные с окружающей действительностью. Если в обучении использовать практико-ориентированные задания, то будет лучше усваиваться полученная информация, потому что задачи основаны на действительности, в них отражаются конкретные действия и события, что может происходить в повседневной жизни, присутствуют подлинные условия. Учащимся на много интереснее работать с такими задачами. Они способствуют творческому развитию личности, развитию мышления, интеллектуальности, воображения.

Таким образом, все задачи решены, цель исследования достигнута.

Список литературы

1. Ахлимерзаев А. Прикладная направленность изучения начал математического анализа в старших классах средней школы как средство усиления принципов политехнизма в обучении: дис. … канд. пед. наук. Фергана, 1986.
2. Бабанский Ю.К. Развитие познавательного интереса школьников // Дополнительное образование. 2003. № 3. С. 15.
3. Балл Г.А. О психологическом содержании понятия «задача» // Вопросы психологии. 1970. № 6. С 10-15.
4. Бахвалов Н. Большойэкономическийсловарь.М.:Институтновойэкономики.А.Н.Азрилиян .1997.
5. Болтянский В.Г. Математическая культура и эстетика // Математика в школе. 1982. № 2. С. 40-43.
6. Большой энциклопедический словарь. 2-е изд. М.: Большая Российская энциклопедия, 1998. 1456 с.
7. Брадис В.М. Методика преподавания математики в средней школе. М., Гос. учебно-педагог. изд. мин. прос. РСФСР, 1954. 504 с.
8. Варданян С.С. Задачи по планиметрии с практическим содержанием: Кн. Для учащихся 6-8 кл. ср. шк. / под ред. В.А. Гусева. М.: Просвещение, 1989. 144 с.
9. Геометрия. Пробный учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений / В.Н. Руденко, Г.А. Бахурин, А.Я. Цукарь. М., ИД «Искатель» 2005. 320 с.
10. Геометрия: Учеб.пособие для 11 кл. с углубл. изучением математики / А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик. М.: Просвещение, 2004. 319 с.
11. Гуткин Л.И. Сборник задач по математике с практическим содержанием. М.: Высшая школа, 1968. 112 с.

12. Дидактические аспекты организации факультативов [Электронный ресурс]. URL: http://festival.1september.ru/articles/594252/, (дата обращения: 30.04.2015)

13. Егупова М.В. Методическая система подготовки учителя к практико-ориентированному обучению математике: дис. … д-ра пед. наук. М., 2014.

14. Журнал статей. Статьи, поданные в журнал. Публикация научных статей [Электронный ресурс]. URL: http://www.gyrnal.ru/statyi/ru/94/, (дата обращения: 20.04.15).

15. Избранные вопросы математики. Факультативный курс. 10 кл. / под ред. В.В Фирсова. М.: Просвещение, 1980. 186 с.

16. Использование практико-ориентированных заданий при обучении математике с целью развития математической грамотности школьников[Электронный ресурс]. URL: http://collegy.ucoz.ru/publ/39-1-0-16692(дата обращения: 25.11.14).

17. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. Часть 1. Математические задачи как средство обучения и развития учащихся. М.: Просвещение, 1977. 112 с.

18. Леонтьев А.Н. Избранные психологические произведения. Том 1. / под. ред. В.В. Давыдова, В.П. Зинченко, А.А. Леонтьева, А.В. Петровского. М: Педагогика, 1983. 392 с.

19. Математика и математическое образование в современном мире. В сб. Математика в образовании и воспитании / Арнольд В.И.; под.ред. В.Б. Филиппов. М.: Фазис, 2000. 256 с.

20. Математическое моделирование систем связи: учебное пособие / К.К. Васильев, М.Н. Служивый. Ульяновск: УлГТУ, 2008. 170 с.

21. Математический энциклопедический словарь / гл. ред. Ю.В. Прохоров. М.: «Советская энциклопедия», 1988. 847 с.

22. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика. Учеб. Пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов / В.А.

Оганесян, Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканкин, В.Я. Саннинский. – 2-е изд., перераб. и доп. М.: Просвещение, 1980.

23. Методическая разработка по внеклассной работе по теме: Олимпиадные задания в школе. Методическая разработка [Электронный ресурс]. URL: http://nsportal.ru/shkola/vneklassnaya-rabota/library/2011/04/06/olimpiadnye-zadaniya-v-shkole-metodicheskaya, (дата обращения: 5.12.14).

24. Мирзоахмедов М. Методика обучения решению прикладных задач при углубленном изучении математики: дис. ... канд. пед. наук. Душанбе, 1989.

25. Моисеев Н.Н. Математические модели экономической науки. М.: Наука, 1973. 64 с.

26. Мышкис А.Д. Элементы теории математических моделей. Изд. 3-е, исправленное. М.: КомКнига, 2007. 192 с.

27. Общая психология: учеб.для студ. пед. ин-тов / А.В. Петровский, А.В. Брушлинский, В.П. Зинченко и др.; под ред. А.В. Петровского. М.: Просвещение, 1986. 464 с.

28. Ожегов С.И. Словарь русского языка: 53000 слов / под общ.ред. проф. Л.И. Скворцова. 24-е изд., испр. М: Оникс, Мир и образование, 2007. 1200 с.

29. Педагогика. Учебное пособие для студентов педагогических вузов / под ред. Ю.К. Бабанского. М.: Просвещение, 1983. 386 с.

30. Петров, В.А. Прикладные задачи на уроках математики: Кн. для учителя. Смоленск: СГПУ, 2001. 268 с.

31. Печко А. Методика преподавания математики в основной школе. Курс лекций [Электронный ресурс]. URL: http://www.bibliofond.ru/view.aspx?id=696962, (дата обращения: 14.03.2015)

32. Пойа Д. Математическое открытие / Д. Пойа. М.: Наука, 1970.

33. Практико-ориентированные задачи: структура, уровни сложности и алгоритм их составления[Электронный ресурс]. URL: http://festival.1september.ru/articles/642510/(дата обращения: 25.11.14).

34. Рейнгард И.А. Сборник задач по геометрии и тригонометрии с практическим содержанием. М.: Учпедгиз, 1960. 116 с.
35. Рузавин Г.И. Математизация научного знания. М.: Мысль, 1984. 207 с.
36. Сергеев И.Н., Олехник С.Н., Гашков С.Б. Примени математику. М.: Наука, 1990. 240 с.
37. Смирнова И.М. Педагогика геометрии. М.: Прометей, 2004. 336 с.
38. Статья по психологии [Электронный ресурс]. URL: http://o-psihologii.info/deti/ped/878-soderzhanie-obucheniya.html, (дата обращения: 24.03.2015)
39. Столяр А. А. Педагогика математики. Минск: Вышейшаяшк., 1986.
40. Тарасов Л.В., Тарасова А.Н. Беседы о преломлении света / под ред. В.А. Фабриканта. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1982. 176 с.
41. Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики: Кн. для учителя. М.: Просвещение, 1990. 96 с.
42. Тихонов А.Н., Костомаров Д.П. Рассказы о прикладной математике. М.: Наука, 1981. 210 с.
43. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс]. URL: http://минобрнауки.рф/документы/938/файл/749/10.12.17-Приказ_1897.pdf (дата обращения: 17.04.2015).
44. Фридман, Л.М. Как научиться решать задачи: пособие для учащихся / Л.М. Фридман, Е.Н. Турецкий. М.: Просвещение, 1984.
45. Фридман, Л.М. Теоретические основы методики обучения математике. М.: Либроком, 2009. 248 с.
46. Хаймина Л.Э. Задачи прикладной направленности в обучении математике: учебно-методическая разработка для учителей школ и студентов математического факультета. Архангельск: Помор.гос. ун-т им. М.В. Ломоносова, 2000. 47 с.
47. Шапиро И.М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики. М: Просвещение, 1990. 96 с.

48. Шевкин А.В. Как не надо обновлять тематику школьных задач // Математика в школе. 1995. №2. С.51-53.

49. Якутов М.И. Пути реализации прикладной направленности курса алгебры восьмилетней школы: дис. ... канд. пед. наук. М., 1988.

50. Кулюткин Ю.Н. Мышление и личность. СПб.: КРСМАС, 1995. 232 с.

51. Закатов П. С. Курс высшей геодезии. М.: Недра, 1976. С 8-9.

52. Герасимова Т. П., Неклюкова Н.П. Начальный курс географии. 6 класс. М.: Дрофа, 2010. 176 с.

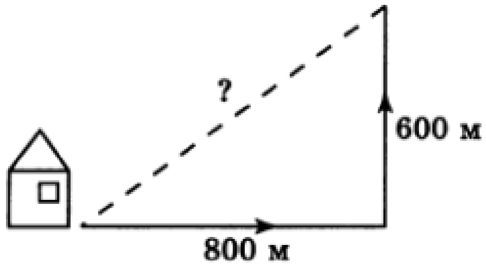
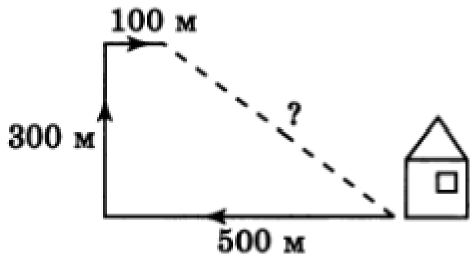
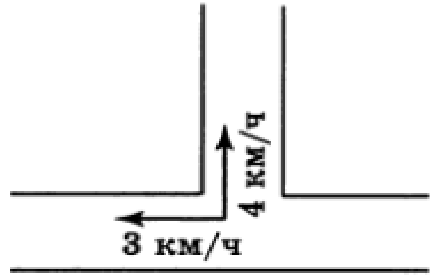
53. Конструирование современного урока математики: кн. для учителя / С.Г. Манвелов. 2-е изд. М.: Просвещение, 2005. 175 с.

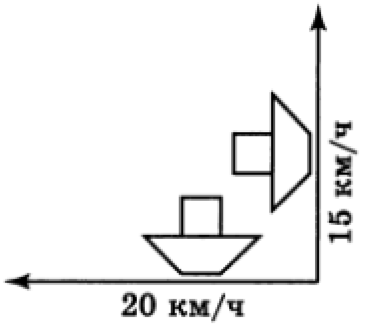
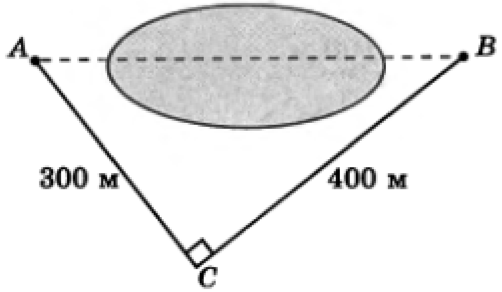
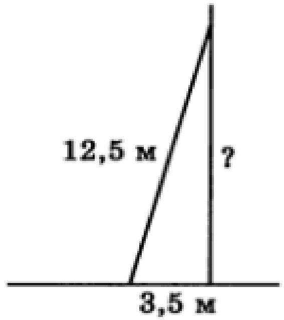
54. Ефремова Т.Ф. Новый словарь русского языка. Толково-словообразовательный. М.: Русский язык, 2000.

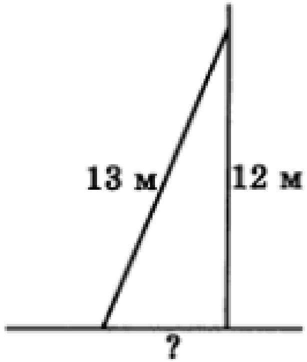
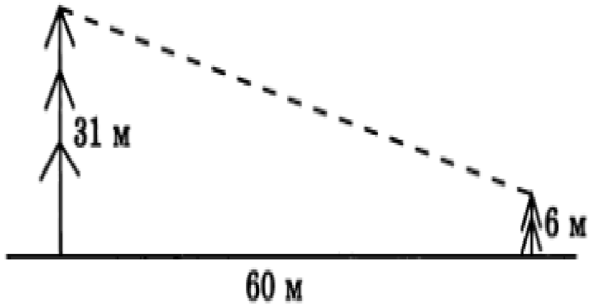
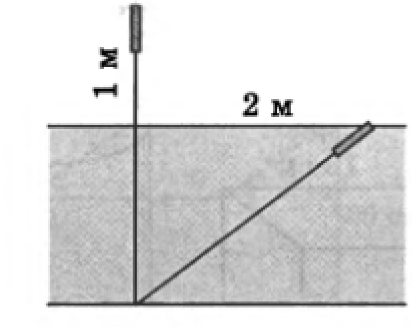
Приложение 1

Практико-ориентированные задачи в курсе планиметрии.

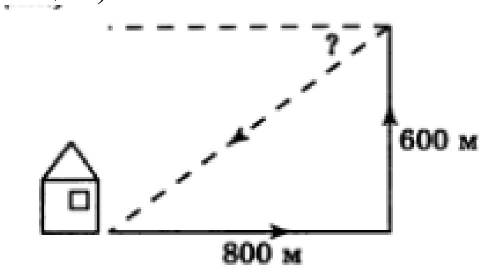
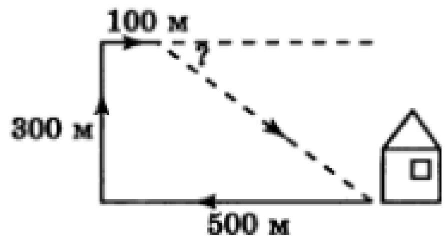
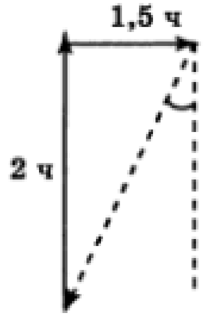
- **Теорема Пифагора**

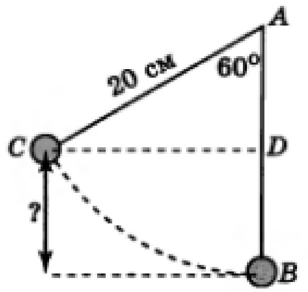
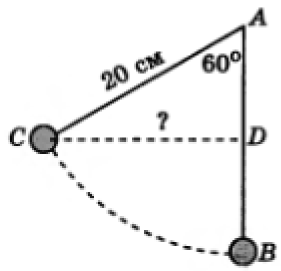
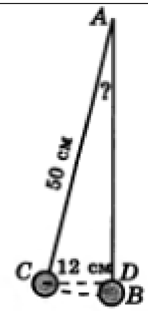
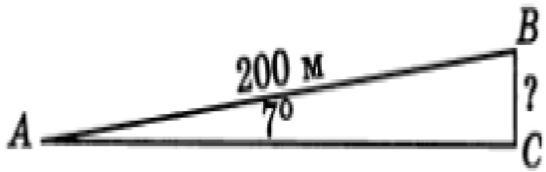
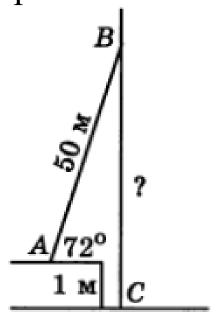
№1 Мальчик прошел от дома по направлению на восток 800 м. Затем повернул на север и прошел 600 м. На каком расстоянии от дома оказался мальчик? 	№2 Девочка прошла от дома по направлению на запад 500 м. Затем повернула на север и прошла 300 м. После этого она повернула на восток и прошла еще 100 м. На каком расстоянии от дома оказалась девочка? 	№3 Мальчик и девочка, расставаясь на перекрестке, пошли по взаимно перпендикулярным дорогам, мальчик со скоростью 4 км/ч, девочка – 3 км/ч. Какое расстояние (в км) будет между ними через 30 мин? 

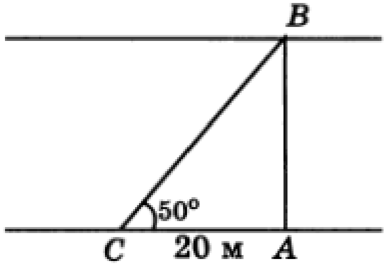
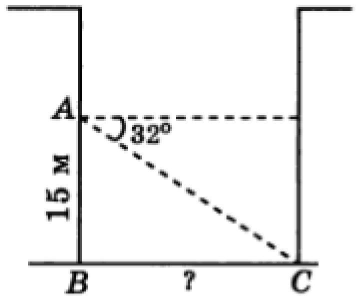
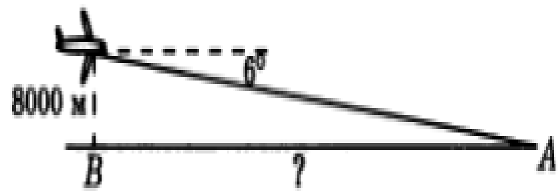
№4 Два парахода вышли из порта, следуя один на север, другой на запад. Скорости их равны соответственно 15 км/ч и 20 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 2 ч? 	№5 Используя данные, приведенные на рисунке, найдите расстояние в метрах между пунктами А и В, расположенными на разных берегах озера. 	№6 Лестница длинной 12,5 м приставлена к стене так, что расстояние от нее нижнего конца до стены равно 3,5 м. На какой высоте от земли находится верхний конец лестницы? 

<table>
<tr>
<td>№7 На какое расстояние следует отодвинуть от стены дома нижний конец лестницы, длина которой 13 м, чтобы верхний ее конец оказался на высоте 12 м?

</td>
<td>№8 В 60 метрах одна от другой растут две сосны. Высота одной 31 м, а другой – 6 м. Найдите расстояние между их вершинами.

</td>
<td>№9 Стебель камыша выступает из воды озера на 1 м. Его верхний конец отклонили от вертикального положения на 2 м, и он оказался на уровне воды. Найдите глубину озера в месте, где растет камыш.

</td>
</tr>
</table>

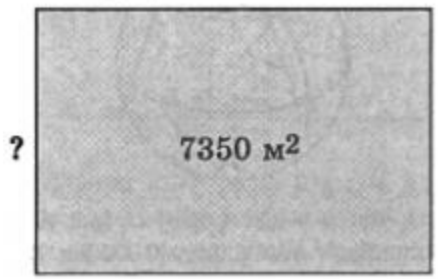
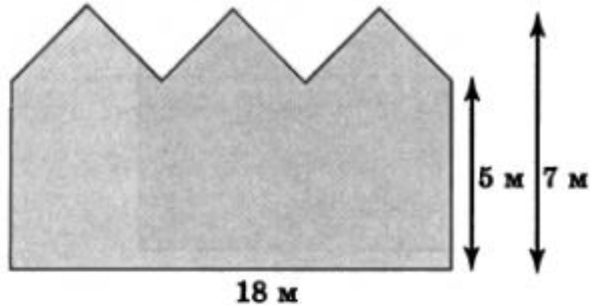
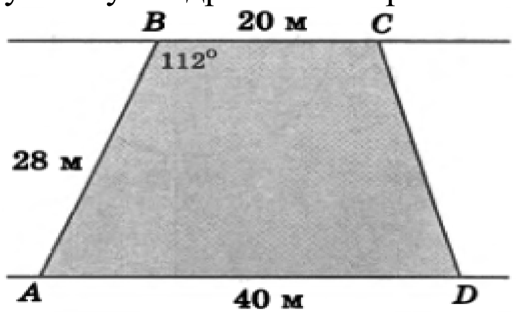
- **Синус, косинус и тангенс острого угла в прямоугольном треугольнике**

<table>
<tr>
<td>№10 Мальчик прошел от дома по направлению на восток 800 м. Затем повернул на север и прошел 600 м. Под каким углом к направлению на запад он должен идти, чтобы вернуться домой? В ответе укажите целое число градусов. (Используйте таблицу тригонометрических функций)

</td>
<td>№11 Девочка прошла от дома по направлению на запад 500 м. Затем повернула на север и прошла 300 м. После этого она повернула на восток и прошла еще 100 м. Под каким углом к направлению на восток она должна идти, чтобы вернуться домой? В ответе укажите целое число градусов. (Используйте таблицу тригонометрических функций.)

</td>
<td>№12 Грибник, войдя в лес, в течение двух часов шел в направлении на север, а затем с той же скоростью в течение полутора часов – на восток. Под каким углом к направлению на юг он должен идти, чтобы вернуться к месту, где он вошел в лес? В ответе укажите целое число градусов. (Используйте таблицу тригонометрических функций.)

</td>
</tr>
<tr>
<td>№13 Маятник в виде груза, подвешенного на нити, отклонили от положения равновесия на угол 60°. Длина АСмаятника 20 см. На сколько изменилась высота груза по сравнению с положением равновесия?</td>
<td>№14 Маятник в виде груза, подвешенного на нити, отклонили от положения равновесия на угол 60°. Длина АВмаятника 20 см. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите расстояние CD от груза Сдо прямой АВ, проходящей через начальное положение маятника.</td>
<td>№15 Маятник АВ длиной 50 см отклонили от положения равновесия на расстояние CD, равное 12 см. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите угол, который образует новое положение АС маятника с положением равновесия АВ.</td>
</tr>
</table>

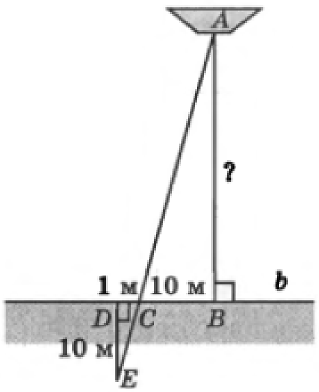
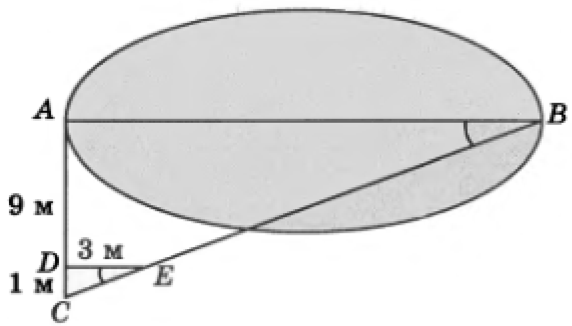
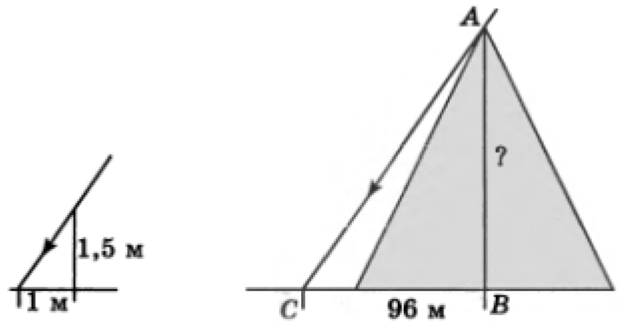
		
№16 Горная железная дорога поднимается на 1 м на каждые 30 м пути. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите угол подъема в градусах. В ответе укажите приближенное значение, выраженное целым числом градусов. 	№17 Угол подъема дороги равен 7°. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите высоту, на которую поднимется пешеход, пройдя 200 м. 	№18 Пожарная лестница выдвинута на 50 м при предельном угле подъема 72°. Используя таблицу значений тригонометрических функций, найдите высоту, которой достигнет верхний конец лестницы, если ее нижний конец отстоит от поверхности земли на 1 м. 
№19 Используя данные, приведенные на рисунке, найдите ширину АВреки.	№20 Из окна, расположенного на высоте 15 м над поверхностью земли, нижний край дома, стоящего прямо на другой стороне улицы, виден под углом понижения 32°. Найдите ширину улицы. В ответе укажите целое число метров.	№21 Самолет приближается к аэропорту А на высоте 800 м. Пилот имеет предписание производить снижение для посадки под постоянным углом 6°. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите расстояние АВот

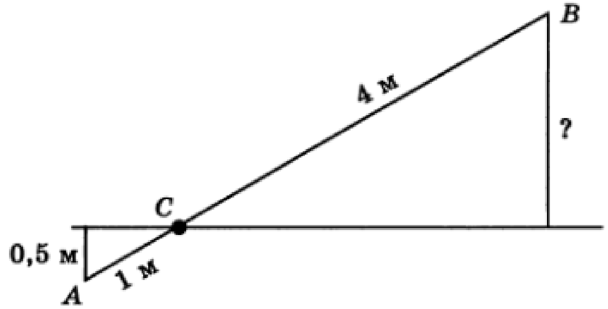
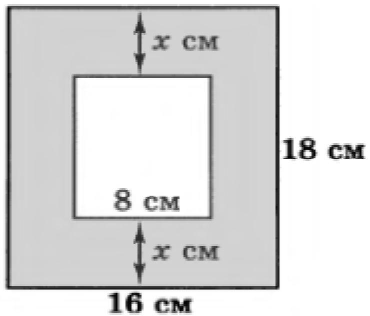
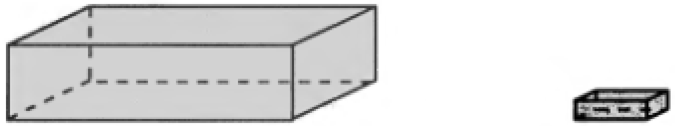
		посадочной полосы до того места, над которым самолет должен начать снижение. В ответе укажите приближенное значение, равное целому числу метров. 

- **Площади многоугольников**

№22 Футбольное поле имеет форму прямоугольника, длина которого в 1,5 раза больше ширины. Площадь футбольного поля равна 7350 $м^2$. Найдите его ширину. 	№23 Найдите площадь стены заводского здания, изображенной на рисунке. 	№24 Участок между двумя параллельными улицами имеет вид четырехугольника ABCD (AB||BC) AB=28 м, BC=20 м, AD=40 м, угол B=112°. Найдите площадь этого участка. В ответе укажите приближенное значение, равное целому числу квадратных метров. 

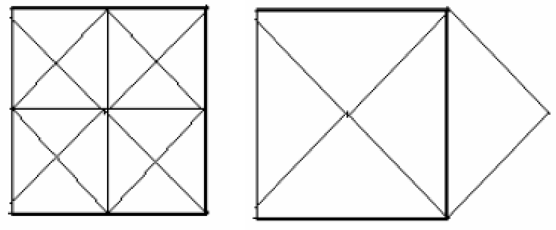
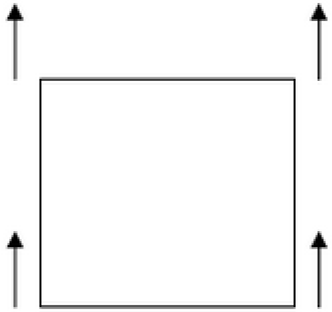
- **Подобие**

<table>
<tr>
<td>№25 Используя данные, приведенные на рисунке, найдите расстояние АВот лодки Адо берега b.

</td>
<td>№26 Используя данные, приведенные на рисунке, найдите ширину АВозера.

</td>
<td>№27 Для нахождения высоты египетской пирамиды недалеко от нее был установлен шест длиной 1,5 м. Его тень составила 1 м. В тот же момент тень пирамиды была равна 96 м. Чему равна высота пирамиды?

</td>
</tr>
<tr>
<td>№28 Короткое плечо шлагбаума имеет длину 1 м, а длинное плечо – 4 м. На какую высоту поднимается конец длинного плеча, когда конец короткого плеча опускается на 0,5 м?</td>
<td>№29 Эйфелева башня в Париже высотой 300 м весит 8 000 000 кг. Антон захотел изготовить точную копию этой башни весом один килограмм. Какова будет высота этой модели? Ответ дайте в сантиметрах.</td>
<td>№30 Диаметр Луны приближенно равен 3400 км, и она находится на расстоянии 408 000 км от Земли. На какое расстояние (в сантиметрах) от наблюдателя нужно удалить монету диаметра 1 см, чтобы она казалась ему такой же величины, как Луна? В ответе укажите целое число сантиметров.</td>
</tr>
</table>

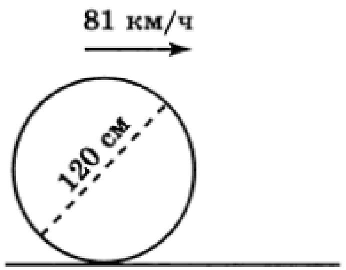
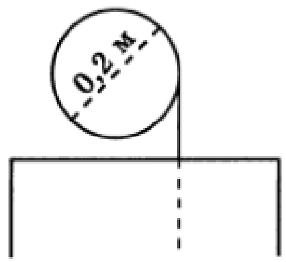
 		
№31 Какой должна быть ширина (x) прямоугольной рамки для фотографии, указанной на рисунке, чтобы прямоугольники рамки и фотографии были подобны?  	№32 Строительный кирпич весит 4 кг. сколько граммов весит игрушечный кирпич из того же материала, все размеры которого в четыре раза меньше? 	

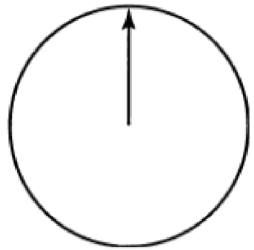
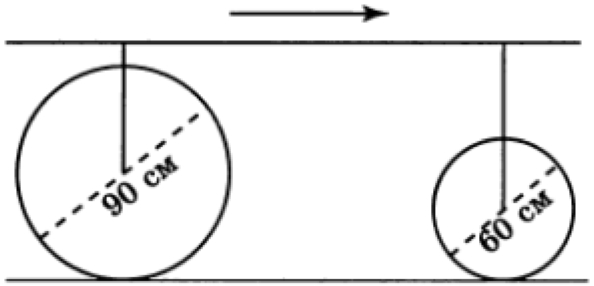
- **Свойства четырехугольников**

№33 Пользуясь угольником, постройте квадрат вдвое меньшей площади, чем данный. Предложите разные решения	№34 Земельный участок имеет форму квадрата, в вершинах которого растут деревья. Как, не изменяя его формы и не	

задачи. 	вырубая деревьев, увеличить площадь участка в 2 раза? 	

- **Окружность**

№35 Поезд едет со скоростью 81 км/ч. Диаметр его колеса равен 120 см. Сколько оборотов в минуту делает колесо поезда? (Примите π≈3) 	№36 При поднятии воды из колодца вал делает 20 оборотов. Найдите глубину колодца (в метрах), если диаметр вала равен 0,2 м. (Примите π≈3) 	№37 Длина минутной стрелки часов на Спасской башне Московского кремля приблизительно равна 3,5 м. Найдите длину окружности (в метрах), которую описывает конец минутной стрелки в течение одного часа. (Примите π≈3)

		
№38 Телега проехала 5,4 км. Диаметры ее переднего и заднего колес равны соответственно 60 см и 90 см. На сколько больше оборотов сделает переднее колесо по сравнению с задним? (Примите $\pi \approx 3$)  	№39 Москва и Новороссийск расположены примерно на одном меридиане под 56° и 44° северной широты соответственно. Найдите расстояние между ними по земной поверхности, считая длину большой окружности земного шара равной 40 000 км. В ответе укажите целое число километров.